

Annales de mathématiques pures et appliquées ...

1. [Notice](#)

This book was produced in EPUB format by the Internet Archive.

The book pages were scanned and converted to EPUB format automatically. This process relies on optical character recognition, and is somewhat susceptible to errors. The book may not offer the correct reading sequence, and there may be weird characters, non-words, and incorrect guesses at structure. Some page numbers and headers or footers may remain from the scanned page. The process which identifies images might have found stray marks on the page which are not actually images from the book. The hidden page numbering which may be available to your ereader corresponds to the numbered pages in the print edition, but is not an exact match; page numbers will increment at the same rate as the corresponding print edition, but we may have started numbering before the print book's visible page numbers. The Internet Archive is working to improve the scanning process and resulting books, but in the meantime, we hope that this book will be useful to you.

The Internet Archive was founded in 1996 to build an Internet library and to promote universal access to all knowledge. The Archive's purposes include offering permanent access for researchers, historians, scholars, people with disabilities, and the general public to historical collections that exist in digital format. The Internet Archive includes texts, audio, moving images, and software as well as archived web pages, and provides specialized services for information access for the blind and other persons with disabilities.

Created with hocr-to-epub (v.1.0.0)

06642333 Digitized by Google



The text on this page is estimated to be only 2.00% accurate

\c^\nVNS-%I by Google

The text on this page is estimated to be only 16.17% accurate

ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES EX APPLIQUÉES,

The text on this page is estimated to be only 26.01% accurate

CONDITIONS DÊ LA SOUSCRIPTION, > Depuis le premier juillet idio , ce recueil parait de mois en mois , par livraisons de 3o à pages. La couverture de chaque livraison présente l'annonce des ouvrages nouveaux et des concourt académiques. On peut souscrire indifféremment , Au bureau des Annales , rue du St-Sacrcment , n.º 252 , \ Montpellier, [Hérault] , Chez madame veuve Courrier , imprimeur- libraire pour les mathématiques, rue du Jardinnet , n.º 12 , quartier de Si-Andrc-des-Arts , à Paris , Et à tous les bureaux de poste. " Les articles à insérer doivent être adressés , francs de port , au Bureau des Annale*. Le prix de la souscription annuelle est 21 fr. pour la France, et 24 fr« pour l'étranger. 11 en coûte moitié moins pour six mois ; et le prix de chacun des sept premiers volumes est inférieur de 3 fr. à celui de la souscription annuelle. Les lettres et l'argent doivent ctra affranchis. AVIS au Relieur , Sur le placement des Planches. Planche I. Après la page i5fi. II. 256. III. 3a4Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 27.15% accurate

ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.
RECUEIL PÉRIODIQUE, RÉDIGÉ Par J. D. GERGONNE , professeur
d'astronomie à la faculté des sciences de Montpellier , membre de plusieurs
sociétés savantes. TOME SEPTIÈME. A NISMES, DE L'IMPRIMERIE DE
P. DURAND - BELLE. ♦ Et se trouve à PARIS , chez la dame Veuve
Courcier , Imprimeur Libraire pour les Mathématiques , rue du Jardinnet, n.º
ia# quartier de St-André-dcs-Arts. _____ 1816 ET 1817.

The text on this page is estimated to be only 22.14% accurate

. .1. L I Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.50% accurate

ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.
MÉCANIQUE CÉLESTE. Recherche des équations différentielles du mouvement des astres > de leurs intégrales premières, et des - élémens de V orbite, en fonction des constantes que renferment ces intégrales; Par M. Gercohone, M Laplace, dans la Mécanique céleste [loin. !.", page i63# équations (P)], a présenté les intégrales premières des équations du mouvement des astres sous une forme élégante, qui permet d'exprimée* simplement les élémens de l'orbite en fonction des coordonnées de l'astre, pour une époque quelconque, et de ses vitesses parallèles aux axes, pour la même époque. Je me propose ici d'obtenir ces mêmes intégrales premières, sous une forme un peu pins simple, par on procédé, moins analitique sans doute que celui de l'illustre géomètre qjie je viens de citer, mais qui me parait beaucoup plus élémentaire, T<m.ril, n.*J,iS* juillet ibi6. i.

a MOUVEMENT et qui , pour cette raison , sera peut-être plus du goût de quelques lecteurs. Mais , pour ne rien emprunter d'ailleurs , je montrerai d'abord brièvement comment les équations différentielles du mouvement des astres se déduisent des Lois de KÉPLER. Je terminerai par faire voir comment les élémens de l'orbite se composent des constantes arbitraires que contiennent les intégrales premières de ces équations. Pour la commodité typographique , j'emploierai constamment les notations différentielles de Lagrange ; le temps étant la seule variable supposée indépendante. Il suffira aux lecteurs peu familiarisés avec ces notations de considérer s' et a'' comme de simples abréviations des expressions $\dot{s}$ et $\ddot{a}$ et d'en faire de même à l'égard de toutes les autres variables , fonctions du temps. §. I. Lois de Képler. On sait que les lois générales auxquelles Képler a été conduit par l'observation , et indépendamment de toute hypothèse , sont les suivantes : I. Les planètes décrivent , dans l'espace , des sections coniques qui ont le centre du soleil pour foyer commun. II. Les aires décrites par le rayon vecteur autour de ce foyer sont , pour une même planète , proportionnelles aux temps employés à les décrire. III. Les carrés des durées des révolutions sidérales des diverses planètes , dans leurs orbites respectives , sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes de ces orbites. Soient , d'après cela , a , a' , b les demi-axes respectifs de deux orbites elliptiques , T , T' les temps périodiques dans ces orbites , p le temps d'un secteur quelconque s de la première , et enfin p son paramètre. Nous aurons

The text on this page is estimated to be only 22.72% accurate

DES ASTRES. 3 a.æ» Loi - = — - , t T 3.»- Loi i=— ^f; d'où, en multipliant et réduisant, Or , tout ce qui entre dans le second membre de cette dernière équation est constant , et relatif à une même orbite ; donc , L'aire décrite par le rayon vecteur d'un astre , durant un intervalle de temps quelconque , divisée par le temps employé à la décrire et par la racine quarrée du paramètre de t orbite t est une quantité constante , pour tout le système solaire. Cette loi unique , qui comprend à elle seule les deux dernières de Képler , a sur elles l'avantage d'être applicable aux orbites paraboliques et hyperboliques , tout comme aux orbites elliptiques. Si nous représentons par -f-;^*//* quantité constante qui forme le second membre de notre équation , nous aurons $V^5 = \frac{2\pi}{\sqrt{a}}$ d'où $a = \frac{4}{9} \frac{\pi^2}{V^5}$ On peut prendre, pour calculer une planète quelconque. Sî ; par exemple , on choisit la terre ; et que , suivant l'usage , on prenne son demi -grand axe pour unité de longueur, on simplement Si y de plus , on prend le jour solaire moyen pour unité de temps/ on aura $X' = 365,2563835$ -, il viendra doue

The text on this page is estimated to be only 23.33% accurate

4 MOUVEMENT Log.2«=o, 798 17987 Cofflp. Log. /
 $=7.43740219 \text{ Log } V^{\wedge} = 8.23558206 \text{ Log.} / i = 6.47116413 \wedge = 0.00029591 (*)$.
 §. IL Gravitation universelle. Soient pris le plan de l'orbite d'un astre pour
 plan des coordonnées rectangulaires , et le foyer de cette orbite ou le centre
 du soleil pour origine ; les axes des coordonnées ayant d'ailleurs une
 direction quelconque. Soit / la longitude du périhélie , comptée depuis l'axe
 des s positives , et du côté des y positives; soit de plus m la longitude de
 l'astre , comptée de la même manière , pour l'époque /. En supposant le
 mouvement direct , et cette époque postérieure k celle du périhélie , on aura
 l'anomalie vraie $f = \frac{m - k}{1}$. ?j donc on désigne par ■ le rapport de l'excentricité
 au demi-grand axe et par p la distance périhélie, ce qui donnera pour le
 paramètre $a(i - r - i)/\gg$; en représentant par r le rayon vecteur qui répond a
 l'époque / , nous aurons , par la première loi de Képler , et par la théorie
 connue des sections coniques , $\ll r \cos.(.-/) = (i - f, > - r ; (1)$ ou , en développant ,
 (*) Dans l'exacte vérité , cette valeur de /* suppose la masse de la terre tout
 fait nulle , par rapport * celle du soleil ; mais nous avons voulu tout
 d'indmre des lois de Kepler ; et nous avons pu, d'autant plus , nous le pt-mn-
 llre, que l'influence de la masse de la terre tombe au-delà de la 8.' deuiiaaU Je
 la va-. * leur de f^* .

The text on this page is estimated to be only 14.12% accurate

DES ASTRES. 5 l(rCos.«Co»i-H'Siii..Sin7)=(i4-«>— r ; (a) Mais ,si * et y sont les coordonnées de l'extrémité du rsoa vecteur , on aura »rCos.« ; y=rSîñ.» , (3) d'où *H-r*=/* ; (4) an moyen de quoi l'équation (a) deviendra t(sCoU+yS\nJ)~(i+,)p-r . (5) En prenant le temps pour variable indépendante > et différentiant deux fois sous ce point de vue les équations (4 , 5) , U vient sx'+yf=rr* , (6) st*+r»+xxt/+ryo - rs*-\\-rr" , (7) •{z'CoiJ+fSin^— f , (8) ^Cosi+^Sini)»-^ . (9) D'un autre côté, la différentiation des équations (3) donne *=r'Cos.«— /VSin.» , y/cBT/Sin^+r«/Cos.» ; (10) d'où on conclut (3 , 10) *y'--y*'=rV=aj' , (11) s étant Taire décrite par le rayon vecteur. Mais nous avons (§.L) d'où 3/=// ô+ô^; (i3) donc , en diHerentiant , 3J/=/(i-H)^ î 04) et par conséquent (11) V Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.09% accurate

€ MOUVEMENT, $\dot{y} = \frac{V}{1+0}$; (i5) d'où , par une nouvelle différentiation , $\ddot{y} = 0$. (16) Présentement , l'élimination de r' , entre les équations (6 , 8) i donne $(j\ddot{r} - f\ddot{r}\cos.\dot{f} - t - (y + U''\sin.)\dot{y}) = 0$; (17) équation qui , combinée avec (i5) , donne , en ayant égard aux équations (3 et 5), , $1 - \ddot{r}W\sin J : \dot{y} = -(\sin.\dot{s}i., \dot{n}j/\dot{g}^{\wedge},)^{\wedge} = +^{\wedge}(\dot{c}M.o^{\wedge}3Z = +$
 $(Co...+c.,/)^{\wedge}.,|'$ et ensuite , par la substitution dans (6) ,
 $\dot{y} = i(r < W - \ddot{r}\sin i) // \dot{y} = \dot{y} : \dot{S}io.(-/)$. (9) On tire encore des équations (18) , en ayant égard à l'équation (5) $\ddot{r} - H\ddot{r} = -.$; (20) et l'équation (19) donne , en ayant toujours égard à la même équation (5) , donc * An moyen de celte dernî-re formule , l'équation (7) devient $\ddot{r} = \ddot{r} - i^{\wedge}$; (a3) ou encore, en éliminant r'' ? au moyen de l'équation (9),;

The text on this page is estimated to be only 23.41% accurate

DES ASTRES. 7 (*+irCo37>"+(H-«'"SinJ)^=r— (-~? . (a£ En combinant cette dernière équation avec l'équation (16) , on en tire , en ayant toujours égard à l'équation (5) , -"=-£ I <»S> ee qui donne (4) $\sqrt{*H7">=-\sim$ î (a6) et ensuite , au moyen de l'équation (9) , en ayant encore égard a l'équation (5) , $\wedge=7- \text{ — — } \bullet$ (V) L'équation (16) montre que les planètes sont mues en vertu d'une force d'impulsion combinée avec une force accélératrice , constamment dirigée vers le centre du soleil. L'équation (26) prouve que cette force , réciproquement proportionnelle au quarré de la distance de l'astre à ce centre , ne varie d'intensité , soit pour le même astre soit d'un astre à l'autre , qu'à raison de cette distance ; et c'est en cela proprement que consiste le principe de la gravitation. Si nous désignons par 9 la vitesse pour l'époque t , nous auront (20) P r La vitesse au périhélie , pour lequel on a rssp j sera donc Faisant successivement $\bullet \blacksquare$ so et «si, on aura respectivement t pour le cercle et pour la parabole,

The text on this page is estimated to be only 19.47% accurate

8 MOUVEMENT Ainsi, la distance périhélie égale, la vitesse périhélie dans le cercle est à la vitesse périhélie dans la parabole comme i est à V^* §. III. Intégrales premières des équations du mouvement des astres. D'après ce qui précède en désignant par x, y, z les coordonnées; pour l'époque t , du centre d'un astre, rapporté à trois axes rectangulaires quelconques, passant par le centre du soleil, et en représentant par r le rayon vecteur correspondant, on aura $\dot{r} = w$ et on aura de plus, (a9) d'où on déduira, par deux différentiations successives, $\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^2}$, (30) Les équations (a8), combinées successivement deux à deux; donnent, par l'élimination de n , $y'' - zy'' = 0$, $z'' - x'' = 0$, $x'' - y'' = 0$; (3a) d'où l'on conclut, en intégrant, $yz' - zy' = A$, $zx' - xz' = B$, $xy' - yx' = C$ (33) A, B, C étant trois constantes. En multipliant successivement chacune de ces équations par les équations (28) renversées, sauf celle de même rang qu'elle, on vient $x(Wx + 2y'z' - yz'') = 0$, $!Z(xy' - yx'') + Cy'' = 0$, $!-(xY' - yx'') + Cx'' = 0$, $!(yz' - zy') + Az'' = 0$, ! (34) En Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.88% accurate

DES ASTRES. En prenant les différences respectives des douât!
lignes, il vient de mêmes $\mathcal{L} \setminus (*+**W-^*Z'+x^y \setminus +C_x \gg -A^*>'=o, \}$ (35) Ces
équations deviennent ensuite (29 et 30) $rT^{\wedge}-rV-C^{\wedge}-^y j+^{\wedge}/W^{\wedge}o, \}$ (36) ou ,
en réduisant v qui donne, en intégrant Jom. VIL " $\bullet 2 \sim jr- Az?'=o, (37) "$ (f
 $J+^{\wedge}-^{\wedge}sbo, \}$ (38) igmzea Dy Google

The text on this page is estimated to be only 21.14% accurate

,o MOUVEMENT $GL+Cs'-Az'***$, \ (39) $\diamond >\pm +Af-Bx>=F$; D
, E , F étant trois nouvelles constante*. En prenant la somme des produits
respectifs des équations (39) par A , B , C et réduisant; il vient
 $AD+BE+CF= \pounds (Ax+By+Cz)$; (4<>) mais, en vertu des équations (33) ,
 $Ax+By+Cz=0$; (40 donc aussi $AD+BE+CF=0$. (4a) Nos six constantes se
trouvent donc liées entre elles par une équation de relation -, d'où il suit que
les intégrales premières auxquelles elles appartiennent n'équivalent qu'à
cinq seulement ; et qu'ainsi nous avons encore une intégrale et une
constante à obtenir : voie, comment on parvient à l'une et à l'autre. En
prenant la somme des prodoits respectifs des équations (28) par a^* , ay' , az'
, l'équation résultantc peut être mise sous cette forme d'où, en intégrant, 0
étant une nouvelle constante. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.08% accurate

DES ASTRES. ji § IV. Recherche des élémens de l'orbite. Nous venons de voir , dans le précédent §. , que A , B , C , D , E , F , étant six constantes , liées entre elles par la seule relation $AD+BE+CF=0$, (42) si l'on représentait par x, y, z les coordonnées du centre d'un astre, rapporté à trois axes rectangulaires, passant par le centre du soleil ; par x', y', z' les vitesses de cet astre parallèlement aux trois axes , et enfin par p le carré du quotient qu'on obtient lorsqu'on divise la circonférence dont le rayon est 1 par la durée de l'année sydérale ; nous avons vu, dis-je , que l'on avait les sept' équations $yz'-zf^A, j y +Bz>—Cy'=D, j zx'^xz'-B, |(33) 2+Cx'-Az'=E, J (3q) xf—yx'—C ; 1 j+Ay'—Bx'zzF-, \sim *>+f+z>=r> ; (29)$ de sorte que nos constantes sont simplement fonctions des coordonnées et des vitesses parallèles aux axes qui répondent à l'époque /. Nous allons montrer présentement comment les élémens de l'orbite se déterminent simplement en fonction de ces mêmes constantes. Posons , pour abréger ; $A'+B'+C'=G' ; (4S) D'+E'—F'=H' . (4\&)$

The text on this page is estimated to be only 27.07% accurate

ta MOUVEMENT Les équations (3) donnent d'abord, comme nous l'avons déjà vu ; $As + By - Cz = 0$; (4) équation d'un plan, qui est conséquemment celui de l'orbite, puisque t n'y entre pas. Pour déterminer entièrement la figure de l'orbite, il nous faut encore une équation indépendante de /. Or, en prenant la somme des produits respectifs des équations (39) par x, y, z , il vient, en ayant égard aux équations (29), (33) et (45) $Vx + Ey - Fz = \frac{1}{2} \frac{d^2r}{dt^2}$; (47) équation qui, combinée avec l'équation (40) détermine complètement la figure et la situation de l'orbite. On reconnaîtra, au surplus « la surface (47) pour une surface de révolution dbnt l'axe, situé sur le plan (40, est donné parla double équation '«> L'orbite étant ainsi déterminée, on peut désirer de connaître la situation de la ligne des apsides, ainsi que les deux distances aphélie et périhélie. Or, la propriété de ces deux distances c'est que r y devient maximum ou minimum» Différentiant donc sous ce point de vue les équations (29, 41 1 47) * \iendra $xx' - yy' + zz' = 0$, $Ax' + By' + Cz' = 0$, (49) $Dx' + Ey' + Fz' = 0$. En éliminant entre ces équations deux quelconques de vitesses, y^*, x' , la troisième disparaît d'elle-même, et on obtient l'équation $(BF - CE)x + (CD - AF)y + (4E - BD)z = 0$. (50) c'est donc la l'équation d'un plan qui contient la ligne des apsides; et. comme l'équation (40 est celle d'un plan qui la contient éga

The text on this page is estimated to be only 28.45% accurate

DES ASTRES. i3 lemcnl , il s'ensuit qu'elle se trouve déterminée par le système de ces deux équations , et conséquemment aussi par tout système de deux équations qui auront lieu en même-temps que celles-là. Il est d'ailleurs aise de voir que les plans donnés par ces deux équations sont perpendiculaires l'un à l'autre. Or, si l'on élimine successivement entre elles deux quelconques des trois variables s , y , z , on obtiendra la double équation $i=i=j$ ■ «8> Ainsi , la ligne des apsides n'est autre chose que l'axe de révolution de la surface (47)} l'on peut prendre pour ses équations $D E^*=y^*> y- tz-$ (5o On aura donc les coordonnées de l'aphélie et celles du périhélie , «n combinant ces équations avec l'équation (47) mise sous la forme ce qui donnera , en ayant égard a l'équation (46) , $DG^* EG^* FG^*$ » H est évident que les signes supérieurs répondent à l'aphélie, et les signes inférieurs au périhélie. Si ensuite on désigne respectivement par p et P les distances périhélie et aphélie , lesquelles ne sont autre chose que les distances de l'origine aux deux points que nous venons de déterminer j on aura , en ayant toujours égard a l'équation (46) $>=fn- p=é$ »- (53) Le demi-grand axe sera la demi-somme de ces deux quantités ; ic sorte qu'en le désignant par a , on aura $*=(/ > + / >) = - \S -$. (54)

The text on this page is estimated to be only 29.22% accurate

x4 MOUVEMENT Désignant ensuite l'excentricité par E , et le rapport de l'excentricité au demi-grand axe par e , on aura La trajectoire sera donc une hyperbole, une parabole ou une ellipse, suivant qu'on aura $H > n$, $H = p$ ou $H < n$. En particulier, elle sera un cercle, si l'on a $H = 0$; ce qui emporte $D = 0$, $E = 0$, « $F = 0$, et donne $\theta = 0$ ». Quant au paramètre, en le désignant par II , on aura $n = \frac{1}{2}(a + b)$. (56) Nous ayons donc déterminé tout ce qui, dans les éléments de l'orbite, est indépendant du temps, et il ne nous reste plus qu'à fixer l'époque du périhélie. Pour y parvenir, remarquons d'abord qu'à l'époque t le rayon vecteur r fait avec les axes des angles dont les cosinus sont $\frac{L}{r}$ et $\frac{r}{9}$ mais la ligne des apsides fait avec les mêmes axes des angles dont les cosinus sont D et B $F U' H' \sim H'$ d'où il suit qu'en désignant par θ l'anomalie vraie, on aura $\cos \theta = \frac{D}{r}$ (57) Les quantités i , p et θ étant ainsi déterminées, on a, par les théories *

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.07% accurate

DES ASTRES. ,5 d'oi on conclut, par la diffcrlenliation , w_y
 ($\gg + O \sin \theta$) (19), en faisant, comme ici, $l=0$,
 $r = \frac{1}{\sin \theta}$; <6o> il viendra donc , en égalant ces deux valeurs , $\sqrt{r} =$
 $(\frac{1}{\sin \theta})^{1/2}$. (6.) Cette équation peut s'intégrer de plusieurs manières ;
 mais , pour que son intégrale se présente sous une forme réelle , il faut
 varier les procédés, suivant qu'on a $\theta < \frac{\pi}{2}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta > \frac{\pi}{2}$. Dans le cas de $\theta < \frac{\pi}{2}$, qui
 est celui de V ellipse t en posant d'abord $\frac{1}{r} = \frac{1}{a} (1 - e \cos \phi)$, (6a) $\frac{1}{r} =$
 $(\frac{1}{a} - e \cos \phi)$, (63) et la constante T est l'époque du périhélie , puisque c'est ce
 que devient ϕ lorsque P est nul. 3.0 Dans le cas de $\theta = \frac{\pi}{2}$, qui est celui de la
 parabole , on a immédiatement $\frac{1}{r} = \frac{1}{2a} (1 + \cos \phi)$ (64)

The text on this page is estimated to be only 26.83% accurate

16 MOUVEMENT et , pour les mêmes raisons que ci - dessus , la constante 7 sera l'époque du périhélie. 3.° Enfin, dans le cas de $i > i$, qui est celui de XhyperboU i en posant d'abord $^i T \text{ang.} ^i \text{Tang.} i^*$, (65) on a $^{\wedge} / - ^{\wedge} ^{\wedge} I. \text{Tang.} ^{-} \text{Log.} \text{Tang.} ^{+} X \}$; (66) »... et T sera encore l'époque du périhélie. Il est presque superflu de remarquer que , dans la formule (63) , l'arc $^{\wedge}$ doit être exprimé en parties du rayon pris pour unité t et que , dans la formule (66) , il s'agit de logarithmes naturels. A raison du double signe dont tout radical est susceptible , le calcul de l'époque du périhélie laisse incertain si l'époque / lui est antérieure ou postérieure , et nous avons admis ici des signes conformes a la dernière de ces deux hypothèses ; mais, comme il pourrait tout aussi bien arriver que le contraire eût lieu , il sera bon d'avoir quelque moyen de lever le doute où l'on pourrait être à cet égard. En différentiant l'équation (47) , il vient $DJ + Ef + Fz'^{\wedge} tr'$: (67) br , suivant que l'époque / précède celle du périhélie , coïncide avec elle ou)a suit , r^* doit être négatif , nul ou positif ; donc aussi suivant qu'on aura < 0 , / précédera. $= 0$, / coïncidera avec \ le périhélie > 0 , / suivra. . . « • • Tout

Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 26.47% accurate

DES ASTRES. 17 Tout ce qui précède est absolument indépendant de la direction des axes des coordonnées, pourvu seulement qu'ils soient rectangulaires; mais si, pour nous conformer à l'usage constant des astronomes, nous supposons que les axes des x , des y et des z positifs sont respectivement dirigés vers l'équinoxe du printemps, le solstice d'été et le pôle boréal de l'écliptique, les équations (41 et Si) donneront $x = \text{Tang. Long, du nœud ascendant} \cdot s \cdot \text{Tang. Inclinaison de l'orbite}$ $V(W > (C - C)) \cdot 3 \cdot \text{Tang. l'angle du périhélie}$ $(\frac{wr}{V} : // > / ; > i) = : ^$. (♦) Il résulte clairement, de tout ce qui précède, que le problème de la recherche des éléments de l'orbite d'un astre se réduit, en dernière analyse, à trouver pour un instant quelconque les coordonnées de son centre, par rapport à trois axes rectangulaires passant par le centre du soleil, et ses vitesses, pour le même instant, parallèlement à ces trois axes. Dans un autre article, nous essaierons de traiter ce dernier problème, du moins par approximation, et en partant d'observations peu distantes les unes des autres. (*) Ce que les astronomes sont dans l'usage d'appeler longitude du périhélie sur l'orbite, n'est point proprement une longitude, suivant la définition de ce mot; et cela est d'autant plus propre à induire en erreur que souvent ils désignent cette donnée, d'une physionomie assez bizarre d'ailleurs, sous la simple, ^nomination de longitude du périhélie, T^*m . VIL \$

i3 COURBURE e ■ 1 = GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.

Recherche du plan osculateur et du centre de courbure d'une ligne courbe , en un point donné; Par M. Ch. Dcpin , capitaine da génie maritime , correspondant de l'académie des sciences , institut de France. a inséré depuis peu , dans le Bulletin des sciences , la notice d'un mémoire , dans lequel M. Hachette traite la question suivante : Trouver , pour F un quelconque des points d'une courbe plane ou à double courbure , donnée dans l'espace par deux surfaces dont elle est t intersection , /* plan osculateur et le rayon de courbure de cette courbe ?' Un illustre géomètre avait déjà traité cette question, par la considération des surfaces développables. M. Hachette y emploie des surfaces gauches, ce qui en complique nécessairement la solution, sans la rendre au fond difidente de celle de M. Monge. Lorsqu'une courbe est donnée , dans l'espace , par l'intersection de deux surfaces , ou de toute autre manière ; il faut , pour pouvoir lui appliquer les procédés de la géométrie descriptive , la projeter •ur deux plans. Or , nous allons voir qu'alors la simple méthode des projections suffit pour résoudre complètement le problème dont il s'agit. LEMME. Les centres de courbure , pour un mime point P ,

DES COURBES. 19 de toutes les projections orthogonales d'une même courbe , sur des plans conduits par sa tangente en ce point P , sont tous situés sur une même droite , perpendiculaire au plan osculateur mené à la courbe primitive par ce même point P. Démonstration, Considérons l'un des cylindres projetants de la courbe proposée , ainsi que la sphère ayant pour grand cercle le cercle osculateur de la projection , base de ce cylindre. Ces deux surfaces auront , suivant la tangente en P , un contact du second ordre ; d'où il résulte (Dévelop. de géom. pag. 3G) que tout plan conduit par cette tangente, et conséquemment le plan osculateur, coupera la sphère et le cylindre suivant deux courbes ayant de même entre elles un contact du second ordre ; mais ce dernier plan coupe la sphère suivant un cercle ; donc ce cercle est le cercle osculateur de la courbe primitive en P ; et conséquemment le centre de la sphère , centre de courbure de la projection , est aussi un des centres de courbure de la courbe primitive. Les centres de courbure de toutes les projections se trouvent donc être ainsi les centres d'une suite de sphères passant toutes par le cercle osculateur de la courbe primitive ; ces centres sont donc sur une même droite perpendiculaire au plan de ce cercle et passant par son centre* PROBLÈME. Construire le plan osculateur et le centre de courbure d'une courbe donnée en un point donné ? Solution, 7. Cas. Supposons d'abord que la courbe soit projetée orthogonalement sur deux plans quelconques, passant par sa tangente en P ; on verra sur-le-champ , par ce qui précède : 1.° Que la droite joignant les centres de courbure des deux projections en P , sera , pour ce même point , le lieu des centres de courbure ; 2.° Que le plan conduit par P, perpendiculairement à cette droite, sera le plan osculateur de la courbe en P ; 3.° Enfin , que l'intersection de ce plan et de cette droite sera le centre de courbure de la courbe , pour le même point P. Il n'est pas difficile de voir , d'après cela , ce qu'il y aurait à

The text on this page is estimated to be only 24.71% accurate

ao COURBURE faire , si les deux plans de projection , au lieu de pftsjer par La tangente , lui étaient simplement parallèles. // .m* Cas. Supposons présentement que les plans de projection soient quelconques par rapport à la tangente en P ; soient T cette tangente et C la courbe (*) ; de manière que CA , C,, soient les projections de la courbe Tk , Tv celles de sa tangente , et enfin t Vh t Pv celles du point de contact. Soient de plus H et V les rayon\$ de courbure de Ch et Cv, en Pfc et Pv. Soit menée la droite de projection PAPV et soient menées à cette droite deux parallèles quelconques qui en soient équidistantes ; et concevons que Th et Tv représentent les longueurs des parties de tangentes interceptées entre ces parallèles ; PA et P,, seront ainsi les milieux respectifs de Tt et Tv. Soit menée à Ta, du côté de la concavité de CA, une parallèle (AB)A , qui en soit distante d'une quantité troisième proportionnelle à H et à >T\ . Soient Oa le point où celte droite (AB\ coupe P^Pvi «t AA , Bfc les points où elle coupe les deux parallèles à PAPV. Soit pareillement menée à Ty , du côté de la concavité de Cv î une parallèle (AB\,, qui en soit distante d'une quantité troisième proportionnelle à V et à fT,,. Soient Ov le point où cette droite (AB)V coupe PAP,, , et Av , Bv les points où elle coupe les deux parallèles à P^ Alors le plan conduit par P et par AB sera le plan osculateur 8c la courbe G en P ; et son rayon de courbure au même point sera une troisième proportionnelle à la distance du point P a AB et à la moitié de la longueur de cette droite. Démonstration. Concevons que , sur OfcPfc et OhAh , comme demi(*) Nous emploïron» ici une notation commode , dont nous avons d«!i» fait l'essai , dans nos Développemens Je géométrie. Elle consiste a représenter les projetions horizontale et verticale des divers objets , considères dans l'espace , par les lettres même qui représentent ces objets , mais affectées des indices respectifs h et v. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.74% accurate

DESCOURBES. ai diamètres conjugués on construise une ellipse EA et que sur $OvP^{\wedge}$ et $OwAv$, pris aussi comme demi-diamètres conjugués, on construise une autre ellipse $E_{,,}$; ces deux ellipses se trouveront ainsi comprises entre les deux parallèles à $P^{\wedge}Pv$ » qui en seront des tangentes communes. De plus, d'après la construction ξA et Ev seront respectivement osculatrices de Ch et C^* , en Vh et $P_{,,}$ (*). (*) Ceci est fondé sur le théorème que voici : THEOREME. Le rayon de courbure d'une ellipse, en un quelconque de ses points, est troisième proportionnel à la distance de ce point au diamètre parallèle à sa tangente, et à la moitié de ce diamètre. Ce théorème, dont M. Dupin fait grand usage dans ses *Développements de géométrie*, se déduit fort simplement de la théorie qu'il y expose (voyez la page 2g de cet ouvrage). Il peut aussi se démontrer directement comme il suit. On a vu (Annales, tom. VI, pag. 239) qu'en prenant respectivement pour x et y la tangente et la normale en un point quelconque d'une ligne du second ordre, l'équation de cette courbe était de la forme R étant le rayon de courbure qui répond à l'origine. Il est connu d'ailleurs (Annales, tom. VI, pag. 160) que les dérivées de cette équation, prises successivement par rapport à x et à y , sont les équations de deux diamètres, c'est-à-dire, de deux droites qui se coupent au centre de la courbe; de sorte qu'en désignant par m et n les coordonnées de ce centre, m doit avoir pour équation $2x - A^* - Nz = 0$; (a) d'où on tire ces valeurs étant substituées dans l'équation (O), elle devient

The text on this page is estimated to be only 25.41% accurate

22 COURBURE Gela posé , considérons les ellipses E_k et E_v comme les Bases de deux cylindres de projections ; ces deux cylindres ayant les mêmes plans tangens , en A et B , auront une commune section plane , passant par A , B , P , et dont E_k et E_v seront les projections (Mém. sur les contacts des sphères et des surfaces du second degré. Dupin). Cette intersection des deux cylindres oscule nécessairement C en P; d'où il suit que le plan conduit par P et AB est osculateur de C en P. Et, comme le rayon de courbure, en P de l'intersection plane des deux cylindres est aussi celui de la courbe C au même point ; il s'ensuit que ce dernier est troisième proportionnel à la distance de P à AB et à la moitié de la longueur de cette droite. Voilà donc la courbe exprimée en fonction du rayon de courbure ρ et des coordonnées du centre. L'équation du diamètre parallèle à la tangente, ou à l'axe des x , est $y = \rho/J$; en la combinant avec l'équation (4) , il vient ; (5) l'équation qui fera connaître les deux extrémités du diamètre , et qui donne i Si l'on appelle a^* la longueur entière du diamètre dont il s'agit , a sera la demi-différence de ces deux valeurs ; c'est-à-dire qu'on aura $a = y_1 - y_2$ ou $a = \rho \left(\frac{1}{J_1} - \frac{1}{J_2} \right)$ conformément à l'énoncé du théorème. J. D. G, Digitized by Google

DES COURBES. a3 Remarque* 11 est un cas particulier qui mérite d'être remarqué : c'est celui où la tangente $T_4 C$, par le point P , est perpendiculaire à la fois aux deux plans de projection. Il ne suffit plus alors que E_k et F_v aient avec C_k et C_v , un contact du second ordre, pour que E oscule C en P . Il est nécessaire, dans ce cas, que les deux contacts soient du troisième ordre, ainsi qu'il serait facile de le démontrer. - Si de plus, dans ce même cas, on suppose le plan osculateur de la courbe proposée parallèle à l'intersection des deux plans de projection; le rayon de courbure de cette courbe se trouvera immédiatement donné par ce théorème, que nous avons exposé ailleurs (Dévelop. de géom.) : Si l'on projette une courbe sur deux plans à angle droit, parallèles au rayon de son cercle osculateur en un point P ; au même point P , la somme des rayons de courbure des deux projections de cette ligne, est égale au rayon même du cercle osculateur de la courbe proposée. Nous ne saurions terminer sans signaler à l'impartiale justice des géomètres la phrase suivante, qui termine la notice sur le mémoire de M. Hachette : « L'application de ces diverses propositions est de la plus haute importance dans les arts graphiques ; » elle donne la mesure de la quantité de courbure des lignes et des surfaces, dont on n'a déterminé, jusqu'à présent, que la direction, par les tangentes et les plans tangents. » .

The text on this page is estimated to be only 27.03% accurate

"COURBURE Sur les plans oscillateurs et les rayons de courbure des lignes planes ou à double courbure , qui résultent de l'intersection de deux surfaces ; Par M. Hachette. V»»«WWVV Extrait du Bulletin des sciences. (») De toutes les propositions d'analyse appliquées à la géométrie , les plus importantes sont relatives à la courbure des lignes et des surfaces. Eu les de'montrant , par des considérations dégagées de tout calcul , on augmente le domaine de la géométrie , et les théories les plus abstraites deviennent applicables aux arts les plus usités. Le mémoire de M. Hachette conduit à une règle générale pour construire graphiquement, avec le seul secours de la géomé'tric descriptive, les plans oscillateurs , et les rayons de courbure de lignes à double ou simple courbure , qui résultent de l'intersection de deux surfaces. Cette règle se déduit des propositions suivantes : Une surface réglée (**) (c'est ainsi que l'auteur nomme la (*) M. Dupin, dans le précédent article , ayant fait mention de celui-ci s bous avons pensé faire plaisir à ceux de nos lecteurs qui n'ont point sous la main le Bulletin des sciences , de le transcrire ici tel qu'on l'y rencontre. J. D. G. i*) Quelques surfaces de cette Camille , qu'on emploie dans les arts graphiques surface Digitized by Googl

DES COURBES. a5 surface non développable engendrée par une droite mobile , quelle que soit d'ailleurs la loi du mouvement) , étant coupée par un plan; qui passe par une droite de la surface , les points d'intersection de ce plan et de toutes les autres droites de la même surface , forment une courbe : le point de rencontre de cette courbe et de la droite de la surface contenue dans le même plan , est un point de contact de ce plan et de la surface réglée ; en sorte que le même plan est à la fois tangent et sécant. a.° La normale en un point de la courbe qui résulte de l'intersection d'une surface et d'un plan , est la projection orthogonale de la normale à la surface au même point , sur le plan de la courbe. 3.° Une surface étant coupée par un plan , la surface réglée , lieu des normales menées par tous les points de la courbe plane, et la surface cylindrique qui a pour section droite (*) la développée de la courbe , sont circonscrites l'une à l'autre. 4* Une ligne à double courbure étant l'intersection de deux surfaces , on peut la considérer comme appartenant aux deux surfaces réglées , lieux des normales aux surfaces proposées , qu'on mènerait par tous les points de la courbe à double courbure ; si , par un point quelconque de cette courbe , on mène un plan qui lui soit perpendiculaire en ce point, ou plutôt perpendiculaire à sa tangente , ce se nomment surfaces gauches , ou plans gauches. Le mot réglée signifie qu'on, peut appliquer l'arête d'une règle sur toutes les droites dont la surface se compose. M. Hachette a démontré* précédemment, i.** que la surface lieu des normales menées par tous les points d'une droite . prise à volonté sur une surface réglée , était l'une des cinq surfaces du second degré qu'il a nommée parabolique hyperbolique ; a. ° que , dans le nombre infini de surfaces du second degré , dites hyperboloïdes à une nappe , qui peuvent toucher une surface réglée suivant une droite de cette surface , et avoir avec elle un contact du premier ordre , il y a un de ces hyperboloïdes , dont le contact suivant la même droite est du second ordre. O On nomme section droite d'un cylindre , la' section perpendiculaire à ses arêtes. (tictet du Bulletin des science*. > T*m* VI. 4

a6 COURBURE DES COURBES, plan touchera les deux surfaces réglées en deux points , remarquable! par cette propriété , que leurs projections sur un plan quelconque , passant par la tangente a la courbe à double courbure , sont les centres de courbure des deux sections faites par ce plan sur les surfaces proposées. Menant, par le point de la courbe à double courbure que l'on considère, un plan perpendiculaire à la droite qui joint les deux points de contact des surfaces réglées et du plan normal à cette courbe , ce plan perpendiculaire sera le plan osculateur de la courbe , et il coupera la droite à laquelle il est perpendiculaire , en un point , qui sera le centre du cercle osculateur. Il suit évidemment de la troisième proposition , que les cercles osculateurs de toutes les sections d'une surface , dont les plans passent par une même tangente , appartiennent a une sphère , proposition démontrée par Meusnier ; et , ce qui n'est pas moins évident , toutes les sections obliques dont les plans font , avec une normale a la surface , le même angle , ont un même rayon de courbure , lorsque les sections normales perpendiculaires aux sections obliques , ont même centre de courbure. Ayant construit graphiquement les rayons de courbure de trois sections quelconques , passant par une même normale d'une surface , M. Hachette fait observer qu'on en déduirait facilement les rayons de courbure et les plans osculateurs des lignes de courbure , dont Monge a le premier donné les équations. En effet, on calculerait ces rayons de courbure , maximum et minimum , au moyen de la formule d'Euler $\frac{1}{r} = \frac{1}{R} \cos \alpha + \frac{1}{r_1} \sin^2 \alpha + \frac{1}{r_2} \cos^2 \alpha$; « il r H et r étant les rayons de courbure de la surface , et α le rayon de courbure d'une section normale , dont le plan fait avec le plan osculateur de la ligne de courbure l'angle A (*). (Voyez la Correspondance sur l'école polytechnique , tome 111 , page 134). (•) M. Hachette observe à ce sujet que le théorème de M. Dupin , qui concerne ce que les tangentes* aux deux lignes à courbure , en un point ont

The text on this page is estimated to be only 22.78% accurate

CONT. des LIG. DU a.* ORDRE , sur les SURF, du MÊME
ORD. 27 L'application de ces propositions est de la plus haute importance
dans les arts graphiques ; elle donne la mesure de la quantité de courbure
des lignes et des surfaces , dont on n'a déterminé, jusqu'à présent , que la
direction , par les tangentes et les plans tangents. — — — — — ■ 1
GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE. Recherche de la ligne du second ordre qui
en touche trois autres données , sur une surface du même ordre (*) > Par M.
J. B. Durrande. Soient deux lignes du second ordre tangentes l'une à
l'autre , sur une surface du même ordre, et soient considérées ces deux
courbes comme les lignes de contact de la surface avec deux surfaces
coniques circonscrites. Une coupe / ou hyperboloïde à une nappe , divise en
deux parties égales l'angle des deux droites de la surface , qui passent par le
même point, se déduit très simplement de la formule d'Euler. En effet , j
étant infini , pour les deux sections normales, on a $\sim \sin. \alpha + \cos. \alpha = 0$;
équation qui est satisfaite quel que soit le signe de α ; donc cette équation
appartient tout aussi bien à la section normale , dont le plan fait avec le
plan de la ligne de courbure un angle égal à α , qu'à la section dont le plan
fait avec ce dernier un angle α , on dont l'inclinaison sur ce dernier est la
même que pour l'autre plan , mais qui est situé du côté opposé. (*) Cette
question a déjà été traitée par M. Châtin , dans la Correspondance sur
l'école polytechnique (tom. III , n.° janvier 1814, pag. 16) ; mais, quelque
ingénieuse que soit la solution de ce géomètre , elle n'ôte rien , comme on
va le voir * au mérite de celle de M. Durrande. J. D. G.

a3 CONTACT DES LIGNES DU SECOND ORDRE ? Le point de contact pourra également être considéré comme une ligne du second ordre suivant laquelle la surface est touchée par une troisième surface conique circonscrite, laquelle ne sera autre que le plan tangent en ce point, qui sera en même temps le sommet de cette troisième surface conique. Les plans des lignes de contact passent tous trois par une même droite, laquelle est la tangente commune aux deux courbes ; donc, par la propriété connue des pôles, les trois sommets doivent être en ligne droite ; c'est-à-dire, en d'autres termes, que la droite qui joint les sommets de nos deux surfaces coniques est tangente à la surface du second ordre, et contient le point de contact des deux courbes (*) ; cette droite est donc une arête commune aux deux surfaces coniques. Ainsi, lorsque deux lignes du second ordre, tracées sur une surface du même ordre, sont tangentes l'une à l'autre, les surfaces coniques circonscrites, dont ces lignes sont les lignes de contact avec la surface du second ordre, ont une arête commune, laquelle passe par le point de contact de deux courbes ; et il est aisé de voir que, réciproquement, si deux surfaces coniques circonscrites à une même surface du second ordre ont une arête commune, leurs lignes de contact avec cette surface seront tangentes l'une à l'autre au point où cette même surface sera touchée par l'arête commune. Cela posé ; soient trois lignes du second ordre, données et quelconques sur une surface du même ordre. Considérons ces trois lignes comme les lignes de contact de la surface avec trois surfaces coniques circonscrites ; ces surfaces coniques se couperont en quelque point. Considérons ce point comme le sommet d'une quatrième surface conique circonscrite ; il est clair que cette surface conique se trouvera avoir une arête commune avec chacune des trois autres ; donc, (*) Il est aisé de reconnaître cette droite pour la conjuguée de la tangente commune aux deux courbes. J. D. 0.

SUR LES SURFACES DU MÊME ORDRE. z9 par ce qui a été dit plus haut , la ligne de contact avec la surface du second ordre sera tangente à la fois aux trois lignes du second ordre données sur cette surface. On a donc le théorème que voici ; THÉORÈME. La ligne du second ordre qui , sur une surface du même ordre , touche trois autres lignes du second ordre , données sur cette surface , n'est autre chose que la ligne de contact de la surface du second ordre avec la surface conique circonscrite dont le sommet serait à l'intersection des trois surfaces coniques qui auraient pour lignes de contact avec la même surface du second ordre les trois lignes du même ordre données sur cette surface (*). Chacune des trois surfaces coniques dont l'intersection doit déterminer le sommet de la quatrième ayant deux nappes ; il s'ensuit que huit lignes différentes du second ordre peuvent résoudre la problème dont il s'agit ici. pu théorème qui vient d'être démontré on déduit le suivant, comme cas particulier : THÉORÈME. Le cercle qui , sur une sphère , en touche trois autres donnés , n'est autre chose que la ligne de contact de la sphère avec le cône circonscrit qui aurait son sommet à l'intersection de trois autres cônes touchant cette sphère suivant les cercles donnés. Si quelqu'une des données du problème était un grand cercle ou un point , le cône qui lui serait relatif se réduirait à un cylindre circonscrit ou à un plan tangent. Les dix problèmes qui peuvent naître de cette variété de données se trouvent donc tous résolus par ce qui précède. (*) Il n'est point inutile de remarquer , comme moyen propre à simplifier la construction que les trois surfaces coniques se coupent deux à deux suivant une courbe plane , dont le plan passe par la commune section des plans de leurs lignes de contact. Cette proposition , ainsi qu'une autre , dont elle n'est qu'un cas particulier , ont été démontrées* par M. Chasles , dans l'ouvrage déjà cité (Tome III, pag. 14 et 339). y. d. c

The text on this page is estimated to be only 24.62% accurate

30 QUESTIONS. On voit en particulier, i.* que le cercle circonscrit à un triangle sphérique est la ligne de contact de la sphère avec le cône circonscrit qui a son sommet à l'intersection des plans qui touchent cette sphère aux trois sommets du triangle ; z.° que le cercle circonscrit au même triangle est celui suivant lequel la sphère est touchée par la surface conique circonscrite dont le sommet est à l'intersection des surfaces cylindriques qui touchent la même sphère suivant les trois côtes du triangle. — SHgSBB 1 ===^g==5 — — — — — ==^^ QUESTIONS RÉSOLUES. Solution du problème physico-mathématique proposé à la page 320 du Vh* volume de ce recueil ; Par un Abonné. PROBLÈME. À quelle distance du centre d'une sphère, dont la surface est uniformément lumineuse, un point en reçoit-il la plu* grande lumière possible ? Solution. Soient C le centre de la sphère, r son rayon » P le point cherché, et frisons $CP=x$. Si l'on fait de P le sommet d'un cône circonscrit, ce cône aura avec la sphère une ligne de contact dont le plan divisera sa surface en deux calottes, et celle qui sera tournée vers le point P lui enverra toute de la lumière. Le plan de la base de cette calotte sera perpendiculaire à CP, et sa distance au point P sera évidemment Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.44% accurate

RÉSOLÛÉS. & Si l'on conçoit une zone infiniment mince dont les deux bases soient perpendiculaires à CP ; en appelant ρ la distance de l'une de ces bases au point P , sa surface sera $2\pi r \rho dx$. Tous les points de cette zone étant à une même distance $y/r = \sqrt{z^2 + x^2}$ du point P, ils envoieront conséquemment une même quantité de lumière vers le point P , de tous les points de cette zone , sera proportionnelle à son étendue divisée par le carré de la distance commune de tous ses points à ce point P. Cette lumière sera donc « $\frac{1}{r^2}$ » étant une constante relative à la lumière qui s'échappe de chacun des points de la surface de la sphère. On aura donc la lumière totale reçue par le point P en intégrant cette formule, entre $r = \rho$ et x étant regardé comme constant. On obtient ainsi Si présentement, dans cette formule , on regarde z comme variable , on voit qu'elle devient nulle en faisant x infini , et qu'elle croît sans cesse , à mesure que x décroît , et devient enfin infinie , lorsqu'on a $z = r$. Ainsi , le point P recevra la plus grande lumière possible , lorsqu'il sera sur la sphère même. Ce résultat, contraire à ce que l'énoncé de la question paraissait insinuer, pourrait d'abord sembler paradoxal , en ce que , lorsque le point P est sur la sphère même , il n'est plus éclairé que par une calotte infiniment petite. Mais on peut remarquer que l'aire de la calotte qui éclaire le point P est en général

The text on this page is estimated to be only 21.18% accurate

3a QUESTIONS PROPOSEES.' s \ *""(— t)' ane le qn»rré de la distance de «on pôle au point P e«t de sorte que , lorsqu'elle se réduit à ce pôle , c'est-à-dire , lorsqu'on $ftx=r$ ou $\sim mt9$ ou enfin $i— \pounds=-o'$, la lumière reçue deyient j»mr>,o awm = =00 , r\o» o du moins si m n'est point infiniment petit. Tout ce que nous- venons de dire de la lumière doit s'appliquer sans restriction à la chaleur. QUESTIONS PROPOSEES. » • • •
(Problème de Géométrie. Trois cercles ont le même centre ; leurs rayons sont a , h , e ; leurs plans font deux à deux des angles * t 0 » r i quelle est l'équation de la surface gauche engendrée par une droite mobile qui passe perpétuellement par les circonférences de ces trois cercles 7 Diaitized"bv CjOOqIc

The text on this page is estimated to be only 24.77% accurate

TRACÉ DES ROUTES. 33 GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE.

Mémoire sur la théorie générale du tracé des routes , Faisant suite aux développemens de géométrie ; Par M. Ch. Dupin , correspondant de l'institut , capitaine du génie maritime , etc. Rapport sur ce mémoire , fait à la classe des sciences, physiques et mathématiques ; Par M. Girard. M. DuPlH , correspondant de la classe , lui a présenté un mémoire ayant pour titre : DÉVELOPPEMENS de GÉOMÉTRIE. JdyplicaUoné, Théorie générale du tracé des routes. La classe nous a chargés, M. Prony et moi , de lui en faire un rapport. Quelle que soit la ligne parcourue , sur un terrain quelconque ; par des hommes ou des animaux qui traînent un fardeau , la force instantanée qu'ils transmettent à cette masse , après la production» de la vitesse , qui doit rester uniforme , est contre-balancée par la résistance que des obstacles de différente nature opposent au mouvement ; de sorte que , la vitesse uniforme propre à l'espèce der moteur employé étant supposée connue , la théorie du tracé de» Ton. Fil, n° II, x.«* août 1816. S

The text on this page is estimated to be only 29.54% accurate

54 TRACÉ routes est indépendante de toutes considérations de dynamique \ et rentre entièrement dans le domaine de la géométrie. Lorsque les moteurs doivent exercer leur action sur un plan horizontal ou dont l'inclinaison est très-petite , il est évident que la route la plus avantageuse , c'est-à-dire , celle qui peut être parcourue dans le moindre temps , et par conséquent aux moindres frais possibles, est la ligne droite qui joint le point de départ et le point d'arrivée. M. Dupin donne à ce chemin rectiligne la dénomination de route directe. Mais , lorsque le sol sur lequel on doit cheminer a une configuration telle que la ligne la plus courte tracée entre les points de départ et d'arrivée présente , dans toute* ou partie de sa longueur , une inclinaison plus forte que la plus grande suivant laquelle les moteurs employés peuvent agir avec avantage ; on est alors obligé de se détourner de cette route directe , pour en suivre d'autres dont la pente soit plus douce , et que M. Dupin désigne sous la nom de routes obliques. On conçoit que l'on peut arriver d'un point a un autre , sur une surface quelconque , par une infinité de routes obliques de pentes différentes. M. Dupin pose en principe que l'on doit choisir, entre ces routes , celle dont la pente est égale a la plus grande suivant laquelle une route directe puisse être parcourue ; et il dérive de cette condition la théorie générale qu'il expose. Il fait remarquer d'abord qu'une route directe étant la ligne la plus courte que l'on puisse tracer entre deux points donnés sur une surface , cette route jouit de la propriété que tous ses plans osculateurs sont , aux points d'osculution , perpendiculaires à la surface sur laquelle elle est tracée. Il fait remarquer ensuite que , la pente d'une route oblique étant constante , si l'on suppose qu'une ligne droite verticale se meuve sur cette route , elle la coupera sous un angle constant, en engendrant une surface cylindrique sur laquelle la route oblique présentera une véritable hélice.

The text on this page is estimated to be only 25.61% accurate

DES ROUTES. 35 Ces deux- propriétés de)a route directe et de la route oblique offrent un moyen facile de les rectifier géométriquement.; en effet elles se développent en lignes droites , la première sur une surface développable , tangente au terrain dans toute l'étendue de la route, la seconde sur une surface cylindrique qui coupe le terrain sous l'angle constant de la pente limite. Le tracé des routes obliques dépendant , comme on voit , de cette pente limite , il est indispensable qu'elle soit déterminée préalablement. M. Dupin remarque que l'expérience seule peut y conduire , et qu'elle doit varier suivant la manière d'effectuer les transports , soit à dos d'hommes , soit à dos de cheval ou de mulet , «oit par de» voitures attelées de bœufs ou de chevaux. Après ces notions générales , M. Dupin passe à la détermination graphique d'une route dont les points de départ et d'arrivée sont fixes , ce qui exige , avant tout , que l'on définisse graphiquement le terrain sur lequel elle doit être pratiquée. Cette définition graphique s'obtient en traçant les intersections de la surface de ce terrain par des plans horizontaux également espacés dans la direction verticale. Si l'on suppose ces intersections très-rapprochées les unes des autres, et qu'à partir d'un point donné sur la surface , on trace une ligne qui les coupe perpendiculairement , cette ligne sera , connue; on sait , une des lignes de plus grande pente de la surface. Or , il est évident qu'à partir d'un point quelconque de cette ligne de plus grande pente , on peut tracer , à droite et à gauche, deux routes obliques d'une pente égale. Il n'est pas moins évident que les portions de route oblique comprises entre deux plans de niveau ont le même développement ; d'où il suit que , pour parvenir d'un de ces plans à l'autre , quelle que soit la portion de la verticale qu'ils interceptent , toutes les routes obliques sont indifférentes , soit qu'elles se dirigent dans le même sens par rapport aux lignes de plus grande pente , soit qu'elles se dirigent en sens contraire.

36 TRACÉ aient des points de rehroussement alternatifs ; et forment de) zîg3 zags ou lacets , sur la surface du terrain. Il est évident , enfin , qu'entre les mêmes sections horizontales ; toute autre route d'inclinaison variable , mais dont la plus grande pente n'en surpassera pas la limite , sera plus longue que la route Oblique dont cette limite même est la pente constante. Si donc il ne s'agissait que de passer d'un plan de niveau à un autre plan de niveau plus élevé¹ , la question aurait une infinité de solutions : ce n'est que par la fixation des points extrêmes de la route que le problème devient déterminé. Il faut considérer maintenant que , quand il s'agit de franchir une chaîne de montagnes , par une route oblique , cette route doit se raccorder, de la manière la plus avantageuse, avec la portion de route directe pratiquée dans la plaine sur laquelle cette chaîne de montagne s'élève. Or , l'avantage consiste ici à rendre la plus courte possible la portion de route en plaine , à partir d'un point déterminé. Il s'agit , par conséquent , de trouver , sur la surface du terrain , l'extrémité supérieure de cette route directe, extrémité qui se trouvera en même temps l'origine inférieure de la route oblique, La surface des éminences qui couvrent la terre se raccorde* ordinairement avec la surface des plaines adjacentes, dans des plans à peu près horizontaux ; de sorte qu'en général , la projection verticale des lignes de plus grande pente présente des courbes qui tendent à devenir tangentes à l'horizon , c'est-à-dire , en d'autres termes , que la pente des élémens successifs de ces lignes diminue de plus en plus , à mesure que l'on descend. Que l'on suppose tracée sur la surface de la montagne , une suite de lignes de plus grande pente , infiniment près les unes des autres , et qu'on lie par une courbe tous les élémens de ces différentes lignes dont l'inclinaison est précisément égale à la limite des pentes ; il est évident que cette courbe sera elle-même la limite des routes, obliques que l'on pourra tracer sur la surface du sol. Ce sera par conséquent en un point de cette courbe que la route

DES ROUTES. directe et la route oblique devront se raccorder. Ce point se détermine d'ailleurs par la condition que la route directe et la route oblique s'y confondent avec la ligne de plus grande* pente, c'est-à-dire , y coupent perpendiculairement l'intersection horizontale du terrain. Telles sont les considérations générales qui conduisent l'auteur à la solution de divers problèmes sur le tracé des routes , entre deux points donnés ; mais , lorsqu'il y a plusieurs objets à transporter d'un certain nombre de points de départ à un nombre égal de points d'arrivée , on conçoit que les solutions trouvées par l'auteur ne peuvent avoir d'application que lorsqu'on a donné les points de départ et d'arrivée qui doivent se correspondre mutuellement ; et cette détermination exige des considérations nouvelles. M. Du pin démontre d'abord que le nombre des combinaisons de toutes les routes qu'on peut faire suivre aux différens . objets à transporter qui est égal au produit des nombres naturels , depuis l'unité jusqu'au nombre de ces objets , se réduit à deux ; et il fait voir aisément que si , en joignant chaque point de départ aux deux points d'arrivée , on obtient deux systèmes de routes , celui de ces systèmes dans lequel les routes ne se croisent pas est nécessairement le plus avantageux ; proposition qui , étendue au cas plus général d'un nombre indéfini de points de départ et d'arrivée, le conduit à faire voir que le système de route le plus convenable dans ce cas est celui qui lie le premier point de départ au premier point d'arrivée , le deuxième au deuxième , et ainsi de suite ; de manière qu'aucune de ces routes ne se croise dans l'espace contenu entre les lignes qui joignent d'un côté tous les points de départ et de l'autre côté tous les points d'arrivée. Le mémoire est terminé par quelques applications de ces propositions aux évolutions et manoeuvres des troupes de différentes armes. En traitant d'une manière générale , et pour ainsi dire abstraite , du tracé des routes , l'auteur ne s'est point dissimulé que des circonstances locales, des convenances administratives , ou des motifs

The text on this page is estimated to be only 26.54% accurate

3^{ft} TRACÉ d'économîe doivent apporter des modifications fréquentes an systerrfe que la théorie peut indiquer. Ainsi , dans les routes en plaine , par exemple , il importe souvent beaucoup moins d'arriver d'une do leurs extrémités à l'autre par le plus court chemin , qu'il n'est utile de l'allonger , en se rapprochant du plus grand nombre possible de lieux habités. Le passage des rivières dans l'endroit le plus commode , la nécessité d'éviter des marais ou des fondrières , et beaucoup d'autres causes obligent souvent de s'écarter de la ligne qu'il faudrait suivre , si l'on n'avait c'gard qu'à la configuration extérieure du terrain. Quant à la mise en pratique des principes développés par M. Dupin , sur le tracé des routes obliques , elle exige la connaissance de la plus forte pente sur laquelle les transports peuvent être effectués sur les routes directes , par les différens moteurs que l'on est dans le cas d'employer. Mais ici , comme sur beaucoup d'antrès matières , l'expérience n'a point suffisamment éclairé la théorie il n'a été publié du moins aucune série de faits assez nombreuse pour pouvoir en déduire cette limite d'une manière certaine et générale. D'un autre côté, quand bien, même on serait parvenu à la déterminer d'une manière sûre , serait-il convenable de conserver une telle pente dans le développement entier de la route ? Cette disposition, que Ton devrait sans doute adopter, si les transports s'effectuaient à l'aide de contra -poids ou autres moteurs inanimés , ne doit-elle pas être modifiée , lorsque le mouvement est transmis par l'action de la force musculaire? Si l'on considère , en effets que l'effort des animaux employés aux charrois est d'autant plus grand qu'ils sont obligés de cheminée sur des pentes plus rapides , et que leur fatigue s'accroît depuis le moment où il* se mettent en marche jusqu'à celui où se termineleur journée de travail; ne s'élève- t-il pas naturellement la question do savoir si , au lieu de distribuer uniformément la pente d'une routeoblique ascendante entre ses deux extrémités , il ne convient pas mieux de diminuer cette pente suivant une certaine loi , depuis I*

The text on this page is estimated to be only 25.71% accurate

DES BOUTES, 39 point du départ , au commencement de la journée , jusqu'à la station où elle finit , de manière que les efforts des moteurs «e proportionnent à chaque instant à l'état actuel de leurs forces ? Les grandes routes qui ont été ouvertes dans ces derniers temps, à travers la chaîne des Alpes, par le Simplon, le Mont-Cenis et Fénestrelle, ont fourni aux ingénieurs français l'occasion d'acquérir une grande expérience ; et cependant les plus habiles diffèrent encore entre eux d'opinion sur la question que nous venons d'énoncer. Au reste , quelque hypothèse que l'on adopte à cet égard , la géométrie pourra toujours s'en emparer ; et ce ne sera jamais qu'en employant les moyens qu'elle fournit que l'on parviendra à donner au tracé des routes le degré de perfection dont cette opération est susceptible. Les différents ouvrages que M. Du pin a présentés à la classe ont prouvé , depuis long-temps , qu'il réunit les connaissances et les talons nécessaires pour s'aider avantageusement de la théorie et de l'observation , dans les travaux qu'il entreprend. Nous pensons que. le mémoire dont nous venons de rendre compte est une application utile de la géométrie descriptive à un objet fort important , et qu'à ce titre il mérite l'approbation de la classe , et l'insertion dans la recueil des savants étrangers» Signé de Prony , Girard ; rapporteur. La classe approuve le rapport et en adopte les conclusions; Certifié conforme à l'original , par le secrétaire perpétuel , levalter de la Légion d'honneur, Sténi DXUMBRI,

The text on this page is estimated to be only 27.20% accurate

40 ECLIPSES ASTRONOMIE. Calcul de l'éclipsé de soleil du 19 de novembre 1816, pour Strasbourg et Nismes. Par M. le professeur Kramp , doyen de la faculté de sciences de l'académie de Strasbourg. 1. U ANS un mémoire inséré à la page i33 du VI.e volume de ce recueil , et dont la suite se trouve à la page 34q du même Wume , j'ai donné une solution nouvelle de ce problème : Déterminer , pour un endroit quelconque du globe terrestre , et pour une époque comprise entre les limites de la durée d'une éclipse de soleil , le lieu apparent du centre de la lune sur le disque solaire ? Dans cette solution , je n'ai fait usage ni des parallaxes , ni du méridien universel , ni des ombres et pénombres ; et la question est plutôt traitée comme uu simple problème de géométrie que comme une question d'astronomie. Dans le mémoire actuel , je me propose de résumer les procédés pratiques que fournit celte solution , d'en comprendre les formules essentielles dans le moindre espace possible , et d'en faire enfin l'application à l'éclipsé de soleil qui est attendue le 19 de novembre de cette année , telle qu'elle doit paraître aux observateurs de Strasbourg et de Nismes» 2. Concevons , par le centre du disque solaire , considéré comme un plan , deux axes rectangulaires, l'un des q tangent à l'écliptique r dans La direction orientale , et l'autre des r , tangent au cercle de déclinaison Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 24.16% accurate

DE SOLEIL. 4i déclinaison qui passe par le cenire du soleil , et dirigé vers l'hémisphère boréal. 3. Concevons, en outre , par le cenire de la terre , trois axes rectangulaires , saroir : un axe des z, dirigé vers le centre du soleil, un axe des y , parallèle à celui des q , et enfin un axe des z, parallèle à celui des r , et dirigé conséqueroment vers le pôle boréal de l'écliptique. 4» Concevons enfin , toujours par le cenire de la terre , trois autres axes rectangulaires , savoir : un axe des X , dirigé vers l'équinoxe du printemps , un axe des Y , dirigé vers le 90.m* degré de l'équateur , et enfin un axe des Z , dirigé vers le pôle boréal de ee dernier cercle. 5. Ces préliminaires établis , soient adoptées les notations suivantes; C , rayon de la terre ; A , distance de la terre au soleil ; B , distance de la terre à la lune -, • , obliquité de l'écliptique ; » , UtUud. de hbrai-r. suppose boréJe ; D t sa longitude , supposée orientale ; / , le temps , exprimé en fraction du jour , et compté depuî» un instant quelconque , compris entre les limites de la durée de l'éclipsé • « , longitude du soleil , pour l'époque / ; a , a' , ses ascensions droites , pour les midi vrais qui précèdent et suivent immédiatement l'éclipsé , comptés l'un- et l'autre au premier méridien j q* , r1 , coordonnées , pour l'époque / , et sur le plan du disque solaire , du centre de la lune , vu du centre de la terre , et exprimée» en secondes; f , r , mêmes coordonnées > a la même époquo , pour l'obserXom. VIL 6

The text on this page is estimated to be only 16.42% accurate

42 ÉCLIPSES valeur placé a la surface de la terre , exprimées également en secondes ; s, y, z , coordonnées de cet observateur pour le premier système d'axes ; X, Y, Z , coordonnées du même observateur prises par rapport au second système ; $*$, abréviation de $Z \cos \theta - a \sin \theta$, abréviation de $H - a + D + 1$, ascension droite du milieu du ciel pour l'observateur, à l'époque t . 6. Cela posé ; pendant la durée de 1 éclipse , les coordonnées géocentriques y', r' peuvent être considérées comme variant proportionnellement au temps; elles auront donc sensiblement la forme et les coefficients M, N, m, n , seront immédiatement donnés par les tables. 7. On calculera ensuite les coordonnées X, Y, Z , par les formules $X = r \cos \theta \sin \phi$, $Y = r \sin \theta \sin \phi$, $Z = r \cos \phi$. 8. On passera de la aux coordonnées s, y, z , au moyen des formules $s = -f A' \cos \theta - r \cos \theta \sin^2 \theta - Z \sin \theta$, $y = 5 - \sin \theta - r \cos \theta \cos \theta + f Z \sin \theta \cos \theta$, $z = -r \sin \theta + Z \cos \theta$. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.98% accurate

DE SOLEIL. 43 9. Enfin , en négligeant , comme on peut bien le faire , les dimensions du globe terrestre , vis-à-vis de la distance de la terre au soleil , on conclura de là les coordonnées q, r du lieu apparent du centre de la lune sur le disque solaire , au moyen des équations $\{B-x^{\wedge}Bq'-ty, (B-x)r=Br'-!cz$; la distance apparente entre les centres des deux astres sera donc $y/^{\wedge}ZP$; et la grandeur de la partie éclipsée sera égale à la somme de leurs demi-diamètres , moins la distance de leurs centres ; il sera donc facile , par des interpolations , de découvrir les époques du commencement et de la fin de l'éclipsé , ainsi que celle de la plus grande phase. (*) 10. Dans mes deux premiers mémoires , j'ai démontré ces diverses formules , et j'en ai fait l'application à l'observateur de Berlin. Je me propose ici de faire un semblable calcul pour Strasbourg et Nismes. En me réservant l'observation de l'éclipsé , pour la première de ces deux villes; je laisserai aux observateurs de l'autre le soin de vérifier , sur l'éclipsé même , la précision de mes calculs. §• I. Éclipse géocentrique. Nous avons déjà trouvé précédemment , pour le jour de l'éclipsé , ' en prenant le rayon terrestre pour unité , (*) Cest par erreur de copie que, dan» les mémoires auxquels celui-ci Tait suite r sa lettre A > déjà employée pour représenter le rayon vecteur terrestre , l'a été de nouveau , pour désigner l'ascension droite du soleil ; c'est également par cryeur que les lettres « et n y ont reçu deux destinations différentes.

The text on this page is estimated to be only 17.89% accurate

44 ECLIPSES $\Delta = 36.15$, $\Delta = 57,0765$ i De plus, en prenant l'intervalle de quatre heures* pour l'unité* du temps /, compté depuis huit heures du matin, temps vrai de Paris; nous avons trouvé, par une interpolation convenable, $\Delta = 180^\circ + 56.54'.35'' + 607''$; $M = -S2(y)''$, $m = +8210''$, $JV = +3562''$, $72 = -804''$ i ce qui fait aisément trouver, pour tout instant donné, les coordonnées géocentriques g' , r^* , du centre de la lune, à l'aide des formules $y = -507'' + 8210''$, $\Delta = +3562'' - 804''$ / \$ * l'angle horaire / * sera d'ailleurs $A = 174.36.36'' - 2166a6'' + X$; D étant la longitude de l'observateur, comptée du méridien de Paris; positive, si elle est orientale, et négative, au contraire, si elle est occidentale. On pourra, d'après cela, former le tableau suivant : 9, -3154, +3361, 56.57.7, 189.39.1s, IQ, — noa, +3.60, 56.59.39, 20441.49 » + 950, +2959.57. a. 11, a19.44.a5, " 1 +3003, +a753.57.4.43, a3447...» •

The text on this page is estimated to be only 18.23% accurate

DE SOLEIL. 45 Ce calcul préliminaire sera commun à toute* les éclipse» locales qu'on aura dessein de calculer. S- n. Calcul pour Strasbourg. On a , pour Strasbourg , $a=48^{\circ}.34'.56''$; $2? = 5^{\circ}.a4'.36''$, en degrés ; $= o\backslash 2i'.58''$, en temps . On aura conséquemment $\neq 8^*$, $\neq i8o\gg + o\backslash l'.ia''$, 9 , $i5 . 3.48$, 10 , 3o. 6.a5 î ♦ 45. 9. 1 V \2. , 60 .11 .38 ; La table suivante nous fera ensuite connaître les logarithmes des coordonnées désignées par X , Y , Z. Il faut remarquer que les deux premières sont constamment négatives , et que la troisième seule est positive. $\neq 8$, $\text{Log}.X = 9.8205590$, $\text{Log}.I' = 9.3634664$, $\text{Log}.£ = ^{.8750068}$, 9, 9.8053738, 9.3353429, 9.8750068; 10 , 9.757652a , 9.5209263 , 9.875Ô068 , 1 1 , 9.6689040 , 9.67 1 1 780 , 9.8750068 , ■2; 9.5169808, 9-7589324, 9.8750068.

The text on this page is estimated to be only 19.61% accurate

46 ECLIPSES A l'aide de ces logarithmes et de l'obliquité t de l'écliptique, égale à $23^{\circ}.a7/.52//$, on trouvera les valeurs des coordonnées s , y 9 z , ainsi qu'il suit : $t = 8h$, $x = +0,1860$, $y = -0,7171560$, $x = +0,6879860$; 9 , $+0,2302776$, $-0,6122939$, $-0,7563520$, 10 , $+0,3166065$, $-0,4767797$, $+0,8200254$; 11 , $+0,3642915$, $-0,3198304$, $+0,8746428$, 12 , $+0,3700738$, $-0,1512366$, $+0,9164600$ Voici enfin la table des coordonnées q et r , qui fixent, pour chaque instant, le lieu apparent du centre de la lune, sur le disque du soleil, par rapport à l'observateur de Strasbourg, de même que la distance des centres, égale à $y/y+r \cdot \sin 8^{\circ}$, $q = -2627''$, $r = +1084''$, $t/FF'^{838''}$, 9 , -950 ; $+637$, $n43$, 10 , $+622$, $+205$, 655 , 11 , $+206$, -195 , 2125 , $+3575$, -549 , 3617 . En prenant l'intervalle d'une heure pour unité de temps, et t désignant par t le temps compté depuis huit heures du matin, on aura, moyennant la formule d'interpolation du n.° 50 de mon premier mémoire (Tom. VI, pag. 153), les deux formules qui savent : $6^{\circ} = -157^2 + 10407t - 352t^2 + 3/J - f - 4/*$; $34r = +26016 - 10754t - 57t^2 + 86t^3 - 3/*$. A l'aide de ces deux formules générales, j'ai construit, par de longues additions consécutives, la table suivante, qui fait connaître \ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 11.81% accurate

DE SOLEIL.' 47 les coordonnas q , r , de même que la distance
dea centres , de quart d'heure en quart d'heure. «5 , -2197 , 4- 973 , 2403 3o
; —'774 , -h 860 , 1973 45 , -13% , + 748 , < * i55r 9 • o i — 95o , n44 i5 »
- 548 , & 527 , 760 3o t — i5a , + 4i8 ; 445 45 , a38 ; + 3i 1 , 392 10. o , +
622 , + 395 ; 655 ■5 . 4-1001 , •+• 101 , 2006 3e , -4-1376 , l£ 0 » 1376 45 ,
+ 1748 , — 99 . ■ 1751 II. 0 , +21 16 ; — 195 , 3125 i5 , ■4-3482 - 288 ,
3498 3o , +3844^ , - 378 , 3873 45 , +3210 , - 466 ; 3344 ia. o t +3575 ; -
549 . 36i7j Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.60% accurate

48 ECLIPSES L'observateur de Strasbourg verra donc le centre de la lune dans l'écliptique même , à $10^{\circ}3'$, temps de Paris , puisque sa latitude sera nulle alors ; on trouve ensuite facilement , par des interpolations locales , que la conjonction apparente aura lieu & çf. $Z^{\circ}51'$; que le commencement et la fin de l'eclipse, qui doivent arriver lorsque la distance des centres sera égale à la somme des rayons, c'est-à-dire, à $1^{\circ}60'$, auront lieu, savoir; le commencement à $0^{\circ}.50'.40''$, et la fin à $10^{\circ}53'.43''$; le temps se rapportant toujours au méridien de Paris. Pour . déterminer , avec précision , l'époque et l'étendue de la plus grande phase , extrayons du précédent tableau les résultats que voici : $f = gfc.15'$, dist. des centres « $760'$, o , $g.30$ i $4^{\circ}5'$ » $1 > 9$ « $45^{\circ}3'$ » , a , io . $o'655$, 3 . En représentant donc par x le temps compté par quarts d'heures, depuis $0^{\circ}.15'$, temps vrai de Paris , et par y la distance apparente des centres , notre formule d'Interpolation déjà citée nous donnera $y = 760 - 428x + 10x^2$; on aura donc , pour l'époque de la plus courte distance des centres y la racine positive de l'équation $0 = - 4acM - ao^2V + 27/4$ » -, donc, pour cette circonstance, $fsit6878s = a5'.rg''$, d'où $x = 5.7j''$; igitized by Google ■ «■ iJ

The text on this page is estimated to be only 19.19% accurate

DE SOLEIL 49 ce qui rend la grandeur de la partie éclipsée égale
à 1583", c'est-à-dire , 9 doigts ffl ; ou encore , 3g' de plus que pour
l'observateur de Paris; ce qui fait environ un dix-huitième du diamètre
apparent du soleil. En résumant et réduisant les temps au méridien de
Strasbourg ton aura donc les circonstances de l'éclipsé ainsi qu'il suit :
Commencement à . 8\5a'. 4" du mat. Conjonction apparente à : 9-^7 -ap/
Plus grande phase , de 9 doigts 46' f à 10 . 1 .57 Milieu a : . . to. 3.3a
Passage de la lune à l'écliptique à ... xo.5a.38 Fin à m .i5. i , Durée
.»•.«.....;;...;...; 2 .22 .5? §. Ht Calcul pour Nismes. On a , pour Nismes , D
— 2°. i'.o" en degrés ; t= o\ 8'.6" en temps ; ce qui donne ?om. VIL 7

The text on this page is estimated to be only 16.49% accurate

50 — ' ECLIPSES * f.= i760.37'.36"4-2i6626/ ; D'après ces données , et en opérant comme ci-dessus on for*, mera la première table / = 8», (h= i76«.37'.36^ t 9 , i8o#-|- ii .40 .12 , ■ 10 , 180 + *6 4* -48 , 11 , 180+41 .45.24 ; js , 180 4* 56 -48 • o ; On passera de là aux logarithmes des coordonnées X , Y , Z , lesquelles, à l'exception des valeurs de Z et de la première de Y , sont toutes négatives. • * = 8», LogJf=9.85738i5 , Log.r=s8.6a 78202, Log.Z=9.84o4769» 9» 9.849063 1 , 9.1640758, 9.8404769* 10, 9.8091162, 9.5108901, 9.8404769; 11; 9.7308616, 9.68i588i , 9.8404769, 12, 9.5965688, 9-7807377, 9,8404769. On en conclura les valeurs de x, y, z, ainsi qu'il suit: f= 8», *=H-o. 1294979 , y=— 0,7751049 , «=+0,6184193 , 9, +0.2662798, —0,6695269, +0,6934135 , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.22% accurate

©E SOLEIL. $5^* 10$, +0.3691674 , — o,5a85466 ; +0,7644261. ,
 11 , +o.43i 1348 , «^o,36 17503 , +0,8365895 , ia , +o.44y9444 1 —
 0,1805091 , +0,8756432 . » On aura enfin pour les coordonnées q et r du
 lieu apparent du centre de la lune sur le disque solaire , et pour la di.Maucc
 apparente entre les centres des deux astres , relativement à l'observateur de
 Nismes, /= 8*, 7=— 34i3" , r=+i335" , /7qp;=2738" , ■ 9 > — 744 » + 865 ,
 1141 , 10 , + 809 , + 407 , Qo5 , § . . . ix , +3372 , — si ; 3373 , - * 13 ,
 +3683 , — 403 , 37o5 . En prenant l'intervalle d'une heure pour unité de
 temps, et en désignant par / le temps compté depuis huit heures du matin ,
 on conclura de ce dernier tableau T au moyen de notre formule
 d'interpolation , $6y = -Ti4478 + io396 / - 393 / + 8 / M - 3 / \gg$, $34r = +32o4o - ii3t4 /$
 $- 83 / \gg + i8 / J - / \diamond . * < - \sim \blacksquare \ll t$ Au moyen de ces formules générales rien
 ne sera plus facile que de former, par des additions successives, le tableau
 suivant, qui donne, de quart d'heure en quart d'heure , les circonstances de?
 l'éclipsé.

The text on this page is estimated to be only 10.07% accurate

5a ÉCLIPSES : 8* </, a4i3" 3 (r=x4-i335/4-iai; 3of — 1563 ,
+1100 45 , — 1 1 5o :+ 9«§. o , -744 ; .4- 865 i5 , — 346 , 4- 749 3or + 46 ;
4- 633 45 , + 43o , 4- 519 xo. o ; 4- 809 ; 4- 4<>7 i5 ; +n8a ; + *97 3o;
+i55o ; rf «w 45 , 4-i9i3 i - * o , +aa;a , — ai *5 , +2628 ; — lai 3o , — ai8
'45 , +3333 , — 3ta ia. o ; 4-3683 , ; — 40a 'Alors, par des interpola fç la
conjonction apparente locales , on a3a8 ; à >471 . "4« , 8a5 ; 635 : 674 , oo5
; iai8 ; i56i ; î9i5 . aa7a ; s63i ; 3348 £ 3705 celle da Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.69% accurate

DE SOLEIL: 53 apparent du centre de la lune par l'écliptique
 id'.oG'.SG" ; pour celle du commencement de réclipse $8^{\circ} 8' .44''$ et pour
 celle de sa fin loh.fà'JS[■]f, ; le temps étant compté du méridien de Paris. Il
 restera à fixer l'époque et l'éteudue de la plus grande phase; pour avoir l'une
 et l'autre , avec précision , nous extrayerons de noire tableau les résultats
 que voici : $\therefore = 9^{\circ} .15'$, dist. des centres $= 82^{\circ}$, o , 9 .3o , G35 , t , 9 *45 ,
 674 1 2 » 10 . o , go5 i 3 , Désignant alors par / le temps, compté de quart
 d'heure en quart d'heure depuis $9^{\circ} .15'$ du matin, et représentant par y la
 distance des centres, notre formule d'interpolation nous donnera $6y = 495o -$
 $i9oi / + 798 / - 37 < J$; d'où nous conclurons, pour l'époque de la plus grande
 phase, $o = 1901 - T - 1596 / - 11 J / *$, ce qui donne $\therefore = 1,252 = i8'.37''$, d'où y
 $= 625''$, ce qui rend la grandeur de la partie éclipsée égale à $r335''$ ou 8
 doigts x 4" - Ayant donc égard à la différence des méridiens on aura les
 circonstances de l'éclipsé pour Nistnes ainsi qu'il suit : Commencement à
 $8^{\circ} 36'.2o''$. Conjonction apparente à ... ; 9 .36 .20 : Plus grande phase , de 8
 doigts $i4'$, a 9.41.43 Milieu à . 9 .45 .40 . Fin à 10 .55 «9 * Passage de la
 lune à l'écliptique à . . . 1 1 . 5 . 2 ; Durée. 2 .18 .49 *

The text on this page is estimated to be only 27.43% accurate

TRANSFORMATION GÉOMÉTRIE ANALITIQUE. Formules nouvelles pour la transformation des coordonnées rectangulaires dans V espace ; Par M. Gercokmi. La transformation des coordonnées la plus fréquemment employée ; . dans la géométrie à trois dimensions , est celle qui consiste à passer d'un système rectangulaire à un autre système , aussi rectangulaire , ayant la même origine que le premier. On sait qu'alors les coordonnées primitives sont des fonctions du premier degré de celles qu'on leur substitue (*) , ne renfermant point de terme constant ; et l'on obtient facilement , entre les neuf coefficients que ces fonctions comportent , six relations distinctes , lesquelles en renferment implicitement un grand nombre d'autres , non moins symétriques que celles-là. On sait d'ailleurs que ces neuf coefficients ne sont autre chose que les cosinus tabulaires des angles que forment chacun des axes transformés avec les trois axes primitifs. (•) Pour prouver cette proposition, plusieurs géomètres se bornent à observer qu'à un point quelconque, rapporté au système primitif, il ne doit répondre qu'un point unique , dans le système transformé. Mais , si ce raisonnement était concluant , il devrait être également applicable au cas où l'on prend pour nouvelles coordonnées les distances du point variable à trois points fixes. Or , on sait qu'alors les formules nécessaires pour passer des unes aux autres sont loin d'être du premier degré, ne sont pu même rationnelle».

s DES COORDONNÉES. 55 Les relations élégantes qui se trouvent exister entre les neuf arbitraires introduites par la transformation , lorsqu'elles sont bien connues et employées avec adresse , permettent souvent d'heureuses simplifications dans les calculs ; mais elles deviennent aussi quelquefois une source d'embarras. A la vérité , on pourrait en faire usage pour substituer à six des neuf arbitraires des fonctions équivalentes des trois autres , qui alors entreraient seules dans les formules; mais, en faisant même de celles-ci le choix le plus avantageux; c'est-à-dire , en prenant , avec M. Monge , les cosinus des angles que forment respectivement les nouveaux axes avec ceux que l'on suppose leur correspondre dans le système primitif, on ne parvient qu'à des formules radicales , dont la symétrie ne saurait racheter la complication ; et qui sont conséquemment plus curieuses qu'utiles. Guidé par cette considération , que tout changement de situation d'un angle trièdre dans l'espace autour de son sommet peut toujours être effectué au moyen de trois rotations exécutées successivement autour de ses arêtes, Euler a donné un autre procédé de transformation , adopté depuis par Lagrange et Laplace. La méthode d'Euler a l'avantage de n'exiger qu'une application trois fois réitérée des formules très-simples à l'aide desquelles on passe , dans la géométrie plane , d'un système rectangulaire à un autre système rectangulaire de même origine que celui-là ; cette méthode a encore l'avantage de ne mettre en évidence que trois arbitraires absolument indépendantes , comme la nature du problème l'exige ; mais malheureusement les formules auxquelles elle conduit , assez compliquées d'ailleurs , manquent totalement de cette élégante symétrie si justement recherchée aujourd'hui dans l'analyse algébrique -t et la valeur de chacune des coordonnées primitives , en fonction de celles qu'on leur substituent , se trouve être plus ou moins simple , suivant l'ordre observé dans les trois rotations successives. Nous devons remarquer ; au surplus , que les trois arbitraires introduites , lesquelles sont ici les angles qui mesurent les trois rotations, entrant à la fois dans les formules par leur sinus et par leur cosinus ; il s'ensuit que;

The text on this page is estimated to be only 27.95% accurate

-56 TRANSFORMATION si l'on veut conserver à ces formules la forme rationnelle, il faut absolument les considérer comme introduisant six arbitraires, liées deux à deux par trois équations de condition. La méthode d'Euler mériterait donc incontestablement la préférence sur l'autre, si elle conduisait à des résultats plus symétriques (*). Il est connu depuis longtemps que tout changement de situation d'un angle trièdre dans l'espace, autour de son sommet, peut être censé résulter, non seulement de trois rotations successives autour de ses trois arêtes, mais encore d'une rotation unique autour d'un axe fixe, passant par ce même sommet. On a donc lieu d'être surpris, d'après cela, qu'on n'ait point encore songé jusqu'ici à fonder sur cette remarque un mode de transformation de coordonnées. Cependant, dans cette manière d'envisager la chose, les trois axes des coordonnées s'étant absolument traités de la même manière, on pouvait se promettre à l'avance de la symétrie dans les formules. On pouvait penser d'ailleurs que l'application de ce mode de transformation pourrait être très-convenable, soit dans la recherche des surfaces de révolution, soit dans les problèmes de mécanique relatifs à la rotation des corps. Cherchons donc les formules qui peuvent résulter de cette manière de considérer la transformation des coordonnées. Soient x, y, z les coordonnées rectangulaires primitives; soient x', y', z' les coordonnées rectangulaires de même origine que l'on se propose de leur substituer: soit r l'axe fixe passant par l'origine autour duquel on suppose qu'il faut faire tourner le système primitif pour que les axes des x , des y et des z viennent respectivement coïncider avec ceux des x' , des y' et des z' ; supposons en outre que la rotation s'exécute des x vers les y , des y vers les z et des z vers les x (*). On peut consulter, sur tout ce qui précède, le I.^{er} volume du Traité de calcul différentiel et de calcul intégral de M. Lacroix. On trouvera aussi à la page 341 du VI.^{ème} volume de ce recueil, une démonstration très-élémentaire du principe qui sert de fondement à la méthode d'Euler.

The text on this page is estimated to be only 17.62% accurate

DES COORDONNÉES. 57 et désignons par $\#$ l'angle qui en mesure la quantité. Si nous désignons par (r, s) et $(r, /)$ les angles que forme Taxe fixe avec ceux des x et des $/$, nous aurons évidemment $\text{Ang.}(r, /)=\text{Ang.}(r, *)$. (i) Si de plus nous désignons par $(rs, r/)$ l'angle que comprennent entre eux les deux plans conduits par r et par x et l , on devra avoir aussi $\text{Ang.}(r^*, r/)=\#$. (a) Cela posé, soient faits $\text{Cos.}(r, x)=o$, $\text{Cos.}(r, j)=s$, $\text{Cos.}(r, z)=c$; $\text{Cos.}(/, *)=s<$; $\text{Cos.}(/, y)=fi$, $\text{Cos.}(/, x)=y$, $\text{CoU}=m$, $\text{Sin.}J=n$; «H- $\ast<+c^\circ$ »i, (3) $\bullet+\ast MV=r$, (4) $m^\ast-\{-rt^\ast=1$; (5) Les équations de r et de l'axe des $/$ seront $tcx=az$, $(yX=\ast Z$, Pour Taxe des il $cy=bz\%$ \ $yy=fiZ$ En conséquence, on aura mais on a d'ailleurs $\%9m$ ri 5

The text on this page is estimated to be only 16.67% accurate

53 TRANSFORMATION $Co^*(r, s) = sa$; on aura donc (i)
 $a^* + h + cy = 0$. (6) Le plan qui contient r et x a pour équation $cy - lz = 0$, et
celui qui contient r et $/$ a pour équation d'après quoi l'on doit avoir (2)
 $m^{Co5} \cdot \# - Co5 \cdot (r / \cdot rx) - j^{j^{\wedge}, \wedge}$ • Le numérateur de cette expression , qui
revient à $(J^* + \wedge) \cdot -(J^* + \langle \rangle)$; se réduit , en vertu des relations (3 et 6) • à Le
second facteur sous le radical du dénominateur détient , en développant ou ,
par la relation (3) » 1 i Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.34% accurate

DES COORDONNÉES. (i— fl*)»'— ifofiy ou , par la relation (4)
, $l = \{a^* + fo + cy\}$; ou enfin , par la relation (6) , $l = a^*$, ou $l^* + c^*$. Il
Tiendra conséquemment A cause du radical de la valeur primitive de m, on
pourrait concevoir du doute sur le signe du second membre de cette
dernière équation ; mais en remarquant que , par la nature du problème , on
doit avoir en même temps $\ll = i$ et $M = i$, on se convaincra que ce signe doit
être positif. Présentement, on tirera des équations (4>6, 7>> en ayant égard
aux relations (3 , 5) Pour lever l'ambiguïté des signes , supposons que l'axe
fixe r soit symétriquement situé par rapport aux axes des coordonnées
primitives , et que l'on Tasse faire au système un tiers de révolution entière
autour de cet axe ; il est clair qu'alors l'axe de* / deyra coïncider

The text on this page is estimated to be only 15.77% accurate

60 TRANSFORMATION DES COORDONNÉES, avec Taxe des y, on aura donc $\alpha = 0$, $\beta = i$, $\gamma = 0$; mais, dans la même hypothèse l'équation (3) donne $a = i = c = \sqrt{1}$; et Ton a de plus $\alpha = 0$, $1 - \gamma^2 = 1$, $i = i^2$, $t = t^2 = j$, $c = b = 1$; $ab(i - m) - ac(i - m) = f$; ce qui donne $\beta = i$; et prouve ainsi que ce sont les signes supérieurs qu'il faut prendre. On a donc ainsi Cos. $(\beta, \gamma) = a'(i - m) + m$, $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = ab(i - m) - cn$, $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} \{ (i - m) - bo \}$; et Ton aura semblablement $C(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} (i - m)$, $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} (i - m) - h$; $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = bc(i - m) + an$, $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} (i - m) + \frac{1}{2} (i - m)$. $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = ai^2(i - m) - cn$; $\text{Cos.}(\beta, \gamma) = bc(t - m) - an$; «Toi on conclura, par les formules connues, . Ce sont là les formules demandées, dans lesquelles les cinq constantes a, b, c, m, t, n, sont liées entre elles par les deux relations $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$, $f = b' - 4 - \gamma = i$; Les trois premières fixent la situation de l'axe de rotation; les deux autres déterminent la quantité de cette rotation. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.05% accurate

RECHERCHES SUR LES POLYGONES. 61 Si Ton veut repasser du système transformé au système primitif, il faudra faire $\frac{1}{m} = \frac{a}{i - OT} + m \cdot \frac{1}{i - m} + \frac{1}{j} + \frac{1}{K} + \frac{1}{w} - \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{i - m} + m \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{i - m} + \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{z} + \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{i - m} - \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{x} , \frac{1}{\#} = \frac{1}{i - m} + m \cdot \frac{1}{z} + \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{i - m} - \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{i - m} - \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{y} ;$ formules qui ne diffèrent des précédentes qu'en ce que x , y , z y ont pris respectivement la place de $/ , u , t$, et réciproquement , et que n y a changé de signe. U est très-aisé de se rendre raisou de cette dernière circonstance. i. s POLYGONOMÉTRIE. Recherches sur les polygones , contenant la solution du problème proposé à la page 256 du VI,* volume de ce recueil , Par M. Bérard , principal et professeur de mathématiques du collège de Briançon , membre de plusieurs sociétés savantes. JPIIOBLÈME 1. Construire un quadrilatère dont les quatre côtés soient donnés , tant de grandeur que de disposition consécutive ; et qui soit équivalent au quarré construit sur une droite donnée ? Solution. Soit AfiCD le quadrilatère demandé; soient fait* $AB = tf /$

The text on this page is estimated to be only 16.75% accurate

6a RECHERCHES $BC=3$, $CD=s^*$, $DA=</$; et soit k^* le carré
donne*. Tout se réduit évidemment à trouver l'une des deux diagonales, AC
par exemple. Nommons s cette diagonale ; nous aurons 'Aire ABC = -y
 $wx^{ibijc+iaii}$, '— , Aire ADC= $\wedge y/acjx1-t-aJ^j;\wedge-i\pounds J^{\wedge}$ — $x^*—c<—$ «/♦ ;
ajoutant donc ces deux équations, multipliant par 4 et ayant égard à la
condition du problème, il tiendra $1/a(a\gg+6\gg>^{**}—(a\gg—4\gg)'$ — «t -f- $\wedge/aC^{\wedge}$ -
 $M1)^*1—$ Cel — $\wedge$,)î — «♦=s4^{**} » équation qui doit donner x. En chassant
les radicaux, et faisant, pour abrégér, ■ m tiendra équation du quatrième
degré qui se résout à la manière du second (*). Ce problème conduit
naturellement au suivant : (*) On peut obtenir bien simplement l'angle des
deux diagonales du latère. Soit O leur intersection, raisons $OA=r.$, $OB=*4$,
 $OC=y$, $OD=> r^{\wedge}$. $AOB=\wedge$. $COD=\#$, d'où $Ang.BOC=Ang.DOA*z^*—\hat{e}$.
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.37% accurate

SUR LES POLYGONES. & PROBLÈME 11. Entre tous les quadrilatères qui ont des côtés égaux, se succédant dans le même ordre, quel est celui qui a la * plus grande ou la moindre surface? Solution. Tout se réduit évidemment à trouver la valeur de s qui rend maximum ou minimum la quantité égalant donc sa différentielle à zéro, il viendra $f \cos \theta = \cos \theta$. On a $\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2 - d^2}{2ab}$; , ci ensuite $4s^2 = (-1 + \sqrt{y + \sqrt{y^2 - 4}}) \sin \theta$; (i) on aura de plus $a - a \cos \theta = s$ — i $2 \cos \theta = \sqrt{y^2 - 4}$ — $y^2 - 4 = 4 \cos^2 \theta = 4 \sin^2 \theta$, alors la somme de ces quatre dernières équations par l'itération (0, 1) viendra, toutes réductions faites, $\cot \theta = \frac{1}{2} \cdot J. D. G.$

The text on this page is estimated to be only 20.79% accurate

g< RECHERCHES •t- y ~0 Transposant , quarrant et chassant les dénominateurs , on aura ou , en développant , réduisant et transposant , c'est-'a-dire J te qui donne ces deux valeurs X1 B 'on trouve aisément d'ailleurs que les signes supérieur» répondent au minimum. On déduit de là $\text{Coj.}ABC = \frac{1}{2} \frac{1}{r} = , , , , c\langle judc = 2^{*2} = *+*\sim*7* = -C\langle .ABC$. Les angles ABC , ADC sont donc supplément l'un de l'a u ire ; il en est donc de même des angles BAI) * BCD ; le quadrilatère est donc injcripllle au ce/clc. Si

The text on this page is estimated to be only 26.95% accurate

SUR LES POLYGONES. Si l'on veut avoir l'expression du rayon R du cercle circonscrit Δ on remarquera que ce cercle n'est autre chose que celui qui est circonscrit au triangle dont les trois côtés sont a, b, c ; or, le rayon de ce cercle est, comme l'on sait, le produit des trois côtés divisé par le quadruple de l'aire du triangle ; on aura donc $R = \frac{abc}{4\Delta}$ ou, en substituant, $R = \frac{abc}{4 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$: • ♦ » ou enfin, en décomposant • 1 ... formule commode pour le calcul par logarithmes. (Voyez la Géométrie. de M. Légendes). PROBLÈME III. Étant donné un polygone quelconque, à angle* variables t déterminer la forme qu'il doit avoir pour que sa surface soit minimum ? Solution. Soit d'abord un pentagone ABCD, divisé en triangles par les deux diagonales AC, AD. Quel que soit le triangle AED, il faudra que le quadrilatère ABCD soit minimum, et conséquemment inscriptible à un cercle, lequel sera en même temps circonscrit au triangle CAD. Pareillement, quel que soit le triangle ABC, le quadrilatère ACDE devra être minimum, et conséquemment inscriptible à un cercle, lequel sera en même- temps circonscrit au triangle CAD. Puis donc qu'on ne peut circoncrire qu'un cercla unique è ce triangle, il en faut conclure que les deux cercles auxquels? doivent être inscrits les quadrilatère* ABCD et AEDC ne sont qu'uni Tom. VI. fg.

The text on this page is estimated to be only 27.05% accurate

66 RE CHERCHES seul et même cercle ; et que conséquemment le pentagone minimum doit être inscriptible au cercle. En passant du pentagone à l'hexagone , de l'hexagone à l'eptagone, et ainsi de suite , comme nous venons de passer du quadrilatère au pentagone ; on verra clairement que de tous les polygones formés par les mêmes côtés se succédant consécutivement , dans un ordre déterminé , le plus petit est celui auquel on peut circonscrire un cercle. Quand à la manière de trouver soit les diagonales , soit les angles , soit le rayon du cercle circonscrit ; la difficulté croît à mesure que le nombre des côtés du polygone devient plus grand. On arrive cependant , par plusieurs moyens , à une équation finale , dont il ne reste plus qu'à déterminer la racine. Soit , par exemple , le pentagone ABCDE , dans lequel nous supposerons $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DE = d$, $EA = e$; en le décomposant , par une diagonale $AD = x$, en un quadrilatère ABCD , dont les côtés sont a , b , c , x , et en un triangle dont les côtés sont s , d , e , et en désignant par R le rayon du cercle circonscrit au pentagone , lequel doit être en même temps circonscrit au quadrilatère et au triangle ; on aura , d'après les résultats trouvés ci-dessus . $(x-h/-H)(\ll - rf-*)C*-h/-\ll)(x-J+\ll)$ 1 équations qui serviront à déterminer R et s , L'élimination de R entre elles conduira, pour $*$, à une équation du 7.^{ème} degré, qui au surplus sera peut-être susceptible d'abaissement. On peut aussi , pour chaque polygone , parvenir directement } une équation en R , Supposons , par exemple , qu'il soit toujours

The text on this page is estimated to be only 24.95% accurate

SUR LES POLYGONES. 67 question du pentagone ; soient A , B , C , D , E les angles au centre , respectivement opposés aux côtés a , b , c , d » e j on aura $\sin \frac{A}{2} = \frac{r}{a}$, $\sin \frac{B}{2} = \frac{r}{b}$, $\sin \frac{C}{2} = \frac{r}{c}$, $\sin \frac{D}{2} = \frac{r}{d}$, $\sin \frac{E}{2} = \frac{r}{e}$; de là on conclura les cosinus des mêmes angles. On aura ensuite d'où $\sin \frac{A}{2} = \frac{r}{a}$, $\cos \frac{A}{2} = \frac{r}{a}$, développant donc cette dernière équation , et faisant , après le développement, la substitution des valeurs des sinus et des cosinus, on parviendra à une équation finale qui ne contiendra plus que la seule inconnue R , combinée avec les côtés a , b , c , d , e , du polygone proposé.

The text on this page is estimated to be only 29.78% accurate

QUESTIONS PROPOSÉES. QUESTIONS PROPOSÉES.

Problèmes de Géométrie. I Construire un quadrilatère complet , dans lequel on connaît les trois diagonales, et les angles qu'elles forment deux à deux?

II. On propose de déterminer l'équation de la surface de moindre étendue entre toutes celles qui se terminent à la commune section de deux cylindres droits de même rayon , qui se pénètrent de manière que leurs axes sont perpendiculaires l'un à l'autre , et que l'axe de chaque cylindre est tangent à la surface de l'autre ?

The text on this page is estimated to be only 20.82% accurate

MACHINES DIVERSES 69 iii 1 MÉCANIQUE APPLIQUÉE. ■

« * .1 Mémoire descriptif de plusieurs machines , à T usage de la marine ,
construites à Rochefort , • d'après les projets de M. Hubert , officier du
génie maritime \ ■ Par M. Ch. Dupin , correspondant de l'institut , capitaine
du génie maritime , etc. Rapport sur ce mémoire, fait à la classe des
sciences physiques et mathématiques de l'institut ; Par M. de Prohy. classe a
charge M. Sané , M. Molard et moi , de l'examen d'un mémoire de M.
Dupin , son correspondant , contenant la description de plusieurs machines
exécutées à Rochefort , d'après le* projets de M. Hubert , officier du génie
maritime. Celles de ces machines sur lesquelles l'auteur du mémoire désire
principalement fixer l'attention de la classe sont au nombre de sept , dont
nous> • lions donner les descriptions sommaires. Jo». VU , ».° /// , x."
septembre 1816. •*

The text on this page is estimated to be only 22.48% accurate

70 MACHINES Dynamomètre pour éprouver la force des cordages et des toiles à voilés. Les cordages et les toiles employés dans le gréement et la Toile des raiſſeaux , doivent avoir une force conſidérable , pour réſiſter aux actions combinées de la mer et des vents ; et cependant il eſt important de mettre dans leur conſtruction toute l'économie qui peut être compatible avec la ſolidité , et par conſéquent de connaître les efforts que les différentes matières dont ils ſont formés et leurs différents modes de conſtruction les rendent capables de ſupporter. C'eſt dans cette vue que le Miniſtre de la marine , après l'examen des différents dynamomètres employés dans les arsenaux , et ſur le rapport de notre confrère M. Sané , ſon ſpécialiſte-général de la marine , a adopté , de préférence à tous autres , le mécaniſme préſenté par M. Hubert. Le cordage en expérience , mis dans une poſition verticale , eſt ſoutenu par ſon point inférieur à la petite branche d'une romaine horizontale. A meſure que ce cordage eſt tendu , par les moyens dont nous allons parler , le poids curſeur de la romaine eſt éloigné du point de ſuſpenſion par un mouvement de va et vient , fort ſimple , qu'un homme met en jeu en tournant l'arbre d'un petit treuil , de manière que la grande -branche de la romaine demeure toujours horizontale. On a ainſi les efforts ſupportés par le cordage en expérience , non ſeulement lorsqu'il ſe caſſe, mais dans tous les inſtans qui précèdent celui de la rupture. Ce cordage eſt attaché , à ſon extrémité inférieure , à un autre cordage d'une plus grande force que la ſienne, lequel , après avoir paſſé ſur une poulie fixe , ſe ſ'enroule ſur une hélice conique dont l'axe eſt horizontal , et dont la baſe eſt dentée ſur toute ſa circonférence. Cette denture eſt menée par une viſ ſans fin , placée à l'extrémité d'un axe horizontal dont l'autre extrémité porte une

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.80% accurate

DIVERSES. 71 roue verticale ayant sa circonférence garnie de barres perpendiculaires à son plan, et auxquelles s'adaptent les mains des hommes employés à éprouver le cordage. Les principaux motifs qui ont déterminé le Ministre à adopter cette machine, de préférence à celle qu'on employait anciennement, sont sa précision, sa simplicité, et le peu d'effort qu'elle exige sur les barres de la manivelle, relativement au degré de tension du cordage en expérience. §• II Machines pour compter le nombre de tours que fait un axe se mouvant dans des colliers fixes. Les produits des machines hydrauliques mises en mouvement par des axes tournons sont, en général, proportionnels au nombre de tours de ces axes, nombre qu'il est par conséquent essentiel de connaître, pour évaluer tant les effets des machines que les salaires des travailleurs employés à les faire mouvoir. On a depuis long-temps imaginé, pour remplir ces conditions, des systèmes de roues dentées et de pignons portant des aiguilles qui indiquent les unités, dizaines, centaines, etc. L'un de nous a employé cette espèce de système, dans les travaux de fondation du pont Louis XVI, M. Hubert a simplifié fort heureusement l'ancien mécanisme. Deux roues minces de même diamètre et juxtaposées portent l'une 100 et l'autre 99 dents. La roue de 99 tourne sur un axe fixe, par le moyen d'un canon qui, traversant la roue de 100, la dépasse suffisamment pour porter une aiguille destinée à parcourir les divisions marquées sur la face apparente de cette roue de 100, derrière laquelle est couchée celle de 99. La roue de 100 porte un index, qui court sur les graduations d'un limbe fixe, divisé en 10 parties seulement; la denture suppléant aux divisions de 100; et une vis de l'axe vertical de la machine en expérience, engraine à la fois les deux dentures. Au moyen de ces dispositions, lorsque

7* MÀCHIHES ta roue de ico a fait un tour en lier, qui correspond J 100 (ours de la machine , la roue de 99 a fait un tour , plus j; de toor. L'aiguille qu'elle porte a donc marché de £ de circonférence sur h face antérieure de la roue de 100 , et chaque marche pareille est le résultat de 100 tours de la machine; ainsi lorsque, par les inouvemens relatifs des deux roues, celle de 99 , qui indique les centaines, aura fait une révolution entière sur celle de 100, cette dernière , qui en indique les dizaines et les unités , aura fait 99 tours , correspondant à 9900 tours de la machine. Cette machine étant supposée à manège , et les chevaux parcourant environ 24 mètres par tour , les 9900 Jours donnent un espace parcouru total de 237600 mètres. §• IH Machine pour forer les parcs à boulets. On appelle parcs à boulets des madriers en bois, fixés sur le pont ou contre la muraille d'un vaisseau , dans chacun desquels est pratiquée une file de trous hémisphériques , destinés à contenir les boulets , qui doivent s'emboîter très-exactement dans ces trous , de manière à ne prendre aucun mouvement, dans les plus violentes oscillations du vaisseau. La principale particularité de la machine construite par M. Hubert , pour creuser ces trous hémisphériques , consiste dans la forme de la tarrière. Il avait d'abord donné à cet oulil la forme d'un demigrand cercle de la demi-sphère , dont les moitiés , formant le quart du cercle total , étaient aiguisées eu sens contraires , de manière à tailler en même temps, lorsqu'on tournait la tarrière dans le sens convenable ; mais , pour diminuer considérablement le travail du creusement , il a construit une tarrière avant la forme d'un demicylindre , dont le diamètre est cgal au rayon de l'hémisphère à creuser , et dont le tranchant est aiguisé de manière à engendrer cet hémisphère , lorsque le demi-cylindre tourne autour d'une de ses arête*. L'avantage principal de celle dernière disposition consiste

The text on this page is estimated to be only 29.73% accurate

DIVERSES. 73 en ce que les différentes parties de l'arête qui taillent forment des angles différents avec la direction du fil du bois, au lieu que, dans la première disposition, les directions des mouvements de tous les points de l'arête du tranchant, c'est-à-dire, les perpendiculaires au plan qui renferme cette arête, sont toujours parallèles entre elles, et font par conséquent, à un instant déterminé quelconque, les mêmes angles avec le fil du bois. M. Dupin assure, dans son mémoire, que la lanterne perfectionnée économise la moitié de la force motrice. §. IV. Machine à percer dans le bois des trous cylindriques. Le percement des trous cylindriques qui, au premier aperçu, semble plus aisé que celui des trous hémisphériques, est cependant réellement plus difficile, ou au moins plus embarrassant. La lanterne employée pour la première espèce de trous, occupant une grande partie de l'espace dans lequel elle agit, les copeaux qu'elle forme s'accumulent dans la partie cylindrique déjà creusée, augmentent de plus en plus le frottement de l'outil et finiraient par rendre la rotation extrêmement pénible, si on ne retirait de temps en temps cet outil et les copeaux qu'il vient d'enlever. La machine à forer de M. Hubert a pour objet principal de faciliter cette manœuvre, sans arrêter la rotation de la machine. La lanterne est fixée à l'extrémité d'un cylindre de fer mis dans une situation horizontale, et tournant dans des colliers de cuivre. A ce cylindre est adaptée une poulie sur laquelle s'enroule une corde sans fin, au moyen de laquelle on produit le mouvement de rotation. Tout cet équipement est sur un bâti de charpente mobile, porté par deux roulettes à axes fixes, sur lesquelles il peut se mouvoir parallèlement à l'axe de la lanterne. La pièce inférieure de ce bâti, celle qui porte immédiatement sur les roulettes, a son point d'arrière

The text on this page is estimated to be only 21.83% accurate

74 MACHINES attaché au bas (Ton an'ron , oo d'âne perche verticale , fixée par •on point supérieur , laquelle , lorsque le système mobile qui porte la tarrière est poussé eu avant , fait la fonction d'un ressort qui tend a le ramener en arrière : une corde attachée a un point fixe , près de la roulette inférieure , traverse la pièce posée sur cette roulette et qui sert de base au système mobile , rient ensuite passer sur une poulie placée vis-à-vis de son extrémité fixe , et enfin a son autre extrémité attachée a la ceinture d'un homme employé à la manœuvre de la machine. Il résulte de ces dispositions que , lorsque l'homme dont nous venons de parler se porte en arrière , il tend la corde , fait avancer l'outil sur la pièce qu'on veut percer , et fléchit la perche élastique ; et que , lorsqu'il se porte en avant , l'élasticité de la perche , dont l'effet n'est plus contrarié par la tension de la corde , fait reculer tout l'équipage qui porte la tarrière , laquelle sort de son trou , d'où tous les copeaux qui existent se trouvent expulsés. Tous ces mouvements sont absolument indépendans de l'agent employé a faire tourner la tarrière , dont le mouvement de rotation •opère sans discontinuité, et toujours dans le même sens. §. v. Machin* i trouser les trous pour incruster les iez des rouèts des poulies Les poulies s'useraient très-promptement si les essieux qui les traversent frottaient immédiatement contre le bois dont les rouets sont composés ; et , pour prérenir cet inconvénient , on est dans l'usage de garnir d'un des métallique chaque coté de l'œil ou trou cylindrique qui traverse ces rouets. Les des dont nous parlons sont des plaques de cuivre , percées dans leur milieu d'un trou circulaire pour le passage de l'essieu \ mais dont le périmètre extérieur ne doit pas être un cercle coaDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.66% accurate

DIVERSES. 75 eentrique 1 ce trou , afin d'éviter qu'avec l'usage le rouet ne tourne indépendamment du de*. Il faut de plus que ce dez soit encastré dans le roue* avec une telle précision qu'on n'ait jamais à craindre le moindre jeu entre l'un et l'autre. On remplissait ordinairement ces conditions , soit en garnissant le contour extérieur du dez de tenons saillans-sur son périmètre , soit en faisant ce périmètre triangulaire ou quarré, et arrondissant les angles ; mais le travail était long , et la précision du travail difficile a obtenir. M. Hubert obtient la facilité du travail et la précision -de la forme ; en donnant à son dez la figure d'un grand cercle sur la circonférence duquel s'élèvent trois lunules ou portions de petits cercles , ayant leurs centres aux sommets d'un triangle équilatéral inscrit au grand cercle. Il peut ainsi employer , pour creuser les trou» d'encastrement dans le rouet , la machine k forer les trous cylindriques , dont nous avons parlé à l'article précédent , en se servant de tanières dont les mèches aient la forme convenable. § VI. Machine à mortaiser les caisses des poulies. Une des parties difficiles du travail de la fabrication d'une poulie est le creusement de la mortaise a pratiquer dans la caisse ou chappe destinée à contenir le rouet. La machine que M. Hubert a fait construire , pour exécuter ce travail , est une de celles qui , pour être bien conçues , exigent particulièrement qu'on ait les dessins ou un modèle sous les yeux. Nous dirons , en peu de mots , que les ciseaux , d'une forme particulière et nouvelle , destinés à creuser cea mortaises , sont mis dans une situation verticale , suspendus a un levier horizontal, et maintenus de manière à se mouvoir verticalement. Le point d'attache de ces ciseaux est placé entre l'axe de rotation du levier et son autre extrémité , à laquelle se trouve suspendue

The text on this page is estimated to be only 26.71% accurate

76 MACHINES «ue tige de fer verticale , terminée à sa partie inférieure par deux crémaillères parallèles réunies à leurs extrémités par des portions de cercles déniées ; cette pièce d'engrenage est menée par un pignon fixe qui produit un mouvement vertical -de va et vient. Le moyen d'assurer l'alternation et la fixité de cet engrenage nous a paru nouveau. Le ciseau ayant ainsi un mouvement périodique de montée et de descente , il ne s'agit plus que de lui présenter les parties successives du bois qu'il doit enlever pour former la mortaise , et c'est encore le levier qui produit cet effet , par le moyen d'une tige de fer , au bas de laquelle se trouve un cliquetage à rochet qui fait tourner une vis, dont la rotation détermine le mouvement progressif d'une espèce de charriot auquel la pièce de bois à mortaiser est attachée. Ainsi , lorsque cette pièce de bois a été préalablement équarrie , percée d'un trou dont le diamètre est égal à la largeur de la mortaise et mise solidement en place sur son charriot , il ne reste , pour achever le travail , qu'à tourner la roue du va et vient \$. VII Moulin à draguer. Les eaux de la Charente tiennent continuellement dans leur cours de la vase en suspension , qui se dépose partout où la vitesse de ces eaux est ralentie. C'est le cas où se trouvent à Rochefort les avant-cales des vaisseaux , qu'on est obligé de laver chaque jour , à marée basse , et quelques canaux communiquant avec le fleuve , qui exigent des curages fréquents. Mais l'inconvénient de l'envasement se fait sur-tout sentir à l'avant-bassin , dans lequel les cônes de construction ont leur entrée. La Charente y dépose, à chaque marée, une couche d'environ 7 millimètres d'épaisseur ; et , en peu de temps , ces couches accumulées s'élèvent à une hauteur telle que les portes des fermes en sont complètement g

Digitized by Google

DIVERSES. 77 complètement obstrués. On employait autrefois des bœufs pour traîner une drague destinée au curage de ces vases, et ce travail était extrêmement long et dispendieux. M. Dupin dit que sa durée était de plusieurs mois, et évalué sa dépense de 40 à 45 mille francs. On n'ouvrait les portes que tous les trois ans, et on se privait ainsi de l'usage journalier d'un établissement très-important pour les opérations de la marine militaire. M. Hubert a fait construire un moulin à draguer qui remédie à tous ces inconvénients ; le prix d'un seul curage, tel qu'on l'exécutait autrefois, a suffi pour payer les frais de la machine ; et le modique salaire de deux condamnés, chargés de la surveillance du moulin, remplace la dépense que faisaient autrefois 56 bœufs et leurs conducteurs. Voici une idée sommaire du mécanisme. ■ Sur un gros cylindre horizontal sont enroulés, en sens contraires ; des cordages qui, par des poulies de renvoi convenablement placées, tirent la drague en deux sens directement opposés. Quand un cordage agit l'autre cède ; et la drague peut ainsi traîner la vase depuis les portes du bassin jusque dans le courant du fleuve ; et rétrograder pour recommencer une nouvelle course. Ce va et vient de la drague est déterminé ainsi qu'il suit : le moteur de tout le système est le vent, appliqué à un moulin semblable aux moulins hollandais, quant à sa forme et à sa manière de transmettre le mouvement de l'axe, des ailes à un arbre vertical. Le bas de cet arbre porte une lanterne, destinée à mener successivement deux roues dentées, établies autour du gros cylindre horizontal et à une distance l'une de l'autre plus grande que le diamètre de la lanterne ; au moyen de quoi, lorsque cette lanterne engraine dans la roue à droite elle ne touche pas la roue à gauche, et réciproquement ; mais elle fait tourner le cylindre dans un sens ou dans le sens opposé, suivant qu'elle engraine l'une ou l'autre des deux roues dentées, et détermine par conséquent les marches contraires de la drague. Pour opérer cette alternation d'engrènement > M. Hubert a fait jr«». vu. M

78 MACHINES •apporter l'arbre de son moulin par une traverse Horizontale mobile. Un balancier, mû à main d'homme, peut agir sur cette traverse, tantôt à droite , tantôt à gauche , et fournit ainsi le moyen de changer l'engrenage à volonté. Une circonstance heureuse facilite ce mouvement alternatif , et amortit le choc que la lanterne tend à exercer contre la roue dentée qu'elle va rencontrer. Le cordage qui tirait la drague , dans l'engrenage prêt à cesser , étant extrêmement tendu , aussitôt que la lanterne n'agit plus pour le faire tirer, se détend et donne au cylindre un mouvement rétrograde , qui est précisément celui que le changement d'engrenage doit lui communiquer ; les dents de la seconde roue se trouvent donc animées du même mouvement que la lanterne , et leur emboîtage réciproque est extrêmement facilité. U faut voir sur les plans les moyens imaginés pour faire enrouler et dérouler uniformément les deux cordages qui déterminent le va et vient de la drague , pour faire dévier latéralement cette drague, afin qu'elle creuse successivement des sillons parallèles sur toute l'étendue de la surface à curer , etc. La forme de cette drague est aussi digne d'attention; les dessins en sont sous les yeux de la classe. S. vin. Machines diverses mues par le moulin à droguer. Le curage de l'avant-bassin des formes n'est pas la seule fonction du moulin à draguer qui en remplit d'autres encore , d'autant plus importantes qu'elles se rapportent à des objets de fabrication dont on a an besoin continuel dans les ports de marine militaire. Cest pour ces objets de fabrication que M. Hubert a adapté à son moulin d'autres machines qui emploient très-utilement la force du vent , pendant les intermittences du dragage. La première de ces machines , placée au rez-de-chaussée , est un Uminoir d'une parfaite exécution , et dont la composition , quoique

The text on this page is estimated to be only 22.73% accurate

D I V E R S F>S". 79 ne profitant pas d'idées absolument nouvelles , n'en offre pas moins plusieurs détails ingénieux. Un accident qui a un jour arrêté la rotation des cylindres , a donné lieu à une observation curieuse sur la force du moteur et sur la solidité de la machine. Un manchon de fer , gros comme la cuisse , servant à communiquer le mouvement au laminoir , s'est tordu d'un quart de circonférence , sur la longueur d'environ un mètre , et se serait infailliblement brisé si l'action qui le tordait ainsi se fut continuée. Un second mécanisme , établi au 3.^m étage du moulin , fait mouvoir des meules à broyer les couleurs dont on se sert pour peindre l'extérieur et l'intérieur des vaisseaux. Quatre Jeux de meules » accouplées deux à deux , sont ainsi mis en mouvement ; l'inférieure de chaque couple est fixe , et la supérieure tourne autour d'un axe vertical. Enfin , M. Hubert a réuni aux machines précédentes un tour » tourner les essieux des poulies , placé au deuxième étage du moulin et qui se meut aussi par la force du vent. Cet habile ingénieur est l'inventeur ou le constructeur de plusieurs autres machines dont nous nous dispenserons de parler , et parmi lesquelles on distingue la machine à tailler les vis et celle qu'on emploie pour changer les chiffres et les emblèmes des vitrages des vaisseaux. Il fait exécuter en ce moment à Rochefort un moulin à scies qui aura la propriété de diviser les bois non seulement en parties planes , mais suivant des surfaces développables quelconques. S. ix. Observations et conclusions» La classe remarquera sans doute avec satisfaction que M. Hubert^ s qui on doit les machines dont nous venons de donner une notice sommaire , et M. Dupin , l'un de ses correspondans , qui lui a fait connaître ces machines , et qui lui-même est auteur de plusieurs

80 MACHINES ou n-agea qu'elle a couronné» de son suffrage ; sont deux anciens élèves de l'école polytechnique. Il est maintenant peu de branches soit des hautes sciences, soit des arts utiles aux services publics et à la société en général , qui ne doivent aux hommes sortis de cet établissement célèbre , ou quelque découverte ou quelque amélioration. Le mémoire de M. Dupin , dont il n'a lu qu'un extrait à la classe , prouve , par la clarté des descriptions et des détails instructifs qu'il y a joints , combien ce jeune savant sait tirer parti de ses voyages. Quant aux machines de M. Hubert , leur utilité ne saurait être révoquée en doute , puisqu'elles sont toutes exécutées , employées à des travaux d'une grande importance , et que leur succès est parfaitement constaté par l'expérience. Les seuls objets de discussion auxquels elles peuvent donner lieu sont donc relatifs soit à la nouveauté des mécanismes, soit aux améliorations dont quelques-uns d'entre eux pourraient être susceptibles. Nous ferons, à cet égard, les observations suivantes : 1. ° Dans la machine à éprouver la force des cables, le moyen d'évaluer l'effort qui a lieu , à chaque instant de la durée de l'expérience, nous paraît neuf ; mais nous désirerions que la machine pût, en même temps , mesurer avec exactitude les allongemens correspondans du cable. 2. # Nous sommes convaincus que M. Hubert a tiré de son propre fond l'idée ingénieuse de son compteur; mais le célèbre Al. R.EICHEMBACH, de Munich , a employé , depuis plusieurs années , un mécanisme semblable , dans les salines de Bavière. 3*° 11 nous semble que , dans la machine à percer les parcs à boulets , on pourrait supprimer la vis , en complétant la mèche par une pièce en métal qui ne ferait que glisser , et qui serait en arrière de toute l'épaisseur du manchon qu'on veut enlever. Cette pièce rapprocherait la forme de l'outil de celle du foret pour les métaux , qui rend l'épaisseur du copeau indépendante de la pression. Au reste , cette machine n'en est pas moins très-ingénieuse et remarquable, par des détails nouveaux. La forme donnée au tranchant de la tar

The text on this page is estimated to be only 28.42% accurate

DIVERSES. 8^orière o/ Fre une nouvelle preuve de l'utilité que les arts peuvent tirer de la géométrie descriptive. 4* Le porte-foret de la machine à percer des trous cylindriques dans le bois a quelque rapport avec celui que M. Leturc a adapté, il y a environ 30 ans, à la poulisserie établie à Brest; mais le mécanisme de M. Hubert mérite la préférence, pour la simplicité et la solidité. 5. ° L'application du mécanisme précédent à l'incrusement des dezes des poulies nous paraît également heureuse et nouvelle. 6. * M. firunnct, mécanicien français, établi en Angleterre, a employé, à l'amirauté de Londres, une machine fort ingénieuse pour mortaiser les caisses des poulies, dont la description et la gravure se trouvent dans l'Encyclopédie de Re'ss; ce moyen est différent de celui que M. Hubert a imaginé, et il serait à désirer qu'on eût quelques expériences propres à faire connaître les mérites respectifs des deux mécanismes. On a employé, depuis long-temps, des va et vient qui ont plus ou moins d'analogie avec celui que cet ingénieur a adapté au levier de la machine dont nous parlons, parmi lesquels on peut citer celui de l'anglo américain White, décrit dans un rapport sur la machine de Marly, rédigé par deux d'entre nous; mais le pignon; mobile dans le mécanisme de "White, est fixe dans celui de M. Hubert^ et ce dernier mécanisme est de plus remarquable par un moyen neuf et ingénieux, employé pour maintenir la position et la verticalité de la denture mobile, pendant chaque montée et chaque descente. Les formes données à la partie tranchante des ciseaux sont aussi dignes d'attention, 7.0 Le système général des machines que le moulin à vent établi près des formes de Rochefort fait mouvoir, est une conception très* remarquable et qui honore son auteur, tant par l'heureuse combinaison des mécanismes que par l'art et la perfection de l'exécution. Deux d'entre nous ont vu le jeu de ces machines, dont on a obtenu

The text on this page is estimated to be only 21.69% accurate

3a MACHINES DIVERSES. Vut le succès désirable , et dont la marine militaire retire les avantages réunis et de l'économie dans la dépense et de la perfection du travail. Nous nous bornerons à citer , parmi les améliorations nouvelles qu'elles présentent , la forme de la drague. Cette drague était anciennement un petit traineau , armé d'un tranchant mobile auquel M. Hubert a substitué une espèce de roue à aubes , dont les augets tombent après s'être remplis de vase , dans la partie à curer » laissent échapper cette vase , dans le lieu destiné à son émission. Nous pensons que le mémoire descriptif de M. Dupin lui mérite les remerciements de la classe, et doit être imprimé parmi ceux des savants étrangers , en y joignant les gravures de ceux des dessins joints à ce mémoire qui seront jugés les plus propres à en faciliter l'intelligence. Signé Safé , Motard , de Prony , rapporteur. La classe approuve le rapport et en adopte les conclusions. Paris, le 5 février 1816. Certifié conforme à l'original , par le secrétaire perpétuel , chevalier de la légion d'honneur ,, Signé Delambré. * Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.14% accurate

RECHERCHE DES ORBITES DES CORPS CÉLESTES. 83
MÉCANIQUE CÉLESTE. Recherche approximative des orbites des corps célestes , au moyen de trois ou d'un plus grand nombre d'observations peu distantes; Par M. Gerconnl 33 ans on précédent mémoire (pag. i) , nous avons réduit la recherche des élémens de l'orbite d'un astre a celle des trois coordonnées de son centre , pour une époque déterminée quelconque , et de ses vitesses , pour la même époque , dans les directions de ces trois coordonnées. Examinons présentement Comment , au moyen de trois cm d'un plus grand nombre d'observations , séparées les unes des autres par de courts intervalles de temps , on peut parveuir à des valeur* suffisamment approchées de ces six quantités. Soient toujours prises respectivement , pour les axes des x , des y et des z positifs , les droites menées du centre du soleil à l'équinoxe du printemps solstice d'été et au pôle boréal de Féclip» tique. En conservant fpour plus de simplicité, comme dans le mémoire cité , la notation des fonctions dérivées , et prenant toujours le temps pour variable indépendante ; x , y , z seront les coordonnées du centre de l'astre , pour l'époque t , et ses vitesses , pour la mèrae époque , suivant les directions de ces coordonnées , seront respectivement , $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, En outre , nous continuerons de repré

The text on this page is estimated to be only 21.47% accurate

84 RE CHERCHE DES ORBITES senter par $\wedge$ le quarré du quotient qu'on obtient en divisant la longueur de la circonférence dont le rayon est m par la durée de l'année sydérale ; au moyen de quoi le demi-grand axe de l'orbite terrestre se trouvera être l'unité de mesure des longueurs. Quant a l'unité de mesure du temps , ce sera celle que l'on aura arbitrairement choisie pour exprimer la longueur de l'année sydérale. En conséquence , les circonstances du mouvement de l'astre seront «enfermées dans les équations $jrx'' - \dots = 0$, $yz'' - y''z = 0$, (2) $rV' - Hr_z = 0$. (*) (3) Une observation , faite d'un lieu quelconque , fixera complètement la situation du rayon visuel dirigé de l'observateur vers l'astre j de aorte que , si nous prenons pour les équations de ce rayon $x = mz + g$; $y = nz + f$ 9 (4) g , h , m , » seront des quantités assignables , mais variables , comme S , y , z , avec le temps /. En difterentiant donc deux fois consécutivement les équations (4). en aura $xt = m'z - mz(-g \setminus y' = n'z + nz' + hf$, (5) $a/rm'HîmV + \wedge V \gg r'' - \dots$ ♦ (fi) Si l'on suppose que s et y soient , pour l'époque de l'obserra(♦) On • vu , dan* le premier mémoire (pag. 1) , que les équation* du **ment de fritr* étaient * $\gg = \wedge \pounds$, $V'' = -\%*$ MaU.en éii nant $r \gg$ dei deux première» , au moyen de la dernière , et chutant le min*teur dans celle-ci , on parvient a celle» que nous itized by Google

DES CORPS CÉLESTES. 85 tion et pour le lieu de l'observateur, les longitude et latitude apparentes du centre de l'astre ; il est aisé de reconnaître qu'on aura $77I = Co3.jSCot.y$, $n = Sin.i \gg Cot.y$. (7) Quant a g cl h , ce sont évidemment les coordonnées du point où le plan de l'écliptique est percé par le rayon visuel. Il sera donc possible d'en déterminer les valeurs si, comme nous devons le supposer, l'on connaît, pour l'époque $/$, la situation de la terre par rapport à l'écliptique, et celle de l'observateur sur sa surface. Cette manière de calculer g et h aura, comme on le voit, l'avantage d'éliminer l'erreur provenant tant de la parallaxe inconnue de l'astre que de la petite latitude que le centre de la terre peut avoir, par rapport au plan moyen de l'écliptique. Si l'on a trois ou un plus grand nombre d'observations, peu distantes entre elles ; en comptant les $/$ depuis une époque à peu près moyenne entre celles des observations extrêmes ; on pourra, à l'aide des procédés connus d'interpolation, ou, mieux encore, par les méthodes indiquées (Tom. VI, pag. afa) > construire les valeurs générales de g , h , m , n , fonctions rationnelles et entières de $/$, et en conclure ensuite, par deux différentiations consécutives, celles de gf , g'' , h' , A'' , m' , m'' , n' , n'' . Toutes ces valeurs seront ainsi suffisamment approchées, pour l'époque $/=o$ & laquelle on devra s'arrêter de préférence, afin de simplifier les calculs. Il sera donc permis, dans tout ce qui va suivre, de considérer toutes ces diverses fonctions comme absolument connues. Si, comme on paraît y devoir être autorisé, dans une recherche de la nature de celle-ci, qui est purement approximative, on se permet de négliger la parallaxe de l'astre, ainsi que la petite latitude du centre de la terre ; s et $\gg$ deviendront proprement des longitude et latitude géocentriques, pour l'époque $/$. De plus, si l'on désigne par $<$ le rayon vecteur de la terre, et par $\gg$ sa longitude, ou celle du soleil augmentée de deux angles droits, on aura

Tom. VII sa

86 RECHERCHE DES ORBITES $\xi = \{ \cos. \llcorner , A = e \sin. \llcorner ; (8) \text{ d'où}$
et en outre , par le principe de la gravitation $\wedge + \wedge = 0, \wedge = 0$, (9) équations qui
pourront servir, dans la présente hypothèse, à simplifier les formules finales
auxquelles conduira la solution du problème. On remarquera , au surplus ,
que , tout étant connu dans le mouvement de la terre , on peut profiter des
circonstances particulières de ce mouvement pour déterminer directement et
sans recourir à, aucune sorte d'interpolation ; les valeurs des fonctions $g / \gg$
 $g'' \gg h' , h''$ qui doivent correspondre à l'époque $t = 0$, ou à toute autre époque
qu'on aura choisi. Mais , de quelque manière d'ailleurs que Ton juge devoir
procéder à la détermination de ces quantités , cela ne changera absolument
rien à la marche du problème qui nous occupe. M. Laplace (Mécanique
céleste , liv. II) prend pour données $\llcorner \gg f_i \gg y , e$ et leurs fonctions dérivées
des deux premiers ordres , déduites d'un nombre suffisant d'observations;
mais il paraît plus convenable de leur préférer les fonctions $g , h , m f n$
faciles à déduire des premières, ainsi que leurs fonctions dérivées des deux
premiers ordres ; attendu que les fonctions de cette dernière sorte s'offrent ,
pour ainsi dire , d'elles-mêmes dans les équations du problème , et qu'elles
s'y présentent seules. M. Legendre (Nouvelles méthodes pour la
détermination des ■ orbites des comètes ; Paris , 1806) , ayant senti quelque
répugnance à employer des coefficients différentiels déduits de
l'interpolation , a préféré recourir à l'emploi de trois systèmes de valeurs de
 $g , h , m t n t$ et des temps auxquels ils doivent correspondre. Mais , ce que
nous avons dit (Annales , tom. VI", pag. 84a) paraît de nature à dissiper
tous les scrupules que l'on pourrait concevoir à ce sujet;

The text on this page is estimated to be only 28.35% accurate

DES CORPS CÉLESTES. 87 et d'ailleurs remploi des coefficient différentiels conclus de l'observation , est le seul moyen qui paraisse s'offrir pour rendre le problème algébrique , sans recourir a aucune supposition étrangère aux loi» générales de la gravitation. Si l'on avait plus de trois observations , on pourrait pousser l» recherche des coefficients différentiels jusqu'aux valeurs de g''' , $t h'''$, m''' , n''' s et nous avons fait voir ailleurs (Annales , tom. II , pag. 1) qu'en joignant ces données aux douze autres , et supposant toujours d'ailleurs que l'observateur se meut sur l'écliptique même, on pourrait parvenir directement aux valeurs de s , x_1 , y , y^* , x , x' , par des formules du premier degré. Nous pensons que c'est là la seule manière légitime de simplifier la solution du problème ; mais on sent fort bien que ceci ne saurait être raisonnablement admis qu'en théorie , et que , dans la pratique , on doit se défier de l'emploi des coefficients différentiels du troisième ordre , qu'on ne saurait guère se promettre de déterminer avec une précision suffisante. D'après ce qui a été dit ci- dessus , les dix équations (x , 2 3,4,5,6) ne renferment d'autres inconnues que les trois coordonnées * , y , z , les vitesses x' , y^* , z_1 , dans le sens de chacune d'elles , les forces accélératrices s'' , y'' f x'' , suivant les mêmes directions , et enfin le rayon vecteur r ; c'est-à-dire que ces équations sont précisément en même nombre que les inconnues qu'elles renferment; elles doivent donc nous donner, sans aucune supposition gratuite , les valeurs de ces inconnues , ou du moins des six premières , les seules qu'il nous importe de déterminer» Le procédé à suivre pour les obtenir ne présente aucune difficulté ; d'abord en chassant s , y , s^0 , y'' des équations (1 et a), au moyen des équations (4 et 6) , on trouve $T > = ^{+m^*+n^*} z^* + 2(mg+nn)z + (s^* - \{-A^*\})$, (10) $gz''^{zm,zz,'^{\wedge}-m'tz^*-\backslash-gitz}$, (11) $hz''^{*ntzz'+n} z^0\%- \backslash-h \gg z$; (12) l'élimination de z^* entre les deux dernières donner»

The text on this page is estimated to be only 21.66% accurate

88 RECHERCHE DES ORBITES $(m'h-n'g)z = \{(m'n''-m''n<)z + (mW - n'B'')\}z$; (i3) mettant pour z dans celle-ci sa valeur donnée par l'équation (3) et divisant par z , on en tirera $(mV - n'm'')^* + (m'A'' - nfc'')$ ' ^ égalant enfin le cube de la valeur (10) de r^* au quarré de la valeur (i4) de r^* , on aura l'équation finale en z laquelle monte , en général , au 8.* degré. L'élimination de z'' entre les équations (ti et la) donne ensuite * $\{m'h \sim n'g\}z'^m \gg h^{\wedge} S)z = gh'' - g'h$, d'où * $aOn'A-wfr)$ ' ^ ainsi , * étant déterminé par l'équation (i5) , on en conclura z^* par cette dernière formule } les équations (4 et 5) donneront ensuite * » y Y y J* î Le problème se trouvera donc complètement résolu. Si l'on veut faire abstraction de la parallaxe de l'astre et de la petite latitude du centre de la terre, on aura (7 et 8) $j7i\text{f}+n\grave{a} = < \text{Cos.}(\ll - \#)\text{Cot}^*$, (8) $tf+J-sf$, (g) $\wedge//\wedge/-i$ (m'h-n's) (9) $gh \diamond - g''h = 0$; en conséquence, l'équation (i 5) deviendra Digitized by Googl ■

DES CORPS CÉLESTES. 89

$$tz > + \lll \cos.(\ll - ^\wedge) \sin.2y - K1 \sin.V\hat{I}, =$$

$$/*'c'(*')\gg - \gg \text{fr}' \text{Sln.} * > ()$$

et on aura ensuite simplement 11 est aisé de voir que , par le développement , le dernier terme de l'équation (17) s'évanouira ; de sorte qu'après sa suppression et la division par z , elle ne s'élèvera plus qu'au 7/ degré seulement; et , comme jamais la parallaxe de l'astre et la latitude du centre de la terre ne sauraient être fort considérables , il faut en conclure que, dans le cas général , l'une des racines réelles de l'équation (i5) doit être fort petite , comparativement aux autres , et qu'on ne doit tenir aucun compte de celle-là. On voit , en même temps, que l'hypothèse actuelle dispense de l'emploi et conséquemment du calcul des fonctions g'' , h'' . On voit donc que le problème qui nous occupe conduit naturellement à une équation du 8.' degré , ou tout au moins du 7.* ; et les divers modes de solution qu'on en a présenté ont principalement pour but d'éluder cette difficulté. Mais, après y avoir longuement et mûrement réfléchi , après avoir entrepris un grand nombre d'essais et de tentatives , il nous a paru que tout procédé différent de celui que nous venons de suivre serait toujours sujet à de très-graves objections ; et qu'au lieu de chercher à éviter la résolution de l'équation (i5), il était beaucoup plus convenable de profiter de la forme particulière sous laquelle elle se présente pour rendre la détermination de ses racines réelles aussi peu laborieuse qu'il se pourrait. On peut remarquer , en effet , que cette équation n'a pas toute la complication que son degré comporte ; et que le point le plu» important, et en même temps le plus difficile est d'obtenir une approximation grossière de ses racines réelles; or, c'est à quoi on

The text on this page is estimated to be only 21.55% accurate

9o RECHERCHE DES ORBITES peut parvenir assez aisément ,
«oit par une trace graphique soit par le calcul , ainsi qu'on va le voir.
L'équation (15) est évidemment le résultat de l'élimination de p et q entre les
trois équations $Pl=r$, (1) $(m'a^* - m''n')^* + im'^* - n/6^*)$ ' dont les deux
dernières peuvent être écrites ainsi $(m'A'' - n'^{\wedge}) m'h - n'g$ L'équation (1)
est celle d'une seconde parabole cubique , tout & fait indépendante de la
nature des données, et dont le paramètre est l'unité , c'est-à-dire , le demi-
grand axe de l'orbite terrestre. En prenant donc une ligne droite, d'une
longueur arbitraire, pour ce demi- grand axe , on pourra construire cette
courbe avec soin , une fois pour toutes , et s'en servir pour tous les
problèmes particuliers qu'on aura à résoudre (*). (*) On peut tracer cette
courbe sur le cuivre , et en tirer ensuite un nombre tainsant d'épreuve*.
C'est ainsi qu'on trouve cher M.me veuve Courcier, à Paris f des épreuves
de la première parabole cubique que M. Monge combine avec la. ligne
droite pour obtenir les racine» réelles de l'équation du 3.» degré sans
second terme (Voyez la Correspondance* sur l'école polytechnique , tom. III
> page aw).

The text on this page is estimated to be only 24.23% accurate

DES CORPS CÉLESTES, 9^t L'équation (II) est celle d'une parabole ordinaire dont l'axe , parallèle à celui des z , en est distant de la quantité $S + h - >$ prise avec son signe , dont le sommet est distant de l'axe des x de la quantité $mg + nh$ prise également avec son signe , et dont enfin le paramètre est Enfin , l'équation (111) est celle d'une hyperbole équilatérale , dont l'une des asymptotes est l'axe des z lui-même , dont l'autre , parallèle à l'axe des y , en est distante de la quantité $m'A'' - n'g \gg f$ prise avec son signe; cette courbe est située dans Us angles des coordonnées de mêmes signes ou dans ceux des coordonnées de signes contraires , suivant que la quantité $m'A'' - n'/f$ est positive ou négative ; et ses demi-axes sont égaux à la racin* quarrée du double de cette quantité , prise positivement. Cela posé , soient construites , sur deux axes rectangulaires, dont l'un , celui des abscisses , soit constamment l'axe des s , tandis que

The text on this page is estimated to be only 29.31% accurate

9a RECHERCHE DES ORBITES celui des ordonnées sera successivement l'axe des p et l'axe des q ; les courbes (II et III) (*). Soit ensuite construite sur les axes même de la courbe (I), supposée déjà tracée, une seconde courbe, dont les coordonnées soient les coordonnées qui se correspondent dans les courbes (II et III) précédemment construites; Cette seconde courbe coupera la première en plusieurs points, dont les coordonnées seront les valeurs de p et q . Considérant ensuite ces coordonnées comme ordonnées correspondantes du premier système de courbes; l'abscisse commune, répondant à chaque couple d'ordonnées, devra être prise pour valeur de z ; en négligeant toutefois une valeur de z qui sera nulle ou du moins très-petite. Si l'on voulait faire abstraction de la parallaxe de l'astre et de la latitude du centre de la terre, le procédé serait encore le même, sauf les petites modifications que voici: la distance de l'axe de la parabole ordinaire à l'axe des z serait $\cos. \alpha \cos. \beta$, la distance de son sommet à l'axe des p serait $\cos. \alpha \sin. \beta$; et son paramètre serait $\sin. \beta$. En outre, une des valeurs de z serait tout-à-fait nulle. (•) Il existe un grand nombre de machines propres à tracer d'un mouvement continu, des sections coniques de toutes dimensions, entre des limites plus ou moins étendues. M. Deshayes, professeur de physique, d'abord au collège de Nancy, puis à l'école centrale de la Meurthe, mort depuis quelques années, mécanicien et opticien, non moins adroit qu'habile géomètre, et à qui il n'a manqué qu'un peu moins de modestie pour se faire un nom parmi les savans, en avait construit une extrêmement ingénieuse et commode et d'une grande précision, que j'ai vu entre ses mains en 1788. J'ignore ce que cette machine est présentement devenue. Nous Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.54% accurate

DES CORPS CÉLESTES. Nous ne prétendons pas que Je
procédé que nous Tenons d'en, «eigner soit susceptible d'une extrême
précision ; mais il n'en est pas moins très-propre à faciliter la résolution de
l'équation (15) ou de l'équation (17) dont on peut ensuite poursuivre une
approximation plus exacte des racines, par la méthode de Newton, ou toute
autre équivalente. Au surplus , ceux qui manquent de goût ou d'adresse pour
les» procédés graphiques peuvent facilement remplacer celui-ci par des
tables équivalentes. Il faudra d'abord construire une table générale r
commune à toutes les applic;> lions qu'on voudra faire, laquelle devra
contenir les valeurs correspondantes de p et q f déduites de l'équation (I).
Pour plus de commodité on fera bien de construire cette table double , en
prenant successivement p et q pour argument Dans chaque application
particulière , il faudra construire une* seconde table à trois colonnes , celle
de» x , celle des p et celle des y , dont z sera l'argument , et qu'on remplira
facilement au moyen des formule» eu de celles-ci de />=s*«+ezCos.
(—/i)Sm.aH-e*Sin.V , Ç- — - i Cherchant alors dans cette dernière table
des valeurs de p et q qui soient les mêmes que dans la première , les valeur»
de x auxquelles elle» se trouveront appartenir seront les racine» cherchées.
Nous ne nous sommes permis , dans tout ce qui précède, aucune
supposition particulière sur la nature de la trajectoire ; il paraît er» effet que
, lorsqu'un astre n'est visible que dans une petite portion de son cours , tout
ce qu'on en peut raisonnablement conclure c'est que cet astre décrit une
section conique qui s'éloigne du cercle d'en* I,ms VIL ,3,

94 RECHERCHE DES ORBITES DES CORPS CELESTES.

manière assez notable : or , l'hypothèse d'un mouvement parabolique *, ou seulement a peu près tel , n'est , pour ainsi dire , qu'un infini-, ment petit dans le nombre de celles que cette circonstance autorise encore. Si même on considère combien il est rare de rencontrer une parabole qui satisfasse exactement à une longue suite d'observations ; si l'on considère que l'hypothèse rectiligne de Képler a quelquefois été employée avec assez de succès au calcul des éphémérides ; si , enfin , on songe au petit nombre des comètes dont on a pu observer plusieurs retours , on sera fort tenté de croire que les orbites de beaucoup d'entre elles pourraient fort bien être hyperboliques. Nous sommes d'ailleurs d'autant plus fondés à rejeter l'hypothèse parabolique que , si elle peut simplifier le calcul d'un éphéméride , elle est d'un bien faible secours dans la recherche des élémens , du moins lorsqu'on y procède comme nous l'avons fait ici. Dans un prochain article nous appliquerons notre méthode à un exemple. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.21% accurate

THÉORÈMES NOUVEAUX. 9^e GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Théorèmes nouveaux , sur les lignes et surfaces du second ordre ; Par M. Frégier , ancien élève de l'école polytechnique. J'ai donné, à la page 229 du VI.^e volume de ce recueil, sur les lignes et surfaces du second ordre, deux théorèmes nouveaux, assez remarquables , que j'ai généralisés ensuite , 4 la page 3a 1 du même volume. Je me suis aperçu postérieurement que ces théorèmes étaient susceptibles d'une généralisation beaucoup plus grande encore ; et c'est sous ce nouveau point de vue que je vais le reproduire ici.

THÉORÈME I. Si deux lignes du second ordre , tracées sur le même plan , sont telles que le centre de la seconde soit situé sur le périmètre de la première ; toutes les cordes qui , dans celle-ci , se termineront à ses intersections avec les prolongements de deux diamètres conjugués de l'autre , se couperont en un même point , situé sur le conjugué du diamètre qui, dans la seconde courbe , est tangent à la première. Démonstration. Soient pris pour axes des coordonnées les deux diamètres conjugués de la seconde courbe, dont l'un est tangent à la première , de manière que ce dernier soit l'axe des y . L'équation de la première courbe sera de la forme

The text on this page is estimated to be only 11.87% accurate

THEOREMES (0 de la de la $W=i$; (3) ε étant une constante.

L'équation du système de ces deux diasera donc de léonaboa (,) . H tiendra.

* $\rightarrow -K \text{ tf} + ^H - ^r + c - o$; (5) Équation d'une droite qui est évidemment la corde qui, dans (i) » ses points d'intersection avec le système de diamètres (4> Or, ans la Tue de saroir en quel point cette droite coupe l'axe , on fait dans son » , tout-l-fait indépendante do système de diamètre* qu'on » choisi s ce qni démonte complètement le

The text on this page is estimated to be only 27.47% accurate

NOUVEAUX. 97 THÉORÈME IL Si deux surfaces du second ordre sont tellement situées dans l'espace, que le centre de la seconde soit sur la première et tous les plans sécants à celle-ci qui passeront par les points où elle est traversée par les prolongements de trois diamètres conjugués quelconques de l'autre, se couperont en un même point, situé sur le diamètre de la seconde surface dont les conjugués sont tangents à la première. Démonstration. Soient Σ la première surface, S la seconde, et O le centre de celle-ci, situé sur l'autre. Concevons, par ce centre, trois diamètres conjugués dont les directions rencontrent Σ en A, B, C . Imaginons ensuite que l'on passe de ce système de diamètres conjugués à un autre, dans lequel les directions des diamètres rencontrent Σ en A', B', C ; c'est-à-dire, de manière que le diamètre dont la direction est OC soit commun aux deux systèmes. Il est connu que les deux angles $AOB, A'OB'$ seront dans un même plan. Soient π et π' les lignes du second ordre suivant lesquelles ce plan coupe les surfaces Σ et S . Soit T le plan tangent à Σ en O ; et soit enfin ℓ la droite suivant laquelle ce plan est coupé par le plan des angles $AOB, A'OB'$; cette droite ℓ sera tangente à Σ en O . Cela posé; ℓ est une ligne du second ordre, située dans le même plan avec π , et ayant son centre sur son périmètre; et OA, OB' ; aussi bien que OA, OB , sont les directions de deux diamètres conjugués de cette courbe; d'où il suit (Théorème 1) que les deux cordes $AB, A'B'$ se couperont en quelque point P du diamètre de Σ dont le conjugué est ℓ ; et que ce point P sera tout-à-fait fixe, indépendant de la situation du second système par rapport au premier. Donc aussi les deux plans $ACB, A'CB'$, qui passent constamment par les deux points fixes C, P , se couperont constamment suivant une droite CP , fixe comme ces deux points, et tout-à-fait indépendante de la situation respective des deux plans. OP et ℓ sont donc deux conjugués de OC ; d'où il suit que, réciproquement, OC et OP sont deux conjugués de ℓ ; donc, par les théories connues, tous les autres conjugués de ℓ sont situés dans

The text on this page is estimated to be only 21.64% accurate

98 THÉORÈMES NOUVEAUX, le plan COP ; or , le diamètre de S dont tous les conjugués sont situés dans le plan T est aussi un conjugué de / ; donc aussi ce, diamètre est dans le plan COP , et coupe conséquemment la droite CP en quelque point Q. Il demeure donc établi par là que le système de diamètres conjugués dont les directions sont OA , OB , OC , venant à varier d'une manière quelconque , de sorte cependant que l'un d'eux reste fixe , le plan ABC coupera constamment , en un même point fixe , le diamètre de S dont tous les conjugués sont dans le plan T; et, comme il est d'ailleurs connu qu'on peut toujours passer d'un système de diamètres conjugués à un autre quelconque , au moyen de trois transformations successives telles que , dans chacune d'elles , un des diamètres reste fixe (*) , il s'ensuit que le théorème est complètement démontré. (*) Cette proposition peut facilement être établie comme il suit.* Soient A , B , C (trois demi-diamètres conjugués ; et soient A' et B' , C trois autres demi-diamètres conjugués , totalement différents des premiers. Soit B' la droite suivant laquelle se coupent les plans de BC et de K'W et soit O la droite suivant laquelle se coupent les plans AG' et BC. B' étant dans le plan BC sera l'un des conjugués de A, qui, réciproquement, sera l'un de ses conjugués ; mais, parce que B' est dans le plan A'B' sera aussi l'un des conjugués de C' ; donc , le plan AC sera le plan des conjugués de B' j puis donc que le plan WC est également le plan des conjugués de A ; il s'ensuit que A' B' C' forme un système de diamètres conjugués , ayant le demi-diamètre A' commun avec le premier. Soit A' la droite suivant laquelle se coupent les plans AC et A'B' ; A' étant le plan des conjugués de C' , et A'C' le plan des conjugués de B' ; il s'ensuit que A' , B' , C' forment un système de diamètres conjugués, ayant le diamètre B' commun avec le second. Enfin , A' , B' , C' est un quatrième système de diamètres conjugués ayant le diamètre C' commun avec le troisième ; ce qui démontre complètement la proposition annoncée. On peut déduire bien simplement de ces considérations une propriété remarquable des diamètres conjugués. Supposons , par exemple, pour fixer les idées, qu'il s'agit de la question de VtlUpsoïdt ; et considérons les quatre systèmes» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 12.50% accurate

QUESTIONS PROPOSÉES: 99 QUESTIONS PROPOSÉES.

Problème de Géométrie, Couper un cube en deux parties , de telle manière*
que la section Tienne se terminer aux diagonales inverses de deux faces
opposées , A » B , C t A l * , O (A' , b/ , c/ , A" , B" , C" nom aurons , pu la
propriété connue de l'ellipse[^] B[^]+CsB'+C , A[^]+[^]ssA[^]+B" *

The text on this page is estimated to be only 19.87% accurate

100 QUESTIONS PROPOSÉES. et que l'aire de cette section, terminée à la surface du cube, soit un minimum ? Donner, en outre, l'équation de la courbe suivant laquelle la surface coupante coupe chacune des autres faces de ce cube? * » $A^2 + B^2 + C^2 = A^2 + B^2 + r^2 - C^2$; thiorème connu. Il ne teraii peut-être pat difficile de démontrer, par Toie, le* deux autrei théorème» relatif* aux diamètrei conjugue». J.D. G. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.57% accurate

FORMULES D'INTÉGRATION. ANALISE

TRANSCENDANTE. Méthode nouvelle pour quarrer les courbes , et intégrer , entre des limites données, toute fonction différentielle d'une seule variable ; Par M. Bérard , principal du collège de Briancpn, membre de plusieurs sociétés savantes. M. Kramp a publié (Annales Je mathématiques , tom. VI , pag. 281) une méthode ingénieuse , dont la première idée est due à V M. d'Obenheim , pour intégrer , entre des limites données, toutes sortes de fonctions à une seule variable. L'esprit de cette méthode consiste à décomposer le trapèze curviligne qu'on veut quarrer , successivement en 2,3,4, 6 et \i autres trapèzes ; on a ainsi des aires qui approchent de plus en plus de la véritable aire qu'on cherche. On imagine ensuite que ces aires sont les ordonnées d'une courbe qui se rapproche , de plus en plus, d'une ligne asymptotique , et l'ordonnée de cette courbe correspondante à $ar=0$ est une valeur très-approchée de l'aire cherchée. Il faut cependant convenir que cette méthode a quelque chose d'empirique qui ne satisfait pas pleinement l'esprit. L'équation par laquelle on lie les aires successives aux termes de la série est entièrement arbitraire ; les résultats- que l'on obtient varient' suivant la loi des exposans de x , dans la valeur générale de y ; loi qui semblerait devoir varier suivant les différents cas. Il arrive d'ène ainsi*

Tom> Vil , n.º IV , 1." octobre 1816. i£

The text on this page is estimated to be only 27.44% accurate

io2 FORMULES que cette méthode ne procure pas réellement le degré d'exactitude qu'on croirait être en droit d'en attendre (♦). M. Gergonne , dans un mémoire qui fait suite à celui de M. Kramp , a proposé un perfectionnement qui repose sur une idée séduisante, mais qui malheureusement ne réussit qu'imparfaitement, et quelquefois même éloigne du but. Ce géomètre cherche diverses aires de plus en plus approchées , à la manière de M. Kramp , en employant successivement di/Térans diviseurs. Il considère ensuite ces aires diverses comme les termes d'une nouvelle série , dont il cherche , toujours par les formules de M. Kramp , le terme qui répond à $x = 0$. Ce procédé est inexact , parce que la loi qui lie les termes de la nouvelle série est inconnue , et que l'hypothèse qu'on adopte arbitrairement ne saurait réussir qu'imparfaitement ou par hasard. Aussi , si l'on applique cette extension de la méthode à la recherche du logarithme de 2 , en employant 17 ordonnées , on trouve des résultats qui s'éloignent de plus en plus de la vérité , à mesure qu'on pousse plus loin le procédé. M. Kramp paraît avoir reconnu les inconvénients de sa première méthode, puisqu'il en a proposé une autre (tom. VI, pag. 37a). Cette seconde méthode paraît en effet préférable à la première ; elle consiste (**) à faire passer par un certain nombre de points donnés , sur la courbe proposée , une courbe parabolique $y = A - E_jr - J - C^h - D_jr^H - \dots$; cette courbe parabolique coïncide d'autant (*) L'observation critique de M. Bérard est très-juste ; mais elle porte malheureusement sur toutes les méthodes connues d'interpolation , dont pourtant on ne saurait se passer. On verra , au surplus , que le procédé que M. Bérard substitue à celui de M. Kramp n'est pas lui-même exempt d'arbitraire , et conséquemment d'empirisme. Il serait même assez difficile de concevoir que cela pût être autrement; attendu que cela tient intimement à la nature de la question. J. D. G. (••) M. Lacroix (Traité du calcul différentiel et du calcul intégral , tom. H ♦ pu^e 14*) annonce , pour son troisième volume , une méthode à peu près semblable. (xVofe d« routeur). \ Digitized by Google

D'INTÉGRATION. io³ mieux avec la courbe à quarrer , que le nombre des ordonnées cherchées est plus grand ; et il ne s'agit plus ensuite que d'intégrer la formule $y \& x$, composée alors d'une suite de monômes inlégrables. D'après ce principe , M. Kra m p a calculé douze formules, correspondant aux cas où l'on connaît 2,3,4, 12 ou i³ ordonnées de l'espace a quarrer. L'usage de ces formules est très-simple. La substitution des valeurs connues des ordonnées donne , sur-le-champ , l'aire cherchée $\int X dx$, plus exactement et plus brièvement que par les séries ou toute autre méthode connue. M. Kramp s'est arrêté h la formule relative à i³ ordonnées : « J'aurais désiré , dit-il , de pouvoir continuer cette table , jusqu'au » diviseur 24 ; mais l'immensité du travail m'a effrayé. Il doit sans » doute y avoir quelque méthode beaucoup plus abrégée que celle » que nous avons suivie j niais, jusqu'ici du moins , je l'ai cherchée » vainement. » M* Kramp n'ayant pu trouver les formules relatives à un nombre (l'ordonnées plus grand que 1 3 , a cherché à y suppléer , en combinant les formules de son tableau ; mais le surcroît d'exactitude qui en est résulté n'est pas assez important pour ne rien laisser à désirer. J'ai donc cherché à perfectionner un travail si utile ; j'ai vaincu la difficulté qui avait arrêté M. Kramp ; et j'ai eu la satis— ■ faction de rencontrer une nouvelle manière de procéder , qui n'arien de commun avec celle de cet habile géomètre , et qui permet de pousser l'approximation aussi loin qu'on le désire. §. I. Exposé d'une nouvelle méthode* Le problème qui nous occupe peut être énoncé ainsi : PROBLÈME. Connaissant les deux ordonnées extrêmes duw arc de courbe , ainsi que plusieurs ordonnées intermédiaire* équidistantes ; exprimer , en fonction de ces ordonnées , et de l'intervalle commun qui les sépare r-, l'aire mixtiligne comprise entre les- deu& ordonnées extrêmes >, la courbe et taxe des x£

The text on this page is estimated to be only 28.30% accurate

to4 FORMULES La solution de ce problème sera aussi celle du problème de l'intégration des fonctions d'une seule variable , entre des limites données ; puisque intégrer $\int X dx$, c'est quarrer la courbe qui a pour équation $y = -X$. Solution. Soient en général $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ les ordonnées connues et équidistantes de la courbe $f = -X$ qu'il s'agit de quarrer entre les limites y_0 et y_n . Pour plus de simplicité , prenons pour unité l'intervalle commun qui sépare les ordonnées consécutives, et supposons que la première y_0 réponde à l'abscisse $x_0 = 0$. Soit enfin S l'aire cherchée $S = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx$. Pour fixer les idées , supposons les ordonnées données au nombre de sept seulement. Ce que nous dirons de ce cas particulier pourra facilement s'appliquer à tout autre. *. Je remarque que, quelle que soit la valeur de chacun des coefficients de la formule que nous cherchons , les ordonnées également éloignées des extrêmes doivent y jouer le même rôle ; puisque la première peut être prise pour la dernière , et vice versa : ainsi , par exemple , y_0 et y_6 doivent avoir le même coefficient. Cette observation réduit de moitié le nombre des coefficients à trouver , et prouve que la formule doit être de cette forme : $a + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + b_4 x^4 + b_5 x^5 + b_6 x^6$. Les coefficients inconnus A, B, C, D, E, F , doivent être tels que , quand la courbe proposée $y = -X$ est quarrable , la formule $\{F\}$ donne, pour l'aire S , une valeur numérique, connue et exacte. Ainsi, il est nécessaire et suffisant que ces coefficients satisfassent à quatre cas particuliers , que l'on pourra d'ailleurs prendre d'une infinité de manières différentes ; mais parmi lesquels on fera bien de choisir les plus simples , pourvu qu'elles soient distinctes et qu'elles ne soient pas comportées les unes par les autres. 3.° Supposons , pour premier cas particulier , que la ligne à quarrer est une droite , parallèle à l'axe des x , dont elle est éloignée de la quantité i . L'intervalle entre les ordonnées extrêmes étant h ,

The text on this page is estimated to be only 21.57% accurate

D'INTEGRATION. io5 l'espace a quarrer sera un rectangle =6. La formule (F) deviendra donc $6 = A + 2B + 2C + D$. (0 4. ° Supposons , pour deuxième cas particulier , que la ligne \ quarrer est une parabole ordinaire , touchant l'axe des * au milieu de l'intervalle qui sépare les ordonnées extrêmes , et passant par les extrémités supérieures de ces ordonnées, que nous supposerons, comme ci- dessus , égales entre elles et a l'unité. En supposant , pour un momeat , l'origine transportée au point de contact , et remarquant que l'on doit avoir 1 , lorsqu'on J[ait jr=+3 , l'équation de cette parabole sera $y = \frac{1}{4}x^2$; son aire sera $\int y dx = \frac{1}{12}x^3 = \frac{1}{12}$ - qui , prise jusqu'à $x=3$, donnera 1 pour la moitié de la surface dont il s'agit , de manière que cette surface S sera 2. Au moyen de l'équation $y = \frac{1}{4}x^2$, on trouvera de plua $r = r_1 = \frac{1}{2}$, d'où $r_1 - r_2 = \frac{1}{2}$; $r_1 = r_2 = \frac{1}{2}$; $r_1 + r_2 = 1$ $r_1 r_2 = \frac{1}{4}$ • En conséquence , on aura , par la substitution dans la formule (F) $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}B + C$ -, c'est-à-dire , $9 = 9 + 4S + C$. (7) 5. ° Supposons , pour troisième cas particulier , que la ligne 1 quarrer est une parabole du quatrième degré , assujettie d'ailleurs aux mêmes conditions que la précédente ; en la rapportant à la même origine , elle aura pour équation $y = \frac{1}{5}x^4$ d où $S = \frac{1}{20}x^5 = \frac{1}{20}$; ce qui donne, entre les limite* +3 et -3, $S = \frac{1}{20}$. On a de plua

The text on this page is estimated to be only 11.08% accurate

106 FORMULES $r^* = r < = i r$ d'où. $y + yt = z$; $r = r, = n$. d'où $r.H -$
 $r, = H$; $r = /. = rr$, d'où $r = o$. On aura donc , par la substitution dans la formule
(F) $i = 2A + \pm B + iiC$; c'est-à-dire, $KJ' ^ a < 3 = 5^4 - 8o5 + 5C$. (3) 6. » Prenons
enfin pour dernière courbe , et toujours sous les mêmes conditions, la
parabole du sixième degré $y = \text{---}$. Nous aurons d'abord $= \sim$, ce qui donnera
dciinitivment $S = '7$. Nous aurons ensuite $n = r, = \text{£};$, d'où $n + r, = fH$; $^ \gg r4 = 7h$,
d'où $r^4 - ..s _ \% > H$ viendra donc , en substituant dans la formule (F) $i = a^ -$
 $* ^ i$ c'est-à-dire, $V' ^ 3i87 = 5io3^ + 4485 - t - 7C$. (4) 7. ° Nous ayons donc ,
pour déterminer $A \times B$, C , D , les quatre $^ \gg \text{---} 6 = a^ - f - 2Z? + 2 < : 4.Z$) ,
 $9 = 9 < * - f - 41f - K$. $243 = 4o3^ - J - 8o5 - f - 5 < :$, $2187 = 5103^ + 44854 - 76' j$
desquelles, on tire , par l'élimination,. Digitized by GooqIc

The text on this page is estimated to be only 28.05% accurate

D'INTÉGRATION. 107 — 777 » ** — ■«• » ° — 77. • */ — i4. »
 substituant ces valeurs dans la formule (F) , après avoir multiplié S par 6 ,
 ce qui revient à prendre pour unité l'intervalle qui sépare les ordonnées
 extrêmes, on aura enfin $8405 = 4 \ll (r.4r6) - bi6(ri-b'), + 27(r) + r4 + 272ri$. (fo On
 procédera de la même manière , pour trouver les formules qui doivent
 correspondre à un autre nombre d'ordonnées ou de divisions de l'intervalle
 qui sépare les ordonnées extrêmes ; ainsi , par ' exemple , pour 9 ordonnées
 ou 8 divisions , on emploira les paraboles des z.e , 4-e , 6.e et 8.' degrés , et
 de plus la parallèle à l'axe des x. Tout autre système de courbes employé à
 la recherche des valeurs numériques des cocfficiens , exigerait une
 élimination plus laborieuse; et les formules auxquelles il conduirait ,
 différentes de celles-ci , seraient en général moins exactes. Il serait sans
 doute aussi fastidieux que superflu de transcrire ici tous les calculs qui ont
 servi à former le tableau que nous allons présenter , et qui offre le recueil de
 toutes les formules qui peuvent être utiles dans la pratique , uniformément
 déduites du procédé général que nous venons de faire connaître. Cependant
 , comme celle relative à a5 ordonnées , ou au diviseur a4 est , par son
 exactitude , la plus importante de toutes , et en même temps la plus longue à
 trouver , puisqu'elle exige environ 100 heures de calcul; je crois devoir , à
 son sujet, indiquer brièvement la marche du procédé , afin qu'on puisse
 facilement , au besoin , la vérifier , ou même la retrouver. Les applications
 que j'en ai faites à plusieurs exemples , et les résultats que j'en ai obtenus ,
 semblent , au surplus , en garantir suffisamment l'exactitude. On voit
 d'abord que la formule doit être de cette forme
 $S = 4(y_0 + y_t^4) + B(y_l^{t_i}) + C(Y_t + r_{tl}) + \dots + N_{y,,}$; (F,4) et qu'il faut i3 cas
 particuliers pour déterminer les i3 coefficients

The text on this page is estimated to be only 24.76% accurate

io8 FORMULES A , B ; C i .~».ï. N. Le premier de ces cas sera ,
 comme ci-dessus r nne droite parallèle à l'axe des x , et distante d'elle d'une
 quantité égale a l'unité. On imaginera ensuite une série de paraboles des 2.«
 , 4/ , 6/ , 24/ degrés , ayant toutes leur sommet sur l'axe des x , au milieu
 de 1 Intervalle qui sépare les ordonnées extrêmes , touchant cet axe en ce
 point , et ayant conséquemmenl leur axe commun parallèle à l'axe des y.
 Chacune d'elles passera d'ailleurs par les extrémités supérieures des deux
 ordonnées extrêmes , supposées égales entre elles et à l'unité. En
 transportant l'origine i ce sommet , les équations de ces paraboles seront at»
 $x^2 = x_1^2$ En faisant l'intervalle qui sépare les ordonnées extrêmes = a4, on
 calculera , pour toutes ces paraboles , les valeurs de S , prises entre ces
 mêmes ordonnées , lesquelles seront , y compris la parallèle a l'axe des x ,
 m» •* 14 »« 1 * T > T » i > T » 77 • On cilculera enfin, pour ces mêmes
 paraboles , les i\ UIUUUUcC.-, égales deux à deux. Leur substitution
 successive , ainsi que celle des valeurs correspondantes de S, dans la
 formule (F, 4) , conduira aux x3 équations que voici, dont la symétrie est
 remarquable, 2 A+ 2 B+ 2 C+* ZH- -fa Z-aAf+JV=24, (0 12 \-4+n \B-\-10
 *.C-f-9 \D+ -f-3 ,JL+itf=^' , (2) 12 ^+1 1 ♦.«9-Hio ♦.C4-9 *.D+ +a «Z-
 Mf=^r , (3) . . i . . , IaT»^^I■IM^-Ho,^C+9"J)+..-.+a,,X+Jf==li,, , (12)
 ia»«4-H i,».^H-io,»C-f9'*.i9-f...^+2>^-f.i»f=H" • (13) On éliminera Af, en
 retranchant successivement (2) de (3), (3) de

The text on this page is estimated to be only 22.95% accurate

D'INTEGRATION. . i«) de (4), (4) de (5) , de (i3); il en résultera n équations, entre lesquelles on éliminera L , en combinant encore deux à deux les équations qui se suivront immédiatement ; on continuera ainsi à éliminer K , I , H , G , , jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la valeur de A , d'où l'on conclura ensuite, en remontant , celles de 2? , £ , D , , M ; et on obtiendra enfin celle de TV, au moyen de l'équation (i). Il faudra ensuite diviser chaque coefficient ou , ce qui revient au même , multiplier S par 24 » ann <luc l'intcryalle entre les ordonnées extrêmes , que nous avons d'abord supposé égal à ce nombre , devienne égal h l'unité. * Dans le tableau suivant , l'indice qui accompagne la lettre F désigne le diviseur qui sert de base à la- formule correspondante ; ains'r, l'expression (F6) signifie que l'intervalle i- entre les ordonnées extrêmes yQ et yj , a été partagé en 6 parties égales , ou qu'il y a 7 ordonnées. La lettre S représente toujours /Xdx , c'est-à-dire* l'aire cherchée. ■ 5. II. Recueil de formuler. (F,) *s=<r.+rà ; (F,) 65=(ro+r,)+4r, (F,) w=0o4r»)+3fr.+r.) ; (Fj 9^-7Cr.^*5+33(r."+r,>+-"rr ? (F,,) 3885=iS(ro+rfH-75(r,+r4)+5o(y,+r,) ; (F0) 6^c^=4i(ro-T^»)- f2i6(r.+r5H-27(y.+r*)H-27^i » — 9a8(x,+/»H-io496(r,-b',)— 4540^4, .

The text on this page is estimated to be only 10.23% accurate

no FORMULES (F,,) 63o63ooo5= i36465i(y.+r.O - 7587864jr,-
hr,.) H-357a5i2o(y,H-<jrt) — 5i49i295(y4+j,) +875162880^,) —
87797i36jrs . (FM) 3693 08773 59626 25ooo 5= + 35 20096 97351 90093
(y0+r,4) 4- 379 27038 82616 11008 ^f,-+T§i) — io43 44495 5653a 09152
+ 5985 25999 93685 55oo8 (r,+/«.) — 23348 69804 87731 57032 (r4H-r,0
+ 78144 93981 5oo46 56128 (y,+/i9) — 2 i5oi6 22i36 90572 52o32 (ft+y it)
-h 4 99068 08728 71868 84608 (r,+r.r> — 9 8in4 32o53 02814 65657 4-16
49»4a «2661 27302 24128 (j9+fn) —23 80252 12883 70579 60192
(y,*+yi4) +29 62867 39026 88547 86048 (r,+r.i) — 3i 86001 61546 46?5i
00912 ylt . Les cinq premières formules sont presque sans utilité dans la
pratique-, parce qu'elles donnent une approximation trop bornée : la 6.m*
serriPÉ dans les cas les plus ordinaires , ainsi que la 8.*** , Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 14.50% accurate

D'INTÉGRATION. m la 1 2. m* devra être employée dans le cas où l'on voudra avoir environ 10 chiffres décimaux exacts : enfin , on ne devra faire usage de la 34.*** que dans les cas , extrêmement rares, où l'on voudra pousser l'exactitude jusqu'à iC à 18 chiAYes. Dans des cas extraordinaires , on i on aurait besoin d'une approximation encore plus grande, on pourr.nl calculer une formule pour 49 ordonnées : ii ne faudrait pour cela que du temps et de la patience; on peut aussi, quoique moins parfaitement, remplir le même but , en partageant l'intervalle des ordonnées extrêmes en un certain nombre de parties égales , dont chacune soit ensuite subdivisée en 34 ; «n appliquant ensuite à chaque groupe de 2^ divisions la formule (Fg4) : en voici un exemple. Je suppose l'intervalle total partagé en 120 parties égales, par 131 ordonnées- En représentant, pour abréger , par p , a,br c , à , n , respectivement , « les nombres de la formule (Ft4)>on obtiendra , sans difficulté , la formule suivante : (F. •*) 5pS=a(y 0+ay, 4+iy4t+*y, *+iy9i+y, , J -<r.+r«r+r»«+r4«H-rt.-r-r7--f-rr4H-n4+r,>t +r..r) y,-b*. ,+r»7+r4,+r» i+yo9+y7 ,+y9>+y99 +r. , ?) (y 4+r » o+r» t+y* <+y, »-f-r,, ,+r , ,4r . o.-+r. » «) +yir^.f4r..^4i+rii+r«r+r7r+r,I-4^lol +>•,,) — f(Y*+y, o+r4i+r, t+y^+y, t+y9*+yt o»-r-r. 1 4) -r-%r*+-ri 7+r» t+X4,+yf,-r-r« t+y r ,+r 1 9+y . *t+y • • ,) — » (r»+ri «+rt*+r4o4r, 6+r64-r-r« oH-r»i-f-ri 04+ri • t) -f-/<(r,-f-ri ,+r , ,+r i t-hr» i+yi 7+r. o ,+y. . ») — ' (r.o+r, 4+r 1 i+r\$ s4-r« H-y» »+y« 6-hri .«-r-y. . •> +^(y..4T«J+/MH-r17H-r59+r«."+-r»i+y»»+r.«74-1r^,> — «(y. t+y n+y«.+yi 4+Ti.i) .

The text on this page is estimated to be only 22.61% accurate

iiij FORMULES Dans l'emploi de toutes ces formules, il faut, remarquer que, § l'intervalle entre les ordonnées extrêmes, qui y est pris pour unité, se trouvait, en général, être a , il faudrait multiplier par a la valeur de S donnée par la formule. Il est une autre remarque assez importante. Si la courbe à quarrer présente un point d'inflexion, entre les limites de l'intégrale cherchée, il sera bon d'évaluer séparément les portions d'aire situées de part et d'autre de ce point; car le défaut de cette attention ne pourrait qu'altérer sensiblement l'exactitude du résultat. On verra ci-après comment M. Kramp, pour avoir négligé cette remarque, a été conduit à de fausses conséquences, et a cru apercevoir un paradoxe là où il n'en existait pas. Il est presque superflu d'observer qu'il faudrait) à plus forte raison, employer ainsi, si, entre les limites de l'intégrale, la courbe offrait un ou plusieurs points de rebroussement. §. III. Application des formules. Il nous reste une dernière tâche à remplir : il faut soumettre nos formules à l'expérience qui est la vraie pierre de touche de toutes les théories (*). Nous prendrons, pour i.^{re} application, la recherche du logarithme hyperbolique de 2, c'est-à-dire, en d'autres termes, la recherche de l'intégrale de $\frac{1}{x}$, entre $x=1$ et 2, ou encore la quadrature de l'hyperbole $y=\frac{1}{x}$, entre les mêmes limites. (*) L'expérience est, en effet, la vraie pierre Je touche de» méthode* empiriques; et vous» sommes malheureusement réduits à employer souvent de telle* méthodes; mais les véritable» théories peuvent se passer de cette sanction; et Ton n'a nullement besoin d'expérience pour lire assuré, par exemple, que la surface de la sphère est quadruple de celle de l'un de ses grands cercles. Il est bien vrai que le peuple répète souvent, d'après des gens qui prétendent n'être point peuple, que l'expérience* passe science; mais il serait fort à désirer que les uns ou les autres pussent consommer tenir un autre langage. 9 J. D. G. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.22% accurate

D'INTÉGRATION. hJ Pour appliquer à cette recherche notre formule (FM), il faudra faire successivement , dans $ysz^{\wedge} > x=x$, $*=i-f\sim$, $*=si+\wedge$, $ar=i+7;$, $\wedge=1+\wedge$, $* = 2 i$ ou bien ce qui donnera $y^* \gg \text{---} 1 y y > \text{---} r$, i $yt=K * y\#=\text{if} \gg y^*\backslash =H \blacklozenge J \gg * = r \bullet 11$ ne s'agira donc plus que de substituer ces valeurs dans la formule (F,4) ; et on opérera d'une manière analogue , si l'on veut employer toute autre formule. Le tableau suivant présente les résultats obtenus pour S ou Log.2 , par nos formules (Fs) , (F«), (F,,) i (F,4) » » regard desquels nous avons mis ceux de M. Kramp qui leur correspondent. > Logarithme de z> Par noire méthode. Suivant Jf. KBJLMr. (Ffl) o,693i4 8062a 0,69314 8o6aa (F,) 0,69314 7**45 0,69314 72145 (F,,) 0,69314 71806 261 0,69314 71807 a6a (Fl4) o,693t4 7,8o5 59945 3io . La vraie valeur étant 0,69314 71805 59945 309 i

The text on this page is estimated to be only 17.07% accurate

n4 FORMULES il s'ensuit qu'« le résultat de ma formule il est trop fort de 0,00000 00000 66a, et celui de M. Kramp de 0,00000 00001 663; ferreur de M. Kramp est donc presque triple de la mienne. Je n'ai point rapporté les résultats qu'on obtient des cinq premières formules, parce que, par ma méthode, ces formules sont les mêmes que celles de M. Kramp. Il en est de même pour les for» mules (F4) et (Fg); de sorte que les résultats des deux procédés ne commencent à différer les uns des autres qu'à partir de (F,,). Cette singularité semblerait assez difficile à expliquer autrement que par quelque erreur de calcul; mais le point essentiel est de savoir laquelle des deux formules doit être préférée; et l'expérience assure l'avantage à la nôtre. Le même tableau fait encore voir que le résultat de ma formule (F,4) nTest en défaut que sur le i8.me chiffre; approximation qu'aucune autre méthode ne saurait donner aussi simplement, et qui excède de beaucoup les besoins ordinaires. J'ai pris, pour 2.me application, la détermination de la longueur de l'arc de 45°, ou de y. La tangente de l'arc étant désignée par s, on sait que la question se réduit à intégrer -j—; , entre les limites *=s« x»i; ou encore à quarrer, entre les mêmes limites la courbe y— — —. En faisant successivement *=0 « x~7l 1 X—7Z 1 x—7l » •••«• ■r = H' X~ 1 > •n trouve f — » V — »Hi ». 'T« —111 JJ± t jo 1 » J*—im >/i-iM' "» — •.,> ••— J !» — ••. I > 1 t«— 7; tes Talcurs mises dans ma formule 2.4 * on trouve *=3.j4i59 36535 89790 -r Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.08% accurate

D'INTÉGRATION. $\wedge 5$ valeur qui n'est en défaut qu'au i6.m' chiffre , tandis que M. Kramp n'a pu en trouver que la d'exacts, par une combinaison laborieuse de plusieurs de ses formules. ' Dans ce 2.me exemple , nous n'avons trouvé que i5 chiffres exacts ; tandis que, dans le i.#r , nous en avons obtenu 17 et presque i§. La raison de cette différence est qu'ici la courbe $y=$ à quarrer a une inflexion , au point dont les coordonnées sont $*=\wedge$, $y = .$ • cette circonstance donne lieu à une anomalie qui altère le résultat. Pour éviter cette source d'erreur , il aurait fallu quarrer séparé1 ment la courbe d'abord entre les limites $s=s_0$ et s , et ensuite entre les limites $s—$ et $*=i$, et prendre la somme des résultats ; mais nous n'avons ici en vue que de comparer l'emploi de noire formule 24 avec le résultat obtenu par M. Kramp (*). Ce géomètre , pour n'avoir point fait attention au point d'inflexion , a tire de ses résultats des conséquences tout-à-fait fausses. En effet , sa formule n.° 8 lui a donné plus d'exactitude que ses formules n.* 9 et n.° 10 ; ce qui, au premier abord, présente un vrai paradoxe. Mais il faut remarquer que , par l'emploi de la formule n.° 8 , il a pu s'opérer , entre les aires des deux branches de la courbe , une compensation d'erreurs qui a pu ne point avoir lieu d'une manière aussi avantageuse dans l'application des formules n.° 9 et n.° 10. Au reste , dans la courbe même $y= —$, qui n'a pas d'inflexion , les résultats successivement obtenus par les diverses (*) On approcherait , au surplus , bien davantage de la valeur de w , en prenant pour $*$ la tangente d'un très-petit arc, aoua-multiple de 30° , et appliquât ensuite la formule (Fl4). (Note de W. Birard).

The text on this page is estimated to be only 23.23% accurate

nG FORMULES D'INTÉGRATION, formules ne semblent pas présenter un accroissement régulier d'approximation qui permette l'application de la méthode de M. d'Obenheim, comme M. Kramp l'avait espéré. Je crois pouvoir conclure de tous les essais que j'-ai fait , qu'au moyen de nos formules (Ft) , (Ff) , (Fra) , (Ff-4) , (Flt#) , on tire tout le parti possible d'un nombre donné d'ordonnées , et que l'emploi de ces formules oJTre le moyen , à la fois le plus exact et le plus expédilif d'intégrer les différentielles d'une seule variable. On peut , pour les diverses applications , consulter les mémoires cités , dont les formules s'appliquent à la manière des nôtres. Les géomètres sentiront sans doute que cetie manière de déterminer tas coefliciens d une formule , par des applications faite* à des cas connus , dispense l'analisis d'une foule de rabonnemens . dont alors l'algèbre fait tous les frais. L'esprit de cette méiWe peut tvoir bien d'autre* applications utiles. Novembre i8i6Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.00% accurate

RÈGLE DE TROIS. ARITHMETIQUE. Théorie de la règle de trois ; Par M. Gzrgonne. D ÉFISITIoir I. J'appelle effet tout ce qui est ou peut éfre considéré comme produit , tout ce qui ne renferme pas uniquement en soi la raison de son existence. Définition II. J'appelle cause tout ce qui produit ou concourt à produire un effet. Ainsi , par exemple , une somme d'argent que je reçois (Tua banquier est un effet , qui peut , à 1» fois , avoir pour causes un capital antérieurement placé entre ses mains , le temps qu'il y est demeuré , et l'intérêt dont je suis convenu avec lut. Définition III Un effet est dit simple lorsqu'il résulte ou qu'il e9t considéré comme résultant d'une cause unique. Dans le cas- contraira , l'effet est dit composé. Il est bien peu d'effets dans la nature qui > à proprement parler» ; puissent être réputés simples ; mais on regarde souvent comme tel» des effets composés dont une seule cause varie , tandis que toutes» les autres sont supposées demeurer constamment les mêmes. Ainsi, par exemple , quoique la quantité d'argent qu'il faut donner pour obtenir un morceau de drap d'une certaine longueur ne dépende pas seulement de cette longueur ; mais encore de la largeur et de la qualité du drap , on considère néanmoins communément cettequantité d'argent comme dépendant uniquement de la- longueur dis T»m\$ VIL *S

u3 RÈGLE morceau de drap ; parce qu'on suppose tacitement que sa largeur et sa qualité demeurent invariables. Définition IV. On dit qu'un effet est en raison directe de sa cause , ou de l'une de ses causes , lorsque , toutes choses égales d'ailleurs , la cause devenant un certain nombre de fois plus grande ou plus petite, reflet devient précisément le même nombre de fois plus grand ou plus petit. C'est dans ce sens , par exemple , que l'on dit que le prix qu'on donne d'une denrée est en raison directe de la quantité qu'on en achète* Définition V. On dit qu'un effet est en raison inverse de sa cause t ou de l'une de ses causes , lorsque , toutes choses égales d'ailleurs, la cause devenant un certain nombre de fois plus grande ou plus petite , l'effet devient précisément le même nombre de fois plus petit ou plus grand. C'est dans ce sens , par exemple , que l'on dit que le temps qu'un homme emploie à parcourir une route d'une longueur déterminée est en raison inverse de la vitesse avec laquelle il la parcourt PROBLÈME I. Une cause unique a ayant produit un effet e , déterminer t effet que produira une autre cause a' , homogène avec a ? Solution, Soit e1 l'effet cherché ; cet effet devant être homogène avec e t devra conséquent mt-nt être égal à e multiplié par un nombre abstrait (*) » lequel ne pourra être qu'une fonction de a et a' ; et , comme on ne peut faire un nombre abstrait avec a et a' qu'en les divisant l'un par l'autre , nous pourrons écrire Cela posé , il peut se présenter deux cas : e peut être en raison directe de a , ou bien il peut être en raison inverse de cette quantité. ■I! Mil... il (•) Je dis multiplié , et non pa» mu Itiplii ou divisé, parce que toute diviue* peut être mise sous forme de multiplication.

The text on this page is estimated to be only 24.73% accurate

DE TROIS. n⁹ i.f* Cas. Si l'on suppose e en raison directe de a ,
il faudra (Déf. IV) qu'en supposant a'—ma , on ait aussi e'—mc. La
substitution de ces valeurs dans X équation ci-dessus donnera , en
simplifiant et renversant» F(m)=/w ; et conséquemment , en changeant m en
— , donc (:-K a 2.me Cas. Si l'on suppose au contraire que * est en raison
inverse de a ; il faudra (Dé/. V) qu'en supposant a'^ma on ait t'— La
substitution de ce* valeurs dans notre équation donne, en simplifiant et
renversant , T(m)= i r m .«»,«» changeant m an ± , donc (r)=:av-w.-i a'
PROBLÈME IL Un effet e , produit par le concours de plusieurs causes , «/
t?/i raison directe de quelques-unes a , b , c ,de ces causes , et en raison
inverse des autres » , fi , y , - O/r suppose' que d'autres causes a' , b' , c'
r.... , , a' , y7 , ^ respectivement homogènes aux premières , doivent
concourir à la production d'un second effet t homogène à c 'T et ton
demande l'expression de ce nouvel effet ?

The text on this page is estimated to be only 21.25% accurate

lao RÉGLÉ Solution, Soit x l'effet cherché ; cet effet devant être homogène avec e , devra conséquemment être égal à e multiplié par un nombre abstrait , lequel ne pourra être qu'une fonction des autres donne'es a , b , c , m , a , y y a' , b' , c^* , « $x \cdot x' \cdot y$ du problème; et, comme on ne peut faire des nombres abstraits avec ces données qu'en divisant, respectivement les unes par les autres, celles qui sont de même nature , on doit avoir $x = e \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{m} \cdot \frac{a'}{b'} \cdot \frac{c^*}{y}$ ' T » 7 r« 7 * 7 » J * Or , si l'on supposait toutes les causes correspondantes , excepte' a et a' , égales de part et d'autre , on devrait avoir (Probl. 1) $e = e$; a donc , dans le cas contraire , on doit avoir - $f(- - L t t V O \setminus * C \ll \pounds y J$ et , comme ce qu'on dit ici de a et a' peut se dire également de b et b' , c et c' , ; on aura $wf h > * (4 (f \checkmark \setminus ? \text{---} [, \dots r \text{---} , \text{---} i I . abc ^ \bullet fl y J$ Présentement , si l'on suppose toutes les causes correspondantes , excepté « et , égales de part et d'autre , on devra avoir (Prob. J) donc , dans l'hypothèse contraire , on doit avoir

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.47% accurate

DE TROIS, M< a' h> d « f fi> y> \ '.. » , — .FI — ■ , — ,....);
abc 0/ \ fi y J i » ♦ «t , comme ce qu'on dit ici de » et «/ peut s'appliquer
également à # et , y et y7 , ; il s'ensuit qu'on a finalement ■ . • .il .•-!■»."! a'
i> c> « /S y e—C —..—.. — ..»••»•—■—•—•••»•» abc m? fi* y* 1 : ■ .>
< . # Remarque. Le problème que nous venons de nous proposer e*1 connu
vulgairement sous le nom de Règle âe trois composée , et renferme , comme
cas particulier , la Règle de trois simple. Dans ces sortes de questions , il n'y
a jamais qu'une seule inconnue ; et les données, au nombre de trois au
moins , sont toujours en nombre impair. Une seule de ces données est de
même espèce que, l'inconnue , et les autres données , toujours en nombre
pair , sont deux à deux de même espèce. La manière de résoudre ces sortes
de questions se trouve donc renfermée dans la réglé pratique que voici : V
inconnue est égale à la seule quantité connue de même espèce qu'elle ,
multipliée par une suite de fractions dont les termes respectifs sont les
quantités connues de même espèce. Il ne restera dune plus d'embarras que
pour savoir , relativement a chaque fraction , quel terme doit être
numérateur et quel terme doit être dénominateur ; c'est ce qu'on parviendra
facilement à découvrir, au moyen de la seconde règle que voici : Le
numérateur de chacune des fractions par lesquelles on doit multiplier le
nombre connu de même espèce que celui qu'on cherche, pour en conclure
celui-ci , doit être plus grand ou plus petit que son dénominateur , suivant
qu'en supposant égaux entre eus les deux termes de toutes les autres
fractions , c'est-à-dire , en supposant la règle de trois f impie le nombre
cherché devrait être

The text on this page is estimated to be only 29.52% accurate

RÈGLE plus grand ou plus petit que le nombre connu de même espèce que lui. On peut, au surplus, dès les élémens d'arithmétique, parvenir à ces règles pratiques par la discussion de quelques questions particulières; et c'est ainsi que j'en use depuis long-temps, en écartant absolument la théorie des proportions; théorie devenue aujourd'hui tout-à-fait superflue, et qui, il faut l'espérer, finira par ne plus appartenir uniquement qu'à l'histoire de la science. En général, soit x l'inconnue d'un problème; et soient X, X', X'' , les quantités connues de même espèce qu'elle, on devra nécessairement avoir $x = aX + a'X' + a''X'' + \dots$, a, a', a'' étant des nombres abstraits fonctions des autres données de ce problème.- Ces données doivent donc être de nature à se combiner entre elles de manière à former des nombres abstraits. Il serait important d'accoutumer les commençans à reconnaître cette règle générale de construction, dans toutes les formules algébriques* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.37% accurate

QUESTIONS RESOLUES. $\sin Z = \frac{\sin \delta \cos \phi + \sin \phi \cos \delta \cos h}{\cos \delta \sin \phi + \sin \delta \cos \phi \cos h}$

QUESTIONS RÉSOLUES, Essai de solution du problème d astronomie
proposé à la page 388 du VL* volume des Annales ; Par M. Behjamdi Valz.
PROBLÈME. Faire aux heures du lever et du coucher d'un astre , calculées
pour un point quelconque de la surface de la terre , M corrections
nécessaires pour les rendre propres à un autre point de cette surface , peu
distant de celui-là ϕ , Solution. Soient Z la distance zénitale d'un astre; δ sa
déclinaison ϕ la hauteur du pôle ou la latitude de l'observateur (n pour
boréale, s pour australe); H l'angle horaire α oriental — . Dans le triangle
sphérique formé par le pôle, le zénith et l'astre on a, par les formules
connues, $\cos Z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$; (t) d'où on tire $\cos H = \frac{\cos Z - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta}$;
Pour connaître le changement que la
variation de ϕ peut

The text on this page is estimated to be only 24.31% accurate

ia4 QUESTIONS dans la valeur de H , il faut différencier cette équation par rapport à ces quantités , considérées comme seules variables ; cela donne exactement $\frac{dH}{dt} = \cos Z \sin P \dot{P}$ mais , comme nous ne nous proposons de faire usage de cette formule . que. pour l'époque des levers on des couchers apparens , époque pour laquelle Z étant très-peu différent de 90° , $\cos Z$ doit très-peu différer de zéro , nous pouvons nous permettre de supprimer le second terme du binôme vis-à-vis du premier , et conséquemment l'écrire simplement $\frac{dH}{dt} = \sin P \dot{P}$, JPT.ng.D 3 Siiu/iCo». 'P v ' Nous verrons bientôt , en effet , que cette suppression est tout-à-fait sans inconvénient sensible. Pour simplifier l'expression , et s'éviter en même temps la peine de chercher la déclinaison , on peut y substituer pour Tang.D sa valeur déduite de l'équation (1) , en y supposant $\cos Z$ tout-à-fait nul ; c'est-à-dire , $\frac{dH}{dt} = \sin P \dot{P}$ (4) il viendra ainsi dP/dt = — . (5) . $\sin P \cos P \frac{dP}{dt}$ SiiuaPTangi/ V 7 Telle est donc la correction qu'il faudrait appliquer aux levers et couchers de l'annuaire d'un lieu , pour les rendre propres à un autre Heu peu distant de celui-là. Mais , quelque simple qu'en soit le calcul , on pourrait trouver pénible d'être obligé de l'effectuer chaque fois ; il convient donc d'en dresser une table , ayant pour argument la déclinaison ; mais la précédente formule n'est plus si commode pour cet objet. Il paraît que ce qu'il y a de plus simple

The text on this page is estimated to be only 25.35% accurate

RÉSOLUES. ia5 «impie est de se servir des deux triangles rectilateres , c'est-à-dire , de négliger le dernier terme de la formule (2). On a alors les deux équations $\text{Cos.i}/=:\text{Tang.Dtang.P}$, $\text{Cos.tf}=\text{TaDg.DTang.P}'$; (6) desquelles on tire , par l'élimination de D , $\text{Cos.}^{\wedge}=\text{Cos.}^{\text{//}}$. (7) formule de laquelle il est facile ensuite de conclure la correction $\text{H}' - \text{H}$, avec assez de facilité. Quant à l'altération que pourrait y occasioner le terme négligé , nous l'obtiendrons en di/Eérentiant l'équation (1), par rapport à H et Z% considérées comme seule» variables ; il viendra ainsi $d\text{//}=\text{Cos.DCoi.PSin. U}'$ ou plus simplement , parce que Z est fort approchant de 90° J Coi.DCw.PSin.H On aura semblablement $d\text{V. 2}$; $\text{Coa.DCoS.P}<\text{Sin.JP}'$ et à $\text{H}'-\hat{\text{H}}$ sera l'erreur du résultat précédent. Appliquons ces formules à l'horizon de Montpellier qni , pur éloignement de Paris , donne , pour la France , une des plus fortes réductions ; et nous verrons que ce que nous nous sommes penma de négliger influe bien peu sur la correction trouvée P , pour Paris. . . . $\text{s4}\&\backslash\text{5o}'\backslash\text{ty}'\text{i Log.Tang. o.o5835 F}^*$, pour Montpellier $=43.36.16$; $\text{Log.Tang. 9.97883} - *$, TangJ'' Tom. VII 17

The text on this page is estimated to be only 16.73% accurate

i%6 QUESTIONS Cos.#=— TangflTang.P ; Cos.H<= Cos.tf.?^ ,
Taug.P Tang.P. ; . . =io,o5835 Tang.P =io.o5835 Tang.Décl.Sol.= 9,63761
23\i8'. Tang.Décl.Lune=9.73927 28.*45' — Cos./t= 9.69596 ii9,.46/ —
Cos.H=9.79762 i28.°5a Tang.P' Tang.P = 9-93°48 ———=9.920^8 Taug.P
uu ^ Tang.P —CoS.//'^ 9.6 1644 II 4.25 —CosJĴ'= 9.71 8lO I2I.30
#_ /7=:5.03i' H'—H= 7.°aa' ^ = o*.ai«4 ^=o*.29«5 dz dZ — — — - , dtf=t
dZ=(330=i.5i85i i.5i85idx=— a4'=i.38oai i,38o2i C. Co\$.D=o.o374g
0.03749 C. Co»D =0.05714 0.05714 C Co*.P=o.i8i58 C.Co8.P=o.i4oi9 C
Co»J* =o.i8i58 C. Co*.P'=o.i4oi9 C Sin.H=o.o6i45 C. SmJP=o.o4o69 C.
Sin.ff =0.10868 C. SinJĴ'=o.o6933
dif=6a',95=i,799o3diP=54',56=i.7368adH=-53',4i=i,7a76idH>=-44'l33=i,64
677 d/P— d# = — o°.8',4o dii'— d//=H-o°.9/,o8 o*.o",56 . 7V=+o*.o"»»,6i .
■ Pour le soleil , àZ est positif, et égal a la refraction horizontale (33') î
mais Pour la ,unc re lcrme devient négatif et égal à (24O , différence entre
la réfraction et la parallaxe horizontale moyenne (5 7'). Nous avons choisi
les plus grandes déclinaisons du soleil et de la lune , parce que les
corrections sont albrs les plus fortes ; et l'on voit qu£^ même dans ce cas
extrême, le terme négligé altère à peine les résultats d'une demi-minute de
temps. Les annonces n'étant qu'à Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.39% accurate

RÉSOLUES. 1*7 ,U minute, on peut se permettre cette négligence , ce qui abrégera considérablement les calculs. Il conviendrait cependant de tenir compte du terme négligé , si la déclinaison passait 30°. La formule pourrait même n'être plus suffisante , si la déclinaison approchait d'être égale au complément de la hauteur du pôle; il faudrait, dans ce cas, recourir aux différences finies , si cela en valait la peine ; mais le calcul direct paraît alors plus court. Il ne nous reste plus qu'à tenir compte du changement des parallaxes , et de celui en déclinaison et en ascension droite qui peuvent avoir lieu entre les deux couchers ou les deux levers. Il est aisé de s'assurer que les deux premiers donnent une différence absolument insensible. Le changement en déclinaison , même pour la lune , influerait à peine de 0',05 de temps, et est par conséquent tout-à-fait négligeable. Examinons celui de l'ascension droite. Soient L l'heure du coucher de la lune , dans l'annuaire , c la correction C Orientale à y appliquer , et d la différence des méridiens terrestres $T^{\wedge}{}^j$ on aura $L - [(Asc.dr.lune - Asc.dr.Sol.) \text{ à l'époque } \mathfrak{E}] = a/r$, $L+c - [(Asc.dr.lune - Asc.dr.Sol.) \text{ à l'époque } (L+c - J)r=H'$, $tf = \frac{1}{r} - \frac{1}{r+d} (Asc.dr.lune - Asc.dr.Sol.) (c - d)$. Ce qu'on pourrait faire de mieux , pour réduire ces JbmuJe» en tables , serait d'employer le mouvement moyen de la lune rapporté à l'écliptique , en considérant ce cercle comme le plan moyen des mouvemens de cet astre , par rapport à l'équateur ; et de faire ensuite la réduction à ce dernier cercle. Pour l'effectuer, le triangle sphérique rectangle donne , en faisant «= obliquité de l'écliptique et /= longitude , les deux équations $Tang.(Asc.dr.) = Gos.iTang./$, $Cos.Z = sCos.\{Asc.dr.\}Cos.D$. Différentiant la première et substituant ensuite la valeur de $Cos.(Asc.dr.)$ prise dans la seconde , on aura . . $d/.Cos.tCoa.a(Asc.dr.) d/.Gos$ ».

8 QUESTIONS PROPOSÉES. Mais, comme la plus grande
 réduction altère à peine de 1 les moyens mouvements, on peut la négliger,
 et compter simplement ces derniers sur l'équateur. Nous aurons alors • (de
 la lune = $13^{\circ}, 17'$ Moyen mouvement diurne < (du soleil = $0^{\circ}, 986'$
 Différence ou mouvement relatif de la lune 140.180 Ce qui fait en une
 minute de temps $0^{\circ}, 508'$ Donc $r = d / -r - 0^{\circ}, 508'$. On voit aisément que les
 corrections ne seront pas les mêmes pour les déclinaisons australes et pour
 les déclinaisons boréales. A la vérité, la plus grande différence ne va qu'à
 quelques minutes de temps. Lorsqu'à l'aide de ces formules on aura formé la
 table des corrections, ayant pour argument la déclinaison, il sera commode
 de se servir de celle-là pour en dresser une inverse, ayant pour argument la
 correction même, à $0^{\circ}, 5$; $1^{\circ}, 5$; $2^{\circ}, 5$; $3^{\circ}, 5$;; afin d'avoir la limite de
 la déclinaison en dessous ou en dessus de laquelle la correction devra être
 augmentée ou diminuée d'une unité. Nismes, le 31 octobre 1816.
 QUESTIONS PROPOSÉES. Problème de Géométrie». Démontrer que,
 quelles que soient la nature et la situation respective de deux sections
 coniques, tracées sur un même plan, il est toujours permis de considérer
 leur système comme la perspective du système de deux cercles tracés sur un
 autre plan. Déterminer, en outre, toutes les diverses situations de l'œil qui
 donnent en effet le système de deux cercles pour perspective de ces deux
 courbes ? Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.39% accurate

BATEAU A VAPEUR. MÉCANIQUE APPLIQUÉE. Description d'un projet de machine à vapeur, principalement applicable à faire mouvoir les bateaux; Par M. À. R. Bouvier, ingénieur des ponts et chaussées 9 ancien élève de l'école polytechnique. Dans le dessin joint à la présente description, le rapport entre les différentes pièces n'a point été étudié; on ne doit le regarder que comme une simple figure de géométrie, servant à l'explication de l'idée. Dans la vue de Je simplifier, on a supprimé la chaudière r ainsi que le bateau. Dans ce genre de machines, on a pour but d'imprimer un mouvement de rotation à un axe horizontal qui traverse le bateau. Ce mouvement en communique un semblable, mais plus rapide, au moyen d'engrenages à deux roues à aubes qui poussent l'eau et font l'office de rames. I aaaa (fig, i), est la projection horizontale de cet axe; a"a"af (fig. 3), sa projection verticale, <>" W'V, (fig, L) sa projection latérale. Four imprimer un mouvement de rotation à cet axe, j'imagine un tambour ou portion de cylindre horizontal, ayant le même centre* que l'axe qu'il s'agit de faire tourner; bbbb est la projection horizontale de ce tambour; b"b"V' sa projection verticale; et b,"b""b""b,,ff sa projection latérale. Tcm. VU, n*Vt uet novembre 1 8 1 G. iS

The text on this page is estimated to be only 24.44% accurate

i3o BATEAU La coupe de ce tambour , plus en grand , est indiquée en l'b'V (fig. a) ; c'c'd est la coupe de son axe ; et a'a'a' la projection de la partie extérieure au tambour , qui a un moindre diamètre que l'intérieure, d'd'd' est le tuyau qui communique à la ebaudière , et par où arrive la vapeur dans le tambour. t?e?et est une plaque qui va d'une des face* latérales du tambour à l'autre ; elle porte sur une feuillure pratiquée sur les côtés verticaux du tambour, et touche l'axe c'c'c' ; elle a un axe de rotation , marqué au point é t^ sur la partie courbe du tambour. On voit en f'j" (fig. 3) la projection verticale de la saillie établie sur les côtés du tambour, pour y pratiquer les feuillures, /f, ff (fig. i) sont les projections horizontales des mêmes saillies, et f' f'f'f' (fig. 4) leurs projections latérales. Une autre plaque, qui va aussi d'une de* faces latérales du tambour à l'autre, et qui fait corps avec l'axe c'c'c' (fig. a) est représentée par g'g'. Cette plaque touche la partie concave du tambour, ainsi que ses parties latérales. En supposant que la vapeur arrive dans le tambour par le tuyau d'd'd' , elle entrera dans l'espace e'e'e'g'g'. La plaque éte? s'opposera à ce qu'elle s'échappe de ce côté ; l'action de la vapeur sur cette plaque , la pressant plus fortement contre la feuillure , contribuera à la mieux maintenir. La plaque g'g' sera également 'pressée par la vapeur ; mais , comme elle fait corps avec l'axe c'c'c'* < 'èt que rien d'ailleurs ne s'oppose à son mouvement de rotation , il s'ensuit que ce mouvement aura lieu et que g'g' viendra se placer successivement en h'h' , k'k' ; mais , par un mécanisme particulier , la soupape flf se fermera, dès que la plaque g'g'* sera en h'h' y ' et restera dans cet état , jusqu'à ce que cette plaque soit parvenue de nouveau , en continuant son mouvement , à sa position primitive g'g'. Un second tambour, semblable au premier, est assemble sur le même axe qu'il s'agit de faire tourner , et est projeté horizontalement en mmmm (fig. i). Celle des deux plaques de ce tambour quj fait corps avec le cylindre intérieur est en h'h' , quand celle de l'autre i Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.56% accurate

A VAPEUR. i3« est en $g' g'$, et réciproquement. La soupape qui Intercepte ou permet la communication de la chaudière avec le 2.me tambour s'ouvre ou se ferme quand celle du premier se ferme ou s'ouvre ; de sorte que , lorsque la force de la vapeur commence à agir avec moins d'intensité sur l'une des plaques faisant corps avec l'axe , par la suppression de la communication avec la chaudière , elle opère au contraire avec toute son intensité sur l'autre. La plaque $g' g'$ du i." tambour étant parvenue en W , les deux triangles projetés en nn , nn , dans leur première position , et en $g'n'g'$ dans la coupe, seront en $k'n'k'$, et toucheront la plaque $e'e'e/$. La force expansive de la vapeur , qui agit sur eV , annule celle qui agit sur $k'k'$; mais , à cause du mouvement déjà imprimé et de la force due à la densité entière de la vapeur, qui agit sur la plaque de l'autre tambour , le mouvement de rotation de l'axe continuera d'avoir lieu ; et la plaque $e'^{\wedge}$, tournant autour de son axe de rotation e' laissera passer l'autre plaque , fixée & l'axe de rotation. Dès qu'elle l'aura dépassée , la plaque «V , par l'effet seul de son poids , retombera sur la feuillure , et viendra toucher de nouveau l'axe $t/c'c'$. La plaque faisant corps avec ce même axe $c/c/cf$, arrivée en la position $g'gf$, la soupape $/'$ se rouvrira , et prendra la position indiquée en la figure 2. Dans le même temps , la soupape correspondant à la communication de l'autre tambour avec la chaudière se fermera. Il faut remarquer que le tuyau $p'p'$ qui communique du tambour au condenseur est constamment ouvert -, de sorte que la vapeur peut s'y rendre , dès que la plaque J commence à s'ouvrir $^{\wedge}$ et que celle contenue entre les plaques $g'g'^{\ast}$ et $e'e'^{\ast}$, en passant par la direction où se fait le mouvement , peut y affluer , dans quelque position que se trouve g/g' ; (Fou il suit qu'elle ne peut s'opposer au mouvement. La vapeur qui se rend dans le condenseur, lorsqu'elle commence à y affluer , n'a plus la même densité que celle de la chaudière , ni par conséquent le même degré de force élastique ; puisque , d'après*

i3a BATEAU la loi établie par Mariotte pour les gaz , et qui s'applique également aux vapeurs, du moins tant qu'elles ne changent pas dotât , leur ' force élastique est proportionnelle à leur densité. Ainsi , la force de pression qui aura lieu sur la plaque g'g' , parvenue en k*k' sera a celle qui agissait lorsque cette plaque était en }tfh' , comme e'g'l'b1 h'h'c'g'c'e'e' est à e'b'b'b'k'k'c'h'c'g'e'e'e' , parce que , depuis W jusqu'à k'k' , il n'y a pas eu de nouvelle vapeur reçue de la chaudière. Cette vapeur qui agit par sa seule élasticité , et sans nouvelle communication avec la chaudière va , d'après la loi ci-dessus établie , toujours en diminuant d'intensité , depuis h'/t/ jusqu'à k'k' ; cependant , arrivée à ce dernier point , elle est encore plus de moitié de ce qu'elle était -, puisque l'espace dans lequel elle est contenue n'est pas le double de celui qu'elle occupait primitivement , lorsqu'elle était en communication avec la chaudière. • Cette force qu'on acquiert dans mon mécanisme , par la seule expansion de la vapeur et sans en consommer , est un surcroît de force qu'on a sur la machine à vapeur employée jusqu'à présent , où la vapeur condensée a îa même densité que celle de la chaudière. Cet avantage que présente mon idée me parait de la plus haute importance ; on peut , en employant un plus grand nombre de tambours , en tirer un parti plus avantageux. En en mettant quatre, par exemple, et en supposant que chaque tambour n'a de communication avec la chaudière que pendant un quart de tour de l'axe; en supposant encore que depuis k1 jusqu'en gf , ce qui est le seul espace où la vapeur n'agit pas , il y a un espace égal à un quart de cercle , on trouve que la force provenant de la sejile dilatation est à peu près égale à celle qui agit dans le tambour en communication avec la chaudière (Voyez ci-après la démonstration que j'en donne). Ainsi , par cette disposition , on double la force des machines à vapeur ordinaires. En mettant un plus grai d nombre de tambours on augmenterait encore la force. Il y a cependant ici un nombre qu'il serait inutile de dépasser. Je donnerai ci-après quel* que» considérations qui peuvent aider à le déterminer, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.53% accurate

A VAPEUR. 33 . Ce que je viens d'exposer fait déjà concevoir la plus grande partie*, de mon mécanisme. Je vais expliquer maintenant la manière dont je fais ouvrir et fermer la soupape /. Celle soupape a un axe de rotation qui fait corps avec la plaque / ; une autre plaque , perpendiculaire à la première , est assemblée sur le même axe, extérieurement au tuyau ; la plaque intérieure est projetée en AAAA (fig. 5) , et celle extérieure en BBBB. Une demi-portion de cylindre , projetée en CGC , (fig. 6) est assemblée solidement sur l'axe de rotation des tambours , au moyen de rayons qui n'en occupent pas toute la largeur. La projection horizontale de ce cylindre est DDDD (fig. 8) , et celle des rayons est DFFF et FFFF. On voit (fig. 7) la coupe d'un rayon et du cylindre. Le cylindre tient la plaque GG , extérieure au tuyau , verticalement j comme on le voit (fig. 6) ; et , par suite , la plaque intérieure GH horizontalement. Il est aisé de comprendre que les choses resteront dans cet état, jusqu'à moment où le demi-cylindre aura passé le point G; alors la soupape se fermera par son propre poids. On sent qu'en ayant un autre demi-cylindre qui , en projection verticale, finisse, avec celui CCC le cercle entier, le dernier point du premier demi-cylindre ne laissera échapper la soupape que lorsque le premier point de l'autre aura ouvert la sienne en entier , ce qui établira le mouvement alternatif entre les deux soupapes. On voit en ÇÇfÇ, */<f<l<j , les projections horizontales des deux demi-cylindre , les projections verticales et q'^q''^''^'' , q'(iqt"qi"qH' % les projections latérales. Pour élever l'eau froide nécessaire à la condensation de la vapeur , on pourra adapter quelques godets à la roue à aubes qui plonge dans l'eau , dans le cas du moins où cette roue ne devrait pas avoir une grande vitesse t et où , par conséquent , les godets pourraient se vider. S'il en était autrement , c'est-à-dire , si la roue devait avoir une grande vitesse de rotation ; en recueillant l'eau qu'elle

The text on this page is estimated to be only 27.93% accurate

i34 BATEAU lancerait , on en aurait suffisamment. Ces moyens seront beaucoup plus simple que de mettre en mouvement une pompe pour cet effet. U en faudra nécessairement une pour évacuer l'eau condensée. On emploie d'ailleurs cette eau à alimenter la chaudière. Cette pompe est mise en mouvement, dans ma machine, par un cylindre arrêté sur l'axe de rotation , et coupé par une hélice qui ne s'éloigne de la base du cylindre que sur la moitié du cercle , et qui s'en rapproche sur l'autre. On sent que , la manivelle de la pompe , étant accrochée par ce cylindre , fera mouvoir le piston de toute la différence qu'il y a entre l'ordonnée la plus longue de L'hélice et la plus courte, en les rapportant au cercle de la hase. la demi-portion qui s'éloigne du cercle étant passée , la pression de l'air sur le piston fera suivre à la manivelle l'hélice qui se rapproche de la hase dp cylindre ; ainsi cette pompe aura un mouvement de va et vient. On voit (fig. 9) la portion développée de ce cylindre , en r sa projection horizontale , en r^* , r, r, / sa projection verticale , et en r''' sa projection latérale. La manivelle «lu piston se voit aussi au-dessous de t, / , qui est sa projection latérale. Le vase s est le condenseur. / est le vase où l'on retient l'eau froide pour la condensation, u est le syphon qui porte l'eau dans la condenseur. m t • » Ce que je viens de dire fera , je l'espère , suffisamment comprendre mon idée. Je vais présentement appliquer le calcul à la détermination de la force provenant de l'expansion de la vapeur, ou , ce qui revient au même , l'augmentation de force due a la disposition particulière de mon mécanisme. J'appelle a la portion de la circonférence correspondant à la portion du cercle pendant laquelle un tambour reçoit la vapeur de la chau-r dière. a est une portion aliquote de la circonférence , et qui y est comprise autant de fois qu'il y a de tambours. Les plaques filées à l'axe qu'on fait tourner , projetées sur le cercle d'un des tambours, au moment où un nouveau tamLour reçoit la vapeur . intercepteDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.74% accurate

A VAPEUR. i35 tant sur la eîreenfêrence les portions a , a* , «t* ,«r** - •> t (fig. 10) , égales a 0. Celle qui recevra la vapeur de la chaudière aura sa plaque projetée dans la portion q ; celle qui la recerra immédia- * tement avant l'aura dans a' , l'autre dans et* , et ainsi de suite. La même combinaison aura lieu , quelle que soit la plaque du tambour qui décrit a. La détermination de la force moyenne , pendant cette portion de rotation , 6era celle de la machine entière , puisque cette force est périodique , et que a détermine la période. En appelant b l'arc du même cercle qui soutiendrait un secteur égal à l'espace EEG (fig. 10), et s la portion de la même circonférence, a partir de a , pour arriver à une plaque sise dans une position quelconque ; f étant la force qui agissait sur cette plaque , lorsqu'elle était eu communication avec la chaudière , * f celle qui a lieu dans la por ailion correspondante à s ; on aura d'où Il reste dans le condenseur une vapeur dont la température et par suite la force élastique varie peu ; en la désignant par k , la força gui produit l'effet utile sur une j>Laque sera d'où k)âx t expression différentielle de la force variable , sera AS^t-kAs, dont l'intégrale est JWV^l+Ws>-**+*En prenant cette intégrale depuis *=o jusqu'à x=a , et en divisant par a , on aura la force moyenne due au tambour qui décrit Cotte même Intégrale, prise depuis are* jusqu'à jrssa* , et divisée encore par a , sera celle due au tambour gui décrit a" , et ainsi

i36 BATEAU de suite. La somme de toutes ces intégrales ,
 divisée par la quantité a sera donc la force moyenne due à tous les
 tambours qui n'ont plus de communication avec la chaudière , c'est-à-dire ,
 celle provenant de l'expansion de la vapeur. Il ne faudra pas comprendre,
 dans cette somme d'intégrales , la dernière qui est celle répondant au
 tambour qui décrit $\frac{1}{2} \pi a$, attendu que la vapeur s'échappe alors pour aller
 au condenseur. Or , la somme de toutes ces intégrales est égale à une seule,
 prise depuis $s=0$ jusqu'à $x = (n-1)a$. En substituant ces quantités dans
 l'intégrale prise entre ces limites , on a $\text{Log.} \frac{1}{2} \pi a$. Si l'on fait
 abstraction de h , cette expression se simplifie et devient seulement $\frac{1}{2} \pi a$
 $\frac{1}{2} \pi a$ — $(\frac{1}{2} \pi a)^k$. En faisant, dans ces formules $f=3z$ et $t=4$, ce qui est à
 peu près le rapport de ces forces-, dans les machines ordinaires ; et si l'on
 suppose de plus $n=4$ on aura $3a \text{Log.} \frac{1}{2} \pi a - 8 = 3a(t, 10) - 8 = 27,20$. Or ,
 l'effet utile de la plaque en communication avec la chaudière est $3a$ — On
 voit , d'après cela , que la force due à l'expansion ne serait pas tout-à-fait
 égale à celle du tambour qui reçoit la vapeur; de sorte que la force ne serait
 pas doublée, mais peu s'en faudrait. . ' Si l'on employait une machine à
 haute pression , la réaction de la vapeur qui est dans le condenseur serait
 peu de chose relativement à celle qui produirait l'effet utile. Si , par exemple
 , la pression directe était de quatre atmosphères , on aurait alors $\frac{1}{2} \pi a$; et k
 serait encore sensiblement égal à i ; en supposant $\frac{1}{2} \pi a = 4 \times 0$ aurait, pour la
 force due à l'expansion, $112,1,10 - 8 = 115,20$. On voit que cette force serait
 plus considérable que celle due à la plaque en communication avec la
 chaudière , laquelle ne serait que la

The text on this page is estimated to be only 25.00% accurate

A VAPEUR. $i_3? ' i_2 - '4 = 108$; ainsi la force serait plus que doublée. Cela prouve que mon idée serait encore plus avantageuse pour les machines à haute pression que pour les autres. J'ai supposé que la réaction était 4 i dans la machine à haute pression , comme dans celle à simple pression ; on sent cependant qu'elle doit être moins forte dans ces dernières que dans les autres , puisque la vapeur qui afflue dans le condenseur a beaucoup moins de densité , et que par conséquent clic doit être d'une condensation bien plus prompte ; ainsi , pour cette raison , 4 serait peut-être trop dans les uns et pas assez dans les autres. Le coefficient différentiel de l'intégrale indéfinie $\int (tf + \ell) \text{Log.}(tf + \ell - f x) - kx^{-c}$, égalé à zéro , donnera les mû aima et les minima dont cette expression est susceptible. Or , ce coefficient différentiel est . . («-me/" — *) $k = 0$; a ou $x =$. Le coefficient du second ordre étant négatif prouve que cette expression est un maximum. En se rappelant que l'expression différentielle que nous avons égalée à zéro n'est autre chose que la force qui agit directement moins celle qui réagit du condenseur; on voit que le maximum a lieu quand ces deux forces sont égales. Pour simplifier la valeur de x , négligeons b s elle se réduira à $a/(- k) x =$. — - — . Nous avons trouvé , d'après la disposition du mécanisme précédemment décrit / que la plus grande valeur de x dans l'intégrale , était $(n - s)a^*$ Ainsi , en mettant oette expression à la place de on aura l'équation (« — o) $a =$ — - — , d'où $\hat{i} = s$ — . Si', d'après les valeurs de / et k , on trouvait pour n un nombre entier ;, alors-, en employant ce nombre de tambours, on aurait U maximum de la force due a l'élasticité. Si , au contraire , Ton n'obtenait qu'un' , nombre fractionnaire , en prenant pour le nombre de tambours $la >$ valeur entière qui en approcherait le plus , on aurait un résultat qu* Tom. VIL «9

i33 BATEAU différerait peu du maximum : il serait, du reste, le plus grand qu'on pût obtenir par mon mécanisme. Si, dans l'expression $n = \frac{f}{k} \sqrt{\frac{L}{g}}$, on met pour f et k leurs valeurs, n dans le cas des machines ordinaires, on a $n = 1.5 \pm 0.1$. Ce nombre de tambours serait trop grand pour qu'on pût l'employer avec avantage; la complication de la machine, la dépense que cela occasionnerait, feraient sans doute plus que compenser l'avantage qui résulterait de l'augmentation de la force. Si l'on fait $m = 4$ et $\xi = 0.0029$, on trouve $n = 2.9$, résultat encore moins applicable que le précédent. Si, dans la formule $\frac{1}{\log} \left(\frac{A}{n-1} \right) = k[n-3]$, on fait $A = 32$, $k = 0.07$, $n = 4$, $12 = 9$, on aura $32 \log 8 = 4 \times 7 = 32.2, 07 = 38.4$ expression du maximum de la force qu'on peut obtenir, par la dilatation de la vapeur, dans le cas des machines ordinaires; laquelle force ne diffère de celle obtenue pour quatre tambours que de 1,04. Ainsi, l'augmentation de cinq tambours n'aurait augmenté la force que de cette quantité; tandis que les quatre premiers donnent 37,20. On voit donc que, passé un certain nombre de tambours, leur accroissement ne produit pas un effet beaucoup plus grand. < Pour simplifier les calculs, j'ai supposé qu'un seul tambour ne produisait aucun effet; cependant, si l'on en augmentait trop le nombre, cela ne pourrait avoir lieu, attendu qu'il pourrait y avoir plusieurs tambours dont la vapeur se rendrait en même temps au condenseur, et qui, par suite, n'ajouteraient rien à la force. Mais, je le répète, je ne pense pas qu'il soit avantageux de les trop multiplier; quatre me paraissent suffisantes; et j'ai fait voir précédemment que par là on doublerait à peu près l'action des machines* Aux avantages de mon idée, que j'ai déjà développés, je crois pouvoir ajouter celui d'avoir directement un mouvement de rotation continu, et d'éviter par là la force qu'on perd par les frottements, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.50% accurate

A VAPEUR. i39 pour l'obtenir de la transformation d'un mouvement de va et vient. (») On évite aussi , par mon système , les chocs qu'on a dans les machines ordinaires, pour annuler la force vive acquise dans un sens, afin d'en prendre une en sens contraire ; chocs qui ébranlent singulièrement les machines et leurs supports, et concourent puissamment à leur destruction. (*) M. Ferr/ , l'un des principaux agents de U compagnie Andriel et Pajol , qui a bien voulu m'honorer de ses conseils t a communiqué mon idée à M. Molard , membre de l'académie des sciences , administrateur du conservatoire des arts et métiers , qui lui a observé que je n'étais pas le premier qui eût proposé une machine à vapeur oh l'on obtenait directement le mouvement de rotation. J'ai trouvé, depuis, la description d'une semblable machine, dans l'ouvrage de MM, Lanti et Bétancourt j mais celle-ci , ou une autre de mime espèce , que M. Ferry m'a fait connaître, et qui a été proposée par M. Baynalt, ne sont point disposées de manière à tirer parti de la force provenant de la dilatation de la> vapeur * et c'est en cela que mon idée me parait offrir une grande utilité.

The text on this page is estimated to be only 25.37% accurate

i4o CADRANS GNOMONIQUE. Construction nouvelle d'un cadran solaire quelconque ; Par un Abonné. Au Rédacteur des Annales ; Monsieur , J e irions do lire la Gnomonique graphique de M. MOLLET, professeur à Lyon ; et sa lecture m'a autorisé a croire que c'est à l'auteur que l'on doit la construction du cadran cylindrique que l'on trouve à la page 372 du 3.* volume des Annales. Ce problème n'est pas nouveau , non plus que celui du cadran sphériquo , comme jo l'avais d'abord pensé ; on les trouve traités , l'un et l'autre , dans les Récréations mathématiques d'OZANAM , où l'on rencontre une colonne cylindrique surmontée d'une sphère , qui est relative à ces deux problèmes. En examinant les problèmes de gnoraonique plane de M. Mollet , j'ai remarqué que sa méthode de construction dos lignes horaires n'est commodément applicable t dans la pratique , que pour trouver , dans le cadran horizontal , par exemple , les lignes de 8 heures du matin à 4 heures du soir , celles de 7 heures du matin et *lo 5 heures du soir font des angles trop aigus avec l'equinoxiale pour pouvoir être déterminées d'une manière exacte ; celles de 4 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.08% accurate

SO.LAIRES. i4t heures et 8 heures font même déjà avec l'équinoxiale des angles au-dessous de 45° , ce qui exige beaucoup d'espace. Pour remédier a cet inconvénient , je propose la construction suivante, que j'appliquerai, pour plus de généralité, à un cadran incliné et déclinant. Soient C (fig. n) le centre du cadran , CB l'axe , CM la soustylaire , BM la perpendiculaire à l'extrémité de l'axe, Oa la méridienne. La latitude du lieu , la longueur de l'axe , l'inclinaison et la déclinaison du plan étant données , les trois côtés du triangle rectangle CBM et l'angle MCia sont aussi données. Cela posé : Je construis un rectangle AGHF , ayant pour hauteur la soustylaire CM et pour base GH , double de la perpendiculaire BM ; cette base , partagée en deux parties égales par la soustylaire, coupe la méridienne au point la. Je prolonge CA d'une quantité $AP=AG$, longueur de la squstylaire ; je tire PG , qui fait ainsi avec AP un angle de 45° . Sur PA. prolongée je porte PG de P en G'; sur PA et PG je porte GM de P en Q et Q/. Du point P comme centre , avec le rayon PA , je décris l'arc de $45''$ ÀA' ; je tire la ligne A'G' ; et , par les points Q et Qf , je mène les droites QR , QfW , respectivement parallèles aux lignes AG , A'G'. Je porte Mia de Q' en ta sur Q/R' ; et , par les. points P et ta , je mène le rayon P6. A compter du point où ce rayon rencontre l'arc AA' , je prends sur cet arc , de part et d'autre de ce point, des divisions de i59 (On les prendrait de $^\circ$.Zof ou de $3^\circ.45'$, si l'on voulait marquer sur le cadran les demi-heures ou les quarts-d'heures). Par les points de division , je mène les rayons P5 , P6 , P7 ; le rayon P5 rencontre respectivement les lignes QR , Q/R' , AG , A'G' aux points a , 11 , 8 , 5 ; le rayon P6 rencontre les mêmes lignes aux points 3, 1a , 9, 6; et le rayon P7 le* rencontre aux pointa 1, 4 » "> » 7*

The text on this page is estimated to be only 25.11% accurate

ija CADRANS SOLAIRES. Je porte "QR , arec ses divisions 2 , 3 , 4 , de M en H ; je porte Q'rV, avec ses divisions 1, 12, 11 , de M en G ; je porte enfin A'C , avec ses divisions 7,6, 5 , de F en H , et je laisse en place la ligne AG , avec ses divisions 8 , 9 , 10; menant enfin des droites du point C aux points de division 8,9, 10, 11 , 12, x,2, 3, 4, 5, 6, 7 des trois côtés AG , GH , HF du rectangle , le cadran se trouve construit. Si la méridienne , avant de rencontrer l'équinoxiale GH , rencontrait d'abord la parallèle AG à la aoustyiaire , ainsi qu'il arrive dans la figure à la ligne G 10/ ce serait à son point de rencontre avec cette droite AG qu'il faudrait marquer 1 a , en faisant rétrograder en conséquence tout le reste du numérotage. L'on voit , par cette construction , dont je ne donne point la démonstration , parce qu'elle est facile à trouver , que toutes le lignes horaires sont déterminées par des intersections de droites qui lut forment jamais entre* elles des angles inférieurs a 45*« Agrée* t etc. Marseille, le 1** juin 1816. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.84% accurate

QUESTIONS RÉSOLUES. «43 QUESTIONS RÉSOLUES.

Considérations préliminaires ; Par M. Gergonne. XI y a a peu pris un an qu'un géomètre très-distingué , auteur d'ouvrages estimés , et attaché , comme professeur , à l'une de nos principales écoles , m'annonça qu'il avait conçu sérieusement des doutes sur la légitimité des procédés du calcul des variations et des résultats qui s'en déduisent ; qu'il avait à opposer à ces procédés des objections d'une nature très-grave , et qu'il était , entre autres choses , en état de prouver que la surface que cette branche d'analyse indique comme celle de moindre étendue entre des limites données , ne jouit point constamment de cette propriété. Toujours empressé de donner accès dans les Annales à toutes les discussions et recherches qui peuvent tendre à jeter plus de lumière sur les doctrines fondamentales, je me hâtai d'écrire à cet estimable géomètre, pour l'engager à faire , des doutes qu'il avait conçus , le sujet d'un mémoire que je lui promettais d'insérer dans ce recueil , aussitôt qu'il me serait parvenu. " Mais , soit que le géomètre qui avait ainsi éveillé ma curiosité ait été détourné , par l'enseignement dont il est chargé , du soin de condescendre à ma prière ; soit que , comme il arrive assez souvent, le champ s'étant agrandi devant lui, à mesure qu'il le parcourait, il n'ait pu encore en atteindre la limite ; soit peut-être aussi que des réUexiona nouvelles aient dissipé tout-à-fait les nuages qui s'étaient

144 QUESTIONS. élevés dans son esprit ; je suis encore à attendre aujourd'hui le mémoire qui m'était presque promis. Dans l'attente eu j'étais de ce mémoire , je pensai convenable? de proposer, dans diverses livraisons des Annales , des questions bien circonscrites , relatives à la recherche de la moindre surface entre des limites données. J'étais d'autant plus fondé à le faire que , si ceux qui ont écrit sur le calcul des variations ont donné l'équation de la surface minimum , ainsi que son intégrale générale -T aucun d'eux , du moins que je sache , n'a montré , par des exemples, comment on doit déterminer les fonctions arbitraires qui naissent de son intégration , et combien de conditions sont nécessaires pour déterminer la forme de ces fonctions. Je pensai d'ailleurs que , si effectivement il existait quelque surface moins étendue que celle qu'on donne pour minimum , quelqu'un saurait peut-être la trouver et que sa quadrature , comparée à celle de l'autre , serait le moyen le plus propre de tous pour renverser les doctrines reçues , ou pour montrer l'impuissance des efforts dirigés contre elles. C'est faire comprendre assez que j'avais un moment partagé , de Très-bonne foi , les scrupules qu'on avait cherché à m'inspirer; des réflexions ultérieures les ont fait entièrement évanouir; mais j'ai pensé qu'il n'en serait pas moins utile , avant de présenter la solution qu'a donné M. Tédénat de l'une des questions relatives aux surfaces minimum , d'entrer dans quelques détails sur ce sujet. Le problème de la moindre surface entre des limites données est évidemment identique avec celui où l'on demanderait quelle courbure doit affecter une toile parfaitement flexible et élastique , tendue par ses extrémités , sur des lignes fixes données , planes ou courbes , à simple ou à double courbure ; et Ton voit par là que ce problème peut être considéré comme n'appartenant pas moins à la mécanique qu'à la géométrie. Mais , quel que soit d'ailleurs celui de ces deux points de vue sous lequel on l'envisage , on voit également que la surface cherchée doit être telle que , si l'on en circonscrit une portio

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.39% accurate

RÉSOLUES. 145 portion quelconque , par une ou plusieurs lignes droites ou courbes, formant une figure fermée , l'aire de la portion de surface déterminée par cette figure soit moindre que celle de toute autre surface se. terminant au même contour. Cette propriété , qu'on peut regarder comme caractéristique , et sur laquelle M. Monge insiste en plusieurs endroits de son Application de Fanatise à la géométrie , paraît précisément avoir été le fondement des scrupules de notre estimable professeur. • Soit tracée v en effet , dit-il, sur la surface prétendue minimum , et que nous » supposons déterminée par des conditions qui la rende différente » d'une surface plane ; soit tracée , dis-je , sur cette surface une » courbe plane fermée quelconque ; on pourra à la portion de » surface circonscrite par cette courbe substituer une surface plane , » se terminant au même contour ; surface de moindre étendue qu'elle, » et qui , réunie à la partie excédante , formera conséquemment ■ une surface totale moindre que la surface prétendue minimum. » La conclusion de ce raisonnement serait qu'il n'existe point d'autre surface minimum que le plan t et que conséquemment , lorsque les limites données de la surface minimum demandée sont de nature à- ee que cette surface ne puisse être plane , il ne saurait proprement y avoir de surface minimum; conclusion que la géométrie et la mécanique semblent également s'accorder à repousser. Ne serait-il p*s plus exa> t de remplacer ce raisonnement par Te suivant : « Entre des lignes droites ou courbes, planes ou à double » courbure , invariables de nature et de situation , il existe toujours* » une surface de moindre étendue que toute autre surface déterminée » par les mêmes lignes ; puisqu'on peut toujours concevoir une toile » parfaitement flexible et élastique tendue entre ces limites ; et' qu'il » faudra bien enfin que celle toile affecte une forme déterminée. » m Supposons que ces limites soient telles que là surface minimum » ne puisse être plane ; si l'on pouvait tracer sur elle une figure * plane fermée quelconque ; en substituant a la portion de surface* » comprise dans l'intérieur de cette figure la surface plane terminée 2am. VII v»

The text on this page is estimated to be only 26.64% accurate

i46 QUESTIONS » au même contour, on obtiendrait- une aire totale moindre que la première , qui conséquemment ne saurait être un minimum. » » Donc la surface minimum , entre des limites données , doit » être telle qu'il soit impossible de tracer sur elle aucune figure plane » fermée ; ou , ce qui revient au même , d'en détacher aucune » portion , limitée dans tous les sens , par une section plane. » » Or, comme c'est là ce qui arriverait infailliblement , si la surface avait , du moins dans quelques points , ses deux courbures » dirigées dans le même sens , il en faut conclure que la surface • minimum, entre des limites données, doit avoir , dans toute son » étendue , ses deux courbures de signes contraires » j et c'est précisément ce qu'apprend l'analyse. Mais poussons plus loin. Par un point quelconque de cette surface, menons-lui, dans une direction quelconque, deux tangentes perpendiculaires l'une à l'autre; et considérons les fibres de cette surface , supposée élastique , dont la direction est la même que celle , de ces deux tangentes. Ces fibres seront courbées en sens inverse, et ne le seront que par contrainte , à raison de leur élasticité ; chacune d'elles fera donc effort pour se redresser , et conséquemment pour augmenter la courbure de l'une , et , puisqu'elles se font équilibre , les deux efforts inverses devront être égaux*'^<i> ils sont évidemment proportionnels aux rayons-, de courbure des courbes qu'affectent respectivement les deux fibres , au point où elles se coupent; donc ces deux rayons de courbure doivent être égaux. Or,, si. l'on suppose que les deux tangentes dont il s'agit soient, pour chaque point dirigées suivant les deux courbures de la surface i les deux rayons de courbure dont il est question ici deviendront les rayons de courbure même de cette surface. Il résulte donc de ce qui précède que , non seulement la surface minimum doit avoir , en tous ses points, ses deux courbures principales de signes contraires, mais que de plus ces courbures doivent être égales. Nous ne prétendons point , au surplus , donner ce raisonnement pour une démonstration proprement dite ; mais on, voit Digitized by Google

RÉSOLUES, mais cependant qu'il en renferme le germe , et qu'il suffit du moins pour faire pressentir les résultats d'une analyse plus rigoureuse ; ce qui est , dans bien des cas , d'un très-précieux, avantage* Loin donc qu'il soit paradoxal de dire que la surface dont les deux rayons de courbure sont , en chacun de ses points , égaux et de signes contraires , soit en même temps celle dont l'aire est un minimum ; loin que l'on conçoive possible de prouver qu'elle ne l'est pas , il nous semble , au contraire , qu'il est peu de propositions aussi faciles à deviner ; parce qu'il en est peu , en effet , qui soient aussi exactement conformes aux indications du simple bon sens. Mais, dira-t-on encore en accordant , si l'on veut qu'il soit impossible de tracer , sur la surface minimum , une figure plane exactement fermée, du moins sera-t-il toujours possible de la couper par un plan , de manière à obtenir quatre pour ses intersections avec lui , deux courbes distinctes, telles que seraient , par exemple, deux hyperboles opposées ; et si , entre ces deux courbes , on substitue le plan à la portion correspondante de la surface prétendue minimum , on obtiendra un total moindre que cette surface , qui conséquemment ne saurait jouir réellement de la propriété qu'on lui attribue. Ce raisonnement pourrait être bon , s'il s'agissait d'une surface qui dût jouir indéfiniment de la propriété du minimum ; et, dans ce cas , la surface demandée ne saurait être qu'un plan ; mais il s'agit d'une surface qui jouisse de cette propriété parmi toutes celles qui ont des limites fixes données , c'est-à-dire , parmi toutes celles qui se terminent au même contour. Or , lorsque deux surfaces sont simplement assujetties à passer par deux courbes données , isolées l'une de l'autre, et que ces deux surfaces ne se confondent pas, il est impossible de les comparer sous le rapport de leurs aires ; puisqu'elles sont indéfinies l'une et l'autre , et ne se terminent point, au même contour. Ces difficultés ainsi éclaircies , venons à la solution de la question» proposée.

The text on this page is estimated to be only 25.98% accurate

i43 QUESTIONS Solution du problème proposé à la page 99 de ce volume ; ■ Par M* Tédénat , correspondant de l'institut , recteur de l'académie de Kismes. Problème. Couper un cube en deux parties , de telle manière çuc la section vienne se terminer aux diagonales inverses de deux faces opposées , et que f aire de cette section , terminée à la surface du tube y soit un minimum ? Donner , en outre , l'équation de la courbe suivant laquelle la surface coupante coupe chacune des autres faces de ce cube ? Solution. Soient A , B , Ç , D les quatre sommets de la base inférieure , et A' , 13' , C , \)' leurs correspondons dans la base supérieure. Soient , en outre , 0,0' les centres respectifs de ces deux bases. JLn supposant , pour fixer les idées , le cube tellement dispose que l'axe 00' soit vertical , ses deux bas*s seront horizontales. Concevons qur , par QQ' on conduise un plan vertical , parallèle 4 AU , CD , A'B' , OD' ; son intersection avec le cube sera un quarré dont les bases seront horizontales , et conséquemment les deux autres côtés verticaux* Concevons la surface de ce quarré comme formée de fibres élastiques verticales et horizontales se croisant à angles droits , et se terminant à ses côtés opposés. Si l'on fait éprouver à ce quarré , autour de 00' , un double mouvement de torsion et d'extension, de manière que ses deux bases parcourent , en sens inverse , un demi- angle droit, en prenant la grandaur et la direction des diagonales inverses des deux bases du cube , sans que les points 0 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.09% accurate

RESOLUES. i49 et 0' cèdent d'en être les milieux ; le plan de ce quarré deviendra ainsi une surface courbe ; et , comme cctle surface sera évidemment celle que formerait une toile parfaitement flexible et élastique , assujettie aux diagonales inverses des deux bases du cube ; ce sera évidemment la surface minimum., c'est-à-dire, la surface demandée. Cherchons donc l'équation de eette surface. Pans le mouvement de torsion du quarré t on peut concevoir que les deux bases tournent , d'un mouvement égal et contraire , autour des points O, O' , jusqu'à ce qu'elles soient devenues perpendiculaires l'une à l'autre; les fibres horizontales, n'étant sollicitées que par des forces qui sont elles-mêmes horizontales , conservent cette direction , et ne font que tourner simplement , autour du point où elles coupent l'axe 00', dans un plan parallèle à ceux des bases du cube , en demeurant toujours rectilignes (*). On voit aisément que la fibre horizontale , également distante des deux bases , se trouvant ainsi également sollicitée , dans deux diversions contraires, à tourner horizontalement sur le point où elle occupe 00' t ne prendra réellement aucun mouvement ; de sorte qu'après la torsion terminée , elle formera des angles égaux et demidroits avec les diagonales inverses des deux bases du cube auxquelles doit aboutir la surface dont il s'agit. On peut dire, plus généralement, que, si l'on considère trois fibres horizontales , également distantes entre elles dans leur situation primitive • après la torsion exécutée , la fibre intermédiaire devra former des angles égaux avec les deux fibres extrêmes. Il résulte évidemment de là qu'en général l'angle de deux fibres horizontales quelconques sera , après la torsion , proportionnel à la (*) On pourrait raisonnablement demander si cette direction recliligne des fibres)ioiir.ont«le» n'éprouvera pas quelque altération, par l'effet de la résistance des fibres verticales à la courbure qu'elles seront peut - être contraintes de prendre pour ob^ir au mouvement des premières. J. D. G.

The text on this page is estimated to be only 28.96% accurate

i5© QUESTIONS distance qui les sépare , ou , ce qui revient au même , a ta portion» de l'axe OO' interceptée entre elle* (*) ; et c'est conséquemment en exprimant analitiquement cette propriété que nous parviendrons à l'équation de la surface cherchée. Soient donc pris l'axe OO' pour axe des z * son milieu pour origine , et les z positifs du côté de la base supérieure du cube» Soient pris les axes des * et des y respectivement parallèles aux côtés des deux bases de ce cube ; de telle sorte que des deux diagonales inverses , auxquelles doit aboutir la surface cherchée, celle qui appartient à la base supérieure tombe dans les angles des x et y de mêmes signes , tandis que l'autre sera située dans les angles des x et y de signes contraires. Supposons encore que le mouvement de torsion s'exécute des x positifs vers les y positifs , de manière que la fibre horizontale immobile soit dirigée suivant l'axe des z. Soient enfin sa l'arête du cube. La diagonale supérieure , distante du plan des *y de la quantité a , fait avec l'axe des x ou la fibre immobile un angle j w ; mais toute autre fibre horizontale , distante de la quantité z du même plan , fait avec cette même fibre fixe un angle dont la tangente tabulaire est — ; ainsi , on doit avoir *
— Arc(Tang.=*) c'est à-dire „ $z = \text{Arc. } ^{\wedge} \text{Tang.} = -j^{\wedge}$, ou encore (*) Cela revient évidemment à dire que cette surface est celle qu'engendre une droite horizontale , tournant autour de l'un de ses points , d'un mouvement uniforme , tandis que ce point se meut , aussi uniformément dans une direction, verticale ; c'est la courbe rampante circulaire de Al. Monge. J. D.
c Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.54% accurate

RESOLUES. $i5i r = *Tang.$ « . Toute valenr constante donnée à z dans cette équation la réduira à celle d'une ligne droite , ainsi que cela doit être , puisque les fibres horizontales sont rectiligiics : mais on voit qu'il n'en sera pas de même des valeurs constantes données à jr ou y , qui conserveront k l'équation sa forme iransccndjnte. On trouvera , en particulier , pour les intersections de la surface dont il s'agit avec les deux faces du cube parallèle» aux plans des yz , la double équation $J = ^{Tang.} \sim$. Il faudrait bien se garder de confondre cette surface avec la surface gauche du second ordre qu'engendre , par son mouvement, une droite qui , passant constamment par les diagonales inverses des deux bases de notre cube , ne cesse point , dans son mouvement , d'être parallèle au plan des yz. L'cqualion de cette surface est évidemment » $x^* y = -$ » et ses intersections avec la surface du cube sont quatre diagonales » formant un quadrilatère gauche -, elle coupe d'ailleurs la surface à v ' ./laquelle nous venons de parvenir snivant les axes des s et des z. ' • i Si l'on demandait généralement de déterminer la surface mini"• fffUm , entre des limites données ; en po>ant , suivant l'usage , $^t — pàx - \backslash - qà y$, à *z — rdilx - \backslash - isàxà y - \backslash - tà y % , on remarquerait que l'élément de cette surface étant $djtdj^{\wedge} / i - f^{\wedge} > - f.y$ » , l'équation du pioblème doit être

The text on this page is estimated to be only 19.44% accurate

QUESTIONS » En traitant cette équation par les procédés connus de la méthode des variations, on parvient, comme l'on sait, à l'équation du second ordre $(i+?*>—awH-(,+/>,y=°>(A)$ commune à toutes les surfaces qui ont, en chacun de leurs points, leurs deux courbures égales et de signes contraires. Il est facile de s'assurer que l'équation $x= \text{Arc.}(Taog.= \text{£}) (B)$ est comprise } comme cas particulier dans cette équation générale; on en tire en effet t 4» r uif. * valeurs qui, substituée» dans l'équation (À) r réduit son premier membre à zéro (*). (*} Cette vérification dissipe cota platement les doutes qu'aurait pu laisser dans l'esprit le raisonnement qui a servi à parvenir à l'équation (B); et il est certain que cette équation est celle . d'une si.rfmc qui, passant pnr nos diagonales inverses, jouit en outre de cHte propriété; que la portion qu'on en pourra comprendre dans une figure fermée quelconque, aura moin* d'étendue que la portion ctvreadantc de toute autre surface courbe m terminant au m {me L'équation. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.67% accurate

RÉSOLUES. 153 L'«équation (A) a été intégrée par M. Legendre
 dans les Mémoires de l'Académie des sciences de Paris, pour 1787. Ce
 géomètre a trouvé que « x et y étant les deux racines de l'équation
 $(x^2 + 7y^2 - 2x + 1)^2 = 0$, (C) en posant $A = y^2 - 1$, $B = \frac{y}{\sqrt{1 - y^2}}$;
 contour. Mais, de toutes les surfaces passant par nos diagonales
 inverses, est-ce la seule qui résolve le problème ? Ne pourrions-nous pas, par exemple,
 demander la moindre surface entre toutes celles qui passent par le
 quadrilatère gauche que détermine sur la surface du cube la surface gauche
 du second degré dont il a été question tout-à-l'heure ? et cette surface
 minimum, qui doit être différente de notre surface du second ordre, et dont
 l'existence ne paraît guère pouvoir être contestée, ne sera-t-elle pas
 moindre que la surface minimum dont il est question dans la présente
 solution ? En un mot, par combien de courbes données peut-on se proposer
 de faire passer une surface minimum, pour que cette surface soit possible et
 unique ? C'est là un point sur lequel aucun des traités d'analyse, même les
 plus complets, ne s'exprime nettement. Quoiqu'il en soit, j'ai toujours
 cru de dire que rien ne prouve que la surface minimum trouvée ici soit
 celle qui résout la question, telle qu'elle a été proposée. Il ne s'agissait pas
 simplement, en effet, de trouver la surface de moindre étendue, entre
 toutes celles qui passent par les diagonales inverses des deux bases du cube
 ; mais de trouver, entre toutes les surfaces qui passent par ces diagonales,
 celle dont la partie interceptée dans le cube a la moindre étendue possible ;
 « t il se pourrait fort bien que la surface gauche du second ordre, qui
 pourtant n'est pas la moindre de toutes celles qui remplissent cette condition,
 fût néanmoins, entre ces limites, d'une moindre étendue que celle qu'on
 donne ici. Ce serait, au surplus, une chose facile à vérifier. Le problème
 général, dont celui-ci est un cas particulier, serait le suivant : Deux
 portions de courbes, isolées l'une de l'autre, se terminant de part et d'autre
 à deux surfaces courbes, aussi isolées l'une de l'autre, données ; faire
 passer par ces deux courbes une surface dont l'étendue soit comprise entre
 elles et les deux surfaces données, soit la moindre possible. D. G. Tom*

FIL ai

The text on this page is estimated to be only 20.34% accurate

,54 QUESTIONS l'intégrale de cette équation (À) était le résultat de l'élimination de m et f entre les trois équations. $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$, (0 $z = JA^* \{ \cdot \}$) à $\sim JB^* \backslash \text{fiyAfi}$; (3) f' , f'' , W désignant des dérivées des deux premiers ordres. Pour en déduire la forme des fonctions p et q qui convient à la surface dont il s'agit, nous remarquerons que la première revient à mais nous avons trouvé, d'un autre côté, $i z = \text{Arc.}(\text{Tang.} = \wedge)$ d'où l'on voit que, lorsque $x=0$, on doit avoir $7=0$; donc ce qui nous apprend que les deux fonctions i et $\bullet \Psi$ sont ici de la même forme; de sorte que nous pouvons poser les deux racines de l'équation (C) août donc égales, et conséquemment on doit avoir

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 12.05% accurate

RESOLUES, $a+f^{+^{\wedge}so}$, d'où $!+/\gg \bullet = \text{---}^{\wedge}$ et donc Mais, en éliminant y et z entre l'équation $r \ll \text{Tang.}^{\wedge-}$, et ses deux différentielles du premier ordre, on obtient $7^{-^{\wedge}+7} \gg \text{---} - * \sim \ll \blacksquare \text{---}$; ' qn a donc d'un côté $*:=af(.)$; et de l'autre $4a y/\text{---} i\text{---} \gg \gg$. « --- » donc

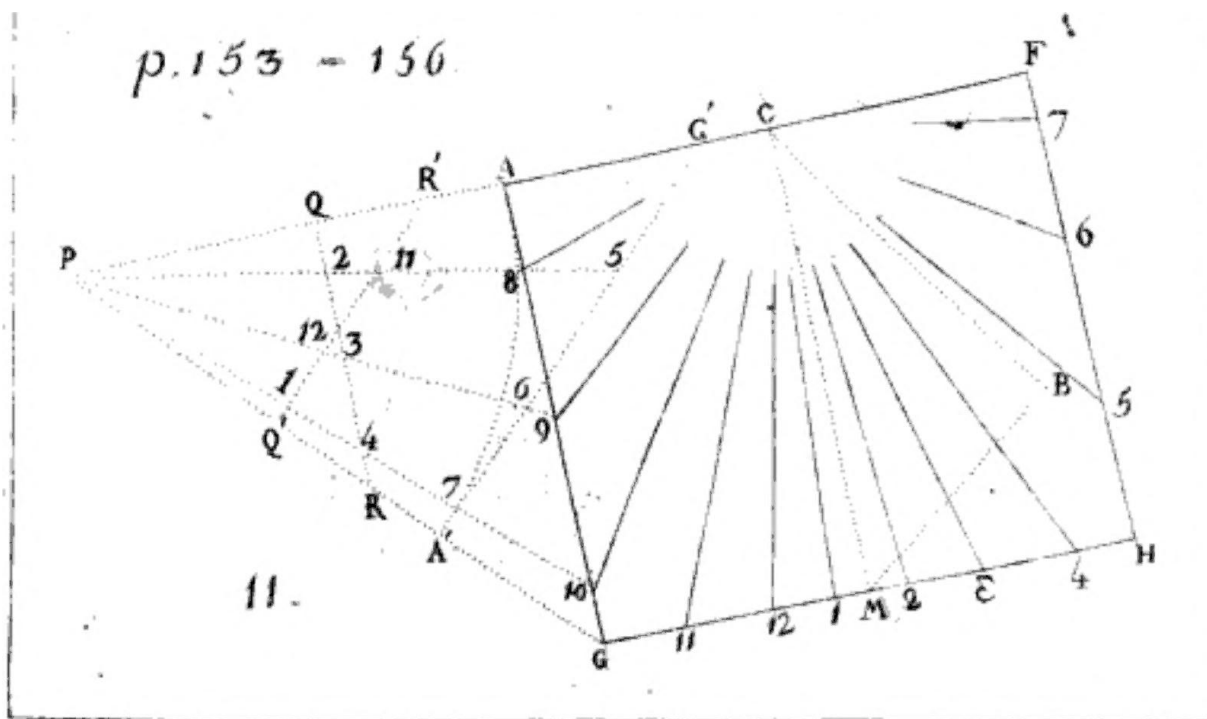
The text on this page is estimated to be only 26.55% accurate

150 QUESTIONS PROPOSEES. QUESTIONS PROPOSÉES.

Problèmes de géométrie , dépendant de la méthode des variations. (*) I. Entre toutes les surfaces qui passent par le contour d'un même quadrilatère gauche dont les angles et les côtés sont données , quelle est celle dont la partie interceptée entre les côtés de ce quadrilatère est la moindre possible ? II. Entre toutes les surfaces qui passent par les circonférences des deux cercles donnés de grandeur et de situation dans l'espace , quelle est celle dont l'étendue , entre ces mêmes circonférences, est la moindre possible ? III. Quelle est la moindre des surfaces qui, se terminant au périmètre d'un carré donné , comprennent entre elles et ce carré une volume donné ? IV. Quelle est entre toutes les surfaces qui , se terminant au périmètre d'un carré donné , ont , entre ces limites , une aire donnée, celle qui renferme le plus grand volume entre elle et ce carré. (*) Le lecteur voudra bien se rappeler qu'un autre problème du même genre a été proposé à la page 68 de ce volume , et est demeuré jusqu'ici sans solution* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 11.00% accurate

Ton* VU PU.Ĭ Paq H ^ : Digitized by Google



i Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.70% accurate

ABREVIATION DES CALCULS. >57 ARITHMÉTIQUE. Sur divers moyens d'abrèger la multiplication ; Par M. Gergonn. On s'est occupé*, dans tous les temps, de la recherche des moyens les plus propres à abroger la multiplication des grands nombres. Parmi ces moyens, l'usage des logarithmes a généralement prévalu et conservera probablement toujours le premier rang. Il est, en effet, peu de méthodes abrégées qui soient aussi expéditives ; et ce n'est pas seulement les multiplications qu'elle abrège, mais encore trois autres opérations, dont deux en particulier sont bien d'une autre difficulté. Les logarithmes d'ailleurs ne sont point seulement utiles, comme moyens d'abréviation ; mais leur usage est tout-à-fait indispensable dans une multitude de recherches mathématiques. On ne doit donc pas être surpris que cette ingénieuse invention ait presque fait entièrement oublier d'autres inventions plus anciennes, telles que les baguettes de Napier, la machine arithmétique de Pascal, etc. Cependant, sous le point de vue théorique, on ne saurait douter que ces divers moyens d'économiser le temps et d'éviter une trop forte contention d'esprit, dans la pratique du calcul, ne doivent continuer à offrir un véritable intérêt aux géomètres de profession. On peut remarquer d'ailleurs que, excepté dans les recherches approximatives, ce qui est, il est vrai, le cas le plus fréquent, le calcul par logarithmes ne peut guère être appliqué qu'à de petits Tern. VU, ».° FI, i décembre 1816. a*

i58 ABRÉVIATION nombres , c'est-à-dire , aux seuls nombres à l'égard desquels on consentirait très-volontiers à se passer d'un semblable intermédiaire, On peut remarquer, en outre, que les tables logarithmiques, d'une construction compliquée , sont par là même assez difficiles à vérifier , que les interpolations que leur usage nécessite si fréquemment, sont ou laborieuses ou peu exactes; et qu'en un mot l'emploi de ces logarithmes , qui ne sont à peu près tous que des nombres approches , semble s'écarter , en quelque sorte , de cette rigueur si précieuse aux yeux des véritables géomètres. Ajoutons enfin que, pour se servir sûrement et avec célérité des tables de logarithmes , il est presque indispensable d'avoir, sur ces sortes de fonctions, des connaissances théoriques qu'on ne parviendra jamais que difficilement à mettre à la portée de tout le monde ; ce qui fait qu'on ne peut guère se promettre d'étendre généralement l'usage de ces tables aux calculs vulgaires. C'est sans doute dans cette vue qu'on a cherché à étendre la table de Pythagore ; et on trouve en effet des tables de ce genre qui sont poussées jusqu'au carré de a^5 ; mais on sent qu'en les poussant même jusqu'au carré de 100 , le secours qu'elles offriraient serait loin encore d'être en proportion avec les usages les plus ordinaires; et (qu'en voulant les étendre au-delà , leur excessif volume les rendrait à la fois d'un prix élevé , et d'un usage incommode. La table de Pythagore est une table à double entrée ; et M, Laplace a observé (♦) que souvent , au moyen d'un calcul préalable assez facile , une telle table peut être suppléée par une «impie série , c'est-à-dire, par une table à simple entrée , ou à un seul argument. Cet illustre géomètre en donne plusieurs exemples qu'il déduit d'une analyse de nature à en fournir beaucoup d'autres encore. Notre but ici est beaucoup moins élevé ; et nous nous proposons seulement de faire voir , par les règles élémentaires de l'algèbre , qu'on peut obtenir , par des tables à simple entrée , non seulement $m \cdot i \cdot n$, $i \cdot i$, $i \cdot i$, , (*) Journal de Polytechnique* , XW cahier , page 58» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.22% accurate

DES CALCULS. i5g le produit de deux facteurs , mais même U
produit de tant de facteurs qu'on voudra. • * I. On a , par les premières
règles de l'algèbre ; $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$; (•) ce qui veut dire , en français , que
, si du qvarri de la somme de deux nombres on retranche le quarrê de leur
différence , on obtiendra pour reste , le quadruple de leur produit. Il suit de
là que, si l'on avait une table suffisamment étendue des quarrés de tous les
nombres de la suite naturelle , on pourrait , par son moyen , obtenir
exactement le produit de deux nombres qui n'excéderait pas ses limites ,
sans avoir autre chose à faire qu'une addition , deux soustractions et une
division par 4Exemple. On propose de trouver le produit de 531 par 479?
Facteurs donnés ((479 : Somme ioio] (ioamo» ? quarrés < Différence. 5a
) (3704 ■ 4 mmm m ■ mm Différence des quarrés. . . 1017396 Quart de
cette différence , on produit. . . 354349 • Or , il existe une semblable 'table :
elle a été publiée ches F. Didot, en 1801 , sous le nom de C SÉGUIN l'ainé ,
mais dans toute autre <*) Si , dui% cette équation , en ehinge a en 1 et b en
 $A1+B1+C*+D*+,m$; elle deviendra , en renvertant , Cette remarque est due
à M. Frégier , ancien élève de l'ècele polytechnique.

The text on this page is estimated to be only 27.62% accurate

160 ABRÉVIATION vue que celle qui nous occupe ici. Elle est précédée d'une introduction très-détaillée, qui indique tout le parti qu'on en peut tirer, on a donc lieu d'être surpris que l'auteur qui, dans cette introduction, se montre géomètre, n'ait pas songé à l'usage que nous venons de faire de sa table. Malheureusement cette table ne donne les carrés des nombres que jusqu'à 1000 seulement; mais il serait facile de la prolonger au-delà; et l'on conçoit que si, par exemple, on voulait la pousser jusqu'à 10000, il suffirait, comme dans les tables de logarithmes, de la faire commencer à 10000; attendu que tout ce qu'on pourrait mettre auparavant ferait double emploi. Cette table serait d'autant plus facile à prolonger que les séries de chiffres des différents ordres y forment constamment des suites périodiques; de sorte que, pour la construire, on n'a, pour ainsi dire, que la peine d'écrire. Ainsi, par exemple, pour les unités la période, qui a dix termes, est pour les dixaines, la période qui a quarante-sept termes est 0,0,0,0,1,3,3,4,6,8,0,2,4,6,9,2,5,8,2,6,0,4,8,2,7,2,7,3,8,4,0,6,2,8,5,2,9,6,4,2,0,8,6,4,3,2,1 -, et ainsi de suite; on pourrait même réduire ces périodes à moitié; en observant que chacune se compose de deux autres qui ne sont que le renversement l'une de l'autre. Voilà donc deux avantages incontestables des tables dont il est question ici: c'est, d'une part, leur facile construction que l'on pourrait en quelque sorte mettre en fabrique, comme celle des indiennes et papiers imprimés; c'est, d'une autre, la facile vérification qui en résulte, et qui est telle qu'il est presque impossible qu'il s'y glisse une faute, sans qu'aussitôt elle soit aperçue (*).

(•) On pourrait également former cette table par des additions successives, et je ne sais pas même si ce ne serait pas là le moyen le plus court et le plus commode, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.18% accurate

DES CALCULS. 161 Un autre avantage que présentent ces sortes de tables , c'est que , ai l'interpolation y est un peu plus laborieuse que dans les tables de logarithmes , elle a sur celle-là l'avantage de pouvoir toujours . être rigoureuse , puisque la suite des quarrés des nombres naturels est une suite aux secondes différences constantes et égales à deux. La formule générale de l'interpolation, pour les suites aux seconde» différences constantes est , comme Ton sait , a et s étant respectivement les indices de h et y ; mais tel où $A'x=2$, on aura simplement $r=^{+} (^{+}) (*-«-«+A3)=3+(4r-C) (^{+}+A3-i)$. i Supposons donc qu'avec les tables de M. Séguin on ait besoin du quarré de 543627 ; on cherchera celui de 5436,27 tombant entre 5436 et 5437 , dont les quarrés sont respectivement 29550096 «t 29560969 dont la différence est 10873; on aura donc ici $a = 5436$, $3=29550096$, «5436,27 , $AJ= 10873$; donc $jr=(5436,27),=29550096+0,27.10872,27$ î ou bieu $(5436,27)»ra2955303i,5i2gi$ donc enfin $(543627)»»2955303i5t29$. Au moyen d'un semblable calcul , la table de M* Séguin pourra servir pour les nombres supérieurs à ceux pour lesquels elle a été calculée , ainsi que pour le» nombres fractionnaire» ; et elle donnera , dan» tous le» cas , de» résultats rigoureusement exact». Il serait '

16a ABREVIATION seulement à désirer qu'elle contînt les différences des carrés consécutifs. L'impression en est d'ailleurs très-soignée et très-correcte. Un homme qui paraît être beaucoup moins géomètre que M. Séguin , mais qui pour cela même n'en a peut-être que plus de mérite , M. Antoine Voisin , a su apercevoir , par ses propres réflexions , du moins à ce qu'il paraît , le parti qu'on pourrait tirer d'une table des carrés des nombres naturels pour abrégé les multiplications , et il vient de publier , sous la dénomination , impropre d'ailleurs , de tables de logarithmes , une table des carrés des nombres naturels, étendue jusqu'à 20000 (*)» Mais , dans la vue d'éviter au calculateur la peine légère d'une division par 4 t l'auteur n'a inscrit dans sa table que le quart de chaque carré» en rejetant l'unité de surplus pour les carrés impairs. En conséquence , lorsque, des deux facteurs à multiplier, l'un est pair et l'autre impair , le résultat se trouve fautif en moins d'une unité qu'il faut lui restituer. Pour la même raison , lorsqu'on veut avoir , au moyen de cette table , le carré d'un nombre impair ; il faut non seulement multiplier le nombre qu'on trouve dans la table par 4 » mais encore ajouter une unité au produit. L'auteur annonce qu'il a le dessein de prolonger sa table jusqu'à 100000; mais , s'il l'exécute, nous pensons qu'il fera bien d'y inscrire tout simplement les carrés des nombres naturels , à partir de 10000 seulement, et de placer dans une colonne à droite les différences consécutives de ces carrés. Il aura ainsi une table qui pourra servir à beaucoup d'autres usages que celui qu'il a été spécialement en vue , en dressant celle qu'il vient de publier. Lorsqu'on veut obtenir , au moyen de pareilles tables , le produit de trois facteurs , il se présente tout naturellement de chercher d'abord le produit des deux premiers , et ensuite le produit du résultat obtenu par le troisième. On pourrait aussi construire , pour " (•) Cette table in-ia , qui renferme 150 pages d'impression , le trouve chez M. m« veuve Courtier , à Paris.

The text on this page is estimated to be only 26.22% accurate

DES CALCULS, i63 cet effet , une table a triple entrée ; mais nous allons voir que cette table , comme la table à double entrée , peut être suppléée , •vec avantage , par une table a un seul argument. IL On a , par los premières règles de l'algèbre , d'où l'on voit qu'avec une simple table des cubes des nombres naturels , on peut obtenir, tout d'un coup , le produit de trois facteurs , au moyen de quelques additions et soustractions et d'une division par z^4 , laquelle se réduit à deux divisions consécutives par 6 et par 4* Or, l'ouvrage de M. Séguin, que j 'ai cité plus haut, outre les quarrés des nombres naturels , renferme aussi leurs cubes ; on peut donc s'en servir , avec avantage , pour déterminer immédiatement le produit de trois facteurs , en «e conduisant comme dans l'exemple suivant. Exemple. On propose de déterminer le produit des trois facteurs 73i ; 471 , 317. $(73i+47i-T-3i7),=i5i9s=* 35o488i359 (471+317— 731)*= 57J= i85ig3 (317+731— 471)'= 577'= 192100033 88543935i (73i+47i_ 3i7)'=s 885,=693i54ia5 34$ fois le produit =a6i944aoo8 4 fois le produit s 436573668 Produit cherché 1 091 434 »7 • • . " Ici encore les interpolations pourront être faites rigoureusement ; mais elles seront un peu plus laborieuses que dans la table des quarrés; puisque , dans la suite des cubes, ce sont seulement les troisièmes différences qui sont constantes.

The text on this page is estimated to be only 20.57% accurate

i6< ABRÉVIATION III. On peut pousser plus loin encore , et , m
l'on veut déterminer immédiatement le produit de quatre facteurs : un aura
pour cela la formule
$$\wedge iabcd=i\{a-\{-b+c-\backslash'd^{\wedge}-(a+b-\backslash-c-d)^*+(a+b-c-J)>-(b+f+d-o)>4-(<*b-J)^*-(c+d+a-b*H}$$
 faudrait donc ici une table
des quatrièmes puissances des nombres naturels ; mais , comme ces
puissances sont des quarres de quarrés , la table de M. Séguin suffira
encore. Si l'on avait une table des cinquièmes puissances des nombre
naturels , on pourrait également en déduire immédiatement le produit de
cinq facteurs ; on aurait pour cela la formule
$$1\ 9aoa\$tf^=(tf-f-J+r-f-<?-|-*)s$$

$$-(ib-\backslash-c+d+e-«)s\bullet Ka+b+c-d-eJi-(c+d+e+*--b)iHa+b+d-c-ey-$$

$$id+e+a+b-c)^*+(o+c+d-b-ef-ic+o+b+c-df1+(b+c+d-a-*)^*-(a+b+c+d-ef+\{a+b+e-c-d*Mt+c+ê-è-dr\blacksquare^t+c+t-a-d)^*+\{c+d+c-o-by$$

. La ■ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.18% accurate

DES CALCULS. i65 La loi de ces formules est facile à saisir. Si le nombre des facteurs dans le premier membre est 01, son coefficient sera $(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m)^{m-1}$. Le second membre contiendra des m termes puissances de polynômes, de m termes chacun, formés de tous les facteurs dont il s'agit. Ces polynômes seront au nombre de a^{m-1} . Il y en aura un et un seul où tous les termes seront positifs; m où chaque terme sera à son tour négatif; $\sim$ '• $\sim$ "7~ ou $\wedge$ eux terme* «««ront tour-à-tour négatifs et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à rendre la moitié des termes négatifs. si m est pair, ou la moitié de $m-1$, si m est impair. Ces puissances de polynômes ont d'ailleurs U signe -h ou le signe —, suivant que le nombre de leurs termes négatifs est pair ou impair. |IV. Dans le mémoire cité plus haut y M. Laplace rappelle qu'environ un siècle avant l'invention des logarithmes, on avait déjà eu l'idée ingénieuse de faire servir les tables de sinus naturels à abrégé les multiplications # et cela au moyen de la formule $2\cos.\frac{a+b}{2} = \cos(a-\frac{a-b}{2}) + \cos(a+\frac{a-b}{2})$; En séparant r en effet, sur la droite des deux facteurs un nombre de chiffres décimaux suffisant pour les rendre l'une et l'autre moindres que l'unité, on pourra les considérer comme les cosinus tabulaires des deux arcs, a , b , que l'on trouvera dans les tables. Cherchant donc, dans les mêmes tables, les cosinus de $a-b$ et de $a+b$ leur demi-somme, en y rétablissant la virgule où il convient, sera la produit cherché. Rien n'est plus facile que d'étendre cette méthode s> la recherche immédiate du produit de trois ou d'un plus grand nombre de fac-; leurs; on a, en effet, Tom. Vlh a?

The text on this page is estimated to be only 19.89% accurate

166 ABRÉVIATION DES CALCULS. ' ' ' ' ♦ . f • 4-Cos.(of-0— h)
i 8Co«tfCMiCM.K>)s^=Cos.(tf4-H^+^+Cos.(^+r-f^-<) -J-Cos. (a -\b —
</)-|-Cos.(r-f-<J-+ "fl— ^) -t-Cos. (*4* -i- </)-r-Cos.(</4-<H-*-<0 et ainsi de
suite. - La loi de ces formule* ne diffère de celle des précédentes que dans
les seuls points que voici : si m est le nombre des facteurs, le coefficient du
premier membre sera simplement 2/!" ; il faudra, dans ce même premier
membre , substituer les cosinus de a , b-, t, a ces lettres elles-mêmes ; il
faudra finalement , dans le second membre , changer -les m.mt\$ puissances
en cosinus, et affecter indistinctement tous ces cosinus du signe -4~. Nous
pensons qu'en voilà assez pour faire voir que ce ne sont point seulement les
tables h double entrée que l'on peut remplacer par des tafclés à uu seul
argument. On voit , eu effet, par ce qui précède V qu'il en est absolument de
même pour les produits de iacteurs variables ; en quelque nombre qu'ils
«oient d'ailleurs. On voit en même temps que les tables des puissances des
nombres naturels ont plus d'un genre d'utilité ; mais nous pensons que
pourtant les géomètres leur préféreront toujours , et non sans raison , 4eê
tables âV logarithmes. ; : • « 'I- »' • ' î ■ i. . j. ' S •< î «i i i ' » f . f ■• l l : ■ ,
l . > . . « . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.09% accurate

i67 TRIANGLE ET TÉTRAÈDRE. ■ ■ ■ , — . GEOMETRIE
 ELEMENTAIRE. * • * | « v* Théorèmes divers , /e triangle et le tétraèdre ;
 Par M. Frégier , ancien élève de l'école polytechnique. $i^* > \bullet r \bullet \blacksquare \bullet \bullet$; $j > \bullet \bullet \bullet$.
 ..i . i. ■ « * Théorème i. Dans tout tronc de triangle , à bases parallèles r l
 intersection des deux diagonales est en ligne droite avec Us milieu» des
 bases du tronc et le sommet du triangle. . Démonstration. Soit pris l'angle
 du sommet pour angle des coordonnées. Si a et & désignent les segments
 interceptés sur les axes , depuis l'origine , par l'une quelconque des deux
 bases du tronc , les segments interceptés sur les mêmes axes, aussi a partir de
 l'origine,, par son autre base , pourront être représentés par na et ni ; » étant
 un nombre abstrait quelconque. Les deux diagonales auront ainsi pour leurs
 équations $oy = nb(a-x)$, $ox = n*(6-r)$. d'où l'on conclura encore , par
 l'élimination de n ; r $ay = lx$, équation d'une droite qat doit contenir le point
 d'intersection des deux diagonales ; mais cette droite passe évidemment par
 l'origine' et par les milieux des deux bases du tronc ; le théorème est
 dbno«omplètement démontré.

The text on this page is estimated to be only 25.51% accurate

x68 TRIANGLE Remarque. Dans le cas particulier où $n=2$ ou 7 , c'est-à-dire, lorsque la hauteur du tronc est moitié de celle du triangle, l'intersection des deux diagonales est évidemment le centre de gravité de l'aire du triangle total. THÉORÈME II Dans tout tronc de tétraèdre, à bases parallèles, les droites qui joignent les sommets de l'une quelconque des bases aux milieux des côtés de l'autre base qui leur sont respectivement opposés, concourent en un même point qui est en ligne droite avec les centres de gravité des aires des bases du tronc et avec le sommet du tétraèdre, Démonstration. Soient prises les trois arêtes du sommet du tétraèdre pour axes des coordonnées. Si a, b, c désignent les segments interceptés sur ces axes, depuis l'origine, par l'une des bases du tronc, les segments interceptés sur les mêmes axes, aussi à partir de l'origine, par l'autre base de ce tronc, pourront être représentés par na, nb, nc ; n étant un nombre abstrait quelconque, il est de plus aisé de voir que les centres de gravité des aires des deux bases auront respectivement pour équation $y = \frac{1}{3}t, y = \frac{1}{3}b^9 * mm z - c, x = -tnc$; Lesquelles satisfont également à la double équation qui est conséquemment celle de la droite qui joint le sommet ou l'origine aux centres de gravité des aires des deux bases. Cela posé les équations des droites qui joindront les sommets de la première base aux milieux des côtés opposés de la seconde, seront, comme il est aisé de le trouver, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.04% accurate

ET TÉTRAÈDRE. $i_6j : jia(<r-z)$, $acy=nb[c-z)$, $*bz-ne(b-y)$,
 $a.bxz=no\{b-y)$. Quant aux droites qui joignent , au contraire , les sommets
de)é seconde base aux milieux des cotes opposés de la première , elles
auront respectivement pour équations $zncx\sim a(nc\sim z)$, $artcy=b(nc-x)$,
 $snay=*b(na-x)$, $znoz<*c(na-x)$, $znbz=c(nb-y)$, $2nbx^a(nb-y)$, De
trois équations prises au hasard dans le premier groupe» on tire résultats
dont la symétrie prouve qu'ils doivent également satisfaire aux trois autres
équations , ainsi qu'on peut directement s'en assurer; et que , par conséquent
, ils expriment les coordonnées d'un point commun à nos trois premières
droites. Pareillement , trois équations prises au hasard dans le second
groupe t donnent ne i*a ne _ résultats dont la symétrie prouve encore ,
comme il est d'ailleurs facile de le vérifier , qu'ils doivent également
satisfaire aux trois autres équations , et qu'ainsi ils expriment les
coordonnées d'un point commun à nos trois dernières droites.

70 TRIANGLE Nos trois premières droites se coupent donc en un même point (2), et les trois dernières en un autre point (3). Il est de plus aisé de voir que le point (2) comme le point (3) est sur la droite (1); ainsi le théorème est complètement démontré. Remarque. Il est aisé de voir qu'en supposant, dans les équations (3), $\alpha = f$, elles deviennent celles du centre de gravité du volume de tétraèdre; et, comme on a alors V il s'ensuit que ce point est situé au milieu de la droite qui joint les milieux des deux arêtes opposées quelconques. C'est aussi ce qui a été démontré, d'une autre manière, par M. Monge, dans la Correspondance sur l'école polytechnique, (tom. II, pag. 1). Si l'on fait une projection de notre tétraèdre sur un plan quelconque, les projections des milieux des arêtes et des centres de gravité des aires des faces seront les milieux et les centres de gravité des projections de ces arêtes et de ces faces; et les projections des points en ligne droite seront situées sur les projections de ces droites. On peut donc, de notre théorème, déduire comme corollaire la proposition suivante. Corollaire. Lorsque deux triangles, tracés sur un même plan; ont les côtés parallèles, chacun à chacun, les droites qui joignent les sommets de l'un d'eux aux milieux des côtés respectivement opposés dans l'autre, se coupent en un même point situé en ligne droite avec les centres de gravité des aires de ces triangles et leur centre de similitude. THÉORÈME III. Si trois droites partant des sommets d'un triangle concourent en un même point, leurs parallèles respectives partant des milieux des côtés opposés concourront aussi en un même point, et réciproquement. En outre, la droite qui joindra ces deux points contiendra le centre de gravité de l'aire du triangle, lequel la divisera en deux parties dont l'une sera double de l'autre. Démonstration. Soient A, B, C les trois sommets du triangle, Digitized by Google

ET TÉTRAÈDRE. i7« ẽ , l , e les milieux des côtés opposés , et G
«on centre de gravité. a% b , c seront les sommets d'un triangle semblable à
ABC , dont les côtés , moitié des siens , leur seront respectivement
parallèles. Il est de plus aisé de voir que G sera le centre commun de gravité
des aires de ces deux triangles , et conséquemment leur centre de similitude.
Soit P un point situé d'une manière quelconque sur le plan du triangle ABC ,
et soit p son homologue par rapport au triangle abc ; ces deux points
devront être en ligne droite avec le centre de simiAB BC CA litude G ; et ,
comme on a — — = — - = — =2 f on devra avoir éga; ŨO OC C4t GP
lement — =2. Enfin , les points P et p étant des points homologues ; et les
deux triangles ayant leurs côtés parallèles, chacun à chacun, les droites PA ,
PB , PC doivent être respectivement parallèles aux droites pa , pb , pe ; ce
qui complète la démonstration de noire théorème. Remarque. Quoique nous
ayons tacitement supposé , dans le raisonnement que nous venons de faire ,
que les points P et p étaient tous deux dans le plan du triangle ; il est aisé de
voir que ce raisonnement n'en serait pas moins concluant , quand bien
même cea points seraient situés hors de ce plan. Dans ce cas , ils se
trouveraient situés de différens côtés du plan du triangle. Si le point p est le
centre du cercle inscrit , le point P deviendra le point d'intersection des
perpendiculaires abaissées des sommets du triangle sur les directions des
côtés opposés. On peut donc de notre théorème conclure comme corollaire
la proposition suivante : Corollaire. Dans tout triangle , les perpendiculaires
abaissées des sommets sur les directions des côtés opposés se coupent
toutes trois en un même point , situé en ligne droite avec le centre du cercle
inscrit , et le centre de gravité de l'aire du triangle. Ce dernier point est au
tiers de la droite qui joint les deux autres à partir du second.

The text on this page is estimated to be only 28.53% accurate

»;a TRIANGLE Cette dernière proposition a été démontrée pour la première fois par M. Le Français , dans son Application de l'algèbre à la géométrie. On voit avec quelle simplicité elle se déduit de notre théorie.

THÉORÈME IV. Si quatre droites partant des sommets d'un tétraèdre concourent en un même point de l'espace , leurs parallèles respectives , partant des centres de gravité des aires des faces opposées concourront aussi en un même point , et réciproquement» En outre , la droite qui joindra ces deux points contiendra aussi le centre de gravité du volume du tétraèdre , lequel la divisera en deux parties dont l'une sera quadruple de l'autre.

Démonstration, Soient $A > B > C$, D les sommets du tétraèdre , a , b , c , d les centres de gravité des aires des faces opposées , et G le centre de gravité du volume de ce tétraèdre, a , b , c , d seront les sommets d'un tétraèdre semblable à $ABCD$, dont les arêtes , quatre fois moindre que les siennes, leur seront respectivement parallèles. Il est de plus aisé de voir que G sera le centre commun de gravité des volumes de ces deux tétraèdres , et conséquemment leur centre de similitude. Soit P un point de l'espace situé d'une manière quelconque par rapport au premier tétraèdre , et soit p son homologue par rapport au second ; ces deux points devront être en ligne droite avec le centre G de similitude ; et, comme on a $\frac{aG}{AG} = \frac{bG}{BG} = \frac{cG}{CG} = \frac{dG}{DG} = 4$. on verra que PG devra avoir aussi $\frac{pG}{PG} = 4$ Enfin les points P et p étant des points homologues et les deux tétraèdres ayant les arêtes parallèles, chacune à chacune , les droites PA , PB , PC et PB devront être respectivement parallèles à leur»

homologues pa , pb , pc , pd ; ce qui complète la démonstration de notre théorème. Remarque. Il a été démontré (tom. II, pag. 141 et 143) que, dans un tétraèdre dont les arêtes opposées sont respectivement perpendiculaires , les perpendiculaires abaissées des sommets sur les plans des faces , ainsi que les perpendiculaires élevées aux plans de

The text on this page is estimated to be only 26.44% accurate

ET TETRAEDRE. ,73 de ces faces , par Us centres de gravités de leurs aires , se coupaient toutes quatre au même point ; .et l'on voit qtf*<nv verra de notre théorème , chacune de ces deux propositions est une conséquence nécessaire de l'autre. Le même théorème fait voir en outre que la droite qui joint ces deux points contient le centre 'de gravité du volume du tétraèdre , et que ce point la partage en deux parties dont Tune est quadruple de l'autre. . v .1 Si l'on projette le tétraèdre sur un plan quelconque , sa projection sera un quadrilatère avec ses deux diagonales , ; les projections des centres de gravité des aires de ses faces seront les centres de gravité des aires de leurs projections ; | les projections des droites concourrant en un même point, concourront aussi en un même point , et les projections des droites parallèles le seront elles-mêmes. Notre théorème donne donc lieu' au corollaire suivant. Corollaire. Si quatre droites partant des sommets d'un quadrilatère concourent en un même point , leurs parallèles partant respectivement, pour chaque sommet, du centre de gravité de, l'aire du triangle formé par les trois autres , concourront aussi en un même point j et réciproquement (*). '(!) Oit peut consulter , pour le» autres analogies entre le triangle et le tétraèdre r la page iî3 du deuxième volume et la page 317 du «rowUaue volume de ce : ' •■ • m- • . :. /. D. G. ' .» 1. ->» : 1 » 1 < ■ « ?om~ VIL *4

The text on this page is estimated to be only 21.83% accurate

i7< SURFACES GEOMETRIE ANALITIQUE. Caractères des surfaces de révolution , en général et en particulier , de celles du second ordre , dans le cas des coordonnées obliques ; Par M. ***. On trouve , dans le troisième volume de 1» Correspondance str t école polytechnique (pag. 196, ao3 , 2o5, 3i3), diverses méthodes pour parvenir aux conditions qui expriment que l'équation générale du second degré , à trois indéterminées , appartient à une surface de révolution , du moins eo supposant que ces indéterminées expriment des coordonnées rectangulaires. Dans le troisième volume du présent recueil (pag. iti) , M. Berard a indiqué ce qu'il faudrait faire pour étendre cette recherche au cas où la surface proposée se trouve rapportée à des axes obliques quelconques. En substituant en effet , pour a , b , e , d , dans (*f-9flj)»— 3tff)(r*— 3^)=o , les coefficients de son équation '+) (pag. 110) , le premier membre de l' équation résultante doit devenir la somme de trots quarré»;et, en égalant séparément la racine de chacun d'eux à zéro , on doit parvenir à trois équations de condition , telles que chacune d'eUea

The text on this page is estimated to be only 19.26% accurate

DE REVOLUTION. 175 se trouve comportée par les deux autres. Malheureusement , outre que cette manière de parvenir aux conditions cherchées , qui suppose d'ailleurs la connaissance préalable de l'équation (4) , est assez laborieuse , il n'est point commode d'en déduire les équations de l'axe de révolution (*). (•) Ces inconvénients n'ont point échappé à M. Bérard ; car , dans un inédit qu'il m'a communiqué, au commencement de 1816, il présente celle recherche sous un point de vue un peu différent. Voici , en dernière analyse , à quoi son procédé se réduit. En supposant , pour plus de simplicité , la surface rapportée à son centre , ce qui ne change rien au fond de la recherche dont il s'agit et en remplaçant son équation par $Ax'+By'+Cz'+xd'yt+zB'ix+zC'xy^E-T$ (i) il a été démontré* (ton. VI, pag. 168) que $x-mz$, $y=mt$, (a) étant les équations d'un diamètre principal, on devait avoir $(r^2-E)m+\{B'r^2-ECos.lO \ll H^V-JECos.y)/! =0$, $(Br^2-E)n+(\frac{f}{-} \ll Cos.y)m^4 < r^2-JTCos..) = 0$, $(O- \ll E) +(\frac{r^2}{-} \ll Cos..> -H^{***} \ll Cos./s)/n=0$ (3) équations dans lesquelles r exprime la longueur de la moitié du diamètre. Si on entre elles , ce qui conduira à deux équations de la forme $m^4-hmn+c n^2-d m-he nArf=0$, et qu'on élimine ensuite n entre ces deux-ci , on obtiendra une équation $f \gg 1$

The text on this page is estimated to be only 23.42% accurate

i" G SURFACE On a lieu d'être surpris qu'aucun des géomètres
 qui se sont occupés de cette question, n'ait songé à y appliquer la
 transformation des coordonnées qui, comme on va le voir, dans le cas
 même des coordonnées obliques, conduit au but d'une manière en m qui
 sera du troisième degré seulement et qui répondra aux trois directions* qu'un
 diamètre principal peut avoir. Si la surface est de révolution, l'une de ces
 directions doit être celle de l'axe, et les deux autres doivent l'être in-
 déterminées; il faut donc alors que cette équation du 3.^e degré s'anéantisse
 d'elle-même, c'est-à-dire, que ces quatre coefficients doivent être égaux à
 zéro. J'ai les quatre équations de relation qu'on obtient ainsi peuvent être
 remplacées avec avantage par deux autres seulement. Pour obtenir celles-ci,
 on remarquera que, dans le cas dont il s'agit, pour que les équations (4) ne
 conduisent qu'à un seul système de valeurs de m et n, il faut qu'elles
 admettent un facteur commun, fonction du premier degré de ces deux
 quantités. Posant donc $z - jmn + \sim nl + m - \wedge n - j = (/n + \wedge + \wedge)(n +$
 $< \wedge n + \wedge)$, 'b' & â' t? $P m > + - mn \wedge - n^* + - m + = (> + /> / \hat{i} + ?) r > + \ll / ! + s /) \hat{i}$ et
 exprimant séparément que chacune de ces équations est identique, on aura
 * d'une part, cinq équations entre p, q, m, fi, et d'une autre, cinq
 équations entre p, q, m!, fi'; faisant donc, de part et d'autre, l'élimination
 de ces quatre inconnues, on obtiendra les deux équations de condition
 cherchées. Le calcul nécessaire pour effectuer cette élimination conduira
 aux valeurs d#*, fi», P. Résolvant alors Ici deux équations» $m + * n + fi - o$
 , $m + n + is Aso$, elle» feront connaître les valeurs de m et n qui
 conviennent à l'axe de révolution. Tout cela est très-exact; mais nous
 pensons que le procédé que l'on va exposer pourra peut-être paraître un peu
 plu» simple et plu» »> métrique. /. D. G. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.51% accurate

DE REVOLUTION. ,77 extrêmement simple , ne présuppose aucune recherche préalable , n'exige que des calculs d'une symétrie parfaite , et a sur-tout le précieux avantage de pouvoir être indistinctement appliquée aux surfaces de tous les degrés. Pour plus de simplicité , nous supposerons , dans tout ce qui va suivre , que la surface est déjà rapportée à son centre. Le fait prouvera que cette supposition n'ôte absolument rien à la généralité des résultats. En conséquence , nous donnerons à l'équation de cetU surface la forme suivante: $jtx\%+JB y^*+C\x^*+2A'yz+2B'zx+aC'sy=E$; (1) et les angles des coordonnées seront supposés « , j » , yi Soient / , v , v les coordonnées d'un système rectangulaire de mémo origine que le premier. On sait qu'en posant $\varphi = a x - b y - c z$, $J v = a' x + b' y - c' z$, φ (2) $v = a'' x + b'' y - c'' z$, J on doit avoir $i^{\wedge} // . - , j$ (3) $\xi a + a < + c " o " = Co \$. t !$ (4) Cela pose' ; lorsque la surface est de révolution , on peut la raporter d'abord rapportée aux coordonnées rectangulaires ; et , en admettant que l'axe des 9 est l'a*e de révolution , son équation sera de la forme

The text on this page is estimated to be only 16.56% accurate

=2V. (6) $i7t$ SURFACES $=M?^*+N (*)$ (5) Jf et $/V$ étant deux constantes dont les grandeurs et les signes particularisent la surface. Passant ensuite aux coordonne'es obliques, cette équation deviendra ou, en développant, ordonnant et ayant égard aux relations (3, 4) $i \{^{\wedge}(t+A/^{\wedge}V-H\cos.*-- \{\backslash +M)b>'c")yz + \{ i i +^{\wedge}/, \} r> + \{ \cos. *-(i +M)c\gg a\gg \} zx -H t -(i -Mf)*" \} x' + \{ \cos.y-(i +My'è")zy$ Cette équation ne devra donc différer de l'équation (i) que par le facteur —. Expriment donc qu'il est ainsi, nous aurons les six équations $\pounds \{ i-(i+Jf>'*) \} =^{\wedge}iV$, $\pounds \{ \cos.— (i+M)b\gg c>* \} = A<Nt$ $JE \{ i— (i+M)b">\ =BN \ \pounds \{ \cos.*-(i+Jlf)tf^{\wedge} = B'N$, $^{\wedge} \hat{i}— (i+My\gg \} =CN$; $JÊ' \cos.y— (i+M)a\gg b\gg) = C>N$. En y Taisant (•) En général, v étant l'axe de révolution, l'équation d'une surface quelconque de révolution est de la forme $\# \bullet + \ll \bullet = /! \gg$; m au ici ou la surface ett du second ordre et « son centre à l'origine, ott doit avoir $/(f) = AIf\gg + N$; M et N étant deux constantes. (Nota de fauteur.) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.96% accurate

DE REVOLUTION. «79 on pourra les écrire ainsi : $\phi = \theta - H$, (6)
 $\phi = D'k + \cos \theta$, 5(7) $\phi = a + i$, $\phi = C' \Delta - f \cos \theta$.) Ces équations ne
renferment plus que les quatre inconnues a , e , f , k . Puis donc qu'elles sont
au nombre de six, l'élimination de ces inconnues entre elles conduira aux
deux équations de condition cherchée. Il faudra ensuite obtenir les
équations de l'axe de révolution. Ces équations, dans le système
rectangulaire, étant $\phi = 0$, $\theta = 0$, seront dans le système oblique $a x - b y + c$
 $z = 0$, $a'x + b'y + c'z = 0$. Prenant successivement les sommes de leurs produits
par a et $a' \cos \theta$, b et $b' \cos \theta$, c et $c' \cos \theta$, et ayant égard aux relations (3), on en
déduira trois nouvelles, dont chacune se trouvera comportée par les deux
autres, et qui pourront être écrites ainsi $r^2 + j \cos \theta - z \cos \theta = a^2$
 $(\phi // \phi + y + x)$; $y + z \cos \theta + x \cos \theta = b^2 (a^2 x + b^2 y + c^2 z)$; $\phi + \phi \cos \theta / i^4 - y \cos \theta -$
 $= v^2 (a^2 H - 4)$, et desquelles on déduira, par l'élimination du facteur
commun \ leur seconds membres,

The text on this page is estimated to be only 23.15% accurate

,80 SURFACES $\sim b''''' C <$; ou encore , en divisant par $y' \gg 3 ; 7$; W 'équations dans lesquelles il ne s'agira plus que de mettre pour $i; e, y$, les valeurs données par les équations (6 , 7). Tous les calculs que nous venons d'indiquer , toujours , comme on le voit , d'une parfaite symétrie , n'exigent , en quelque sorte , pour leur exécution , que la simple peine d'écrire. Et d'aberd , en comparant aux quarrds des équations (7) les produits deux à deux des équations (6) , on obtient $(^A + \text{Cos}, -)^* \text{—}$ $(\text{f}A + iXGM - i) = 0$, $(C'A + \text{Cos}.y)' \text{—} (Ak + iXBk + i) = 0$; eu. , en développant et ordonnant $(\hat{A} \gg - BC)k^* \text{—} (fl - K \text{—} 2^{\wedge} \text{Cos}. \ll \} A \text{—} \text{Sin}. \backslash \ll = 0$, $J (C' > \text{—} AB)k > \text{—} (A + B - zC' \text{Cos}.v)/i - S \backslash n. ** = 0$.) En éliminant k entre ces équations , prises successivement denx \ deux , on obtiendra trois équations de condition dont chacuce sera comportée par les deux autres; et ce sera les équations demandées. En posant, pour abréger % A» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 10.61% accurate

DE REVOLUTION. 181 'A»-BC=u , J5-K-3^'Cos.-=:«' ; B»-
CA=b , C+A-iB>Cos.t=b> ; C»-AB=c , A+B-zC'Cos.y^c' ; j trouvera
d'abord a'Sîn.»/»— i'Sîn.'* oSin.'*— 5Sin.»« «Sin.»S— A5în.>* * ob>—
ba' 5'Sîn.»y— c'Sîn.'S iSm.»y— cSin.'S ASîn.*y-^cSin.,/» c'Sîn.*»—
o'Sio.'y r SIn.d — flSin.'y Voill donc la valeur de k sous six formes
différentes ; et noua avons en outre les trois équations de condition
(aSin,**-*Sîn.'«)*4-(a£'— Sa'Xo'Sîn.*/*— PSÎn.»»):=o , Nous aurons
encore ^Sin.» m— a'Si n. *y cSia.l*— oSin.Jy ' J~r flSio.»*-*Sin.«» J ce
qui donnera pour h double équation de Taxe de révolution (*4?
CoS.>*zCoS.*) T/ *Sin.,r->Sin?r VIL aS

The text on this page is estimated to be only 24.87% accurate

18a FORMULES En combinant entre elles d'une manière convenable les équations de condition, on pourrait sans doute les remplacer par d'autre* d'une forme plus simple, et qui permettraient de présenter ces derniers résultats sous une forme entièrement rationnelle. Lorsque les coordonnées primitives sont rectangulaires, le calcul « abrégé d'une manière notable; on a alors $\sin. x = \sin. y = i$; $\cos. x = \cos. y = 0$. En conséquence, les équations (7) deviennent simplement $tf = A'k$, $fd = B'k$, $de = C'k$. En divisant successivement par chacune d'elles le produit des deux autres, il vient $B'C' A'$, $A A'B > . \%$ valeurs qui, égalées à celles qui résultent des équations (6) donnent $(AA > - B > C >)k = A >$, $(BB > - CA')k = B >$, $\{CO - A^{\wedge}tesC$; d'où, par l'élimination de k , $AA > - B > Q - BB' - C'A' CC' - A'Bi A \sim' \sim \sim B > \sim \sim C''$ et telles seront les équations de condition. On aura ensuite, par les équations (10) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.35% accurate

QUESTIONS RÉSOLUES. i8l $A'd=Bfe=C'f$; mais , dans le cas actuel , les équations (8), qui déterminent la direction de l'axe de révolution , sont $d'' \bullet /$; elles deviendront donc , d'après cela , $A'x=B'y=C'z$; résultats conformes a ceux qu'on rencontre aux endroits cites air commencement de cet article. QUESTIONS RÉSOLUES. Démonstration des deux théorèmes dé géométrie énoncés à la page 348 de ce recueil ; Par M. J. B. Durrande. (Les théorèmes dont il s'agit ici reviennent, en dernière analise; aux deux suivans : THÉORÈME L Soient AB , $A'B'$, K/W trois droites parallèles Quelconques , tracées, sur un même plan. Soit C le point de concours de $A'A''$ et B/B'' ; soû O le point de concours de $A''A^*$

The text on this page is estimated to be only 25.95% accurate

i\$4 QUESTIONS et $B''B$; soit enfin C'' le point de concours de AA' et BB' ; les trois points C , C' , C'' seront en ligne droite, THÉORÈME
 IL Soient ASB , $A'SW$, $A''S''B''$ trois angles ayant les côtés respectivement
 parallèles , tracés sur un même plan. Soient M le point de concours de $S'A'$
 et $S''B''$, et N le point de concours de $S'B'$ et $S^A A''$; soient M' le point de
 concours de $S''A''$ et SB , et N' le point de concours de $S''B''$ et SA ; ioient
 enfin M'' le point de concours de SA et $S'B'$, N'' le point de concours de
 SB et $S'A'$; les trois droites MN , AVN' , $M''N''$ concourront en un mime
 point. C'est sous ce point de vue que nous «lions envisager ce» deux
 théorèmes. I. Soit pris l'axe des x parallèle aux trois droites AB , $A'B'$ $A''B''$
 » et soient l'origine et la direction de l'axe des y supposés quelconques.
 Soient les équations des extrémités de nos trois droites ainsi qu'il suit ; (
 $xz=a$, ($x=a/t$ [$x=a''$, Pour $A \setminus$ Pour A' { Pour $A'' \setminus$ { $y=b$; i $y=b < S \setminus y=l$ »
 ; ($*$ « $+/$, ($M-/'$, $<* = *'' + /''$; Pour B Pour B' 5 Pour B'' j On aura donc pour
 De AA' , De BB' , d'oà l'on conclura , pour le point C'' de concours de ces
 deux droites ; les équations Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.21% accurate

RÉSOLUES. j85. ' _ B>l—ol> _ b'l—bV ^ x~ "w" » y~ i—i> :
 Par une simple permutation d'accens, on trouvera pour le point C de
 concours de A'A" et B'B" •t pour le point C de concours de A"A et B"B
 o/" — a»l bl» — b»l * — v — i ' y~ V'-l i Or , puisque l'axe des y est
 quelconque , on peut toujours Sup~ poser qu'on la fait passer par C et C' ;
 on devra avoir alors .1 l'—l» =0 » / ==°« iou plus simplement o>>l'=a>l» ;
 aV'=a»l \ d'où encore ; •t par conséquent -, a>l—ä l—L> =0 ; le point C"
 sera donc aussi alors sur Taxe des y ; ce point es| donc en ligne droite avec
 les deux autres. H. Soient pris les axes des coordonnées respectivement
 parallèles aux côtés des trois angles ASB , AW , A"S"B" e l'origine étant
 d'ailleurs quelconque.

The text on this page is estimated to be only 16.14% accurate

a8C QUESTIONS Soient alors les équations des sommets S , S' , S'' ainsi qu'a Pour S J Pourri Pour S'' { En conséquence, les équations du point M'' , intersection de SA et $S'B'$ et du point N'' , intersection de SB et $S'A'$, seront Pour M'' { Pour N'' { l'équation de $M''H''$ bu encore Par une simple transposition d'accens, on trouvera \ pour les équations De MN ; $(3/-^0*4-(^-\langle/"\}H-(^//-\wedge^)=o$, De Mil' , a) $y+\{a\ b \text{ — } a!>b<\rangle)=o$. Puisque l'origine est quelconque » on peut supposer qu'on l'a placée à l'intersection de ces deux dernières droites, ce qui revient i supposer qtfeU<<* passent toutes deux par cette origine ; on doit avoir alors $a\gg l''=a'h'$, $al=a\gg l\gg$; . et par conséquent $e'b'=ab$; $_i - j \bullet \gg \bullet 1 . u \bullet \bullet$ Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 26.12% accurate

RESOLUES. 187 la droite $M''N''$ passe donc aussi alors par l'origine ; elle concourt donc au même point avec les deux autres (*). (*) De* droites comprises dans un même plan n'étant qu'un cas particulier d'un système de droites situées d'une manière quelconque dans l'espace , et des droites parallèles , soit sur un plan soit dans l'espace , n'étant /gaiement qu'un cas particulier d'un système de droites concourant en un point ; il s'ensuit que le premier de nos deux théorèmes n'est qu'un cas très-pari iculier du suivant : . THÉORÈME. Soient AB , $A'B'$, $A''B''$, rroiV droites situées dans l'espace d'une manière quelconque , en sorte néanmoins que leurs directions concourent en un mime point. Si C est le point de concours de $A'A''$ et tVW ; que C soit le point de contours de $A''A$ et $B''B$; et qu'enfin C'' soit le point de concours de AA' et $B\&$; Us trois points C , C , O » seront situés sur me mime ligne droite, La vérité' de ce théorème s'aperçoit immédiatement en remarquant que AB t $A'B'$, $A''B''$ peuvent être considères comme les arêtes late'rales d'un tronc de pyramide triangulaire , dont alors les deux bases sont $AA'A''$, $BB'B''$; et que , les points C f C , C'' étant ceux où concourent les côtes correspondTM de ces deux bases , ces points doivent se trouver sur la commune section de leurs plans , et par conséquent en ligne droite. Mais on peut aussi supposer que les deux bases $AA'A''$, $BB'B''$ se coupent, l entre les arêtes latérales ; donc , si D est le point de concours de $A'B''$ et $A''iyt$ que Ty soit celui de $A''B$ et AB'' , et enfin D'' celui de AB^* et $A'B$; D » et D'' seront en ligne droite avec C , D'' et D avec O , et D , & avec C'' g dp sorte que te» six points C , O , C'' , D , D' , D'' seront sur quatre droites , et conse'queniment dans un même plan. Soient présentement quatre droites AB , $A'B'$, $A''B''$, A''' , B''' , concourant, en un mime point dans l'espace ; en combinant ces quatre droites deux à deux , comme nous l'avons fait ci -dessus ; c'est-à-dire , en menant AA' et BB' , $AA^* BB''$, $A'A''$ et $B'B''$, AA''' et BB''' , $A'A'''$ et $B'B'''$, $A''A'''$ et $B''B'''$ j on obtiendra six points de concours, lesquels, devant être situés sur quatre droites, seront conséquemment dans un même plan. Eu menant , au contraire, les droites AB' et $A'B$, AB'' et $A''B$, $A'B''$ et $A1V$, AB''' et $A'''B$, $A'B'''$ et $A'''^$, $A''B'''$ et $A'''B''$, on obtiendra six nouveaux points qui seront deux à deux en ligne droite avec un des six premiers , ou trois à trois dans nn même plan avec trois des six premiers l de sorte que les douse

The text on this page is estimated to be only 21.96% accurate

188 QUESTIONS PROPOSÉES. QUESTIONS PROPOSÉES.

Théorème d'analyse indéterminée. I IL nombre n , plus grand que deux, est ou n'est pas premier, suivant que $a^{n-1} - 1$ est ou n'est point divisible par n .
Problème de Combinaison, On a m lettres, parmi lesquelles il se trouve des a en nombre m , des l en nombre a , des c en nombre $>$, et ainsi de suite; en outre qu'on a ssm . De combien de manières différentes ces m lettres peuvent-elles être disposées circulairement les unes à côté des autres? points seront «or seie droite», lesquelles seront elles-mêmes situées sur quatr* plan*. De ces propriétés, il est facile de déduire celles des centres et des axes de «imilitude f tant interne qu'externe, des cercles et des sphères, qui ont été établies (ton». VI, pag. 316 et suiv. } j il ne s'agit pour cela que de considérer les cordes de contact des cercles ou les plans des lignes de contact des sphères comme des eétés homologues ou comme des plans de faces homologues de polygones ou de polyèdres semblable», inscrits à ces cercles et à ces sphères. J. D. G.

The text on this page is estimated to be only 25.83% accurate

DIALECTIQUE RATIONNELLE. ■ a VARIÉTÉS. Estai de dialectique rationnelle ; Par M. Gerconke. Dans un ouvrage qui ne porte certainement pas l'empreinte de la timidité des opinions ; l'auteur , qui n'avait jamais fait profession de beaucoup de ménagement pour les doctrines reçues , et qui écrivait d'ailleurs dans des circonstances bien propres à dégager sa pensée de toute contrainte: CONDORCET, dans son Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain , s'exprime -, au sujet de la Dialectique d'Aristote, de la manière suivante : » Aristote , dans sa logique , réduisant les démonstrations à une » suite d'arguments assujettis à la forme syllogistique , divisant ensuite » toutes les propositions en quatre classes qui les renferment toutes; » enseigne à reconnaître , parmi toutes les combinaisons possibles > de ces quatre classes , prises trois à trois , celles qui répondent à » des syllogismes concluans, et qui y répondent nécessairement. Parce » moyen , l'on peut juger de la justesse ou du vice d'un argument, » en sachant seulement à quelle combinaison il appartient ; et l'art » de raisonner juste est soumis , en quelque sorte , à des procédés » techniques ». » Cette idée ingénieuse est restée inutile jusqu'ici (*) ; mais peut— (*) Il eût été fort à désirer pour l'esprit humain , qu'elle n'eût été que celle ; mais c'est malheureusement sur elle que s'est élevée , sous le nom pompeux de Métaphysique , une vaine et contentieuse science ; une science toute de mots , dans Tom. Fil , n° VU , i.« -janvier 1817. a6

The text on this page is estimated to be only 22.02% accurate

» «II* dcrit=eHeim jemr devenir le premier pas vers un perfectionnement » que l'art de raisonner et de discuter semble encore attendre ». A l'époque où Cond«/fcct tarirait ■oeoi , il y avait déjà plus d'un demi-siècle que la dialectique d'Arislote , enseignée pourtant encore dans quelques établissemens gothiques , était tombée , parmi les gens du bon ton , dans le discrédit le plus Compfct > et le petit nombre des partisans qu'alors elle pouvait encore compter , l'entendaient eux-mêmes assez mal, comme on en peut juger par ce que la plupart en ont écrit. Mais , par l'e/Tet de l'une des fluctuations si fréquentes dans les opinions des hommes , cette même dialectique a semblé , dans ces derniers temps, avoir repris Un peu de faveur ; Tidn pas probablement ! parce que les principes en sont sains, et encore moins sans doute parce que Coridôrcet en a parlé d'Une manière a&scs favorable; mais apparemment parce qu'elle s'ensefgriaît teu bon "temps passé., et que,, idepuis plusieurs années , Retoar ûux vit/lies doctrines est le cri de ralliement d'un certain* public (*). Entraîné , dans ces circonstances , à feïre des cours de logique dans une école publique , j'ai dû répugner d'autant moins à me prêter au goût qui commençait <à *e 'manifester na\ e aduveau en laquelle on a vtfnement eberché a masquer, aons la «ëvtirité Je» formes , le vide absolu Mu fond. U est, au surplus, fort douteux que la manie tiAnoAist des •acuités de l'ame qui , depuis plusieurs années , tourmente certains adeptes en France , doive produire des fruits beaucoup plus précieux, lis prétendent avoir découvert que penser c'est sentir ; mais , en admettant même qu'il y ait à quelque chose 'de plus qu'une extensioti nouvelle et arbitraire donnée à la signification du mot sentir , on ne conçoit pas trop quel parti peut tirer 'de cet e ' maxime , Celui qui se trouve arrêté dans quelque recherche un peu épineuse. Il en est à peu près de nos facultés intellectuelles comme de nos facultés physiques ; «lies se perfectionnent beaucoup moins par Y anal i te que par Ttxrrtite. (*) Il y a eu un temps, en France, où il suffisait A une doctrine d'être nouvelle pour être favorablement accueillie : aujourd'hui c'est tout le contraire. Ou avait certes grand tort alors ; mais a-l-on moins tort aujourd'hui ? Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.71% accurate

RATIONNELLE. 191 faveur de la dialectique de nos pères , qu'au fond le plus grave reproche que l'on pourrait lui faire , serait peut-être , comme ie dit Condorcet , de n'être qu'une sorte de pierre d'attente dans l'édifice de nos connaissances ; et que , dans ce cas même , la recherche de ses règles , pourvu qu'on n'y consommât pas trop de temps et de soins , n'en offrirait pas moins un exercice utile , et un modèle de plus de la méthode a suivre dans la recherche de la vérité. Mais , en me déterminant a développer ces règles , j'ai dû chercher s'il ne serait pas possible de perfectionner et de compléter d'avantage Texposition qu'on en fait communément. Une idée mise en avant par Euler r mais de laquelle il parait n'avoir point tiré tout le parti qu'elle semblait offrir , m'a singulièrement aidé dans mon dessein , et j'en ai fait une des bases principales du petit écrit que l'on va' lire. Clarté, rigueur et brièveté : tel est le triple but que j'ai eu constamment en vue , et dent je désirerais bien ne m'élre point trop écarté. Si l'on s'étonnait de rencoptrer de telles matières dan» un recueil de la nature de celui-ci ; j'observerais , pour ma justification , que d'abord les sçience* exactes sont , pour ainsi dire , les seules dan» Jesquelies les procédés de la dialectique rationnelle soient rigoureusement applicables ; et qu'ensuite la doctrine que j'expose , et plus encore la forme sous laquelle je la présente , ne saurait guère 4tre bien saisie que par des géomètres , ou du moins par ceux qui possèdent l'esprit géométrique ; et voila apparemment pourquoi la plupart des partisans et des adversaires de cette doctrine la louent ou la dénigrent uniquement sur parole ; ce qui , pour le dire en passant , ne me paraît pas extrêmement raisonnable. Au surplus , ces matières sont aujourd'hui tellement perdues de •vue , qu'à défaut de tout autre mérite , l'essai qu'on va lire pourrait! presque prétendre a celui de la nouveauté. Si d'ailleurs il n'est point proprement nouveau pour le fond , on le jugera peut- être tel quant a la forme.

i9a DIALECTIQUE • rt I §1. Des idées et de leur étendue. ■ 1 .

Avoir l'idée d'une chose , c'est en être simplement affecté , soit par l'effet de sa présence effective , soit par le souvenir qu'on en a , soit enfin par un acte de l'imagination. C'est ainsi que j'ai actuellement l'idée de la plume qui trace ces lignes , celle de la ville de Berlin » celle du cheval Pégase. 2. Les idées sont dites individuelles ou particulières , lorsque , comme dans ces exemples , elles ne se rapportent qu'à des individus. Elles sont dites , au contraire , générales ou universelles , lorsqu'elles conviennent, à la fois, à plusieurs objets ; et telles sont, par exemple , les idées de plume , de ville et de cheval. Ces dernières sont aussi appelées abstraites , parce que nous les formons en négligeant les différences entre les objets auxquels elles se rapportent , pour ne les envisager uniquement que sous le rapport de ce qu'ils ont de commun. 3. De même que la considération des caractères communs à plusieurs individus donne naissance à une idée abstraite , la considération des caractères communs à plusieurs idées abstraites en fait naître de plus abstraites , lesquelles peuvent , à leur tour , donner naissance à d'autres qui le soient davantage encore , et ainsi indéfiniment. C'est par une suite de pareilles opérations que, par exemple, nous nous élevons progressivement aux notions abstraites de cerisier , d'arbre , de végétal , de corps et d'être. 4> Dans cette progression de notions abstraites, les plus générales sont dites contenir celles qui le sont moins , lesquelles , à l'inverse , sont dites contenues dans les premières ; c'est de là que naît la notion de l'étendue relative de deux idées. Une idée ne peut donc être dite plus étendue qu'une autre qu'autant que cette dernière fait partie de la première. C'est , par exemple , dans ce sens que l'on

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.38% accurate

RATIONNELLE. 193 peut dire que l'idée de rose est moins étendue que celle de Jieur. Mais , bien que les éléphants soient incomparablement moins nombreux que les mouches , on ne serait pas mieux fondé à dire que l'idée à' éléphant est moins étendue que celle de mouche , qu'on pourrait l'être à dire que cette dernière idée est moins étendue que la première , parce qu'il n'y a là ni idée contenue > ni idée contenant. 5. Examinons présentement quelles sont les diverses circonstances dans lesquelles deux idées , comparées l'une à l'autre , peuvent se trouver relativement à leur étendue. Cette question revient évidemment à demander quelles sont les diverses sortes de circonstances dans lesquelles deux figures fermées quelconques , deux cercles , par exemple , tracés sur un même plan , peuvent se trouver l'un par rapport à l'autre ; l'étendue de chaque cercle représentant ici celle de chaque idée. Or , 1.* De même que ces deux cercles peuvent être totalement hors l'un de l'autre ; il peut se faire aussi que deux idées soient toutà-fait étrangères l'une à l'autre, sous le rapport de leur étendue; et c'est , par exemple , le cas des idées de Polonais et d'Espagnol-, c'est également le cas des idées de thermomètre et de microscope. Nous représenterons à l'avenir ce genre de relation par (H). On reconnaît qu'elle a lieu entre deux idées , toutes les fois qu'il est évidemment impossible d'en trouver une troisième qui soit à la fois contenue dans l'une et dans l'autre. a." De même que deux cercles peuvent simplement se couper l'un et l'autre,* il peut aussi se faire que deux idées se conviennent dans une partie seulement de leur étendue ; de sorte que , outre la partie commune , chacune d'elles ait , de plus , une partie étrangère à l'autre ; et c'est , par exemple , le cas des idées de vieillard et de médecin , c'est encore celui des idées de gentilhomme et de savant. Nous représenterons à l'avenir ce second genre de relation par {X). On reconnaît qu'elle a lieu entre deux idées , toutes les fois que l'on peut d'abord en trouver une troisième , contenue à la fois dans l'une et dans l'autre , et qu'en outre chacune de ces deux idées

The text on this page is estimated to be only 22.60% accurate

i§4 Df ÀLÊCTIQUE peut en contenir quelqu'une qui soit tout à fait étrangère à l'autre 3.* De même que deux cercles peuvent se confondre l'un et l'autre ; il peut se faire aussi que deux idées se conviennent exactement , sous le rapport de leur étendue , auquel cas elles ne pourront différer au plus que par l'expression ; et c'est , par exemple , le cas des idées de Batare et de Hollandais , c'est encore celui des idées de Pallas et de Minerve. Nous représenterons à l'avenir ce troisième genre de relation par (I). On reconnaît qu'elle a lieu entre deux idées, lorsqu'il est à la fois impossible qu'une idée contenue dans l'une ne le soit pas aussi dans l'autre , et qu'une idée étrangère à l'une ne le soit pas également à l'autre. 4' Enfin , de même que deux cercles inégaux peuvent être tellement situés, l'un par rapport à l'autre, que le plus petit soit totalement renfermé dans le plus grand ; deux idées peuvent pareillement être telles que l'une , moins étendue , soit entièrement contenue dans l'autre » qui le sera d'avantage ; et c'est , par exemple , le cas des idées de Français et d'Européen ; c'est encore celui des idées de sculpteur et d'artiste. Nous représenterons à l'avenir cette dernière sorte de relation par {€} ou par , suivant des circonstances qui seront expliquées plus loin. On reconnaît qu'elle a lieu entre deux idées» lorsque , ne pouvant trouver aucune idée contenue dans la première qui ne le soit en même temps dans la seconde , on peut , au contraire , en trouver qui soient contenues dans celle-ci 9 sans avoir rien de commun avec l'autre. €. Et , de même qu'il est impossible de concevoir , entre deux cercles situés sur un même plan , d'autres sortes de situations respectives que celles qui viennent d'être signalées ; il doit être également impossible de concevoir , entre deux idées, d'autres relations d'étendue que celles que nous venons de faire connaître. 7- Nous avons choisi les symboles caractéristiques de ces relations de I» manière qui nous a paru la plus propre à bien lier le signe à la chose signifiée ; et c'est une attention qui , toute puérile qu'elle peut sembler d'abord , nous paraît de quelque importance. La lettre Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.05% accurate

RAT! O.tf N.S&L.È. i\$5 (H) , initiale du mot /fars , désigne le système 4e deux idée* absolument l'une hors de l'autre, comme Je fout .les deux jftmbcs verticales de cette lettre* -Ces deux jambes peuvent être ensuite considérées comme s'étant croisées pour former la lettre {X} , destinée a rappeler le système de deux Idées qui , en e^Tet , •se croisent on se coupent «n quelque &orte l'une et l'autre. Ces mêmes jambes peuvent enfin être considérées comme e'élant confondues pour former la lettre (/) , que nous employons } représenter le système 4e deux idées qui coïncident exactement l'une avec l'autre ; cette lettre est d'ailleurs l'initiale du mot Identité , qui ,est aussi la dénomination qui convient au genre de relation dont il s'agit. Qn, peut remarquer., de plus , que les trois lettres (H,X, l) , tout, coïome, les .relation* qu'elles sont destinées à rappeler , sont .symétriques , et cpnaéquenv ment non susceptibles de changer d'aspect par leur renversement. Mais il n'en est plus ainsi de la lettre (£) qui * par son rejir versement , se change en (jî) ; aussi avons - nous destiné cette lettre ;à ! rappeler une relation dans laquelle les deux >4ées ne Jouent pas le même rdle , une relation qui n'est point réciproque. Cette lettre est d'ailleurs l'initiale commune des deux mots Contenante et Contmue , qui expriment en effet l'éut relatif .des deux idées (*). Théorie des propositions. 8. La perception d'un rapport d'étendue entre plusieurs idées; simultanément présentes à la pensée , est ce qu'on appelle un juge«— ■ ■ i. ■■ » M I III . ! ■ II',. Il . !■ (•) Tout ce qui va suivre élant absolument subordonne à la signification que nous venons d'attacher a chacune de ces lettres ; il est essentiel , avant d'aller plus loin, de te la rendre bien familière. Ce doit être Mue chose .tr ès-facile , •d'après les cxptkatien* .dans.lcsqueUeâ nous venons .d'entrer.

The text on this page is estimated to be only 25.89% accurate

i9? DIALECTIQUE ment ; et ee jugement , manifesté par de»
signes sensibles , prend 1« nom de proposition. La proposition est dite
simple , lorsqu'elle n'est relative qu'à deux idées seulement ; c'est la seule
dont il sera question k-i. 9. Toute proposition doit , au moins implicitement,
présenter trois parties ; savoir : i.° le sujet ou petit terme , qui est l'idée que
l'on dit être ou n'être pas , en tout ou en partie , contenue dans l'autre ; 2.0 X
attribut ou grand terme , qui est , au contraire , l'idée de laquelle on dit que
le sujet fait ou ne fait point partie; 3.° enfin, la copule qui exprime h nature
du rapport entre les deux termes de la proposition. Nous représenterons
constamment à l'arenir le sujet ou petit terme par P , et l'attribut ou grand
terme par G ; et nous nous conformerons à l'usage universel des logiciens ,
qui est d'énoncer ou d'écrire d'abord le sujet , ensuite la copule, puis enfin
l'attribut (*>. ro. Une proposition est dite affirmative ou négative ^ suivant
qu'elle énonce que le sujet est ou n'est point contenu , en tout ou en partie ,
dans l'attribut. Cette différence entre les propositions détermine ce qu'on
appelle, leur qualité. 11. Une proposition est dite universelle ou particulière
t suivant que le jugement qu'elle énonce se rapporte à tout le sujet ou
seulement à une partie indéterminée de ce sujet. Cette différence entre les
propositions détermine ce qu'on appelle leur quantité. 12. En ayant donc
égard, à la fois, à la quantité et à la qualité, nous aurons à distinguer , en
tout, quatre sortes de propositions ; et, comme , dans tout ce qui va suivre ,
nous aurons continuellement besoin de les mentionner , nous leur
affecterons des signes abrégatifs. Voici ces signes , ainsi que les formules
générales des propositions qui leur répondent respectivement : (*) Les
dénomination» «le grand et de petit termes tirent leur origioe de ce que
d'ordinaire l'attribut a plut d'étendue que le sujet j je les conserve iei , parce
qu'elles nie seront utiles. Proposition Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 19.08% accurate

RATIONNELLE. 197 [(Affirmative (//) Tout P est G ; l
Universelle () (Négative... {N) Nul P n'est G ; Proposition l] (Affirmative
(a) Quelque P est G ; l Particulière) (l Négative. . . (n) Quelque P n'est pas
G . Il faudra donc avoir le soin de substituer mentalement aux caractères A ,
N , e , n , lorsque nous les emploierons , les propositions dont ils sont les
symboles abrégés; en se rappelant bien , i.° que les grandes lettres (A f N)
désignent des propositions- universelles , et les petites (*, /») des
propositions particulières ; a:° que les (A , a) désignent des propositions
affirmatives et les (N , n) des propositions négatives (*). i3. La recherche la
plus importante à «aire , dans la théorie des propositions , est , sans
contredit , celle de» caractères propres à> reconnaître si une proposition
donnée est vraie ou fausse. Avant de nous occuper de cette recherche ,
observons d'abord que , bien que tes relations d'étendue entre deux- idées
que l'on compare ne puissent être (6) qu'au nombre de quatre seulement ; le
nombre de ces relations s'élève néanmoins à cinq r lorsque les deux idées
sont coa~ sidérées comme termes de proposition ; la raison en est qu'alors ,
dan» le quatrième cas , G peut tantôt contenir P et tantôt être contenu en lui.
A l'avenir , pour distinguer ces deux cas l'un de l'autre r (*) A la rigueur ,
toute proposition affirmative peut , sans changer de tens , être rendue
négative et réciproquement ; il ne s'agit pour cela que de substituer à
l'attribut un mot qui en «oit l'exacte négation, comme on le voit dans eet
exemple: ZuGA4irGC est mobt; Laguauqm n'est point riVAUT. Mais on ne
saurait, sans en altérer le sert* , rendre particulière une proposition
universelle , ni universelle une proposition particulière ; et cela à cause de
l'indétermination que doit nécessairement avoir le sujet , dan* les
propositions particulières. Jêtn. Vlh 37

The text on this page is estimated to be only 29.36% accurate

19g DIALECTIQUE nous désignerons constamment par {C'} celui où le sujet ou petit terme P sera contenu dans l'attribut ou grand terme G ; et nous replanterons au contraire par (j) le cas où ce sera , à l'inverse, le sujet ou petit terme P qui contiendra l'attribut ou grand terme G. 14. Cette convention ainsi établie, si nous examinons, pour chacun de nos cinq cas, quelles sont celles de nos quatre propositions A, JS , a , n , qui peuvent être énoncées avec vérité , P étant constamsujet et G attribut ; nous pourrions renfermer les résultats de cet examen dans le tableau suivant : Cas supposés ' H X 1 c • • • N , •*•/! a % n At»,..Oy-. a , n seules propositions vraies. Ce tablean nous apprend que, par exemple, si les deux termes sont dans le cas (£), c'est-à-dire , si l'attribut G contient le sojetP, on pourra dire certainement et uniquement (//).... Tout P est G , (a) Quelque P est G (*) . (*) Il est essentiel de remsrquer qu'en logique une proposition que la proposition universelle entre les , la proposition Quelques , semblerait inepte , est est vraie. Ainsi , qui , dans le logique. 1, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.99% accurate

RATIONNELLE. 199 1 5. Nous pouvons ensuite ordonner , au contraire , ce tableau par rapport aux quatre sorte» de propositions , ce qui donnera celui qu'on voit ici f j4 • • • • • 1 » c 1 • • y N H)•••«•••• . r S seuls cas possible». a • ..X,ltC,g\ n H , X , o) Ce tableau résout Ta question inverse de la précédente ; H montre , par exemple , que r si la proposition l (»).... Quelque P n'est pas G r est vraie y tout ce qu'on pourra certainement en conclure*, c'est que stfs deux termes se trouvent nécessairement et uniquement dans quelqu'un des trois cas H , X , q ; c'est-à-dire , qu'ils sont toutà-fait étranger» l'un à l'autre î ou qu'ils ont seulement une partie de leur étendue qui leur est commune , ou bien encore que G est entièrement contenu dans P ; mais ils ne- peuvent se trouver dansaucun des deux cas 7, C ; c'est-à-dire qu'ils ne pourront se confondre, et que G ne pourra contenir P. Ce serait l'inverse , si cette même proposition était connue comme fausse (*). 16. Les divers cas qui répondent à chaque sorte dé proposition présentent, au surplus , un caractère- commun et exclusif, aussi aisé à apercevoir qu'utile à signaler-, on voit, en effet,. (*) Il n'est aucune langue- connue dans laquelle une proposition exprime précisément et exclusivement dans lequel de nos cinq cas se trouvent les deux termes qui la composent ; une telle Langue, si elle existait , serait bien plus précise que les nôtres; elle aurait cinq sortes de propositions' j et sa dialectique-serait toute différente de celle de nos- langues. Propositions vraies

joo DIALECTIQUE i.° Que le caractère commun est exclusif des deux cas /, C , qui seuls répondent à la proposition (A) , est que le sujet n'a aucune partie de son étendue hors de l'étendue de X attribut , a.° Que le caractère exclusif du cas H , qui seul répond à la proposition (<V) , est que les deux termes n'ont aucune portion de leur étendue qui leur soit commune ; 3.° Que le caractère commun et exclusif des quatre cas X, 1 , C » 0 » q«i »culs répondent à la proposition {a) , est que les deux termes ont au moins une partie de leur étendue qui leur est commune ; 4-* Qu'enfin le caractère commun et exclusif des trois cas H % ■X , O i qui seuls répondent à la proposition (n) , est que le sujet a au moins une partie de son étendue hors de l'étendue de l'attribut (*). 17. De là résultent évidemment les théorèmes que voici : /. Pour qu'une proposition universelle affirmative soit vraie , il est nécessaire et il suffit que le sujet n'ait aucune partie de son étendue hors de l'étendue de /'attribut. II Pour qu'une proposition universelle négative soit vraie , il est nécessaire et il suffit que ses deux termes n'aient aucune partie de leur étendue qui leur soit commune. III. Pour qu'une proposition particulière affirmative soit vraie, il est nécessaire et il suffit que ses deux termes aient au moins une partie de leur étendue qui leur soit commune. IV. Enfin , pour qu'une proposition particulière négative soit vraie, il est nécessaire et il suffit que le sujet ait au moins une partie de son étendue hors de l'étendue de /'attribut. (•) Tout ce qui précède deviendra d'une évidence manifeste u, à la manière d'Euler , 00 prend" la peine de tracer les systèmes de cercles qui répondent aux cinq cas , en marquant , dans chaque système Ton des cercles d'un B cl .l'autre d'un G. Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 21.45% accurate

RATIONNELLE. *oi I! est évident que ces quatre théorèmes donnent en même temps les caractères de fausseté des propositions (*). 18. Le sujet et l'attribut étant les mêmes dans deux propositions ; 1.* Si elles diffèrent à la fois en quantité et en qualité , comme (A , h) ou (N t a) , elles sont dites Contradictaires. 2.0 Si elles diffèrent uniquement en qualité , ou elles sont universelles , comme {A , N) , auquel cas elles sont dites contraires ; ou bien elles sont particulières , comme (a } n) , et alors elles sont appelées sob-contraires. 3.* Enfin , lorsqu'elles diffèrent uniquement en quantité , comme {A , a) ou {N , n) , les particulières «ont dites subalternes des universelles. 19. Or, en consultant toujours notre tableau du n.* i5 , oa voit sur-le-champ , i.° que deux propositions contradictoires embrassent ensemble tous les cas , sans en avoir aucun qui leur soit (*) Oa demandera «ans doute comment il arrive que , tendit que la. vérité et U fausseté^ det propositions semblent si faciles à reconnaître , les hommes soat néanmoins si peu d'accord sur un grand nombre d'entre elles ? En écartant même ce que l'intérêt , l'ignorance et ki passions diverses peuvent exercer d'influence sur nos jugenics ; on peut (je crois , assigner a ce phénomène deux causes principales : la première est que, par paresse ou par précipitation , noue formons souvent des jugemens sur des idées que nous n'avons pas pris le soin de bien circonscrire : la seconde consiste en ce que , très-fréquemment , nous attachons diffèrens noms aux mêmes idées , ou le même nom à des idées différentes ; d'où il ré" suite que , d'un coté , une même proposition n'a point le même sens pour tout le monde , et que d'un autre , deux propositions , trèt» différenies , quant à l'expression, peuvent , à l'inverse , signifier la mime chose , dans la pensée de ceux qui les énoncent. Aucun de ces inconvénient ne se rencontre dans les sciences mathématiques ; "et voila pourquoi elles ont été jusqu'ici les seules sciencts txactes. Pour que les autres sciences devinssent telle» , il faudrait donc qu'à l'exemple de celles-lè , elles fixassent, d'une manière précise , par des définitions , le sens des mots qu'elles emploient. Mais cela est-il généralement possible ? Il est , je croit , permis d'en douter.

The text on this page is estimated to be only 26.71% accurate

âoa DIALECTIQUE commun ; 2.5 que deux propositions contraires n'ont également aucun cas qui leur soit commun , mais ne les embrassent pas tous ; 3.* qu'à l'inverse, deux propositions sub-contraires , non seulement embrassent tous les cas , mais en ont de plus qui leur sont communs; 4° qu'enfin la subalterne d'une proposition embrasse les mêmes cas qu'elle, mais en a d'autres en outre qui lui sont particuliers. 20. De tout cela résultent évidemment les théorèmes que voici : I. Deux propositions contradictoires ne sauraient être ni en même temps vraies ni en même temps fausses; de sorte que de la vérité de l'une quelconque résulte inévitablement la fausseté de l'autre , tout comme de la fausseté de l'une quelconque résulte nécessairement la vérité de l'autre. H. Deux propositions contraires ne sauraient être vraies en même temps , mais elles peuvent fort bien être fausses l'une et l'autre. Ainsi , la vérité de l'une quelconque entraîne bien inévitablement la fausseté de l'autre ; mais la fausseté de l'une quelconque n'entraîne pas nécessairement la vérité de l'autre. III. Deux propositions sub-contraires ne sauraient être fausses en même temps , mais elles peuvent fort bien être vraies l'une et l'autre. Ainsi , la fausseté de l'une quelconque entraîne bien inévitablement la vérité de l'autre ; mais la vérité de l'une quelconque n'entraîne pas nécessairement la fausseté de l'autre. IV. Enfin, lorsque deux propositions sont subalternes l'une de l'autre , la vérité de la proposition universelle entraîne bien celle de la proposition particulière , tout comme la fausseté de celle-ci entraîne aussi la fausseté de l'autre ; mais la fausseté de la proposition universelle n'entraîne pas celle de la proposition particulière , tout comme la vérité de celle-ci n'entraîne pas celle de l'autre» au On appelle inverse ou réciproque d'une proposition une autre proposition , de mêmes quantité et qualité , entre le* mêmes termes, ne différant uniquement de celle-là qu'en ce que le sujet y a pris la place de l'attribut et l'attribut celle du sujet r d'où il suit que , lorsqu'une proposition est réciproque d'une autre, celle-ci est , à son

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.56% accurate

RATIONNELLE. 20. 3^e tour, réciproque de la première ; c'est-à-dire, en d'autres termes, que la réciproque de la réciproque d'une proposition est cette proposition elle-même. 23. On appelle converse d'une proposition une autre proposition dans laquelle l'attribut de la première est devenu sujet et son sujet attribut ; mais qui a en outre la quantité et la qualité requises pour être une conséquence nécessaire de cette première proposition. 24. La converse d'une proposition en est dite la converse simple, lorsqu'elle en est en même temps la réciproque, c'est-à-dire, lorsqu'elle n'en diffère uniquement que par la transposition des termes ; dans le cas contraire, elle en est dite la converse par accident. 25. On peut, à ce sujet, se proposer la question suivante : une proposition étant donnée, découvrir si elle a quelques converses, et quelles elles peuvent être ? C'est l'art de résoudre cette question qui est appelé, en logique, conversation des propositions, dont il nous reste présentement à découvrir les règles. 26. Nous avons ici deux classes distinctes de propositions à comparer ; dans celles de la première, P est constamment sujet et G attribut ; nous continuerons à les représenter par les caractères {A, 2V, a t n) : dans celles de la seconde, au contraire, G devient sujet et P attribut ; puis donc que les termes y sont renversés, il se présente naturellement de leur affecter les mêmes caractères renversés ; c'est-à-dire, {y, tf, 0, v). 27. Cela posé, en continuant de représenter constamment par (€) le cas où G contient P, et par (fo) celui où, au contraire, c'est P qui contient G ; Formons, pour les propositions {y, jf, vt ti), un tableau semblable à celui que nous avons formé (i5), pour les propositions (A, Nyotn), et plaçons ce second tableau en regard du premier, ainsi qu'il suit :

The text on this page is estimated to be only 22.29% accurate

DIALECTIQUE A ■ /V a n 37. Or, en comparant ces deux tableaux , on voit aisément, i.° que les cas (7, C) r qui répondent a >4 dans le premier , ne se trouvent tous deux que vis-à-vis de v dans le second ; 2.° que le cas (77) , qui répond à N dans le premier , se trouve à la fois vis à-vis de fi et u dans le second ; que les cas(X, 7, é? , j) , qui répondent à a dans le premier , ne se trouvent répondre tous quatre qu'à v dans le second ; 4° qu'enfin les cas (77 , X, q) , qui répondent à /1 dans le premier , ne se trouvent répondre tous trois à aucune proposition du second. 38. De là résultent évidemment les règles de conversion que voici : I. La proposition universelle affirmative a vne converse unique particulière affirmative. II. La proposition universelle négative a deux converses , l'une universelle négative et l'autre particulière négative (*). III. La proposition particulière affirmative , a une converse unique particulière affirmative. IV. La proposition particulière négative n'a point de converse (**); (•) Le» logiciens ne tiennent compte que de la première de ces deux converses, en se fondant sur ce que l'autre s'y trouve implicitement contenue , comme subalterne. Cela est vrai ; mais , suivant la définition » u est , tout aussi bien que , converse de N. (**) Quelque* logiciens donnent a n une converse qu'ils appellent converti par contra -poutUn y mais il résulte clairement de notre analyse que cette prétendue converse u'ejuste pu. *91 y . . . X , 7 , C ' , j \ V 77 , X y H;./, . . 3 H • • - X , 7 C t q H , X t • • C . . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.15% accurate

RATIONNELLE. 25. 1.° On voit donc, 1.° que la proposition universelle négative et la proposition particulière affirmative sont seules susceptibles de conversion simple ; 2.° qu'en outre, toute proposition universelle, soit affirmative soit négative, est susceptible de conversion par accident, laquelle s'opère en changeant sa quantité. 30. Il suit de là que les propositions* universelles négatives et particulières affirmatives ont seules leurs réciproques pour converses ; ce sont donc aussi les seules de la vérité* desquelles on puisse conclure avec certitude celle de leur réciproque. Et, comme les réciproques de ces réciproques sont les propositions même dont il s'agit, il s'ensuit qu'une proposition et sa converse simple sont deux propositions tout-à-fait équivalentes, ne disant absolument ni plus ni moins l'une que l'autre, et pouvant toujours conséquemment, sans aucune sorte d'inconvénient, être substituées l'une à l'autre dans le raisonnement. 31. On voit enfin qu'il n'est utile de bien discerner ce qui est sujet et ce qui est attribut, et de ne point prendre l'un pour l'autre, que dans les seules propositions universelles affirmatives et particulières négatives. Ce sont donc aussi les seules dont la vérité n'entraîne, pas nécessairement celle de leurs réciproques, et dont conséquemment les réciproques ne doivent être admises qu'autant qu'on les a prouvées comme ces propositions, elles-mêmes. 3a. Les principes que nous venons d'établir (ao, 28) peuvent* souvent trouver d'utiles applications dans la recherche de la vérité. Nous ne saurions, en effet, à raison des bornes étroites de notre intelligence, nous promettre de parvenir toujours facilement à nous assurer, d'une manière directe, de la vérité ou de la fausseté d'une proposition donnée ; tandis qu'à l'aide de ces principes, il pourra souvent nous être permis de substituer à la proposition à examiner quelque autre proposition d'un abord plus facile, et dont la vérité ou la fausseté, une fois reconnue, nous mettra en état de prononcer, en toute confiance, sur la vérité ou sur la fausseté de la première. 33. Ainsi, par exemple, pour prouver que A est fausse, il suffira d'en prouver la fausseté. VII 20

The text on this page is estimated to be only 27.33% accurate

306 DIALECTIQUE de prouver que N ou /{ est vraie , ou bien que a on fi est fausse ; et , pour prouver que a est vraie , on pourra se contenter de prouver que A , y ou v est vraie , ou bien que N , , n ou 1/ est fausse. Il ne serait pas difficile de dresser un tableau complet de ces diverses sortes de relations ; et c'est pour cela que nous croyons devoir en laisser le soin au lecteur. §• IIL Théorie du syllogisme. 34* Il est peu de propositions dont la vérité ou la fausseté* puisse être immédiatement aperçue d'une manière certaine ; et , le plus souvent , les idées qu'une proposition a pour but de comparer n'ont pas entre elles une liaison assez prochaine , un rapport assez apparent, pour qu'il nous soit permis de saisir nettement , d'une première vue , la convenance ou la disconvenance qui existe entre elles. 35. L'artifice qu'on emploie , pour vaincre cette difficulté , consiste à insérer , entre les deux idées que l'on a dessein de comparer , un nombre plus ou moins grand d'idées intermédiaires, dont les relations , tant entre elles qu'avec les idées extrêmes , soient plus facilement perceptibles , et mettent ainsi mieux en évidence la convenance ou la disconvenance entre celles-ci (*). 36. Mais , de même qu'un calcul , entre un grand nombre d'éléxns , peut toujours être décomposé en une suite d'autres calculs tels que , dans chacun d'eux , deux élémens seulement doivent con(•) Conduise, dans une noie de sa Logique (!.'• partie, chip. TII) , tente de jeter du ridicule sur celte méthode. 11 serait pourtant difficile d'en imaginer d'autres. Cest , en particulier , celle des géomètres qui , depuis vingt «èdet qu'ils l'emploient , ont fait , par son moyeu , un actes bon nombre de découvert et ; et dont les erreurs , durant c« long intervalle , peuvent facilement être comptées. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.92% accurate

RATIONNELLE. 207 courir à former un résultat , qui doit , a son tour , entrer comme élément dans quelqu'un des calculs subséquens ; on sent que pareillement , dans le sujet qui nous occupe présentement, tout se réduit à savoir assigner une relation d'abord inconnue entre deux idées, au moyen de leurs relations connues avec une troisième. C'est-à-dire , en d'autres termes , qu'il s'agit de savoir déduire de deux propositions , qui ont un terme commun , une troisième proposition entre leurs termes non communs. 37. Le système de trois pareilles propositions forme ce qu'on appelle un syllogisme. Les deux propositions données sont dites les prémisses du syllogisme , et celle qu'on en déduit en est appelée la conclusion. Dans le syllogisme simple , le seul dont il sera question ici , les prémisses et la conclusion sont toutes trois des proposition» simples ; ce syllogisme ne renferme donc que trois termes , répétés chacun deux fois , et tellement répartis que deux quelconques des trois propositions ont toujours un terme commun , lequel ne paraît point dans la troisième. 38. Le sujet ou petit terme de la conclusion d'un syllogisme est dit aussi le petit terme du syllogisme ; son attribut ou grand terme est pareillement appelé le grand terme du syllogisme ; et ces deux termes en sont dits , d'un nom commun , les termes extrêmes ; enfin « le terme commun aux deux prémisses , lequel conséquemment est étranger à la conclusion , est dit le moyen terme du syllogisme- Nous continuerons de désigner respectivement par G et P le grand et le petit terme d'un syllogisme, et son moyen terme sera représenté par M. 39. On voit donc que , des deux prémisses d'un syllogisme, L'une contient le grand et le moyen termes ; et c'est celle-là qu'on appelle la majeure du syllogisme. L'autre , qui contient le moyen et le petit termes , en est dite la mineure. Nous nous conformerons ici à l'usage constant des logiciens , qui est d'écrire et d'énoncer d'abord la majeure , ensuite la mineure , et enfin la conclusion. Pour faire sentir la liaison entre ces trois propositions , il est d'usage de faire res

The text on this page is estimated to be only 27.28% accurate

ao8 DIALECTIQUE pectivement procéder la mineure et la conclusion des conjonction* or et donc. 4o. La quantité et la qualité des propositions qui composent un syllogisme en constituent ce qu'on appelle le mode ; de sorte que , pour que deux syllogismes puissent Être dits de même mode , il est nécessaire et il suffit que la majeure , la mineure et la conclusion de l'un soient respectivement de mêmes quantité et qualité que la majeure , la mineure et la conclusion de l'autre. 4«- La manière dont le moyen terme d'un syllogisme se trouve disposé dans ses deux prémisses en constitue ce qu'on appelle la figure ; de sorte que , pour que deux syllogismes puissent être dits appartenir à la même figure , il est nécessaire et il suffit que, dans la majeure et dans la mineure de l'un , le moyen terme soit respectivement aux mêmes places qu'il occupe dans la majeure et dans la mineure de l'autre. Nous nous conformerons ici à l'usage presque universel des logiciens qui est d'appeler Première figure , celle où le moyen terme, sujet dans la majeure/ est attribut dans la mineure ; Deuxième figure , celle où le moyen terme , attribut dans la majeure , est sujet dans la mineure ; Troisième figure , celle où le moyen terme est attribut dans les deux prémisses ; Quatrième figure , celle où ce moyen terme est à la fois sujet dans l'une et dans l'autre (*). 4=. Puisqu'un syllogisme est formé de trois propositions , dont chacune peut être de quatre sortes différentes ; il s'ensuit que , si tous les modes syllogistiques pouvaient être admis , leur nombre (*) Aristote et ses commentateurs , considérant la seconde figure comme on l'a vu renversement de la première , n'en admettaient que trois seulement ; mais il paraît beaucoup plus exact et plus régulier d'en admettre quatre , avec Galien , Porphyre , S. Gracien , Euler , etc. Digit Google

The text on this page is estimated to be only 28.25% accurate

RATIONNELLE. 209 s'élèverait à $4^* = 64$; et , puisqu'à chaque mode peuvent répondre quatre figures différentes* , le nombre total des formes syllogistiques s'élèverait ainsi à $64 \times 4 = 256$. Mais nous verrons bientôt que le nombre des formes vraiment concluantes est incomparablement moindre. 43. Nous continuerons , à l'avenir , de représenter par quelque'une des quatre lettres (t4 , N , a , n) soit la conclusion d'un syllogisme , soit la majeure , lorsqu'elle aura pour attribut ou grand terme le grand terme du syllogisme , soit enfin la mineure , lorsqu'elle aura pour sujet ou petit terme le petit terme du syllogisme. Nous emploierons , au contraire , quelque'une des lettres {y , , v , v) pour désigner , soit la majeure , lorsqu'elle aura pour sujet ou petit terme le grand terme du syllogisme , soit la mineure , lorsqu'elle aura pour attribut ou grand terme le petit terme du syllogisme. 44- Au moyen de cette convention , rien ne sera plus facile que de représenter , d'une manière aussi abrégée qu'expressive , un syllogisme quelconque , concluant ou non ; il suffira pour cela d'écrire de suite , les unes à côté des autres , et dans leur ordre , de gauche à droite , les lettres qui représentent respectivement la majeure, la mineure et la conclusion. Ainsi , par exemple, le syllogisme que voici : Nul G n'est M ; . : . . ; . : . : . (JV) Or , tout P est M ; (A) Donc , quelque P n'est pas G («) ■ sera représenté par le symbole NAn, On voit , d'après cela , que la troisième lettre ne sera jamais renversée; qu'il en sera de même des deux premières , dans la première figure ; qu'elles le seront toutes deux , dans la seconde ; que la première le sera seule , dans la troisième ; et qu'enfin ce sera , au contraire , la seconde qui le sera dans la quatrième. On voit qu'à l'inverse , trois de nos huit carae?

aïo DIALECTIQUE tères , écrits de suite , exprimeront toujours un syllogisme , concluant ou non , pourvu toutefois que le dernier ne soit point une lettre renversée. 45. Les cinq caractères H , X , / , C , Q , continueront d'ailleurs à indiquer les relations d'étendue entre deux quelconques des trois termes d'un syllogisme ; et toutes les conventions faites jusqu'ici, à l'égard de ces signes , continueront d'avoir lieu , lorsque les termes comparés seront les termes extrêmes , c'est-à-dire les termes P et G de la conclusion. Mais nous emploierons le caractère C pour exprimer , soit que le grand terme G contient le moyen M , soit pour exprimer que ce dernier contient le petit P ; tandis que nous emploierons au contraire le caractère Q pour exprimer que le petit terme P. contient le moyen M , ou que ce dernier contient le grand G* 40. Nous convenons enfin que trois de ces cinq lettres , écrites consécutivement , indiqueront l'état relatif des trois termes d'un syllogisme , pris deux à deux ; le premier de ces caractères indiquant la relation entre le grand et le moyen termes, c'est-à-dire, entre les deux termes de la majeure ; le second indiquant la relation entre le moyen et le petit termes , c'est-à-dire , entre les deux termes de la mineure ; et enfin le troisième indiquant la relation entre le grand et le petit termes , c'est-à-dire, entre les deux termes de la conclusion. Ainsi , par exemple , le symbole CHX signifiera que le grand terme contient le moyen, que celui-ci est tout-à-fait étranger au petit, et que ce dernier a une partie commune avec le grand. 47* Avant d'aller plus loin , il est essentiel de remarquer que , dans la théorie qui nous occupe présentement, on ne doit aucunement s'occuper de la vérité ou de la fausseté effectives des propositions dont les syllogismes se composent , mais simplement de la liaison de la conclusion avec les prémisses. Ainsi , un syllogisme formé de trois propositions d'une fausseté manifeste sera réputé exact , si , les prémisses étant admises comme vraies, la conclusion s'ensuit inévitablement} tandis qu'au contraire le défaut de cette liaison, entre la conclusion et les prémisses t rendra vicieux un syllogisme même

The text on this page is estimated to be only 29.59% accurate

RATIONNELLE. att composé de trois propositions évidentes. En un met , le but final de la théorie do syllogisme est la résolution de la question suivante : Deux propositions qui ont un terme commun étant supposées vraies , et aucune autre notion que celles qu'elles peuvent fournir n'étant supposée acquise sur rétendue relative des trois termes dont ces propositions se composent ; découvrir s'il en résulte nécessairement quelque proposition entre leurs termes non communs , et quelle est cette proposition ? Telle est donc aussi la question qui doit présentement nous" occuper (*).

48. Notre premier soin , dans cette recherche , doit être d'examiner scrupuleusement les difiercns cas dans lesquels peuvent se trouver , les uns par rapport aux autres , sous le rapport de leur étendue , les trois termes dont un syllogisme se compose. Cette question revient évidemment à demander de combien de manières trois figures fermées quelconques , trois cercles, par exemple , désignés par G , M , P , peuvent être disposés, les uns par rapport aux autres, sur un même plan ; et le moyen le plus propre à le découvrir est de placer d'abord deux d'entre eux , G et P par exemple , dans chacune des cinq situations que nous savons déjà (6) être les (*} On répète sans cesse , qn'ii ne faut raisonner que sur des objets dont on a une idée bien nette ; et cependant rien n'est souvent plus faux. On raisonne en effet, avec des mots, tout comme en algèbre on calcule avec des lettres; et , de mime qu'on peut exécuter avec exactitude un calcul algébrique , sans se douter seulement de la signification des symboles sur lesquels on opère , on peut pareillement suivre un raisonnement , sans connaître aucunement la signification des termes dans lesquels il est exprimé , ou sans y songer aucunement , si on la connak. Et , pour ne pas anticiper sur ce qu'il nous reste encore à dire , il est évident , par exemple , qu'il n'est point nécessaire de connaître la nature, dea termes d'une proposition , pour en déduire sa converse ou sa subalterne , lorsqu'elle en admet une. Il est sans doute indispensable de bien connaître dea idées sur lesquelles on veut immédiatement former quelque jugement ; mais cela n'est point nécessaire pour conclure un jugement de plusieurs autrea , que l'o* •ait d^illeurs être exacts.

The text on this page is estimated to be only 29.78% accurate

a,, DIALECTIQUE seules possibles ; et d'examiner ensuite successivement pour chacune d'elles , les diverses situations que peut avoir , par rapport à ces deux cercles, un troisième cercle M. Afin de n'omettre aucun cas , on fera bien de consulter le tableau suivant , dressé à l'avance , et dans lequel la première lettre de chaque assemblage désigne la relation de M avec G , tandis que la seconde désigne la relation de M avec : HH , HX , Hl , HC , Hq , XH , XX , XI , XC , Xj , m , ix , 11 , ic , i0 , * ÇH , CX , Cl , CC , Cq ; 9& , , 2* , OC , 03 } sur quoi il est essentiel d'observer que , suivant la relation supposée entre G et P , il y aura tels systèmes de relation de M avec G et P , compris dans ce tableau , qui ne seront point réalisables , et qu'il faudra conséquemment rejeter. Ainsi , par exemple , si la relation entre G et P est X, c'est-à-dire, si ces deux idées ont simplement une partie de leur étendue qui leur soit commune , et que chacune d'elles ait d'ailleurs une partie de son étendue étrangère à l'autre , il sera impossible que M soit hors de l'une et contienne l'autre ; de sorte qu'à X on ne pourra accoler aucune des deux combinaisons HC et qH+ 49* Aveo ces attentions , on parviendra , sans aucune peine , a remplir le tableau suivant t qui présente le résultat de notre recherche : Hêlât Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.53% accurate

+> RATIONNELLE. ai3 jLljw, hx, n0 , XH, XX, XI, xc,x0tix,
CHt cx, C0,0X, DC i A g] J> \ tiH y XX , J I y y QC >...>.....< r • • • s
1 Ç)lHH,XH,XXyXC1lC,CHiCXtCI, CCfCj,DCi ?
\HH,HXtH?,XX,XDiID,CDIIX>0I,DC,DD; / n c Dans ce tableau , chacune
des lettres écrites après le trait vertical à droite est censée écrite a la droite
de chacune des combinaisons de deux lettres qui se trouvent à gauche , sur
la même ligne qu'elle. On voit donc que le nombre total des cas s'élève à
cinquantequatre. 50. On voit d'après cela que , puisque , par exemple , la
combinaison* HjX fait partie de ce tableau , il est possible que , le grand et
le moyen termes étant absolument étrangers l'un et l'autre , le moyen soit
entièrement contenu dans le petit, et que ce dernier ait seulement une partie
commune avec le grand; mais, comme la combinaison XjH en est exclue,
on en doit conclure qu'il est impossible que , .le moyen terme n'ayant qu'une
partie commune avec le grand et étant contenu dans le petit , ce dernier soit
tout-à-faif! étranger au grand. 51. Ce même tableau suffirait , à la rigueur ,
pour nous- faire découvrir , dans tous les caî , si deux prémisses données
admettent eu n'admettent point de conclusion , et pour nous apprendre en
même temps, dans la première de ces deux hypothèses* , quelles sont les
sortes de conclusions qu'elles peuvent admettre. Soit , par exemple , le
système des prémisses >ytf ; on sait (26) que 1» majeure y peut répondre ,
et ne peut répondre uniquement qu'aux seuls» cas 1 ,J , et que la mineure^
répond et ne peut répondre qu'au seul cas H, d'où il résulte que , dans la'
supposition présente, le* système de relations de M. avec. G et P ne geut
être que IG ou Xom» VIL. agi

ai4 DIALECTIQUE or, le tableau (49) prouve que, dans l'une et l'autre hypothèses, la relation entre G et P peut être et ne peut être que H ; «foù il suit (26) qu'on peut conclure certainement et uniquement ou n ; ce qui donne les deux syllogismes concluans ytfN \$ ytin ; c'est-à-dire , en développant , ITout G est M ; 1 Tout G est M' ; Or , nul M n'est P ; / Or , nul Af n'est P ; Donc , nul P n'est G . f Donc , quelque P n'est pas G . 5a. Si , au contraire , on donne le système de prémisses Atf ; la majeure A annoncera (a6) que G et M ne peuvent se trouver, l'un par rapport à l'autre , que dans l'un des cas / , C ; et la mineure n fera connaître que la relation entre M et P ne peut être que H\ de suite que les systèmes de relation de M avec Gel P pourront être indistinctement et uniquement JH ou CH; or (4s) > on voit que, si ce système était IH % la relation entre G et P ne pourrait être que H ; mais que , si , au contraire , ce système était CH , cette relation pourrait être indistinctement H , X ou C \ tout ce que nous apprend donc l'existence de prémisses Atf , c'est que la relation entre G et P peut être indistinctement et uniquement H , «X" ou C ; or , il n'en faut pas davantage pour voir qu'il ne peut y avoir ici aucune conclusion certaine ; car , si la relation était H , on ne pourrait conclure ni A ni a ; et , si , au contraire , cette relation était £, la conclusion ne pourrait être ni N ni n; ainsi, la combinaison Atf ne peut former les prémisses d'aucun syllogisme concluant ; c'est-à-dire , «n d'autres termes , que des deux propositions (Tout M est G ; Nul M n'est P j Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 29.49% accurate

RATIONNELLE. aiS on ne saurait conclure certainement aucune proposition dont P soit le sujet et G l'attribut. 53. On pourrait se conduire de la même manière dans tous les cas , et conséquemment notre tâche se terminerait ici , si nous n'avions le dessein de former , une fois pour toutes , le tableau coray plet de tous les syllogismes concluons (*) A la vérité , nous pourrions procéder de la même manière à leur recherche ; mais on sent que , le nombre total des systèmes de prémisses possibles s'élevant à 64 » il serait beaucoup trop long de les soumettre tous successivement à une semblable discussion ; tâchons donc de parvenir à notre but par une marche un peu plus rapide. 54. La conclusion d'un syllogisme ne peut être que A , N , a ». Or , i.° Pour que cette conclusion soit A% il est nécessaire et il suffit (26) que G et P ne se trouvent uniquement que dans l'un ou l'autre des deux cas / et C ; donc les relations de M avec G et P ne peuvent être alors que celles qui , dans le tableau (4g) , se trouvent répondre â l'un ou à l'autre des cas 1 f C , de la dernière colonne, ou même à tous les deux , sans répondre à aucun des autres cas H , X , q , de cette même colonne. a,° Un raisonnement semblable prouvera que , pour une conclusion N , les systèmes de relation de M avec G et P ne peuvent être que quelques-uns de ceux qui répondent à H, sans répondre à aucun des quatre autres cas X , / , C , 3 de la dernière colonne du même tableau. 3.° Pareillement, les systèmes de relation de M avec Cet .Pqui pourront donner lieu à la conclusion a seront ceux-là seulement (*) On ne doit jamais perdre de vue que le comble de la perfection des méthodes est de no tu mettre en mains les moyens de parvenir mécaniquement , et sans le secours d'aucune aorte de raisonnement , au but que nous nous pro

The text on this page is estimated to be only 27.94% accurate

2i6 DIALECTIQUE qui se trouveront répondre à quelqu'un des cas X , / , £ , 3 da la dernière colonne , sans répondre au cas H de cette colonne. 4* Enfin , les systèmes de relations de M avec G et P qui pourront donner lieu à la conclusion n seront ceux-là seulement qui se trouveront répondre à quelqu'un des cas H , , 3 de la dernière colonne , sans répondre à aucun des cas / , C de cette même colonne. 55. A l'aide de ces observations , rien ne sera plus aisé que d« conclure de noire tableau (49) le tableau suivant : il/ , IC, Cl, CC ; A] -< S» ag1 n H/.HC, /H, CHj
XltXo,lX,U,IC,l3tCX,C1tCCtC3,2İ,33i . .
lHXtHI,HC%H0,XI}X0,IHtlX,IDt3HiDX,D1,DD. Ce tableau montre que , par exemple , une conclusion N peut être admise , lorsque le moyen terme , étranger au grand , contient le petit; car, vis-à-vis de HC on rencontre N-, mais il montre en même temps qu'on ne saurait conclure a dans le même cas ; puisque la combinaison HC ne se trouve point vis-à-v'ts de cette lettre. 56. Cela posé , et eu égard aux tableaux (26) , 1 ? En ordonnant Ainsi les combinaisons qui répondent \ A i Il , CI , IC , CC ; on voit que, «oit que les deux termes de la majeure soient dans le eas / ou dans le cas C , les seuls où ils puissent se trouver pour cette conclusion, il faut toujours que ceux de la mineure se trouvent dans l'un des cas / et C ; il faut donc que cette mineure soit A ; et, comme la majeure ne peut alors se trouver elle-même que dans l'un des deux cas / et C , il faut aussi que cette majeure soit A', pe qui donne le seul système de prémisses AA . 2.° En ordonnant ainsi les combinaisons qui répondent à M Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.00% accurate

RATIONNELLE. «7 HI , 1H ; HC , 0H ; •n volt que, si les deux termes de la majeure sont dans le ci» H , ' ceux de la mineure ne pourront être que dans l'un des deux cas / et C y en sorte que cette mineure sera A ; et que , si les deux termes de la mineure sont dans le cas//, ceux de la majeure ne pourront être que dans l'un des deux cas / et y , en sorte que cette majeure sera y ; et , comme le cas H , considéré isolément ; ne peut répondre qu'à N et } il s'ensuit que nous aurons uniquement ici les systèmes de prémisses NA , tfA , yN , y# . 3.* En disposant ainsi les combinaisons qui répondent à a . IX , CX , : XI ,11 , CI ,DI t IC , ce , *o > h » co , oo ï) " 'p 9. • * 1 t.. "l 'i■ . on voit d'abord que , si les deux termes de la majeure se trouvent dans l'un ou l'autre des deux cas /, C , c'est- à-d tre , si cette majeure est A , (es termes de la mineure devront être dans quelqu'un des quatre cas X , / , C , 3 , c'est-à-dire , que cette mineure devra être A , a , y ou v ; on voit de plus que, si les deux termes de la mineure se trouvent dans l'un des deux cas 1,0 , c'est-à-dire , si cette mineure est y , ceux de la majeure devront être dans quelqu'un des quatre cas X , I , Ç , q , c'est-à-dire que

ai8 DIALECTIQUE cette majeure devra être A , a , y ou ». Qn
 aura donc , pour la conclusion a , les systèmes de prémisses AA , Aa , Ad ,
 Ay f yy , ay , vy : 4»° Enfin, en disposant ainsi les combinaisons qui
 répondent a » HX 9 XI 9 , qH » Hî ,XDtlXtDX, * * ê * H0 > 00 • on voit,
 i.e que , les* termes de la majeure étant dans le cas/f , ceux de la Mineure
 ne pourront être que dans quelqu'un des cas X , 1 , C , * } , c'est-à-dire que
 cette mineure devra être ^ , j , ^ ou »; 2." que , les termes de la majeure
 étant dans Je cas A' , ceux de la mineure ne pourront être que dans
 quelqu'un des cas / , 3 , en sorte que cette mineure sera nécessairement y ; 3.
 ° que , les termes de la majeure étant dans le cas / , ceux de la mineure ne
 pourront, être que dans quelqu'un des cas H , X , q , c'est-à-dire que celte
 mineure devra être N , n ou \$; 4.0 qu'enfin les termes de la majeure étant
 dans le cas 3 , ceux de la mineure ne pourront être que dans quelqu'un des
 cas H , X , / , 3 , de manière que cette mincuro devra être N , n , y ou y. On
 voit donc , i.° que , la mineure étant A , a ou o , la majeure devra se trouver
 dans le cas H , et sera conséquemment y ou iV" ; a.0 que la mineure étant N
 , n ou /f , la majeure devra être dans l'un des cas / , Q , et devra
 conséquemment être ^ ; 3.° qu'enfin la mineure étant y , la majeure devra
 être dans quelqu'un des cas H , X , 3 » ^e *or** que cette majeure sera jV ,
 n .ou y. On aura donc ainsi , pour cette dernière sorte de conclusion , les
 systèmes de prémisses Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.80% accurate

RATIONNELLE, aig VA , N* , Np , KA » AI» » AI» » , yn , ptf ,
Ns* , ny , *jk • 57. En rassemblant toutes ces diverses observations, et
rétablissant les conclusions , on aura donc , pour le système complet des
formes syllogistiques concluantes, , AAA f NAN , tiAN yNN , VtiN ; AAa
,Aoa,Aoa, Aya , oya , yya , yoa ; NAn , tfAn , yNn , yjypi , Nyn ,nyn} tfyn ,
ynn , Nan , N«i , ^ an , JZ»n • 58. Si présentement , pour nous conformer a
l'usage constant de» logiciens , nous classons ces diverses formes
sylogisriques , suivant les figures auxquelles elles se rapportent, noua
obtiendrons le tableau que voici : i." Figure. . . . AAA , NAN , AAa , Aaa ,
NAn , Nan ; a.m« Figure. . . . y^N , yya , vya , tfyn , y^jn ,T jjvn ; ' 3.me
Figure. . . . tfAN , y NN , yNn , ynn , tfAn , \$an ; 4™" Figure. . . . Aya , aya
, , , nyn- r Nvn • Il répond donc six modes a chaque figure f ce qui fait
ringt-ajuairé formes en tout (*). . : ■ ■ (•) Les logiciens ont réduit jusqu'ici
le nombre de ces forme» h dij^neuj; en ne fondant sur ce que le» cinq qu'ils
négligent s'y trouvent implicitement comprise*. Cela est vrai ; mais ils n'en
ont pas moins commis une inconséquence. Parmi ces dix-neuf formes , il en
est en effet , comme nous le terrons bientôt , de pi» proprement
équivalentes que nelt sont celles-ci avec les cusq qtfUs meUeata l'écart.

The text on this page is estimated to be only 27.82% accurate

X2Q DIALECTIQUE 59. Un ex ait) en attentif de ces vingt-quatre formes , et l'exclusion qu'elles donnent nécessairement à toutes celles qui leur sont étrangères , conduisent aux huit théorèmes généraux que voici , dont les quatre premiers sont indistinctement relatifs à toutes les figures, tandis que les quatre autres sont spécialement propres à chacune d'elles. I. Une seule des prémisses peut être négative; et , dans ce cas t la conclusion l'est aussi. II. Une seule des prémisses peut être, particulière ; et , dans et cas , la conclusion l'est aussi. III. Une majeure particulière ne saurait être suivie d'une mineure négative. IV. Une conclusion négative ne saurait résulter de deux prémisses affirmatives. V. Dans la première figure , la majeure est universelle , et la mineure affirmative* VI. Dans la seconde figure y si la majeure est affirmative , la mineure est universelle ; si l'une des prémisses est négative , la majeure est universelle ; enfin -, si la mineure est affirmative , la conclusion est particulière: VII. Dans Ib troisième figuré , une prémisses est négative et la majeure est universelle. VIII. Dans la quatrième figuee, la mineure est affirmative, et ia conclusion particulière. Pour compléter ces huit réglés , il est essentiel d'ajouter qu'elles sont ,v à la. fois , nécessaires et suffisantes r c'esUa-dire , en d'autres termes , qu'un syllogisme qui ne pèche contre aucune d'elles ne saurait être rejeté ; tandis qu'au contraire on ne peut admettre , comme concluant, celui qui pèche contre une seule d'entre elles. 60. Ces règles peuvent donc, dans la pratique, remplacer tout ce qui les précède ; et nous allons voir en effet qu'elles suffisent a elles seules pour reproduire les vingt-quatre seules formes syllo* gisûques concluantes. D'abord",, Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 29.64% accurate

RATIONNELLE. «t D'abord , abstraction faite de toute distinction de figures , les systèmes de prémisses, concluantes ou non concluantes , ne sauraient être qu'au nombre de seize que voici : AA , AN i Aa , An , NA , NN f No , Nn , . r mA , ûN , aa , an , nA , nN , na , nn ; mais (I) exclut les systèmes NN , nN , Nn , nn ; (II) exclut, en oujre , les systèmes aa % no , an -, (III) exclut encore «iV* ; de sorte que nos recherches ne doivent plus porter que sur les huit AA , AN , NA t Aa , An , No , aA , nA ; • - • or, les systèmes oA , AN , ^//i , sont exclus (V) de la première figure ; les systèmes Aa , # n>4 le sont (VI) de la seconde ; les systèmes A A , Aa , oA , nA le sont (VII) de la troisième ; et les systèmes , le sont (VIII) de la quatrième ; de sorte que les systèmes de prémisses qui seuls peuvent répondre à chaque figure sont tels qu'on le voit ici : r.,e Figure. . . . AA , NA , Aa , Na ; 3 Figure. • • • yy , , tfy t tft> t *>y ; 3.»« Figure. . . . yN , tfA , yn , tfo j <*.»»• Bgure. . . . Afr , Ny , A* , Nv , oy , »p . Gela posé ;

The text on this page is estimated to be only 16.22% accurate

222 DIALECTIQUE Dan» la première figure on ne pourra former De AA (IV) que AAA , AAa ; De NA (7) que NAN , WAn ; De Aa (II, IF) que Aaa , De Na (7,77) que Non . Dans la deuxième figure en ne pourra former De y y (IV, VI) que yyo , D* VU (I) q«« » V^ , ■ De f (' » WD qoe Atf' » , * a * De tf » (/ , //) que , De ra* - (77 , IV) que ra " * . Dan » la troisième figure on ne pourra former De ptf (7, J77) que ^ , a'JV/i ; *M F77) que ^JV ,)jAn , De f/j (7, 77, VII) que aTM , De (7, 77, J77) que // < w .

The text on this page is estimated to be only 26.59% accurate

RATIONNELLE. 323 Enfin > dans la quatrième figure on ne pourra former De Ay {IV, VIII) que Aya , De Ny (/ , VIII) que Nyn , De Ao (IV, VIII) que Ava ; De No (7, VIII) que ATM , De *f (7F, F777) que aya ; De (7, VIII) que nf/> . Ce qui reproduit exactement nos vingt - quatre formes (*). 6i. Si ces vingt-quatre formes sont seules concluantes et le sont toutes , elles ne sont point néanmoins toutes nécessaires. Il en est , en effet , parmi elles , qui sont absolument équivalentes ; et il en est aussi que d'autres renferment implicitement ; de sorte qu'un raisonnement présenté sous une de ces formes peut , très-souvent , sans rien perdre de sa rigueur , être reproduit sous une ou plusieurs autres. L'art de réduire les formes syllogistiques au plus petit nombre possible , aux formes essentiellement distinctes , est ce qu'on appelle , en logique , la Réduction des syllogismes. Cette réduction est fondée sur les considérations suivantes : 6a. i.° Si quelqu'une des prémisses d'un syllogisme est une proposition susceptible de conversion simple , comme N , , a , o t (*) Les traité» de dialectique , même les plu* complet» , ont à pea près ton» négligé de prouver, à la foi» , nettement, x.° que ces vingt-quatre formes sont toutes concluante» ; i.° qu'elles sont le» seules qui pument l'être. C'est pourtant en ceci le point capital.

The text on this page is estimated to be only 24.77% accurate

a4 DIALECTIQUE on n'altérera aucunement la nature du syllogisme (3o) J en y rem plaçant cette promesse par sa converse simple. 2.0 Si la conclusion d'un syllogisme est elle-même susceptible de conversion simple, comme jV, a9 on pourra également (3o) sans en changer la nature , y remplacer cette conclusion par sa converse simple. Mais, comme alors le grand terme sera devenu petit terme et réciproquement ; la majeure sera au^si devenue mineure et réciproquement ; et en outre, dans les deux prémisses, ce qui était grand terme du syllogisme en sera devenu petit terme et réciproquement. Il suit de là que la conversion de la conclusion devra entraîner la permutation des prémisses , ainsi que le renversement des lettres par lesquelles elles se trouvent respectivement représentées. 3.* Un syllogisme concluant, dont la conclusion est universelle, comme A ou N doit l'être , à plus forte raison (20) , en y remplaçant cette conclusion par sa subalterne a ou n. 4«° Enfin , un syllogisme concluant , dont quelque prémisses est particulière , comme a , n , 0 ou v, doit demeurer tel , à pins lorte raison, en y remplaçant cette prémisses par la proposition A,N, y ou , dont elle est la subalterne. 63. En vertu de la première observation , on voit sur-le-champ que iWfl , #an , tfon sont équivalents à Nan ; Que yNN l'est à ytfN ; Que yNn l'est à ytfn ; Que tfJN l'est à NAN ; Que Aaa l'est à . : Aoa ; Que #An l'est à HA» i Que ay a l'est à vya ; Que gyn l'est \ Ny» ; Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.78% accurate

RATIONNELLE. aa5 «Voilà donc dix formes qui peuvent être supprimées , comme superflues , ce qui en réduit le nombre aux quatorze suivantes : Non , yj^N , yⁿ , HAN , Ado , NAn , vya , Vyn , AAA , AAa , ynn , Aya , nyn , yya • Mais, en vertu de la seconde observation, vya équivaut à Aaa ou Aoa ; yya équivaut a AAa j équivaut à 2V,flV* . Voilà, donc encore trois formes superflues \ et conséqaerament les formes essentiellement distinctes se réduisent aux onze que voici : Van , KM» i , NAn , Nyn , AAA , AAa , ynn , Aya , nyn J 64- Présentement , en vertu de la troisième observation NAn est contenu dans NAN g AAa est contenu dans AAA % et , en vertu de la quatrième , yNn est contenu dans ynn : Nyn est contenu dans nyn ; Aya est contenu dans Ave j

226 DIALECTIQUE voilà donc encore cinq formes qui peuvent être supprimées, comme contenues Implicitement dans cinq autres. 11 n'importe donc de conserver que les six seules formes AAA, NAN, Ava, Nan, ynn, nyn; et encore allons-nous voir, qu'à la rigueur, les deux premières peuvent remplacer les quatre qui les suivent; c'est-à-dire qu'on peut prouver les conclusions de celles-ci, à quelqu'un qui en admet les prémisses, en n'employant que des syllogismes des deux premières formes.

65. Cela est fondé sur ce principe évident, savoir: qu'i/a syllogisme est concluant, toutes les fois qu'avec la contradictoire de sa conclusion et l'une de ses prémisses, on peut former un syllogisme concluant, dont la conclusion soit la contradictoire de son autre prémisses. 66. Supposons, en effet, !,• qu'accordant les prémisses Ao dit syllogisme Aoa, on prétende en refuser la conclusion a; on se trouvera alors forcé d'admettre (20) la contradictoire N de cette conclusion. Prenant donc G pour moyen terme, et formant un syllogisme dont la majeure soit la converse simple de cette contradictoire, et dont la mineure soit la majeure du premier; ce syllogisme se trouvera être de la forme NAN; et sa conclusion se trouvera être précisément la contradictoire de la mineure v qu'on avait admise. 3.*

Supposons qu'accordant les prémisses Na du syllogisme Nan\ on prétende en refuser la conclusion n; on sera contraint d'admettre la contradictoire A de cette conclusion. Prenant donc G pour moyen terme, et formant un syllogisme qui ait pour mineure cette contradictoire, et pour majeure la converse simple de la majeure du premier; ce syllogisme se trouvera encore être de la forme NAN, et sa conclusion N sera justement la contradictoire de la mineure « qu'on avait admise.

The text on this page is estimated to be only 26.60% accurate

RATIONNELLE. 2*7 3.* Supposons qu'accordant les prémisses y n du syllogisme ynn , on prétende en refuser la conclusion n ; on sera contraint (20) d'admettre la contradictoire A de cette conclusion. Prenant donc G pour moyen terme , et formant un syllogisme dont la mineure soit cette contradictoire et dont la majeure soit celle du premier ; ce syllogisme sera de la forme AAA , et sa conclusion A sera justement la contradictoire de la mineure 11 qu'on avait admise. 4' Supposons enfin qu'accordant les prémisses ny du syllogisme nyn , on prétende en rejeter la conclusion n ; on sera contraint (20) d'admettre la contradictoire A de cette conclusion. Prenant donc P pour moyen terme , et formant un syllogisme dont la majeure soit cette contradictoire , et dont la mineure soit celle du premier ; ce syllogisme sera encore de la forme AAA , et sa conclusion A sera justement la contradictoire de la majeure n qu'on avait admise (♦). 67.

L'expérience a prouvé que , parmi les diverses formes syllo(*) Dam le* traité* de logique , on *e contente de ramener les vingt-quatre forme* syllogi» tique» concluantes aux quatre première* de la première figure ; mai* on voit qu'elle* peuvent , a la rigueur , être réduites Sus deux premières seulement. On peut même remarquer que , d'après la note du n.0 *4 > la forme T1AN rentre dan* la forme AAA , qui est ainsi la seule d'où, toute* les autres dérivent. Le* commentateur* d'Aristote , pour faciliter le souvenir des forme* «yllogi»tiques concluantes 7 les avaient rapportées a quatre vers techniques , dont chaque mot rappelait une de ce* forme* , et montrait en outre , par le» lettre* dont il ci ait composé , à quel mode de la première figure le «yllogisme se réduisait , et ce qu'il fallait faire pour l'y ramener. Le grand nombre de* conditions auxquelles on avait cherché a satisfaire , dan» la composition de ce* ver* artificiels» aurait peut-être dû en faire excuser un peu la dureté, qui • été' dans ce* dernier* temps le «ujet d'une multitude de plaisanterie» aise» , mauvaises. Les ver» des méthode* latine et grecque de Port-Royal , ceux de la Géographie de Buffier , etc. , qui ont été plu» épargnés , ne méritaient peut - être guère plus de faveur.

The text on this page is estimated to be only 24.46% accurate

aa8 QUESTIONS PROPOSÉES, gisliques , celles de la première figure sont les seules généralement propres à convaincre les hommes même les moins au courant des règles de la dialectique ; ce qui paraît tenir principalement à ce que , dans ces sortes de syllogismes , la disposition des termes extrêmes est , dans la conclusion, la même que dans les prémisses. On fera donc bien , dans la pratique , de profiter des précédentes observations , pour employer de préférence les syllogismes de cette figure.

68. Ce qui précède offrirait une théorie complète du mécanisme du raisonnement , si l'on n'employait jamais dans le discours que des propositions simples ; mais malheureusement nos langues en emploient d'une multitude d'autres sortes ; et il paraît également difficile soit d'en restreindre le nombre , soit de donner une théorie qui embrasse toutes celles dont on peut faire usage (*). ■ i ==ssss=ssas ssssssssssss QUESTIONS PROPOSÉES. Problème d'astronomie sphérique. Connaissant trois distances zénitales vraies d'une même étoile, et les différences d'azimuts qui leur correspondent \ déterminer» i.° la déclinaison de l'étoile j a.° la hauteur du pôle ; 3.° la direction du méridien ? (•) Le» borne» Miroites dan* lesquelles nous avons cherché" a resserrer cet essai , peuvent en rendre une première lecture un peu difficile ; mais nous pensons qu'en y revenant a plusieurs fois , on finira par n'y plu» rencontrer de tliûiculU» sérieuses.

Digitized by Google

LIEUX GÉOMÉTRIQUES. «9 GÉOMÉTRIE ANALITIQUE.

Sur les intersections des lignes et des surfaces. Extrait d'un mémoire présenté à l'académie royale des sciences , en décembre 1816; Par M. Lamé , ancien élève de l'école polytechnique. On sait qu'un même point peut être donné sur un plan , d'une infinité de manières différentes , par l'intersection de deux courbes; qu'une même courbe peut être donnée dans l'espace , d'une infinité de manières différentes , par l'intersection de deux surfaces ; et qu'enfin un même point peut être donné dans l'espace , d'une infinité de manières différentes , par l'intersection de trois surfaces. Lors donc que , cherchant analytiquement un point sur un plan , par l'intersection de deux lignes , ou une ligne dans l'espace par l'intersection de deux surfaces , ou enfin un point dans l'espace par l'intersection de trois surfaces , on est parvenu à des lignes ou surfaces qui par leur intersection déterminent le point ou la ligne cherchés , on ne doit point s'arrêter là ; et , pour ne rien laisser à désirer dans la solution du problème dont on s'occupe , il est souvent nécessaire d'examiner si le point ou la ligne cherchés ne pourraient pas être obtenus, ainsi qu'il arrive fréquemment, par l'intersection de lignes ou de surfaces plus simples que celles qu'on avait d'abord obtenues. C'est ainsi , par exemple , que l'on peut substituer aux intersections de deux cercles celles de l'un d'eux avec la corde qui Tom. VU , n.º FIII , 1 ."JèrrUr 4817. 3 u

The text on this page is estimated to be only 25.16% accurate

a3o LIEUX leur est commune ; elle recue à qui je livre ces réflex'ons offre, en particulier , un grand nombre d'exemples , très-remarquables , de l'emploi le plus heureux de ces sortes de substitutions. On se trouve donc naturellement conduit, par ces considérations, à la recherche des conditions nécessaires, i.° pour que trois lignes tracées sur un même plan se coupent en un même point } a.0 pour que trois surfaces se coupent suivant une même courbe ; 3.° enfin , pour que quatre surfaces se coupent en un même point. Je vais traiter ces questions pour les lignes et surfaces du premier et du second ordre seulement ; je tirerai ensuite des résultats que j'aurai obtenus quelques conséquences théoriques et pratiques qui ne me paraissent pas dépourvues d'intérêt. Je supposerai constamment , d'ailleurs , que les coordonnées sont rectangulaires. PROBLÈME IL Trouver la condition nécessaire pour que trois droites passent par un même point f Solution. Soient les équations des trois droites ainsi qu'il suit : $a x + b y + c = 0$, $a' x + b' y + c' = 0$, (i) $a'' x + b'' y + c'' = 0$.] l'élimination de x et y entre elles donnera sur-le-champ , pour la condition cherchée , l'équation $ob > c \gg \sim ac' b \gg + ca' b \gg - bo' c \gg + bc' a \gg - cPo \gg = 0$. (2) " • Mais on peut parvenir au même résultat par un procédé un peu différent qui , à la vérité , n'a dans le cas présent , aucun avantage marqué sur celui-là ; mais qui nous sera fort utile pour les autres recherches auxquelles nous aurons ensuite à nous livrer. En prenant la somme des produits des deux premières équations^!) par deux multiplicateurs indéterminés m, m' , il viendra Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.23% accurate

GÉOMÉTRIQUES. $a_3t (am+a'm')x+(om+è'm')y+(cm+c'm')=o$,
 (3) équation qui , à cause de l'indétermination des multiplicateurs m , w .cst
 propre à représenter toutes les droites qui passent par Tintersection des deux
 premières droites (i). Si donc on veut que ces trois droites se coupent en un
 même point , il devra être possible de disposer des indéterminées m et m' de
 manière à faire coïncider la troisième équation (i) avec l'équation (3). Cela
 donnera $am-\backslash-a'm>=a\gg \% lm+l'ml=b\gg$, $cm-\backslash-c<ml=c''$; (4) et , en éliminant
 m et m' entre ces trois équations , on retombera de nouveau sur l'équation
 (a). PROBLÈME IL Trouver les conditions nécessaires pover que trois lignes
 du second ordre se coupent suivant les mêmes points ? Solution. Soient les
 équations des lignes dont il s'agit ainsi qu'il suit : $a s^*+2b xy+c y^*+2d jr+a^*$
 $y-\backslash-f=0$, «' $x^*+*h> xy+c> y^*+*d! x+*e> y+f=0$, o" $x^*-\backslash-2ù"xy-\backslash-$
 $c"y^*+2d"x+2e "y+f= o . 0$) Soit prisa la somme des produits des deux
 premières équations par deux multiplicateurs indéterminés m et m' ; on aura
 ainsi $(t\text{fm}^{\wedge}-\text{tf}/l\gg 0^{**\wedge}-a(3\text{OT}4\blacksquare^{\wedge}/\gg \text{Oaf}/-^{\wedge}-(r/n^{\wedge}-r/m\text{Or}, +*$
 $\{dm+dm')x+2\{em+e/m')y\{fm+fm')x=o$; (a) équation qui , dans sa
 généralité , représente toutes les lignes du second ordre qui passent par les
 intersections des deux première» lignes (1). Remarquons , avant d'aller plus
 loin , que cette équation pourrait

The text on this page is estimated to be only 22.85% accurate

z32 LIEUX fort Lien , en général , appartenir à une parabole ,
 mais de deux manières seulement, puisque la condition $(J > m + b'my =$
 $\{am + o'm')\{cm + c'm')\}$ détermine le rapport — , et ne lui assigne uniquement
 que deux valeurs. Remarquons encore que cette équation ne saurait
 généralement appartenir à un cercle. Il faudrait , en effet , pour cela , qu'on
 eût en même temps $am + a'm' = .cm' \backslash rc'm'$, $lm + b'm' = o$, c'equations d'où on
 tire $m \frac{a'}{c} = m \frac{a}{c} - c * m' \sim b'$ et , par suite , $Ha' - S = l > (a$
 $- c)$: Telle est donc la condition nécessaire et suffisante pour qu'un cercle
 puisse passer par les intersections de nos deux courbes. Mais cette même
 équation (2) pourra représenter une infinité d'ellipses et d'hyperboles; et , si
 l'on veut , en particulier, qu'elle représente la troisième courbe (1) ou, ce qui
 revient au même, si l'on veut que les trois courbes (1) aient les mêmes
 intersections , il faudra qu'on ait, à la fois, $am + a'm' = a''$, $lm - b'm' = l''$;
 $cm + c'm' = c''$,) : y (3) $am + d'm' = a'$, $cm + c'm' = c''$, $fm + fm' = f$.) t
 ^'élimination de m et m' entre ces six équations conduira à quatre autres qui
 exprimeront les conditions cherchées. JUs équations Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 26.81% accurate

GÉOMÉTRIQUES. s33 • • • $am + a'm'^a''$, $dm^d'm' - d''$, " sont (Pro3. /) celles qui exprimeraient que les trois droites $ax + by + d = 0$, $a'x + b'y + d' = 0$, $a''x + b''y + d'' = 0$, concourent en un même point. Mais on sait d'un autre côté (Annales , tom. VI , pag. 160) que chacune de ces dernières équations est celle du diamètre de chaque courbe qui coupe en deux parties égales les cordes parallèles à l'axe des x et, puisque d'ailleurs la direction de cet axe est quelconque , on en peut conclure le théorème suivant :

THÉORÈME. Si plusieurs sections coniques ont quatre points communs ; dans quelque direction qu'on leur mène des diamètres parallèles , les conjugués de ces diamètres concourront en un même point. Au moyen de ce théorème , on peut facilement résoudre les deux problèmes suivans : •

PROBLÈME 1. Étant donnés cinq points du périmètre d'une section conique, déterminer graphiquement son centre? - Solution. Soient A, B, C, D, E (fi g. i) les cinq points donnés. Le système des deux droites MBA, MCD peut être considéré comme une section conique, passant par les quatre points A, B, C, D ; et il en est de même du système des deux droites ANC, BND ; mais la courbe dont il s'agit doit aussi passer par ces quatre points ; voilà donc trois sections coniques qui ont quatre points communs;

The text on this page is estimated to be only 26.77% accurate

f4 LIEUX d'où il suit que les conjugués des diamètres qui , dans ces trois lignes, sont parallèles à la corde DE de la troisième doivent concourir en un même point P. Or , ces conjugués MP , NP sont trèsaisés à déterminer , pour les sections coniques AMD , AND , dont les centres M , N sont connus ; leur construction déterminera donc le point P , qui sera aussi conséquemment un des points du conjugué du diamètre qui, dans notre courbe, est parallèle à la corde DE; mais le milieu Q de cette corde est aussi un point de ce conjugué] donc la droite PQ , conduite par ces deux points , est un diamètre de notre courbe. En opérant ensuite par rapport, à AE comme nous l'avons fait par rapport à DE , on déterminera un autre diamètre de la même courbe, lequel , par son intersection O avec le premier, en fera connaître le centre. Une fois le centre connu , on pourra déterminer les autres élémens de la courbe , par des procédés sur lesquels nous n'insisterons pas , parce qu'ils sont tout-à-fait étrangers à notre objet.

PROBLÈME IL Étant donnés quatre points du périmètre d'une parabole , construire graphiquement la direction commune des diamètres de la courbe ? Solution. Soient A , B , C , D (fig. 2) les quatre points donnés. Le système des deux droites MBA , MDC peut être considéré comme une section conique passant par les quatre points A , B , C , D ; et il en est de même du système des deux droites AND , BNC ; ces deux systèmes forment donc , avec la parabole dont il s'agit , trois sections coniques ayant quatre points communs j d'où il suit que pour ces trois lignes les conjugués des diamètres parallèles à une même droite fixe doivent concourir en un même point } donc , en particulier, si, pour les deux lignes AMC, ANC, on trouve deux systèmes de diamètres conjugués parallèles, l'une des deux direction* qu'ils affecteront sera la direction d'un diamètre de la parabole. Tout se réduit donc à mener par le point B une droite , rencontrant ND en X et MC en Y , telle que P et Q étant les milieux respectifs de BY et 0X, les droites MP et NQ soient parallèles? Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.73% accurate

GÉOMÉTRIQUES. 235 Supposons le problème résolu.

Considérons le parallélogramme BNX ; RQ sera égal à NQ ; la droite BXY sera donc conjuguée à RN , et à sa parallèle EF ; U figure $BFYE$ sera donc aussi un $EYMY$ parallélogramme. Cela posé , on aura les proportions $\frac{EG}{MG} = \frac{EG}{EY}$, „ $\frac{EG}{MG} = \frac{EG}{EY}$, $\frac{EG}{MG} = \frac{EG}{EY}$; en les multipliant entre elles , et observant que $EY^2 = BF \cdot MG$, il viendra $BF \cdot MG = MG^2$ en joignant à cette proportion l'équation $BF + FC = BC$, on aura tout ce qu'il faut pour déterminer BF et FC et conséquemment le point F ; on connaîtra donc les directions MF et NR , qui pourront être prises pour celle des diamètres de la parabole. Le problème de la détermination du point F aura deux solutions; mais en les adoptant successivement , on ne fera que passer de la direction EF à la direction BY , ainsi que cela doit être.

PROBLÈME lit. Trouver les conditions nécessaires pour que trois plans se coupent suivant une même droite ? Solution. En supposant que les équations de ces trois plans sont $ay - cz + d = 0$, $a's + b'y + c'z + d' = 0$, $J(i) a''x + b''y + c''z + d'' = 0$) ■ ■ on parviendra aux conditions cherchées , en exprimant que la somme des produits des deux premières équations , par deux multiplicateurs m , m_1 est la même que la troisième ; on obtiendra ainsi les quatre équations

The text on this page is estimated to be only 26.44% accurate

a3P LIEUX $am + a'm'^1$, $cm - f - c/m = c//$, $lm + l > m' = b''$, $dm - d'm' - d''$; entre lesquelles il faudra éliminer m et m' , ce qui donnera deux conditions. Deux quelconques des trois premières équations (2) joints à la $^m\#$ prouvent que les traces de nos trois plans sur un des plans coordonnés , c'est-à-dire , sur un plan quelconque , doivent concourir en un même point ; ce qui est d'ailleurs évident. PROBLÈME IV. Trouver la condition nécessaire pour que quatre plans concourent en un même point? Solution* En supposant que les équations de ces quatre plans sont $ax + by - cz - d = 0$, $ax + by + cz + d' = 0$, $a''x + b''y + c''z + d'' = 0$, $a'''x + b'''y + c'''z + d''' = 0$; on pourrait d'abord parvenir à la condition cherchée , en éliminant x , y , z entre ces quatre équations ; mais on y parviendra également , en exprimant que la somme des produits des trois premières par trois multiplicateurs indéterminés m , m' , m'' est 1 » même que la quatrième. Cela donne les quatre équations $am - a'm' - a''m'' = a'''$; $cm + c'm, - c''m'' = c'''$, $dm + b'm' + b''m'' = b'''$, $dm + d'm' - d''m'' = d'''$ \ entre lesquelles éliminant m , m' , m'' , on parviendra également à la condition cherchée. PROBLÈME V, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.23% accurate

GÉOMÉTRIQUES. 237 PROBLÈME V. Trouver les conditions nécessaires pour que trois surfaces du second ordre se coupent suivant une même courbe ? Solution. En supposant, pour les équations des surfaces dont il s'agit, $\bullet y^* + c r_i + a_j X y +, xz + * f y z + 2g x + * h y + * k z + l \bullet x > + b' y^* + c > z^* + 2d' xy + zt' xz + 2f yz + 2g' x + ih > j + ik > z + l' = 0$,) (i) $o \gg x^* \wedge y t 4^* \gg z^* + i \hat{a} \gg xy + 2e' > xz + 2f yz + 3g \gg x + 2h' y + 2k'' z + l > z$ et exprimant que la dernière est la somme des produits des deux autres par deux multiplicateurs indéterminés m, m' on obtiendra les dix équations $lm - \backslash - l > m > = b''$, $cm + dm' - c'' t dm + d'm' = d''$; $em - \wedge - e'm' - e''$, $Jm + fm > = f > gm + g'm < = g''$ $hm - \backslash - h'm' - h''$ $Itm + k'm' - h'' tm + i'm' = l''$ entre lesquelles éliminant m et m' , on obtiendra la condition cherchée, lesquelles conséquemment seront au nombre de huit. La première, la quatrième et la cinquième équations de la première colonne, jointes à la deuxième de la seconde, prouvent {Prob. III) que les trois plans dont les équations sont $a x + d y + e = 0 \gg a' x + d' y + e' / z + g' = 0$, $a \gg x + d'' y + e' > z + g'' = 0$, (3) se coupent suivant une même droite; mais ces plans sont (Annales 'r ? omx VIL 3*

The text on this page is estimated to be only 20.78% accurate

a38 LIEUX tom. VI , pag* i65) les conjugués des diamètres de nos trois surfaces parallèles à l'axe des x , c'est-à-dire à une droite quelconque ; on a donc le théorème suivant. THÉORÈME. Lorsque plusieurs surfaces du second ordre se coupent suivant une même courbe , les plans diamétraux conjugués à des diamètres parallèles de ces surfaces se coupent tous suivant une même droite. Si la troisième équation (i) représentait une sphère , il faudrait qu'on eût , à la fois , $am - \frac{a}{m} = pm - \frac{b}{m} = cm + \frac{c}{m} \cdot dm - \frac{d}{m} = em + \frac{e}{m} = \frac{m}{m} - \frac{fm}{m}$; entre lesquelles éliminant — , il viendrait $m^2 - b^2 - c^2 - d^2 - e^2 - f^2 = 0$ conditions , au nombre de quatre , qui expriment que la commune section des deux premières surfaces (i) est sur une sphère. PROBLÈME VI. Trouver les conditions nécessaires pour que quatre surfaces du second ordre aient les mêmes points d'intersection. Solution. En supposant , pour les équations des surfaces dont il s'agit , $xy + 2exz + ifyz + tg^2 + aAx + by + cz + d = 0$, $xy + 2exz + ifyz + tg^2 + aAx + by + cz + d = 0$, $xy + 2exz + ifyz + tg^2 + aAx + by + cz + d = 0$, $xy + 2exz + ifyz + tg^2 + aAx + by + cz + d = 0$, (0 0) $xy + 2exz + ifyz + tg^2 + aAx + by + cz + d = 0$, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.70% accurate

GÉOMÉTRIQUES. -3g il faudra exprimer que la quatrième est la somme des produits des trois autres par les multiplicateurs indéterminés m, m', m'' , ce qui donnera les dix équations $am + a'm' + a''m'' = a'''$, $fm + f'm' + f''m'' = f'''$, $lm + l'm' + l''m'' = l'''$, $gm + g'm' + g''m'' = g'''$, $cm + c'm' + c''m'' = c'''$, $dm + d'm' + d''m'' = d'''$, $km + k'm' + k''m'' = k'''$, $tm + t'm' + t''m'' = t'''$, $em + e'm' + e''m'' = e'''$ et $lm + l'm' + l''m'' = 1'''$ -t entre lesquelles éliminant $m, m', m'', m''', f, f', f'', f''', l, l', l'', l''', g, g', g'', g''', c, c', c'', c''', d, d', d'', d''', k, k', k'', k''', t, t', t'', t''', e, e', e'', e'''$ on parviendra aux conditions cherchées t lesquelles seront conséquemment au nombre de sept. Les première, quatrième et cinquième équations de la première colonne, jointes à la seconde de la deuxième prouvent (Problème IV) que les quatre plans donc les équation» sont $ax + dy + ez + g = 0$, $a'x + d'y + C'z + g' = 0$; $a''x + d''y + e''z + g'' = 0$; concourent tous en un- même point; mais ces plans sont (Annales, tom. VI, pag. i65) les plans diamétraux conjugués aux diamètres qui, dans nos quair* surfaces, se trouvent parallèles à l'axe des x, c'est-à-dire- a une droite quelconque; on a donc le théorème que voici :

The text on this page is estimated to be only 26.25% accurate

a4o LIEUX GÉOMÉTRIQUES. THÉORÈME. Lo rsque des surfaces du second ordre passent toutes par les neuf mêmes points donnés , leurs plans diamétraux conjugués à des diamètres parallèles concourent tous en un même point. Par des procédés analogues à ceux que nous avons employés ci-dessus pour les lignes du second ordre, on parviendrait à déduire de ce théorème la solution du problème que voici : Étant donnés neuf points d'une surface du second ordre , déterminer son centre ? Si la quatrième des équations (i) appartenait à une sphère ; il faudrait qu'on eût $am + a'm' - a''m'' = bm + l'm' + L''m'' = cm + c'm' + c''m''$; $dm + d'm' - d''m'' = em + e'm' - e''m'' = fm + f'm' - f''m'' = o$; ce qui donnerait f en éliminant — et — , les trois conditions $\{a - b\} \{d > e\} - e'd > ^+ \{f l' - l^{\wedge} \{d > e - t''d^{\wedge} W ; (a^{\wedge} X d > c > ' \sim e'd) ^{\wedge} a < \sim c') \{d > 'c - e > d) + (*'' - *) (*' - \ll * 0 = o i dc'f - dfe > + fd > e > - ed'f > + ef'd > - fe'd > = < i$, qui expriment que les huit points d'intersection de trois surfaces du second ordre se trouvent situés sur une même sphère^ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.92% accurate

FORMULES D'INTÉGRATION. -41 ANALYSE

TRANSCENDANTE. Sur la manière d'intégrer, par approximation, entre deux limites données, toute fonction différentielle d'une seule variable; Par M. Chrétien Kramp, professeur doyen de la faculté des sciences de Strasbourg, chevalier de l'Ordre royal de la légion d'honneur. -VWVWW 1. Dans un premier mémoire (Annales, tom. VI, pag. 371—388), j'ai donné la solution du problème indéterminé d'intégrer numériquement, par approximation, une fonction différentielle quelconque d'une seule variable, entre des limites données. En prenant pour unité l'intervalle constant qui sépare les ordonnées extrêmes, en supposant que la première se confond avec l'axe des y, et en les représentant consécutivement par a, h, c, d i j j'ai fait voir qu'on aura +G- (?)A«a

The text on this page is estimated to be only 15.82% accurate

342 FORMULES •4- ; formule dans laquelle Aa , $A'a$, $A'a$, sont données par les équations $i A a = b - a$, $i.2 A 1 a = c - 2 \text{è-} i - a$, $i.2.3 A i a = d - 3 c - \backslash - 3 b - a$, $\ddot{i}. 2.3.4 A^* < ? . = * - 4 < / 4 - 6 \text{f} - 4 M - < *$, 3. Si l'on veut faire usage de ces formules, il faut d'abord s'entendre sur le diviseur général qu'on veut choisir. En supposant que ce diviseur doive être le membre entier n , on mettra partout $x - n$ f et on arrêtera la série à $A''a$. Prenons pour exemple $n = j$; on aura $\text{£} \% ^ = '7 A a + V A'a - f ^ A'a + ^ A^{**} + ^ A'a + ^ A ^ + V r ^ a$; ou bien, en substituant et chassant les dénominateurs, $120960 ^ = ^ = 60480 (\text{£} - a) + no880 (* - a M - *) + ia6000 (< / - 3 ^ + 33 - a) - f - 89554 (^ - ^ - f - 6 \# - 4 ^ + \hat{u}) + 38556 : / - 5 ^ + io // - ior - f - 5 J - tf) + 8834 ^ - 6 / " + i5 / r - 30 ^ + 15 ^ - 6 ^) + 75 1 (A - 7 ^ + 21 / - 35 H - 35 < / - 2 1 * 4 - 7 J - a)$; ou, en réduisant > Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.78% accurate

D'INTÉGRATION. = $75 \cdot 1 + 3577 \cdot (*+tf) + i \cdot 323^{(7)} + 2 \cdot 9(d+e)$.

L'unité de cette expression étant la septième partie 'de l'intervalle qui sépare les ordonnées extrêmes ; si l'on veut prendre pour unité cet intervalle entier, on aura finalement $17280/3^{*=*} \cdot 5 \cdot (a+h) \cdot 3577 \cdot (b+g) \cdot i \cdot 3 \cdot (r-h/3)$. On reconnaît que le calcul est bien fait , et à l'abri de toute erreur , lorsque les ordonnées également distantes des extrêmes , telles que a et // , b et g , c et / , d et e sont multipliées par le même coefficient numérique , et lorsque , de plus , en faisant les huit ordonnées a,b,cfd,4,f,g,h égales à l'unité, l'intégrale $J[y]x$ devient elle-même égale à l'unité. Un autre avantage de cette méthode , c'est que les valeurs numériques des coefficients de a , b , £ , d , paraissent toutes développées , sans être déduites d'aucun système d'équations du premier degré qu'il faille préalablement résoudre. C'est là principalement ce qui m'a permis de calculer mes formules depuis le diviseur un jusqu'au diviseur douze. J'aurais été plus loin que douze , et jusqu'au diviseur vingtquatre y si la longueur présumée des calouls ne m'avait effrayé. J'observai, au surplus, qu'il devait inévitablement y avoir quelque autre méthode , beaucoup plus abrégée , pour parvenir au but dans tous les cas; mais «jue , jusqu'ici du moins, j'avais fait de vains efforts pour la découvrir.

The text on this page is estimated to be only 27.23% accurate

£44 FORMULES 4. J'avais lieu d'espérer que quelques géomètres jugeraient cette recherche d'un assez haut intérêt pour en faire le sujet de leurs méditations. M. BERARD , principal du collège de Briançon , dans un mémoire ayant pour titre : Méthode nouvelle pour quarrer les courbes , et intégrer , entre des limites données , toute /onction différentielle d'une seule variaille {Annales, tom. VII, pag. 101 et suiv.) , prétend être parvenu au but. Il trouve , pour le diviseur général six , les quatre équations $6 = 2A + aB + aC + D$; $9 = 9A + 4B + \epsilon$, $343 = 4o5^+ + BoB - hSC$, $2i87 \sim 5ioa.4 - K480 - r - 7C$; <Tou il tire ; par l'élimination , gt, après avoir multiplie par 6 , il a finalement $8o4y\$rd^* = * 4Kro4 - r \ll H - ^{(yt - brJ}$ Il aurait sept de ces équations , dans le cas du diviseur général douze , et treize dans le cas du diviseur général vingt-quatre. Il faut observer que , dans ce dernier cas , l'une des treize équations renfermera toutes les inconnues , et que chacune des douze autres en renfermera une de moins , c'est-à-dire douze. 11 faut remarquer de plus que l'opération connue des soustractions réitérées ne suffira ptt pour diminuer chaque fois d'une unité le nombre des inconnues, ce qui rendra la résolution complète des treize équations beaucoup plus Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.98% accurate

D'INTÉGRATION. a45 plus laborieuse qu'on ne pense. Toul cela n'empêche pas M. Bérard de dire (pag. 103) : « J'ai donc cherché à perfectionner un travail > si utile ; j'ai vaincu la difficulté qui avait arrêté M. Kramp ; et » j'ai eu la satisfaction de rencontrer une nouvelle manière de pro» céder, qui n'a rien de commun avec celle de cet habile géomètre , » et qui permet de pousser l'approximation aussi loin qu'on le désire ».

Examinons , au vrai , ce qu'il en est. 5. Premièrement. La nu thode de M. Bérard n'est immédiatement applicable qu'à un diviseur pair. Dans le cas d'un diviseur impair , l'auteur serait un peu embarrassé , peut-être , de nous indiquer la modification qu'il faudrait faire subir à ses formules , pour les rendre également applicables (*) G. Secondement. Nous pouvons assurer M. Bérard que les valeurs numériques des coeffioiens qu'il nous a données , pour les sept termes qui répondent au diviseur général douze , sont entièrement erronnées et fausses. Les seules valeurs véritables sont celles que donne notre douzième formule (tom. VI , pag. 377). Elles sont très-différentes de celles de M. Bérard ; et , comme elles satisfont à toutes les conditions du problème , qui d'ailleurs ne saurait admettre qu'une solution , il faut nécessairement en conclure que les autres ne sauraient donner que des résultats trompeurs. Nous pouvons donc , à bien plus juste titre que M. Bérard , nous appliquer à nous-mêmes ce qu'il dit (tom. YII , pag. 114) : « Cette singularité » semblerait assez difficile à expliquer autrement que par quelque » erreur de calcul ; mais le point essentiel est de savoir laquelle » des deux formules doit être préférée ; et l'expérience assure l'avan» tage à la nôtre ». Cette expérience sur laquelle M. Bérard croit pouvoir s'appuyer se réduit au simple calcul du logarithme naturel C) ne nous semblerait pas U un très-grave inconvénient , attendu que , le diviseur génériaV étant un nombre arbitraire » on est toujours maître de 1* fhoisir pair. J. D. <?. Zom. VIL 33

The text on this page is estimated to be only 26.94% accurate

246 FORMULES de deux , qu'il trouve, d'après sa formule $=0,6931471806261$; et, d'après la mienne, $=0,6931471807262$; ce qui présente une différence d'une unité dans la dixième décimale. Il en résulte que la mienne laisse une erreur un peu plus grande que celle qui résulte de la formule de M. Bérard , en supposant toutefois que les calculs , de part et d'autre , sont rigoureusement exacts. Mais que peut-on raisonnablement conclure d'une application unique (*) ? 7. Troisièmement. A plus forte raison sera-t-il permis de douter de l'exactitude de la formule (F,4). Elle a coûté à son auteur cent heures de travail. Je serais bien fâché que le calcul de mes douze formules m'eût seulement coûté la moitié de ce temps (**). 8. Quatrièmement . En employant successivement toutes mes douze formules , au calcul du huitième de la circonférence entière , qui , comme l'on sait, est l'intégrale de $7^{\wedge}x$ prise depuis $x=0$ jusqu'à $x=i$; et , en mettant en regard de chaque résultat l'erreur dont il se trouve affecté , j'ai eu le tableau suivant : (*) Tout ceci nous semble mériter quelque explication. D'abord , il ne paraît point exact de dire que le problème dont se sont occupés MM. Kramp et Bérard ne puisse admettre qu'une solution unique. Nous en avons déjà fait l'observation dans la note de la page 102, et c'est une vérité reconnue par M. Kramp lui-même qui , au commencement du présent mémoire , le qualifie $\wedge$ indéterminé. Il n'y aurait donc que la solution rigoureuse de ce problème qui pourrait être unique ; mais cette solution rigoureuse est impassible, tant qu'on ne fixe pas la nature de la fonction y . On ne peut donc rien conclure , pour ou contre les formules de MM. Kramp et Bérard , des différences qu'elles présentent , dans les applications. Celle de deux qui a l'avantage dans un cas peut le perdre dans un autre { et M. Kramp a grandement raison de dire en ce sens qu'une seule application ne suffit point pour prononcer entre elles. jNous en avons déjà fait la remarque l pag. 113). J. D. G. (**) Nous ne courrions probablement pas un Irès-grand risque en non* engageant à calculer en moins de cent heures, par la méthode de M- Kramp , la formule qui répond au diviseur 24. J. D. G. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.44% accurate

D'INTÉGRATION. 247 (0 T=o,75ooo 00000 , Erreur — o,o3539
81 634 (II) 0,7 8333 33333 —0,00206 483oi (in) 0,78461 53846 •—
0,00078 27788 (TV) 0,78552 o4ii8 •4-O.OOOI 3 (V) o.?85Z6 o6o45 -4-
0.00007 \.M\i (VI) O.7853o 27l3q — 0,00000 544q5 (VIT) o,7853q 48a5(>
— 0,00000 333;8 (VIII) o,7853q 81 685 +0,00000 ooo5i (IX) 0,78539
81740 +0,00000 OOIOO (X) 0,78539 81874 +0,00000 00240 (XI) 0,78539
8178a +0,00000 ooi5t (XII) o, 7853g 8i63o — 0,00000 00004 9. En
donnant ce tableau , j'ar fait remarquer que la série de* erreurs suivait une
marche beaucoup plus irrégulière que la nature^ du problème et les moyens
de solution que j'y avais appliqués ne semblaient devoir le comporter. On
voit , en effet , que les erreurs sont négatives pour 1,1, III , positives pour
IV , V , négatives pour VI , VII , positiver pour VIII , IX , X , XI , et
négatives de nouveau pour XII. Elles forment ainsi une progression , tantôt
croissante et tantôt décroissante. Mais , dans tout ceci , il n'y a rien qui
choque le sens commun et qui soit contraire aux principes^ Soit, en effet, (
fig. 3) l'arc de courbe DEF , rapporté & . l'axe

The text on this page is estimated to be only 27.49% accurate

a48 FORMULES AC. Divisons cet axe en deux également en B , et élevons les trois perpendiculaires AD , BE , CF. Dans ce cas , la première valeur approximative de l'arc DEF sera DE+EF. Divisons le même axe AC en trois parties égales , aux points G et H ; élevons les deux perpendiculaires GI , HK , et menons les trois cordes DI , IK , KF ; la somme DI-HK-hKF représentera la seconde valeur approximative de l'arc AF ; et il est très visible qu'il n'y a aucune sorte de rapport constant et nécessaire entre DE-hEF et DI+IK-4-KF ; et il en irait absolument de même , si l'on multipliait d'avantage le nombre des divisions de AC (*). 10. M. Bérard n'a pas seulement vu que j'avais manqué ; mais il a de plus découvert la raison de ma méprise ; elle consiste , suivant lui , dans un certain point d'inflexion , dont j'ai négligé la considération ; et faute d'y avoir fait attention , j'ai été entraîné dans de fausses conséquences. « Si la courbe a quarrer , dit-il , présente » un point d'inflexion , entre les limites de l'intégrale cherchée , » il sera bon d'évaluer séparément les portions d'aire situées de part » et d'autre de ce point j car le défaut de cette attention ne pourrait (*) Comme il s'agit ici , non pas d'un problème de rectification , mais d'un problème de quadrature ; il nous semblerait plus exact de parler de la détermination de l'aire du segment mixtiligne ADFC ; en considérant ADEB-f-BEFC comme première , et ADIG+GIKI+HKFC comme seconde approximation. Or, tant que , dans toute son étendue , la courbe aura constamment sa convexité tournée dans le même sens, il-y aura nécessairement entre ces valeurs approchées successives cette relation qu'elles iront continuellement en croissant , si la première est plus petite que l'aire curviligne , et en décroissant dans le cas contraire. Mais il n'en «era plus ainsi s'il y a , entre les limites de l'intégrale , quelques points d'inflexion. Il n'en sera plus de même non plus , lorsque, comme le fait M. Kramp dans son second mémoire , on substituera aux cordes des courbes parabolique^ qui pourront passer tantôt au-dessus et tantôt au-dessous de la courbe qu'il s'agit de quarrer. J. D. C. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.73% accurate

D'INTÉGRATION. M9 » qu'altérer sensiblement l'exactitude du résultat. On verra ci-après » comment M. Kramp , pour avoir négligé cette remarque , a été » conduit à de fausses conséquences ; il a cru voir un paradoxe là » où il n'en existe pas. Il est presque superflu d'observer qu'il faudrait » à plus forte raison en user ainsi , si , entre les limites de l'intégrale , la courbe offrait un ou plusieurs points de rebroussement (*) ».

ii. Je conviens volontiers que je n'entends absolument rien à tous ces points d'inflexion et de rebroussement. J'avais dû d'ailleurs (tom. VI , pag. 299) : Elle (l'équation de condition) est satisfaite, » quoiqu'avec une différence presque insensible , lorsque la portion 1 » de courbe qui est comprise entre les limites de l'intégrale est sans asymptote , sans imaginaires , sans points d'inflexion ni de rebroussement ; lorsqu'enfin elle ne s'écarte pas trop de quelque courbe > rentrante , telle que les ellipses des différents degrés ».

Cependant M. Bérard y revient encore (pag 80). « Ce géomètre, dit-il , ' » pour n'avoir pas fait attention au point d'inflexion , a tiré de ses » résultats des conséquences tout-à-fait fausses. En effet , sa formule » n.° 8 lui a donné plus d'exactitude que ses formules n.° 9 et (•) Il nous paraît qu'en remarquant un point d'inflexion , entre $x=0$, $x=i$, dans la courbe dont l'équation est $y=\sim$, M. Bérard a donné , en effet , une raison très-plausible des anomalies que présente la série des erreurs des approximations successives de M. Kramp ; et nous pensons même que cette raison serait tout-à-fait péremptoire , dans le cas de l'emploi des trapèzes rectilignes » ; mais nous ne saurions partager l'opinion de M. Bérard , sur la nécessité de diviser l'intégrale en plusieurs parties, lorsqu'il se rencontre quelques points d'inflexion entre les limites. Tout ce qu'il peut résulter de l'existence de ces points , c'est qu'on obtienne accidentellement , par l'emploi de certaines formules, une approximation plus parfaite que celle que , généralement parlant , on serait en droit d'en attendre ; et certes , on conviendra qu'il n'y a pas là un très-grave inconvénient. J. D. G,

The text on this page is estimated to be only 21.86% accurate

35o FORMULES y n.° 10 ; ce qui, au premier abord , présente un vrai paradoxe» * Mais U faut remarquer que , par l'emploi de la formule n.° 8 , » il a pu s'opérer entre les aires des deux branches de la courbe » une compensation d'erreurs qui a pu ne pas avoir lieu d'une » manière aussi avantageuse dans l'application des formules n.° 9 » et 10 (*). Au reste, dans la courbe même qui n'a pas d inflexion , » les résultats successivement obtenus par les diverses formules , ne » semblent pas présenter un accroissement régulier d'approximation * qui permette l'application de la méthode de M» d'Obenheim » » comme 'M. Kramp l'avait espéré ». 12. Jamais je n'avais espéré une application de la méthode de M. d'Obenheim , tant aux cas qui ne semblent pas présenter un accroissement régulier d'approximation qu'à ceux qui en présentent un ; et du moment que j'avais trouve ma seconde méthode , exposée dans mon Deuxième recueil de formules , etc. (tora. VI, pag. 3;2), j'avais parfaitement renoncé à l'autre, à laquelle je ne reviendrai plus (**). Jamais non plus je n'ai tire un vrai paradoxe de ce que la formule n.° 8 m'a donné plus d'exactitude que les formules n.° 9 et n.° 10 ; jamais la série de» erreurs , telle qu'elle s'était présentée à moi, dans le calcul que j'ai pris la peine d'en faire, ne m'avait paru paradoxale ; et jamais je n'ai rien trouvé là dedans (•) Hou* en demandons birn pardon à M. Kramp , dont la méthode nom parafe , au surplus , préférable à celte de M. Bérard ; mais tout ce qui précède nous parait as&er exact. Ce ne «ont point les résultat» n.° g et n.° 10 qui sont trop peu approches ; c'est le résultat n.° 8 qui l'est plus que ne le comporte U formule sur laquelle it est calculé. (*•) On doit peat-être regretter que M. Kramp, qui e'tait si bien en état de tirer parti de l'idée de M. d'Obenheim , l'art si vile abandonnée : cette idée nous a touiours paru extrêmement ingénieuse et originale ; nous pensons qu'on m> doit l'appliquer qu'aux approximations fWs à l'aide des trapèze» , el arec la précaution encore d'éviter le* pointa d "inflexion. J. D. C. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.67% accurate

D'INTÉGRATION. 201 qui fût contraire aux principes (*) Enfin , s'il faut le dire , il y avait encore assez loin des formules de M. d'Obenhcim aux méthodes consignées dans mon premier mémoire. Voici , en effet , de quelle manière s'exprime ce professeur , dans sa Balistique : « Je suppose que l'on partage en un nombre de parties divisibles » par 24 (c'est le seul nombre auquel M. d'Obenheim ait fait l'ap» plication de sa méthode) l'abscisse à laquelle correspond la surface » qu' n veut quarrer : que a représente la somme des trapèzes rec» tilignes , larges de seulement ; et que b , d , f , g , h , k • représentent respectivement celles des trapèzes larges d* 2 , 3 ; » 4, 6, 8 et 12DX; on aura, d'après l'iqustion précédente. » De ces sept équations on tire rigoureusement $25^{252000} - 3 \cdot 19108464 - 181 \cdot 57797 - 80520944 + 33322968 / * - 2467 \cdot 107 - 33 \cdot 96 + 11 \cdot 2A$. » Ce calcul , dont je garantis l'exactitude , se trouve fait une >> fois pour toutes , et peut être d'un fréquent usage ». Il y a sans doute prodigieusement loin de cette première esquisse , trèsimparfaite, jusqu'aux méthodes très-générale* 4* mon premier mémoire. Il y a, de plus, une faute d'impression d'une unité dans le septième chiffre de l'un des nombres de la formule précédente ; la somme de ces nombres étant 253252000 et nullement 25225s 000, (•••) De ulles anomalies , dans le cas de l'emploi unique des trapèzes rectîligoes , seraient pourtant tout-à-fait inexplicables et paradoxales , sans l'existence d'jm point d'inflexion cotre les limites de l'intégrale. J. D. G.

The text on this page is estimated to be only 25.71% accurate

a52 FORMULES D'INTÉGRATION. comme elle devrait l'être; ce qui me fait présumer que M. d'Obenheim n'a jamais fait l'application de sa formule à aucun exemple numérique quelconque. Enfin , ce qu'il y a de très-singulier , c'est qu'en suivant même les préceptes de M. d'Obecheim , je trouve des pombres entièrement différens des siens ; j'obtiens , en effet ,
$$35aa \ 5aooo^{\wedge}=42467 \ 328\hat{u}'\text{—} 249080832^{\wedge}+954204 \ 16^{\wedge}\text{—} I9459440/+732$$
$$160^{\wedge} \ 1 \ t-33696/""4 \ iMg/ ;$$
 M. BéYard , comme l'on voit , n'a jamais connu la Balistique de M. d'Obenheim , autrement que par ce que j'en ai dit dans mon premier mémoire, QUESTIONS ligitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.82% accurate

QUESTIONS RÉSOLUES. a33 QUESTIONS RESOLUES.

Observations sur les deux théorèmes de géométrie énoncés aux pages 200 et 320 du IV^e volume des Annales ; Par M. J. B. Durrande. ^{^ ^} *%* ^ "V-
*^ ^0 M. Servois , dans un article inséré à la page 150 du IV.^e volume de ce recueil , fait mention d'un beau théorème de géométrie plane , qu'il attribue à Simson , et dont M. Gergonne donne une démonstration analytique dans une note du même article. On a proposé ensuite à la page 340 du même volume , un autre théorème qui est exactement dans la géométrie à trois dimensions ce qu'est le premier dans la géométrie plane. J'ai cherché à ramener la démonstration de ces deux théorèmes à la belle théorie des transversales que MM. Carnot , Servois et Brianchon semblent s'être approprié , par les développements importants qu'ils lui ont donnés et les nombreuses et intéressantes applications qu'ils en ont faites. J'ai réussi, en effet, à trouver une démonstration assez simple du premier de ces deux théorèmes ; mais , en examinant le second avec plus d'attention je n'ai pas tardé à en découvrir la fausseté ; ce qui prouve que , s'il peut souvent être très-utile de se laisser guider par l'analogie , on ne saurait néanmoins, sans imprudence, accorder constamment une confiance entière aux résultats qu'on en déduit. Je vais d'abord faire remarquer.

Temê VU. 34

The text on this page is estimated to be only 24.79% accurate

2\$4 QUESTIONS connaître la démonstration que j'ai obtenue pour le premier des deux théorèmes ; je prouverai ensuite la fausseté du second. THÉORÈME I. Les pieds des perpendiculaires abaissées sur les directions des côtés d'un triangle quelconque , de l'un quelconque des points de la circonférence du cercle circonscrit , sont tous trois sur une même ligne droite. Démonstration. Soient ABC (fig. 4) le triangle dont il s'agit , P un point situe* d'une manière quelconque sur la circonférence du cercle circonscrit , et P* , Ptf , P£ les perpendiculaires abaissées respectivement du point P sur les directions AB , BC , CA des côtés de ce triangle. Il s'agit de prouver que les trois points a, 6, c appartiennent à une même ligne droite. Pour y parvenir , soient d'abord menées les droites PA , PB , PC ; on aura évidemment les proportions que voici ; Cb.Aè: VCSin.CPb :PA5w.AP£ , kc : Bc : : PAS/7i.AP<: : VBSin.VVc . En multipliant ces trois proportions terme à terme, on obtiendra, par la suppression des facteurs communs , ha.CÙ.Ac:Ca.kb.Be : : Sin BPtf.Sin.CPJ.Sin.AP* : Sin.CPtf.Sin.APi.Sin J5P<r. Or, i.° les angles BP* , AP£ sont égaux, comme ayant pour eomplcmens PBC et PAC inscrits au même arc ; 2.0 les anale» C?b , BP* sont égaux , comme ayant pour complémens PCA et PBC mesurés par la moitié du même arc ABP ; 3 ° enfin , AP* et CPtf sont égaux , comme ayant pour compl«**nens PAB et PCB Digitized by Google

RESOLUES. *55 inscrits au même arc ; donc les deux termes du second rapport de notre dernière proportion sont égaux ; et on a conséquemment l'équation $Ba.O > Jic = Ca.A \& .Kc$; ce qui , par les théorèmes connus , prouve que a, h, c sont en ligne droite. THÉORÈME 11. Les pieds des perpendiculaires abaissées sur les plans des faces d'un tétraèdre de tout quelconque des points de la surface de la sphère circonscrite peuvent n'être pas tous quatre dans un même plan. Démonstration. Supposons, en effet, que le point dont il s'agit soit pris dans le plan de l'une des faces du tétraèdre ; il sera lui-même le pied de la perpendiculaire abaissée sur le plan de cette face ; si donc les trois autres pouvaient être dans un même plan avec celui-là , ce plan devrait aussi contenir les trois perpendiculaires elles-mêmes ; les faces sur lesquelles elles tombent devraient donc être perpendiculaires à ce plan ; il devrait donc en être de même de leurs intersections deux à deux ; le tétraèdre aurait donc les trois arêtes d'un même angle parallèles entre elles ; ce qui est absurde.

The text on this page is estimated to be only 24.17% accurate

QUESTIONS PROPOSÉES. QUESTIONS PROPOSEES.

Polyèdrographie. sait que , pour qu'un polyèdre convexe soit réputé régulier ? Il faut , à la fois, que toutes ses faces soient d'un même nombre de côtés et que tous ses angles solides soient d'un même nombre de faces. Mais on peut , en outre , concevoir ; Des polyèdres termines par deux sortes de polygones, en nombre égal de chaque sorte , et ayant d'ailleurs tous leurs angles solides d'un même nombre de laces ; 2. " Des polyèdres ayant , au contraire , deux sortes d'angles solides , en nombre égal de chaque sorte , et ayant d'ailleurs loutes leurs faces d'un même nombre de côtés ; 3. ° Enfin , des polyèdres ayant , à la fois , deux sortes de faces , en nombre égal de chaque sorte, et deux sortes d'angles solides, aussi en nombre égal de chaque sorte. On propose de faire rénumération complète de tous ces divers polyèdres ? . Digitized by Google j|

The text on this page is estimated to be only 18.67% accurate

Digitized by Google

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.63% accurate

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS. ANALYSE ALGÈBRE.

Résolution des équations littérales, par une nouvelle méthode, directe et générale; Par M. Suremaw de Missery, ancien officier d'artillerie, membre de plusieurs sociétés savantes (*) • QUOIQU'EN notre méthode soit également applicable à des équations complètes, nous les supposons, à l'ordinaire, dépourvues de second terme; ce qui simplifiera les calculs d'une manière notable. Et, attendu que l'équation du second degré, privée de son second terme, se résout immédiatement, nous passerons de suite à celle du troisième. Résolution de l'équation du troisième degré. . ? i.
Nommant a, B, c les racines de la proposée $a^3 + px + q = 0$; on a, par la théorie générale des équations, » . * ♦ ■ " " 1 ■ 1 () Ce qu'on va lire n'est que l'extrait d'un mémoire beaucoup plus étendu que l'auteur a bien voulu réduire à ce qu'il renfermait d'essentiel. J.D. G. Tom. VII, n° IX, s « mars 1817. 35

The text on this page is estimated to be only 15.41% accurate

a55 RÉOLUTION parlant a» a1 oa, en faisant $3 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ » $\frac{2}{3} = c$
 $—z$; $— 3r$ » $— z' = .fc$, Eliminant y' entre le cube de la première équation et
le quatre1 de la seconde , on obtient $z^*(3'.y'— z^{Wlf+tf}) i \blacksquare .'$; <- . d'où
l'on tire • $i \blacksquare$ ajoutant et retranchant enfin cette équation successivement a
l'équation le premier membre de l'équation résultante sera un cube partit ; et
en conséquence , elle prendra celle forme Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 12.51% accurate

DES ÉQUATIONS. »59 On tir* de la ce qui donne puis \ ce qui donne ultérieurement j i-t-y/-3 i— ,t/-3,, . gsr y . 771— ■ /> y expressions qui , avec la suivante , (•) Tl est Hfficile de penser que M. de Mlssery eût pu Informations . s'il n'eûl conna , à l'avance . la forme de» racine* du 3.-« degré. L» propre d'une bonne i&ëthode parsît èirc cependant de ne présupposer aucune couB^utance acquise sur ce qu'on cherche» . 17. G.

The text on this page is estimated to be only 20.30% accurate

s6o RÉSOLUTION sont les (rois racines de la proposée, en y remettant pour m et i les quantités connues dont elles sont les symboles» 2. Comme, jusqu'à présent, on n'a pu parvenir à résoudre les équations du quatrième degré sans l'intermédiaire d'une réduite; nous allons, pour une plus grande uniformité, chercher la réduite qui répond à l'équation du troisième degré. D'après ce qui précède, il est aisé de voir que a» * - a' a».33 -j 13 13 1' — 3rl — r» d'où •*p i — n — jj — 53 — \ > faisant donc 3k+£|/=i _ r 3y — rt/=5 _ # 13 ' • ' « on aura d'où la réduite et les valeurs qui, toutes deux, «ont les racines de la réduite, considérée comme équation du second degré. Après quoi le calcul s'achève comme ci-dessus, avec les deux équations qui donnent m et n, c'est-à-dire ici s et /, en fonction de y et x. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.63% accurate

DES ÉQUATIONS. a6i Oo • done ainsi les racines de la proposée , en fonction des racines de la réduite. 3. On trouve, d'après ce qui précède, — . $\sqrt[3]{\frac{27^* - f - 4}{s}}$ Cette expression remarquable, qui montre que $\sqrt[3]{\frac{27^* - f - 4}{s}}$ doit être le dernier terme de l'équation aux quartés des différences des racines de la proposée , prouve évidemment que , lorsque les trois racines a , b , c de la proposée sont réelles , leurs expressions , en fonction des coefficients , doivent être compliquées d'imaginaires ; propriété qui est réciproque , ainsi que nous le dirons plus loin ; elle montre aussi que l'équation $x^3 + px + q = 0$ exprime 1» condition d'égalité entre deux racines de la proposée. 4» On trouve encore — il » et telles sont les expressions , très-symétriques , des trois racines cubiques de $x^3 + px + q = 0$. En y changeant le signe de q , ce changera aussi m en 1», on aura les expressions analogues des trois racines cubes de $x^3 - px + q = 0$ Ou a donc 1m racines de la réduite en fonction des racines <k

The text on this page is estimated to be only 22.88% accurate

€ RÉOLUTION la proposée. Lagrange n'y est arrivé que par le calcul différentiel, et d'une manière plus longue (*). 5. De là il suit que l'expression de l'une quelconque des trois racines de la proposée les comprend toutes; car l'expression $x = s - \sqrt[3]{-t}$ donne, par la substitution des valeurs de s et t , en fonction de a , b et c $x = a$, $x = b$, $x = c$; et il en serait de même de chacune des deux autres expressions $x = \frac{1}{2}(-s \pm \sqrt{s^2 - 4t})$; a a pourra qu'on eût soin de ne combiner ensemble que des valeurs de s et t telles que $s^2 = 4t$, ainsi que cela doit être (a). 6. Comme on a $j^3 = 1$, $j \neq 1$, $j^2 + j + 1 = 0$, ce donne lieu que la méthode résout, non seulement l'équation proposée $x^3 + px + q = 0$, dont les racines sont $x = a$, $x = b$, $x = c$; mais encore l'équation conjuguée (*) Ce n'est presque pas la peine de dire que Lagrange se sert du calcul différentiel en cet endroit; il ne l'emploie que par pure élégance; et l'usage qu'il en fait pourrait facilement être suppléé par le Théorème des racines! J. D. G. ■ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.98% accurate

DES ÉQUATIONS. a63 dont les racines sont $j r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; a a a et pareillement l'équation conjuguée $g l 4 - \sim \sim ' \sim \sim o$, dont les racines sont $* ^ * , * = ^ b , x c * 7$. Si les racines de la proposée se présentent toutes sous une forme embarrassée d'imaginaires , ce qui arrive lorsque $f ? M \sim r ? / , >$ négatif, c'est-à-dire, lorsque les racines de la réduite, con>idérée comme équation du second degré , sont imaginaires; on sait que les premières sont toutes réelles : en voici une démonstration directe et rigoureuse. D'après la théorie générale des équations , l'équation du troisième degré , a titre d'équation d'un degré impair , doit avoir au moins une racine réelle ; ce que je pourrais d'ailleurs démontrer par mes formules. Une des trois racines a , b , c , est donc réelle ; mais , lorsque $\sqrt[3]{1-3tr;Pi}$ est négatif, une de ces racines ne peut être réelle , sans que les deux autres ne le soient aussi. En effet , si a est réelle , $b - \sqrt[3]{-c} = o$ est aussi réel. D'ailleurs , $\zeta = [b+c]bc$ est réel ; donc , puisque $b \sim \sqrt[3]{c}$ est réel , bc doit l'être pareillement. De plus , on a d'où

The text on this page is estimated to be only 18.32% accurate

*64 RÉOLUTION $v - w' + TiP - **^3$; or, le premier membre de cette équation est réel; donc le second l'est aussi ; iim'is le facteur $\hat{b} - \backslash - c) - \backslash - bc$ est réel , pui*que $b - \backslash - c$ et bc le sont ; donc l'autre facteur $b - e$ l'est de même ; et , puisque $b - \{ - e$ et $b - e$ sont réels , b et c le sont nécessairement * , donc enfin les trois racines a , b , c sont réelles. Je ne crois pas que ta réalité des trois racines, dans le cas irréductible , ait jamais été si complètement ni si directement démontrée. Résolution de V équation du quatrième degré. i. Nommant a , 5 , r , d , le» racines de la proposée $H''^* - K = 0$ » on a , par la théorie générale des équations , $o + b + c + d = o$, $*b + ac + bc + ad + bd + cd = p$; $cbc + abd + acd + lcd = \sim q$, $aicd = r$; $\sim , = P' ? = -f. a$ » En faisant $* + * = r. c - d = z'$,

Digitized by (google

The text on this page is estimated to be only 16.78% accurate

DES ÉQUATIONS. ;>65 ce qui donne d'où la réduite et les valeurs pour les trois racines de cette réduite , considérée comme équation du troiiième degré; valeurs dans lesquelles A et B désignent de* fonctions connues des coeffiucins de cette même réduite. Cela posé , on a donc Tom. VIL 3(?)

The text on this page is estimated to be only 22.81% accurate

aC6 RÉSOLUTION r --P— T — ' > n — — — — expressions
 qui donneront les quatre racines de la proposée , si l'on y met pour / une des
 six valeurs connues représentées par $\sqrt[4]{w}$, $\sqrt[4]{i}$, n'importe laquelle. 3.
 Mais, pour exprimer les racines de la proposée , en fonction de celles de la
 réduite , nous observerons que cette réduite , d'après la théorie des
 équations , donne et que , de cette dernière équation , on tire $\sqrt[4]{lmn} = q$;
 le signe supérieur ou le signe inférieur ayant lieu, su'vant que q est positif
 ou négatif ; car nous supposons / , m , n les racines positives de $x^4 - q^4$, m^4 , n^4 .
 Nous prendrons d'abord q positif, parce que, s'il était négatif, les racines de
 la proposée seraient les mêmes aux signes près. Substituant donc ces
 valeurs de $\sqrt[4]{3p}$ et de $\sqrt[4]{-q}$ dans ce/les do a , b , c y d , et prenant
 arbitrairement $-y=i$, ces dernières deviendront $4J4fn - n$ Digitized by
 Google

The text on this page is estimated to be only 19.71% accurate

DES ÉQUATIONS. 367 $b \sim \sim > -n \text{ — } / \text{ — } m \text{ — } n \text{ d — —}$
 formules qui donneront les racines de la proposée , lorsque q est positif. Et
 par conséquent les* doubles formules $- \bullet a \text{ — } 'J - m + n \text{ — } \hat{i} \text{ — } m \text{ — } n$ prises avec
 le signe supérieur ou avec l'inférieur, donneront respectivement les racines
 de la proposée , suivant que q sera positif ou négatif. On a donc les racines
 de la proposée , en fonction des racines de la réduite. 3. On, trouvera $y^{\pm}$
 $\pm_n = z \& - \backslash - c = \text{ — } (\ll - \text{HO d'oi}$

The text on this page is estimated to be only 24.91% accurate

aC8 . RÉSOLUTION $m = \sqrt[4]{(b - \sqrt{c})} + \{b - \sqrt{c}\}$, $m = \sqrt[4]{a - hc} - \sqrt[4]{b + \sqrt{c}}$, On a donc les racines de la réduite , en fonction des racines de la proposée. 4. Observons que la première expression $\sqrt[4]{(b - \sqrt{c})} + \sqrt[4]{b - \sqrt{c}}$ • des quatre racines de la proposée, comprend tacitement $x \sim y \sim \sqrt[4]{c} \sim y^* \sim \sim j$ • Or si , dans la formule on substitue les valeurs de $\sqrt[4]{c}$ et de j , comme on Ta fait (Art. 2); et que , de plus , on prenne successivement pour y les six valeurs $Y = \pm l$, $X = \pm m$, $y = \pm n$, on trouvera $x = a$, $x = b$ y $x = c$, $x = d$; d'où l'on voit que la première des quatre formules des racines de la proposée les comprend toutes , et il en est de même de chacune des trois autres. Ainsi , une quelconque des expressions des quatre racines de la proposée les comprend toutes. 5. Comme on a $lmn = \sqrt[4]{rqr}$ il est aise de voir que la méthodej résout , non seulement l'équation proposée dont les racines sont

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.03% accurate

DES ÉQUATIONS. *9 $x=a$, $x=b$, $x=c$, mai» encore l'équation conjuguée $x^k - px^* - y^* + r = 0$ » dont les racines sont .- $k x = -a$, $x = -b$, $x = -c$, $x = -d$: 6. Si les racines de la proposée se présentent sous une forme embarrassée d imaginaires , ce qui arrive si les racines de la réduite, considérée comme équation du troisième degré , sont , ou toutes trois réelles et positives, ou toutes trois réelles et une seule positive; on sait que, dans le premier cas , elles sont toutes réelles , *!t , dans le second , toutes imaginaires (*). Voici une démonstration directe et rigoureuse de la réalité des racines dans le premier cas. Si les racines $/^*$, m^* , n^* , de la réduite , considérée comme équation du troisième degré, sont réelles et positives, les racines $/$, m , n de cette même réduite , considérée comme équation du sixième degré , sont aussi réelles. Donc , puisqu'on a $n \cdot * _ n < 1 - 2$ les racines a , b , c , d de la proposée sont toutes réelles. Cette démonstration de la réalité des quatre racines , dans le cas irréductible, est très-simple et déjà connue. Je ne l'ai reproduite ici que pour conserver l'analogie entre le troisième et le quatrième degré. O Cependant , deux d'entre eues deviendront réelle* , si l'on a $l=m$, i Note J* C auteur.)

The text on this page is estimated to be only 20.00% accurate

276 CIRCULATION MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES. Essai d'application de l'analyse mathématique à la circulation du sang ; Deuxième mémoire (*) ; En réponse à Kirt Sprekcel ; Par M. le professeur Chrétien Kramp , doyen de la faculté des sciences de Strasbourg , chevalier de l'Ordre royal de la légion d'honneur. L. . ■ IE gTand objet de la force vitale des vaisseaux ; c'est de maintenir , au milieu des causes sans nombre qui résistent à la masse sanguine , une uniformité rigoureusement exacte dans le mouvement du sang. Imaginons une masse quelconque , lancée par une force de projection quelconque , et qui , après avoir éprouvé à chaque instant l'effet des forces accélératrices et retardatrices qui auront pu agir sur elle , ait acquis , au bout du temps t , la vitesse u . Désignant par P la somme des forces accélératrices et par Q la somme des forces retardatrices qui agissent sur cette masse dans l'instant t ; on devra avoir nécessairement $\frac{du}{dt} = \frac{P - Q}{m}$ — C'est l'équation qui ne manque d'aucune hypothèse , et qui , par sa simplicité et sa généralité (S i) Consulter , pour le premier mémoire , la page 77 du présent recueil Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.29% accurate

DU SANG, *7« ralité , est applicable à toutes les suppositions de mouvement quelconques. 2. La véritable vitesse du sang , à l'époque / , sera donc égale à l'intégrale de $(P - Q)dt$, qui sera elle-même une certaine fonction du temps / , inconnue encore aux médecins, aussi bien qu'aux géomètres , plus une constante arbitraire , c'est-à-dire , une quantité entièrement indépendante du temps /. C'est en conséquence d'un principe fort naturel , qu'une quantité variable quelconque est égale à ce qu'elle avait été dans un instant donné , plus les accroissemens qu'elle a reçus depuis cet instant. Dans le cas où la force accélératrice est exactement égale à la somme des résistances , on aura $P - Q = 0$; ainsi l'intégrale sera égale à la constante seule; et cette constante , dans le cas actuel , n'est autre chose que la vitesse que l'onde de sang avait reçue du cœur. Cela ne doit surprendre personne. Deux forces égales et contraires , dont par conséquent l'effet réuni est nul, agissent à la fois sur un corps , en repos ou en mouvement : on demande ce qui en résultera ? ce sera la conservation de l'état actuel : le maintien du status quo. Reste à savoir quel est ce status quo ? si c'est l'état de repos , le corps naturellement restera en repos : si c'est , au contraire , l'état de mouvement, ce même mouvement persévérera ; il sera maintenu , et nous présentera peut-être le seul exemple d'un mouvement rigoureusement uniforme. 3. Il faudrait être complètement étranger aux notions les plus simples et les plus élémentaires des mathématiques* pour pouvoir, par exemple , avancer sérieusement la proposition suivante : Si la force vitale des artères est égale à la somme des résistances, alors toute la masse sanguine restera immobile. Ce serait confondre le» deux états, entièrement différens , de $u = 0$ et de $du/dt \neq 0$; ce serait prendre la variable u elle-même pour la différentielle de cette variable. Un corps quelconque, solide ou fluide , est en mouvement d'après une loi quelconque : une force quelconque vient alors agit sur lui : il faut déterminer le changement que cela produira dans l'état du mouvement actuel. Il est clair que ce changement sert

The text on this page is estimated to be only 25.92% accurate

a72 CIRCULATION proportionnel à la force elle - même. Reste à savoir si celle force agit dans le sens même du mouvement du corps , ou dans un sens opposé , ou enfin dans une autre direction quelconque. Dans le premier cas , il faudra ajouter le changement à la vitesse même du corps ; dans le second , il faudra , au contraire , l'en retrancher ; et dans le troisième , enfin , il faudra déterminer , d'après les lois de la géométrie , l'influence que pourra avoir cette force sur l'état actuel du corps. Mais , dans tous les cas, cette même force sera proportionnelle , non à la vitesse actuelle du corps, mais à l'accroissement ou à la diminution que cette vitesse aura éprouvée, ou, plus généralement au changement qu'elle aura subi. 4- Un corps quelconque , solide ou fluide , est en mouvement suivant une loi quelconque : deux forces rigoureusement égales , mais agissant dans des directions opposées , viennent agir sur lui : il faut déterminer le changement que cela produira dans son état actuel. Mais , si les deux forces sont égales , et qu'elles agissent dans des directions opposées , il est clair qu'elles n'en produiront pas ; le corps persistera dans l'état de repos ou de mouvement qu'il avait d'abord. Dans l'état de santé , d'après l'idée que nous devons nous en faire , des causes retardatrices agissent sur l'onde de sang sortie du cœur : elles sont nombreuses et évidentes : opposons - leur des causes accélératrices qui leur soient égales et contraires , et le mouvement du sang continuera , tel qu'il aurait eu lieu sans l'existence d'aucune de ces deux causes ; c'est-à-dire qu'il sera uniforme. 5. Mais que restera-t-il donc du mouvement du corps , dans le cas où les causes retardatrices seront égales aux accélératrices ? ce qui en restera ? Il restera toute cette vitesse que l'onde de sang avait immédiatement reçue du cœur, et qui , depuis sa sortie du ventricule gauche, jusqu'à sa rentrée par l'oreillette droite, n'aura pas reçu la moindre atteinte. Cette vitesse est certainement très-médiocre : mettons cinq à six pieds par seconde , pour une veine telle que la brachiale ou la médiane, et nous aurons 1« mouvement du sang, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.87% accurate

DU SANG. 273 tel qu'il parait erre dans une bonne saignée. Avec cette vitesse , le sang parcourt tout le système vasculaire du corps ; pénètre dans les plus petits vaisseaux , qui sont insensibles à la vue , et revient de là dans les grandes veines. Il n'est pas nécessaire que la vitesse du sang soit excessive; une vitesse médiocre suffit ; pourvu qu'elle conserve , pendant tout le trajet de Tonde , l'impulsion qu'elle avait reçue du cœur. 6.

L'exemple d'un corps mû d'un mouvement uniforme , précisément à cause de l'égalité entre les forces accélératrices et retardatrices qui agissent sur lui, n'est rien moins que nouveau , dans l'histoire de la mécanique : celte science en est pleine , dans toutes ces applications. Les gouttes de ploie tombent d'abord d'un mouvement accéléré , conformément aux lois de la pesanteur ; mais , en tombant, elles éprouvent de la part de l'air une résistance qui croit aussi avec leur vitesse ; et dès que cette résistance sera devenue égale au poids de la goutte , son mouvement cessera de s'accélérer : il sera de lui-même devenu uniforme, à cause de l'égalité entre les forces accélératrices et retardatrices. Voulez-vous connaître la véritable vitesse avec laquelle la goutte de pluie continue de tomber, après être parvenue à l'uniformité ? Convertissez-la en une colonne d'eau d'un poids égal ; la hauteur de cette colonne sera celle d'où un corps grave serait obligé de tomber , pour acquérir , par sa chute , une vitesse égale à celle avec laquelle elle se meut réellement , et d'une manière très-uniforme. Personne n'a jamais dit que la goutte restera suspendue en l'air , précisément à cause de l'égalité entre son propre poids et la résistance de l'air, qui lui sera devenue rigoureusement éjjale. 7. Un vaisseau muni de voiles est sur mer ; le vent en soufflant enfle les voiles , il fait prendre au vaisseau , dans les premiers instans, un mouvement uniformément accéléré. Mais ce vaisseau ne peut avancer à moins qu'il n'écarte l'eau qui est devant lui ; et cette eau lui résiste proportionnellement au quarré de sa vitesse. Le choc du 'Tent sur les voiles, suit le même rapport; qu'en résultera-t-il ? La Tom. VIL 37

The text on this page is estimated to be only 26.47% accurate

CIRCULATION vitesse du vaisseau augmentera , jusqu'à ce que le poids du prisme d'air qui exprime le choc du vent sur les voiles soit égal à la résistance du prisme d'eau qui exprime celle de la partie antérieure du navire. Des lors il n'y aura plus d'accélération ; le vaisseau sera mû d'un mouvement uniforme, avec une vitesse égale et constante. Quelle sera cette vitesse ? Ce sera celle qui rend l'impulsion du vent sur les voiles égale au choc de l'eau sur la partie antérieure du vaisseau. Il y aura une équation du premier degré à résoudre pour trouver la valeur de l'inconnue ; mais jamais il n'est venu dans la tête de personne de prétendre que le vaisseau restera immobile sur la surface de l'eau , uniquement parce que l'impulsion du vent sur les voiles est devenue égale au choc de l'eau sur la jffoue. 8. Le même vaisseau est encore muni de rames : on demande sa vitesse , après qu'il sera parvenu à l'état d'uniformité ? Dans les premiers instans , le mouvement sera uniformément accéléré , à cause de l'impulsion , toujours persistante , jàn vent sur les voilée ; mais bientôt cet état de choses changera. D'un coté* à mesure que le vaisseau avance, il échappe en partie à l'action du vent, laquelle par conséquent devient une fonction de la vitesse même du vaisseau. D'un autre côté , la résistance de l'eau sur la surface antérieure retarde le mouvement du navire , et son action sur la surface des rames l'accélérera. Reste donc à savoir quelle doit être la vitesse du vaisseau , pour que le choc du vent sur les voiles soit égal à la résistance de l'eau sur la partie antérieure , moins son action sur la surface des rames ; et ce sera là l'inconnue du problème. Le vaisseau sera mû ainsi d'un mouvement uniforme ; et personne ne a'ést jamais avisé de dire que ce soit la Une raison pour le maintenir dans une immobilité parfaite sur la surface de la mer. 9. En général , nous pouvons affirmer que , dans la multiplicité des cause» qui s'opposent à la conservation du mouvement, il n'est et il ne peut exister aucun exemple d'un mouvement rigoureusement uniforme, à moins qu'il ne soit produit par cette égalité constante Digitized by Googl

The text on this page is estimated to be only 25.29% accurate

DU SAN G. 575 entre les forces accélératrices et les forces retardatrices qu'on rencontre partout. L'ignorance seule peut dire que le mouvement ne peut avoir lieu qu'autant que les premières l'emportent sur les autres. D'un pareil état de choses , il ne saurait résulter qu'un mouvement accéléré. Les auteurs d'une pareille proposition ne tiennent pas compte du mouvement actuel qui existe encore. Tant que ce mouvement n'est pas détruit par une cause étrangère , ou tant qu'il n'est pas augmenté par une cause également étrangère , il ne peut cesser d'être le même. Enfin , si ce mouvement est affecté , à la fois , par deux causes étrangères , égales et directement opposées , dont l'une par conséquent tend à l'augmenter , tandis que l'autre tend à le diminuer , et qui par conséquent se détruisent , le mouvement reste tel qu'il est ; il n'est ni augmenté ni diminué ; il est rigoureusement uniforme ; et la vitesse une fois acquise demeure constamment la même. 10. Tout ce que je viens de dire parut pour la première fois dans mon ouvrage : De vi vitali arteriarum diatribe. Adita nova de febrium indoie generoli conjectura. Argentorati , 1785. De» trois cas possibles que présente l'équation générale $\dot{u}=(P-Q)dt$ t «avoir : $P=Q$, $P>Q$, $P<Q$, le premier était essentiel à l'état de santé; les deux autres désignaient la fièvre, savoir: $P>Q$ le Synothus , et $P<Q$ le Typhus. Cet ouvrage eut le sort de tous ceux qui choquent les idées reçues , et qui cependant ne sont pas appuyés par des démonstrations d'une évidence suffisante. C'était de» propositions générales de mécanique, que je supposais connues de tout le monde; et c'était la véritable raison pour laquelle je donnais tout l'ensemble de ma Pyritologie sous une forme aphoristique ; en la bornant à trente-trois thèses , dont il me paraissait fort inutile de donner les démonstrations. Je supposais que ces démonstrations s'offriraient d'elles-mêmes : j'avais mal jugé de mes lecteurs. Les plus célèbres journaux de l'Allemagne en parlèrent avec une indifférence très-marquée : aucun ne jugea nécessaire de dire un mot seulement de mes thèses, qui renfermaient pourtant la partie nouvelle et véritablement essentielle

The text on this page is estimated to be only 23.80% accurate

276 CIRCULATION du mon système. Je dois en excepter toutefois la Gazette littéraire de Tubingue , qui donna , quatre années après , un exposé trèsdctailé de mon ouvrage , et sur-tout des thèses , qu'elle honora d'une critique particulière et très - avantageuse. L'auteur de cette récénsion était entièrement au fait de tous les principes de mécaï^que qui conduisent à mes résultats; il se garda bien de. tomber dans les bévues dus autres ; et il accorda à mes propositions; toute, l'importance qu'elles méritaient effectivement. Mais cette critique, fut bientôt publiée , et ne Ht aucune impression sur le siècle. 1 t. Dix années après , en 1794 » je publiai , à- Heidflberg % ma Fieberlehre nach mecanischen grundsàzzen (Pyrétologie , d'après les principes de mécanique) , dans laquelle je développai tout rooa système. Cet essai fut encore plus malheureux que le précédent: très-peu de journalistes daignèrent en faire mention ; tous furent généralement révoltés de la proposition : Si la force vitale des artères est égale à la somme des résistances, le mouvement du sang sera uni/orme : ils ne comprenaient pas ce que cela voulait dire ; et , comme c'est là la proposition fondamentale de mon système , il est inutile de laire observer qu'ils ne comprenaient rien à tout le reste non plus. Ne voulant pas effaroucher mes lecteurs, j'avais évité de donner , h ce que j'écrivais, cette forme mathémar tique qui lui était propre. Je sentais alors l'impossibilité de leur faire entrer dans la tête celte égalité entre les forces accélératrices et retardatrices , à moins que d'ôter en même temps toute idée de mouvement quelconque. En conséquence , je résolus de donner , à la première occasion. , mon système , revêtu de tout l'appareil mathématique propre à le rendre intelligible aux géomètres ; en laissant ensuite à ces derniers le soin de le faire comprendre aux autres. , . 12. Cette occasion se présenta bientôt. L'an 1794 , je donnai au public ma Kritik des pratischen Arzeneikunde (Critique de ; la médecine pratique). Le septième chapitre de cet ouvrage est entièrement destiné à l'exposition de mon système; et à la suite, Digitized by Google

DU SANG. 277 je donnai , en moindres caractères , et en forme de notes , les démonstrations mathématiques qui lui servaient d'appui. La fausse base sur laquelle cela était établi gâtait tout. Dès que l'uniformité du mouvement du sang ne peut être maintenue que sous la condition exclusive que la force vitale des vaisseaux et la somme des résistances, c'est à dire , que les forces accélératrices et retardatrices de la masse sanguine soient rigoureusement égales entre elles ; voilà ce qui fait vraiment dresser les cheveux , et ce qui révolte le sens commun. Et que restera-t-il donc , dans le cas d'une égalité parfaite entre ces deux forces opposées? Et faut-il donc le dire cent fois ? Il restera toute la force du cœur , ainsi que toute la vitesse qu'il aura communiquée à Tonde sanguine , et qui est très-indépendante de la force vitale des vaisseaux. Supposons" que cette force vitale soit un peu plus grande que la somme des résistances ; dans ce cas , il restera donc quelque chose de la première , après en avoir retranché la seconde ; et ce quelque chose , ajouté à la vitesse que le sang aura reçue immédiatement du cœur , produira un mouvement accéléré. Supposons , au contraire , que la somme des résistances soit un peu plus grande que la force vitale des vaisseaux ; dans ce second cas, il restera quelque chose de la première après en avoir retranché l'autre toute entière ; et ce quelque chose , 6 té de la vitesse que le sang aura immédiatement reçue du cœur , produira un mouvement retardé. L'un et l'autre des deux états est un état de maladie , incompatible avec l'uniformité du mouvement do sang , qui est une conséquence d'une égalité parfaite entre la force vitale des vaisseaux et la somme des résistances. Mais enfin l'un et l'autre doivent produire les deux états parfaitement opposés , et qu'on ne pourra mieux désigner qne par les dénominations do fibre positive et de jîèvre négative. i3. Peu de temps après avoir écrit cet ouvrage, j'eus la place de professeur de mathématiques , de physique et de chimie à l'école centrale de Cologne ; et , après y être resté douze ans , j'acceptai .celle de doyen de la faculté des sciences et de professeur de ma*

The text on this page is estimated to be only 25.85% accurate

78 CIRCULATION thématiques a Strasbourg. C'est donc depuis vingt années, petl près , que j'ai pu regarder ma carrière de médecin comme complètement terminée. Ce fut en 1812 pourtant que je mis au jour mon Essai d'une application de fanatise algébrique à la circulation du sang , que je destinai aux Annales de mathématiques de M. le professeur Gergonne , dans le troisième volume desquelles cet essai occupe en effet dix-sept pages. C'était la le dernier de mes ouvrages sur ce sujet ; et je ne songeais plus dès lors à reprendre la plume pour écrire ni sur la circulation du sang ni sur l'analyse des fièvres , ni sur aucune matière de médecine quelconque. 14. Ce fut au mois d'avril de cette année, qu'un de mes collègues me rendit attentif sur quelques passages de l'Histoire pragmatique de la médecine , par Kurt Sprengel, où j'étais cité, et qui pouvaient m'être très- préjudiciables. Voici le texte de ces passages , tels qu'ils se trouvent dans la traduction française du sixième volume de cet ouvrage. . (Page 140) « Prenant pour guide les précieux travaux de • Gauthier Verschuir sur cette matière. Chrétien Kramp accorda » la contractilité aux artères; mais par une bizarrerie inexplicable , 9 il prétendit que cette force est différente de l'irritabilité ». (Pogr 379) « Si quelques chimistes nous ont rappelé les théories » du XVH/ siècle , la lecture de la pyrétologie d'un géomètre semble • ncus reporter au temps des iatromathématiciens. Chrétien Kramp » croyait pouvoir expliquer les développemens de la fièvre , en » admettant toujours la prépondérance de la force vitale sur la » lenteur et les obstacles de la circulation du sang , sans réfléchir 9 que cette prépondérance est absolument indispensable pour que 9 la circulation s'effectue , et que , lorsque la force vitale n'est pas 9 .-upéricure a l'obstacle, H s'ensuit un repos parfait ». (Page 336) » L'essai que fit un fanatique , Chrétien Kramp , » de donner une certitude mathématique a la médecine , est si 9 pitoyable , qu'à l'exception de quelques fragmens , extraits à'Hyp'* a p oc rate et de Galien , ce livre ne contient rien de plus que la Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.72% accurate

. DU SANG. 373 » pyrétologie de l'auteur, et que son traité de la force vitale de* » vaisseaux. La médiocrité de cet essai est d'autant plus évi» dente que Chrétien Kramp cherche à la cacher «ous un Tain » étalage de formules algébriques et de mots imposa ns ». i5. Premièrement. Ce n'est pas une bizarrerie inexplicable de dire que la contractilité des artères est différente de l'irritabilité*. lu irritabilité est la faculté qu'a la fibre de se contracter , par lé présence d'un stimulus quelconque , quand même il n'agirait que par le simple contact. Sous le nom de contractilité des artères, j'entende la faculté d'entrer dans une contraction plus forte que la dilatation qui l'avait précédée ; et voilà ce qui fait différer celte contractilité de la simple élasticité. Cette dernière donnera , tout au plus, une contraction égale à la dilatation ; ce qui ne suffirait pas pour faire entrer un fluide visqueux et coaguleux dans les plus petits rameaux artériels , et le faire rentrer ensuite par les veines , sans la moindre apparence d'une perte de mouvement quelconque. Mais , en supposant une contraction plus forte que la dilatation, une réaction plus forte que l'action qui l'avait précédée , on aura quelque chose qui pourra distinguer la fibre morte de la fibre vivante. Par de» raisons analogues , la contractilité des artères sera différente de l'irritabilité ; ce n'est point en effet la même chose de se contracter 9 en présence d'un stimulus quelconque , quand même il n'agirait que par le simple contact , ou d'entrer dans une contraction plus forte que la dilatation qui l'avait précédée. L'irritabilité suppose une artère qui , semblable au cœur , se vide entièrement à la fin de chaque contraction , ce qui contredit formellement la nature des artères » lesquelles restent toujours pleines; la contractilité suppose précisément qu'elles sont pleines , sans quoi elle ne pourrait guère se manifester. Kurt Sprengel, comme on voit , n'y regarde pas de «i près j pourvu qu'une fibre ait la faculté de se contracter, quel que soit le stimulus qui l'irrite , quel que soit le temps que cette contraction dure , il suffira pour lui de la croire inévitable. 16. Secondement. Kurt Sprengel me reproche que j'ai toujours

The text on this page is estimated to be only 29.98% accurate

a80 CIRCULATION admis la prépondérance de la force vitale des vaisseaux sur les obstacles à la circulation du sang ; il ajoute que cette prépondérance est indispensable pour que la circulation s'effectue ; et que , tant que la force vitale n'est pas supérieure à t obstacle , il s'ensuit un repos par/ait. Il n'est pas vrai que j'aie dit l'un , ce qui contredirait formellement mon système ; et quant a l'autre , il est trèsfaux que, tant que la force vitale n'est pas supérieure à l'obstacle, il s'ensuive un repos parfait. Il s'ensuivra une uniformité dans le mouvement actuel , auquel il ne sera rien ajouté , dont on ne retranchera rien non plus , et qui , par conséquent , restera tel qu'il avait été. Et , pour qu'il reste tel , il faut que la force vitale des vaisseaux soit rigoureusement égale à la somme des résistances ; sans quoi le mouvement serait accéléré , on bien il serait retardé , suivant que la force vitale serait plus grande ou plus petite que la somme des résistances. Kurt Sprengel a-t-il donc oublié que l'onde de sang en question n'était pas en repos , mais en mouvement ; et qu'en conservant ce mouvement , on avait complètement rempli toutes les conditions du problème. Et comment le conservera-t-on ? Une suite .nombreuse d'obstacles concourent à le diminuer : cela est évident. Supposez une force quelconque faisant équilibre à toutes ces résistances , et que vous nommerez force vitale des artères, et vous aurez votre mouvement conservé , et l'uniformité de ce mouvement maintenue. Cela a été dit cent fois ; et , si Kurt Sprengel , par incapacité ou mauvaise foi , ne l'a pas compris ou a feint de ne pas le comprendre , ce n'est certainement pas ma faute. 17. Troisièmement. Les formules algébriques et les mots imposans dont le vain étalage ne doit servir qu'à cacher l'identité de mon dernier ouvrage avec ceux qui le précèdent sont Ja chose du monde la plus simple. Désignons par P la force vitale des artères, par Q la somme des résistances ; nous aurons du — $\{P - Q\}d/$. Et telle sera l'équation différentielle entre le temps et la vitesse acquise dans toutes les suppositions possibles. 11 est très- probable que Kurt Sprengel ne comprend rien à cette simplicité -t il ignore complètement que Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.87% accurate

DU SANG. 28x que l'accroissement de la vitesse u pendant l'élément de temps $d/$, est égal au produit de la multiplication de la force par cet élément ; il n'a aucune idée d'une équation différentielle, dans sa plus grande simplicité possible ; il ne sait pas seulement ce que veut dire $d\ll 0$; encore moins sait-il ce que veulent dire les deux expressions analogues $du > 0$, $dx < 0$. La première désigne le mouvement uniforme, la seconde le mouvement accéléré, et la troisième le mouvement retardé ; mais c'est là ce dont Kurt Sprengel ne se doute aucunement. Un homme doué d'un peu plus de modestie aurait aperçu sur-le-champ qu'il était question là de choses tout-à-fait étrangères à ses études-, il aurait demandé à l'auteur, ou bien à tout autre, des éclaircissements sur une matière qui lui était parfaitement inconnue. Kurt Sprengel en veut aux géomètres, et à tous ceux qui s'écartent des anciens systèmes ; il frémit à la seule idée que jamais la certitude mathématique vienne s'introduire dans la médecine ; aussi, en feuilletant les sept volumes de son ouvrage on reconnaît l'homme partagé entre les idées des solidaristes et des humoralistes : c'est de la vieille médecine toute pure. 18. Depuis long-temps Kurt Sprengel m'en veut. Il s'était scandalisé, dans tous les temps, de la dénomination très-innocente : force vitale des artères. Il lui a fallu toute ma critique pour lui faire concevoir que j'entendais par là tout ce qui établit la différence entre cette force contractile des artères qui constitue leurs battemens alternatifs, et la simple élasticité. Il avait inculpé Galien, de ce que celui-ci, pendant l'accès de frisson, dans les fièvres quartes, recommandait la saignée. Le fait est très-faux ; j'ai fait observer à Kurt Sprengel qu'il n'avait pas lu avec attention le passage en question. Dans un autre endroit, Kurt Sprengel avait revendiqué à Cèsalpinus l'honneur d'avoir découvert la circulation du sang. Je lui ai fait voir que des passages tordus à volonté ne suffisent pas pour établir Cèsalpinus auteur d'une pareille découverte ; et que, d'après d'autres passages, bien plus clairs et plus évidens, Galien méritait cet honneur avec bien plus de raison que Andréas Cèsalpinus. Tom. VII 38

a8a CIRCULATION DU SANG. 19. Finalement. Nous nous donnerons la peine d'expliquer enfin à Kurt Sprengel ce que nous entendons et ce qu'il faut nécessairement entendre par le mot Force. Les forces, en général, sont de deux espèces; et il est visible qu'il ne peut y en avoir de troisième. La première espèce comprend celles qui communiquent, dans un seul instant, au corps qu'elles doivent frapper toute la vitesse que celui-ci peut recevoir par le choc, et qui ensuite n'agissent plus sur lui. La seconde comprend les forces qui agissent par un véritable contact, qui ne communiquent, pendant le premier instant, qu'une vitesse infiniment petite, une véritable différentielle de vitesse; mais qui ensuite restent en contact avec les corps et continuent d'agir. La force du cœur est de la première sorte: la force vitale* des artères et la somme des résistances est la seconde. Dire que la force vitale des artères et la somme des résistances, sont égales entre elles, ou que l'une est le double, le triple, etc., de l'autre, cela est très-raisonnable, et cela peut être en effet. Dire que la force du cœur est égale, soit à la force vitale des artères, soit à la somme des résistances, ce serait là une sottise énorme, dont un homme tant soit peu versé dans les principes de la mécanique ne saurait jamais se rendre coupable. L'une des deux forces est une pression: l'autre est une percussion • et il est visible qu'étant ainsi d'une nature très-différente, elles ne sauraient admettre une mesure commune entre elles. Nous doutons, au reste, de l'intérêt quelconque que Kurt Sprengel pourra attacher à cette discussion. Il ne connaît que deux objets, dont H s'empresse de remplir ses ouvrages de la grossièreté et du savoir. Encore de ce savoir faudra-t-il retrancher tout ce qui tient aux sciences mathématiques, dans lesquelles il est et sera toujours complètement ignorant. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.65% accurate

QUESTIONS BÊSOLUES. *» QUESTIONS RESOLUES»

Réflexions nouvelles sur la question traitée à la page îfô de ce volume ; Par M» Tédénât, correspondant de l'institut T recteur de l'académie de Nismes. Au Rédacteur des Annales*. Monsieur ,. En lisant le 5.* numéro du VIT.* volume de* Annales r j'ai p«is£ qu'on pourrait ajouter encore quelques observations à celles que vous avez eu la bonté d'y insérer , sur le problème proposé dans le n.? 3. Je les écris sans ordre , et comme- elles se sont offertes à moi , dansquelques momens de loisir ou d'insomnie. Il me semble d'abord que l'équation trouvée résout généralement le problème proposé dans le n.° 3 ; car , par la nature du calcul des variations , la fonction trouvée doit être un maximum ou unminimum , entre les deux limites x — a et x — $-a$. Mais , si a représente , comme nous, l'avons supposé I* moitié de l'arête du»

The text on this page is estimated to be only 21.80% accurate

a84 QUESTIONS cube ; l'expression trouvée sera celle d'une surface terminée aux 1 deux faces latérales du cube, et passant par les deux diagonales inverses des bases opposées. Il est aisé de s'assurer que cette surface sera un minimum j car il faut pour cela que soit essentiellement positive pour le minimum, et négative pour le maximum (Voyez la Théorie des fonctions anoliques , deuxième édition, page 291). Or, dans le cas que nous examinons présentement, cette expression se réduit à qui sera toujours positive , soit que l'on prenne les accroissemens «' et en plus, soit qu'on prenne ces mêmes accroissemens en moins (*). Reprenons les équations (*) H est ici essentiellement nécessaire de bien s'entendre. Puisque l'équation $J^{\wedge} \text{Tang.} \hat{u}$, trouvée par M. Tédénat , satisfait à l'équation différentielle $(i+y'V-\hat{i}^{\wedge}+d^{\wedge}/ro$; il est hors de doute que la surface qu'elle exprime jouit de la propriété du minimum , en ce sens qu'elle est telle que si l'on trace »«*■ elle un poljgwx» Digitized by Google

RÉSOLUES. *85 y=*Tang. - , (0 elles donnent , pour les surfaces gauches qu'elles représentent , des lignes droites pour les Ebres horizontales ; mais tandis que la derfermé quelconque, continu ou discontinu , la portion de surface comprise dans ce po) vgonc sera d'une moindre c'tendue que toute autre surface terminée au même contour ; mais cela ne nous semble prouver aucunement que cette surface soit celle qui résout le problème proposé. De quoi s'agit-il en effet ? De trouver une surface qui , passant par les diagonales inverses de deux faces opposées d'un cube , ait sa partie interceptée entre les faces de ce cube , de la moindre étendue possible. Or, il paraît que ce problème est susceptible d'une infinité de solution: tout porte a croire qu'il doit être résolu par une équation différentielle partielle du premier ordre, dont l'équation de M. Tédenat ne serait alors qu'une inlégrale particulière. Il y aurait donc lieu , dans ce cas , à chercher uu minimum minimorum ; et lui seul alors pourrait fournir la véritable solution du problème. Concevons , en effet , que , sur deux faces opposées du cube , autres que celles qui contiennent nos diagonales inverses , on trace deux courbes quelconques , se terminant à ces diagonales , et formant avec elles un quadrilatère gauche mixliligne. Entre toutes les surfaces passant par les cotés de ce quadrilatère , il »'en trouvera une dont l'étendue , terminée â son périmètre , sera la moindre possible) mais , comme deux des côtés du quadrilatère sont arbitraires, on pourra , en les variant a volonté , obtenir une infinité de surfaces , jouissant toutes de la propriété du minimum; c'est-à-dire, avant toutes, en chacun de leurs points , leurs rayons de courbure égaux et de signes contraires ; d'ob il suit évidemment qu'entre toutes ces surfaces , il s'en trouvera une moindre que toutes les autres. C'est précisément celle-là qui résoudra la question proposée ; et rien ne prouve que ce doive être celU de M. Tédenat. Il resterait pourtant ici une ressource : ce serait celle de nier l'existence d'une

The text on this page is estimated to be only 23.31% accurate

a«6 QUESTIONS nière donne aussi des lignes droites , pour ses fibres verticales , l'autre donne , pour ces mêmes fibres , des courbes transcendentes. Cette observation facilite le moyen de concevoir pourquoi la surface (t) est moindre que la surface (2) , en les bornant du moins à l'intérieur du cube; car elles sont composées l'une et l'autre , dans les mêmes limites , d'un égal nombre de fibres rectilignes , partant deux à deux d'un même point de l'axe vertical z , pour aboutir au même plan , qui est une face latérale du cube. Or , la somme des fibres moins obliques , comprises entre deux plans parallèles , doit être moindre que celle des fibres plus obliques , comprises entre les mêmes plans. Si l'on veut assujettir les surfaces à passer par les quatre côtés du parallélogramme gauche formé à la surface du cube par les diagonales inverses de deux couples de faces opposées ; il me paraît évident que , s'il en existait une remplissant toutes les conditions du minimum , ce serait celle qui est donnée par l'équation (2). Mais , comme elle ne satisfait pas à l'équation différentielle générale de la la moindre surface , il en faut conclure qu'elle n'est point une surface minimum , telle qu'on doit l'entendre. S'il en existait une autre, les expressions de x , y , x , devraient être telles qu'on les voit à la page 154 ; et l'on déterminerait la la forme particulière des fonctions , par la condition que la surface minimum doit passer par les quatre diagonales ; or , il ne paraît pas qu'il soit possible de trouver une fonction régulière et continue qui puisse satisfaire à cette condition , et qui soit comprise dans la surface continue , la moindre possible entre toutes celles qui peuvent se terminer, au périmètre d'un, même polygone gauche , rectiligne , mixtiligne ou curviligne. Mais cela reviendrait à nier la possibilité de tendre sur ce polygone une toile parfaitement élastique ; ce qui ne paraît guère admissible. J. D. C Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.40% accurate

RÉSOLUES. *87 yalears générales de s, y » *• Qua"r a«* fonctions irrégulières et discontinues, la question serait trop difficile à examiner dans cette circonstance (*). Agréer, etc. Nîmes, le 26 de mai 1817. (•) En fait, on peut toujours concevoir une toile parfaitement et indéformable élastique, tendue sur le quadrilatère gauche formé par l'ensemble de nos quatre diagonales. Cette toile formera ainsi une certaine surface, laquelle paraît devoir être assujettie à la loi de continuité, et, comme telle, exprimable par une équation unique. Il résulte de plus des considérations que nous avons développées* (pag. 143), qu'en tous ces points cette surface devra avoir ses deux rayons de courbure égaux et de signes contraires; elle devra donc satisfaire à l'équation différentielle $(1 + f''r^2 - W^2 K^2)^{1/2} = 0$ » elle devra donc être différente de celle qu'exprime l'équation (a) qui n'y satisfait pas. Quelle sera donc cette surface? et sa recherche serait-elle au-delà des forces actuelles de l'analyse? Que sert donc d'être parvenu à intégrer l'équation différentielle ci-dessus, si, dans les cas particuliers, on ne peut tirer aucun parti de son intégrale pour résoudre les problèmes qu'on se sera proposés? En un mot, à combien de conditions distinctes peut-on assujettir une surface minimum; et comment, à l'aide de ces conditions, peut-on par exemple tenir à particulariser cette surface? C'est toujours là la question qu'il s'agirait de résoudre; et ce qui précède nous paraît laisser encore cette question entière. J. D. G.

The text on this page is estimated to be only 27.40% accurate

J88 QUESTIONS PROPOSEES. QUESTIONS PROPOSÉES.

Problème de dynamique. Faire passer ; par deux points donnés dans l'espace , les deux côtés d'un angle tel qu'un corps pesant parvienne du plus élevé de ces deux points au plus bas , en suivant les deux côtés de cet angle , ' en moins de temps qu'il ne le ferait en suivant les deux côtés de tout autre angle qui passerait par les deux mêmes points ; ou du même angle autrement situé par rapport à eux ? Problèmes de Géométrie. I. Incrire à un cercle décrit sur une sphère un triangle sphérique dont les côtés passent par trois points donnés ? II. Circonscrire & un cercle décrit sur une sphère un triangle sphérique dont les sommets soient sur trois arcs de grands cercles donnés ; Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.32% accurate

CERCLE TANGENT A TROIS AUTRES. 289 GÉOMÉTRIE ANALITIQUE. Recherche du cercle qui en touche trois autres sur un plan ; Par M. Gergonne Il y a environ trois ans que l'académie de Turin voulut bien rendre public , par la voie de l'impression, un mémoire que j'en avais adressé , et où , dans le dessein de venger complètement la géométrie analytique du reproche qu'on ne lui fait que trop souvent de ne pouvoir rivaliser avec la géométrie pure , pour la construction des problèmes , j'essayais de prouver que cette géométrie analytique » convenablement maniée , offrait les solutions les plus directes, les plus élégantes et les plus simples de deux problèmes dès-long-temps célèbres , et qui passant pour difficiles : je veux parler du problème où il s'agit de décrire un cercle qui touche trois cercles donnés et de celui où il s'agit question de décrire une sphère qui touche quatre sphères données. J'écrivais pour des savans consommés, et je crus devoir être court ; il paraît que je le fus un peu trop ; plusieurs géomètres , qui eurent connaissance de mon mémoire , me firent le reproche , fondé sans doute , que le rit qui m'avait guidé n'y était pas assez apparent, et- que mes calculs semblaient plutôt propres à légitimer: une construction trouvée par un heureux hasard, qu'à faire découvrir cette construction. Il paraît même que , par suite de mon excessif laconisme ^ Tom. VU 4 ».° X , 1 avril 1817.. 39

The text on this page is estimated to be only 22.72% accurate

a(y> CERCLE TANGENT bj-au cotip de géomètres n'ont pu suivre mes méthodes et en saisir l'esprit ; C3r on est revenu encore postérieurement sur ces" aetix problèmes , sur lesquels pourtant j'avais "cru ne plus rien, laisser à diro. C'est ce qui me détermine aujourd'hui a reprendre le même sujet , dans la vue de le développer davantage , et de le mettre S la portée même des commcnç-ans. Je le fais doutant plus volontiers que les méthodes que je mets en œuvre en celle rencontre me paraissent ouvrir un nouveau champ de spéculations et de recherches de nature à faire prendre à h géométrie analiîîqne une face entièrement nouvelle. On verra, je pense , par ce qui va suivre, que tout , absolument tout , peut être motive et justifié dans mes procédés ; et que , loin que mes calculs n'aient pour objet que de légitimer une construction graphique , découverte a l'avance , celte construction en est , au contraire , une conséquence toute naturelle, et , pour ainsi dire , absolument inévitable. On verra enfin que ces deux problèmes , sur lesquels tant d'illustres géomètres se sont toar S tour exercés, deviennent , par les méthodes que j'y applique, des problèmes de prenait re facilité , qui peuvent aisément trouver place dans les traités même les plus élémentaires. Au surplus, comme la marche des rai son ne mens et des calculs est absolument la même pour ces deux problèmes, je ne m'occuperai uniquement ici que du premier : l'autre pourra offrir au lecteur un moyen de s'assurer s'il a bien saisi le procédé. Il pourra également s'exercer sur le problème où il s'agit de trouver sur une sphî'e , un cercle oui en louche trois autres , donnée sur la même sphère ; problème que j'ai traité par les mêmes méthodes f à U page 349 du 1V.« volume de ce recueil. Soient c , e* , trois cercles donnés de grandeur et de situation sur un même plan , et proposons-nous de trouver un quatneuie cercle C qui touche a la fois ces trou-là. «t Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.52% accurate

'A TROIS AUTRES; 191 rayon du cerclé demandé. Mais ,
comme on sait faire passer une Circonférence par trois points donnés , il se
présente aussi assez naturellement de chercher trois points de la
circonférence de ce cercle. Nous allons même voir bientôt que ce dernier
moyen de solution mérite la préférence sur le premier. Parmi les points de la
circonférence du cercle cherché , il y en • trois qui se font particulièrement
remarquer : ce sont ceux /, t' , i» où cette circonférence doit être touchée par
les trois cercles donnés ; voilà donc les points de cette circonférence que
nous sommes naturellement invités à découvrir. % Notre problème se
trouve donc ainsi ramené au suivant : Trois cercles r, c', c'' étant donnés de
grandeur et de situation sur «n plan ; déterminer en quels points /■,■**, <"
ils doivent être touchés par un quatrième cercle C qui les touche tous trois.
Mais il n'est pas difficile de voir que , pourvu que l'on sache trouver le point
de contact de C avec l'un quelconque des cercles donnés ; en répétant
successivement le même procédé pour chacun de ces cercles, le problème
se trouvera résolu. Au moyen de cette remarque , notre problème se trouve
ramené au suivant : > Trois, cercles $c, c/t\ c$ » étant donnés de grandeur et de
situation sur un même plan , déterminer en quel point l'un d'eux èsf touché '
par un quatrième cercle C qui les touche tous trois. ' n Il nous est facile de
prononcer présentement suri* ment» -Ai deux modes de solution que nous
avons d'abord indiqué* Pour parvenir à la résolution complète d'un
problème , il y a Inévitablement à- exécuter un certain nombre d'opérations
qui .dépendent de la nature de ce problème et qu'on ne saurait , avec toute
l'adresse possible t abréger et réduire indéfiniment. Or dès qu'on a le centre
et le rayon du cercle cherché, le problème est à peu près résolu ; donc , la
recherche de ce centre et de ce rayon • doit compter toute la somme de
constructions que la résolution du problème, simplifiée autant qu'elle peut
l'être, peut exiger,

The text on this page is estimated to be only 24.27% accurate

CERCLE TANGENT Au contraire , si nous avons les points de contact du: cercle cherché avec les trois cercles donnés , le problème ne sera pas encore complètement résolu , et il nous restera encore à faire passer un cercle par trois points donnés ; donc , il faudra moins faire pour parvenir jusques-là que pour arriver à la solution complète du problème ; donc enfin , il doit être plus facile de trouver les points de contact du cercle cherché avec les trois cercles donnés, qu'il ne le serait de trouver le centre et le rayon de ce cercle. A plus forte raison devra-t-il être plus facile de trouver un de ces points de contact que de les trouver tous trois , puisque , ce point trouvé , on n'aura encore exécuté que le tiers de la construction nécessaire pour les trouver tous trois -, puis donc que , lorsqu'ils sont connus, le problème n'est pas encore complètement résolu, on peut présumer , avec beaucoup de vraisemblance, que la recherche de l'un d'eux ne comportera pas même le tiers de la complication totale du problème proposé (*).

Occupons-nous donc de la recherche du point i où le cercle C touche le cercle c . ii.-i Un point est déterminé , sur un plan , lorsqu'on connaît deux lignes , droites ou courbes , sur lesquelles il doit se trouver. (*) On peut établir , en principe , qu'en général , il doit être d'autant plus facile de ramener un problème A un autre que la solution de celui-ci est plus difficile ; pourvu cependant que le dernier soit , s'il est permis de s'exprimer ainsi ^ sur la route du premier. Ainsi , par exemple , il est beaucoup plus aisé d'aller de Dunkerque à Amiens que de Dunkerque à Collioure , parce que Amiens se trouve sur la route de Dunkerque à Collioure , et fort loin de cette dernière -ville. Mais , quoique Berlin soit fort loin de Collioure , il est beaucoup plus court d'aller de Dunkerque à Collioure que de Dunkerque à Berlin ; parce que, Berlin est loin hors de la route qui joint ces deux villes. Si Viete et Newton sont parvenus à ramener le problème qui nous occupe à celui où il s'agit de décrire un cercle qui , passant par un point donné, touche un ou plusieurs autres cercles donnés, c'est que ce dernier problème est presque aussi difficile à résoudre que le premier.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.03% accurate

A TROIS AUTRES. Or % pour le point /" , nous connaissons déjà une telle ligne c'est la circonférence c'' ; il n'est donc plus question que d'en trouver une autre. Notre problème se trouve donc ainsi ramené au suivant : Trois cercles c , c' , c'' étant donnés de grandeur et de situation sur un plan , trouver une ligne qui coupe c'' au point t'' où il est touché par un quatrième cercle C , qui touche à la fois les trois premiers. Mais il est essentiel de remarquer que ce dernier problème est indéterminé , puisqu'un même point peut être déterminé d'une infinité de manières différentes par l'intersection de deux lignes. C'est de la même manière que , lorsqu'on a deux équation* entre deux inconnues x et y , on peut remplacer ces deux équations d'une infinité de manières différentes , par le système de deux autres équations ayant lieu en même temps qu'elles , et donnant conséquemment les mêmes valeurs pour les deux inconnues (*). Rapportons les données et les inconnues du problème à deux axes rectangulaires. Si nous n'aspirions qu'à la plus grande symétrie possible, nous supposerions ces axes absolument quelconques. Si» au contraire , nous n'aspirions qu'à la simplicité , nous pourrions placer l'origine au centre de l'un de nos cercles et faire passer l'un des axes par le centre de l'un' des deux autres. Mais pour concilier , autant qu'il est possible , la simplicité avec la symétrie , nous nous bornerons à placer le centre de l'un de nos (*) Nous n'hésitons pas à regarder cette substitution d'équations les une* aux autres , sur laquelle les traites élémentaires tout loin d'insister aussi fortement qu'ils le devraient , comme un des plus puissans moyens de l'analyse et de la géométrie. C'est elle qui fait , en particulier , presque tout le mérite de la discussion des lignes et surfaces du second ordre , exposée à la page 61 du V.e volume de ce recueil , ainsi que de la théorie de leur» pôle» que l'on rencontre à la page 113 du tome III.e.

The text on this page is estimated to be only 25.51% accurate

agi CERCLE TANGENT cercles a l'origine , en donnant d'ailleurs
 aux axes vue direction quelconque par rapport aux deux autres. Quant au
 choix du cercle qui aura son centre à l'origine , H ne pourrait être douteux ;
 et on sent que ce doit être c'' puisqu'il joue un rôle particulier , dans le
 problème auquel nous avons réduit le problème proposé. Soient donc
 respectivement r , , r'' les rayons des cercles c ; c^* , d' ; soient a , b les
 coordonnées du centre de c , et soient c' et V celles du centre de c^* . Soit R le
 rayon inconnu du cercle C , et soient A , B les coordonnées inconnues de
 son centre. Soient enfin s , y les coordonnées inconnues du point in où C
 touche c'' ; ce qui donnera une première équation • (1) Supposons , pour
 fixer les idées , que tous les contacts doivent être extérieurs ; il faudra pour
 cela que la distance du centre de C au centre de chacun des cercles c , t' , c''
 soit égale à la somme de leurs rayons , ce qui donnera $cfW)'+(^T=(*+'0"$,
 (3) et telles sont les équations qui résoudraient le problème , si nous
 voulions prendre pour inconnues les coordonnées du centre et le $*\gg$ yon du
 cercle cherché. Avant d'aller plus loin , nous observerons que , dans le cas
 où le cercle C devrait envelopper quelqu'un des cercles c , d , $</$, ou en être
 enveloppé , ce serait la différence des rayons , et non leur , qui devrait être
 égale à la distance des centres ; il faudrait Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.51% accurate

À TROIS AUTRES. a05 Jonc changer les signes de quelques-uns des rayons r , r' , t'' • ou bien changer quelque j.ait le sîj;ne de R . On peut observer, au surplus que chacun des binômes $R+r$, $R-t-rf$, $li-\backslash-r''$ se trouvant élevé au quarré, l'un de ces changemens équivaut à l'autre . et l'on voit qu'en variant , de toutes les manières possibles , les signes de r , $r^* \% r''$, le problème aura 8 solutions, comme il est d ailleurs aîsé de s'en convaincre , en remarquant que le cercle cherché peut envelopper tous les cercles donnés ou les toucher tous f xtriciuicment ; qu'il peut , de trois manières , envelopper l'un d'eux et toucher les deux autres extérieurement ; et qu'il peut également, de trois manières , toucher l'un d'eux extérieurement et envelopper les deux autres. Nous conserverons néanmoins le signe positif aux trois rayons , en nous rappelant , dans le résultat final , qu'ils peuvent être indifféremment positifs qt négatifs. Lorsque la mise en équation d'un problème conduit Immédiatement à plusieurs équations entre plusieurs inconnues ; la première chose qu'il faut faire est d'examiner si , en combinant ces équations entre elles , d'une manière convenable , on ne peut pas en déduire quelques autres plus simples; car, c'est souvent là un moyen trèspropre a simplifier la recherche dont on s'occupe. En appliquant ces réflexions aux équations (a , 3 , 4) » °n voit sur-le-champ qu'on simplifiera notablement les deux premières > en leur substituant leurs différences avec la troisième , lesquelles sont, eu réduisant et transposant , $2a\hat{A}+2\check{B}-r)R=a^*+P+(r''-rXr''+r)$ (5) $zo'A+*l>B-*y'-r')R=a\gg W\{r<'-r'Yf'+r')$. (6) On peut encore introduire , dans ces dernières équations , une simplification très- propre a faciliter l'élimination de R entre elles et ! équation (4) : c'est d'y introduite $Br^{\wedge}-r^*$ t qui cotre seul daaa eelle-ci ; elles deviendront ainsi

The text on this page is estimated to be only 20.87% accurate

396 CEBCLÉ TANGENT 20 A+J B-2 {r»-r) {R+r"}=o M-*(r"-r)• , (7) telles sont donc , avec l'équation (4) , les équations le» plu* simples qu'on puisse employer pour parvenir aux coordonnées du centre et au rayon du cercle cherché. Mais ce ne sont point ces coordonnées et ce rayon que nous nous sommes déterminés à prendre pour inconnues : ce sont les coordonnées x , y du point de contact /" de C avec c" entre lesquelles nous avons déjà l'équation (1). Cherchons donc à lier ces nouvelles inconnues avec les inconnues des équations (4 » 7 > \$) » afin de pouvoir éliminer ces dernières. Or , le point t" est en ligne droite avec l'origine et le centre C d'où il suit qu'on doit avoir $f = -J^{\circ} \ll yA = xB$. (9) Si présentement on élimine A , B \ R+r" entre les quatre équations (4,7,8,9), l'équation en s et y qui en résultera sera MUE d'une certaine ligne qui coupera le cercle donné c" au point cherché /". Si cette équation était trop compliquée , on pourrait tenter de la simplifier à l'aide de l'équation (1) qui, pour le point cherché t" , doit avoir lieu en même temps qu'elle , ce qui reviendrait à substituer à la ligne cherchée une autre ligne plus simple, coupant , comme elle , le cercle c" au point t". Mais rien n'empêche d'effectuer cette combinaison dans le courant même de l'élimination , afin d'en rendre le résultat le plus simple possible. On peut remarquer d'ailleurs que nous avons proprement cinq inconnues Ay B, Rt s , y, liées par les équations (1 ,4, 7 > Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.82% accurate

A TROIS AUTRES. a97 7 , 8 , 9) ; et que conséquemment nous pouvons faire de ces équations , qui ont lieu en même temps , telle combinaison qu'il nous conviendra. Des équations (4 , 9) on tire ■ t ■ ou plus simplement , en ayant égard à l'équation (1) $J ./\ll = 1$, $Z\gg = 1$; j-n fit ' . < < substituant ces valeurs dans les équations (7,8), elles deviendront \ », * * 1 * {a x+tr—r"(r»-r)lR+r")=r»{a •+* (K'— r)' } ; d'oa Ton tire enfin, par l'élimination de $R+r'' -r < \blacksquare \blacksquare$ Telle est donc l'équation cVune ligne qui coupe le cercle «" au point cherché t" ; puis donc que cette équation est du premier degré seulement, la ligne dont il s'agit est une ligne droite. Mais une ligne droite coupe un cercle en- deux points ; et il- importe de savoir , avant d'aller plus loin , quels problèmes résoudre ces deux points. Pour cela rappelons-nous que nous avons écrit nos équations primitives dans l'hypothèse que tous les contacts étaient extérieurs , et que nous avons observé que l'on passerait de cette hypothèse aux autres par le simple changement des signes de r , r^* , r' ; , ce qui peut avoir Ueu> de huit manières différentes» Tom. VII jÇa

The text on this page is estimated to be only 20.00% accurate

a98 CERCLÉ TANGENT Mais il est aisé de voir, par la forme de l'équation (to) , qu'elle ne change pas lorsqu'on y change a la fois les signes des trois rayons;; d'où il résulte que les huit cas que présentent les Variations de signes de* ces trois rayons ne peuvent lui faire prendre que quatre formes différentes ; et que , sous chaque forme , elle résout deux problèmes absolument opposés ; elle résout donc , sous la forme qu'elle a ici et le cas où le cercle cherché doit toucher extérieurement les trois cercles donnés , et le cas où il doit les envelopper tous* On pourrait présentement , par la combinaison des équations (r , 10), parvenir aux valeurs des coordonnées x , y du point /" ; ces valeurs seraient compliquées de radicaux , et on les construirait par les procédés connus. Mais , nous allons bientôt voir qu'il s'en faut que ce soit le meilleur parti à prendre. Lorsqu'un point est donné par deux équations entre ses coordonnées, « au lieu de résoudre ces équations, il est souvent incomparablement plus commode de construire les lignes qu'elles expriment, et dont l'intersection doit déterminer le point cherché. Nous pouvons donc réduire la recherche du point /" à la construction des lignes représentées par les équations (i , io) ; mais la première est toute construite : c'est la circonférence donnée c" ; il ne s'agit donc que de construire l'autre. Pour construire cette droite , SU pourrait chercher les longueurs des segments qu'elle détermine sur les axes, et construire ensuite ces deux segments ; mais ce n'est point encore le meilleur parti à prendre (*). • .. ; 1MI? i» ■■■ ■■' in ■■ ■ — . t . . (•} Ceux qui , prétendent contester la géométrie analytique l'avantage d'offrir de» constructions simples et élégantes se fondent principalement sur ce que » ttjel<jae- attention qu'on apporté à bien choisir les axes» des coordonnées , ces axes sont , le plus souvent , des lignes tout-à-fait étrangères au problème qu'il faut résoudre, « Qu'il soit question , par exemple , de décrire un cercle qui touche * m * Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.57% accurate

'À TR0I9 jM>TRE§. 399 Pour construire une droite , il est nécessaire et il suffit de connaître deux points de sa direction; on sait d'ailleurs qu'on reconnaît qu'un point est sur un* droite lorsque ses coordonnées rendent identique l'équation de cette droite, Donc, si l'on trouve deux relations entre* et y en vertu desquelles l'équation d'une droite devienne identique ; les valeurs de * et y déduites de ces relations seront les coordonnées d'un point de cette droite. Or, on a deux manières bien simples de rendre identique l'équation (10); la première est de supposer ses deux membre» nuls } la seconde est de les rendre égaux à l'unité. On obtient ainsi le» deux couples d'équation» ; $fm^* + \text{fir} = r''(r'' - r)$, $(n) \text{ t a } + 6 \text{ iy} - h) = r(r'' - r)$) ; (1 3) I <j«04^(r-*0=^-ro .* 0.4) m à la foré trois cercle* donné». Le» données naturelles du problème «ont le* » rayons des cercle* donnés et les distances entre leurs centres pris deux à deux : » ses inconnues naturelles sont le rayon du cercle cherche et les distances d«v » son centre aux centres des cercles donnés ». » Mais , aux distances entre les centre» , la géométrie analytique substitue leur» w coordonnées qui sont des données et des inconnues Factices et arbitraires ; et h de' ta vient la complication des constructions qu'on en déduit n. u Nous conviendrons volontiers de tout cela ; mais voiJaV aussi pourquoi nous ne réputons bonnes Je» constructions déduites de la géométrie analytique , qu'autant qu'on est parvenu à les rendre tout-à-fait indépendantes de la situation de» axe» ; voilà pourquoi nous nous efforçons de prouver , par des exemple» r que la géométrie analytiqu» , convenablement employée peut toujours en offrir de telles; et qu'alors elles sont bien supérieure», pour l'élégance et la' simplicité* à celles de la géométrit pur» , ou même de ce que AL Carnot appelle gio~ métru mi'x/c -, j

The text on this page is estimated to be only 23.84% accurate

Soit CERCLE T Â. NGENT Donc les rayons de x et y , déduites des équations (x_i, y_i) , sont les coordonnées d'un point de la droite (10); et il en est de même, des valeurs de x et y déduites des équations (x_3, y_4) . On pourrait donc chercher ces deux systèmes de valeurs et les construire; on aurait ainsi deux points de la droite (10), qui se trouverait par là complètement déterminée. Mais on peut faire mieux encore. Pour déterminer le point exprimé par les équations (x_i, y_i) , ce qu'il y a de mieux à faire est de construire les droites que ces deux équations représentent, et qui, par leur intersection, détermineront le point cherché. On en peut dire autant du point donné par les équations (x_3, y_4) lequel ne sera autre que l'intersection des droites que ces deux équations représentent. Tout se réduit donc à savoir quelles sont les quatre droites que représentent les équations (x_i, y_i, x_3, y_4) . Mais, comme il est d'ailleurs évident que les droites (x_2, y_4) sont situées par rapport aux cercles c_1, c_P , de la même manière que le sont les droites (x_1, y_3) , par rapport aux cercles c, c'' ; il nous suffira de nous occuper de ces dernières, que l'on reconnaît d'ailleurs pour des droites parallèles entre elles et perpendiculaires à la droite qui joint les centres des deux cercles. Nous pouvons remarquer, en outre, que l'équation (11) dérivant l'équation (x_3) en y changeant respectivement x et y en $x' = s$ et y , et en permutant entre eux les deux rayons r, r'' , d'où, il est facile de conclure que la droite (x_3) est, par rapport au cercle e , ce qu'est la droite (11) par rapport au cercle f' . Tout se réduit donc à savoir quelle est cette dernière droite. On sait qu'en prenant sur le cercle c'' un point dont les coordonnées soient s, t, y' , et soient conséquemment liées par la relation $x^2 + y^2 = r^2$, Cf) l'équation de la tangente à ce cercle en ce point est ■

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.43% accurate

A TROIS AUTRES, . et cette tangente est indéterminée , puisque et y^* ne sont liés que par l'équation (m). Si , pour la déterminer , on veut qu'elle touche aussi le cercle c , il faudra exprimer que la perpendiculaire abaissée sur elle du centre de ce cercle est égale à son rayon , ce qui donnera $M a \text{---} \text{---} \text{---} ^y y' \text{ot} U^{\wedge} - r \text{!} \bullet = r$. ou V ou, en ayant égard à l'équation (01) , C'est donc en combinant entre elles les équations (m , n) qu'on obtiendra les coordonnées du point où la tangente commune à c et (n) touche c \ et , puisque l'équation (m) est du second degré , il y aura deux pareilles tangentes , et conséquemment deux points de contact. Mais , au lieu de résoudre les équations $\{m , n\}$ il reviendra au même , et il sera plus commode , de construire les deux lignes qu'elle exprime , et dont les intersections donneront les points de contact demandés ; puis donc que l'une (m) est le cercle c lui-même; l'autre (n) qui est du premier degré doit être celle d'une droite qui joint les points où il est touché par les tangentes communes * ce cercle et à c ; or, (a) est la même chose que (11); donc (11) est l'équation "de la corde de contact avec c " des tangentes communes* à c et c_n \ donc (i3) est l'équation de la corde de contact des mêmes tangentes avec c \ donc enfin (ta) et (14) sont les cordes de contact avec e' et c_1 des tangentes communes à ces deux cercles,

The text on this page is estimated to be only 24.87% accurate

30* CERCLÉ TANGENT Yoici donc à quoi se réduit la construction du problème. Soient menées les tangentes communes extérieures a nos trois cercles pris deux à deux , cl les cordes de contact de ces tangentes avec chaque cercle. Les deux cordes de contact sur esc couperont en M et leurs parallèles sur c* et c" en N. Les deux cordes de contact sur cl couperont en M' et leurs parallèles sur d1 et c en W. Les deux cordes de contact sur c" se couperont en M" et leurs parallèle» sur c et c* en W. Soient menées MN , MW , M"N". MN coupera, c en / et # j M'N' coupera c' en t* et ; et M"N" coupera c" en /" et Faisant ensuite passer deux cercles , l'un par / , /' , /" , l'autre par t , t* , ¥f t ces deux cercles rempliront les condition» du problème. On peut remarquer , au surplus ' , que Tes centres de ces deux cercles seront faciles à déterminer ; car ils se trouveront À l'intersection des droites menées des- centres des cercles donnés soit aux trois points / , soit aux trois points t f ? , #//. On se convaincra facilement, d'après tout ce qui a été dit cidessus , que pour obtenir les six autres solutions dont le problème est susceptible , il ne s'agit que de substituer , tour- à-tour , à deux des couples de tangentes extérieures le* couples de tangentes qui se croisent entre les deux cercles qu'elles touchent à la fois. En vain objecterait-on que , lorsque deux des cercles donnés sont l'un dans l'autre , en tout ou en partie , ces çonstructions sont en défaut , puisqu'alors its n'ont plus o*e tangentes intérieures communes ' et peuvent même n'en point avoir d'extérieures : on peut observer en effet qu'alors même les droites (n , 12, i3, 14) ne cessent point pour cela d'être réelles, et peuvent toujours être construites. ' On peut même définir les droites (11 , i3), indépendamment de toute considération de tangentes , en disant que ce sont des cordes ayant pour pôle commun le centre de similitude de e et c/y.~ Oh peut modifier un peu les constructions auxquelles noua venons de parvenir de la manière suivante : Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.74% accurate

À TROIS AUTRE 5. 303 Au lieu de «apposer les deux membres de l'équation (ro) /gaux F VtxniU , on peut les supposer égaux à deux ; ce qui donnera i $M^{r^4}-r'$, (i5) équations qui pourront remplacer les équations (i3, i[^]),.et qu'on reconnaîtra aisément {Annales, tom. VI , pag.399) pour celles des axes radicaux , tant des deux cercles r et c" que des deux cercles et *" ; le point qu'elles détermineront sera donc le centre radical des trois cercles ; et nous le représenterons par O. On pourra donc remplacer , par la recherche de ce point O , celle des points PC , N' , N" ; de sorte qu'en menant simplement OM1, OM' , OM" y elles détermineront sur c, c* , c" f les six points/ , 4, /' , 0% i» , Ceci prouve , au surplus, que les droites MU, M'N', M"N" «on* courent en un même point , qui est le centre radical des trois cercles. Cette seconde construci<m n'est guère plus simple que h première { mais elle a le précieux avantage sur elle de s'appliquer littéralement a la recherche d'un cercle qui en touche trois autres sur la surface de la sphère (Voyez Annales , tom, IV , pag. 349). On déduira de^ tout ceci la construction des neuf autres problèmes de Viète, en supposant successivement les rayons des cercles nuls ou infinis. On traitera exactement de la même manière, et par les mêmes principes , Je problème où il sera question de décrire une sphère qui en touche quatre autres , situées d'une manière quelconque dans l'espace ; et on parviendra a des constructions tout-a-fait analogues» Pans un prochain article nous donnerons un nouvel exemple > non moins remarquable , de l'utilité de la géométrie analitique dans la recherche de la construction des problèmes 4e géométrie.

The text on this page is estimated to be only 24.04% accurate

304 GÉOMÉTRIE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE. Application de la méthode des projections à la résolution de quelques problèmes de géométrie plane ; Par M. Coste , officier au régiment de Valence (Artillerie). 3Yİ. Monge est le premier , je crois , qui ait eu l'idée ingénieuse d'appliquer les principes de la géométrie à trois dimensions à la résolution des problèmes et à la démonstration des théorèmes de la géométrie plane. Nous nous proposons ici d'ajouter encore quelques exemples nouveaux de cette application & ceux qui ont été donnés jusqu'ici par les nombreux élèves de cet illustre géomètre. PROBLÈME L Déterminer les intersections d'une droite donnée avec une section conique dont on connaît seulement les élémens , sans construire cette dernière. Solution, Cas. La courbe est une Hyperbole. Nous supposerons l'hyperbole donnée par ses asymptotes et par son premier axe. Soient EE' et FF' les deux asymptotes se coupant au centre C de la courbe (fig. i) ; et soit A l'un de ses sommets ; de manière que CA . Soit la direction de son premier axe ou axe transverse. Soit L Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.96% accurate

DES COURBES. 305 Sort de plus MN la droite donnée , dont il s'agit de déterminer les intersections avec la courbe , sans construire cette dernière. Considérons le plan de cette hyperbole comme un plan vertical. Par l'un quelconque A' des points de la direction de son axe transverse , menons à cet axe une perpendiculaire indéfinie , coupant ses asymptotes en E' et F' , et considérons cette perpendiculaire comme la ligne de terre , rencontrée en D par la droite m Soit mène AB , parallèle à CA , et se terminant en B à l'asymptote EE'; soit la projection de B sur ET' et soit portée A'B' de A/ en C sur le prolongement de CA'. Du centre O , et avec un rayon égal à A'E' ou AT', soit décrit un cercle dont E''F'' soit le diamètre parallèle à E'F'. Nous pouvons concevoir ce cercle comme la Base d'un cône droit , égal à celui qu'engendreraient les asymptotes de la courbe en tournant autour de son axe ; C et Q/ seront les projections verticale et horizontale du sommet de ce cône ; et , d'après les théories connues l'intersection du cône avec le plan vertical, sera l'hyperbole même dont il s'agit ; d'où il suit que notre problème se réduit à assigner les intersections de MN avec la surface de \ Par le sommet du cône et par la droite MN soit conçu un plan ; cette droite MN sera elle-même la trace verticale de ce plan ; et , par les procédés connus , on trouvera , pour sa trace horizontale , une autre droite , coupant la base du cône en deux points G et H. Les droites menées du sommet à ces deux derniers points seront donc les deux génératrices suivant lesquelles le cône sera coupé par ce plan , et qui devront conséquemment couper la droite donnée aux deux points cherchés. Mais » en projetant les points G et H en G' et H' sur la ligne de terre , les deux génératrices se projetteront elles-mêmes verticalement » Tomé VU. *»

The text on this page is estimated to be only 18.03% accurate

3q6 . GÉOMÉTRIE lément , suivant CG' et CH' ; les points M et N où ces dernière droites couperont MPÎ seront donc les poinU cherches.

II.* Cas. La courbe est une Ellipse. Nous supposerons l'ellipse donnée par la grandeur et la situation de son grand axe, et par la grandeur de son petit axe. Soit AC (tig. 2) la grandeur et la situation du grand axe ;soit portée, la longueur du petit axe sur cette droite de A en B ; soit MN la droite donnée , dont il s'agit de déterminer les intersections avec l'ellipse , sans construire cette courbe j et soit D le point où cette droite, Mît coupe la perpendiculaire menée à AC , par son extrémité A. / . Soit pris ,le plan de cette courbe pour plan vertical , et soit prise pour ligne de terre une parallèle quelconque à AC , sur laquelle se projètcnfc les points À , B , C en A' , B' , C ; soit £' le point où cette ligne de terre est rencontrée par la droite donnée MN. Du point A' comme centre et avec A'C pour rayon , soit décrit un arc terminé en C" à sa rencontre avec le prolongement de Biy et soit menée A'C" ; nous pourrons considérer A'D et A'C" comme les traces verticale et horizontale d'un certain plan vertical, Concevons qu'on fasse tourner le plan de l'ellipse autour de A'D. jusqu'à ce qu'il coïncide avec celui-là , et supposons <|u'i| entraîne avec lui la droite DE'. Si du point A' comme centre nous décrivons , entre les côtés de l'angle "CAO" l'aro BE", le point E" sera la position du point E' dans la nouvelle sùuationi du plan de l'ellipse ; de sorte qu'en projetant E" en K' f DK/ sera la projection; verticale de notre droite dans sa nouvelle situation. ' . ii * Cela posé, ce plan ayant ainsi tourné > l'ellipse aura évidemment' pour projection sur l« plan veïiical le cercle décrit sur AB comme, diamètre , et coupé en G et H par la projection verticale de h droite donnée , toujours dans la nouvelle situation de cette droite.1 ' ' ' ' ■*

* '•s . '■ . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.03% accurate

DES COURBES. Soit G et H seront donc les projections verticales des intersections* de notre droite avec l'ellipse ; et on en aura les projections horizontales en projetant G et H en G' et H' , et prolongeant GG' et HH', jusqu'à la rencontre de A'C", en M" et IS". Décrivant donc , du point A' comme centre , dans l'angle CA'C"-, avec les rayons A'M" et AOi", les arcs M"M', N"N' ; M' et N' seront les projections horizontales des mêmes intersections , dans la situation primitive du plan de l'ellipse. On obtiendra donc ces intersections elles-mêmes, en élevant sur aux points M' et N', les perpendiculaires M'M et N'N terminées en M et N à la droite DE'. . . Mais il reviendra au même , et il sera plus court et plus commode de déterminer M et N par les intersections de DE' avec les parallèles menées à A'C , par les points G et H. * Cas, La courbe est une Parabole. Nous supposons la parabole donnée par son sommet, la direction de son axe et un quelconque de ses points. Soient A (fig. 3) le sommet de la parabole; AB la direction de son axe; P un autre point quelconque de cette courbe; et GH la droite donnée , dont il faut assigner l'intersection avec elle, sans la construire. En abaissant de P sur AB la perpendiculaire PE et en la prolongeant au delà d'une quantité EQ = EP , le point Q sera un autre point de la courbe. Par ces deux points et par le point A soit fait passer un cercle dont le diamètre soit AB et le centre G ; ce cercle coupera la droite donnée en deux points G et H. * i Soit considéré le plan de ce cercle , qui est aussi celui de la courbe , comme plan de projection horizontal ; et soit prise pour ligne de terre une parallèle quelconque à AB , sur laquelle soient projetés les points A , C, E , B en A' , C' , E' , B'. Sur A/R' et A'E' comme bases soient décrits dans le plan vertical, deux angles* équilatéraux A'C^ et A'F'JEX Si non» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.39% accurate

308 GÉOMÉTRIE considérons le cercle dont le diamètre est AB comme la base d'un cône droit, dont le sommet se projette en C'' sur le plan vertical; E'E et E'F' seront les traces d'une section parabolique faite dans ce cône, de manière à obtenir une parabole égale à la parabole donnée; de sorte que si l'on imagine qu'on fasse tourner le plan de cette dernière autour de E'E, jusqu'à ce que E'A' soit devenu E/F/t les deux courbes coïncideront exactement. Supposons que, dans ce mouvement, la droite GH soit entraînée; sa projection verticale deviendra E/F/ » et, par une construction facile, indiquée dans la figure » on obtiendra les projections horizontales G'', H'', des points G, H, dans leur nouvelle situation; 4e manière que G''H'' sera la projection horizontale de la même droite. » Ayant ainsi les deux projections de cette droite; on pourra, par elle et par le sommet du cône faire passer un plan; ce plan Coupera le cône suivant deux génératrices, qui contiendront les deux points cherchés, lesquelles se trouveront aux intersections de ces génératrices avec la droite donnée; ramenant donc ces deux points » par les moyens connus, dans le plan rabattu, on aura la solution du problème. PROBLÈME n. 111. * Décrire une parabole qui touche quatre droites données? ■ le 111 4 i * t 9 i Solution. Soient AB, BC, CD, DE (fig. 4) les quatre droites données, auxquelles on veut que la parabole cherchée soit tangente. Menons une cinquième droite arbitraire AE, de sorte cependant qu'elle coupe les deux droites extrêmes AB et DE, de manière à former, avec nos quatre droites, le pentagone ABGDE qui soit pris pour le plan de ce pentagone pour plan horizontal et soit prise pour ligne de terre une perpendiculaire quelconque GH à AE. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.31% accurate

DES COURBES. 3o\$ * Par l'an quelconque O des points de GH , concevons un plan Vertical, perpendiculaire à cette droite; concevons en outre que le polygone ABCDE , après avoir tourné autour de sa base AE , de manière à devenir parallèle à ce plan , se meuve ensuite , parallèlement à lui-même , de manière à venir se confondre avec lui ; on trouvera facilement , au moyen des constructions indiquées dans la figure , que, dans cette nouvelle situation du polygone, ses sommets A , B , C , D , E , se projetteront horizontalement en A' , B' , C' , D' , E' , et verticalement en O , B'' , C'' , D'' , E'' . Concevons que le pentagone , toujours dans cette situation , soit une section faite dans une pyramide pentagonale dont le sommet se projette horizontalement en un point quelconque S' de AE , et verticalement en un point quelconque S du prolongement de cette droite dans le plan vertical. Par d'autres constructions , suffisamment indiquées dans la figure , on trouvera facilement que les sommets de la base horizontale de cette pyramide seront A' , B'' , C'' , D'' , E'' . Nous pouvons remarquer, en outre / que, le plan de la face latérale de cette pyramide qui répond à h'J'W étant vertical , U s'ensuit que le plan de la section /également vertical et parallèle à cette face , ne rencontrera pas la pyramide opposée , et ne déterminera pas dans celle-là une section fermée. Concevons présentement une section conique inscrite à la base pentagonale A''/B'''/C'''/D'''/E''' . Si l'on fait de cette section conique la base d'un cône ayant même sommet que notre pyramide , ce cône lui sera inscrit , et sa section par le plan vertical , perpendiculaire en O à GH , sera une parabole tangente à nos quatre droites ramenées à ce plan ; de sorte qu'en faisant mouvoir le plan de cette parabole parallèlement à lui-même, jusqu'à ce que A'E' soit devenue AE , et le faisant ensuite tourner autour de cette dernière droite , pour le rabattre sur le plan horizontal , le problème proposé serait complètement résolu. - ' v Cela posé , avec nos cinq tangentes à la section conique qui forme la base du cône , nous pouvons aisément , à l'aide de*

The text on this page is estimated to be only 20.58% accurate

310 GÉOMÉTRIE DES COURBES, méthodes connues (*), et même en n'employant que la règle, en trouver une sixième, et assigner en outre la droite qui lui correspond dans la figure ABCDE. Cette droite sera évidemment une cinquième tangente à la parabole demandée. Ayant ainsi cinq tangentes à notre parabole, on pourra, à l'aide des méthodes connues, et même en ne faisant usage que de la règle, en trouver tant d'autres, et de plus assigner tant de points de la courbe qu'on voudra. Le mode de solution dont nous venons de faire usage est très-général; et il n'est pas difficile de voir que puisqu'on sait, au moyen de n points et de $5 - n$ tangentes à une section conique, trouver tant d'autres points et de tangentes à cette courbe qu'on peut en désirer; on pourra aussi, par des méthodes analogues à celle dont nous venons de faire usage, résoudre tous les cas de ce problème général: connaissant n points et $4 - n$ tangentes, à une parabole, déterminer tant d'autres points et tant d'autres tangentes à cette courbe qu'on voudra?

to^ . :I i > , * ,, ■'. ■ v.-j » ■•« (•) On trouve ces méthodes exposées, avec beaucoup de développemens intéressans, dans un petit ouvrage ayant pour titre: Mémoire sur les lignes du second ordre, par C. 7. BRIANCHON, capitaine d'artillerie, ancien élève de l'École polytechnique (Paris, Bachelier, toff). L'auteur y résout tous les cas de ce problème général: Etant donnés n points et $5 - n$ tangentes à une section conique, trouver tant d'autres points et de tangentes à cette courbe qu'on voudra? -, i i y n ii»"*-i

Cet intéressant petit ouvrage n'ayant point été imprimé sous les yeux de l'auteur, il s'y est glissé quelques fautes que nous croyons devoir indiquer ici. • Pag. 61, ligne 4 — proportions; lisez: propositions, toi -i Ligne 13 — fond; lisez: fonds. Pag. 63, ligne -6, en remontant conique* ? ajouter s semblables. Pag. 67, ligne 5—17*5,- lisez: ij35. J. D. G.

The text on this page is estimated to be only 19.06% accurate

PERSPECTIVE DE LA 'SPHÈRE, 3i« * • I ■ l ' à * . ♦ * »* • ♦
SCÉNOGRAPHIE * f t Sur la perspective de la sphère ; * Par M.
Gergoume. I " " • ' • Tous les traite"* de Perspective pratique offrent des
méthodes pour mettre en perspective des poinju t des, lignes droites , des
figures planes rectilignes , des cercles , des polyèdres , des priâmes , des
pyramides , , des cylindres et des cônes , donnés dans l'espace ; mais y dans
les ouvrages même les plus étendus sur cette matière , om ne trouve
absolument rien sur la perspective de la sphère et des cercles qui peuvent y
être traces* Un silence aussi général , sur une des questions les plus
usuelles que la perspective puisse offrir , ne saurait guère être l'effet du
hasard , ou d'une omission volontaire ; et tout porte k croire que si ceux qui
ont écrit sur la scénographie n'ont rien dit do la perspective de la sphère ,
c'est qu'ils ont tacitement supposé que cette perspective était trop facile à
assigner pour qu'il fût nécessaire d'indiquer les méthodes nécessaires pour
l'obtenir } sans doute parce qu'ils ont cru que la perspective d'une sphère ne
pouvait être* qu'un cercle ayant pour centre la perspective du centre de I»
sphère.

The text on this page is estimated to be only 26.36% accurate

3i* PERSPECTIVE J'ai moi-même long-temps partagé cette opinion , sans trop l'approfondir •. çt il n'y a guère plus d'une douzaine d'années qu'en y réfléchissant mieux , j'ai reconnu clairement que le cas où la perspective d'une sphère est un cercle , n'est , pour ainsi dire , qu'un cas d'exception , et que , dans les cas les plus ordinaires , cette perspective doit être tout au moins une ellipse. Je me suis occupé aussi de la recherche de cette ellipse , pour laquelle j'ai trouvé un procédé assez simple, j'en ai fait le sujet d'une petite note qui a été insérée dans le volume de l'Académie du Gard , pour 1807 ; mais , dans la persuasion où j'étais que tous ceux qui voudraient se donner la peine d'y réfléchir trouveraient comme moi que la perspective d'une sphère n'est pas toujours un cercle , j'ai cru devoir peu insister sur ce point. J'ai pourtant rencontré, à cet égard , un grand nombre d'incrédules ; et la petite note dont je viens de parler m'a presque fait passer pour un visionnaire , auprès de beaucoup de gens. Je n'aurais été aucunement surpris de trouver de l'opposition chez les dessinateurs , chez les peintres , chez les architectes et même chez les ingénieurs civils et militaires de l'ancienne école , que leurs cadets ont laissés , pour la plupart , bien loin derrière eux ; mais ce qui n'a para tout-à-fait étrange , c'est de rencontrer des géomètres de profession , des professeurs de mathématiques transcendantes , des doyens même de facultés de sciences qui, tout en convenant que je pouvais avoir raison en théorie , prétendirent que , dans la pratique , il fallait absolument faire abstraction de ma doctrine , et représenter généralement une sphère par un cercle ; comme s'il pouvait exister «ne pratique raisonnable qui ne fût pas fondée sur une saine théorie* On m'a fait remarquer postérieurement que "SGravesande , a la page 3i du i.« volume de ses Opuscules,* aussi traité le problème de la perspective d'une sphère , qu'il reconnaît , comme moi , devoir être une ellipse; mais le procédé de 'SGravesande , assez compliqué d'ailleurs , ne conduit qu'à la détermination de l'on quelconque des Digitized by Go

The text on this page is estimated to be only 29.98% accurate

DE LA SPHÈRE. 3i3 des points de l'ellipse , et doit conséquemment être répété autant de fois qu'on veut obtenir de points de cette courbe , tandis que le mien conduit directement a la détermination de ses quatre sommets. D'après ces considérations , je crois donc faire une chose utile en revenant de nouveau , et en insistant , plus fortement que je ne l'avais fait une première fois , sur un point de doctrine qui m'avait d'abord paru à l'abri de toute objection. Je vais donc employer tous les raisonnemens que je croirai les plus concluans pour établir que la perspective d'une sphère est communément une ellipse ; j'indiquerai ensuite brièvement le procédé qu'il faut suivre pour construire cette courbe. Tout le monde , je pense , est d'accord sur ce point ; que la perspective d'un corps de figure quelconque doit avoir pour limite la figure fermée résultant de l'intersection du tableau avec un angle polyèdre ou une surface conique qui , ayant son- sommet à l'œil du spectateur, serait exactement circonscrite au corps dont il s'agit. Donc , en particulier , la perspective d'une sphère doit être bornée par l'intersection du plan du tableau avec une surface conique qui , ayant son sommet à l'œil du spectateur , serait circonscrite à la sphère. Mais , toute surface conique circonscrite à la sphère est une surface conique de révolution , un cône droit dont l'axe passe par le centre de cette sphère. Donc la perspective d'une sphère est l'intersection du plan du tableau avec un cône droit dont l'axe passe par l'œil et par le* centre de la sphère. Mais la section d'un- cône droit par un plan ne peut être un cercle qu'autant que le plan coupant est perpendiculaire a l'axe du cône Donc , la perspective d'une sphère ne peut être un cercle qu'autant que le plan du tableau est perpendiculaire à la droite qui v* Jom. VU, ix

314 PERSPECTIVE de l'œil au centre de la sphère , ou , ce qui revient au même % qu'autant que la droite qui mène de l'œil au centre de la sphère est perpendiculaire au plan du tableau , ou , enfla , qu'autant que le centre de la sphère est sur la perpendiculaire indéfinie abaissée de l'œil sur le tableau. On objecte que , de quelque part que l'on envisage une sphère, on la voit toujours terminée par un cercle : je l'accorde , et j'en tire une nouvelle preuve de mon assertion. De quelque part qu'on envisage une sphère 4 on la voit toujours terminée par le cercle suivant lequel elle est touchée par le cône circonscrit ayant son sommet à l'œil. Donc la perspective de la sphère ne doit être autre que celle de ce cercle. Mais la perspective d'un cercle ne peut être un cercle qu'autant que le plan de ce cercle est parallèle au plan du tableau. Donc la perspective d'une sphère ne saurait être un cercle qu'autant que le plan du cercle suivant lequel cette sphère est touchée par un cône circonscrit ayant son sommet à l'œil est parallèle au. plan du tableau. Mais le plan de ce cercle est perpendiculaire à la droite qui w de l'œil au centre de la sphère. Donc , de nouveau , la perspective d'une sphère ne sera ua cercle qu'autant que le centre de cette sphère sera sur la direction de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le plan du tableau. On peut prouver , à l'inverse , comme il suit , qu'un cercle tracé sur le tableau , s'il n'a pas son centre au pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le tableau , c'est-à-dire , au point que les praticiens ont nommé point de vu», ne saurait être la perspective d'une sphère. Si , ayant tracé sur le tableau une figure fermée quelconque K on Tait passer par cette figure une surface pyramidale ou conique indéfinie , ayant son sommet à l'œil; cette figure pourra être iuDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.25% accurate

BE LA SPHÈRE. 3i5 J'etincléraent la perspective de tous les corps auxquels la surface pyramidale ou conique se trouverait exactement circonscrite , mais ne pourra être la perspective que de ces seuls corps. Donc , en particulier , un cercle tracé sur le plan du tableau pourra être indistinctement la perspective de tous les corps auxquels serait exactement circonscrit le cône qui , passant par ce cercle , aurait son sommet à l'œil , et ne pourra être la perspective que de ces seuls corps.. Mais toutes les fois que ce cercle a- son centre hors du point de vue , le cône est nécessairement oblique* Donc , tout cercle- tracé sur le tableau , d'un centre autre que le point de vue , ne saurait être la perspective que des seul» corps- auxquels urt> cône oblique peut être exactement circonscrit. Mais un cône oblique ne saurait être exactement circonscrit à une sphère. Donc enfin r le cercle décrit sur le tableau de tout autre centre que le point de vue , ne saurait être la- perspective d'aucune sphère. Donc, en- particulier r quelle que soit la situation de l'œil , deux cercles , non concentriques, tracés sur le même tableau-, ne sauraient être le* perspectives de deux sphères. Confirmons» encore cette conclusion par de nouvelles considé* rations» Aucun praticien n'oserait soutenir sérieusement que l'ombre d'une sphère sur un plaa est constamment un cercle'; et Us conviennent tous que cela ne peut avoir lieu que dan» le cas,, très-particulier, où la droite menée par la lumière et par le centre de la- sphère est perpendiculaire au plan suc lequel l'ombre se projette. Tous le» praticiens conviennent également qu'il y a une exacteparité entre la théorie des ombres et la perspective, et que , pour passer de l'une à l'autre r il suffit de considérer la lumière comme* fœii du spectateur» le plan où l'ombre se projette comme le plam

The text on this page is estimated to be only 28.33% accurate

3i<5 PERSPECTIVE du tableau , et l'ombre projetée comme la perspective du corps qui la projette. Donc les praticiens conviennent tacitement que la perspective d'une sphère n'est pas toujours un cercle. Mais , si la perspective d'une sphère n'est pas toujours un cercle , par quelle autre ligne pourra - t- elle être terminée ? Ce pourra être indistinctement par toutes les lignes qu'on peut obtenir en coupant un cône droit par un plan , sans même en excepter la ligne droite. Dans le cas le plus ordinaire , c'est- 'a-dire , dans le cas où la sphère sera entièrement située d'un côté du tableau et l'œil de l'autre , il est évident que sa perspective sera une ellipse. Si l'on remarque en outre que la section elliptique d'un cône droit par un plan a toujours son grand axe dirigé suivant la projection de l'axe du cône sur le plan coupant , on en conclura que l'ellipse perspective d'une sphère a constamment son grand axe -situé sur la droite qui joint la perspective du centre de la sphère au point de vue. Il est de plus aisé de voir que cette ellipse sera d'autant plus allongée qu'elle sera plus distante du point de vue. On sent que ce que nous venons de dire de la perspective de la sphère , doit , avec les restrictions et modifications convenables , s'entendre également de la perspective ,de tous les corps de forme analogue ; ainsi , dans un tableau d'histoire , par exemple , point de grâce pour la plus belle tête , pour celle même de Vénus ; et elle devra être un peu allongée vers le point de vue , si elle a l'imprudence de s'écarter tant soit peu de ce point. En vain objecterai- on que des objets ainsi représentés doivent paraître difformes ? ce serait au contraire en les figurant réguliers qu'ils sembleraient tels. Sans doute, ces objets paraîtraient difformes à Celui qui se placerait successivement vis-a-vis de chacun d'eux ; mais on ne doit pas oublier que tout tableau doit être destiné pour un spectateur unique, placé en un lieu déterminé; et que sa siDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.11% accurate

DE LA SPHÈRE. 3it fnatton doit reetifier les irrégularités apparentes introduites à dessein , dans la représentation des ob[^]ts , précisément dans la seule vue de produire sur son œil une illusion plus parfaite. Un tableau dont toutes les parties seraient dessinées pour le spectateur placé vis-à-vis d'elles, ferait nécessairement , de quelque part qu'on voulût l'envisager, un effet tout-à-fait insupportable ; à moins pourtant que les objets représentés sur ce tableau , ne fussent de nature à n'avoir aucune forme nécessairement déterminée , tels , par exemple , que dea arbres et des rochers. Passons à la construction de l'ellipse perspective de la sphère. Soient HFP la ligne horizontale et VV7 la ligne verticale (fig. 5) se coupant au point de vue O , c'est-à-dire , au pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le tableau. Puisque la sphère est donnée , on doit connaître la distance de son centre au tableau , ainsi que le pied de la perpendiculaire abaissée de ce centre sur le tableau. Soit O le pied de cette perpendiculaire. Après avoir mené OC , élevo^{*} à cette droite , par son extrémité O, une perpendiculaire 00' égale à la distance de l'œil au tableau , ou à ce que les praticiens appellent le rayon principal. A son ex[~] Irémité opposée C , élevons-lui , du côté opposé , la perpendiculaire C'C" 9 égale à la distance du centre de la sphère au tableau j et soit menée O'C" , coupant OC en C. Si l'on conçoit que le double triangle rectangle OCVCC'C" tourne autour de 0C/>.ju5qu'à ce que son plan soit perpendiculaire à celui du tableau ; il est clair que le point O' viendra se placer à l'oeil du spectateur , et le point G" au centre de la sphère , O'C" deviendra donc le rayon visuel dirigé vers le centre de la sphère ; mais , dans ce mouvement , le point C demeurera immobile ; donc «e point est celui où le plan du tableau est percé par la droite qui joint l'œil au centre de la sphère ; c'est-à-dire , que ce poiot est la perspective du centre de la sphère , mais non pas le centre de la perspective de cette sphère f ainsi que nous Talions voit

The text on this page is estimated to be only 23.43% accurate

3iS WRSPtCTIVTET tout-a-Pheure (•). OO est donc la direction du grand Me de l'ellipse. Présentement soit décrit un cercle da point C" comme centre et avec un rayon égal à celui de la sphère. Soient menées à ce cercle , par le point O' , les deux tangentes O'A' , OU' , coupant OC en A et B. Si Ton conçoit un cône circonscrit a la sphère y dont le sommet soit l'œil du spectateur , en imaginant le même mouvement que tout-à-l'heure , nos. tangentes deviendront les- intersections du cône avec le plan perpendiculaire au tableau conduit par OC' i d'où il est aisé de conclure que AE est le grand axe de l'ellipse cherchée. ♦ Imaginons présentement que l'œit se meuve parallèlement à OO , il est aisé de voir que , par l'effet de ce mouvement , le grand axe de l'ellipse changera seul de grandeur et de situation , tandis que la grandeur de son petit axe demeurera invariable. Celte grandeur doit donc être ce qu'elle sérail si l'œil , toujours également distant du tableau , venait se placer sur le prolongement de la perpendiculaire abaissée sur le plan de ce tableau du centre même de la sphère ; auquel cas la perspective de cette sphère se réduirait a on cercle. Or , de là résulte évidemment la construction suivante : (*) De tontes les méthodes qu'on peut employer pour déterminer la perspective d'un point donné , celle que nous venons d'appliquer k la recherche de l'» perspective du centre de notre sphère nous parait » à la fois , la plus naturelle et la plu» simple. Lorsqu'on veut avoir la perspective d'une droite r on peut, par ce procède, déterminer la perspective de l'un quelconque de se» poiot*. Alors , si la droite est parallèle au tableau , on mènera par cette perspective une parallèle a la droite donnée , laquelle en sera la perspective. Dans le cas contraire , on en •obtiendra la perspective, eo Joignant la perspective du point, au point on ls> droite donnée perce le tableau. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.38% accurate

DE LA SPHÈRE. Si\$ Prolongez $O'C$, au-delà de O , d'une quantité $C'O'' = OG'$; par O'' menez au cercle la tangente WD'' , coupant OC en D' , et CD' sera le demi-petit w èt l'ellipse. Elevant donc, sur le milieu de AB , une perpendiculaire DE double de C/D^* et ayant son milieu sur AB ; les points A , $B \wedge C$, D seront les quatre sommets de la courbe; il sera donc facile d'en achever la construction. Lorsque l'on suppose l'œil a une distance infinie, ainsi qu'il arrive souvent, sur-tout dans le dessin dcS figures de géométrie; si l'on suppose cet œil situé vis-à-vis du tableau auquel cas les projections des objets sur ce tableau sont purement orthographiques, la perspective de la sphère n'est autre chose que la projcètibn sur le tableau de celui de ses grands cercles qui est parallèle au plan de ce tableau; c'est-à-dire que la perspective delà sphère est alors un cercle ayant même rayon qu'elle, et ayant pour centre le pied de la perpendiculaire abaissée de son centre sur le tableau. Mais on évite ordinairement celte disposition de l'œil t qui présente l'inconvénient de n'offrir au spectateur que la seule face des objets qui est directement tournée vers le tableau; et on préfère de projeter les objets sur le tableau par des parallèles à une droite fixe, inclinée à son plan. En adoptant ce système de perspective » voici de quelle manière on devra modifier notre construction* Soit toujours C (fig. 6) le pied de la perpendiculaire abaissée du centre de la sphère sur le plan du tableau, et soit C la perspective de ce centre, facile a déterminer par des procédés connus et qui sera, dans le cas présent, le centre de l'ellipse. Elevons à CC , au point G' , la perpendiculaire OC'' , égale I la distance du centre de la sphère au tableau; du point C'' comme centre, et, avec un rayon égal à celui de la sphère, soit décrit un cercle auquel soient menées deux tangentes AA' , BB' , parailèles a CC'' et coupant CO en A et B . Alors AB sera le grand axe de l'ellipse; et son petit axe DE sera égal au diamètre mémo de la sphère.

The text on this page is estimated to be only 23.27% accurate

320 PERSPECTIVE DE LA SPHERE. J'invite ceux qui voient mieux par les yeux du corps que par ceux de l'entendement , à vouloir bien prendre la peine de mettre en perspective un cylindre vertical posé sur un socle cubique , et surmonté d'une sphère ; en supposant le plan vertical conduit par l'œil et par l'axe du cylindre oblique au tableau. S'ils construisent successivement la perspective de la sphère par nos méthodes et par un cercle , dont je leur abandonne d'ailleurs le choix du centre et du rayon ; ils sentiront bientôt que , tandis que , dans le premier mode de construction, tout se trouve dans une harmonie parfaite» le second , au contraire , est tout-à-fait insoutenable pour la vue. Je demande bien sincèrement pardon au lecteur , vraiment géomètre , d'avoir insisté aussi long-temps sur une chose si claire et si simple ; mais , d'après l'expérience que j'en ai acquise, loin d'avoir rien dit de trop , j'ai lieu de douter que j'en aie dit assez pour convaincre certains lecteurs. J'aurai du moins offert des armes de plus d'une sorte à ceux qui voudront essayer de vaincre leur résistance sur ce point de doctrine ■ > • i ' GÉOMÉTRIE Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.30% accurate

THÉORÈMES DE GÉOMÉTRIE. 3^{ai} GEOMETRIE

ELEMENTAIRE. Extrait d'une lettre au Rédacteur des Annales ; Par M. Vjbtten , ex- professeur de mathématiques spéciales. ' En cherchant à démontrer la première des propositions suivantes , qui Tétait seulement pour le triangle rectangle , je suis parvenu à plusieurs autres, que vous serez peut-être bien aise de connaître. Si sur les trois côtés d'un triangle quelconque ABC, (fig. 7) on construit trois quarrés AD , BF , CI , il en résultera ; i.° Qu'en abaissant des sommets de ce triangle des perpendiculaires AK , BL CM , sur les directions des côtés opposés , et menant les droites AG , BI , BH , CD , CE , AF ; les deux premières se couperont sur CM en P , les deux suivantes sur AK en N , et les deux dernières sur BL en O. 3.* Que ces six droites seront perpendiculaires deux à deux ; savoir : CD sur AG , AF sur BH , BI sur CE; les deux premières se coupant en Q , les deux suivantes en R , et les deux dernières en S. 3.° Que , si Ton mène les droites EF , IG , HD , elles passeront respectivement par les points Q, R , S et diviseront en deux parties égales les angles formés en ces points par les six première* droites^ 7^{em}. Tlh îp

The text on this page is estimated to be only 20.94% accurate

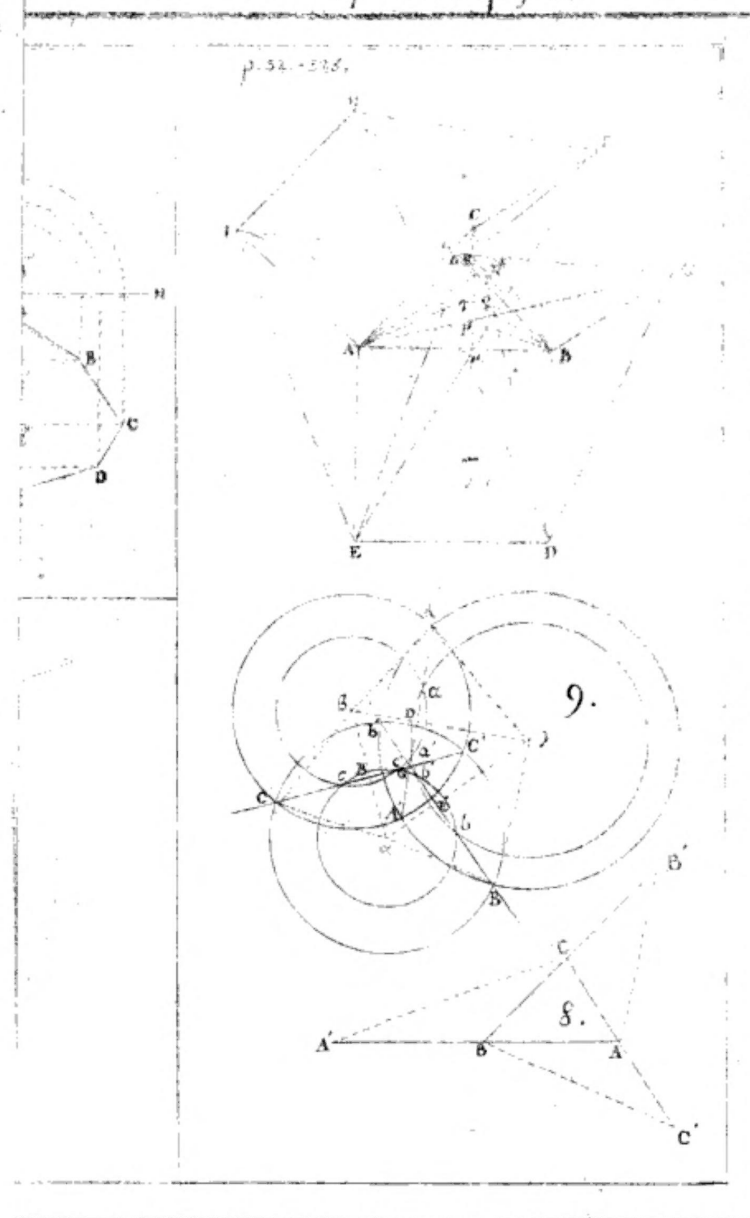
3aa THÉORÈMES 4.° Que , si l'on mène les droites AS , BQ , CR , elles se couperont en un même point T , et seront respectivement perpendiculaires a DH , EF , GI. 5/ Que , si l'on mène les droites DG , FH , IE , on formera les trois triangles DBG, FCH , IAJE , qui seront équivalens entre eux et au triangle ABC. 0.° Qu'enfin la somme des quarrés de ces trois dernières droites sera égale à trois fois la somme des quarrés des côtés du triangle ABC. , Cette dernière proposition revient à dire que , si Ton prolonge les trois côtés AB , BC , CA d'un triangle ABC (fig. 8) dans le même sens , des quantités BA' , CB' , AC , respectivement égales aux côtés prolongés , >et menant les droites A'C , B'A , OB ; on aura $A'^2 + B'^2 + C'^2 = 3(AB^2 + BC^2 + CA^2)$ • Je ne vous envoie pas les démonstrations de ces diverses propositions, parce qu'elles sont toutes extrêmement simples, et qu'elles «c présentent , pour ainsi dire , d'elles-mêmes en construisant la 6gure. Seulement , comme la première partie de la quatrième proposition repose sur ce théorème que les cordes communes à trots ter des qui se coupent deux à deux concourent en un mime point , et que la démonstration de ce théorème n'est -véritablement satisfaisante que lorsque les trois cercles ont une partie de leur plan «uî leur est commune (*) ; j'ai pensé que vous séries bien aise de (*) M. Yeclen veut sans doute parler ici de la démonstration géométrique du théorème ; car , pour m démonstration analkique , <Ue w cédaît simplement * remarquer que , «i $A = ?o$, $B = \odot$, $\epsilon = o$ «ont les équation* de trois cercle i , $A - B = o$, $B - C = o$, $C - >A = o$ seront les équations de leurs cordes commune» deux h deux , et xjue chacune dp ces troi* dernières équations est comportée par les deux autres. Cette démonstration , qui ne souffre aucune exception , s'étend même au cas ou les cercles ne se coupent pas. Elle s'applique avec une égale faeilKé à trois cercles d'une sphère et i quatre spltères dan* Faspacé. Sur quoi voves (Annales , tom. VI , pag. 3a6). J. D. G» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.17% accurate

DE GEOMETRIE. 3*3 «avoir comment on peut démontrer cette proposition par la géométrie. Nous supposerons d'abord que les trois cercles, que nous désignerons simplement par leurs centres $\bullet$, s , y (fig. 9) , se coupent de manière à former un triangle curviligne $A'B'C$ qui leur soit commun. Il faut démontrer que , dans ce cas , les trois droites AA' , BB' , CC se coupent en un même point. Pour cela faisons les droites aa , By , y^* puis joignons le point A aux a , y ; le point B aux points y , a , et le point C aux points a , a . On a évidemment $\angle B = \angle C$, $\angle C = \angle aA$, $\angle yA = \angle yB$; donc les quatre triangles $\triangle aSy$, $\triangle Ca$, $\triangle My$, $\triangle yB$ peuvent être considérés comme les quatre faces d'un tétraèdre développé. Mais les cordes AA' , BB' étant respectivement perpendiculaires sur les côtés ay , y^* de la base du tétraèdre , il s'ensuit que leur intersection G détermine le pied de la perpendiculaire abaissée sur le plan de cette base , du sommet du tétraèdre ; et comme le pied de cette perpendiculaire est également déterminé par l'intersection de l'une ou de l'autre de ces cordes avec la troisième CC ; il s'ensuit que les trois cordes doivent concourir au même point G , puisque , dans le cas contraire , on aurait , d'un même point hors d'un plan , plusieurs perpendiculaires à ce plan. Mais si les trois cercles , au lieu de se couper de la manière que nous avons d'abord supposée , laissent entre eux un triangle curviligne d'Ve? , ne faisant partie d'aucun d'eux ; il est facile de voir que la précédente démonstration devient illusoire. Il est donc nécessaire de faire voir que le théorème est également vrai dans ce second cas. Pour cela , prenons , sur le prolongement de l'une quelconque des cordes , de aa^* par exemple , un point A , de manière que AD soit plus grand que AG ; G étant le point où la corde aa est coupée par l'une quelconque des deux autres , bb^* par exemple. Des points a et y et avec des rayons respectivement égaux à af et yA , décrivons deux circonférences qui couperont respectivement les prolongements des cordes ce et tb^* en C et B ; menons les droites A^* , Ay , By , Ba , Cm , Ca , et nous formerons les

The text on this page is estimated to be only 24.65% accurate

Sz4 QUESTIONS PROPOSÉES, triangles $\triangle A_y$, $\triangle B_c$, $\triangle C_a$, qui seront tels que, si on les fait tourner respectivement autour des droites S_y , S_x , S_z on pourra toujours s'arranger de manière à ce que les trois points A , B , C se réunissent en un seul, puisqu'on a $A/J = sC$, $y_A = y_B$ et $AD > DG$; c'est-à-dire, que les quatre triangles $\triangle A_y$, $\triangle B_c$, $\triangle C_a$, $\triangle S$ peuvent être regardés comme les quatre faces d'un tétraèdre. Mais les trois droites aa' , bb' , cc' , ou celles-ci AD , BE , CF , sont respectivement perpendiculaires sur les côtés BC , CA , AB du triangle $\triangle S$; donc elles se coupent en un seul et même point G , qui est le pied de la perpendiculaire abaissée du sommet du tétraèdre sur le plan ABC de sa base. On peut remarquer que, puisque le point B coïncide avec le point C , lorsque les deux triangles $\triangle B_c$, $\triangle C_a$ sont relevés; il en résulte que B coïncide avec C , et par conséquent qu'on a $B=C$, c'est-à-dire que, si l'on décrit du point A comme centre, et avec AB pour rayon, une circonférence de cercle, elle passera par le point C . Paris, le 30 juin 1817. . 4 QUESTIONS PROPOSÉES. Problèmes de Géométrie. • * I. inscrire à une sphère un tétraèdre dont les faces passent par quatre droites données? II. Circonscrire à une sphère un tétraèdre dont les sommets soient aux quatre droites données? Digitized by Google



J. D. G. fecit.

The text on this page is estimated to be only 17.62% accurate

^ ■ 1 '■ ~* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.67% accurate

GÉOMÉTRIE DE LA RÈGLE. 3a5 GEOMETRIE DE LA
REGLE. * Solution et construction , par la géométrie analitique , de deux
problèmes dépendant de la géométrie de la règle y Par M. Gergonne. »... » .
» • « - * ■ » 4 F .1.1 En montrant, dans un précédent article (page 269 de
ce volume), comment la géométrie analitique , convenablement employée ,
peut conduire, pour la solution des problèmes de géométrie, à de»
constructions bien supérieures , pour l'élégance et la simplicité , à celles que
fournit la géométrie pure , j'ai promis d'ajouter encore de nouveaux
exemples de cette vérité à celui qu'offrait cet article. C'est dans la vue de
remplir cette promesse , que je me propose ici de résoudre les deux
problèmes suivans : PROBLÈME I. A une ligne quelconque du second
ordre , inscrire un triangle dont les côtés passent par . trois points donnés ;
en n'employant que la règle seulement? PROBLÈME II. A une ligne
quelconque du second ordre , circonscrire un triangle dont les sommets
soient sur trois droites données ; en n'employant que la règle seulement ? Le
premier de ces deux problèmes, borné seulement au cercle, et sans exclure
l'emploi du compas , a été long-temps célèbre ; et depuis Pappus , qui en a
traité un cas très-particulier , beaucoup d'illustres géomètres en ont fait le
sujet de leurs recherches» Tom. VU , n.º XI , 1 mai 1817. 44

3aG GEOMETRIE > En 1810, j'essayai d'y appliquer la géométrie analytique, toujours pour le cas du cercle; elle me conduisit à une construction fort simple qui a paru dans les recueils de l'Académie du Gard; mais on n'y pouvait parvenir qu'à la suite d'un calcul assez laborieux; et, comme je n'avais pas aperçu que cette construction n'exigeait que l'emploi de la règle, je ne songeai nullement à l'étendre à toutes les sections coniques. A la page 1-6 du 1.^{er} volume du présent recueil, je proposai de démontrer géométriquement la solution graphique que j'avais obtenue, sans faire connaître l'analyse qui m'y avait conduit. On me fit aussitôt observer que ma construction pouvait s'étendre indistinctement à toutes les lignes du second ordre; et c'est ce qui me détermina à généraliser mon premier énoncé, comme on le voit à la page 5g du même volume. MM. Servois et Rochat donnèrent l'un et l'autre (pag. 33; et 34a) une solution du problème ainsi généralisé. Mais autre chose est de légitimer par le raisonnement une construction déjà connue ou de parvenir à cette construction. Je me propose donc de faire voir ici comment la géométrie analytique » b) en employée, conduit à cette même construction d'une manière "pour ainsi dire inévitable. Comme il est très-aisé de ramener le dernier de nos deux problèmes au premier., c'est d'abord de celui-ci uniquement que je m'occuperai; et / comme un problème du domaine de la géométrie de la règle est résolu, pour toutes les sections coniques, dès qu'il l'est pour une seule d'entre elles, je supposerai, pour plus de simplicité, que la courbe dont il s'agit est une parabole. Je réduirai donc le problème au suivant : t. -PROBLÈME*
Inscrire à une parabole un triangle recu ligne dont ■ l'f. s. cfrés » prolonges \.s
'// est nécessaire, postent par trois points donnés sur le plan de cette courbe
? » Solution. Soient P, P', P'' les points donnés, et S, S', S'' > ■ S » * • » •
' . v' Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.80% accurate

DE LA RÈGLE. §27 Les sommets du triangle cherché de , telle sorte que P soit sur ' 6'S", P' sur S"S, et P" sur SS'. Il est évident que , si l'un des sommets , le sommet S par exemple, était connu, le problème pourrait être réputé résolu i ca,r> en menant de ce point des droites par les points P' , leurs intersections avec la parabole détermineraient respectivement les deux autres sommets S", S'. . Occupons - nous donc uniquement de la, recherche de ce point S. 1 ~ ., Soit 2p le paramètre de la parabole dont il s'agit. Soit pris son axe pour axe des x , et la tangente à son sommet pour axe des y. Soient alors les coordonnées tant des points donnés P, , P' j. P" que des points cherchés S j ^ , S* , ainsi qu'il suit : [a , (a' , (o" , Pour V\ 1 ' Pour P' ! Pour P" \ \ b ; \ b< ; \ W y Pour S l Pour S') Pou* S" l lys \ y i (r" • D'abord , puisque \$, \$' , &f «ont des points de la courbe] on doit avoir .. , ' • y^—px , y»=2ps' , y"*=2px» . (1) En second lieu, puisque chacun des points P , P' , P" est en ligne droite avec d^ux de ceux-là, on doit avoir r . . . f ■ • ' ' : x—x' x—a" x'—x» xJ — a x"—x __ x»—a> ^ voilà donc six équations , au moyen desquelles on peut déterminer

The text on this page is estimated to be only 21.16% accurate

3*8 GEOMETRIE les six coordonnées xy , $x'y^*$, $x''y''$ des trois points inconnus S , S' , S'' ; mais, comme nous bornons notre recherche à celle du point S , il nous suffira d'éliminer x' , y^* , x'' , y'' entre les cinq dernières; il en résultera une équation en x et y qui, jointe à la première, nous fera connaître les coordonnées du point cherché. Mais on peut, par une combinaison convenable de ces six équations, en obtenir d'autres incomparablement plus simples. En retranchant, en effet, deux à deux, les équations (i), on obtient celles-ci $x_i - ar' y + y' x'' y, ^{ryn} x y'' + y^3 - y_1 \sim$
 $*p' y - f' \sim *p' y'' - y y'$ En comparant ces équations respectivement aux équations (a), on en déduit les suivantes $y - ty x^* \sim a'' y + y'' x^* - \sim o y'' + y$
 $- 1 \dots \sim *P y - b'' ' 3f \sim y < - b' y, \sim y'' - b > ' \gg$ en chassant les dénominateurs dans ces dernières et en y remplaçant respectivement spx , zpx' , $\hat{p}x''$ par leurs valeurs $y^* \setminus y^{**}$, y_4^* , données par les équations (i); elles deviendront enfin $tfy \gg - b \{f + y \gg\} + 2pd \Rightarrow C, | (5) y'' y - b_1 (y'' - \setminus - y)$
 $+ apa' = 0$. j équations délivrées de x , x' , $j r''$; et entre lesquelles il n'est plus question que d'éliminer y_1 et y'' pour obtenir la valeur de $j r$.
 L'élimination de y'' entre 4es deux dernières flonne Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 13.40% accurate

DE LA REGLE 3a» •u , en chassant les dénominateurs et transposant , $\{4^{''}+<44wVa)/_C*4'— Vfl^{+}V(«4W4)»$ Eliminant enûn y^* entre celle-ci et la première des équations (5) il tiendra $(4— 4or— (W— ^{«0}=0* \bullet u$, en chassant les dénominateurs et réduisant , » - , • ■ « En remplaçant y^* par son équivalent $a/w?$, toute l'équation divisible par a , et pourra ensuite être écrite ' $—\{4\ 4^*— p(o+«')\}4'—\{6\ 4"-f(a+a")\hat{4}"+[4\ 4/— p(a+a')\}po'+[4\ 4'-/ > C < » + o')\} -H^*4"-p(«+«'0\}$ ce qui revient k

The text on this page is estimated to be only 27.63% accurate

33* C^OMÉTRIE ! P Telle est donc l'équation qu'il faudrait combiner avec l'équation $y^2 = 2px$, pour obtenir les deux coordonnées x, y du point cherché S ; puis donc que l'équation $y^2 = 2px$ est celle de la parabole donnée, et que l'autre n'est que du premier degré seulement ; il en faut conclure que celle-ci est l'équation d'une droite qui coupe la parabole donnée au point cherché S . Tout se réduit donc à construire la droite (A) , ou, ce qui revient au même, à déterminer deux points de sa direction, ce qui revient encore à trouver deux systèmes de relations entre x et y qui y satisfassent. Or, les deux systèmes de relations les plus naturels à établir pour y satisfaire sont les suivans : $((G))$ $((B'))$; donc le point déterminé par les équations $((B7))$ et le point déterminé par les équations $((B'))$ sont deux points de la direction de (A) . On pourrait, pour déterminer chacun de ces points, tirer les valeurs de x et y des deux couples d'équations par lesquels ils sont donnés ; mais il est incomparablement plus commode de construire les quatre droites $(CO), (DO), (C'O), (D'')$ elles-mêmes. L'intersection des deux premières sera le point (BO) ; celle des deux dernières sera le point $(B'O)$. Nous examinerons tout-à-l'heure ce que peuvent être les droites $(CO), (C'O)$; occupons-nous seulement, pour le présent, de la des droites $(DO), (D'')$; ou, pour j'aiitux dire, de la Digitized by

The text on this page is estimated to be only 26.95% accurate

DE LA RÈGLE. 33x construction de l'une d'elles ; car on voit assez que (D'') est par rapport au point P'' ce que (D') est par rapport au point P'. La droite (D7) serait déterminée , si nous connaissions deux quelconques des points de sa direction. Or , on voit d'abord que cette droite passe par le point P' ; d'où il suit qu'il ne s'agit plus que d'en trouver un autre point ; or , ce point sera donné par deux relations entre x et y qui résolvent également l'équation (D') ; et, entre toutes les relations qu'il soit possible de choisir , les plus simples «ont sans contredit , les suivantes : ((C)) l y - p(x+o) , ((C'')) ; La droite (D0 est donc une droite menée par les points P' et E'; et ce dernier point , lui-même , se trouve déterminé par l'intersection des droites (C), (C''\ Pour de semblables raisons , la droite (D'') sera une droite menée par le point P'' et par un point E'' intersection des deux droites (C) , (C). Notre construction se trouve donc réduite ainsi à celles des trois droites (C) , (G*) , (C) , ou plutôt à celle de la première seulement; puisque les deux autres sont respectivement , par rapport aux points P' , P'' , ce qu'est celle-ci par rapport au point P. Or , soit pris sur la parabole donnée un point quelconque (*' , yf) ; la tangente à la courbe en ce point sera , comme l'on sait, » ■ ou , en réduisant et mettant zpx' pour y'' 1 $yy' = pi^{*+*'} \cdot (0$

33a GÉOMÉTRIE Supposons , en second lieu , qu'il soit question de mener à la parabole une tangente par un point extérieur (a, b) ; en représentant par x', y' les coordonnées du point de contact ; on aura pour déterminer ce point les deux équations $y'^2 = 2px'$ et $by' = p(x' + a)$ dont la première exprime que le point de contact est sur la courbe, tandis que la seconde exprime que le point (a, b) satisfait à l'équation (i). Puis donc que l'équation $y'^2 = 2px'$ est du second degré et l'autre du premier seulement , on aura deux points de contact et conséquemment deux tangentes par le point (a, b) . Dans la recherche de ces deux points de contact, au lieu de tirer des équations (a) les deux systèmes de valeurs qu'elles fournissent pour x' et y' , il revient au même et il est plus commode de construire les lignes qu'expriment ces deux équations. Puis donc que la première est celle de notre parabole elle-même, et que l'autre n'est que du premier degré seulement , cette dernière doit appartenir à une droite passant par les points où les deux tangentes touchent la courbe , c'est-à-dire , que cette droite est la polaire du point (a, b) . On voit donc , d'après cela , que nos trois droites $(C), (C'), (C'')$ ont à la construction desquelles nous avons ramené notre problème , ne sont autre chose que les polaires respectives des trois points P, P', P'' . Or , comme la droite polaire d'un point donné , sur le plan d'une section conique , peut se construire à l'aide de la règle seulement , il s'ensuit que nous pouvons étendre notre construction à une section conique quelconque ; et voici à quoi elle se réduit. Construction /. Soient trois points P, P', P'' , donnés à volonté , sur le plan d'une ligne du second ordre quelconque ; et supposons qu'il soit question d'inscrire à la courbe un triangle dont les

The text on this page is estimated to be only 24.77% accurate

DE LA RÈGLE. 333 les côtés , prolongés au besoin , passent respectivement par les trois points donnés. Soient S , S' , S'' les trois sommets inconnus , P devant se trouver sur $S'S''$, P' sur $S''S$, et P'' sur SS' . Soient construites les polaires des points P , P' , P'' ; représentons-les respectivement par C , C' , C'' ; O et C'' se coupant en E , C'' et C en F , C et C' en E'' . Soient menées PE , $P'E'$, $P''E''$, coupant respectivement C , C' , C'' en B , B' , B'' ; alors la courbe sera coupée respectivement en S par $B'B''$, en S' par $B''B$, en S'' par BB' . On doit remarquer , au surplus , que chacune de ces droites coupera la courbe en deux points , et qu'ainsi le problème aura deux solutions. On doit remarquer encore , comme nous l'avons déjà fait plus haut, que tout peut se réduire à la construction du point S d'où, il est facile de conclure les deux autres. Il est donc superflu de déterminer le point B » et conséquemment de mener la droite PE . Le second problème se ramène facilement à celui-ci. Construction II, Soient trois droites C , C' , C'' , données à volonté , sur le plan d'une ligne du second ordre quelconque ; et «opposons qu'il soit question de circonscrire à la courbe un triangle dont les sommets soient sur les trois droites données. Soient S , S' , S'' les points inconnus où la courbe doit être touchée par les côtés du triangle , S étant son point de contact avec le côté qui se termine à G' et G'' ; S' le point de contact avec le côté qui se termine à C'' et G ; et enfin S'' le point de contact avec le côté qui se termine à C et G /. Cherchez les pôles- respectifs P , P' , P'' , des droites C , C' , C'' . Opérez sur ces pôles et sur les droites G , G' , G'' , comme vous l'avez fait dans le problème précédent; les sommets S , S' , S'' du triangle inscrit dont les côtés passent par P , P' , P'' seront en même temps les points de contact de la courbe avec les côtés» du triangle cherché. Tom. VII 4S

The text on this page is estimated to be only 23.52% accurate

334 QUESTIONS Ce qui nous a principalement déterminé à prendre ces deux problèmes pour exemple de nos méthodes, c'est que M. Lhuilier, dans ses Éléments fanatise géométrique et fanatise algébrique » insinue que , soit sous le rapport de la mise en équation , soit sous celui de la construction et la géométrie analytique , qu'il appelle la Méthode des coordonnées , ne paraît guère leur être commodément applicable. Nous pensons que les géomètres qui prendront la peine de comparer nos constructions à celles qu'on déduit des considérations purement géométriques , en jugeront d'une toute autre manière. Dans un prochain article , nous essayerons d'étendre nos procédés au problème général où il s'agit soit d'inscrire à une ligne du second ordre un polygone de m côtés , dont les côtés passent par un même nombre de points donnés , soit de circonscrire à la même courbe un polygone de m côtés dont les sommets se trouvent sur un pareil nombre de droites données. QUESTIONS RÉSOLUES. Solution pratique du problème de combinaison proposé à la page 188 de ce volume ; par M. J. B. Durram». I. Il est bien connu , depuis long-temps , que des lettres $P, Q, R, \dots$, toutes différentes les unes des autres , et au nombre de m , peuvent être disposées , en ligne droite , les unes à la suite des autres , d'un nombre de manières exprimé par $m!$ (*). • • (*) J'emploie ici $m!$, avec M. Krarap, comme abréviation de $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m$; et j'en use plus de mille fois dans la suite de cet article. On a lieu d'être surpris qu'une notation si utile , et conséquemment si utile , ne soit point, encore universellement adoptée. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.81% accurate

RESOLUES. 335 2. Si l'on veut savoir de combien de manières différentes ces mêmes lettres peuvent être disposées, circulairement, les unes à la suite des autres j on considérera qu'un arrangement circulaire quelconque étant donné, on peut le rompre en m points de flexions pour l'étendre en ligne droite; que par conséquent chaque arrangement circulaire fournit m arrangements rectilignes différents; et qu'ainsi le nombre des arrangements circulaires est m fois moindre que celui des arrangements rectilignes -, d'où il suit (i) que le nombre total des arrangements circulaires doit être simplement $\frac{m!}{m}$ ou $(m-1)!$. 4 3. On peut confirmer ce résultat par un raisonnement inverse du précédent. Concevons que, dans un arrangement rectiligne quelconque on fasse passer $m-1$ fois consécutivement la première lettre à la dernière place, sans intervertir aucunement l'ordre des autres; on obtiendra ainsi m arrangements rectilignes différents, que l'on ne ferait que reproduire sans cesse, si l'on voulait pousser plus loin l'application du procédé. Il suit de là évidemment que les m arrangements rectilignes différents que nos m lettres «ont susceptibles de fournir, peuvent être répartis en m groupes de $(m-1)!$ arrangements tels que les arrangements de chaque groupe seront ainsi déduits les uns des autres par le passage continu de la première lettre à la dernière place. Or, il est clair que les divers arrangements rectilignes d'un même groupe ployés en cercle donneront toujours le même arrangement circulaire; d'où il suit que le nombre des arrangements circulaires différents sera uniquement égal au nombre des groupes; c'est-à-dire, qu'il sera $\frac{m!}{m}$ ou $(m-1)!$, comme nous l'avons déjà trouvé ci-dessus, 4. Voilà ce qui arrive, lorsque les lettres P, Q, R; sont toutes différentes- les unes des autres, ou, ce qui revient au même, lorsqu'il n'y en a qu'une seule de chaque sorte. Mais, on peut supposer que, dans la totalité de m lettres il s'agit, il se

The text on this page is estimated to be only 26.14% accurate

336 QUESTIONS trouve p lettres pareilles à P , y lettres pareilles à Q , r lettres pareilles à R , et ainsi des autres; de sorte qu'on ait $\frac{p}{p!} \frac{y}{y!} \frac{r}{r!} \dots$ cm. Il est connu qu'alors (*) le nombre des arrangemens rectilignes différents dont nos i lettres seront susceptibles; ou, ce qui revient au même, le nombre des manières différentes dont elles pourront être disposées en ligne droite les unes à côté des autres, sera exprimé par la formule $\frac{p!}{p!} \frac{y!}{y!} \frac{r!}{r!} \dots$ 5. On peut demander présentement, comme nous Parons fait dans le premier cas, de combien d'arrangemens circulaires, réellement différents, ces mêmes lettres pourront être susceptibles; et il semblerait, au premier abord, que les raisonnemens que nous avons faits alors (a, 3) doivent conserver ici toute leur force, et qu'ainsi la formule qui répond à la question proposée doit être $(m-1)!$, , , » OU , , , * $m! / (p! y! r! \dots)$ $p! y! r! \dots$. Cette formule est, en effet, celle qui résout la question, dans le cas particulier où les nombres $p, q, r, \dots$ sont premiers entre eux; c'est-à-dire, dans le cas où il ne se trouve d'autres diviseurs que l'unité qui leur soient communs à tous. 6. Mais, dans le cas contraire, c'est-à-dire, dans le cas où quelque nombre, autre que l'unité, divise à la fois tous les nombres p, q, r , et par conséquent le nombre m , notre raisonnement cesse d'être applicable; et la formule se trouve tout-à-fait en défaut. Elle offre même souvent alors un préservatif contre les applications inconsidérées qu'on prétendrait en faire, en donnant, pour le nombre » O Vojei, en particulier, la page 401 du 4^e tome. Il est de «e recueil; Digitized by Go

RÉSOLUES. 337 des arrangemens cherché , un nombre essentiellement fractionnaire; ce qui , dans une question de ce genre , est un signe manifeste d'absurdité. C'est, en particulier, ce qui arrive , lorsqu'on suppose toutes les m lettres égales entre elles et à P . La formule se réduit alors , en effet , à — qui, excepté le seul cas où $ot=i$, est nécessairement fractionnaire. 7: Il est très- aisé de concevoir pourquoi , dans le cas dont nous parlons, la formule ne saurait être applicable. Lorsqu'en effet les nombres p , q , r , ont un ou plusieurs diviseurs autres que l'unité qui leur sont communs à tous; parmi les arrangemens circulaires dont nos lettres sont susceptibles , il doit nécessairement s'en trouver • de périodiques ; or , ce qui est vrai des premiers cesse de l'être pour ceux-ci , c'est-à-dire , qu'en les rompant successivement en deux points différens , pour les étendre en ligne droite , on ne forme pas toujours deux arrangemens rectilignes distincts : cela n'a lieu , en effet , que lorsque les deux points de rupture ne sont pas des points semblablement placés dans deux périodes différentes , de» points homologues de ces périodes. 8. Il y a donc lieu à proposer la question suivante dont nous ne nous proposons de donner ici , pour le présent , que la solution pratique ; nous réservant de développer les raisonnements qui nous y ont conduit dans un prochain numéro* 9.

PROBLÈME. On a m lettres , parmi lesquelles il se trouve des P en nombre p , des Q en nombre q , des R en nombre r , et ainsi des autres ; en sorte qu'on a $p+q+r+j=\dots=m$. De combien de manières ces m lettres peuvent -elles être disposées circulairement les unes à côté des autres ? 10. Solution. I. Soit D le plus grand commun diviseur des nombres p , q , r , , et soit $Z=\frac{m}{D}$...
..... ; a , b , c , étant des nombres premiers essentiellement différens. 11. Soit formé le produit

The text on this page is estimated to be only 25.49% accurate

33 « QUESTIONS (i+j4-fl,+o..+0(»-* -H-^,+...+*^)(i+^+^+....+<:v)..M; dont le* termes , au nombre de (a+i)>+i)(r-hi)..», sont, comme l'on sait , tous les diviseurs de D , pris une seule fois chacun. III. Soit désignée par f une fonction d'un nombre quelconque. k , dont la définition soit ^ (OUXO- '* /,)"iife: IV. Soit enfin am'l>W le terme général de la suite que forment les diviseur» de D; de sorte qu'on puisse en déduire tous ces diviseurs en donnant successivement à chacun des exposans m! f pt , >/ , toutes les valeurs entières , positives ou nulles , que permettront les conditions V. Alors le nombre d'arrangemens circulaires cherché sera la somme des termes d'une suite de (•+!)(«+ iXv4-i)««.. termes » dont le terme général sera ^•' ^'^•',...t.f«-iyg-ixfg-o...^^yry } : et qui devra conséquemment renfermer tous les termes de cette forme qui pourront être formés sous les conditions ci-dessus énoncées, i i. Remarque 1. Si le plus grand commun diviseur Ddes nombres p > q , r , était simplement le produit abc de plusieurs nombres premiers inégaux , le terme général de la suite deviendrait simplement — J{aèc..~...) dans lequel ou devrait successivement admettre et rejeter une ou plusieurs des lettres a, à i eu sorte que le nombre cherché aérat de la forme Digitized by G(

The text on this page is estimated to be only 20.63% accurate

RÉSOLUES. 339 H /(*H /(**) + ■ 171 12. Remarque II. Si le plus grand commun diviseur D des nombres p , q , r , était simplement une puissance a* d'un nombre premier 0 ; le terme général de la suite deviendrait m cette suite serait donc r-A»)+ — Aa)+ — r~/(« H — — r — — <A«) i3. Remarque III. Si le plus grand commun D des nombres ^7, r , était l'unité , ' c'est-à-dire , si ces nombres étaient premiers entre eux , alors • , fi , y , seraient nuls ; et la formule se réduirait i son premier terme 1 m! — #1 « I V» . . . « m " x roC7»!y!r!) ainsi que cela doit être (5). j4< Remarque IV, Si enfin les m lettres données étaient toutes égales entre elles èt à P ; on aurait p—m , et les nombres q , r , n'existeraient pas ; on aurait donc m toutes les fonctions désignées par f se réduiraient donc à l'unité ;

The text on this page is estimated to be only 21.55% accurate

340 QUESTIONS et , comme , dan» ce cas , le nombre cherché doit évidemment être l'unité ; il s'ensuit que , si Ton a un nombre m , tel que $w_i = aab^c > .^{\wedge}$; o, b' , Cf étant des nombres premiers inégaux , la suite dont le terme général sera égal à $a^{-i} - t^{-i} (a^i) \{b^i\} (c^i)^{\wedge} . i$ dans laquelle on admettra successivement pour , a' , r' toutes les valeurs entières , positives ou nulles qui n'excéderont pas respectivement « , a , y , , sera égale au nombre m lui-même. i5. Exemple. Soit $V^a b$. Les diviseurs de D seront , dans ce cas , le» termes du de'-: veloppement du produit $(iH - * + *) (i + *) *$ «'est-à-dire , b ,, ah En représentant donc par x le nombre cherché , on aura c'est-à-dire ; $I m! t a - t * = - rrr. - r ** - n (T > (f) (. - > - , (t >$ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.23% accurate

RÉSOLUES. 341 H Z ' / 0 \ / a \ / r v 4 -)£>•••• 16. Application.
On demande de combien de manières différentes on peut arranger autour
d'une table ronde 36 assiettes dont la de vermeil et 24 de porcelaine ? On a
ici $m \sim 3G$, $p=i\text{£}$, $q=\backslash i$; d'où $D=I2=a'.3$ • donc $a=2$, $3=3$, « $=a$, $a=i$. En
conséquence, la précédente formule deviendra $_J_36T t 18! a j! _4^3! *$
 $46 ' a4!ia! 3\&* ia*6t " ^M * 6\>! + 36 * a\hat{i}! + 36*B!4\hat{I} + 36;\^aT$. Le premier
terme revient * $a5.a6 ^7^8.19.30.3 1^2.3334.35$ Le second revient à. « ... 1
 $i3.i4.i5.i6.\>7 7.13.17 a * a34.5.6 *\sim 3^{TM} " * * \# ' \blacklozenge \blacksquare$ Le troisième revient
à $\^a 9.10.11 5.11 \dots 3 a.3.4 a , \> \dots$ Le quatrième revient $4 1 7.8 a.7 a$
 $*a.3\sim "T \# \bullet \dots$ Le cinquième revient i Tom. VU. 46

The text on this page is estimated to be only 20.46% accurate

3<a QUESTION! « 5 S , 3 '7~U * Enfin , le sixième revient à i i T
' I_ 3 ' La somme des termes fractionnaires revient a 54q ; et comme
d'ailleurs le terme entier est 347687 55 ; on a définitive ment ar= 3476g3o4
. 17. Nous placerons ici tous les résultats (jue l'on obtient jusqu'à m—S,
pour les divers assemblages de lettres qu'on peut former sans excéder cette
limite ; ce -sont aussi les résultats les plus usuels: nous y ajoutons en regard
, sous la dénomination de y , le nombre des arrange mens rectiïignes
correspondans. Pour P seul. , ar* I j ysss g • Pour PQ ar= i , /= a , Pour
PP ar= 1 , y= 1 ; Pour PQR , sss a , y** € , Pour PPQ **= t , ysz 3,
Pour PPP ; . 1 ; ya= 1 ; Poiir PQRS x=a 6 , ys* a4 * Pour PPQR ;,;....*= 3 ,
y= 12 , Pour PPQQ ,, . . . af=s a , yse. \$, • Pour PPPQ 1 , y=» 4 ; Pour PPPP
. . , arai i , ys= 1 ; Pour PQRST 34 , ys»i2q ; Pour PPQRS « 1a , y= 60 ,
Pour PPQQR ; . ; . . sot 6,7» 3o, Pour PPPQR 4 , ao . Pour PPPQQ » . «
a , r= 10 , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.81% accurate

RESOLUES. 343 Pour PPPPQ « x , y » 5, Pour PPPPP $x=s$ 1, $7=x$; Pour PQRSTLh « $=120$, $\wedge=720$, Pour PPQRST $\ast=60$, $/=360$, Pour PPQQRS . $\ast=30$, $y=\ast\ast o$ » Pour PPPQRS $\ast=20$, $y=i20$, Pour PPQQRR 16 , $y=90$, Pour PPPQQR. $x=10$, $y=60$, Pour PPPPQR $\ast=5$, $y=30$, Pour PPPQQQ $\ast=4$, $7=20$, Pour PPPPQQ $\ast=J$, $js i5$, Pour PPPPPQ 1 , $r=6$, Pour PPPPPP $\ast=1$. $y=.1$. Il est essentiel de remarquer qu'ici nous regardons et devons regarder, en effet, comme arrangements distincts deux arrangements inverses l'un de l'autre ; deux arrangements dont l'un devient l'autre, en le renversant le dessus en dessous ; deux arrangements , en un mot , formés d'un même arrangement rectiligne qu'on aurait successivement ployé en cercle , en le courbant dans deux sens opposés. 18. Si , par exemple , on voulait savoir de combien de manières différentes trois hommes et trois femmes , sans distinction d'individu à individu , dans le même sexe , peuvent être placés au tour d'une table ronde ? Cette question se rapporterait au cas PPPQQQ de notre tableau , et conséquemment le nombre de $\ast$ arrangements possibles serait 4' 19. Le premier terme de notre formule générale étant le nombre des arrangements circulaires qui auraient lieu dans le cas où les périodes seraient impossibles , et les termes qui suivent celui - là étant tous positifs ; il en résulte cette conséquence , pour ainsi dire

The text on this page is estimated to be only 27.79% accurate

344 QUESTIONS PROPOSEES. paradoxale , que l'existence possible des périodes , loin de diminuer le nombre total des arrangements , comme il semblerait résulter de ce que nous avons dit (7) , le rend au contraire plus grand* 20. Ceux qui penseraient que la complication de nos méthodes n'est point suffisamment rachetée par l'utilité des résultats qu'on en obtient , •montreraient par là qu'ils ignorent que tout problème de combinaison est en même temps un problème de probabilité ; et que , dans ceux du genre de celui-ci , le calcul intégral aux différences ne paraît pas pouvoir être d'un utile secours. Les problèmes de combinaison sont d'ailleurs un sujet d'exercice d'autant plus utile , que rien n'est plus aisé que de commettre des paralogismes en essayant de les résoudre. QUESTIONS PROPOSÉES. Problèmes de Combinaison . I. Combien de mots différents de n lettres peut-on faire, en prenant arbitrairement ces n lettres parmi m lettres , dont un nombre p pareilles à P , un nombre q pareil à Q , un nombre r pareil à R , et ainsi des autres ; ce qui donne $p+q+r+\dots=m$? II. De combien de manières différentes peut-on choisir n lettres, parmi m lettres, dont un nombre p pareilles à P , un nombre q pareilles à Q , un nombre r pareilles à R , et ainsi des autres ; ce qui donne $p+q+r+\dots=n$? Problèmes de Géométrie. I. Quel est le point de l'intérieur d'un triangle duquel menant des droites à ses sommets , ces droites le divisent en trois triangles équivalents ? II. Quel est le point de l'intérieur d'un triangle duquel abaissant des perpendiculaires sur ses côtés , ces perpendiculaires le divisent en trois quadrilatères équivalents ? Digitized by Google

AWALISfi ET SYNTHÈSE. PHILOSOPHIE

MATHÉMATIQUE* » « De Tanaïse et de la synthèse , dans les sciences mathématiques (*) ; Par M. Gergonne. i t. Démontrer m thèorime , c'est en général prouver , par un raisonnement exact > que ce théorème est une conséquence inévitable d'un ou de plusieurs autres théorèmes antérieurement admis. Résoudre un problème , c'est en ramener la solution à celle d'un ou de plusieurs autres problèmes qu'on sait déjà résoudre. 2. Il suit de ces notions , généralement admises , qu'aucun théorème ne pourrait être démontré ni aucun problème résolu , et que conséquemment toute science certaine serait impossible , si tous les théorèmes avaient besoin de démonstration , et tous les problèmes de solution. Mais il existe heureusement des théorèmes dont il suffit de connaître l'énoncé pour en apercevoir la vérité , et des problèmes qu'il suffit également d'énoncer pour que chacun comprenne clairement ce qu'il faut faire pour les résoudre. (•) Ce qu'on va lire n'est que le résumé de la doctrine développée dans on mémoire fort étendu , que l'académie de Bordeaux a bien voulu couronner en x8l3 , et dont je n'ai pu garder de copie. Tom. ril,n.° XJJ, i." juin 1817. £7

The text on this page is estimated to be only 25.26% accurate

346 .''' A If A L T S E \ 3. Les théorèmes dont la vérité s'aperçoit à leur seul énoncé* , sont ce qu'on appelle des Axiomes ; et \cs problèmes dont-i 'énoncé fait sufBsam*ment comprendre de quelle manière ils doivent être résolus sont ce qu'on appelle Pétitions, Demandes ou Postulatum. Les axiomes et les demandes sont donc les bases de toute* nos connaissances j par leur secours on parvient à des théorèmes et à des problèmes : ceux-ci conduisent à d'autres qui eux-mêmes en font éclore de nouveaux » et c'est ainsi que l'édilicc des sciences s'élève peu à' peu (*) 4. Un théorème ou un problème peut résulter si prochainement, soit d'un autre théorème ou problème , antérieurement démontré ou résolu , soit d'un axiome ou éVune demande , qu'il suffise de l'énoncer a sa suite pour faire clairement apercevoir la liaison qui existe entre l'un et l'autre : un théorème ou problème qui dépend d'un autre d'une manière aussi immédiate en est dit un Corollaire. 5. Mais souvent un théorème a démontrer ou un problème à résoudre , quoique dépendant bien réellement de quelque aut»e (*) Il n'entre point dans mon sujet d'examiner de quelle manière nous parvenons à l'intelligence des axiomes et des demandes ; mais , quelque parti q*J Ton veuille prendre a leur égard ; qu'on les exprime ou qu'on le* soos-enter.de, dans les traités élémentaires ; il n'en est pas moins Vrai que tout théorème qui ne peut se réduire à un ou plusieurs axiomes est une proposition fausse ; et que tout problème qu'on ne saurait faire dépendre de quelques demandes est un problème lout-à-fail insoluble. Au surplus , parmi les axiomes , on doit aussi ranger les définirions. EHe* *e •auraient , en effet , être contestées ; car les mots) n'ayant d'eux-mêmes aucune signification , il est toujours permis d'eu fixer arbitrairement l'acception. On comprend , d'ailleurs , par la manière dont je m'exprime ici , que je n'entends parler que des définitions de nom ; mais c'est que je crois aussi qu'il . n'y en a proprement que de celte sorte , dans les sciences spéculatives. Il n'est qu'un seul cas , je crois , où les définitions ne soient poiut libres : c'est celui où se trouvent les auteurs de vocabulaires. Leur tache n'est point . eo effet d'expliquer le sens qu'ils attachent aux mots ; mais bien celui que toute une nation y attache. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.11% accurate

ET~SY!>ĩTH£sE. 347 jhéerème. ou problème déjà démontré ou résolu, n'a point avec Jui une liaison aussi apparente. Alors , pour rendre manifeste la dépendance entre l'un et l'autre , il devient nécessaire de combler ^'intervalle qui les sépare par une suite plus ou moins étendue d'autres théorèmes ou problèmes , tels qu'on puisse dire de chacun qu'il est un corollaire de celui qui le précède et qu'il a pour corollaire celui qui le suit. Il est évident , en effet , qu'au moyen de ce procédé la liaison entre les propositions extrêmes se trouvera solidement établie. C'est dans le choix tant du point de départ que des intermédiaires que consiste proprement l'art de démontrer les théorèmes et de résoudre les problèmes (*). 6. Supposons que , cette liaison étant déjà établie , il soit question 'de montrer à quelqu'un comment un théorème de la vérité duquel il doute encore se trouve dépendre d'un autre théorème qu'il a déjà admis , ou comment un problème qu'il ne sait point encore résoudre se ramène à d'autres dont il connaît déjà la solution ; il 'est clair qu'il faudra pour cela lui faire faire une revue exacte des 'intermédiaires qui lient l'un à l'autre ; et lui montrer que , dans la chaîne de ces intermédiaires, deux propositions consécutives quelconques* «ont une conséquence nécessaire l'une de l'autre (**). 1. (*) On doit remarquer ici que , dans une science , il est peu de proposition également concourir les conséquences d'une multitude d'autres propositions , dont chacune conséquemment pourrait , à son tour , être prise pour point de départ dans le raisonnement qui doit établir l'autre. De plus , le choix de la proposition de laquelle on veut partir pour parvenir à une proposition nouvelle étant fait , on peut souvent aller de l'une à l'autre par une multitude de routes diverses ; et c'est par l'effet de ces deux causes qu'un même théorème peut souvent être démontré et un même problème résolu de tant de manières différentes. L'art de choisir entre ces divers procédés de démonstration et de solution étant étranger à l'objet que je me propose ici , je ne m'y arrêterai pas. (**) Il n'est point hors de propos de remarquer que , le plus souvent , deux propositions consécutives ne sont une conséquence nécessaire l'une de l'autre

The text on this page is estimated to be only 28.08% accurate

348 A N A L I S E 7. Mais il est clair que cette revue peut être faite dans deux* sens différents ; et qu'on peut établir une vérité nouvelle soit en montrant qu'elle est une conséquence inévitable d'autres vérités déjà admises , soit en faisant voir , au contraire , qu'elle se réduit au fond à ces mêmes vérités. 8. Ces deux manières inverses de procéder ont reçu , dès la plus haute antiquité , des dénominations différentes. On a appelé Synthèse ou Méthode synthétique , le procédé par lequel on s'élève , par degrés , des vérités les plus élémentaires à celles qui le sont moins ; et on a appelé Analyse ou Méthode analytique , la méthode qui consiste , au contraire , à redescendre des vérités les plus élevées aux plus élémentaires , dans la vue de faire voir que les premières se réduisent au fond à celles-ci. Ces deux méthodes font donc parcourir la même route , mais dans des directions tout-à-fait inverses ; et elles n'ont absolument aucun avantage l'une sur l'autre , soit sous le rapport de la rigueur , soit sous celui de la brièveté. 9. Pour faire apercevoir plus clairement la marche et le caractère propre de ces deux méthodes , appliquons-les successivement aux théorèmes et aux problèmes. Soient en premier lieu $\mathbf{E}$ une vérité* à établir , $\mathbf{A}$ une vérité dont on veut la faire dépendre , et $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ les intermédiaires qu'on a choisis pour les lier l'une à l'autre. qu'en vertu de quelque autre proposition , exprimée ou sous-entendue , que l'on peut considérer comme antérieure ou collatérale de celles qui forment proprement la chaîne du raisonnement. On peut remarquer aussi qu'il n'est point généralement vrai , comme quelques métaphysiciens l'ont voulu prétendre , que les propositions dont un raisonnement se compose soient toutes équivalentes , et ne diffèrent uniquement que par l'expression. Cela arrive bien quelque fois ; mais souvent aussi , si une proposition renferme celle qui la suit , celle-ci , à son tour , ne renferme pas l'autre , parce qu'elle n'en est qu'un cas particulier. On peut , au surplus , consulter , sur tout ceci , la page 206 de ce volume. . \

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.04% accurate

ET SYNTHÈSE, La démonstration' synthétique du théorème E
aura ht forme <pc voici j > » :■■■■■■» Si A est vraie , B le sera aussi j -, : '..}
•.. "j fi ; ci. 'A ît,r* ' > ■ Si B est vraie , G le sera aussi ; Si C est vraie , D le
sera aussi ; ; ■ ■ . •,?''.-• . t '..t. il- 1 » V !» il Si D est vraie , E le sera aussi j
Or , A est vraie , Donc E l'est aussi. La démonstration analitique du m^rne
théorème ajrait , au con^ traire, la forme suivante ; ' 1 1 Eserâit vraie ; si D
T'était ; • 1 ' ' 3 1 ' ^ D serait vraie , si C l'était ; C serait vraie , si B l'était ;
B serait vraie > «i A, l'était f Or t A est vraie; ; i- . Donc E l'est aussi. * 10.
Supposons, en second lieu, qu'il 4orr question de résoudre

The text on this page is estimated to be only 19.41% accurate

350 À. N A LISE ' mu problème'; que E toit la chose qu'il s'agit de trouver, À une chose qu'on sait trouver et au moyen de laquelle on veut parvenir à l'autre ; en6n B , C , D , les choses à l'aide desquelles on s'est déterminé à établir la liâ&ofa entre ceiles.là. La solution synthétique du problème aura la forme que voici: * I • ■ * r , , . . , ... À étant connue , on peut trouver B ; * * ■ . 'i ^ è. J 4 » . - - a, B étant connue , on peut trouver C ; ^ » . . . ii- - ' é -- « C étant connue , on peut trouver D ; D étant connue , on peut trouver E ; ■ t. " i "■ Or , on sait trouver A ; '©oric on satt trouver E. Si, an contraire . .on voulait^ procéder analitiquement , il faudrait raisonner de cette autre manière : E sera connu , si l'on sait trouver D ; D sera connu , si Von sait trouver C ; C sera connu , si l'on sait trouver B ; B sera connu , loo sait trauvet A ; Or , ou sait trouver A -r Donc on «ait trouver E.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.14% accurate

ET SYNTHÈSE. S5t »! î*. Il pmlt évident , d après ces notion. , consacras depuis sringt siècles , que lorsqu'on sait bien par quels intermédiaires les ▼ ente», soit théoriques soit pratiques , sont enchaînées les unes aux autres ; on peut toujours , a volonté , dans l'exposition de ces vérités* •uivre la méthode analitique ou la méthode synthétique. Il n'est pas moins évident que rien n'est plus aisé que de rendro analitique une démonstration ou une solution synthétique , et vice venà. Enfin l'on conçoit qu'on peut même, dans l'exposition de la vérité» mélanger entre elles ces deux méthodes d'une multitude de roa«!« ttièfes diverses. Ainsi, par exemple , si A est une vérité élémentaire de, laquelle on se propose de déduire une antre vérité U , d'un ordre plua élevé , ex que K. soit une des vérités intermédiaires par les* quelle* on veut parvenir de l'une a l'autre ; on pourrai s'élever synthétiquement de A à K et descendre ensuite analitiquement de U à K; on bien on pourra descendre d'abord anaUtiquemeût de X à A , et monter ensuite synthétiquement de K à U. . 12. Il parait d«oc incontestable que l'analyse est, tout ausfri bien que la synthèse , une méthode de doctrine -, que chacune de ce* deux méthodes est de nature à se suffire a elle-même ; et qu'enfui, lorsqu'on les emploie concurremment dans un même raisonnement , il euflit, à la rigueur, que l'une d'elles parcourra tout l'espace que •l'autre n'aura pas parcouru (*). i3. Mais remarquons bien que nous n'avons encore considéré* M r ' 11 ~ (•) Toufefois , edmme nous ne saurions compter asse* sur notre attention pour être certain de ne jamais nous tromper , dana un raisonnement an peu étendu , il peut être bon , et U eu même très-convenable de vérifier , p*r Tune des deux méthode» , les résultats obtenus par l'autre s a peu près comme le calculateur s'assure , par un calcul inverse , de l'exactitude d'un premier calcul qu'il vient de terminer ; mais il ne faut pas confondre une simple mesure de précaution et de prudence , aiec ressentie de la méthode nécessaire pour parvenir k un certain résolut, et regarder cette mesure comme en faisant essenr tellement partie. '*

35a AVALISE .dans tout ce qui précède , que le cas où il s'agit d'enseigner a autrui des vérités déjà découvertes , et dont l'enchaînement est bien connu. Voyons présentement de quelle manière on devra se conduire dans le cas où , au contraire , il s'agira d'ajouter des vérités nouvelles aux vérités déjà découvertes , et d'élever ainsi , de plus en plus , l'édifice de nos connaissances. 14* Ici il se présente deux cas très-distincts ; tantôt, en effet, on n'a d'autre but que de découvrir des vérités nouvelles sans en avoir spécialement aucune en vue ; tandis que d'autres fois, au contraire , l'analogie ou le besoin nous conduit à pressentir quelque vérité dont nous désirons nous assurer, sans savoir précisément à quelle vérité antérieurement établie elle peut se rattacher , ou' à désirer la solution de quelque problème , sans connaître de quel problème déjà résolu on peut le faire dépendre. 15. Dans le premier cas, c'est-à-dire , lorsqu'on n'est mu que par le désir vague de parvenir à des vérités nouvelles , ce qu'il •y a de mieux à faire est sans doute de tirer des vérités déjà découvertes, toutes les conséquences qui pourront en être déduites, •dans l'espoir d'en rencontrer quelques-unes qui soient dignes de remarque ; c'est-à-dire qu'il faut s'abandonner alors à la méthode synthétique» Mais on conçoit que , dans ce cas même , on ne saurait se promettre des fruits précieux de cette méthode si elle n'est ■employée avec un talent convenable- Elle conduira bien , de quelque manière qu'on l'emploie , à des vérités nouvelles ; mais toutes les vérités" nouvelles ne sont point également dignes de remarque \ et il serait fort possible qu'on n'en rencontrât aucune qui valût la peine d'être remarquée. Voilà aussi , sans doute , pourquoi , dans le grand nombre de ceux qui cultiverent les sciences , il en est si peu qui leur fassent faire des progrès de quelque importance. 16. Dans le cas où , au contraire, on a besoin de s'assurer, en particulier, de la vérité -d'une certaine proposition, ou de parvenu* .à la découverte d'une chose inconnue ; on ne voit guère d'autre moyen de parvenir au but , s'il s'agit d'un théorème à démontrer , que

The text on this page is estimated to be only 25.50% accurate

ET SYNTHÈSE. 353 <|ue d'en faire passer l'énoncé par une suite de traductions de plus en plus simples , et qui soient telles que chaque énoncé nouveau , supposé vrai, entraîne la vérité de celui dont il est la traduction immédiate , en continuant ainsi , jusqu'à ce qu'on arrive à quelque proposition de la vérité de laquelle on se soit préalablement assuré. Est-il question , au contraire , de résoudre un problème ? on tentera de ramener la découverte de la chose cherchée à celle d'une autre chose , la découverte de celle-ci à celle d'une troisième , et ainsi de suite y jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une chose qu'on ait antérieurement appris à trouver ; d'où l'on voit que , dans l'un et dans l'autre cas , c'est la méthode analytique qu'il convient ici de préférer (*). Mais on conçoit qu'ici encore on pourra passer éternellement de traduction en traduction sans rencontrer sur sa route aucun théorème antérieurement démontré ou aucun problème antérieurement résolu. Ainsi , dans la découverte de la vérité , on ne saurait se promettre plus de succès de l'analyse que de la synthèse , si cet instrument de découverte n'est manié , tout comme l'autre , par une main habile et exercée. Voilà sans doute pourquoi tant de problèmes sont demeurés jusqu'ici et demeureront encore longtemps peut-être sans être résolus. 17. Dans l'exposition des vérités déjà découvertes , on tient entre ses mains la chaîne du raisonnement , et il n'est question que de la montrer à ceux qu'on enseigne , et de leur faire parcourir successivement les divers anneaux qui la composent, ce qui se peut faire d'un grand nombre de manières diverses , partie dans un sens et partie dans un autre. Mais , dans la recherche des vérités nouvelles, on n'a plus la même liberté. On ne connaît alors , en effet , que l'une des deux extrémités de cette chaîne ; et , suivant que <*) CeU Flalon qui , au rapport de Tnéon d'Alexandrie , a enseigné le-^e iox géomètres de la Grèce cette manière de raisonnement. Jom. VU. Ifi

The text on this page is estimated to be only 27.57% accurate

354 ANALISE c'est le premier ou le dernier anneau qui est connu , ' c'est la synthèse ou l'analyse qu'il faut employer. 18. Ou a comparé, avec beaucoup de vérité , ces deux méthode* a celles qu'on peut suivre dans la recherche et dans l'exposition des généalogies. Il est certain , en effet , que celui qui connaît bien une généalogie, pourra indifféremment la faire connaître aux autres en descendant sans cesse du père au fils ou en remontant sans cesse du fils au père ; mais il n'en sera plus ainsi s'il veut lui-même découvrir une généalogie qui lui est inconnue. Il est évident, en effet , que ce sera uniquement en descendant sans cesse du père au fils qu'il parviendra à connaître les descendants actuels d'un homme qui a vécu dans des temps antérieurs; tandis que ce sera au contraire en remontant sans cesse du fils au père qu'il pourra découvrir quels devaient être , à une époque éloignée , les ancêtres d'un homme vivant qu'on lui désigne. 19. Il paraît résulter clairement de ces notions que , de même que l'analyse est , tout aussi bien que la synthèse, une méthode de doctrine , la synthèse est à son tour, tout aussi bien que l'analyse , une méthode d'invention (*) ; mais , tandis que , dans l'exposition des vérités déjà découvertes , ces deux méthodes peuvent être indistinctement employées ; on est forcé , au contraire , dans la poursuite des vérités nouvelles , d'employer exclusivement l'une ou l'autre, suivant que les recherches auxquelles on se livre ont un objet vague ou qu'elles sont relatives à une question déterminée. On voit enfin que , quelle que puisse être celle de ces deux méthodes que l'on se détermine à employer , dans quelque recherche que ce soit , son usage ne saurait jamais garantir le succès. (*) Je- serait même «enté de - considérer la synthèse comme étant , plut proprement encore que l'analyse , une méthode d'invention ; tant parce qu'il n'e»t rien de ce qui a été découvert par l'analyse qui n'ait pu l'être également par la synthèse , que parce que le hasard , le plut puissant et le plus universel de tous les agents de découverte , procède toujours t^othtiliquement. ■ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.85% accurate

ET SYNTHÈSE. 355 30. Dans la doctrine que je viens de développer, j'ai employé les- mots synthèse et analyse suivant l'acception qu'on leur a uniformément et constamment donnée, jusqu'à la moitié du dix-huitième siècle (*)► C'est aussi celle qui est la plus rapprochée de rétymologic de ces deux roots (**). Mais depuis lors Condillac et les métaphysiciens de son école ont tellement embrouillé toutes ces notions qu'il n'est pas surprennant qu'on soii obligé aujourd'hui d'exposer, avec Beaucoup de soin et de détail, des notions qui auraient pu peutêtre passer pour triviales il y a environ un siècle. Examinons donc ^ et réduisons, s'il se peut, a sa juste valeur, la doctrine professée; sur l'anal ise et la Synthèse, par le chef de cette secte philosophique r dans l'ouvrage où il prétend nous donner les seuls véritables pré-» ceptes sur l'art de penser; et que ses trop dociles disciples ont cru un moment, sur sa parole, devoir produire une révolution dans l'esprit Humain. 21. Mais la doctrine de Condillac sur ce point est d'un examen d'autant plus embarrassant et plus difficile, qu'après avoir lu son livre en entier, on ne voit pas encore bien clairement ce qu'il entend proprement par analyse et par synthèse; tout ce qu'on peut en recueillir t c'est qu'il professe pour la dernière de ces deux méthodes le mépris le plus profond, et qu'il regarde l'autre, au contraire, comme la méthode unique, la méthode par excellence; et on a d'autant plus (*) Voyez, entre autres, l'Essai sur l'enseignement de M. LacIIOIX, page 234. (**) A s'en tenir à l'élymologie, le mot «\ntliisc veut dire eomposition, et le mot analyse résolution; et, sous celte acception, ce n'est guère qu'en chimie qu'ils peuvent être rigoureusement appliques; parce que ce nV»t guete qtie \i qu'on rencontre des compositions et des décompositions proprement dites, t'n chimiste qui combine des substances simples pour en former un mixie, fait proprement une opération synthétique; tandis qu'au contraire, s'il résout un mixte en ses principes, il fait une véritable analyse. Hors «le là il faut, dans l'« mj loî de ces mots, se tenir constamment en garde contre l'abus des comparaisons,, qui est une des sources d'erreurs les plus communes.

The text on this page is estimated to be only 22.33% accurate

356 AN ALI 5C lieu d'en être surpris que d'une part il considéra quelquefois ce* deux méthodes comme n'en faisant qu'une , et que d'une autre il confesse ne rien comprendre à la première. 22. On serait même fort tenté de croire que Condillac donne aux mots synthèse et analyse des acceptions tout-* - fait différentes de celles que nous avons adoptées ici (*) ; si on ne le voyait chercher l'idée qu'on doit attacher à ces mots dans la Logique de Port-Royal , qui professe , sur ce sujet , une doctrine tout-à-fait conforme à la nôtre (**). a3. Cependant Condillac nous dit sans «esse , sur l'analyse et sur la synthèse , des choses qui semblent ne pouvoir aucunement leur convenir. Suivant lui , analyser c'est tantôt observer successivement et avec ordre , et d'autres fois c'est décomposer et recomposer. Nous avons pourtant vu (8) que la synthèse , aussi bien que l'analyse , observait successivement et avec ordre ; mais nous avons vu aussi que l'art de décomposer appartenait exclusivement à l'analyse et celui de composer à la synthèse. a4« Suivant Condillac , il appartient à la synthèse de décomposer comme -de composer ; et il appartient à l'analyse de composer comme de décomposer (Part. 11 , ch. ip. VI) ; et il serait absurde, ajoute- t-U , d'imaginer qu'on pût raisonner en s 'interdisant , (•_) Soi* qu'on t'occupe de la recherche de quelques vérités nouvelles s soit qu'on veuille prouver à autrui une vérité déjà découverte , il tl'j • et il ne saurait y avoir qu'une seule méthode , disent également Hobbs et Condillac. Mais quelle est cette méthode unique î c'est la synthèse suivant Hobbes , et «'est l'analyse suivant Condillac. (•*) Pour faire comprendre la différence entre l'analyse et la synthèse , les auteurs de la Logique de Port-Royal se sont servis de deux comparaisons , dont la seconde est incomparablement plus claire que la première. Condillac cite tout justement celle-ci , et garde sur l'autre le silence le plus absolu (II.e partie, chap. VI). Il faudrait , je l'avoue , un grand fond de bon vouloir , pour voir *e quelque chose de moins qu'une insigne mauvaise foi. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.73% accurate

ET SYNTHÈSE. 357 * à son choix ; toute composition ou toute décomposition. On a vu pourtant (11) qu'on peut, à volonté , rendre synthétique un raisonnement analitique, et analitique un raisonnement synthétique ; et (12) que chacun de ces deux modes de raisonnement se suffit complètement à lui-même. 25. Condillac reconnaît (même chap.) que Tanalise et la synthèse sont deux méthodes inverses Tune de l'autre ; mais il en tire cette étrange conclusion que , si l'une d'elles est bonne , l'autre est nécessairement mauvaise. Comment donc n'a-t-U pas vu , ou plutôt, comment n'a-t-il pas voulu voir qu'on rencontre à chaque pas , dans la plupart des sciences, des méthodes tout-à-fait contraires , que l'on emploie pourtant avec un avantage à peu près égal ? Et, pour n'en citer qu'un exemple , niera-t-on que les deux fameuses expériences par lesquelles on prouve que l'eau n'est point une substance simple ne «oient également concluantes , et que chacune d'elles ne mette, à elle seule, cette vérité dans tout son jour? 26. Suivant CondiHac (Part. II , chap. VIII) , toutes les questions, sont également faciles , lorsqu'on a les données suffisantes pour les résoudre ; mais , à ce compte , pourquoi donc les efforts réunis des plus grands géomètres n'ont-ils pu encore, par exemple, triompher des difficultés que présente la résolution des équations du 5.TM* degré? Sont- ce là les données qui manquent? non sans doute; mais c'est que , comme nous l'avons déjà fait voir (19) , ni Vanalise ni la synthèse ne sont et ne sauraient être des méthodes infaillibles. 27. Condillac attribue, avec raison , à Tanalise (Part. II, chap. VII) les immenses progrès qu'ont fait les sciences mathématiques dans ces derniers temps ; mais d'abord , s'il regarde comme synthétiques les méthodes suivies par les géomètres de l'antiquité , il faudra reconnaître que , si la marche de la synthèse est plus lente que celle de Vanalise, elle est tout au moins aussi sûre , et très-certainement plus lumineuse. Si même on considère que nous n'avons fait que continuer ce que les anciens ont commencé , et qu'en toutes choses les premiers pas sont toujours les plus difficiles, eu

The text on this page is estimated to be only 19.93% accurate

356 ANALIS E sera, tenté d'accorder la préférence à la synthèse t
«foi a fait faïraaux géomètres 4e l'antiquité tant de difficiles- découvertes.
38. Mais il y a > dans tout ceci r une équivoque qu'il est d'abord nécessaire
de lever. Ce qu'on appelle vulgairement algèbre se compose de deux parties
tout-à-fait distinctes : l'une enseigne à «our mettre au calcul les grandeurs
indéterminées, tandis que l'autre se borne à enseigner, à résoudre des
problèmes à l'aide des équations. Celte dernière partie a été la première
inventée , et on lui a donné le nom à! analyse algébrique , parce que les
procédés sont en tout semblables à ceux de l'analyse logique. L'autre partie
de l'algèbre , au contraire y n'ayant été créée que peu à peu , on n'a pas
songé à lui donner un nom- particulier ; on l'a regardée simplement comme '
une sorte de perfectionnement accessoire de l'analyse algébrique , dont elle a
continué à ponservc,r le nom ; et c'est ainsi qu'en mathématiques les mots
algèbre et analyse ont long-temps été réputés , et sont encore regardés
aujourd'hui l par beaucoup de gens , comme exactement synonymes. Par
opposition , les géomètres ont appelé synthétique toufe méthode
mathématique dans laquelle on parvient, à son. but sans faire aucun usage
des symboles algébriques. 39. Mais , si l'on veut conserver aux mots
synthèse et analyse l'acception universellement admise , on sera forcé de
reconnaître que ce qu'on appelle vulgairement en mathématiques algèbre ou
analyse se compose de deux parties essentiellement distinctes, qui sont l'art
de calculer les grandeurs indéterminées et l'art de résoudre }cs problèmes à
l'aide des équations. La première de ces deux parties , plus synthétique
qu'analytique t pourra conserver le nom d'algèbre (*); j. . •; . •- , ' ■ 4fi 4| • H
t * ■ ■ * ' « -4 » (•) On comprend assez par la que je ne pense pas qu'il soit
nécessaire, ni m<vme rotivehablc de commencer un li aile d'aigre par la
résolution analilique d'un .problème ; parce que ce n'est point en cela
proprement que l'algèbre corniste. Je, ne , la , fais pas même consister dan»
l'emploi des signes indicateurs des opérations; signes qoi lui sont, il la vérité
, . indispero^blernent nécessaire*) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.95% accurate

ET SYNTHESE. 359 et l'on donnera , si l'on veut , à l'autre , le nom banalise algèbre ; quoique dans le fait cette analyse soit purement arithmétique , du moment que les seules inconnues sont représentées par des lettres. Il sera nécessaire de reconnaître aussi qu'on fait très-souvent de la synthèse en algèbre, même en employant les équations; tandis que des recherches de géométrie pure sont, le plus souvent, conduites par l'analyse , ainsi qu'un examen attentif des ouvrages tant des géomètres de l'antiquité que de ceux d'entre les modernes qui ont marché sur leurs traces, le prouve victorieusement. 3o. Condillac dit encore que les langues sont des méthodes analytiques ; que toute science se réduit à une langue bien faite ; et que c'est parce que l'algèbre est une langue de cette nature , et même une langue qu'on ne pouvait mal faire , que son usage a si puissamment contribué au progrès des sciences mathématiques ; d'où il tire cette conséquence que , pour parvenir , dans toutes les autres sciences, à la certitude rigoureuse que personne ne conteste à celle-là , il ne s'agit uniquement que d'en refaire la langue. .!■■■[■ . . . ' i . *""*•.- ' | % > - • r..i mais qui ne lui appartiennent pas plus qu'à l'arithmétique , dans laquelle je pense même qu'on ferait fort bien de Je» introduire généralement. Cette algèbre; que j'appellerais plus volontiers calcul algorithmique , réside essentiellement < lant In représentation des grandeurs par des symboles indéterminés. Je sais bien qu'on m'objectera que je m'écarte ici de la marche régulièrement suivie par les inventeurs ; et que l'invention de ce que j'appelle exclusivement algèbre est bien postérieure à l'analyse de Diophante ; mais cette objection ne m'arrêtera ; parce que je ne pense pas qu'il soit le moins du monde nécessaire « de se conformer dans l'exposition de quelque doctrine que ce puisse être à l'ordre chronologique des découvertes. Il est sans doute d'une haute importance de s'assujettir, dans l'enseignement des sciences, à l'esprit d'invention (mais comme une même science pouvait , suivant les circonstances et la variété des esprits , être inventée d'une multitude de manière* diverses; celui qui veut en développer les principes doit choisir, entre toutes les manière* de l'inventer , celle qui peut le mieux se concilier avec l'ordre et la symétrie , et en rendre l'étude aisée et profitable.

The text on this page is estimated to be only 24.47% accurate

360 ANAtiSE 3r. Mais d'abord , comme , excepté les noms propres et ceux des idées simples , tous les mots de nos langues expriment des collections, des combinaisons d'idées, que nous avons nous-mêmes formées avec des idées simples ; on serait tout aussi bien fondé à regarder les langues comme des méthodes synthétiques qu'à les envisager comme des méthodes analitiques. Quoi qu'il en puisse être d'ailleurs , ces langues sont bien réellement des méthodes , et même des méthodes extrêmement précieuses ; mais dont le caractère essentiel et distinctif consiste à remplacer les objets de nos pensées par des signes purement arbitraires et conventionnels , n'ayant avec eux aucune liaison nécessaire ; et , comme on en use de même en algèbre , il est très-vrai de dire que l'algèbre est aussi une langue ; mais , puisque cette langue s'est perfectionnée peu à peu , et se perfectionne même encore tous les jours, il s'ensuit qu'il est faux de dire qu'on ne pouvait la mal faire. Si, en effet, il en était ainsi , elle aurait dû recevoir d'un premier jet toute la perfection dont elle est susceptible. 32. A la- vérité, si , dès l'origine, l'algèbre n'a point été et n'a point pu être une langue parfaite , elle n'en a pas moins été une langue exacte et rigoureuse ; mais , prétendre que c'est à l'exactitude de cette langue que tient la rigueur des vérités mathématiques, c'est , ce nous semble , prendre l'effet pour la cause et vice versa. Si, en effet, on a pu rendre, dès l'origine, la langue algébrique tout-à-fait rigoureuse ; c'est que cette langue n'avait à exprimer que des objets et des rapports abstraits , tout à-fait simples et nettement circonscrits. Aussi raisonnait-on déjà très-rigoureusement sur ces objets , au moyen de la langue vulgaire , bien avant l'invention de celle-là , qui n'a fait que rendre les raisonnemens plus aisés , en les rendant plus concis , et en les ramenant à des règles presque mécaniques. 33. Loin donc que l'extrême rigueur que personne n'a jamais songé à contester aux sciences mathématiques ait sa cause dans la perfection du langage de ces sciences ; il y a beaucoup plus d'apparence que c'est au contraire à cause de l'extrême simplicité des objets Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.93% accurate

ET SYNTHÈSE. 36i objet» auxquels ces sciences sont relatives , qu'on a pu parvenir à donner tant de précision à la langue qui en exprime la nature et les propriétés. Mais , du moment que nous voudrions porter nos méditations sur d'autres objets moins simples et moins abstraits , sur des objets réels existant hors de nous , et dont nous ne pouvons apercevoir que les propriétés les plus apparentes , nous aurons beau faire et refaire la langue , nous aurons beau recourir à tout autre expédient quelconque ; nous n'atteindrons jamais à une rigueur comparable à celle qu'on rencontre dans les sciences mathématiques (*). 34. Condillac enfin répète , presque à chaque page de sa logique , qu'on ne peut aller que du connu à l'inconnu ; s'il veut dire par là qu'il faut nous prendre à ce que nous savons pour nous conduire à ce que nous ne savons pas encore ; c'est très-certainement une grande vérité , mais qui , par là même était à peu près inutile à dire (*•) : Apollonius comme Euler , Archimède comme Lagrange, (*) On a voulu , il y a une trentaine d'années , suivant le précepte de Condillac , refaire la langue de la chimie ; mais c'est le progrès de la science qui avait précédé et amené cette réforme : a-t-elle rendu cette science plus rigoureuse ? Non, sans doute j des découvertes postérieures ont montré que la nouvelle langue avait été mal faite , sous beaucoup de rapports ; et les chimistes d'aujourd'hui mettent une partie de leur soin à corriger le travail de leurs prédécesseurs , en attendant que les chimistes à venir leur rendent à eux-mêmes, un semblable service. Qu'en faut-il conclure ? C'est que le progrès de la science n'est pas tant l'effet que la cause du perfectionnement de la langue qui lui est propre. La bonne composition de la langue d'une science peut sans doute contribuer puissamment à en faciliter l'étude , tout comme , en mathématiques, des notations bien appropriées à la question dont on s'occupe , en font plus aisément rencontrer la solution ; mais , de même qu'en algèbre , on peut calculer exactement avec des notations mal choisies ; il est possible également , lorsque la nature des objets le permet , de raisonner rigoureusement avec une langue très-imparfaite j et les travaux « anciens géomètres en offrent une preuve manifeste. Il faut pourtant la répéter aux grammairiens , aux praticiens qui écrivent Tom. VU. 49 1

The text on this page is estimated to be only 25.02% accurate

3Ga ANALISE n'ont jamais prétendu nous instruire par une autre vole. Mais; comme Condillac dit quelque part que l'analyse commence toujours bien , tandis que la synthèse commence toujours mal ; on est fondé à soupçonner qu'il pense que l'analyse seule va du connu à l'inconnu , tandis qu'au contraire la synthèse va de l'inconnu au connu. 35. La vérité est pourtant que c'est précisément l'inverse ; que , s'il est une méthode de laquelle on puisse dire, en quelque sorte, qu'elle va de l'inconnu au connu , c'est tout justement l'analyse , tandis que la synthèse , au contraire , procède constamment du connu à l'inconnu. Cette dernière méthodo , en effet , comme nous l'avons déjà remarqué (8), s'élève peu à peu des vérités les plus simples et les plus populaires aux plus sublimes conceptions auxquelles il soit possible à l'esprit humain de parvenir j tandis que l'autre , au contraire , redescend par degrés de celles-ci aux notions triviales dans lesquelles toute proposition vraie doit se résoudre en effet. 36. La seule manière de faire de la logique de Condillac un ouvrage raisonnable serait , à ce qu'il nous paraît , d'y remplacer partout les roots analyse et synthèse , par ces expressions : bonno méthode et mauvaise méthode ; mais, par cette substitution même f on en ferait un ouvrage tout-à-fait inutile ; puisqu'il se réduirait à dire quo , dans toutes recherches , il faut soigneusement s'attacher aux bonnes méthodes , et éviter les mauvaises ; ce que personne jusqu'ici n'a probablement encore songé à contester. 37. Pious désirons bien sincèrement que ces réflexions puissent contribuer à détruire l'illusion et l'espèce d'engouement peu philosophique qu'a produit , dans sa nouveauté , la logique de Condillac j sur la musique , aux arpenteurs quî écrivent mr la géomeirie , et aux négocia m cl financiers qui écrivent sur ïariihmetique. Tou« < * « gen »-la , dane leurs ouvrage», supposent d'ordinaire lo lecteur très au courant de ce qu'il» te proposent do lui apprendre. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.19% accurate

ET SYNTHÈSE. 363 engouement que le talent supérieur de quelques-uns des disciples de ce métaphysicien célèbre, beaucoup plus que le mérite intrinsèque de sa doctrine, à contribué à entretenir. Peut-être se convaincrat-on, en lisant ceci, que Condillac n'en point un grand aussi sûr et aussi utile qu'il a l'air de l'insinuer dans le dernier chapitre de son ouvrage; et que, parmi les philosophes qui l'ont précédé, et qu'il traite avec un dédain si superbe, il en est qui ont vu, avant lui, et peut-être mieux que lui, en quoi consiste réellement tout l'artifice du raisonnement. Puisse-t-on aussi se dégoûter enfin de la manie d'employer le mot analyse en toutes rencontres, sans aucune sorte de discernement 38. Dans le premier chapitre d'un ouvrage très-recommandable, sous beaucoup de rapports (**); M. Carnot a exposé, sur l'analyse (<•) Aujourd'hui, le métaphysicien qui divise un sujet compliqué en ses parties et celui qui forme de groupes d'idées auxquels il impose des noms, regardent également des opérations si différentes comme des analyses. Le commentateur qui développe longuement le texte d'un livre, et l'abréviateur qui, dans un cadre restreint, nous en offre la substance, prétendent l'un et l'autre l'avoir analysé. Le naturaliste qui décrit une plante ou un insecte, tel que la nature l'offre à nos regards, et le chimiste qui, après en avoir détruit l'organisation, en met à nu les principes constitutifs, sont également réputés avoir fait une analyse. On analyse des pièces de théâtre, des procès, des arrêts, etc. On flatte l'amour-propre d'un homme en disant de lui qu'il a l'esprit analysé; et un auteur qui veut attirer sur son ouvrage les regards et l'attention du public, ne manque guère d'y écrire en tête: Traité analytique. Certes, si les mots sont autant de signes institués pour différencier et distinguer nos idées les unes des autres, je ne vois pas ce qu'on peut gagner à tout appeler du même nom? Et quand même on voudrait s'abstenir d'analyser quelque chose d'analytique dans tous les actes de notre intelligence; on ne serait pas mal fondé à les désigner tous par la dénomination commune d'analyse que pourrait l'être un bibliothécaire à n'écrire uniquement que le mot /»Vre au dos de chacun de nombreux volumes d'un vaste dépôt littéraire qui serait commis à sa surveillance. <") Géométrie de position, in.4.0, Paris, 1803, pages 9 et suivantes.

The text on this page is estimated to be only 27.12% accurate

364 A N A L I S E et sur la synthèse , une doctrine qui lui est propre / et qui n'a pas plus d'analogie avec celle de Condillac qu'avec la notre. Pour ne rien laisser à désirer sur le sujet qui nous occupe , nous croyons devoir , en terminant , faire quelques réflexions sur cette doctrine. Mais ici du moins nous ne rencontrerons pas des embarras pareils à ceux que nous a donné l'examen des principes de Condillac ; M. Carnot , dans l'ouvrage cité, expose sa doctrine de la manière la plus franche et la plus lumineuse. 3g. Mais cet illustre géomètre semble ignorer , dès l'abord , ce que pourtant , nous en sommes bien sûrs , il sait tout aussi bien, que nous. Nous voulons dire qu'il semble croire que les mots synthèse et analyse ont une signification intrinsèque, tout-a-fait indépendante des conventions humaines , et il a l'air de vouloir chercher quelle peut être cette signification (*). Qu'on se détermine à donner à telle méthode le nom d'analyse , et à telle autre le nom de synthèse; rien de plus libre et de plus légitime sans doute; mais se demander sérieusement ce que c'est que la synthèse et ce que c'est que l'analyse, c'est , ce nous semble , une question à laquelle il est impossible de faire une réponse raisonnable. 4o. Pour établir sa doctrine , M. Carnot pose d'abord en principe que l'analyse doit être une méthode très-différente de la synthèse ; qu'elle doit lui être de beaucoup supérieure ; et qu'enfin elle doit être en entier l'ouvrage des modernes. Mais on ne conçoit pas trop sur quel fondement il a pu appuyer ces assertions. Il est certain du moins que les anciens employaient une manière de raisonner qu'a tort ou à raison ils avaient appelée analyse ; et si l'école de Condillac a considéré l'analyse comme une invention moderne , « (•) Cette erreur , uès-firéqueae chez les philosophes , par «h «voir sa source dans l'habitude où l'on est d'admettre des définitions de choses. Si l'on se persuadait bien qu'il n'y « réellement , dans les sciences abstraites , que des définition* de noms , on éviterait bien des embarras et bien des erreurs* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.18% accurate

ET SYNTHÈSE. 365 Vira supérieure l la synthèse ; en verra bientôt que l'analyse de Condillac n'a absolument rien de commun avec celle de M. Carnot , dont Condillac ne pouvait même avoir aucune idée. 4t. Ces principes une fois posés , M. Carnot passe successivement en »rvue toutes les diverses idées qu'en pourrait se former de l'an alise ; il observe d'abord , avec beaucoup de fondement , à ce qu'il nous paraît , que l'analyse ne saurait consister dans l'emploi des signes abrégatifs ; puisqu'alors , par exemple , l'écriture sténographique devrait être réputée un procédé analitique. Nous ajouterons qu'il en devrait être de même des formes elliptiques si souvent employées dans le discours. Il est certain , en effet , que , quelque inappréciable que soit l'avantage des signes abrégés; le plus ou le moins de brièveté des symboles par lesquels nous représentons nos pensées ne saurait constituer une différence de méthodes , lorsque d'ailleurs il n'y a rien de changé dans la forme du raisonnement 4». M. Carr,ot ne dit rien de l'emploi des caractères généraux; laissant aux grandeurs toute leur indétermination ; mais nous suppléerons à son silence sur ce point en observant que , dans la substitution de ces caractères aux symboles des quantités déterminées , il n'y a simplement que l'objet du raisonnement qui change ; et que conséquemment , si le raisonnement demeure d'ailleurs le même , il n'y a point encore là un changement de méthode. 43. M. Carnot examine enfin l'opinion qui fait consister l'analyse et la synthèse dans les deux sens , inverses l'un de l'autre , suivant lesquels on peut passer en revue la série des intermédiaires au moyen desquels on lie le connu à l'inconnu ; et il ne croit pas cette opinion plus fondée que les précédentes. U eu donne deux raisons principales ; la première, c'est qu'en adoptant celte opinion, les modernes ne pourraient s'attribuer l'invention de l'analyse; la seconde , c'est qu'on ne trouverait pas là une raison suffisante de l'immense supériorité de l'analyse sur la synthèse. 44- Mais d'abord , on ne voit pas bien clairement pourquoi l'analyse devrait être une méthode telle qu'on n'en pat attribuer l'invention

The text on this page is estimated to be only 22.98% accurate

366 ANAMSE qu'aux modernes. Ce sont eux , à la vérité , qui ont généralisé , étendu et perfectionne l'application de ce que les anciens appelaient analyse à la résolution des problèmes, application dont Diophante leur avait offert le premier, exemple, en réduisant en algorithme l'analyse logique de Platon. Mais c'est moins l'invention d'un dgo» rithme que la manière dont on en fait usage , qui constitue une méthode; tout comme ce n'est pas le choix des caractères ou de* sons qui constitue une langue parlée ou écrite. 45. On ne voit pas davantage pourquoi il serait nécessaire que la méthode à laquelle on se déterminerait à donner le nom d'analyse eût une supériorité marquée sur celle qu'on appellerait synthèse | et il suffirait, certes, bien que ces deux méthodes différassent , soit dans le but soit dans les moyens , pour justifier la différence des dénominations qu'on leur aurait données ; or, c'est ce qui a lieu» en effe^ ,, lorsqu'on entend les mots-synthèse et analyse suivant l'acception que nous leur avons données au commencement de cet article. 46. M. Caroot paraît n'avoir envisagé la ' synthèse et l'analyse des anciens que sous l'unique point de vue de l'enseignement des vérités déjà découvertes, et il est bien certain qu'alors , en effet 8), elles n'ont absolument aucune sorte d'avantage l'une sur l'autre , et sont; dans chaque cas particulier , tout aussi propres l'une que l'autre k conduire au but auquel tin veut atteindre. Mais il n'en est plus dé même (17) lorsqu'il ; s'agit de découvrir des vérité* nouvelles ; et il est, certes; bien permis de regarder alors comme méthodes différentes deux méthodes qu'on ne peut employer indistinctement et entre , lesquelles oa ne peut se permettre de faire arbitrairement un choix, il est très-vrai que , dans ce cas, comm* dans celui où il s'agit d'exposer dés. vérités déjà découvertes , l'une des deux méthodes" n'a «aucune supériorité sur l'autre; mais encore un coup, rien ne nécessite cette supériorité ,* ce sont ici deux instrumens également nécessaires , et que l'inventeur doit employer tour-à-tour, suivant; les circonstance» dan» lesquelles il ! se trouve. , 47. M., Çarnot ?yw^ ainsi passé en revue tout ce qu'on a ptf Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.86% accurate

ET -SYNTHÈSE. S67 appeler analyse , et ne découvrant, dans tout cela, rien de conforme A l'idée qu'il s'est formée de cette méthode , se demande enfin que! peut donc être le caractère propre de l'analyse ; et il croit le rencontrer dans l'emploi des formes algébriques inintelligibles par elles-mêmes et dans l'application du calcul à ces espèces de symboles hiéroglyphiques. On sait d'ailleurs qu'il appelle ainsi les quantités négatives isolées , et toutes les expressions algébriques auxquelles elles peuvent donner naissance , telles que sont en particulier les expressions imaginaires. Suivant donc la doctrine de M. Carnot ,-soit qu'on cherche la vérité , soit qu'on veuille la montrer à autrui, soit qu'on parle la langue vulgaire ou qu'on emploie les symboles algébriques ; soit enfin qu'on s'élève des vérités premières à d'autres vérités d'un ordre supérieur ou qu'on redescende de celles-ci aux vérités simples, on procédera symboliquement toutes les fois qu'on ne perdra pas son objet de vue et que les intermédiaires dont on fera usage seront des êtres réels tout-à- fait concevables pour l'intelligence et dénature à pouvoir être montrés , ainsi qu'il arrive constamment dans la géométrie élémentaire et très-fréquemment en algèbre ; mais lorsque , au contraire , dans la chaîne des intermédiaires auxquels on aura eu recours pour lier deux vérités l'une à l'autre , il s'en trouvera un ou plusieurs, non susceptibles d'être conçus par l'esprit, et tout-à-fait inintelligibles pour lui , la méthode sera dès-lors analytique. D'ailleurs , une fois que , par cette méthode , on sera parvenu au but qu'on se proposait d'atteindre , on pourra , le plus souvent , quoiqu'avec moins de brièveté , substituer à la chaîne analytique un» chaîne absolument synthétique ; et c'est probablement , suivant M. Carnot , ce que Newton a fait dans ses Principes; et c'est ce que nous faisons souvent nous-mêmes , lorsque nous voulons mettre les hautes théories mathématiques à la portée des hommes peu versés* dans la science du calcul. 48. Telle est , en substance , la doctrine de M. Carnot , sur l'analyse et sur la synthèse ; mais d'abord on peut se demander s'il est bien vrai que les quantités négatives isolées et toutes les expressions qui

The text on this page is estimated to be only 29.26% accurate

368 ANAL I SE en naissent ; soient aussi inintelligibles qu'il le prétend ? Nous croyons du moins avoir prouvé ailleurs (*) qu'on pouvait envisager la théorie des quantités négatives de manière à faire de ces quantités des êtres tout aussi intelligibles que peuvent l'être les quantités positives j «t nous avons prouvé en même temps que , si Ton voulait regarder les quantités négatives isolées comme de simples formes algébriques r il fallait, pour être conséquent , ranger dans la même catégorie le» quantités fractionnaires et , à plus forte raison , les incommensurables» En outre , quelques tentatives qui ont été faites dans ces derniers temps (**) , permettent tout au moins de douter si les imaginaires sont des êtres aussi inintelligibles qu'on l'avait cru jusqu'ici : or , il paraît peu convenable , à ce qu'il nous semble du moins , de fonder une doctrine sur une distinction contestée , et qui pourrait» à la rigueur, être tout-à-fait illusoire. 4q» Admettons cependant que cette distinction soit aussi réelle qu'elle peut ne l'être pas; supposons , pour un moment , qu'il y ait, en effet , des formes algébriques tout-à-fait et à jamais inintelligibles par elles-mêmes. Gomme il est toujours permis d'attacher à chacun des mots d'une langue une signification quelconque , et même de changer leur acception vulgaire , pour leur en' donner une autre tout-à-faitdifférente ; en appelant synthétique toute recherche dans laquelle on ne fait aucun usage des formes algébriques , et analitiques les recherches où , au contraire , on les met en oeuvre ; quelque loin qu'il se soit, d'ailleurs placé des étymologies , M. Carnot n'aura fait qu'user d'un droit tout-à fait incontestable. Mais aura-t-il fait convenablement d'user de ce droit , et surtout d'en user comme il Va fait ; et ne se sera-t-il pas même mis ainsi dans une sorte d'opposition avec ses principes ? Voilà ce qu'il uous reste présentement à. examiner. <•) Voyez ta page 6 du IV volume dé ce recueil. (•*) Voyei les pages 61 , |33 , aaa cl 364 éi» IV.e volume d« ce recueil, •» 1» page 197 du 5o. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.86% accurate

ET SYNTHÈSE. 3G9 50. Lorsque des méthodes ont reçu des noms depuis- long-temps , et que d autres, au contraire , n'ont point encore tte qualifiées; il est certainement bien permis , en toute rigueur , de dépouiller les premières de leurs dénominations pour les transporter aux dernières ; cependant , comme enfin il faut pouvoir dans le discours désigner les unes tout aussi bien que les autres , U deviendra nécessaire de remplacer pour les premières , par des dénominations nouvelles , les dénominations qu'on leur aura ainsi enlevées. M«is alors ne serait-il pas revenu au même dans le fond , et n'aurait-il pas été beaucoup plus raisonnable d'appliquer de suite ces dénominations nouvelles aux dernières méthodes, et de conserver aux premières des dénominations consacrées par un long usage , et tout-à-fait d'accord avec l'élymologie ? Cela devient plus important encore , lorsq-e ces dénominations sont en usage dans diverses sciences qui peuvent ne pas s'accommoder toutes également bien de cette transposition de noms (*). 51. Pour que deux méthodes puissent être réputées l'une synthétique et l'autre analitique , M Carnot exige que ces méthodes soient essentiellement différente*; cependant il résulterait de ses idées sur l'analyse et sur la synthèse qu'une même opération serait tantôt analitique et tantôt synthétique , suivant le rapport de grandeur drs quantités soumises au calcul ; et que même lorsqu'on opérerait sur des symboles généraux ou indéterminés , on ne pourrait point dire , après l'opération terminée , quel procédé on a suivi ; puisque ce ne serait que par des applications numériques qu'on pourrait savoir si, dans le cours du calcul on a ou on n'a pas passé par des lormes algébriques. (*) Il est évident , pnr exemple que , si l'on se détermine avec M. Carnot , A consacrer exclusivement les mots analise et synlhèsc à désigner l'emploi et le nonusage des formes algébriques, il fau Ira nécciss'. entent bannir ces mois de l» langue de U chimie , puisque la il n'y a et il ne saurait y nvoir des forw» algébriques. 11 est douteux que les chimistes se prêtent volontiers à cet arrangement. lomt Fil. 5o

The text on this page is estimated to be only 29.77% accurate

370 ANALISE Or , de quelle importance peut-il être de qualifier par deux dénominations différentes un procédé unique , suivant que les objets auxquels on l'applique ont entre eux tel ou tel autre rapport de grandeur? 5a. Nous comparerions volontiers M. Garnot à un étranger qui , habitant la France depuis peu de temps , et ne connaissant pas encore bien exactement la valeur des mots de la langue française , se serait proposé de deviner de lui-même , par la seule fréquentation du monde , la véritable signification des mots synthèse et analyse. Cet étranger , en effet , aurait pu raisonner à peu près comme il suit : « J'entends parler de toutes parts de l'extrême » supériorité de l'analyse sur la synthèse , et lui attribuer les immenses progrès qu'ont fait les sciences exactes dans ces derniers » temps. J'entends dire aussi que l'analyse est une invention toute » moderne ; que les anciens géomètres n'ont procédé que synthétiquement ; que Newton lui-même n'a point procédé dans ses » Principes d'une manière différente ; et que c'est sur-tout entre les mains des Clairaut , des Euler , des D'Alembert , des Lagrange et des Laplace que l'analyse a reçu un accroissement si prodigieux. » Je compare donc les écrits des anciens, et même ceux de Newton * aux productions de ces illustres modernes , et je m'aperçois que , » tandis que ces derniers me mènent à la vérité à travers une » multitude de symboles hiéroglyphiques intelligibles pour mon » esprit, que tandis qu'ils perdent long-temps leur objet de vue, j> pour s'occuper exclusivement de ces symboles , et des diverses >. combinaisons dont ils peuvent être susceptibles , les autres , au » contraire , n'abandonnent jamais leur objet , et ne m'en montrent » jamais que des transformations et combinaisons réalisables , et que mon » esprit peut concevoir; mais je vois , en même temps que, tandis que * la marche de ceux-ci a quelque chose de traînant et d'embarrassé, » celle des autres, au contraire , quoique moins lumineuse , est incomparablement » plus rapide , et qu'elle est susceptible de s'élever à » des hauteurs où l'autre ne saurait que très-difficilement atteindre ;

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.29% accurate

ET SYNTHÈSE. 37i » je me trouve donc fondé à soupçonner , avec beaucoup de vrai» semblance , que c'est principalement l'emploi ou le non-usage >» des symboles hiéroglyphiques , des formes algébriques inintelligibles , » qui constitue la différence entre l'analyse et la synthèse ». 53. Mais notre étranger aurait pu tout aussi Lien raisonner ainsi ; * Je vois chez les modernes un algorithme tout-à-fait inconnu aux anciens ; mais j'aperçois en même temps que cet algorithme n.e » présente qu'une traduction abrégée de la manière de raisonner et » de découvrir la vérité que Platon avait enseignée à ceux-ci, et » que son principal avantage est seulement de réduire le raisonnement > à des procédés sûrs et purement mécaniques ; ce qui a permis à * un plus grand nombre d'hommes de s'occuper des spéculations > mathématiques , d'en perfectionner l'instrument , et de les pousser » plus avant ; je rencontre en outre parmi les inventions des modernes l'usage de représenter les grandeurs par des symboles généraux et indéterminés ; j'y rencontre aussi les méthodes différentielles » et intégrales ; et je suis fondé à croire que c'est à l'ensemble de » toutes ces diverses ressources que les modernes doivent leur supériorité en mathématiques. Je sais d'ailleurs fort bien que tous ceux » qui parlent la même langue n'attachent pas constamment les » mêmes idées aux mêmes mots , que quelquefois même ils négligent » d'en faire un usage exactement conforme aux idées qu'il y attachent , » et qu'enfin , par répugnance pour les mots nouveaux , ils emploient » souvent un même mot sous des acceptions diverses. Il est donc » possible et même fort probable que , donnant au tout le nom de la partie , ils auront , par abus de langage , compris sous la » dénomination commune d'analyse l'ensemble des moyens qu'ils ont » créés pour perfectionner les sciences exactes ; mais il s'en suivra » uniquement qu'en s'exprimant ainsi , ils s'expriment d'une manière « peu rigoureuse , *t que l'analyse et la synthèse , proprement dites , » n'en demeurent pas moins, suivant l'étymologie , ce qu'elles étaient » au temps de Platon ». 54. Nous n'avons pas besoin d'observer , au surplus , que les

The text on this page is estimated to be only 25.80% accurate

37a ANALYSE ET SYNTHÈSE. Idées de M. Carnot sur l'analyse et sur la synthèse ne sont pas mieux d'accord avec celles de Condillac qu'avec les nôtres. Si on les adoptait, la qualification de méthode ténébreuse que Condillac donne, on ne sait pourquoi, à la synthèse, conviendrait incomparablement mieux à l'analyse. Mais, une méthode, tout comme une route souterraine, peut être ténébreuse, peut fort bien, malgré cela, n'en être pas moins sûre, et c'est là, en effet, le cas de l'analyse, dans le sens que M. Carnot attache à cette expression. 55. C'est sans doute une très-heureuse témérité, de la part des géomètres, que d'avoir osé soumettre au calcul certaines expressions dont ils ne pouvaient eux-mêmes avoir une idée bien nette à l'époque où ils se sont déterminés à en faire usage; et cette témérité a puissamment contribué au progrès de l'analyse. Rien ne s'oppose certainement à ce qu'on caractérise l'usage de ces expressions par une dénomination particulière; mais il nous paraît, encore un coup, souverainement raisonnable de conserver aux mots synthèse et analyse une signification à la fois conforme à l'étymologie et consacrée par un long usage. On ne pourrait d'ailleurs leur donner une nouvelle destination, qu'en les remplaçant, dans la langue, par d'autres mots qui, avec quelque soin qu'on les choisisse, aurait longtemps contre eux la défaveur dont nous frappons constamment tout ce qui s'écarte de nos habitudes. .: , . ■ . . .

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.35% accurate

QUESTIONS RESOLUES. 373 ? — * ■ i * 9*0 QUESTIONS
RÉSOLUES. Ébauche de solution du problème de géométrie proposé, ? . à
la page 128 </e ce 7*ec«etf ; : 1 . 'j. r Par un Abonné. Énoncé. Démontrer
que , quelles que soient la nature et la situation respective de deux sections
coniques , tracées sur un même plan , il est toujours permis de considérer
leur système comme la perspective du système de deux cercles , tracés sur
un autre plan ? Déterminer , en outre , toutes les diverses situations de tyil
qui donnent , en ejfel , le système de deux cercles pour perspective de ces
deux courbes ? Solution. Tout se réduit évidemment à trouve^ . iLeux cônes
de même sommet , ayant ces deux courbes pour bases , et qui soient tels que
leurs actions , par un même plan , convcnablement dirigé , soient deux
cercles. ;,, Soient pris des plans coordonnés rectangulaires ; et supposons .
que)c plan des xy soil celui des deux courbes doip,t, ,il> #'ag^t_ ; soient a 9
£ , f les coordonnées du sommet commun de deux cônes.

The text on this page is estimated to be only 19.10% accurate

3^{tf} QUESTIONS ayant ces courbes pour bases. Si un même plan peut couper ces cônes suivant deux cercles, il devra en être de même de tout autre plan parallèle à celui-ci ; d'où il suit qu'il est toujours permis de supposer que le plan coupant passe par l'origine. Soit donc prise pour équation de ce plan coupant « $x = p + 9i$; (0 Soient «, fi, y les coordonnées du centre du cercle résultant de la section de l'un des deux cônes par ce plan ; on devra avoir $x = p + 9r$ (a) Si ensuite on désigne par r le rayon de ce cercle, il se trouvera être l'intersection du plan (i) avec la sphère ayant pour équation Cela posé, soient (x, y, z) , (x', y', z') les équations d'une droite quelconque passant par le sommet du cône combinant ces équations avec l'équation (x), on trouvera, peu à peu les coordonnées de l'intersection de la droite (4) et du plan (i),

The text on this page is estimated to be only 15.75% accurate

RÉSOLUES. 375 yr — pa—çb e—<pa — <jb l—-pm—qn (5) SI
donc on veut que la droite (4) soit une génératrice du cône ; il faudra que
ce? coordonnées satisfassent k l'équation qc la sphère (3) ; ce qui donnera
ou , en développant et rassemblant les termes de même nature ou encore !
(*-• #)"+'— *),--r,Ki -pm-fny ■ ■

The text on this page is estimated to be only 17.18% accurate

376 QUESTIONS Telle est donc la relation qui doit exister entre m et n pour que les équations (4) appartiennent à une génératrice du premier de* deux cônes. On obtiendra donc l'équation de ce premier cône, en éliminant n et n de l'équation (6), au moyen des équations (4) i ce donnera, en chassant les dénominateurs, $\bullet + 'j \sim pa - qb) \% x - oy + tr - K + ^ - cy^o$. (7> En faisant $z=0$, dans cette équation, on trouvera, pour l'intersection du crtue avec le plan des xy on en développant, ordonnant et ayant égard a l'équation (a) \ «n vertu de laquelle Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 13.24% accurate

^ HÊ-50L17É & 377 + {(*+? »)(« — V) 1 — •)(« — > ') + 0 ' , + ? »)(a —
«) ■ — y » r >] (y - i) » • - . - • * ' • — t • * 4 * * ■ ■ » S . * I ' l M « + p i X « -- Î M -
w (« - » X M + { i - H » X * - f l ' - r ' J = = o - (S) ■ Cela posé, soient prises pour les
équations de nos deux courbes, tracées sur 1er plan" dics xy t H ' - i l La
première pourra être mise sous la firme suivante: + 2 { A a + C b + D) { x --
a) + z (B l > + C a + E) f y - > l >) 0 0 Cette équation ne devant différer au plus de
l'équation (8) que par un certain facteur x , on devra avoir

The text on this page is estimated to be only 13.80% accurate

3;3 QUESTIONS (« + C — * > (A - *) (* — >) + < *) C « —) » - ?
 *r « = AB , (H) / > / (< (A — A C < — v H f (a — ? (c - *) — < > » » 4 ? *) O —) (S
 — s ^ - ^ r - ^ x C , (Hl) = X (^ + 0 + D) , (IV) s = A (ZW + Ca + E) , (V) équations
 auxquelles jl faudra joindre l'équation de condition (VII) Si , entre ces
 sept équation* , on élimine les cinq quantités » , 0 , v , rf a , on obtiendra deux
 équations entre a , b , c , p , < j et l.'J coefficient de l'équation (9) , lesquelles
 pourront être représentée» j » ar (ai* , e , p , 9** , Bt Ct D , E , F) - o ,) } (1a)
 satbtc , p , y , At B , C , D , Et f) = * o ;) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.01% accurate

RÉSOLUES. 379 an moyen desquelles le sommet du cône étant donné, on déterminera les quantités p, α qui fixent la direction commune d.^s plans qui donnent des sections circulaires. A l'inverse, la direction commune de ces plans étant donnée, en changeant, dans ces équations, a, i, f en x, y, z , respectivement, ces équations appartiendront à une courbe à double courbure dont chaque point pourra être pris indistinctement pour le sommet du cône donnant des sections circulaires. En raisonnant sur la courbe (10) comme sur la courbe (q), on obtiendra deux autres équations. *
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$
 • En éliminant p et 0 entre les quatre équations (12 et 13), et changeant $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$ dans les équations résultantes; ces deux équations appartiendront à une courbe à double courbure lieu des sommets des cônes susceptibles d'être coupés circulairement par un même plan. On voit par là que, généralement parlant, trois sections coniques tracées sur un même plan ne sauraient être considérées comme les perspectives de trois cercles tracés sur un autre plan; puisqu'il faudrait pour cela que le sommet commun de ces trois cônes se trouvât à la fois sur deux courbes à double courbure qui, en général, ne se coupent point dans l'espace. On voit aussi qu'en général, tout théorème ou problème de la géométrie de la règle, relatif à deux cercles tracés sur un même plan, est applicable à deux sections coniques quelconques, tracées aussi sur un même plan.

The text on this page is estimated to be only 26.63% accurate

380 QUESTIONS PROPOSÉES. QUESTIONS PROPOSEES.

Problèmes de Géométrie» I. Partager un tétraèdre donné en quatre autres tétraèdres équivalens entre eux , par des plans passant par ses six. arêtes et par un même point pris dans son intérieur ? II. Partager un tétraèdre donné en quatre exaèdres équivalens , par six plans perpendiculaires à ses arêtes, et passant par un même point pris dans son intérieur ? Théorème de Géométrie. Un tétraèdre rectangle , c'est-à-dire , un tétraèdre dont un des angles trièdre est tri-rectangle , étant inscrit à une sphère ; la somme des distances des trois sommets de la face hypothénusale au plan d'un grand cercle quelconque , est égale à la distance du sommet opposé à celte face au plan du même grand cercle ? Fin du septième Vomjme» Digitized by Çoogle

The text on this page is estimated to be only 16.90% accurate

TABLE DES MATIERES. 38i TABLE matières contenues dans le
Vil* volume des Annales. ANALYSE ALGÈBRE. » Résolution des
équations littérales , par une nouvelle méthode , directe ml générale j par M.
Surremain de TnUssety. a5;-- a;o. ANALYSE TRANSCENDANTE.
Méthode nouvelle pour qunrrer les courbes , et inle'grer , entre des limite*
données , toute fonction différentielle d'une seule variable ; par M. Birmrd.
1 10— i 17. Sur la manière d'intégrer par approximation , entre deux limite*
donnée» , toute fonction différentielle d'une seule variable » par M.
Krmmp. a4i-a53. ARITHMÉTIQUE ÉLÉMENTAIRE. Théorie de la règle
de trois ; par M. Cerg Sur divers moyens d'abrèger la multiplication; par M.
Gtfgonne. 157—167. ASTRONOMIE. Recherche des équations
différentielles dn mouvement de* «fres , de leur* intégrale» premières, c,
Aet élémens de l'orbite, en fonction des constantes que j-enferment ces
intégrales; par M. torgonnt. ,—,8. Calcul de l'éclipsé de soleil du 19 de
novembre 1816, pour Strasbourg et pour Nisrnes ; par M. Kramp. lo— 5' .
tom. y 11. 5, *

The text on this page is estimated to be only 14.67% accurate

1 38a TABLE Recherche approximative des orbites des corps célestes , au moyen de trois ou d'un grand nombre d'observations particulières ; par M. Cergonne. 83— 91. Construction d'un cadran solaire quelconque pour un lieu quelconque, pour le rendre propres à un autre lieu, peu distant de celui-là ; par M. Henjumin Vulz. 1: > — 1a8. Construction nouvelle d'un cadran solaire quelconque par un Abboni. 140—143. COMBINAISONS. Recherche du nombre de permutations dont plusieurs choses sont susceptibles, lorsqu'elles sont disposées circulairement , et qu'elles ne sont pas toutes dissemblables ; par AL J. B. UrranJe. 33+— 344» GÉOMÉTRIE ANALITIQUE. Formules nouvelles pour la transformation des coordonnées rectangulaires dans l'espace ; par M. Cergonne. 5— 1» Théorèmes nouveaux , sur les lignes et surfaces du second ordre ; par M. Jfrégier. 9— 9. Caractères des surfaces de révolution , en général , et , en particulier , de celles du second ordre ; par M. *•• 17.+— «83. Sur les intersections des lignes et des surfaces ; par M. J-amf. 239— 244» Recherche du cercle qui en touche trois autres sur un plan ; par M. Gergonne. 245— 255. Recherche du triangle inscrit à une section conique , dont les côtés passent par trois points donnés , et du triangle circonscrit , dont les sommets sont sur trois droites données ; par M. Cergonne. 255— 256. Recherche du plan sur lequel les projections de deux sections coniques tracées sur un autre plan sont deux cercles ; par un Abboni, 256 — 257. GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE. Recherche du plan osculateur et du centre de courbure d'une ligne courbe, en un point donné ; par M. Ch Dupin. 257—258» Même recherche ; par M. Hachette. 258— 259* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.41% accurate

DES MATIERES. 383 Recherche de la ligne du second ordre qui en touche trois autres données , sur une surface du même ordre ; par M. J. B. Durrande. m.- — 3o. Sur le tracé des routes ; par M. Ch. Dupin. 33 — 4°* Application de la méthode des projections à la recherche de l'intersection d'une droite avec une section conique qui n'est point tracée , et à celle de la parabole qui touche quatre droites données; par M. Coste. 3ofj — 3ti. Recherche de la perspective de la sphère; par M. Cergonne. 3u— 3ai. GÉOMÉTRIE ELEMENTAIRE. Solution de trois problèmes sur les polygones; par M. Bhard. 61—68. Théorèmes divers sur le triangle et le tétraèdre ; par M. Frigier. 167— 174* Démonstration de deux* théorèmes de géométrie ; par M. J. B. Durrande. 183— 188. Observations «ur deux théorèmes de géométrie ; par M. J. B. Durrande. 153- 15& Recherches de géométrie élémentaire; par M. Vecten. 3at— 3a^ * GÉOMÉTRIE TRANSCENDANTE. Sur la surface de moindre étendue, entre deux limites données ; par M. Gergonne. 143— 148. Solution d'un problème dépendant de la méthode des variations ; par M. Tiéénat. 148— 156. Réflexion» et éclaircissemens sur la précédente solution ; par M. Vienet. a83— a88. GNOMONIQUE. Sur le tracé graphique des cadrans solaires ; par un Abonni. 140— 143. MATIÈRES ÉMATIQUÊS APPLIQUÉES. Recherche du point extérieur le plus éclairé par une sphère uniformément lumineuse ; par un Abonni. 3o— 3a. Sur le tracé des routes; par M. Ch. Dupin, 33— 40.

The text on this page is estimated to be only 19.23% accurate

384 TABLE Description de diverses machine» construites à Rochefort » par M. Dupin. 69—188. Description d'un projet Je machine à vapeur , principalement applicable à faire mouvoir les bateaux; par M. A. R. Bouvier, 129—140. Essai d'application de l'analyse mathématique à la circulation du sang. Deuxième mémoire , en réponse à Kurt Sprengel ; par M. Kramp. 370—283, PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE. De l'analyse et de la ayuthèse , dans les sciences mathématiques ; par M. Ctrgonne. 345—373. VARIÉTÉS. Essai de dialectique rationnelle ; par M. Gergonne. 189—aaa. Digitized by GoOQle

The text on this page is estimated to be only 11.71% accurate

DES MATIERES. 385 CORRESPONDANCE Entre les questions
proposées et les questions résolues. Tome IV, page a5t Théorème, traité ,
lom.VII, pages a53— *56. pag.3ao Théorème. aS3— a56 , Pag. 3ao
Problème. 3o_3i> \ Problème I. _ Pag. 347 ^ ProLIème II. CThéorèiue. j83
— 188. Pag. 388 Problème. Ia3— 128. Tom. VII,pag 3a Problème, ' p -.f
Problème L TM* M\ Problème II, Pfg. 99 Problème. Pag. ia8 Problème. 373
—38o. f Problème I, Problème II. - -o x Problème 111. (Problème IV. f
Théorème. (— *8' ' 88 l Problème. 334-344.

The text on this page is estimated to be only 12.73% accurate

3S6 CORRECTIONS ET ADDITIONS. ■ ERRATA Pour le septième volume des Annales. PGp G/* AGE i3 , ligne dernière, — ^- ; lisez : j^sjf* • Pa^e 84 t ligne 1 1 , «— *r ; lisez : ftz. Page »83 , au titre des questions résolues , — après 348 ; ajoutez : </u PT.* Tage ai3 , ligne dernière , — TG ; /isez : 7//. Page aat , ligne i3, — api es /fn ; ajoutez : n./f. Page 312 , ligne 9 , — J7/ ; : II. Pag. a53 , au titre des questions résolues, — a5o { : aSi. lbid. au texte , ligne première , — i5o ; //if* : a\$o. I*«g. 35g , A U note , ligne 4, en remontant, — exprit ; lises : esprit.' Digitized by GoOQle

The text on this page is estimated to be only 17.67% accurate
ized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.00% accurate

d by Google

The text on this page is estimated to be only 18.33% accurate

Digitized by Google