

Formulaire de mathématiques

1. [Notice](#)

This book was produced in EPUB format by the Internet Archive.

The book pages were scanned and converted to EPUB format automatically. This process relies on optical character recognition, and is somewhat susceptible to errors. The book may not offer the correct reading sequence, and there may be weird characters, non-words, and incorrect guesses at structure. Some page numbers and headers or footers may remain from the scanned page. The process which identifies images might have found stray marks on the page which are not actually images from the book. The hidden page numbering which may be available to your ereader corresponds to the numbered pages in the print edition, but is not an exact match; page numbers will increment at the same rate as the corresponding print edition, but we may have started numbering before the print book's visible page numbers. The Internet Archive is working to improve the scanning process and resulting books, but in the meantime, we hope that this book will be useful to you.

The Internet Archive was founded in 1996 to build an Internet library and to promote universal access to all knowledge. The Archive's purposes include offering permanent access for researchers, historians, scholars, people with disabilities, and the general public to historical collections that exist in digital format. The Internet Archive includes texts, audio, moving images, and software as well as archived web pages, and provides specialized services for information access for the blind and other persons with disabilities.

Created with hocr-to-epub (v.1.0.0)

This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online. It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover. Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you. Usage guidelines Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying. We also ask that you:

- + Make non-commercial use of the files We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for Personal, non-commercial purposes.
- + Refrain from automated querying Do not send automated queries of any sort to Google's System: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + Maintain attribution The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + Keep it legal Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe. About Google

Book Search Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at [http : //books . google . corn/](http://books.google.com/)

A propos de ce livre Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne. Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public. Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains. Consignes d'utilisation Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées. Nous vous demandons également de: + Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial. + Ne pas procéder à des requêtes automatisées N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de

travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile. + Ne pas supprimer l'attribution Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas. + Rester dans la légalité Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère. À propos du service Google Recherche de Livres En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse] ht tp : //books .google . corn

The text on this page is estimated to be only 12.17% accurate

Scj^^^^S-.S^ î^arbarli CoUcgr litirarg BOUGHT WITH THE
INCOME FROM THK BEQUE8T OF PROF. JOHN FABRAB, LL.D.,
AND HI8 WIDOW, ELIZA FABBAB, FOR HOOKS IN THE
DEPARTMENT OF MATIIEMATICS, ASTRONOMY, AND NATURAL
PHIL080PHV." SCIENCE CENTER LIBRARY /]

The text on this page is estimated to be only 25.00% accurate

FORMULAIRE HATHÉHÂTIQUE

The text on this page is estimated to be only 0.00% accurate

kV

The text on this page is estimated to be only 15.83% accurate

FORMULAIRE MATHEMATIQUE PUBLIÉ PAR G. PEANO
Professeur d'Analyse infinitésimale à l'Université de Turin ÉDITION DE
L'AN 1902-03 (Tome II) Vienne chez H. B. TURIN BOCCA FRÈRES 1
CH. CLAUSEN LIBRAIRES 1903

The text on this page is estimated to be only 8.70% accurate

.^ ^" ^ ^l>rrr 'foi. Of^y^j ^C' /;03, 77t«^ V Ck-ri. vV PBOPRIETI
LETTERARIA Stunpato ooi tipi delU c Rivist» di Matematica » dalla
Tipografla Ckx>perativa - Toiino.

PRÉFACE Selon Tordre chronologique, les premiers symboles, maintenant adoptés dans les sciences mathématiques, sont les chiffres 0, 1, 2,... Suivent les symboles des opérations arithmétiques + , — (a. 1500), X (a.1600),... les relations = (a.1550), > (a.1650), les nombres e, jr (a. 1700),... Pendant le dernier siècle les symboles 2, Hy lim, mod, sgn, E,... ont pénétré dans l'usage commun. Ces symboles permettent d'exprimer des parties de propositions ; ces parties, dites formules, doivent être accompagnées du langage ordinaire pour former des propositions complètes. La Logique mathématique vient de combler cette lacune. Quelques principes de cette science se rencontrent dans AriSTOTE. Son vrai fondateur est Leibniz, qui dans ses publications, et notamment dans ses manuscrits, que viennent de publier MM. Vacca et Couturat, a isolé les idées logiques représentées maintenant par les signes $\wedge$, $\vee$, $-$, $=$, $\neq$ analogues aux signes X, +, —, =, > de r Arithmétique ; il a énoncé leurs principales propriétés, comme la règle de la composition, la commutativité des opérations ri et o (p.7 et 21 du FormuL), la relation entre les signes $\wedge$, o, - (p.21 et add. p.318), etc. (*) Les idées de Leibniz n'ont pas eu des continuateurs immédiats, à Texception de Lambert, qui a remarqué que Topération $\wedge$ est dîtributive par rapport à la u, comme la X par rapport à la -fEnsuite, quelques philosophes ont rencontré les mêmes idées, sans rien y ajouter de nouveau. Il faut arriver jusqu'à Boole (a.18r4), qui a énoncé la propriété associative des signes u et '>', analogue à celle des signes arithmétiques + et X, et les principales propriétés du signe $\wedge$, qui corrispond au 0 arithmétique (p.27). Plusieurs A., mentionnés dans la partie I de ce Formulaire, (*) Voir le but des recherches de Leibniz dans la préface à FI 901.

VI ou dans les éditions précédentes, ont trouvé des curieuses propriétés des combinaisons de ces idées; p. ex., la résolution de toute équation logique, la détermination du nombre des propositions qu'on peut énoncer avec un nombre donné de classes, la dualité entre les signes $\cup$ et $\cap$, etc. Ainsi s'est développée une science, que plusieurs A. appellent « Algèbre de la logique », qui est une application de l'Algèbre, et des méthodes algébriques, à l'étude des questions de Logique, mais ces théories n'ont pas eu d'application aux sciences mathématiques. Les signes de Logique, que nous venons de mentionner, ont un double rôle, car ils se trouvent entre classes et entre propositions. P. ex., le signe $\cap$ indique les propositions universelles, et à indiquer les déductions; et dans les deux cas il a, à peu près, les mêmes propriétés. Cette remarque remonte à Leibniz. J'ai remarqué qu'on transforme les classes en propositions, et réciproquement, au moyen de l'opération indiquée par le signe $\neg$, et de son inverse $\neg$. L'introduction dans le calcul logique des idées représentées par $\cap$ et $\cup$ a complété l'analyse de toutes les idées de Logique qu'on rencontre dans les sciences mathématiques. En conséquence un petit livre que j'ai publié en 1889 (*) contient pour la première fois une théorie complètement réduite en formules. En analysant les démonstrations mathématiques, les plus compliquées, j'ai rencontré quelques autres formes de raisonnement, comme la distributivité des signes $\cap$ et $\cup$ par rapport aux signes $\cap$ et $\cup$ (p.7, 17, 20, 22), les règles « exporter, importer, éliminer », (p.16, 2b) etc. L'étude des différentes formes de définitions, qu'on rencontre dans les sciences mathématiques, a aussi conduit à des intéressants résultats mentionnés dans le Formulaire. Les règles énoncées par Aristote, et ensuite dans les traités de Logique Scolastique, ne sont pas applicables aux définitions mathématiques; mais on a rencontré des nouvelles règles, qu'on ne peut pas violer sans s'exposer à des difficultés et à des erreurs (p.11 et 316). L'idéographie, qui est résultée de la combinaison des signes (*) *Arithmetices principia, nova methodo exposita*.

VII de la Logique Mathématique avec les signes plus connus de r Algèbre a été adoptée par plusieurs A., soit pour énoncer sous forme plus précise et plus courte des propositions mathématiques, soit à analyser des longues suites des raisonnements qui se présentent dans les principes des sciences mathématiques, et dans les théories les plus élevées, La RdIL t. 7 p.3 contient la table de 67 Mémoires publiées en différents pays par 15 Auteurs, dans lesquels on a adopté cette idéographie. Leur nombre s'est bien accru dans la suite (*). Un avantage des notations de Logique Mathématique, qui a aussi son importance, est leur concision. Le volume actuel contient un ensemble de propositions et de démonstrations, qui, pour être énoncées par le langage ordinaire, exigent, an ffwins, dix volumes comme le présent (**). Pour réunir les propositions écrites entièrement en symboles, nous avons publié le « Formulaire de Mathématiques » t.1, a.1892-9r), t.2 a.1897-99, t.» a.1901, avec la collaboration de plusieurs collègues (voir les préfaces à ces tomes). Le nouveau tome 4, ou « édition de Ta. 1902-03 du Formulaire », contient: 1* - Les théories fondamentales contenues dans le t.3, à Tex(*) Les tomes 7 et 8 de la RdM. sont presque exclusivement écrits en symboles. Parmi ces travaux il convient de mentionner les Mémoires de M. Russell, RdM. t.7, p.115-148 et t.8 p.12-43, qui a fondé la « Logique des relations». Voici le jugement qui en porte M. Witehead, American J. t.24 a.1902. p.367 : «I believe that the invention of the Peano and Russell symbolism, used hère, forms an epoch in mathematical reasoning». (**) Plusieurs propositions du Formulaire sont accompagnées de renonciation donnée par l'A. Voir p. ex.: §Xpl-2a-4, 21, .- M-2-3, 6-2, 111, 12-2... §lim25-2, 27*14, 2«1, 29*1, 41-1, etc. En comi)tant les lettres dans l'énoncé par le langage ordinaire et les signes qui figurent dans la P symbolique, on trouve des rapports comme 5 à 1 dans les propositions déjà très précises, et des rapports plus grands lorsque l'énoncé ordinaire n'est pas suffi.samment exact. L'énonciation symbolique apporte de la rigueur et de la concision. Comme autre exemple, les P du livre X d'Euclide, qui dans l'édition Heiberg (voir la bibliographie) est de 417 pages, ont été traduites en 4 pages dans la RdM. t.2 p. 7; et enfin, en supprimant la nomenclature d'Euclide, tout le contenu de ce livre est exposé à la p. 111 P14 de ce Formul., avec les démonstrations correspondantes.

vm ception des théories secondaires, qui n'ont pas reçu de développement ultérieur. En conséquence ce tome est tout à fait intelligible en soi. 2* - Les nouvelles théories et les additions aux théories précédentes, apportées par MM.: ARBICONE, BoGGIO, CaNTONI, CASTELLANO, CIAMBERLINI, EnESTRÔM, Padoa, Ramorino, Stolz, Vacca, publiées dans RdM. t.7 p.85-110, t.8 p.14. 3" - Les additions apportées pendant Timpression du Formulaire (*), par MM.: Arbicone a., Orada; Beman W., Michigan; Boggio T., Tofnno; BoRio A., Id.; BuRALi-FoRTi C, Id.; Cantoni E., ViadanaMantora; Castellano F., Torhio; Couturat L., Paris; D'Arcaks F., Padova; Ferrari F., Firenze; Giudice F., Ge)iora; Invrea F., C/neri; KoRî^Ei/r A., Plaue/i ; Morera G., Torhio; Nassô M., Id.; Padoa A., Roifta; Pieri M., Catauia; Ramorino A., Torino; Rius y Ca8AS J., Zaragoza; Severi F., Bolog ?i a; Vaccx G., Genora; Zignago I., Id. L'exécution typographique du Formulaire exige l'exactitude d'une table de logarithmes, et est de composition plus difficile. Nous avons dédié beaucoup de soins à sa correction typographique. Les formules composées se conservent, de façon que dans chaque nouvelle édition les erreurs anciens sont corrigés, sans y en introduire des nouveaux. Il est donc difficile de trouver des erreurs dans les pages qui sont arrivées à une seconde édition. Le Formulaire maint(*nant, par Tabondance des propositions, des indications historiques et bibliographiques, joue le rôle d'une Encycloi)édie. Toutes les idées du Formulaire sont introduites par des définitions régulières. Dans i)lusieurs théories les propositions sont accompagnées de la démonstration (et aussi d(* plusieurs d-'inontrations). Il est donc possible d'extraire du Fourmulaire des cours d'enseignement; ce que nous avons fait p. ex., pour rArithnn'^tique (voir p.318). Les additions donnent une idée du développement successif du Fornuilaire. Il n'est pas un traité, où toute addition en (*) Chaipio feuille porte le jour de l'iiupressioii.

IX d(^truit rharraonie. Tout lecteur peut collaborer au Formulaire, en y ajoutant des nouvelles théories, ou des propositions et des démonstrations nouvelles dans les théories insuffisamment développées; on peut perfectionner Thistoire des mathématiques, en remontant à des âges plus réculées les indications du Formulaire; on peut y corriger les erreurs typographiques et de toute nature, qui restent dans la composition des formules (*). M. Vacca nous a de nouveau puissamment aidé dans ce volume, comme dans les précédents t.2 et t.3; pendant son impression il a ajouté les P suivantes qui ne portent pas son nom: §Xl-5 nofe. 5*5 §|S 72 Dm 13-5 §Dvriai)m. §C note. §Np6 note. §ii 143 note. %A\0 §Num 10-5 §liin42-3-4 52 Dm. 58-4 §8111 note. 14-4 231 note. %y note. §sin41-5 note. 436 note. 453, 61. §B61. Il a aussi écrit la bibliographie et la table des noms p.868-392. Le Formulaire est divisé en §§. Chaque § a pour titre un signe idéographique, ou un ensemble de signes. Ces signes se suivent dans un ordre déterminé par des raisons logiques ou historiques (voir la table des matières). Un § quelconque contient les propositions qu'on exprime par le signe du § et par les précédents. Ces derniers servent à classer les propositions d'un §. P. ex. appelons a, /?, y, <5,... les symboles du Formul. dans l'ordre convenu. Le §^ contiendra successivement les propositions composées par les combinaisons suivantes: à, ad, pà, afiô, yô, ayô, fiyô, aflyô. En conséquence, on trouvera ici la place d'une proposition, déjà écrite en symboles, à peu près comme on trouve la place d'un mot dans un dictionnaire, mais en lisant la combinaison des signes de droite à gauche. Les propositions sont indiquées par un nombre qui a une partie entière et une décimale, dans le but de faciliter l'interpolation. Le signe ^ indique le changement de la partie entière. (*) Tout collaborateur a droit h T abonnement honorâiire à la RdM. et au Formulaire correspondant, pendant sa collaboration. (Art. 7 du lièglement, RdM. t.6 p.89).

The text on this page is estimated to be only 28.57% accurate

EXERCICES DE LOGIQUE MATHEMATIQUE Ces exercices ont pour but de faciliter l'étude du Formulaire aux lecteurs qui connaissent déjà les sciences mathématiques, et qui ne peuvent pas profiter d'un enseignement oral. Cls (Classe) Les noms communs, comme homme, mortel, ... sont des exemples de Cls. Le signe arithmétique N_q , lisez « nombre », et qui est le nom commun de 0, 1, 2, ..., indique une Cls. En adoptant les signes arithmétiques entre classes $i \S Ni$ l'I), on obtient des nouvelles Cls, dont plusieurs ont un nom particulier dans le langage commun, mais seulement quelques unes ont un signe simple correspondant dans le Foi-mul. $1-[-No := Ni :=$ « nombre naturel ». $2xN$, $z=$ « nombre pair ». $3xNi := c$ multiple de i ». Ni^* := « nombre carré ». $Ni^+ + Ni^* =$ « somme de deux carrés ». $(1+Ni)X' \cdot 1+Ni =$ « f produit de deux nombres supérieurs k l'unité » := « nombre composé ». $R = N^+/X$, « Les nombres rationnels sont les rapports des nombres naturels ». Les signes $-f- \gg X$, $\bullet \blacksquare$. adoptés entre Cls conservent plusieurs propriétés des mêmes signes entre nombres, comme la commutativité, l'associativité; mais l'opération X n'est plus exactement distributive par rapport à $+*$ voir p. 40. Z) Homme 2D mortel « /' homme est mortel ». $N, 3 R$ « tout nombre naturel est rationnel ». $N, * 3 N^+$ « toute puissance 4:-ième est un carré ». Il est très utile de lire les formules à peu près comme dans le langage ordinaire. On y arrive aisément avec un peu d'exercice. (Il serait donc mauvais de lire la dernière proposition ; « en un puissance quatre contenu en un puissance deux »). n (et) Homme := animal n raisonnable. On a : $GNoD^+N_q$ et $6NoD3No$ Composons : $6No D'^{+o} \wedge 3No (1)$ « Les multiple de 6 sont multiples de 2 et de 3 ». On a aussi, de l'Arithmétique: $2No^3NoD6No i; 2$) On déduit de (1) et (2), par la règle P41 du §£ : $6No = 2No^3No$ « Les multiples de 6 sont les nombres multiples de 2 et multiples de 3 ».

The text on this page is estimated to be only 22.29% accurate

XI w ou) No = 2Now(2No+r) « les nombres sont pairs ou impairs ». No' D 3No w (3No+l) « les nombres carrés sont multiples de 3, ou multiples de 3 plus 1 » . On a: 4N02No, et 6N(0-^o; composons par w: 4No w 6No 3 2^o « l's nombres qui sont multiples de 4, ou multiples de 6 sont multiples de 2 » . On dit aussi « Les multiples de 4 et les multiples de 2 sont pairs ». Ici le mot « et » a la valeur du signe logique w. Pour former d'autre exemples, écrivons les égalités suivantes, qu'on peut considérer comme des définitions: n = -j-No w —No «Les nombres relatifs sont les nombres positifs ou négatifs», r = n'No = « nombres rationnels relatifs » . q = ir «Les nombres réels sont les limites des rationnels». - non. Np = a+N,) - Id+NiiXd+N.j] «Nombre premier signifie nombre supérieur à l'unité, non produit de <leux nombres supérieurs à l'unité». No'D4NoS^(8No+l] Transposons: No^-4NoD«No-rL ^ (classe nulle) >îiHN\'fV) = A» transposons: N^M-Ni» D -Nj». s lest un) 6ê 3Xi lisez: « 6 est un multiple de 8». (N*écrivez pas 6 = multiple de 3, 9 = multiple de 3, car on pourrait en tirer, selon les Pl-2-3 du §1, 6=9). 5 s Np « 5 est un nombre premier ». 6 s 2Ni « (î est un nombre pair » . 4,9 f Nj- « 4 et 9 sont de-? carrés ». tf32N^ signifie « a est une classe de nombres pairs », qu'il ne faut pas / confondre avec «f 2N^ «rt est un nombre pair ». Mais on reconnaît clai- / rement que fi et 3 ^o"* des idées différentes par leurs propriétés (p.8). 3 (tel que) Considérons une condition, c'est à dire une proposition contenant une variable x, p. ex., ré(|uation ,r*— 3r^2=0. Alors ./a ./-'— 3.>r-[-2 ^0) indique « tout objet X qui satisfait à l'équation donnée ». En conséquence: qrvrs .r— 3 r-(-2 =:0; signifie» les nombres réels qui satisfont il l'équation donnée », ou « les racines réelles de l'équation ». qf^3(x^—2a" ^0) = 0^ 2 « les quantités qui rendent x—'2x négatif forment rintentalle de 0 a 2 ». q^r? (j:'— 3.T--f2.r:=0):=0---2 «les racines de l'équation donnée forment Tintentalle discontinu entre 0 et 2, c'est à dire sont 0,1,2».

The text on this page is estimated to be only 20.94% accurate

XII Signes logiques entre propositions. $N|+1 \ 3 \ N/XNp$ « tout nombre supérieur à l'unité est multiple de quelque nombre premier ».

Opérons par $xè$ (§EP4-2): $acfN^1 \ O- .iîsN^XNp$ « Si $a?$ est un nombre supérieur à l'unité, alors X est divisible par un nombre premier » . Les points divisent cette P en trois parties, hypothèse, signe de déduction et thèse. Le signe $3D$ porte comme indice sous-entendu la lettre se , et signifie « on déduit, quel que soit r » . La lettre x , réelle da^ls l'Hp et dans la Ths, est apparente dans la P . $asNo \ O- \ 1" = 1$ « Soit a un nombre; alors $1 \ll z=X$ ».

Opérons par $X3 \setminus NoZ)^{<5}(l^=1)$ «les nombres appartiennent à la catégorie des objets a qui vérifient la condition $1 < z=1$ ». $ofNp \ .3 \ (a— \ 1;!$
 $-fl \ \notin NiX \ll .§Np \ 12-3)$ « Si a est un nombre premier, alors $\{a^{\wedge}\} \setminus +1$ est multiple de a » $oeNp \ . \ 6, \ll \notin N \setminus . \ 6 \gg \notin NiX \ll -D- \ hs^{\wedge}Xa$ « Etant donné un nombre premier a , et deux nombres h et n , si $6 \gg$ est un multiple de a , nécessairement la base h est aussi un multiple de a ». $Np^{(4Nj+1)3} \ ^i' \ | -^{\wedge}i''$
« Tout nombre premier qui divisé par 4 donne pour reste l'unité, est la somme de deux carrés ». Opérons par $xi \ cc \notin Xpn(4NVf-l- \ O. \ a? \notin Ni \ll +NiS$ « Si X est un nombre premier de la forme $4N,+1$, alors $a?$ est la somme de deux carrés. Distribuons b par ra]port à n : $XB \ Np \ . \ XB \ 4N,-f \ 1 \ .Z)$. $.rf$
 Ni^*+Xi' « Si X est un nombre premier, et si x a la forme $4Ni+1$, alors... ». se

Indiquons par a et h deux nombres; alors ... ». Le signe $3D$ porte comme indices sous-entendus les lettres a et h . Si l'on veut réduire cette déduction à une proposition universelle, il faut considérer les couples $\{(f|h')i \ (a'J))3$
 $aMy^{\wedge}ii) \ ZD \ (a;f))3[(a-\setminus b)- = a^{\wedge}-\sim 2ab+b"]$ «les couples de nombres sont des objets a et b qui vérifient l'égalité donnée ». Remarquons qu(i cette égalité seule n'est pas toujours vraie; en effet elle n'a pas de sens si a et b sont des points ; a un sens, mais est fausse, si a et b sont des quaternions non eomplanaires. $a,^{\wedge},cf \ o \bullet \ ^{\wedge}>^{\wedge} \ O- \ a-\setminus -c>b \ x-c$ « Etant donnés trois nombre[^]
 a,b,c si $rt>^{\wedge}$, alors $a-(-c>^{\wedge}-pc$ ». Les trois]oints simples divisent la proposition en 4 parties; les deux premières forment l'Hp. Sans la convention $a)$ de la pag. ($>$ sur les parenthèses, il faudrait écrire . O :

The text on this page is estimated to be only 28.22% accurate

XIII xsq . 1 — .r = .T* .3- (J?+^/2)* = ô'-4. Pour réduire cette déduction à un jugement universel, opérons par j^î; par Di8trib(5,n) on a: qnx3 {1—xz=ix^} D X3[(x+ll2f z=i 5/4]. « Les racines réelles de la première équation sont aussi racines de la seconde » . Pour réduire cette déduction en un jugement universel, opérons par (x;y)3. Le lecteur familier avec la Géométrie analytique fera correspondre au couple de quantités x;y le point ayant ces nombres pour coordonnées cartésiennes. Alors la P devient: « I^s points communs au cercle x^-\-y'r=b et à l'hyperbole xyz=!2 se trouvent sur le couple de droites (a? — ^)'=1 » . Si la Ths, ou PHp sont à leur tour des déductions séparées par un point, il faut indiquer par un point double la séparation principale. of Ni . hB NiXrt . cfi N^X& O- <^ NiX« « Soit a un nombre, b un multiple de a, c un multiple de h\ alors c est un multiple de a » . Exportons : a«Ni . ôfiNiXa O: cs^iXb O. C£N,X« (a) « Si 6 est un multiple du nombre a, alors, si c est un multiple de 6, il sera aussi un multiple de a > . Opérons par C5 sur la thèse: ofiNi . 6êXiX« O. NiXôD N,Xa € Soit a un nombrer* et soit b un multiple de o; alors tout multiple de b est aussi un multiple de a » . Dans la P(a) le point double (:) divise la P en deux parties; la première est composée de l'Hp et du signe ZD^ selon la convention «) de la p.6. Sans cette convention, il fondrait écrire . :D: .D. a,6,ceN£ . a>& .^D- ac'^bc Exportons: a,6,c£Ni O: «>^ D- cic>bc (f) Analoguement ou a : afi^cs'Si O- àb'^bc .3- û>^ (y) Composons les (/î) et (y): a,6,c£Ni .3î «>& •=■ ac > bc € Soient a,6,c des nombres; alors dire que a>6 équivaut à dire que ac>6c » . a,&,cfiq : .rcq .3x . a-r'+^jc -j-c =0 O. a=0 . 6=0 . crd) « Soient a,&,c des quan^Hés, et supposons que, quel que soit le nombre or, le trinôme ax^-\-bx-{-c soit toujours nul ; alors les trois coefficients sont nuls » . a,6fiN4 : ac£ Np . 3p . mp(x,a) fi NoX& O- ûffi Ni* € Soient a et 6 des entiers; si tout nombre premier est contenu dans a Â une puissance multiple de b, alors a est une puissance 6i*«>e » . Sans la convention c) sur les parenthèses pag. 6, il faudrait écrire les points comme suit: : .D« . O:

The text on this page is estimated to be only 19.27% accurate

XIV L'indict* .r an signe 3 ne se trouve pas dans un des cas, expliqués à pa<ç. 5, dans lesquels il puisse être sous-entendu. a.hB^i -D.*. (ts^iXb .:=: areNp Oa; . mp(.r,6) ^ rap(x,a) * Soient a et h des nombres naturels; alors la condition nécessaire et suffisante pour que a soit un multiple de h est que, quel que soit le nombre premier ./', on ait toujours que la plus grande puissance de x contenue dans b soit inférieure ou égale à la plus grande puissance de x contenue dans a ». Les .* divisent la P en deux parties ; la première est l'Hp et le signe 3La deuxième est une égalité logique divisée par le point double (:) en deux parties. L'une est le premier membre et le signe =; l'autre est une déduction. L'Hp, et le premier membre de l'égalité contiennent les variables réelles a et b. L'Hp et la Ths du second membre de l'égalité contiennent aussi la lettre réelle Xy qui est apparente dans tout le second membre. Soient rt.&,c,... des Prop : aZJb^Zy signifie « Si de a on déduit 6, alors la Prop c est vraie ». a3'^Z)c signifie « de a on déduit que de b on déduit c ». Par l'opérar tion Importer elle se transforme en abZDc. àZibZy^ signitie « a^ib et 63^ ». ory>'Zy»ZD-^fZyff signifie « si de l'hypothèse à^^b on peut déduire la Prop (*, alors de l'affinnation simultanée des Prop e etfon déduit la ^ » . rwNo . ftfiXi ,3. quotva,^') = max[No ^ X3{xXb ^ «'] « Soit a un nombre, et b un nombre naturel. Alors le quotient de a par b est le plus grand dos nombres x tiUs que xxb^n ». a,&«Ni .3- Dvna,ft) = max[Ni ^ X3{a,b s ^S^Xx^] t Si ^ et 6 sont des nombres naturels, alors le plus grand commun diviseur entre a et b e^t le plus ^rand des nombres x tels que a etb soient des multiples de j:* » . rī,6eq . rt<6 .3- ^"~^ = q ^ XB (t^x^b) t Si a et b désignent des quantités, dont a est la plus petite, l'intervalle de n à f> est Tensemble de» qu&ntités x telles que flr<j*<6». Opérons par xs sur la Thèse : as Np . b€ ,H-N^^-.N^rī^ .3. 6"-i-l s N^X^i t Si ri est un nombre premier, et si b est un nombre supérieur à 1, et non multiple de a, alors //"-i— 1 est iin multiple de a ». 0 -ê N'i « 0 n'est pjuj un nombre naturel ». <i,&fQ , a^=b .3. rt*-f^ > â<i6 € Si n et 6 sont des quantités inégales, on h ... ». aM\ .3* ^>ft •^_ <' ^ ^ ^ "<ft € Si a et b sont des nombres. oV^ a <i>6, on a=A, ou a<6 » . Traus|»osons rt>6; a,be\ . - <i>6^ .3. it^

« Si r et b sont des nombres, et Ton n'a pas $\langle \rangle /$, on déduit $\langle \rangle /$; $aN_p . ôjCsNi . bXo b NjX^A O- ^\wedge « NiX^A -w- C£ NiX^{^i} « Si a est un nombre premier, et si b et c sont des nombres, don produit est un multiple de a , alors ou b est un multiple de $\langle$, ou c un multiple de $a \rangle$. Faisons la substitution $h \setminus c$ dans cette Prop. En simplifiant par § $o o^{\wedge} N_p . ôeNi . 6-f NiX \ll O- ôeN^X a. Np r \rangle (3+Ni) D (;6Ni+l) w (6N1-I) « Tout nombre premier supérieur à 3 est de la forme $GN^{-f} 1$ ou $6N1$ — Opérons par ace, et distribuons (fi,o) et $(£,wj; 3Cf Np . icf 3+Ni O. xs 6N,+1 .s\rangle . xê 6Nj+l g$ (existent) € Si m est un nombre, alors existent des nombres premiers supérieurs à $aS N4+I . -3 Np n . T3.(r^{-f} . afiNiXic) O' \ll f Np « Si a est un nombre supérieur à l'unité, et s'il n'y a pas un non premier x tel que le carré de $.r$ soit inférieur à a , et a soit un multipl X , alors a est un nombre premier » . Exemple d'élimination (§ $3P2*1$): $afi^c,x,ys^i^ . a ^xb . \rangle \geq = . yc O- ^ = (^)c$ Par la Df du produit d'une classe de nombres par un nombre on dédui $.3 ûffiNiXc L'Hp$ contient la lettre x qui ne figure pas dans la Ths ; éliminons la $i a,6,c,i/fiNi . asNiXft \bullet bz=:yc O- aeNiXc$ Éliminons la $y: a,6,cfiNi . as N^Xô ■ 6f N^Xc O- ^\ll NjXc$ qu'on peut aussi simplifier en : $ceNi . ôên^Xc . \ll fi NiX& O- as NjXc$ On peut encore éliminer la lettre h , et l'on a: $a,cfiNj . ôsNj . gNiXc^a/N, .3. afiN,Xc c$ Si a et c sont des nombres} ** et s'il y a des multiples de c diviseur a , alors a est un multiple de $0 \rangle$. Exemple de la P§ $32-2$: La Df de la somme arithmétique de deux Cls est (§Nil-3): $W,\hat{?}fiCls'No O- W+t? = CC9[a(y;2)3(2/\£W . ZBV . £C = y+z)] « Désignons par $u Qt v$ deux ensembles de nombres. Alors $u-\backslash-v$ indi les X tels qu'il est possible de déterminer un couple $(y;2)$, dont $y ap]$ tient à la classe $t^{\wedge}$, et 2 ; à la classe v , et qui ont pour somme $a?$ ». Par § $32*2$, ou $2*5$, on peut distribuer le signe d'existence du couple deux éléments, et elle devient: $tt,VfiCl8'No O- u-\backslash-V'= ,x3\'3^yf\z3[3^vrsy3(x^y-\backslash-z)]\backslash$ et par la Df de la somme d'un nombre et d'une classe (§Njl'2); $tt,t;\£Cls'No O- w+r = X3[a t^n 2/3(ac£ .v+r)l$ qui est la §Nil-31.$$$$

The text on this page is estimated to be only 20.59% accurate

XVI On trouve des exemples du signe i à pag.55. $q^{5f} \gg 3r f^2$
 $=0) = \ll \text{les racines réelles de } T \text{ éq nation considérée sont } 1 \text{ et } 2 \gg$.
 Opérons par $X\epsilon$, en tenant compte de $\text{Distrib}(f^i, \text{Distrib}(f, wj: xeq . x -$
 $Sr - \setminus -2=0 . = . xstl . w. a'er2$ et par $D\hat{t} : xsq . o?^{\setminus} - ac4-2=0 . = . x=1 ,sj. x=2$.
 $Np^2Ni) = r2$ « Les nombres premiers et pairs forment la classe composée
 par le seul nombre 2 ». Opérons par $x\epsilon$, et $\text{Distrib}(f, r>'i: XfiNp . jff 2N$. O-
 • $i'^{\setminus}$ d'où par $Dft : xs^p . JC\epsilon 2N$, O- ar=2. On peut aussi considérer comme
 appartenant à la Logique les symboles I, f, j, sim, rcp, $*\setminus !$, i F, idem, Variab,
 qu'on rencontre successivement dans le Formul. et qui sont tout de suite
 suivis par leurs applications.

The text on this page is estimated to be only 15.65% accurate

<3<^ & 75' 6~6 FORMULAIRE MATHEMATIQUE PUBLIÉ
PAR G. PEANO Profefisear d'Analyse infinitésimale a l'Unirersité de Tarin
ÉDITION DE L'AN 1902 (tome IV de l'édition complète) ^^/ TURIN
BOCCA FRÈRES \ CH. CLAUSEN LIBRAIRES 1902 (Premiôre partie)

LOGIQUE MATHÉMATIQUE

Cette première partie du Formulaire contient les propositions exprimées par les symboles suivants: Signes Noms §1 = «égale, est égal à». a, &, ... z, a ... lettres qui désignent des objets quelconques. •*• •*• 0 [1 M points et parenthèses, qui servent à diviser une formule en parties. 3 * donc, on déduit, est contenu » . • ^ « et ». Il est souvent sous-entendu. §2 £ « est, est un » . Cls « classe ». « virgule, et » . §3 Df abréviation de « définition » . §4 Dm » « démonstration » . §5 î « point et virgule », indique un système §6 3 « qui » . §7 « non » . §8 ^ « ou » . §9 a « existe » . La correspondance entre les symboles idéographiques et les noms du langage ordinaire n'est qu'approchée. La valeur des symboles, éclaircie dans les Notes, est fixée par les propositions du Formulaire. Nous adoptons aussi les abréviations suivantes. P = «proposition». Ce signe isolé indique la P dont il s'agit dans la Dm. Suivi d'un nombre, désigne la P du § courant indiquée par ce nombre. Hp = « hypothèse ». Th = « thèse » . Voir Note à 3

The text on this page is estimated to be only 24.24% accurate

§1 = i OD==X •3 oc=y.y=z .3 x=z Notes. Lisez; '1 x est égal à .r.
•2 Si .r=y, alors y=:r. •3 Si 3r;=// et si y=2, alors a:=5 Le signe d'égalité a la
forme or ou 00, déformation de la lettre initiale de œf^naliSj de Vie te à
Leibniz ; la forme =de Recorde a.1557, i 77ie Whefsfone of fvifte or the
seconde jMirte of arifhm^fike) a été probablement empruntée aux Mss. du
moyen âge dans lesquels il signifie « est » . Voir Henry Revue
Archéologique a.1879 t.38 p.5. Cette forme adoptée par Wallis et Newton,
est devenue ensuite d'usage universel. La P (pro|)osition) xz=iy est diti»,
une « égalité ». X et y en sont les « membres ». = est le « signe d'égalité ».
Ces mots, adoptés dans le langage ordinaire, n'ont pas de symbole
correspondant, car ils seraient inutiles. IjetfreAi. Une lettre, qui désigne un
objet quelconque, le niême dans toute une fonnule, mais variable en
changeant la fonnule, s'appelle aussi « variable». Ce nom est généralement
adopté en Analyse. On rencontre les lettres variables dans Aristote pour
représenter les idées de Logique (voir Syll.); elles sont d'un usage commun
chez Euclide et les géomètres grecs pour indiquer des points, des lignes, des
nombres, etc. Les lettres variables, dans le Form., sont toujours en italique.
Nous indiquerons les autres idée-s par des signes de forme spéciale : 3 = H
X ..., ou par des lettres grecques ou romaines: s I Q lisez : est somme
quantité. En conséquence on ne peut pas dans le Formul. adopter liîs lettres
grecques, ou les majuscules comme lettres variables.

The text on this page is estimated to be only 27.22% accurate

Points et parenthèses. On écrit un point là où l'on veut partager une P. Si à cette place il y a déjà un point, on écrit un nouveau point, et ainsi de suite. P. ex. les points partagent la P^2 en trois parties, hypothèse, signe de déduction et thèse. Tout ce qui est contenu entre (), y compris les points, est considéré comme un objet seul. Si a, b, c, ... désignent des signes quelconques, les groupements: a,bc ob.c ab.cA aibc.d ab.cd:e.fg.\hk.l seront identiques à $a\{bc\} \{ab\}c \{ab\}\{cd\} a[(bc)(l) \setminus [iab)\{cd\}][eifff)][\{hk\}l]$ On peut aussi donner au dernier les formes : $\{ab\}\{cd\} . eifg) : [hk]l [(ab . cd) \{e.fg\}]\{hk . /\}$ etc. Nous donnons la préférence aux parenthèses dans les formules algébriques et dans les lormules .composées comme les algébriques, et aux points pour séparer les projwsitions partielles d'un théorème; car dans ce cah les parenthèses seraient absolument encombrantes. En adoptant les parenthèses pour grouper les parties d'une fonnule, on ne pourra plus les ado]pter dans d'autres significations, contrairement à un usage ancien, et encore répandu. En conséquence une lettre seule ne sera jamais renfermée entre (). Les parenthèses et les points sont des signes de l'écriture commune, bien quvî l'usage soit différent ; dans les langages ordinaires le groupement des mots est indiqué par la construction. Voir d'autres remarques historiques et numériques dans F1901. Si p et q indiquent des P, la relation pZyi dans le langage ordinaire* est exprimée aussi sous les formes: ^' de p on déduit <7 » , « si ;>, alors q », < la p a pour conséquence la </ » , « la q est une consécjuence de la p » , « la p est une condition suffisante de la q » , '< la 7 » » nécessaire '» $P \wedge i Ptc$. On l'appelle déduction. ^ est le signe de déduction; p l'hypothèse, abrégé t'n Hp; q la thèse, abrégé en Ths. Si rt et 6 sont des classes, la relation cCy) est exprimée ordinairement par « tout a est 6 » ou « la chasse a est contenue dans la 6 » . Elle est dite »» universelle affirmative». La bCji signifie « la classe h contient la « ». Le signe CI ^«t ^ine déformation de la lettre initiale du mot « contient » . En échangeant les lettres, nous renversons aussi le signe de relation ; et la même P sera indiquée par <3^

The text on this page is estimated to be only 29.01% accurate

Leibniz a considéré le signe 3 sous la forme F. Segner a. 1740 et Lambert a. 1765 l'indiquent respectivement par $<$ et $>$; car le aigne 3 correspond au signe $<$ ou $>$, ou mieux à $\wedge$ ou $\vee$, de l'Algèbre, selon que dans la classe on considère Ici? individus qui la composent (extension), ou les idées qui la déterminent (comprehension\ La forme 3 se rencontre dans Gergonne a.1816. Voir RdM. t.6 p,183. Comme abréviation du mot « on déduit », il se rencontre sous la forme * dans Pe 11 (v. RdM. t.6p.123) et sous la forme 3 dans Abel t.1 p.36. Leibniz avait remarqué les deux rôles du signe 3 entre P et entre classes: « Et cum dico A est B $\wedge$ et A ei B sunt propositiones, intolligo ex A sequi ii.» (Mss. Phil. VIIC p.73). Variables réelle et apparentes. Dans ces notes nous dirons qu'une lettre est réelle dans une formule, lorsque la valeur de la formule dépend de la lettre ; dans le cas contraire la lettre est apparente. On peut reconnaître les variables apparentes, non seulement par le sens, mais aussi à la position, car elles se présentent ici accompagnées par un des signes ID ? |. Une P (proposition) ne contenant pas de lettres variables réelles est dite catégorique. Sont telles les théorèmes et les définitions ; toutes les lettres qui y figurent sont apparentes. Une P contenant des variables réelles est dite une condition. Indice au signe 3 On ne rencontre le signe 3 entre P catégoriques que dans les Dm. et jamais dans l'énoncé des P. Si j[$>$ et $\wedge$ sont des conditions, c'est-à-dire des P contenant une lettre variable X, ou un système de lettres oc, p'Dxq signifie « de jf $>$ on déduit, quel que soit o", la 9 » , ou « de $\wedge$ on déduit, par rapport à jc, la 7 » . On sous-entend les indices à 3 > a) S'il est le seul signe de déduction de la P catégorique. h) Ou s'il en représente la déduction principale, qui a le plus grand nombre de points à ses côtés. Le.s indices sous-entendus sont toutes les variables réelles contenues dans l'Hp de la P catégorique. c) Enfin si le théorème a la forme pZD{qZDr). Le premier 3 porte comme indice sous-entendu les variables de $\wedge$, le second 3 porte à l'indice les variables de q non contenues dans p. Si p ne contient pas de variables nouvelles, le second 3 ""* P $\wedge$ -s d'indice. Par la règle Import la P considérée se transforme en pqZyfl Les lettres c $\wedge$ ui, exprimées ou .sous-entendues, sont considérées comme indices du signe 3 sont apparentes dans la déduction.

The text on this page is estimated to be only 28.69% accurate

Dans la P-2 le signe de déduction porte comme indices sous-entendus .r,y. Ces lettres, réelles dans l'Hp et dans la Ths, sont apparentes dans toute la P. Le signe n, qu'on appelle signe de la multiplication logique, est en général sous-entendu entre des P. Cœiventions sur len (). ^) PÇ'Z)^ signifie {pqjZ}^ b) pZyir * pD{qr) c) pry) » pZ^q d) jyZD-q P. ex. les points partagent la T'3 en quatre parties. Les deux premières forment l'Hp par la a). Elles sont liées par le signe sous-entendu r\ (et). Dans le signe de déduction les indices xyy\z sont sous-entendus.

The text on this page is estimated to be only 4.03% accurate

82 s Cls H 1 afiCls r^, ci^a 2 a£ Cls r^\ x,yea .=. ic£a . ysa 3
a,&£Cls . xea . a'^b r^, xsb 4 a,&,ceCls . a^ft • ^D^ O- ^^Z)^ a,teCls .3
^^ft^Cls 2 a,b£01s .3. arh'^a -3 Hp -2 .3 ^^* 5 a,6,C£ Cls . à^b 7^ . cirr 3 ^^
6 apf^cİE Cls . a3& • <?3^ O- ^^^ ID ^"i as Cls .3- «=«^^ 2 a,&eCls .3*
c(ri)^=br^ci 3 a,6,ce Cls 3- i^^Y^ = ct^b^) \ ape Cls 3- <^=^* ••• ^Z)^ • O^
2 a,te Cls 3- • ^3* ••• ^^'^^ Oa- ^^^ 3 a?=y .=: aeCls . xea 3«- 2/^^* i a,be
Cls 3- «'^^ ^^^ ••• ^^^ •'^- -"^^ 2 a,6,(?eCls 3- ^Z) '^ ••• oT^b.a^c 3
a,6£Cls 3- ^^3^ ••• 0^=^^^ ÎSyiii 3?> jSimplI (Cmpl jOper^î {Comni'^j)
Assoc ^j jOper xe\ } Oper x3\ } Dî^trib{^,r^}j !Distrib(3^}j

The text on this page is estimated to be only 26.34% accurate

Notes. Cls Le symbole Cls a la valeur de « ομοῖα » d'Aristote, « terminus » des scolastiques ; correspond à « idée générale, nom commun, ... » du langage ordinaire, et aux expressions « ensemble, Menge » des mathématiciens. Leibniz prend pour exemples les classes de points, ou figures; ce sont des segments de droite dans PhilS. t. 7, p. 229, 236, ... et des cercles dans ses manuscrits conservés à la bibliothèque de Hannover, Philosophie, t. 7 fasc. B.4. fol. 1-3. Ces figures ont été aussi adoptées par Euler a. 1768, et par d'autres. £ € est la lettre initiale du mot iari. Ce signe sert à former les propositions individuelles, ou singulières. Les signes £ et 3 ont des propriétés différentes : la relation 3 est transitive, la £ ne l'est pas (voir la note à la PI -4) ; la £ est commutative avec -, la 3 ne l'est pas (§- P21); la £ est distributive par rapport au, la 3 ne l'est pas (Test pns §v^ P31). Une autre différence est donnée par §aPl*1. 1-2 Définition du signe (,). « Soit a une classe ; nous écrirons x^yea, qu'on lira **x et y sont des a », au lieu de xsa . y sa » . La formule w,y,zea signifie x,yea . zea ** 0? et y sont des a, z est un a ,, , qu'on lira ** a:, y, z sont des a ,,; et ainsi de suite quel que soit le nombre des sujets. 1-3'4 Ces P expriment le « syllogisme » abrégé en Syll. Aristoteles, *Analytics Prior* lib. I, cap. IV: <^ El rb A xatà Tzavrbç tov B, xal t6 B xarà jzmTbç xov Fl àvàyni] rb A xarà jiavrbç tov F xartjyoQeîaOai. » Leibniz Mss. Philosophie viiB 4 fol.17 : « Nota r aut vox est. eFd sive d^j e. Si eVd et dYa tune ePa. > La '4 dit que la relation 3 ^^^ transitive. La relation £ ne l'est pas. P. ex. de 7£ Xp et Np £ (^ ensemble infini illimité dénombrable) on ne peut pas tirer de conséquence. On dit que £ a le sens composé (sensus compositi\ et 3 ï© sens divisé i^ sensus divisi). xsa dit que a est une propriété de X ; xZya dit que a est une propriété des individus de la classe x, 2-2-3 Leibniz, *Spécimen calculi universalis*, PhilS. t.7 p.218: « a est a » « ab est a » ^ah est h. » « Simplifier » abrégé en Simpl signifie appliquer les formes de raisonnement •2'3.

The text on this page is estimated to be only 21.13% accurate

•-4 Leibniz Id. p.222: «Diversa praedicata in iuin conjungi
pojisiiiiit, ut ni constet a esse h[^] ifcemque aliunde constet a esse c, poterit
dici a esse hc. » Elle exprime la forme de raisonnement dite « composition
» (Cmp). •5 Leibniz Id. p.222: «Si à est c, tune ab erit ac. Qiiid ita
demonstratur : ab est 6, ft est c, ergo ab est c, per regulam consequentiarum
primam. ab est c, ab est «, ergo ab est ac per démonstrata supra. » « Opérer
par r\c » signifie passer de «3[^] à a[^]yc[^]bnc. •6 Leibniz Id. p.223: «Si « est
6, et d est r, tune a[^]/ erit bc. Hoc est praedarum tlioorema, quod
demonstratur hoc modo: a est b, ergo rwZ est bil per priora, r/ est c, ergo
ôfZ est bc rursus per priora, (l est bel, et 6[^]/[^] est bc, ergo «[^]i est ôc. Quod
erat demonstrandum. » 3-r2 Leibniz Mss. viiB2 p.3 : « AAœA . ABœBA»
Soit oca y une fonction de x et y. L'opération a est dite commutative si l'on
a xai/ = yax \ Comm a } La P*2 exprime la commutativité de l'opération n.
Le mot «commutatif» a été introduit par Servois a. 1815, dans la
signification expliquée dans §- P2'l. •3 Boole a.1854 p.29. On dit que
l'opération a est associative, si {xay)az = xa(yaz) \ Assoc a \ L'opération f>
est asasociative. Le mot « associatif» a été introduit par Hamilton,
CambridgeJ. a.1841 t.1 p.50. 4-1 Leibniz PhilS. t.7 p.225 : «Si rt est b, et b
est a, tune a et b dicuntur esse idem.» McCOLL P7 : {a=b)=ia:b)b:a) Cette
P exprime l'égalité de deux classes par le signe ZD•2 Cette P relie les deux
rôles du signe ZD «ntre CIs et entre P. < Opérer par xe » sur la P universelle
a[^]y[^] signifie la transformer dans la déduction xsa .[^]Dx . xeb « de la
condition xsa on déduit par rapport à a? la xsb ». « Opérer par X3 » indiciuc
la transformation inverse. Ex. 6Xi 3 2Xi « tout multiple de 6 est pair ».
Opérons par xs ; on a : .rsGXi .3- .[^]fi[^]X[^], où l'indice x au signe 3 est sous-
entendu.

The text on this page is estimated to be only 23.52% accurate

10 i' •3 Leibniz. Id. p.219: « $P^{\wedge}$ adem sunt quorum unuui in alterius locum substitui potest, salva veritate. » L'égalité $x=iy$ signifie «toute classe qui contient x contiendra aussi y », ou «toute propriété de x est une propriété de y »; ou « la vérité de la proposition $a \rightarrow b$, qui contient x , n'est pas altérée si Ton remplace x par y , » 5-1 Cette P relie les deux rôles du signe n entre CIs et entre P . Si a et $\wedge$ sont des signes d'opération, on dit que « a est distributive par rapport à $\wedge$ », et nous écrivons $iDistribia,/\wedge$ », si, en choisissant $.r, //$, 3- entre des CIs données, Ton a $xa \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow r \rightarrow (.vay)p \rightarrow Xaz$ on $(ypz)a.r = (i/cuv)ji(zax)$ Si l'on veut spécifier, on pourra appeler « distributive à gauche » la propriété représentée par la première égalité, « distributive à droite » l'autre. Par ex., en algèbre, la multiplication est distributive, soit $\wedge$ à gauche que à droite, par rapport soit à l'addition que h la soustraction, tandis que la division l'est seulement à droite. L'opération s , dont le résultat est une P , est donc distributive par rapport à n . Le mot «distributif» a été introduit par Servois Ann. t. 5 a. 1815 p. 98, avec la signification expliquée dans §lin 10. Sa valeur est ici généralisée. •2 MCCOLL a.1878 P12: « $(x: A)(.t: B)(\wedge: C) = (x: ABC)$ ». •3 LEIFI NIZ P/UIS. t.7 p.214: «Omne .4 e, st li id est $ABx \rightarrow A.y \rightarrow$ Cette P transforme $a'Z)b$ en une égalité.

11 §3 Df Df signifie « définition ». Elle est une égalité de la forme $oc^{\wedge}=a$, où x est un signe qui n'a pas encore de signification, a est un groupe de signes ayant une signification connue. Elle exprime la convention d'écrire le signe x au lieu du groupe a . Si ce qu'on définit contient des lettres variables, et s'il faut en limiter la signification, l'égalité suit une Hp. Dfp, qu'on lit « définition possible », est une égalité qui contient dans un membre un signe qui ne se trouve pas dans l'autre, ou qui y joue un rôle différent. Supposons ordonnés les signes qui représentent les idées d'une science. Si une Dfp exprime un signe par les précédents, on peut la prendre comme Df du signe. S'il y a plusieurs Dfp du signe, relativement à l'ordre fixé, on choisira la plus commode comme Df. Une idée, qui n'a pas de Dfp, relativement à un ordre fixé, s'appelle « idée primitive » relativement à cet ordre. Sont sans Hp les Df des individus : 1 2 3 ... oo e C i jt, et des CIs : X, n R r infn Xp >; Q q q'. Ont une ilp les Df de $\neg$ $\rightarrow$ X h — / Num max quot rest mit Dvr! (' mp mod 2' 77 E /î r Log Med X lim I) S sin ... Quel que soit l'ordre fixé, il y a nécessairement des idé«s primitives, car on ne peut pas définir la première idée, ni le sig^{ne} =, qui est employé dans toute définition. Si Ton change Tordre des idées d'une science, une P qui jouait le rôle de Df peut se transformer en une Dfp; une idée, qui était primitive relativement au premier ordre, peut être définie, et réciproquement. Dans le F nous* désignerons par Dfp seulement celles qu'on pourrait prendre commodément comme Df. De rexamen des Df qu'on rencontre dans les sciences mathématiques, notamment de celles exprimées par les symboles idéographiques, on a déduit des règles générales pour les Df. Voir mon article « Sur les définîtionH mathévmtiqueH, Bibliothèque du Congrès international de Philosophie, Paris a. 1900 ». Nous en parlerons à la place voulue. Une Df doit être « homogène », c'est-à-dire les deux membres de l'égalité doivent contenir les mêmes lettres réelles.

The text on this page is estimated to be only 28.25% accurate

12 Uf Tout signe ou mot rigoureusement défini peut être supprimé en le remplaçant par sa valeur ; autrement dit, toute Df exprime une abréviation théoriquement non nécessaire, mais commode, et quelquefois pratiquement nécessaire pour le progrès de la science. Cette suppression d'un signe défini est un exercice très utile à faire, dans quelques P, pour vérifier l'exactitude d'une Df : si l'on n'arrive pas à remplacer partout le signe défini par sa valeur, on déduit que la Df n'est pas énoncée en forme exacte. 'Df par abstraction', Voir §1' §Xum. « Df par induction », Voir §-[-. Df irrégulières §nl-4. Parmi les P du §f, la l'2 est une Df du signe « , > ». La P4-1 contient dans le premier membre de la Ths le signe = qui ne se trouve pas dans l'autre. Mais le signe = se rencontre nécessairement dans toute Df, par suite, ne peut pas être défini. Si Ton veut considérer cette P comme une Df il faut regarder le deuxième signe = : comme lié avec le signe Df ; leur ensemble signifie « est égal par définition » ou * nous posons » ou « signifiera ». On voit alors que dans $a=b$ le signe = joue un autre rôle, et dans ce rôle on peut le définir moyennant la P4-1. Si l'on considère le signe 3 entre P comme une idée primitive, la §f 4*2 définira le même signe entre Cls. Réciproquement on pourra essayer de prendre comme idée primitive la valeur du signe 3 entre Cls, et d'en déduire la valeur entre les conditions, rBa xsb par la même P. Mais cette P contient déjà le signe ZD avec la signification « on déduit » entre l'Hp et la Ths. La P4-3 est une Dfp, car le second membre ne contient pas le signe = qui figure dans le premier. Mais, à l'adopter comme Df, on rencontre des difficultés analysées dans les éditions précédentes. La P51 est une Dfp, car dans le premier membre le signe f> se trouve entre Cls, et dans le second entre P. Si l'on suppose connue sa valeur entre P, on en déduira la valeur de la formule $j^s ab$; mais pour isoler ah dans le premier membre, il faut employer la transformation indiquée par la P§5*2. Réciproquement, si l'on considère comme une idée primitive le produit ah de deux Cls, on déduira la valeur du produit logique entre les P xsa et XBh. Mais l'Hp $a^B Cls$, d'après la PI -2 est déjà le produit logique de deux P. La P5*3 est une Dfp du signe 3 entre Cls, car l'autre signe 3 se trouve entre P, l'Hp et la Ths. Sont aussi des Df les abréviations suivantes: Cette abréviation se rencontre dans quelques démonstrations. •2 ah = ari) : xe ah . = . xe {ah) : ahc = {ah)c ah Tznc . = . {ah)=:c : a= hc . -. a={hr) : ah 3" '^=' (^^^)3^' ' «z) ^^ •"-• ^zyj^^)

$D^{\wedge}$ (Vs conventions ont pour but de sous-eutendre le signe $r^{\wedge}$ et des parenthèses.

The text on this page is estimated to be only 27.10% accurate

18 §4 Dm Dm signifie « démonstration ». En général les Dm sont renfermées entre []. Les Dm, dans les sciences mathématiques, sont composées d'une suite de P convenablement liées. Ces P ne diffèrent des théorèmes que par leur moindre importance. Nous pouvons donc les exprimer complètement en symboles. La liaison entre les P est indiquée dans le langage ordinaire par « on déduit », que nous traduisons par $\rightarrow$. C'est une forme de raisonnement. Presque toutes les P de la première partie du Form. ne sont que des schémas logiques des déductions qu'on rencontre dans les démonstrations mathématiques. Les règles plus importantes sont indiquées par un nom : Syll Simpl Cmp Opero Comm' $\rightarrow$ Assocn ($\rightarrow$) $\vee$, $\wedge$ s Opers $\rightarrow$ l-3-4 2-2-a 2-4 -5 32 3-3 42 Distrib(f,n) Idistrib $\{^3\hat{1}^{\wedge}$ Import Export Distribi $\wedge$, $\vee$ $\wedge$ 5-1 $\hat{O}$ -2 §;1 §f2 Distribff.u) Opero Comniu Assocw Distribi $\rightarrow$, u $\rightarrow$ Distribi3,w) §w3 1 1-5 2-2 2-3 41 5 1 Transp Oper $\wedge$ Eliminer. §- 2-3-4 3-7-71 4-2 §a l'21 2 1 Elles sont exprimées en symboles à la place indiquée. Idées et propositions primitives. Pp signifie « proposition primitive ». Etant fixé un ordre aux P d'une science, on dit qu'une P est primitive, relativement à l'ordre fixé, si on ne peut pas la déduire des P précédentes. Si dans une science il y a des idées primitives, il y aura aussi des Pp, qui fixent la valeur des premières. On prouve qu'une P est primitive, en donnant aux idées primitives une interprétation, différente de la réelle, telles que toutes les P précédentes soient satisfaites (il suffit de vérifier cela pour les Pp), mais non la P considérée. Si Ton trouve ces interprétations pour toutes les Pp, on en aura prouvé leur « indépendance ordonnée ». On prouve r« indépendance absolue » d'un système de n Pp, en

The text on this page is estimated to be only 28.04% accurate

14 Dm _ trouvant n interprétations des idées primitives, chacune desquelles satisfait à toutes les Pp, une à la lois exceptée. Des exemples de classification de systèmes de P en primitives et en dérivées, et de Dm de l'indépendance absolue ou ordonnée des premières, ont été donnés pour différentes branches, à l'aide des symboles logiques dans RdM. a.1891 p.93, a.1894p,52, par Burali-Forti Rdk a.1893 p.79, a.1899 p.141, Padoa RdM. a.1895 p.185 note, Pieri TorinoM. a.1898 t.48 p.60, etc. On en trouvera des exemples dans le §+ et le §n. Il y a plusieurs façons de coordonner les P de logique, en les classant comme Df, Pp et théorèmes (P démontrées). Voir F1895 et F 1897, et C. Burali - Forti , Logica Matematica^ Milano a.1894, A. Padoa, Conférences sur la Logique mathématique, Bruxelles a. 1898, L. Couturat, La Tragédie mathématique de ^f. Peano^ Revue de Métaphysique et de Morale, a. 1899 p. 616. Une question analogue, au sujet des symboles au lieu des P, a été posée et résolue par: A. Padoa, Essai d'une Théorie algébrique des no7}d)reji entif^rs, etc. Congrès international de Philosophie (Paris 3 Août a. 1900): « Nous disons que le système des symboles non-définis est irréductible « par rapport au système des P non-démontrées, lorsque du système des P « non-démontrées il n'est pas } possible de déduire la Df symbolique d'aucun « des symboles non-définis... « Pour démontrer que le système des symboles non-définis est irréductible « par rapport au système des P non-démontrées, il est nécessaire et suffisant « de trouver, pour chaque symbole non-défini, une interprétation du système « des symboles non-définis, qui vérifie U\ système des P non-démontrées et « qui continue à le vérifier si l'on change convenablement la seule signification du symbole considéré » . Substitution. Une forme importante de raisonnement, que nous devons expliquer par le langage ordinaire, est la substitution. La substitution consiste à remplacer dans un théorème a de la forme $jrx.y-'-qi IcNS$ lettres variables $x,g,...$ par des expressions constantes ou variables $a,b...$ Selon la notation adoptée en analyse, et dans F1895, on peut l'indiquer par Mais on peut exprimer la substitution par le signe $|$, qui nous est nécessaire aussi dans d'autres cas. Nous l'indiquons donc par $(a,b,...) I \ x,g,...)$ Pa. Toute P doit être écrite sous sa forme la plus simple. Si l'on effectue une substitution dans une P, il peut arriver que la nouvelle P puisse être simplifiée de la manière suivante: a) Si l'Hp est une P déjà énoncée, on la supprime, et l'on affirme la Ths.

The text on this page is estimated to be only 17.37% accurate

p. ex. soit la P (11 I x.Fa O: Simpl 3. xe Np O. (r— 1)!+1 s
 $N^X \wedge r \text{ lff } Np \text{ O. } i0!+1 \text{ fNiXl } 10!+1 \text{ fNiXn. } (\ll) \hat{o})$ Si un facteur logique de
l'Hp est une conséquence des autres, ou une P déjà énoncée, on le supprime.
Ex. De la P: $a^b s^{\wedge\wedge} \text{ O- } (a+bY =: a^*+^{\wedge}(ib+b' [a] (1 \text{ I } 6)Pa . \text{ Simpl O: } ^fN, \text{ O-}$
 $(\ll+!)' = a^*+2a+1.$ Réciproquement on, peut ajouter à l'Hp des facteurs non
nécessaires ; cela revient à dire que de l'affirmation simultanée de plusieurs
P on peut déduire l'affirmation de chaque P, selon la P2'2'3. Eisenstein (a.
1847, p. 71-91[^] a employé le symboles pour indiquer la substitution, en
remarquant qu'on ne peut pas employer à cet effet le symbole =. Kj'einples
de Ih)i. Les P de logique sont en général évidentes. Leurs Dm n'ont pas pour
but de nous assurer de la vérité de ces P, mais seulement d'établir leurs liens
déductifs. Nous donnerons ici quelques Dm. Dm §fiP2r) [a,b,c€ Cls . fCy}
. Simpl .3. acZyi • «D[^] • Syll .3 acZ[^] (1) » » « . (1) .3. acZ[^]b . ac-ZDc .
Cmp .3. acZD[^]] La Dm est la traduction exacte de celle donnée par
Leibniz. L'Analyse de cette Dm. est contenue dans RdM. t.7 p. 18. Dm P2-6
[Hp . P-5 O- »cZy>c . bcZ[^]d . Syll O- Ths] Si Pou prend comme Df la P41
on déduit: Dm P31 as Cls .3- cTyia as Cls .3- ««I3« [(a,a,rtj|(rt,6,c)P2-4 .
Simpl .3(a|fe)P2-2.Simpl .3 (l).(2).Cmp.P41 .3. P] [Hp . P2-8-2 .3. abzy) .
abZXi • Cmp .3. abZDf)[^] Hp . (b,a)\{a,b}\{V) .3- ba[^]ab (1).(2) .3. P] [Hp .
P2-2 .3. (ab)cZ:)ab . abZ)<[^]. .3. (a&)c3a » » . abzy> .3. {ab}c~y> » »
(ab)cZy[^] . (2) . Cmp .3- ((fb)cZDbc (1,1 . (3) . Cmp .3. (a6)c3rt(6c)] [
a,b,cs Cls . àzy>c . Simpl .3. àZ)b . «3[^] (1) . Cmp .3. P] Dm P5-3 [a,bs
Cls . «3[^] . PM .3. ^0« • «iy> • Cmp .3. r/3«6 a fis Cls . rry? . (1) . Simpl .3.
aO[^]ib . ab[^]yi . P4-1 .3. a=cib » » azzzab . Simpl .3- (Cy> (2) . (3) ,3. P]
Dm P3-2 Dm P3-3 Dm P5-2 (1» (2) (1) (2) (1) (2) (3) (1) U[^] l2) (3)

The text on this page is estimated to be only 20.56% accurate

§r> : '\ a^bjCe Cls .]3* • x;y;: ('r\y)\z .=: irea . (.r;7/)8h r)x;y.
 (x\y)ec \ Inipor Export j Df En Analyse, lorsqu'il s'agit de fonctions de
 plusieurs variables, on indique le système x\y par (.r,jy\ Il serait mieux de
 ne pas suivre cette notation, car les parenthèses ont [dans le Formul. la
 signification que nous venons d'expliquer; et la virgule a été définie dans §f
 Pt*2. Toutefois nous remplaçons fréquemment la « ; » par la « , ». •1
 Considérons une condition p contenant une variable ;r, et deux conditions
 q^ r contenant deux variables x et y. Nous écrirons la première sous la
 forme .xfa, où a est une Cls; et les deux dernières sous la forme (x-^y)eb et
 X'^i/sc, où b et c sont des Cls de couples. Alors la déduction xsa .3-r •
 [^ly^b .3y • {^vy)fc^ est identi(iue A, la xsa . ix;t/)eh .ZDj-.v- {'^"-1/)^
 Imj)orter signifie [)asser de la proposition jrD.fjZy^' ^ ^^ P^IDf^En
 réunissant les hypothèses, on réunit aussi les indices au signe 3Exporter
 indique la transformation inverse. Par ex. soit la P : a£N\ . b£ NiX« • cf
 NiX^ O- ce N,X« où dans le signe ZD 1<^ indices rt,/>,c* sont sous-
 entendus. Export .3: <7fXi . bs NiX« -D: cf XiX^ .Z> • ^b NiX^ Opérons
 par C3 : <7fNi . bs X^X^' O- N^X^ 3 N,X^•2 x\y\z indique le système des
 trois variables .r, y, z qu'on peut considérer comme le couple formé par .r;//
 et z.

The text on this page is estimated to be only 28.34% accurate

17 §6 a (qui) 'i aeCls $r^{\wedge}$. $x_3(x \text{ fa}) = z a \bullet 2 a, b \text{ fa Cls } .3. arb = X_3 \{ xea$
 $.a \text{ xeb} \} \setminus \text{Distrib}(3, \wedge) \bullet 3 \text{ ae Cls } .3- \wedge \wedge \wedge = \wedge \wedge \{ \wedge \wedge \text{ Cls } . \ll 3'' \bullet !! \rangle'' \bullet \bullet \wedge \wedge * \bullet \}$ Si
l'on écrit le signe $x^{\wedge}$ en avant d'une Cls, on a une P contenant la variable x.
Réciproquement, si p est une P contenant la variable x, xsp indique la
Cls des x qui satisfont à la condition p. Les deux signes xs et X_3
représentent des opérations inverses. Dans la formule X_3py la lettre x est
apparente. Les Cls et les P conditionnelles ne sont donc que deux formes
pour représenter les mêmes idées. Nous préférons opérer sur les Cls. Une P
conditionnelle, contenant une variable a:, sera considérée sous la forme
 $xsa^{\wedge}$ où a est une Cls. Soit p une P contenant deux variables x et y; $\{x|y\}_3p$
représente la classe des couples (x;y) qui satisfont à la condition p. Si a est
une Cls de couples, $\{x;y\}sa$ représente une relation entre les deux objets X
et y, et toute relation entre les deux variables sera ici écrite sous la forme
 $(x-.y)jsa$. Ex: $(3/5; 4/5) s (x^{\wedge}y)_3 \{X^{\wedge}-y^{\wedge} = 1\}$ signifie « le couple (3/5; 4/5)
satisfait à l'équation $a^{\wedge} + y^{\wedge} = 1$ » • • 1 Cette égalité a le caractère d'une Dfp,
car le signe 3 figure dans le premier membre et non dans le second. Mais,
contrairement aux autres Df, le premier membre est plus compliqué que le
second. Dans la pratique le signe X_3 précède une P réductible, mais non
réduite, à la forme $xea, \bullet 2$ Cette P dit que l'opération 3 est distributive par
rapport à n. Dm $P-2 [\text{Distrib}(\text{fa}, A) . \text{Oper } X_3 O. P]$ Dm $P-3 [\text{§ fa P1-3 } .3$
 $a, ueC \setminus a . aOu > . xsa .3 xsu (1) (1) . \text{Export } 0 \text{ asCls } .3^* . xsa .3x : usCls .$
 $a3^{\wedge} \ll -Du. xsu (2) (2). \text{Oper } X_3 . 3 \text{ asCla } .ZD. aZD X_3 \{ \gg \gg \} (3) \text{ aeCls } :$
 $tieC \setminus a . aZ)u .3u \bullet xeu O-* \text{ ofiCls } . oTyi Os ^Cfia (4) (4) . \text{Export } . \text{Oper } X_3$
 $3 \text{ asCls } .3 X_3 \{ u \text{ fa Cls } . àZ)u .3. x8u \}'Z)a (5) (3). (5)_3.P]$ F 1002 d.4« 2

The text on this page is estimated to be only 24.05% accurate

§7 - (non) $\wedge$ 1. a,b,Cf Cls .3: M -a £ Cls •3 ab 3[^] O- $\wedge\wedge\wedge$ 3 ■'^ •4
 -(-a) = a •6 ab'^c . = . a-c3"[^] ^ 2-0 .T-=?/ . = . K[^]=y) '2 ^-£a = » Df •3 x^y^ea
 . = . a>ea . ?/-£a •i -a = aJ3 -(irea) -aI3& . = . (-a)I» : -[^]=6 . = . (-a)=6 Df Transp
 Df t Comm(f,-) Df Dfp Noten. Le signe de négation se rencontre sous la
 forme du signe — de l'Arithmétique, avec, lequel il présente quelques
 analogies formelles, dans Leibniz, Segner, Boole,..., avec la même valeur,
 ou avec des valeurs semblables. Dans quelques travaux il a la forme $\wedge x^\wedge$.
 Dans quelques traités d'Analyse, la négation d'une relation est indiquée en
 barrant le signe de relation. P. ex. = est indiqué par =1=. Cette convention
 importe de doubler les types des signes de relation. 1-2 Leibniz Mss. Phil
 viiB 2 foL17 : oi A est B ergo non[^] est nonil » . Nous appelons « transposer
 » l'application des P'2'3, par l'analogie qu'elles présentent avec la
 transposition des termes dans une égalité ou inégalité algébrique. La règle '3
 est appelée quelquefois « la loi des inverses ». 1-4 Leibniz Mss. viiB 2 p.3 :
 « $\wedge$ 00 non non a » . 2-1 Df de la négation d'une P, par la négation d'une Cls.
 On dit qu'une opération a est commutable avec la fi si apx=:fi ax, La P2-2
 dit que les opérations f et - sont commutables. L'opération 3 n'est pas

The text on this page is estimated to be only 25.59% accurate

19 commutable avec la -. En effet de $-(Np \ 3 \ 2Ni+1)$ « il n'est pas vrai que tous les nombres premiers soient impairs » (car $2 \nmid Np$), on ne déduit pas $Np \ 3 \ -(2^{1+})$ » * *^{^^^} ^®s nombres premiers sont pairs » . Ce nom a été introduit par Servois a. 1815 Ann.t.5 p.98: « Soit $f \ z =: f/^z$. Les fonctions qui comme f et f' seront appelées commutatives entre elles. » La 2^4 exprime la négation d'une classe par la négation d'une P. Théorie. Considérons le signe - en avant d'une Cls, comme une idée primitive. 11 Pp -3 Pp -4 Pp •2 Dm [PI . Simpl O. i-byOa O. (-&)oD6 . P-3 O- $(-^)(-^)Z>$ » • Simplif OThs] Réciproquement de la P-1, et de la P'2 appliquée aux P on peut déduire la -3, mais on ne sait pas la déduire des P-1-2 comme elles sont écrites. Voir F 1895 I §2 P24. •5 [P-2 . (-&,.«)l(a,6>P-2 . P-4 .3. P] •6 [P-3 . (-c,-6)l(6,c)P-3 . P-4 .3. P] Une autre théorie du signe -, où on Texprime par w, est exposée dans §w P7 note. Une troisième théorie, où la négation est définie par les idées des §§ précédents, est commencée dans F1901 %i -6.

The text on this page is estimated to be only 2.99% accurate

§8 wi ('ou[^] Df^{^3} ^{^^} j Compw î I Ope^{ry} ! [^] 2. rt,i,ceCIs 3. "2 a'vb
= fKfa \$ 8. rt,ft/e ch 3. ■I xEa -u- -i[^]e/[^] .=. .iTE[^] ajj Df -1 «3[^] ' ^{^^}3[^] !=' [^]b[^]c
[^] 4* I «.,?[^],eE Cla 3- [^]'(^{^^}) = «& y ^{^^} i j Comni V t Akboc w } Distrib(f,v)
Dîstrîb([^],w) aJbj qu'on peut lire * < fi ou i > » indique là Cls dei? objets* qu:
;ipimrtienneut [^] Tiina, au iiimiiH, des Cls a et [^]. L'opération indiquée par le
sîg[^]ne w s[^] appel le * addition logique», La Pl'O exprime des convention!*
pour siipprimer des parenthèses. Si J'on reuipiac[^] et n par Q et w dans les
P; ge F2[^]Vù[^]S-4-b-ii B'\2[^]S bi2S 7-1 ou trouve §w PlI-[^]S-4'hQ 2-1 '2- 3
3à'2'3 5a Cett« eorres[K>ndanee, dite « loi de dualité » par Peirce aJ867,
dépend du double p<ùnt de vue[^] rextL[^]ujjiou et ia eompreusion, sous
les^{^^}uel[^] on peut envisager le» Ck.

The text on this page is estimated to be only 25.16% accurate

21 Si les individus de la Cls a sont contenus parmi les individus de la Cls ô, les propriétés qui déterminent la Cls b sont contenues parmi les propriétés de la Cls a. Si l'on ajoute les individus des Cls a et b, on obtient leur somme logique selon l'extension. Si Ton ajoutt les propriétés des Cls a et ô, on obtient une nouvelle Cls qu'on pourrait appeler « somme logique selon la eomprension », mais qui est le produit logique au point de \ue de l'extension. •4 « Composer par sj » sig-nitie passer de $a^{Dc} \cdot b^{Dc}$ à oub^y . Elle correspond h la P, qu'on appelle « composer par n j » ou simplement « composer ». •5*6 « Opérer par sj ». Ex. §Np 1-2 Dm. 2'2-3 L'opération u est eommutative et associative. La P3-1 exprime la somme logique de deux P xsa et xsb par la P X£ asjb, c'est-à-dire par la somme de deux Cls. Puisque toute P est réductible à la forme xea, ou x est une variable, ou un syst4»me de variables, on aura défini la somme de deux P quelconques. Elle dit aussi que l'opération s est distributive par rapport à w. L'opération 3 ne l'est pas. En effet de $(Nj+l)^* 3 4Xi w (4:Xj-f-l)$, on ne peut pas tirer $(N,+l)^D \wedge N^{\wedge}$, ou $(S.+IY D 4Ni-|-l$. 4-1 L'opération n est distributive par rapport à la o (comme la X par rapport à -|-). ImlicationiiH h Intoriques. Leibniz a indiqué l'opération w par le signe -f-, ou par le même signe dans un cercle. Nous ne pouvons pas représenter par un même signe les additions logique et arithmétique, sans produire des ambiguïtés. P. ex. : $Np -f Np = 2(Ni+l)$, $Np w Np = Np$. Il a indiqué la loi de dualité en exemplifiant « A ineat in B » sous la forme: « Parallelogrammum esse, inest rectangulo. Inverti haec possunt si pro notionibus per se consideratis spectemus singularia sub notione comprehensa, et fieri potest A rectangulum, B parallelogrammum. » C'outurat a.1901 p.374 n.l). } Leibniz PhilS. t.7 p.230-240 : « n est in A (+) N, Si ^l est in C et B est in C etiam A-\-D erit in C. Si A est in M, et B est in N, erit A-\-B in M+N, Si idem secum ipso sumatur, nihil constituitur novum, seu A-\-AœA. Si B est in A, erit ^+/ioo^...Si A-\-BcDAy tune B erit in Ar>. 2*3 Boole (v. Assoco) a énoncé la Assocv pour son signe -[-, qui a une signification un peu différente de w. 4-1 Lambert a.1781 p.3:}: «Will man aber setzen $\{m-\backslash-n\}A$, so ist dièses :rz mA-\backslash'i\}A.»

The text on this page is estimated to be only 20.58% accurate

22 Théorie, Une théorie des P relatives à un sujet, p. ex. au signe u, a pour but de les classer en Df, Pp et théorèmes, et de démontrer les derniers. Considérons le signe $\setminus j$ entre Cls, comme représentant une idée primitive. Pli Pp 1-2 Pp 1-3 Pp 1-4 Pp Dm Pl'5 [Hp . P-2 .D. ôDôuc . «D6 . Syll .3. àry^{tc} {!} Hp . (1) . P-3 .3. àZybsjc . cZyKtc[^] . Cmpv[^] «D- P] Nous l'indiquerons plus simplement en écrivant (C, kO» [^]) !>'« §« P2-5 .D. Dm §s[^] PI -5. « Si l'on remplace par CI et o les signes 3 et $\setminus j$ dans la Dm de la P dualitique on a la Dm de la P considérée ». (C, [^])IO, rs) Dm §£ P2-6 31 32 33 5*2 53 .3 l>ni §w Pl-6 21 2-2 2-3 3-2 3-3 3-1 Df du signe $\setminus j$ entre P. 41 Décomposons cette P, Distrib(ri,u\ en deux 0 -01 : 4*0 ap[^]eCl[^] .]3- (ibsjac "[^] a(hjc) [Pl-2 .3. àZy[^]JC . cZyKfc . Opem .3. (Oryiibsjc) . acZytilKtc) . Cmpv[^] OP] •Oi a,bfC£ Cls r[^]. a(hjc) 3 àbsjcic Pp Cette P n'est pas conséquence des P précédentes de ce §. Pour reconnaître son indépendance, il suffit de donner aux signes Cls, ri, $\setminus j$ une interprétation qui satisfasse aux P précédentes, mais non à celle-ci. Considérons des points; par Cls indiquons les classes convexes de points, c'est-à-dire les u telles que Medw=i* (p. ex. des polygones convexes; au signe <[^] conservons sa valeur ; et par «u6 indiquons « la plus petite classe convexe contenant a et 6 >. Il est aisé de voir que subsistent les P précédentes de ce §, mais non la nouvelle -01. Il faut donc, en suivant l'ordre que nous avons ici choisi, la considérer comme une Pp ». PI .=. PO . POl Dans F1901 §^{^^} on trouve plusieurs autres formules. \$ 5. a,6€Cls .3 • 1 X3 { xea .w. xéb) = ajb Df p j Distrib(5,w) } [Distribff ,w) . Oper X3 .3. P] Si l'on considère le signe $\setminus j$ entre P comme une idée primitive, la 1 définira u entre Cls; ([^]Oper ses) on obtient la 3*1, qui est alors un théorème. •2 aj> = X3(re Cls . a[^]r . h'[^]c .]3c-^{^^}<[^]) I^{^^}P [^] [§3 P-3 .3- «[^] = '[^]K c[^]Cls . asjb 3 c .3c. Xèc) P3-2 .3. » » « . a3c . 63c . ») 1 Autre théorie. La Pr)-2 exprime asJ) par les signes des § € ,3. On peut donc la i)rendre i(mime Df du signe $\setminus j$ entre Cls. Ainsi on a l'avantage de ne pas introduire de nouvelles idées primitives.

The text on this page is estimated to be only 8.89% accurate

w 23 1-2 Dm [§£ 1*3 Oî a,ô,cfi Cl8 . a3- • &3^* • a;£a O- ^cfc
 Export O-'- «7^^ Cls . acfia O^ ^^ Cls . a^c • ^Z)^ -30 • ^ec Export O-*
 «»^€ Cls Oî ^^« Oj; • XBoJb Oper^iO. P] 1-4 Dm [Dfi^ . Oper xs O^ «^^
 Cls O-* - xsaub .:=: c£ Cls . «^c . 63? .3? . xec Simpl O-'- a,beC\8 . xs ajb .3
 C£ Cls . a^c . ô^^ Oc • xsc Import Oî a,6,t'5 Cls . xs asJb . a^yc . bZ)c O-
 ^isc Export O-* - a,ô,C€ Cls . àZ)c . 63c O^ ^ce ouô Oj; • ^cec Opéra:? O- P
] La Pô'l est donc équivalente aux ll'2-3'4. On ne peut pas déduire la Pp 401.
 Les Dm des autres P s'obtiennent selon la théorie précédente, ou
 directement comme suit: 2-2 Df u O. flu& = X3(c£ Cls . «I> . Oc Oo . xsc)
 Comm <^ O' » » • ^3c . «IDc .3 • » 2-3 (au6 vc = a?3[(7f Cls . aw6 Oi .
 oI>^ O" ^^ <^] = X3[cl£ Cls . rtZ>? . bZyi . c3^ O- ^^<'] = X3[^£ Cls .
 «IDrf . bucZyl -D. »^f<?] = asj {bs/c) - ^ 6. a,6,(?,d£Cls .3 • I '{arf)) =
 maK,»b -il Owft = -|(-aK-6)] Dfpw •2 -(ov/;) = (-a) (-6) -21 anft = -[(-a)u(-
 &)] •3 o-b ^c .:=. a|3 &wC î Transp j •4 aô 3 ^^ ••• ^^ Z^ dsj'^ \ Transp j
 •5 a-& = X3(££ Cls . a|3 6wC .3^ • ^c) Dfp J M --2 De Morgan a.1858
 p.208. •4 Peirce a.1880 p.36 : (^a x & k^c+J i=(« x "i/ kjc+T) i Dm PI [
 Simp O. a6Z)a . a6Z)6 . Transp O. -«D -(a*) . -O n«^» • Cmpu .3 -au-6D-
 (aô) (1) §v^ Pl-2-3 O. -aI>rtu-6 . -6I>au-6 . Transp O. -(-au-6) D a . -(-«w-
 *)D6 . Cmp O. -(-aw-6) 3 «6 . Transp O. -(«^Zh^w-ô (2) (1) . (2) O. P] •11
 [(-a , -6)|(a,6) P-1 .3 P] •2 -21 [P-1 . Oper- .3 P]

The text on this page is estimated to be only 17.98% accurate

24 w _ _ _ •S [Transp O: a-ôIDc . = . -&-c 3-^ • = • àZ)b^] •5 [§3
P-3 O. rt-& = X5(« Cls . a-& De .3 . acec) P-3 O. » y> . ajbuc »] Troisième
théorie. La P6-11 est une Dfp du signe u. En l'adoptant comme Df, des
propriétés de la négation on déduit les F du §w. Voici comme on obtient
les Pp de la première théorie du §s^: P1-2 Dm Hp O. ^a-bZya . Transp , DtO
O. «I>iu6 PI -4 Dm Hp . Transp O. -c I>« . -c D-ô . Cmp O. -hî D-«-6 .
Transp . Dfo O- Ths P4'01 (dans la théorie) Dm afi,cs Cls O- àbZ^ah .
acZyic . Transp O- «-(^^D -& • fl-i/'<0 -c . Cmp . a-(«&)-(ac)D -&-c .
Transp 0-«-(~^^^ID~[~/^''''''^]) • 1^^ • Ainsi cette théorie du signe u est
dégagée de toute idée primitive, et de toute Pp. Deuxième théorie du s if/ ne
-. La P(>D est une définition possible de l'expression a-6. Si on la prend
comme Df, il ne faut plus considérer le signe -ô, isolé, qui effectivement ne
se rencontre pas dans les applications. Ainsi on peut remplacer l'idée
primitive - par la w. Voir F1H97 P2r)H.

The text on this page is estimated to be only 13.40% accurate

§9 3 (existe) i 1. aMCls .;3: -0 m .=. $\wedge(a'^{\wedge}a) \bullet 01$ goô .=. a(r/&) •1
x8a r[^]. aa •3 a<W; .3. art. a/> •4 a'^b .=. a Cls[^] C3{ a[^]= lr>r) Dfa Df Opor
a î Dfp [^] 2. a,i;,c£Cla ,3'(Pi = Elim .r = (éliminer la v[^]ariable oo}\ "2 a ir3 a
y3[{ir;y)£a] .=. a y3 a ir3[(;r;?/)£a] .=. aa •3 â?5Ja if3[xea . (.r;y)€î[^]]j =
.r[^]jirea . a y3\ (x)i/)Eb''\ •4 a a[^].?îa ?>^?A?[(a;;.y)f(?)! .=. a î/[^] // [^]ja
an.7;3[(a?;?/)£c]j •5 a (x\y)3 {x8a . ?/£&) .=. aa . aft •6 X3[xea : 2/£& .3/-
(^%y)[^]*1 = X3[yeb 3.'/. •[^][^][^] • (•[^]".V)[^]*[^]*] w <3i& 3. a,teCls .3 \"'3.((tJ))
.=. aa.w. afc •2 «3[^] .=. a CLs[^] c.9((UjC =b) Distrib(a,[^]) j Dfp Notes. Soit
a une ClvS ; 3a signifie « il y a des « », « les a existent ». Ex : 3 Ni-rN(Ni[^]-
[-Ni*]) « Il y a des nombres carrés, sonnnes de deux carrés ». -3 Ni[^][^][^]Nj[^]-l-
[^]i') * [^]1 'y[^] P[^][^][^] cubes, sommes de deux cubes » . 3 ab exprime la P
particulière « quelque a est b ». •1 Pour prouver l'existence d'une classe on
porte l'exemple d'un x appartenant h cette classe. De xZyi on ne déduit pas
[;[a, si l'on n'est pas assuré que a,c (^Pl-2). •21 « Opérer par 3 » si*rnifie
écrire le signe 3 en avant des deux membres d'une déduction. On obtient
une déduction de même sens. Ex. §' 2.

The text on this page is estimated to be only 26.94% accurate

26 2. Ces P expriment les principales identités entre les systèmes de variables, ou « relations », qu'on a trouvé en analysant les Dm mathématiques. Dans une déduction l'Hp et la Ths peuvent contenir les mêmes variables réelles. Il n'arrive jamais que la Ths contienne des variables qui ne figurent pas dans l'Hp. Il peut arriver que l'Hp contienne des variables de plus que la Ths. •1 Supposons que dans une déduction : Hp .3* Ths (1) l'Hp contienne une variable x, ou un système de variables, qui ne figure pas dans la Ths; le signe 3 porte comme indices x et d'autres variables. Alors la P (1) est réductible à la forme: (S'il y a des x vérifiant l'Hp) .3. Ths (2) où le signe 3 ne porte plus comme indice x. La transformation de (1) en (2) s'appelle « élimination de x ». Dans la nouvelle Hp la lettre x est apparente. Dans plusieurs cas on peut la faire disparaître. •2 Soit une relation ou condition entre les variables ce, y, que nous représentons par $(x^{ij})Ea$. Alors dans la P « il y a des x tels qu'il y a des y qui vérifient la condition donnée » on peut permuter les deux variables. On peut la transformer aussi en « il y a des couples $\{x/y\}$ qui satisfont à la condition » . •3 La P « il y a des y qui vérifient le produit logique d'une condition en X et d'une en $(x;^)$ » signifie « la condition en x est vérifiée, et il y a des y qui vérifient la condition en y ». Autrement dit, on peut permuter le signe 31/5 avec xsa. •5 « Il y a des couples $ut;/)$ qui vérifient le produit logique d'une condition en X par une condition en y » signifie « il y a des x qui satisfont à la première condition, et des y qui satisfont à la deuxième ». •6 Elle permet de changer la place de la condition xsa. Ex §Lml'l Dm. Les P de la forme $-3^{\wedge}$ seront ici écrites sous la forme « $^{\wedge}A$ » »^lon la P9'2. Théo7Hes. Toutes les P de ce § se réduisent aux P des g§ précédents. Voir F1897 <^t F1901. Voici quelques démonstrations: 1-1 Dem Syll .3: as Cla . xea . «'O-^* O- xs^a Transp . Df y[.3: » . xsa . xsa .3. g^f : Simpl 3 P 1-2 Dem Syll .3: a,b8C\s . «36 . xsa .3. xsb U) (1) . PM .3: » « . .3. r^h (2) (2) . Elimx .3: uMCl a , aZ)b • a^' O- 3.^ (Cette dei-nière est un exercice d'élimination).

The text on this page is estimated to be only 17.00% accurate

27 $\wedge$ (classe nulle) $A * 4 - 0 A = \wedge \{ \wedge \ll \text{Cls} .3 \wedge . \text{xea} \} \text{Df as CLs} .3) -$
 $'i A D \wedge \bullet 2 a^A = A 1 \text{BooLE a.1854 p.48} \} \bullet 3 aDA . = . a = A \bullet 4 a = A . = : \text{be CLs}$
 $.3 . a^{\hat{o}} \text{Dfp} \wedge A \blacklozenge 5 - a, 6, \wedge, \text{rf} \in \text{Cls} .3 : \bullet i \text{asj} \wedge = a (\text{BooLE a. 1854 p.47 j} \bullet 2$
 $(\text{juJ}) = z \wedge . z = . a = A - 6 = A \} \text{BooLE a, 1854} \{ \bullet 3 a = A \bullet \ll \bullet \& = A \hat{o} - \ll 6 = A \bullet 4$
 $\text{Owft} = \text{OwC} . 0^6 = A \bullet \text{orc} = A \text{O} - * = \wedge \bullet 5 \text{ayb} = \text{cyd} . 0 = 0 , ab = \wedge . cd = \wedge . 3 -$
 $\wedge = < \wedge \text{JLeibNIZ Id, p.234:} \ll \text{Si } A + B < \gg C + i > \text{ et } 4qo C, \text{ erit BooD, modo } 4$
 $\text{et } 7? \text{ itemque } C \text{ et } D \text{ siut mcommunicantia.} \gg \{ '6 aJb' \wedge (\vee i . c^{\wedge} y i . \text{dry} > . ab = i \wedge$
 $.3 a ; = c, b = d \text{ j Hauber a, 1825} \S 291 \text{ j} \bullet 7 a^{\wedge} \text{IKtc} . ab = : \wedge . 3 . a^{\wedge} c \text{ j De Morgan}$
 $\text{a.1847 p.122 j Une remarque curieuse est la suivante. Remplaçons : xs CLs}$
 $\text{par ccsNi} \hat{a}^y) \gg \text{ct}^{\wedge} \text{jb} , \text{ ou par} \ll a \text{ est un diviseur de } 6 \gg \text{arb} \gg \ll \text{le plus petit}$
 $\text{des nombres} \ll \text{et } 6 \gg \text{ ou par} \ll \text{le plus grand commun diviseur entre } a \text{ et } 6 \gg$
 $\text{aub} \gg \ll \text{le plus grand des nombres } a \text{ et } b \gg \text{ ou par} \ll \text{le plus petit multiple}$
 $\text{commun entre } a \text{ et } \& \gg A \bullet 1 \text{ Subsisteront toutes les P précédentes qui ne}$
 $\text{contiennent que les signes indiqués. P. ex. la dernière P par la deuxième}$
 $\text{substitution devient :} \ll \text{Si le nombre } a \text{ divise le plus petit multiple commun}$
 $\text{entre } b \text{ et } c, \text{ et s'il est premier avec } b, \text{ il divise } c \gg . \text{ Voir} \S \text{mlt } 4 . - A * 6 . a, b \&$
 $\text{Cls} .3 \bullet i a - a = A ! \text{ Leibniz PhilS. t.7 p.230 j} \bullet 2 a^{\wedge} b . = . a - \& = A \text{Dfp t Leibniz}$
 $\text{id. p.212: Omne } A \text{ est } B, \text{ id est ... } A \text{ non } B \text{ est non Ens} \mid$

The text on this page is estimated to be only 19.96% accurate

28 a • i $\wedge$ a = b . = . a - 6 $\wedge$ & - a = $\wedge$ t 6chrôdek a.1877 p.175 j • 2 a = 6uc .
b€ = $\wedge$. 3- b = a $\wedge$ \ Boole a.1854 p.35 } • 3 a $\wedge$ w b - iT = y \ . = . b' $\wedge$ x' $\wedge$ a \ Boole
p.101 j • 4 (ixséh» x = f \ r $\wedge$. ab = : $\wedge$ \ Boole a.1854 p.101 j V (tout) $\wedge$ 8-0 V = -A
Df ae CIs .]3- $\wedge$!DV • $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ V = $\wedge$ $\wedge$ • $\wedge$ $\wedge$ V = V • $\wedge$ $\wedge$ " $\wedge$ = V Boole a indiqué les
Cls A < $\wedge$ t V P & r $\wedge$ et 1. La classe V qu'on lit « tout $\wedge$ ou « vrai » , a été ainsi
indiquée par Peirce, AJ. a.1887 et dans FI «89 et suivants. Toute expression
obtenue en combinant une classe x avec des classes données par les signes $\wedge$
w - est réductible à la forme : (/ * V > $\wedge$ $\wedge$ (/A) " $\wedge$ » due à Boole, et qui présente
quelques analogies avec la formule de Taylor. La P-3 donne la résolution
de toute équation logique. Avec m classes indépendantes on peut former
2 | 2 f $\wedge$ m) CIs différentes, et énoncer 2 I $\wedge$ [2 | $\wedge$ (2 I $\wedge$ 7 W) — 1] — 2 propositions.
Si m = 1, on a les 6 F : « = A - « = A $\wedge$ if = A - « = A a = z A . - « = A « = A • $\wedge$. - « = A
Sur deux classes (?n = 2), on peut énoncer 32766 relations. Voir ce calcul
dans RdM. a.1900 p.41. a $\wedge$ 9-1 ae CIs r): m . = . a = A Dfp • 2 » $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ = A • = •
"3 $\wedge$ $\wedge$ P Les signes A ® * 3 > $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ s'exprime par la négation de
l'autre, forment un double emploi. Nous préférons dans le Formul. le signe
3. En conséquence les signes A $\wedge$ t; V s' $\wedge$ i' $\wedge$ i' * i considérés seulement par
leur intérêt historique, et leur propriétés curieuses.

II ARITHMÉTIQUE

The text on this page is estimated to be only 26.72% accurate

Signes Noms §10 0 « zéro » N. € nombre » + « plus ». Si $a \in \mathbb{N}^y$
a+ indique c le successif de a * §11 Gis' « classe de » N, « nombre naturel »
§12 $>^<^$ §13 X « multiplié par » §14 r « puissance » §15 •• € intervalle »,
numération.

The text on this page is estimated to be only 10.77% accurate

$31 \ 0 \ \S 10 + \ll 1. \text{Pp} \bullet 0 \text{Nq} \text{e Cls i OeN}^{\wedge} \bullet 2 \text{ae Nrt} .3^{\wedge+} \wedge \text{Np} \bullet 3 \text{se}$
 $\text{Cls} . \text{Oes} : \text{xss} .3 \gg - \ll^{\wedge+} \text{c} -^{\wedge\wedge} \text{O} -^{\wedge\wedge} \text{D} -^{\wedge} ! \text{Induct j '}\hat{\text{A}} \text{ayhe N}\check{\text{c}} . \text{a} + = 6 + .3^{\wedge}$
 $\text{---}^{\wedge} \bullet 5 \text{ae No} .3 \text{a} + - = 0^{\wedge} 2. 1 \text{zz} = 0 + , 2 = 1 + . 3 = 2 + . 4 = 3 + . 5 = 4 + . 6$
 $= 5 + . 7 = 6 + . 8 = 7 + . 9 = 8 + . \text{X} = 9 + \text{Df Df} + \bullet 1 \text{afNo} .3^{\wedge+0} = \text{a} \bullet 2 \text{a,6fN},$
 $3. \text{a} + (\& +) = (\text{a} + \&) + \bullet 3 \text{a}^{\wedge} \text{No} 3 -^{\wedge+1} = \ll + [10 \text{I} 6) \text{P} - 2 \text{o. P}] \text{a} + 2 = (\text{a} +) + [$
 $(1 \ 1 \ \text{b}) \text{P} 2 \text{o. P}] \bullet 4 \text{a,teNo} 3. \text{a} + (\text{ft} + 1) = (\text{a} + \text{b}) + 1 [\text{P} - 2 - 3 \text{DP} 1^{\wedge} 4. \text{a,6,CfNo} 3:$
 $. \bullet \text{i} \text{a} + \text{b} \text{e N}, [\text{Hp} . 6 = 0 . \text{Df} 4 - \text{O. Ths} (1^{\wedge} \text{Hp} . \text{a} + \hat{\text{o}} \text{fiXo} . \text{Df} + . \text{Pp} - 2 \text{O.} \ll +$
 $(6 + 1) \ll \text{No} (2) (1) . (2) . \text{Induct} .3 \text{P}] \bullet 2 \{ \text{a} + \text{b} \} + \text{c} = \text{a} + (\text{b} + \text{c}) \setminus \text{Assoc} + | [\text{Hp} .$
 $\text{c} = 0 .3 \text{Ths} (1) \text{Hp} . (\text{a} \text{H} >) \text{rc} = \text{a} + - \text{b} + \text{c}) . \text{Df} + \text{O.} (\text{aJ}^{\wedge} \text{b} \} +^{\wedge} \text{c} + \setminus) =$
 $[\text{ia} + \text{b} \} + \text{c}] + 1 = [\text{a} + \{ \text{b} + \text{c} \}] + 1 \text{Df} + \text{O.} >> = \text{a} + [\text{ib} + \text{c}] + 1] := \text{a} + [\text{b} + (\text{c} + \text{V}) \text{i} 2^{\wedge} (1) .$
 $(2) . \text{liiduet O. P}] \bullet 21 \text{a} + \text{b} + \text{c} = \{ \text{a} + \text{b} \} + \text{r Df}$

The text on this page is estimated to be only 22.10% accurate

$32 + \bullet 3 a+b = b+a$ J Cbram+ j [W+ O. $0+0=0$ (1) $0+a=a$. Df+ O.
 $0+(a+1) = (0+a)+1 = a+1$ [2) (1) . (2) . Induct O- $0+a=a$ (3) Df+ O- $1+0 =$
 $0+1 = 1$ (4) $1+a = rt+1$.3 $1+(a+1) = (1+«)+1 = («+1 !+1 l»)$ (4) . (5) . Indiict
O. $1+a = a+1$ (6) $rt+6 = b+a$. Df+ O. $a+(6+1) = («+6 i+1 = (6+«)+1$ Df+ O.
 $« =6+(a+1)$ (6) O. $» =6+fl+a)$ AS80C+ O. $» = (b+1)+a$ (7) 3) . (7) . Induct O.
P] •4 $a=b$.]3- $a+c = \&+c$ [§1 O. $a+c = a+c$ (1) (1) O. as X3 { $a+c = a'+c$) f
2) (2) . §f 4-3 O. 6£ aîjf $a+c = ac+c$) (,3) (3) O. Ths] •5 $a+c = b+c$.3 $\wedge=\&$ [
 $c=0$ O. Ths (1) $a+c=6+c$.3. $a=\& : Pp'4$ O: $a+(c+1)=6+(c+1)$ O. $\ll+c=6+c$ O.
 $\ll=\&$ (2.) a) . (2) . Induct O. P] •6 $a=b$.=. $a+\wedge? = ft+\wedge$ [.=. p-4 . P-5]
Xotes. Selon l'école de Pythag'ore, le premier nombre (*Agiâ/i6ç) est 2.
Cette signification se conserva pendant le moyen âge. . L'usage commun est
de commencer la numération par 1. Ces nombres ont été indiqués par N
dans F1889-1895 ; maintenant par N,. Il est plus commode de commencer
par 0. On élimine la Df du 0, qui différemment présente des difficultés. Le
signe Xy , qu'on peut lire «nombre», doit être considéré comme un signe
unique, qui représente une idée simple, bien qu'il soit typographiquement
composé. Le signe + représente d'abord l'idée simple de « successif».
Ensuite il désignera la somme. Donc après la P3'3 au lieu de $a+$ nous
écrivons $a+1$, selon l'usage ordinaire. Sur l'origine du signe + voir §— note.
Peut-on définir le nombre? La réponse dépend de l'ensemble des idées
qu'on suppose connues. Si l'on présuppose seulement celles représentées par
les signes de Logique des §§ précédents, alors la réponse est négative. Nous
considérons los signes 0, Xy, +, comme représentant des idéo.s

+ 33 primitives, qui combinées avec les signes de logique, nous donnent la définition symbolique de toutes les idées d'Arithmétique, d'Algèbre et d'Analyse infinitésimale. Propositions primitives. Les idées primitives sont déterminées par les propositions primitives que nous venons d'énoncer desquelles découlent toutes les P de l'Arithmétique. Dans la lecture des propositions il convient de se rapprocher autant que possible du langage ordinaire. On lira p. ex. comme il suit: •0 « N est une classe » -1 « à laquelle appartient 0 ». •2 « Tout nombre est suivi par un nombre ». •3 « Soit s une classe ; supposons que 0 appartienne à cette classe ; et que toutes les fois qu'un individu appartient à cette classe, son suivant y appartienne aussi ; alors tous les nombres appartiennent à cette classe » . On appelle ** principe d'induction, cette Pp . On peut aussi la lire: « Si une condition est satisfaite par le nombre 0, et si, étant vraie pour le nombre x, elle est aussi vraie pour le nombre x+, elle est vraie en général ». Ou encore: « N est le plus petit système qui satisfasse aux conditions •1"2 ». •4 « Deux nombres suivis par le même nombre sont égaux ». ■5 « Le nombre qui suit un nombre quelconque n'est jamais 0 ». Itid(^j)endance de a Pp, Une condition a contenant une variable x, ou un système de variables, est dite « indépendante » de la condition 6, si g fl??^6-rt), « existent des x qui satisfont à la condition h et non } \ la a ». Les Pp sont des conditions entre les objets non définis 0, Nq, +, qu'on peut considérer comme des variables ; on peut donc parler de leur indépendance. Chacune des Pp-0-1*2 contient un signe Nq, 0, +, qui ne figure pas dans les précédentes ; donc chacune d'elles en est indépendante. Si l'on remplace Nq P^r Kq (nombre rationnel positif ou nul), la condition '3 n'est pas vérifiée, bien que les précédentes le soient. En effet il ne suffit pas de reconnaître qu'une formule est vraie pour 0, et que étant vraie pour a, elle le soit aussi pour a+1, pour conclure qu'elle est vraie pour toutes les valeurs rationnelles de la variable. Autrement dit : Ro B Cls : OêRo : as Rq O. a+1 b Rq mais la proposition : 8B Cls . Ob» : XBS r^x . X-\-1 BS iZD' Rq H) * n'est pas vraie, car on a une absurdité si l'on remplace s par Nq . Donc la P'3 est indépendante des précédentes. Un système périodique, précédé d'une antipériode, comme la suite 0, 1, 1, 1, ... satisfait i6 toutes les P précédentes, mais non à la Pp*4. Un système périodique, p. ex. les heures astronomiques du jour, où i' heure qui suit 23 est 0, ne satisfait pas à la '5, bien qu'il satisfasse à toutes les autres Pp. F 1902 rl.iS 3

34 + Ainsi nous avons prouvé l'indépendance ordonnée des Pp ; c'est-à-dire que non seulement on ne sait pas déduire, mais qu'il est impossible de déduire une Pp des précédentes. On peut prouver aussi l'indépendance absolue des Pp. Les exemples portés à propos des P*3, '4, -5 prouvent qu'elles sont indépendantes aussi des Pp suivantes. Sien attribuant à 0 et à + la signification commune, l'on donne à N(, la signification Nj, sont vérifiées toutes les Pp, exceptée la -1. Si en conservant à 0 et h + la signification commune, on attribue à Xo la signification « chiffre, ou ensemble des nombres 0, 1, 2,... 9 », on satisfait à toutou les conditions, à l'exception de la '2. Enfin nions que No soit une Cls ; c'est-à-dire par Cls entendons tout ensemble, excepté l'ensemble Nq ; mais convenons que $a^{\wedge}$ signifie « a est un nombre » (comme si Nq était une Cls). Alors seront vérifiées toutes les P suivantes, mais non la '0. La P'O, non nécessaire selon les conventions de F1889, le devient par les conventions actuelles. Voir h\s éditions précédentes. Ces Pp, dont nous avons vu la nécessité, sont suffisantes pour déduire toutes les propriétés des nombres qu'on rencontrera dans la suite. Mais il y a une infinité de systèmes qui satisfont à toutes ces Pp. P. ex. elles sont toutes vérifiées si Ton remplace $N^{\wedge}$ et 0 par N, et 1. Tous les systèmes qui satisfont aux Pp sont en correspondance réciproque avec les nombres. Le nombre, $N^{\wedge}$, est ce qu'on obtient par abstraction de tous ces systèmes; autrement dit, le nombre, Nq, est le système qui a toutes les propriétés énoncées par les P primitives, et celles-là seulement. 2. Note sur les chiffres Ces P définissent les chiffres 0, 1, ... 9. Le signe X des Romains pour indiquer le nombre « dix » est nécessaire jusqu'au §••. Sans ces conventions, les nombres qui suivent 0 sont exprimés par 0+, 0+ + , 0-h + -f- , etc. Si l'on remplace les + par des barres, et si on sous-entend le 0, ils seront indiqués par I II m par la répétition d'un même signe ou comme réunion des unités. C'est la notation primitive des nombres, qui date des temps les plus reculés, et est encore en usage dans des cas spéciaux, comme la taille de la boulangère, les jeux de dè, de dominos, de cartes, la cloche qui sonne les heures. Dans les hiéroglyphes des anciens Egyptiens, les nombres 1, 2,... 9 sont figurés par 1, 2,... 9 barres. Puis il y a le signe P| pour représenter 10, et des signes pour représenter 100, 1000, etc. • Dans les écritures hiératiques et démotiques (a. — 2000), déformations de l'écriture hiéroglyphique, les scribes ont réuni ces barres, et ont formé des signes simples, ou chiffres, pour représenter les nombres de 1 à 9; comme

^ 35 on voit encore dans nos chiffres 2 et 3, qui proviennent évidemment de la réunion de deux (=) ou de trois barres (=), Ces deux chiffres ont, dans le calendrier égyptien, presque la même forme que chez nous et chez les Indiens. Chez les Arabes ils résultent de barres verticales, et ont à peu près la forme ko et ça. Les chiffres 4 et 9 se ressemblent encore chez les différents peuples. La forme des chiffres 5, 6, 7, 8 a varié beaucoup chez les Egyptiens, les Indiens, les Arabes, et chez nous. 3. Les P'1'2 définissent la somme par induction. « Soit a un K^ ; a+0 signifie a ; et, en supposant connue la somme de a avec un nombre b, la somme de a avec le successif de b est, par définition, le nombre successif de a~\~b » . Si dans la P'2 on donne à b successivement les valeurs 0, 1, 2, ..., on a a+1 = a+ a+2 = «++ a+3 z= a+++ En général a-{ -b, qu'il faut imaginer décomposé en a et - \-bj signifie « a suivi de b signes + * o^^ « 1^ successif d'ordre 6 de « ». •3 En conséquence nous écrirons dans la suite a+1 au lieu de a+, selon l'usage commun. La Df-2 se transforme alors dans la -4, qui exprime. TAssoc -f dans un cas particulier. 41 « La somme de deux nombres est un nombre déterminé. En effet, quel que soit le nombre a, cela est vrai si 6=0 par la P3-1 ; si la somme a-f6 est définie pour une valeur de 6, par la P3-2 elle sera aussi définie si l'on remplace b par son successif; donc, d'après le principe d'induction, la somme est définie en général. » Note hintorique. Les propriétés élémentaires des, nombres et de la somme sont des connaissances communes. Le principe d'induction, quoique non énoncé d'une manière générale, avait déjà été employé explicitement par Maurolycus a. 1556, dans son ouvrage : Arithmeticon libri duo^ Venetiis, a. 1575. En effet dans plusieurs démonstrations cet auteur (p. 7, 17, ^30, ...) après avoir démontré que l'énoncé, étant vérifié pour un nombre, est aussi vérifié pour le suivant, l'ayant vérifié pour les premiers nombres, il en conclut : « et eodem syllogismo pro quovis alio assignato loco utemur ad roborationem propositi. » (pag.30). Ou plus clairement : (pag.7) «... et sic deinceps in infinitum semper (propositione) repetita propositum demonstratur » . Pascal a.1654 t.3 p.298 : « Premier lemme ... cette proposition se rencontre dans la seconde base... Deuxième ... si cette proposition se trouve dans une base quelconque, elle se trouvera nécessairement dans la suivante. D'où il se voit qu'elle est nécessairement dans toutes les bases ».

36 + Les définitions du nombre et de la somme, qu'on rencontre dans les traités communs, sont presque toujours des cercles vicieux. Voir RdM. t.1 p.25, 85... t. 6 p.84. H. Grassmann, *TjétirhxLch der Arithmetik*, Berlin a. 1861, a donné (n.15) la définition par induction de la somme $P31-2$, et la Dem de la $P4-2$ et celle de la $4*4$ de (3) à la fin. Nous avons prouvé que les idées d'Arithmétique sont définissables par les idées primitives 0, Nq, +, et que les théorèmes d'Arithmétique sont des conséquences des Pp énoncées, dans *Arîthmetices principiay nova methodo exposita* a. 1889 cité par FI 889. Dans F1898 et RdM. t.6 p.84, nous avons réduit à notre système de Pp le» conditions qui servent à définir les nombres dans D ed ek i n d , Vf as siul und was sollen die Zahlen ? a.1888. La preuve de l'indépendance des Pp a été donnée, et ensuite complétée et simplifiée dans RdM. a.1891 p.92, et par M. Padoa, F1899, et M. Va ce a F1901. La théorie des principes de l'Arithmétique, que nous venons d'exposer, a été adoptée dans plusieurs traités didactiques : '^P. Gazzaniga, *Libro di Aritmetica e di Algebra elemeiitare*. Padova a.1896, 2a ediz. a.1897, 3* ediz. a. 1900. •C. Burali-Forti e A. Ramorino, *Aritmetica*, Torino 1898. M. Nasse, *Algebra elementare*, Torino 1898. Stolz und Gmeiner, *Theoretische Arithmttik*, Leipzig a. 1900. La bibliographie de 48 travaux sur ce sujet, jusqu'à a. 1900, est contenue dans G. Mannoury, *De zoogenaamde groiuleigenachap der Rekenkuiide*,

The text on this page is estimated to be only 14.93% accurate

37 § 11 Nj (nombre naturel) $\wedge 1-0$ ke Cls $\cdot \wedge$. ClH'k = Cls $r >$
 xaix'^k) Df Lisez Cls'^ par « classe de k ». Cette notation est un cas
 particulier d'une qui suivra (§T2'1). Soit a un nombre et u une classe de
 nombres, w+a indique les nombres qu'on obtient en ajoutant aux différents
 nombres de la classe u le nombre a. On peut donc écrire l'égalité . ysu $\cdot =$:.
 y+a f u-} -a Posons $x = f/-\{-a$. Elle devient a .y5[.yffw . 3c=: y-{-à\ $\cdot =$. xs u-
 $\wedge$ -a Distribi;3,n) 3 un y3 {xz=. y-\-à) $\cdot =$. 5CfiM+a Oper ces $\wedge$ a'îfa i« $\wedge$
 y3 {x $\cdot$ = y+a)] = w +a qui contient dans un membre le signe nouveau M+a,
 et dans l'autre une expression composée par les signes précédents. On peut
 donc la prendre pour Df : UjV,w£ Cls'N $\wedge$. aeNç $\cdot \wedge$. 'i u- $\wedge$ -a = xs^K vf $\wedge$
 y3 {x $\wedge$ y+cij] Df •2 a+u = » > (x = a+y)] Df •3 u+v =: X3[a(î/s $\wedge$)3 {ysu .
 zsv . x $\wedge$ y+ $\wedge$)] Df •31 » = X3['3. u r> y3(x£ y+v)] . Dfp •32 * z=z X3[:3L
 V « Z3(X£ W+ $\wedge$)] Dfp [P-3 . §a 2-2 .3 P'31 . P-32 1 •4 a+w = w+ $\wedge$ *5 ? $\wedge$ +?
 = i?+w [Comm + \ •6 w+(y+?(?) = {u+v)+w = ii'{'V>-\tc ! Assoc + j •7 a+
 (iu $\wedge$ v) = {a+ $\wedge$ « $\wedge$ a+ $\wedge$) j Distrib (+,u) j •8 N,+N, = N, « 2-0 N, = No+l •1
 N.:3N, [=pp-2] •2 0 -e N, [= Pp-o] Df

The text on this page is estimated to be only 11.74% accurate

38 §12 $\wedge > \wedge$ 1. $a^b.rMs^{\wedge\wedge} 7^{\wedge}$: 0 b^a $\Rightarrow$ $a^{\wedge}$ $\Rightarrow$ $bs\ a+N$, $Df^{\wedge}$ Les signes $>$ et $<$ ont la forme ff et § dans Girard, a. 1629 fol.[^]; là forme \ZI JZI dans Oughtred a.1631, qui a aussi introduit des signes correspondants à $\wedge \wedge$ (Clavis Math. Ix>«dini a.1648p.166) ; et la forme actuelle dans Harriot a. 1631 p. 10. Nous considérons ici le wigne 5[^] comme un signe simple. Voir P3*2. •01 a^O -02 a^a '03 a^b . b^a $\Rightarrow$ $a=b$ •04 $a5^{\wedge}$ $\Rightarrow$ s . $a^{\wedge}$. l^c $Df\ M$ (f^b . b^a .3- ($\wedge [x.y$ s^Q . $cz= h-\backslash y$. $\hat{o}= a-\backslash x$.3. $c= a-\wedge x+y = \wedge/(x+//)$.3. $c\hat{i}^{\wedge}$ (1) (1) . $Elim(cr;i/)$.3. P] •2 $\&^a$ $\Rightarrow$ $6+(?^a+cr [a?f\ Nq$. $\hat{o}= rt+cc$.3- $\wedge c=r$ $o+a^*+c = w+o+a$: .3- $\wedge+c$ $\wedge$ « $+c$ (1) $2Cf\ No$. $6+c = a+c+a?$. §+ $P4-5$.3. $\hat{o}= o+\hat{i}t$.3. $Z^{\wedge\wedge}a$ (2) (1).(2) . $Elim\ a$; .3. P] •3 b^a . $d^{\wedge}$.3 $\wedge+\wedge \wedge \wedge+\wedge [Hp$. $P'2$,3. $b-Hi^{\wedge} a^d$. $a+d \wedge a+c$. $P-1$.3. Ths] $\wedge^2$. $a,\&,r,rff\ N$, .3 -0 $6>a$.1 $\Rightarrow$ $f^{\wedge}<6$ $\Rightarrow$ $ftea+N$, $Df>$ •1--3 = $O\ I^{\wedge})PLM--3$ •4 $0=0$.w. $a>0 [a=0$.3. P (1) $a=0$.3. $a+l>0$ (2) $a>0$.3. $a-fl>0$ (3) (2) . (3). $Cmpo$.3: $a=0$.w. $o>0$.3. « $+1>0$ (4) (1) . (4) . $Induct$.3. P] •5 $a=\&$.y. $a<\&$.y. $a>6 [afNo$. $hz=0$. $P-4$.3. P (1) $afieSo$. $rt=\hat{o}$.3- « $< 2>+1$ (2) . $a<6$.3. » (3) . $ceNi$. $a=b+c$. $P-41$.3. a^b+1 .u. « $> 6+ 1$ (4) » . a'^b . (4: . $\hat{i}^{\wedge}limc$.3» » (,5") » : $a=zb$.u. $a<6$.y. (7>6 : (2) (3i,5i . $Cmpw$:3: $a<(\&+l)$.u. $az=(6+1)$.y. $a>(6-fl)$ (6) (1) . (6) . $Induct$ 3. P] •6 $-(/\wedge/>a)^{\wedge} 3$. a,teN , .3 $M\ b>a$ $\Rightarrow$ $-(b^{\wedge\wedge}/) Dfp$ •2 b^a $\Rightarrow$ $6>>a$.y. $6=a$ Dfp

The text on this page is estimated to be only 8.73% accurate

$39 \S 13 X + ^1. \text{aybyC,deN}^{\wedge} .3 \ 0 \ r/xO \text{---} 0 \bullet 01 \text{ ax}\{b+l\} = (\text{axh})+a$
 $\text{Dfx} \bullet 02 \text{ axl} = a . \text{ax2} = a+a \ [\text{poi} . o \backslash b . 1 \backslash b . \dots 3 \text{ P}] \bullet 03 \text{ ab}^{\wedge} \text{ayjj} .$
 $aXbXc = \text{uiXb})Xc \text{ aXb} + \text{cz} = \text{'rtxjy} - \{-c . a - \backslash - bXc = < i + \{bXc\} \text{ Df i axh s N}\S \ [$
 $\text{aeNo} . \text{DfX O} . \wedge \wedge \text{XOfNo} \ (1) \text{ aM X o ' (iXb e No . Dfx . } \S + \text{P}^{\wedge} \text{l O} -$
 $\wedge < \text{X}(2 > + 1) \text{ £ No C}^{\wedge} \text{' a} \} . \{2j . \text{Iiuluct O} . \text{P} \} \bullet \hat{\text{i}} \text{ a}(\& + r) = r/\& + r/r !$
 $\text{Distrib}(X,+) ; \ [\ ^{\wedge} , \& , \text{cfXo} \bullet \text{c} = 0 \text{ O} . \text{ai}\hat{\text{o}} - \text{fc}) = \text{€ib} + \text{ac} \ 1) \text{ rt}, 6, \text{c8N}() . \text{rt}, 7 > + . \text{ci}$
 $= r \text{ ab} + \text{ac} . \text{A.ssoe} + . \text{Dt'X O} - '4^{\wedge} \text{f ic f 1} \] = \text{rt}[(6+r, i+1] = \text{a'b} - \{-c\} - \backslash - \text{a} = r?$
 $6 + \text{rtr} + \text{rt} = (\text{ib} - \backslash - \text{a' c} - i - l) \text{ i2) fl} . '2) . \text{Induct O} . \text{P} \} \bullet 3 \hat{\text{u}}(+i; y; = \text{ac} + 6r \ |$
 $\text{Distnb}(X,+) \ | \ [\text{Hp} . \text{c} = 0 \text{ O} . \text{Ths} \ (1) \text{ rt}, \& , < ? \text{fNo} . \text{ia} + \text{bw} = \text{ac} + 2 > \text{o} . \text{Dt}^* \text{ X}$
 $\text{O} - ' \ll + 2 > \text{c} + l ' = ((i - \backslash - b) \text{c} - \backslash - (a - \backslash \sim b) = \text{ac} - \text{f6c4} - \text{a} - \text{H6} = // \text{c} + \text{rt} \ 4 - (6 \text{c} + 6) = \text{z} \ll .$
 $\text{c} + 1 \text{ Vf}^{\wedge} \text{c} - \} - l > 1 \ 2) \text{ il} \} . (2) . \text{Induct} - 3 \text{ P} \} \bullet 4 \text{ ah} = \text{ba} \backslash \text{Commx j} \ [\text{i} > \text{fx} . 3$
 $0 \text{X0} = 0 \ (1) \text{ r/fiNo} . \text{OXa} = 0 . \text{Dfx} \ 3 - \text{OX}^{\wedge \wedge} + 1 - = 0 : <^{\wedge} / + 0 = 0 \text{ f2) f 1) . i2) .$
 $\text{Induct} \ 3 - \text{OXa} = 0 \ (3) \text{ Dfx} \ 3 \ 1 \text{X0} = 0 \ 4) \acute{\text{e}} / \text{fXo} \bullet \text{ix} \ll = \text{rt} \ 3 . \text{iX}' / + i) = \text{i} > :^{\wedge} + i$
 $=^{\wedge} / \text{f} - i \ (\text{f} >) \ (1 \ 1 . 5) . \text{Induct} \ 3 . \text{IXa} = \text{a} \ (\text{G}) \text{ flfNo} . \text{P'O} . (3) \ 3 . \text{rtX0} = 0 \text{x} \ll (7)$
 $(\text{ifi} \text{£}^{\wedge} \text{o} . \text{ab} = ? > \text{rt} . \text{Dfx} \ 3 - \ll (6+1) = \text{ab}^{\wedge} \text{a} = \text{i} > \ll + \ll (()) . \text{P} - 3 \ 3 . \gg$
 $\wedge \text{b}(\text{i} + \text{hi} :^{\wedge} \{ \text{b} + \backslash \} \text{a} \ (8) \ (7) . (\ll) . \text{Induct} \ 3 . \text{P} \} \bullet 5 \{ \text{axb} \} \text{xc} = \text{axibxc} \} \backslash \text{AssocX j} \ [$
 $\text{Hp} . \text{c} = 0 \ 3 . \text{Ths} \ (1) \text{afi} . \text{CB}^{\wedge} \text{Q} . \text{iabc} = . \text{a} : \text{bc} \} . \text{DfX} \bullet \text{Distrib}(X, + ' \ 3(\text{ab} . (\text{c} + 1^{\wedge}$
 $= \{ \text{ab} \text{ c} -^{\wedge} \text{ab} = \text{a}(\text{bc}) + \text{ab} = (\text{i}, \text{bc} - \backslash - \text{b} \text{ i} = \ll [6 \text{ c} + 1 \bullet] \ (2) \ (1^{\wedge} . (2 . \text{Induct} \ 3 - \text{P} \]$

The text on this page is estimated to be only 10.18% accurate

$40 X \cdot 1 (a+b)(b+c)\{c+a\}+abc = (ab+bc+ca)\{a+b+c\}$ On
 remarquera que si dans le premier membre de ces P au lieu di's -} on met
 dos X, et au lieu des produits indiqués on fait des sommes, on obtient le
 second membre, et réciproquement. $\wedge 3. u,v,ioe Cls'No . a,teNo -3 \cdot 1--3 (X$
 $I +)\S N,PM--3 Df \cdot 4 au = ua . ur = vu . u\{mo\} = \{uv\}\backslash o =$ une Remarquons
 qu'on n'a pas en général $u\{a-\backslash b\}^{\wedge}ua-\backslash ub$. P. ex. si $w=No$, $a=:6=1$, on a
 $\hat{i}^{\wedge}(/+6i=2No$, $t^{\wedge}rt+w6=No$, et les deux Cls ne coïncident pas. $\cdot 6 NoXN, =$
 $No^{\wedge} 4. a,VfNo 3 ** \&fN,,xa.cfNoX/^ O- r^{\wedge}N.xa \cdot H teNoXa 3.$
 $N^{\wedge}X/O^{\wedge}oXa \cdot 2 \&,re NoXa .3 \&+C \pounds NoXa -2 1 NoXa + N^{\wedge}Xa = NoXa \cdot 3$
 $?;,/;+(? \pounds NoXa .3- ceT^{\wedge}Xa \cdot 31 te NoXa .3 ^{\wedge}^{\wedge}^{\wedge} \wedge ^{\wedge}oXac \cdot 32 //^{\wedge},// \pounds NqXc .3$
 $f^{\wedge}ff^{\wedge}^{\wedge}+bn s NqXC \cdot 4 a(Vf+1) \pounds 2No . ci\{a+1\}\{a+2\} e 6N$, Continuation : §!
 $P-1 \cdot 5 m;a+1)(2a+1)\pounds 6No \cdot r> a+b 8 2No . =. a,6e 2No .w. a,\&e 2N,+1 Nj^{\wedge}$
 $5. a,b,^{\wedge},(if N, 3 -0 ax\&eN^{\wedge} \cdot 1 ac = bc 3- ^{=} * >> -2 a>\& . =: . ac > bc \cdot 3$
 $a>>\& . c>(i 3 ^{\wedge}^{\wedge} > ^{\wedge} \cdot 4 a>b . (?>>rf 3 \ll^{\wedge}+\&rf !> c[d+bc [Hp . x,ye^{\wedge}i .$
 $az=b-\backslash x . c=d+y O- ac-\{-h(1 =.'2lHf-\backslash-by--ilr-\backslash-jcy . ad+lyc = 2hd+bt/+dx$
 $.3. Ths] \cdot 5 ?^{\wedge},rf Cls'No . aeNi 3 axiu^{\wedge}r) = \{axu\} f>.(axr)] Distrib(X,^{\wedge}) !$
 Ex. §mIt If) Dm. Continuation §" :M.

The text on this page is estimated to be only 26.53% accurate

41 Notes historiques. Les propriétés de la multiplication sont bien connues même par les hommes qui n'ont pas reçu d'instruction. Les propriétés Distrib(X, +) et CommX sont énoncées par Euclide: j EUCLIDES VII P16 : "Εοxμαav ôvo àgn^/uol ol A, B, xal ô jtihv A Tov B nolkaTtXaoïdaaç xbv F Ttoieirojf ô ôè Btov A » $A * B = B * A$ Xéyw, on tooç èorlv ô F t(û A, \ La propriété AssocX semble plus récente: 1-5 (Legendre a.1808 p.2: On suppose ordinairement qu'en multipliant un nombre donné C par un autre nombre N qui est lui même le produit de deux facteurs A et B, il revient au même de multiplier C par N tout d'un coup, ou bien de multiplier C par A, ensuite le produit par B. { [3-2--3 EUCLIDES VII P28 ! La Df - OOl, par induction, et les Dm des P-2-3-4 se rencontrent dans Grassmann a.1861 n.56-57. Dans plusieurs traités (Dirichlet, Baltzer, Humbert,...) on rencontre la Dm de CommX suivante: « Ecrivons sur une ligne horizontale 4 lois l'unité, 1111 puis répétons 3 fois cette ligne; il y aura 4x3 unités 1111 dans le tableau. Or il y a 4 colonnes qui contiennent 1111 chacune 3 unités; il y a donc 3x4 unités dans le même tableau. Donc $4 \times 3 = 3 \times 4$. » Cette Dm, selon Hankel, est obtenue « durch eine in Grand geometrische Construction. » On rencontre le signe X dans Oughtred, Clavis matheniafica, a. 1631. Le sigiie X permet d'exprimer les idées représentées par les mots suivants : Factum (produit, yevo/ievoç) ex a et b = aXb (Facteurs de aXb) ^ («;?>) (Multiplicande de aXb) i= a (Multiplicateur de aXb) = b (Multiple de a) = (N^X^). Les termes « facteurs, multiplicande, multiplicateur » n'expriment pas des fonctions de nxb. Car on a $2 \times 6 = 4 \times 3$, sans que les facteurs coïncident.

The text on this page is estimated to be only 3.10% accurate

§14 [[^] (puissance) ft^{\2} = ff^{*^} = axa i Disrt^{^ib}]^{^,x}) I X [^] 1.
 ajb;,n,nf^{^^}.3 •0 flfvi — r?" = 1 '02 ^{^1} - = a' := a •03 1|^{^/,/} = 1*" ^{^1} ■05
 rt|Vj 4-P = I. «|V» +c Knelîde, l.IX, nppi^{^llR} f^{^m} «« tr tortin' d'ortlri[^] i«-t-l
 druir[^] In proportion foutiiiiu[^] tloiit Ui priMiiior u*niu[^] est i[^] H le neeniid a
 t. Puîssmiff! ^{^^}]>ritenthi, ast la version de tSvrafnc i Dîopbantii[^] ,(qui
 sî[^]itiaît « enrre >», Dans ChuqiiBL, a.l4H4 et ^l's eoniompo raina, la hme
 est poua-entencliie; elle ejit rinronmio du prnblènu'. Girard n.ltj21:l adopte
 lu notation (m)fs. Lu notation (t** a été introduite dans ^u^{^4}Age connuun
 par Deficartes[^] a.lH44;nmLs la ï.uivrniiis iri lorHcjnc Te.xpoHnnt est
 simple. Lft notation f^{^vi} se reneotUro dans Poil a.lfirilt (cfr, Wallîs t*2
 p.i^{^IV}'; mais iioûiî avoués donné la ft^{^rme} f[^], qui est k[^] si[^]ne dfi raoine
 renventé, an signe de Pell, qui ewt la sîii'le gre(.M[ue de la t[^]ntiinaiwuu oç.
 La notation tf^{^m} ent plus eonnjiodti lorsque Tex [casant Oi*t i'Oini>osé ;
 en éerivant Texjiosant en raraetères plus petits on rencontre des diftii'ultés
 de lettire reuiar<pu"es dans IdM. aJJMJO p.27L et des dîtieuillës
 typographiques eneoje plus graves*. Par ees rnisfius jilusieurs A. éerivetit
 exp-r au lieu de g[^] . Deji Df données résulte O'^l, ce qui n[^]apportê pas de
 contrndicÈion. Les Dni élenieutaires des P préeéd<[^]ntes ne sont pas écrites.
 Voir gf P9. # I. aJ>eN[^].3 ■1 (H + hf = a*+2ab+l/\ El clidej* 11 P4 j (a+hf
 — (â-[^])\ (iVf + HaI/^{^h} j Dit>îMlAN'Tl*s iv P9 j (a-i-by ::= a' +[^]a'b +
 î]a^{^y}' +[^]fib[^] + h' Contimatiou : §-2:15*1 ■3 (a+by+a[^] + b" ^{^2}{a* -[^]fib+b*f

The text on this page is estimated to be only 9.68% accurate

$1^{\wedge} \_ \_ \wedge \bullet 3 \{a+by = a^{\wedge}+b^{\wedge}+bab\{a+b\}\{a^{\wedge}+ab+b^{\wedge}\} \bullet 6 \{a+by =$
 $a'+b'+lab\{a+b\}(a^{\wedge}+ab+by \hat{=} -b-' \hat{=} Cauchy a.1839 \text{ Œuvres s.l t.4 p.501 j } \bullet 7$
 $\{a+by+a'+b'=2(a^{\wedge}+ab+b')[\{a'+ab+by+4a'h\backslash a+b\})'^{\wedge} \wedge 3. a,\&,C\text{f}No O. \bullet 2$
 $(a+\&+c)' = a^{\wedge}+b'+c''+3\{a'b+ab^*+a^*c+ac^{\wedge}+b'c+bc') + Qabc \text{ Continuation :}$
 $\S! P8. \bullet 3 \gg = a'+\&'+c'+3(a+\&)(a+c)(6+c?) \bullet 4 \gg +3a\&(?$
 $=a'+6'+6^*'+3(a+\&+c)(ab+a^{\wedge}+ftc) \bullet 5 \gg +a\gg+6'+/?' = (\&+c)'+(c+\langle)' +$
 $(a+\&)' + 6a\&c \bullet 6 \{a+b-\backslash-cy+a''+b''+\& = 2\{a^*+b^*+c^{\wedge}\}\{a + b + cy +$
 $Sabc\{a+b+c\}+2\{a'b^*+a\}c'+b'c') \bullet 7 \{a+b+cy+a'+b'+c' = (a+by+\{a+cy+$
 $(b+cy+3x4abc\{a+b+c\} \bullet 8 (a+ft4-\wedge^* = a'+b^{\wedge}+c''+b(a+b)\{a+r\}\{b+c\}$
 $\{a^{\wedge}+b^*+c^{\wedge}+ab +ar+bc) \bullet 9 a(6+c)^*+\&(\wedge+\langle)'+<^{\wedge}(\langle+\&)' = (a+b)(b+c)$
 $(r+a)+4:abc \bullet 2 \text{ as } 1+N, . 6,ceN, . a=a^{\wedge} .3 \text{ ft}=c^{\wedge} 5. a,b,m,7i\text{f}\ddot{I}i, .3 \bullet 1 a^* \text{f}$
 $Nj6' . =. rt\text{f} N,b -2 a^{\wedge}EN^{\wedge}b^{\wedge} . =. ael^{\wedge}Jj \text{ I EucLiDES VIII P14-17: 'Eàv}$
 $reiQàycovoç lerQâyœvov jnerQ\}], xnl \text{ f}j Jtkevgà \text{ t}fjv \text{ Tikevgàv jnerg}^{\wedge}ofi \text{ xal}$
 $èàv \text{ f}j nXevgà \text{ tt}jv \text{ TiXevgàv /tiergf}\}, \text{ xal } \hat{=} \text{ rergaycovoç tov lETgàyiovov}$
 $^{\wedge}eTgrjoei, *Eàv xv^{\wedge}oç \grave{a}gii^{\wedge}fibç xv^{\wedge}ov \grave{a}gtû/jov juergij, -, \text{ xal } 6 xv^{\wedge}oç \text{ rbv}$
 $xéfi\text{ov} \bullet 3 \text{ ae } N,x\& . =. a^*" \text{ f} NjXft'^* ! \text{ Euglides viii P6 i } \bullet 4 a'+i;''\text{f}3N, .3-$
 $ci,b\text{f}3^{\wedge}, : a^{\wedge}+l/eW, 3. afisW, \text{ Continuation : } \S Np 3^*3 \bullet 5 a^{\wedge}cfiNj . a^* = \&^*+c'$
 $3- \text{ te}3Nis.c\text{f}3N4 . beW^{\wedge}yjce^{\wedge}N^{\wedge} . \text{ as } 5Ni \text{ u be } oN^{\wedge} y <?\text{f} \hat{=} N^{\wedge} . abc \text{ s}$
 $3x4x5xN, j \text{ Frénicle a.l676 p.76-79 j}$

The text on this page is estimated to be only 4.07% accurate

•6 a,beN, . me 2N,+1 O- «'''»" e N,x(«+h) I EULER Op. poat. t.l
p. 186 } ^ 6. t'.uf Cls'N, . «,/;fN,, .3 Df 1^ 7. N,, 'D5N,,w(5N,,+1)w(5N,,+4)
N«' 3 7N. w (7N.+1)w (7N,,+(j) N,' 3 aN,, u (9N,+1) « {9N,,+8) N.'D
r)N,y(5N.+1) Continuation : §Chf. gNpG-2 •2 «eN, .a*fiN,* .3 «fiNt' |
Euolides ix P(): '^ôr àgii^fibi ê.ttvbvtv itoU.a!ii.ttaiâaaç xvfioy noi^, xnl
aitzbi xv^oç earat, j •3 N.^N\'=N/ [=P-2 ■4 aeN, .3 (X,x«VN,' = N.'xw'
Continuation §Dvr 2^24 4ît 8. a£N, .3 -i flf+1, rt'+1 £ 2NV .=. «=1 .w. «=7)
Fekmat t2 p,434 | -2 ff+2 £ N,' ,=, a^r> -3 fl'+4£ N/ .=. rr=3 .^ .a=] 1 j
Fermât r.UïoT t,2 p.34r): *... il n'y fi qu'un seul nonibro quarrè en entiera
qui, joint au binaire, fasae un euUo, eî le dit carré pst 25.*. » N ... al nn
L'IuMt'hr un qnarrt* qui, ajouté k 4 fa^se un fubo, ou n'en trnuvern jauiaĤH
que deux en nombres en tiers, savoir 4 et 1^1- »! ■4 a'+rt F 2N/ 3. a-^\\
Fermât t.l pJ34l t L'intiVêl fli'H Pl-"4 consiste* surtout dans la diftienUt^
des démonstrations. = !/î'4-3(f+1 l>] {2N,+ IHHN,+7) 3 No'+NV+N," J
Legendre nJ797 p.398 J

The text on this page is estimated to be only 24.27% accurate

$r^{45} \cdot 2N, ;3N, \ll -fN, \gg + N, * + N, *$ j Bachet a.1621 p.241 : « Omne in autem nuiverum vol quadratum esse vel ex daobus aut tribus aut etiam quatuor quadratis coinponi, satis experiendo deprehendis. » | } Dem. Fermât t.1 p.305; Lagrange a. 1770 t.3 p.189 j $\cdot 21 (N, +1)' D N, \gg + N, \ll + N, ' + N, ' j$ P. Tannery IdM. a.1898 t.5 p.281 j $\cdot 22 (8N, +7) \times N, ON, ' + N, / + N, * + N, *$) Fermât a. 1636 t.2 p.66: « Octupluni cuiuslibet numeri unitate dcminutum componitur ex quatuor quadratis tantum, non solum in inte[^]ris sed etiam in t'ractis ». { « 10. $\cdot i$ as $N, . a' 8 N, \ll + 2N^{\wedge} \gg .3. as Nj * + 2N, * \hat{=} Fermât t.1 p.340;$ Dm. Euler Al.gébr[^]e t.2 c.13 j $\cdot 2 N / + N, ' 3) Nj - N, ' \hat{=} Alchodschandî a.992 i$ La première démonstration connue de ce théorème est due à Euler PetrNC. t.8 a. 1760-61 p. 105. Cette démonstration est tout à fait rigoureuse. Au contraire la démonstration, qu'on cite habituellement, de ses Elém. d* Algèbre (a. 1770 j est incomplète. $\cdot 3 N / + N, \ll 3 N, - N / I Fermât t.1 p.340 S$ C'est le seul de ces théorèmes dont la démonstration de Fermât nous soit parvenue. Cette Dm dépend de la $P * 1. \cdot 4 N, * - f - N / 3 N^{\wedge} N, * t Fermât t.1 p.327 \{ \cdot 5 n^{\wedge} No + 3 .3 N^{\wedge} ' + N, ' * 3 N. - N, ** [Fermât t.1 p.291 : « Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et gênerai i ter nullam in infinituin ultra quadratum potestatem in duas eiusdem nominis fas est dividere: cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet ». $\hat{=} La Dm se réduit au cas où ne Xp. Pour 7n=3 voir P * 2. On a des démonstrations élémentaires pour m=d> de Legondre a.1823 ParisM. t.6 p.1, pour m=7, de Lamé a.1840 JfM. t.5 p.195. Kummer, a. 1850 JfM. p. 138, a démontré cette P, si : re l''' {n— $S^{\wedge} I2 r^{\wedge} r. ntBr-eNiX \ll$. Il a étendu sa démonstration à d'autres cla.sses de nombres premiers, a. 1857, BerlinAbh. p. 41. Il resuite de son analyse la dém. du théorème de Fermât lorsque $W5 1 * 100$. Des recherches très intéressantes pour le cas de ii quelconque, sont dues à: Legendre, $\hat{=} id.$, qui donne aussi des résultats de Sophie Germain; Abel a.1826 t.2 p.255; Kummer JfM. a.1837 t.17 p.203; et enfin Lindemann MnnchenB. a.1901 p. 185-202. La démonstration complète est encore inconnue.$$

The text on this page is estimated to be only 13.83% accurate

$$> ^{11} \text{rt}, 6eN, .a\text{-ft om}'. a^*+b^*>2ab \text{'i } 2 \{a^*+b^*\} > \{n+hf \cdot 3 \{a+bf} \\
 > 4rtb ! \text{EUCLIDES VI P27 46 } \_ ^{\bullet 6 NX4N,,+:-i)3N,-(N,'+N,')} \hat{=} \text{Fermât a.} \\
 1640 \text{ t.2 p.203 : «Un nombre moindre de l'unité qu'un multiple du} \\
 \text{quaternaire n'est ni quarré, ni composé de deux quarrés, ni en entiers, ni en} \\
 \text{fractions » .j } \bullet 7 N,'x(8N,+7)3N,-(N,'-f-N,'+N,*)) \text{Fermât voir 9-28 } \hat{=} [\S X5- \\
 4DP1 [P-1DP] ! [P-iDP] \bullet 4 \text{rt'+fe' } > ab \{a+b\} \setminus \text{Harriot p. 79 j [P-1 o. (a-} \\
 +6\gg i(a+6)>2\text{fift}(a+\&) \text{ O. P] } \bullet S \text{2}(\text{rt'+6'}) > (a+6X\ll * + \&*) [P-4 O- 2(\text{rt}\gg -| - \\
 fe\gg)>a\hat{o} \{ \text{rt}+6\} + \text{rt}\gg + \text{fc}\gg \text{ O. P 1 } \bullet 6 \text{4}(\ll '+6') > \{a+bf [P-5 O. Mffi+V)> \\
 (a+b)X2(a^+b'') . P-2 O- P 1 \bullet 7 \text{3}(\text{rt}^*+aV+\&*) > (\ll '+\ll .6+6\gg)' j \text{Bertrand} \\
 a.1855 \text{ p.142 j } \bullet 8 \text{2}(\ll *+aV/+ft*) > Srt^X^'+\hat{o}*) \bullet 9 \text{4}(a'+a6+\&')' > \\
 S^a'ft+ab*)' | \text{Harriot a.1631 p.85 } \bullet 9 i \wedge a'+a^*b+ab^*+by > i^a^b^a'+ab+by \\
 \ll 12. aA^{\S N}..-(a=\&=^). 3. Ml a^*+b^-\text{'-c' } "> ab+ae+bc [\text{PilOP}] M 2 \\
 SC^'+b'+r\gg) > (a+b+c)^* > 3(a\&+ac+6c) [P-1OP1 \bullet 13 a^b^c . a+7;>(7 . 3 \\
 2iab+ac+bc)> a^*+b'+c^* [Hp O. (64-r !\ll \gg \ll ' . (c+n)\&>6' . (\ll +6)c>c' O- P] \bullet \\
 1 \text{5 } 2(\text{rt}'+\&'+c^{\wedge} >a\backslash b+c)+b\backslash c+a)+c^*(a+b) [\text{pu-OP }] \bullet 16 \\
 Sia'+b'+r^Xa+b+rXn^W+C) [P-15DP1 \bullet 17 1\backslash \{a^*+b'+(f)'>\{a+b+r\} \\
 \{ab+ne+bc\} [Pii .P-16 .DP) \bullet 18 9\{a''+b''+<f)'>ia+b+cf [Pi6 . Pl2 .3 P] \bullet 19 \\
 a\backslash b+c)+b\backslash c+a)+c'ia+b)>6abc [Piii O P] I \S n 15-22DP] \bullet 20 a^*+b'+c' > Mbc \\
 [P15 . P19 .DP] |\S n 154DP1 } \bullet ! 1^1 2^1 9^20 \text{Harriot a.1631 p.84 j } \bullet 21 \\
 Sia'+b'+r^*) > 3\{a+b\}ia+c\}\{b+c\} [F-15 . P-20 .DP] \bullet 22 \{n+b+cy,a^*+b'+c'\} > \\
 9abc [P-19 . P-20 .DP 1 \bullet 23 2/(+?>+cX\ll '+?'*+c';>3/f(\&-f \\
 c)+i;V+a)+r'(\text{rt}+6)] [P-i5 dp] \bullet 24 \{n+b+rf > 'X'NBC [P19 . P-20 .3 P] [\S " \\
 15-43DP] j \text{Harriot il. 1631 p.H.) : « Si quantitas secetur in très partes inœ}$$

The text on this page is estimated to be only 7.26% accurate

J⁴⁷ quales Cubus 6 tertia parte totius major est solido è tribus
partibus inœqualibus. Si sint qiantitatis très partes inseqiiales [^]>, q, ?•,
est... p-\\-q-\\-r > 27/)7r •25 {a[^]bib[^]r)(c-\\-a) > %ahc [Pl9 3 P] •2 6
a'+&'r;' +3r/foe > a\\h[^]c)+b\\c[^]a)-\\-&{a[^]h) •27 ci>b>c .3 a'b+b[^]r+([^]a >
aV+&"a+r*b •30 (ab+ac+bcf> Habdn+b+c) [fbc,ca,ab . | [afi.C' P12 D P]
•3i a'+b'+r'>abc {a+b+c) t ([^]«•[^]ô[^]« . I {afi.c iPlI O. rt*+6*+c* >
nrV/[^]+flV«+ô'[^]r« (1 « (1).(2. .3. P] .32 ([^]a+b+rXa'+b'+c')>{a*+b"+c[^]? [^]
13. a,b/%(lfN, . -([^]f=fe=<[^].':rf) .3. •1 4{a'+b[^]+c*+cP) > ((7+b+[^]rf)* •2
3(a*+&'r,"+rf*) > 2{ab+ar+ad+bc+bd+cd) [Pi DP] •3 3{a+b+c+df>8(» *
) [P-2DP] t -2-3 MacLaurin a.l726 LondonT. t.34 p.109, 104, 112 j •4
ajj,c,de[^], . -(orf = bc) O- ([^]'W) ([^]+[^]) > (ac+bd)" •5 a,6,c,rffN, . -(arf = bc)
O- («'rf'+Î[^]V) (c+rf)' > (a+b)VfP •5 a,b,c,d,e/8N[^] . Aacf= bdf= cde) .3
Continuation: §2* 8*1 [^] 14. aAm,>/eX, .3 -1 (i>b—,cC[^]>b'[^] •2 a>1 .3
/>[^]>?i .— . a"[^] > a** a-c=t .3. -3 a'[^]+»+&'«[^]* > ([^]//x[^]r+>«) [Hp . rt>6 .3
a"»+i>/-/»»+i . §Xo-4 .3. P 1 •3 (a+ft)" '* > (C[^]"M[^]a+l)aV> •6 * < a""[^]*+
(//?+l)([^](+'[^]n> [?/i=1 .3 rtfftr = rt«+2a6-f-ô» > a--|-2[^]i/> (1) wwXi . (f[^]/
f[^]|[^](;/i-[-1) > r/fS m |-1) + (m+1 >6al[^]m 3. [^]a-[-bpm+2\\ > [[^]/|S(m+n+(mJ-
l)!>r/(V77i)(«+>/[^] > rt([^](7W+2) + {m \\-i>)h a\\[^]{m-[^]\\) ' 2 1 . 1 . (2) .
ludiiot 3- P]

The text on this page is estimated to be only 24.19% accurate

48 ^ 1-0 aeNo . be a+\ Q. a-b = (r^+NJ -(/>+N,) Df afis^o -3 •« a-
(a+6) = a+{0'''b) ' -2 0-a = 0-6 . =. a=b •3 C£ a+N, . rfa &+N,, O- (a-c)+
(b'''d) = (a+ft)-(r+rf) •4 a^& . =. 0''a 3 0-& . =. ae 0'''b Dfp a''*ô, « do. a à 6»,
désigne l'ensemble des nombres «, (i-\-l, etc., 6. 4& 2-0 as 0-9 . teNo Q. ba
= bxX + a Df •1 afisO'''9 . ofNo -D- cōa = (cftia Df = rXX^ + ftXX S- ^^
JN'b/e .sîn* ^ftv systhnes de numération. Cette P donne la définition
symbolique de notre système de numération. Le mot « chiffre » correspond
au symbole 0''-9. Si a et b sont des chiffres, ab désigne aX+b. Mais par la
§XP1'03, ab a aussi la valeur ayj). Cette représentation par le même sig-ne
de deux objets différents, commune à tous les livres, n'a pas apporté de
sérieuses difficultés; et en apporte moins dans notre travail, où fig-urent
rarement les nombres écrits dans le système décimal. Les anciens
E^i^yptiens avaient des signes pour indiquer les unités des différents ordres.
Un nombre est alors exprimé comme somme de ces unités. Si l'on remplace
les signes qui représentent 10, 100, 1000... par X, C, M, le nombre 1898
sera représenté h la façon dos égyptiens par ^,CCCC XXXX IIII -^CCCC
XXXXX IIII Le même système fut en usage chez les Babyloniens, les
Phéniciens, etc. Los Etrusques et les Romains ont représenté 1 par I, 10 par
X, 100 1000 par des signes, q\i' on a dans la suite déformés en C et M. Ces
signes sont, selon M. Lindemann, d'origine égyptienne. Ils ont introduit des
signes, moitiés des précédents, pour représenter 5=rV, 50 = L, 500 = D. Les
Grecs ont attribué aux lettres de leur alphabet une valeur numérique: a = 1, î
= 2, ..., i? = 9, « = 10 X = 20, Jl = 30, ... q = 90, q = 100, o = 200, ... o =
1000, ... P. ex. ,acoqrj' = 1898. Le même système de numération est encore
en usage chez les Arabes, concouramment aux chiffres indiens; ils ont
remplacé les lettres grecques > de a à -t, par les lettres arabes
correspondantes.

Dans ces systèmes un nombre est exprimé par la somme des nombres représentés par les signes simples. Les anciens peuples ont aussi fait usage de chiffres négatifs, indiqués par la position à droite du nombre supérieur chez les Etrusques, à gauche chez les Romains, par un signe spécial chez les Babyloniens. Les Chinois et les Japonais se servent de signes simples, ayant la valeur de 1, 2,... 9, X, C, M, par lesquels nous les remplaçons. Les signes pour représenter 1, 2, 3 sont 1, 2, 3 barres, comme chez les Egyptiens et les Romains. Le nombre 1898 est exprimé, sauf la forme des signes, et en substituant les lignes aux colonnes, par 1M8C9X8; c'est-à-dire comme somme et produit des signes simples. Dans tous ces systèmes il n'y a pas de 0, ni de valeur de position des chiffres. L'introduction du 0, l'indication des puissances de la base par la position des chiffres, et la suppression des signes simples pour les représenter s'est opérée chez les Indiens vers l'a. 4-400 (M. Cantor, p. 569), d'où elle s'est répandue chez les Arabes vers l'a. 1000 et en Europe vers l'a. 1200. La valeur de position est la même, soit chez les Hindous et les Européens, dont l'écriture est dirigée de gauche à droite, soit chez les Arabes, dont l'écriture est dirigée en sens contraire. La division des nombres en tranches de trois chiffres nous vient des Romains, qui comptaient par milliers. Les Grecs comptaient par myriades, ce qui correspond à lire les nombres par tranches de 4 chiffres. Ainsi opère Archimède, dans «*Arenarius*» pour lire des nombres jusqu'à 64 chiffres. La numération parlée appartient au domaine de la philologie. Aryabhata a attribué une valeur numérique aux sons de la langue sanscrite, afin d'apprendre par cœur des tables de trigonométrie et d'astronomie. (Cfr. Rodet, *Journal Asiatique*, a. 1880). On a proposé des systèmes analogues chez nous. Voir F1898 PI 10. Colson (XondonT. a. 1726 t. 34 p.161-174), suivi par Cauchy (*Œuvres* s.l t. 5 p.434-455), sans changer la base du système de numération, par l'introduction des chiffres négatifs a réduit de moitié le nombre des chiffres. Dans ce système : $6=14$, $87 = 1\bar{3}$, $1901 = 2101$ etc. On adopte aujourd'hui la notation des chiffres négatifs pour indiquer la caractéristique négative des logarithmes. Pour réduire les conventions sur les chiffres au plus petit nombre possible, il faut choisir pour base de numération le nombre 2. Ce système de numération a des propriétés curieuses. Deux signes suffisent pour indiquer les nombres dans la base 2; p. ex. un signe visible, et l'absence du signe, pourvu que la place soit suffisamment indiquée. P. ex. si

l'on adopte les signes . et ! pour indiquer 0 et 1, ou le signe . pour indiquer une place et ! pour indiquer l'unité, les premiers nombres seront indiqués par . ! !. !! !.. !!. !!! etc. F 10U2 d.4« 4

L'objection que dans une base petite, auⁿ le nombre des chiffres qu'on doit écrire pour représenter les différents nombres, n'est qu'apparente. Car un nombre écrit dans la base 2 est aussi écrit dans les bases 4, 8, 16,..., si on le décompose en tranches de 2, 3, 4,... chiffres. Groupons 8 chiffres k la fois, et disposons-les ci reniaiment, dans l'ordre 54 3 6^2 on a : 78 1 ^=1 '=4 ^=24 ^=255 ^=1900 Pour lire rapidement les nombres ainsi exprimés, on peut faire corresx)ndre aux 256 chiffres de la base 2" autant de syllabes faciles k prononcer. P. ex. donnons aux signes : .! ! !!. ., ;s valeurs h d g ta! !! 5s valeurs n u et à leurs grou])ements la syllabe qui résulta de leur sxiito, en convenant de prononcer e lorsqu'il n'y a pas de voyelle. On peut même faire des conventions, par lesquelles toute syllabe soit représentée par un chiffre ; on rencontre ainsi un système d'écriture que nous avons di^veloppé dans : La numerazione hinaria appUcata alla stenografiaⁿ TorinoA. a. 1898. Les calculs dans la base 2 s'effectuent rapidement si l'on représente les unité>s des différents ordres par des dames sur une li^e du damier. Fⁿ : f les valeurs b et à ..!. ... d ... !... a 9 u \ f 0 !!... .. P tⁿ !. !. ... t . !!! k M «S ...! î les valeurs m |o|o| I |o| |o|o| = !!...!!! = 203 = pas. La table de multiplication se réduit k 1x1=1. On peut employer avec avantaⁿre les bandes de papier proposées pour le système décimal. La division s'exécute sans les tâtonnements nécessaires dans notre système. (Leibniz, MathS. t.7 p.223-243\ Legendre a.1797 p. 229 adopte la numération binaire pour calculer des ggrandes puissances. Voir aussi E. Lucas, Eiⁿoréations mathématiques, a.1891 t.1 p. 145. Bègles pour les opérations arithm>étiques. Addition. Soit à calculer 1234+580, c'est-à-dire proposons-nous d'exprimer ce nombre dans le svstème décimal. Il se transforme par la Uf 21 en Par Assoc+, et Distribi-}-,X) devient sommons les chiffres: ensuite : et enfin, par Df 21 : 1X8+2Xⁿ+3X+4 + 5X-ⁿ+8X+0 1X3+(2+5 ,>X«+(3+8)X-f 4 1X»-f7X*+(X+1)X+4 X«-f(7+rLX«+1X+4 1814.

Ainsi nous avons analysé les règles arithmétiques qu'on applique. La disposition pratique du calcul est bien connue. On a construit des machines, qui exécutent l'addition d'une longue suite de nombres; elles sont répandues dans le commerce. Multiplication. Il faut apprendre par cœur les produits des 0×9 . Pour faciliter cet étude, on peut appliquer les propriétés de la multiplication : 2×8 (CommX) = $8 \times 2 = 8 + 8 = 16$ $8 \times 5 = (4 \times 2) \times 5$ (AssocX) = $4 \times (2 \times 5) = 4 \times 10 = 40$ $6 \times 7 = 6 \times (5 + 2)$ (DistribX,+) = $6 \times 5 + 6 \times 2 = 30 + 12 = 42$, etc. Ces résultats sont contenus dans la table dite de multiplication. (Elle s'appelle aussi table de Pythagore, car dans une édition de Boetius l'imprimeur a remplacé une table de Pythagore par la table de multiplication). Soit à calculer $4321 \times 7 = (4X \llcorner + 3X \gg + 2X + 1) \times 7$ Distrib(X,+) : = $4 \times 7X \gg + 3 \times 7X \wedge + 2 \times 7X + 1 \times 7$ Multiplions les chiffres : = $28X \llcorner + 21X \wedge + 14X + 7$ Ajoutons = $3X \wedge + 0X \gg + 2X \llcorner + 4X + 7$ «t par la Df 2 = 30247. Le produit $8745 \times 856 = 8745 \times (8X' + 5X + 6)$ Distrib(X,+): = $8745X8XX \gg + 8745X5XX + 8745X6$ et par la règle précédente, on calcule ces produits partiels, et on les ajoute. La multiplication est une opération assez longue, et il est pénible d'en faire une longue série. On a cherché à faciliter ce travail, en publiant des tables de multiplication étendues: Crelle, *Rechentafeln*, Berlin a.1820; éditions de 1895, 1897. Zimmermann, *Bêchent a fdn^ Liebenwerda a. 1896*. Ernst, *Miilti2)licatio7iii-Eechentafeln^ Braunschweig a. 1901*. On peut adopter les bandes de papier proposées par Colson a. 1726, pour la multiplication abrégée, dans son système de numération. C'est-à-dire, pour multiplier 123 par 456 on écrit ce dernier nombre sur une bande de papier, en renversant l'ordre des chiffres 654; on porte le 6 au dessous du 3, et on les multiplie; on a des unités. Puis on porte le 6 au des.Kous du 2, et en conséquence le 5 au dessous du 3, et on multiplie les chiffres correspondants: la somme de ces produits représente des dizaines. On donne à la bande un mouvement d'une place k gauche; on multiplie les chiffres correspondants; la somme de ces produits représente des centaines; et ainsi de suite. Voir Fourier, *Analyse des équations déterminées*, a. 1830 p. 190, Cauchy, s.l t.5 p.431 et s.l t.9 p.l. Des instruments mécaniques simples pour faire des multiplications et des divisions, sont les réglettes de : Neper, *Râbdologiae seu num^rationis per viryulas libri duo...* Edinburgi a. 1617, Genaille et Lucas, *Tjts Réglettes tmUtiplicatrices, ... multLsectrices^ ... Paris a.18a5*.

The text on this page is estimated to be only 2.72% accurate

Leibniz a conairuit ime Lii;irhih' à multiplier, qui sg trouvo dans la biblioLhèi^ue! de H an no ver, et qni nertitfère pas beaucoup de T* Arithmomètre'^ de Thomas^ qu'on trûuvt^ tvTt commerce. Pour élever uu nombm k puLssaicer^ U n'y a pas d'autre règle que de 1 e ni ul 1 1 p H er s ucces s i vcmeu t. Voir M. DM^eiLgne, Le ciilcut simplifié piir te* pfiiùèdés niécaîiui^ et (frapkiqieH^ Piiris a.18W ; Mehmke^ Knci/dopëUie, t.1 p. 938.

III THÉORIE DES NOMBRES

The text on this page is estimated to be only 19.29% accurate

\ §16 (§17 1 §18 — §19 1 §20 num §21 max §22 min §23 quot
§24 rest r^b mil §26 DVT §27 j §28 C §29 Np §30 mp « égal » « le » «
moins » « divisé par » « le nombre des » « le plus grand des » « le plus petit
des » « le quotient » « reste de » * plus petit multiple commun » ^ plus
grand comiptin diviseur » * tactorieUe $-^$ * combinaisons $^$ ^ nombre
premier » " plus gi[^]ande puissance *

The text on this page is estimated to be only 14.08% accurate

§16 t (égal à) $\wedge$ 1-0 IX =. y3 {t/=a)) 01 ye ix =. ysUx) : «3 tx =.
a3((a5) •2 afCls .3- $\wedge\wedge\wedge$ •= $\wedge\wedge$ Z) $\wedge$ xea . Vf rx O- 2/ $\wedge$ « azzztx =. $\wedge$ =(0;) Df
[Dît . Oper yB O. P] Dfp $\wedge$ 1) tx zyi O- 3:f IX . IX 3" O* $\wedge$ fi<* (2) (3) (4)
(5) Dfp [§e 4-3 O: ae Cls . (1) . Export O-'- $\wedge$ f Cls . (2) . Oper ya O: ae Cls .
§1 PI O. a-f rx (4) O: ae Cls (3)(5)DP] •3 aeCls .3- $\wedge$ 'j'/fi $\wedge$ =. txsétY)ci
Dans quelques cas il est utile de décomposer le sig:ie =r (est égal à), dans
le signe e (est), et dans un nouveau signe / (égal à). Ce signe / est l'initiale
du mot Tgoç. En conséquence ix désigne la classe formée par Tobjet x. tx w
(// est la classe composée des objets a? et t/. -(K signifie « difflÉrent de se
». Les idéejB x et tx sont différentes; si on les confond, par les P'1-2 on
arrive à confondre les trois relations f, =, 3* I $\wedge$ P-2 exprime la P singulière
xea sous la forme d'une P universelle» contenant le signe t. N, $\wedge$ 21 N. =
tOwN, [§> 2-4 O: Df . Df> O: Distribie, $\wedge$ ') .3! Oper as O§+11 . Pl-2 O. ',2)
(l'i asNj O- <*** '0 .u. aêNj (iêNo O- oe «0 w N, No D «0 w N, rt)DNo
§M,2-1 . Cmpw O- <0 w Ni D N,, (3) O- P 1 (1) (2) (3) •2 N, = N,-<0 Dfp
•3 aeN, .3' «■■■« = t'i

The text on this page is estimated to be only 25.36% accurate

§17 7 (le) a t ae Cls . aa : œ.j/ea ."[^]œ.y. x[^]f i[^]•0 z=m .=. a[^]=iz
Df? '\ 6e Cls .3'- ^{^^^}£& •==• ^{^^^}= ^{^^} OX- «^{^'^^} •==• a œ3 {a==> tx . xeh) :=: a
arb :=: a[^]ô Dfp •2 7a £a -3 t(7a)=a -4 ?(f.r)=.r ^ -5 ^=7 Cls r[^]ir3[a£ Cls
O[^]. ;0[^]1 Dfp y\ - -G ^=7 .r[^]faeCls .[^]a- «-«==Ji[^]1 Dfp Soit a une classe qui
contient un seul individu ic. Cela arrive lorsqu'il y a des a, et si deux
individus de la classe a sont nécessairement égaux. Dans ce cas m, qu'on
peut lire *Me a '\ indique l'individu x qui forme la classe a. La Dfj a été
transformée par Padoa lidM. t. 6 p.117, et dans F1899. On n'a pas réussi à
donner une Df du signe isolé ta, mais seulement de l'égalité z[^]ja. La P'I
exprime la P m sb sous d'autres formes, où ne figure plus le signe i ;
puisque toute P contenant le signe ia est réductible H la forme ia sb[^] où b
est une Cls, on pourra éliminer le signe i dans toute P. La P- 1 dit que ;
représente l'opération inverse de t. Le signe i y figure dans le premier
membre, et non dans le second. Mais le premier membre est plus compliqué
que le second ; on écrit le signe i en avant d'une expression réductible, mais
non réduite à la forme tx. Elle n'est pas une Dfp. Voir d'autres remarques
dans F1897 p.50. N, -7 0=7(No-N,) Dfp Cette P exprime l'idée primitive 0
par Nq et X[^] = No+. Voir Padoa, UAlgèbre e la Geomefna, quali feorie
deduffwe, Roma 1900.

The text on this page is estimated to be only 18.27% accurate

818 $\wedge$ 1-0 afN, . be a+N $\wedge$.3 6— a = ?[N $\wedge$ $\wedge$.X3(a? $\wedge$ a=6)] Df — 'i
 » » />— a fNo . (6— a)+a=& [Hp O- a No $\wedge$ af3(6= x+fl) (1) Hp . 5c,2 $\wedge$ f
 No . 6= x-Hi . «>= y-l-« . §+ P4-5 O . .r=?/ (2) (1) . (2). §jP-1 O . 6— a £ No
 n X3{x-\-a = !>)] •2 a,6£No .3- (&+ $\wedge$)— $\wedge$ =& [($\wedge$ 6+«) |6 P-1 O . [($\wedge$ 6+fl.-
 fl]+a = ft+a . §+4-5 .3 P] •3 aeNo .3- $\wedge$ —0 =a . a— a=0 [a-\-0 =a . Oper—
 0 . Oper— a O- P] •4 b,c£ a+No . 6— a = c— a .3- $\wedge$ $\wedge$ = $\wedge$ [Hp . Oper+rt O,
 Ths] X $\wedge$ 2-4 fi,(?£No . a£ 6+No .3 (a— 6)r = ar— br [Df— . Distrib(X,+)
 O- ac = [(a— 6)+6]c = (a— &)c4-2>c .3 P] •2 6,tZ£No . afift+Ng . C£
 rf+No .3 {a—b)(C'—d)= ac+bd—br—ad I^{es} hiéroglyphes adoptés par A h
 m es a.— 2000 pour représenter les signes -[- et — sont les jambes d'un
 homme qui va, ou qui vient (table XI N.28). Le signe + dans Diophante est
 sous-entendu. Le signe — a la forme (h. Ces signes ont la forme jr et m",
 abréviations des mots « plus » et « minus » , dans Chuquet a. 1484 et dans
 Pacioli a. 1494; et la forme actuelle, qu'on croit une déformation de la
 précédente, chez Grammateus a. 1521 ; voir M. Cantor t.2 p.39. (Dans
 Widmann a.1489 le signe + a une signification différente). Pl'O. « Soit a un
 nombre, et b un nombre supérieur ou égal à a. On indique par b — a le
 nombre x qui satisfait à l'équation x-\-a $\wedge$ & ». No n a73(a; $\wedge$ a=6) est une
 classe; en écrivant en avant de cette classe le signe i on obtient l'individu
 qui la constitue. P'I. «Dans les Hp. énoncées, 6— a est un nombre
 déterminé » . Est à écrire une théorie symbolique élémentaire de la
 soustraction. Voir des essais dans F1889 et F189H.

The text on this page is estimated to be only 25.26% accurate

58 §19 / •0 ae Nj . be N,xa -3 V« = ^ ^^^x3 {xxa c=6) Df / M » »
 $b/a \cdot 8^{aa}$. $(b/a)_{xa} = b \cdot 2 a, 6eN$, O- $(\&Xa)/a = \& \cdot 3 afNj$.3 $^{a/l} = <^{\wedge} \cdot \ll / <^{\wedge} =$
 $1 \cdot 4 6, C\& NjXa$. $b/a = c/a$.3 $\& = <^{\wedge} P'O$. « Soit a un nombre (non nul), et b
un multiple de a. « 6 divisé par a » désigne le nombre a? qui satisfait à la
condition $xxa = 6$ » . On dérive toutes ces propositions de § — , si Ton
remplace les signes No, +, - » 0 par N,, X, / , 1. La notation $\&/a$, répandue
notamment chez les auteurs anglais, est une transformation très commode
de la notation commune -, due aux Hindous, a et qu'on rencontre dans
Leonardo Fibonacci, a. 1202, Liber Âb<ici, 'ïo\ . 11. Le signe de division a
aussi les formes : a)b dans A. Me tins a.1626 p.15, Oughtred a.1631 (éd.
a.1667 p.196), où « quanti tas intracurvam denominator est », b-T-a dans
Rahn, TeufscJie Algebra oder algebinische Bechetikunsf^ Zurich a.1659 p.8:
« Das Hauptzeichen des Dividierens ist -r- heisset Dividiert durch ». (Je
dois la remarque précédente k M. W. Beman, prof, à l'Université de
Michigan.) Cette forme se rencontre aussi dans Pell, MacLaurin, ...

The text on this page is estimated to be only 9.28% accurate

59 §20 num '0 lœCls .3- num2^=0 .=: -az* Df numu = /n-f 1 .=:
aw : xeii .^^. num(î^'-éa') =//i Df •2 num?^=1 .=: 'a.u : x^yeu O-^*»?/-
^^^^=y [Df -1 O- numu =1 .=: g m : xsu Oa • nura(M-<x) =0 Df -0 » » » »
-g u^tx Transp » » » » 1*3 rx Operyc » » ^ » {y^f^-'Dy •y=^} Import DP]
•3 numtir=1 -4 //leN, .^ . num l*"/?i =/?i numu = « le nombre des u » . Ex.
§max-8 §Dvr2*6. Ensuite sera remplacé par Num. §21 max •0 maxu = 1 u^
œ3 {ye ivhx .' ^y. ^>.y) Df •ui » > [-g î^ (N,+JC)| Dfp maxu ^ « le plus grand
(maximum) des u ». 'i maxia=:a -ii a>>6 .3- nîax(m w «&) =« •2 ^u . //i£Ng
. -a u^in-\-^^) r^ . maxu en [Hp . m=0 .3 0= maxu .3. Ths (1) meNo •
ueCls'Xo • 3" • -3 ««'^ (w+No) O". maxu e Xq î ^^^ CLs'Nq • au . -g î/A (7?
i+l+î^o) Oî w-f w .u. 7?i-f u C2) Hp(2) . mêu .3- wi=: maxu O- maxu £ No
(S) Hpf2) . 7ii-£zt .3- -a î^^m+No^ • niaxu e No (4) Hp(2) . (3) . (4j .3.
maxu € Nq (5) (1) . (5) . Induct .3 P 1 maxw, maxv s N^ .3- *3 max(i^^î;) =
max(f maxu y t maxy) •4 meix {u+v) = (inax;^)+(maxî?) j Distrib(max, +) }
'5 inax(i^Xy) -= (maxw)x(maxt^)^ î * » X j '51 ofiNj .3-
w^axNj'^:r3(a€NiXJ?)=a •6 weCls'N^ .3- Daax (/4^r) = (max?Of^(maxr) | »
» |^ [•7 max<* = 1 uf> X3(u 3 0""x) Dfp '8 max?^ EU .=: num?« eNj

The text on this page is estimated to be only 12.64% accurate

60 §22 min (min, O I (max, » §max P-0--J/3--5-G '2 us Cls'No .
 au .3- min[^] £?[^] •7 minNo =0 . minN[^] =1 minu z= « le plus petit
 (minimum) des u ». §28 quot max X ^1- a^{bé}No . c,d∈N[^] .3 •0 q\ot(a,c)
 = max[No[^] X3 {xxc ^ a}] Df quot(a,c) et rest(^a,c) sont le quotient et le
 reste de la division de a par c. Le dividende est a, le diviseur est b. Le cas de
 a:=0 se rencontre quelques fois. On peut remplacer les sig'nes quot et rest
 par les signes E et fi. •i q\iot(a,c) S No [0e[^](/€3 {jcc^a) . -aNorw?3(a?
 c^a>>(a+Ni} . §max -2 .3. P] •1i quot(0,<?) =0 M 2 q\iot{CyC)=l • i 3
 quot(a , 1) =a ' i i q\io\iac,c) =a •2 quot(arf, cd) = quot(a,c) -3 quot(a, (?rf)
 = quot[quot(a,c),d] •4 quot(ac+ft, (?) = a-f quot(?, r) « 2. Hp PI O: •1 a<;c
 .=. quot(a,c) =0 : a[^]c .=. qnot{a,c) eN[^] •2 a>6 .3- quot(a,c) ^ quot(^/*) •3
 c>rf .3- quot(a,(?) ^ quot(a,rf) •4 quot(a+&, c) ^ quoUciyC) -f quot(6,c) •5
 a>> quot(6, c) .=. a<? >& •6 quot(a, c) > quot(&, d) .=. ad >> &c •7 a>>6 .
 c<;rf .3- quot(a,r) ^ quot(&/i) •8 quot(a,c)+quot(i>,c):g;quot(a+b,c)^quot(a,
 (?)+qiiot(6,c)+l •9 cX quot (a,d) ^g; qnot{aCy d) ^ [quot(r/,rf)+l]c--l •91
 quot(a,c) X q\iot(b,d) ^ q\iot(ac, bd) ^ quot(a,6') quot(b//) + qnoUa[^]c) +
 quot(&,rf)

The text on this page is estimated to be only 7.45% accurate

61 S24 rest ^ 1. a,6£No . crfeN, O: •0 rest(rt,c) = a — ^Xquot(a,c)
Dt •01 rest(0,c) = 0 . rest(^,c) = .^ -02 rest[rest(a,<?), c] = rest(a,(?) + • 1
rest(a-f c, c) = rest(a/;) • 1 1 rest(a+&, c) = rest[6+rest(a,c), r;] M 2 rest(a4-
ft, <^)= rest [r est (a,r*) + Yest(b^c) , cl M 3 reit{a,c) = re3t(6, (?) . ^.
rest(a4-d, (?) = rest(&+d, c) < -2 rest(a/-)<;r •21 a<ic .3- rest(a,c)=a -22 a>c
.3- ^^ > 2 rest(a,c) X '3 reHt(ady cd) = rfxrest(a,r) -31 as N^Xc .=. rest(a,
<?)— 0 •32 rest(a?;, c) = restf rest(a,ç)Xrest(&/;) , c] •33 rest(a,(?) =
rest(/>,e) .3- rest(rwZ,r*) = rest(fcrf,c) •34 rest(a+6c, c) = rest(a,ç) •35
rest(a+6,r) = rest(&,c) .3 ^^N^Xc • ^36 rest(a,(7)+rest(&,c) £ N^Xc O-
«+&£NoX<? f^ 'A rest(a',6) = rest(a,6) . rest(a\i)etO\jcl 'Ai meNj .3
restKa+c)** , c] = restCa**, c) ••• •» resUa,c) a 0"ic—l) quot ^ 2. Hpl 3- '^
^=^Xquot(a,(?)+rest(a,c) [=P10] • 1 9, rfiNj, . a - <?(/+ r . r<c .3 ^7 ~
quotl.a^c) . ri= rest{'a,c) •2 quot[resb>/;), c] -^0 . quot[rest(;a, cd), c] ^=
rest[quot((i^,c),rfJ •3 rest(a,ç)4-cXi'est[quot(a,c), d] :=. rest(r6, cd) •4 al^c .
qu)t(/?,c) -f dX N, . 3 • rest(a, cr/) > rest(a,c) . rest(a, cr/j— rest(a,c) fi
cXN, •5 quot(a+i>, r) = quot(a/;) + quot [i>4-rest(a,r), c\ •6 quot(a,c) =
quot(a, c+d) .=. rest(a,c)^ [quot(a,c)]Xrf •7 c>>rZ .3 quot(a,(7) = quot(a, 6*
— rf) .=. c— rest(a,c) >> [quot(a,c)+l]Xrf •8 quot(a,c) = quot(a4-6, <^+&)
.=. rest(a,c)^ [quot(a,(?)— 1)X& •9 maxN,o.'r3Îquot(a+a?,c) = quot(a,c)j =
c— rest(a,c)— 1 •91 a^ft .3 quot[a,quot(a,fc)] = 6+quot[rest(a,ft), quot(a,b)|
rest[rt, quot(a,&)] = rest [rest(a,ft), quot(a,&)]

The text on this page is estimated to be only 17.38% accurate

62 §25 mit (le plus petit multiple commun) min $X \wedge 1$. $ajbyCeN^{\wedge}$
 $\cdot 3 \cdot 0 \text{ mlt}(a,6) = m\{afi\} = \min [(axNJ \ll (6xN^{\wedge})l \text{ Df } \bullet oi \text{ mlt}(ajb,c) = m(a,ft,c)$
 $= \min(N,xa \wedge N^{\wedge}xb \wedge N^{\wedge}Xc) \text{ Df}$ Les notations $m\{a,b\}$ et $D\{a,b\}$ qu'on
rencontre dans Lebesgue, a.1859 p.2, ont été adoptées par Lucas, et par
d'autres. Nous lintroduisons aussi les notations plus longues, mais plus
claires, Dvr et mit, pour éviter toute confusion avec le signe de dérivation.
Nous employons les unes ou les autres selon les circonstances. Dans cette
édition nous invertissons les signes Dvr et mit, notamment à cause de §Dvr
PI -3. « a est premier avec 6 » se traduit par $D(a,6) = 1$. 'i $m(a,b) \text{ £ } ^i . m(a,ft)$
 $s N^{\wedge}xa^{\wedge}N^{\wedge}Xô [\text{ Hp } .3 \text{ axb e } (S^{\wedge}Xa)f > (S^{\wedge}Xb) . \text{ §min } -2 .D P 1 \cdot 2 \text{ as } N,xb .3$
 $iii(^?b) = ^ [\text{ Hp } . \text{ §}x4n o. NiX \ll D ^i Xb \text{ §a } 5-3 .3 NiX \ll = (NiXaKNiXft) (1)$
 $\text{Distrib}(\min, X) 3- \min(N,X \ll) = (\min Ni)Xa = IXamfl (2) (1).(2).Dfm 3. P]$
 $\bullet 21 m(a,a) = a . m(1,a) = a [p-2i3 P] \bullet 22 m(a,6) = m(\&,a) [\text{ Commn } 3 p] \bullet 3$
 $N^{\wedge}xa \ll N^{\wedge}xft D N,xm(a,\&) j \text{ Euclides vu P35 } \setminus [x=m(a,b) . CB$
 $(NiX \ll HN,X\&) 3- \text{ rest}(c,cc) s 0--(3C \text{ — } 1) r(\text{SoX}(i)f^{\wedge}oXb) . -al--(x \text{ — }$
 $lj^{\wedge}NoX \ll MNoXft) 3. \text{ rest}[c, m(a,6)] = 0 3. C \text{ £ } NiXm(a,6) J \bullet 31 N,xa '^ N,$
 $X\& = N, X m(a,\&) [pi-3 D P] \bullet 32 m(a,6) = ? Nj r^{\wedge} a;3[N^{\wedge}xo; = (N,xa) ^$
 $(N,Xb)] \text{ Dfp } \bullet 4 m(a,6,c) = m[m(a,\&), c] j \text{ Euclides vu P36 } j [m(a,6,c) =$
 $\min[(XiX \ll >)(NiXfty >)(NiXc)] = \min;[NiXm(a,6)KNiXc)t = m[m(a,6), c]]$
 $\bullet 5 m\{aCy bc\} = cxm(a,\&) [\text{ Dfm } .3. m(ac, 6c) = \min;$
 $[NiX(aXc)]'^{\wedge}L^{\wedge}X(\&Xc)l; \text{ AssocX } 3. " = \min;[(NiXa)Xc]A[(NiX\&)Xc]l$
 $\text{Di8trib}(X,r^{\wedge}) .3) \gg = \min;[(N,Xfl)^{\wedge}(N,x6)]Xc| \text{ Distrib}(\min,X) 3- \gg =$
 $\min i[(N,X \ll)^{\wedge}.N,X\&)]!Xc \text{ Dfm } .3 \gg = m(a,6;x^{\wedge} 1$

The text on this page is estimated to be only 8.47% accurate

$\bullet 6 aJ^b .3- ni(a,6) ^a \bullet 7 N/'^N; = N,|^m(a,&) ^2. / \ll, 7: ' \pounds Cls'N, .$
 $a, \& \pounds N, .3 \bullet 0 rnl tu = zmu = \min[N, ^ X3iy8u .^y - ^N, X y)] Df \bullet 04 mL a = -$
 $a . m\{ iaytb) = m(afi) \max w fN, .3- * ^ l\hat{u}^* ^N, -2 m(uX(i) = axm?/ \bullet 3 f/\pounds 2^$
 $.3^ \bullet ^ \pounds N, xy O- cie^iXmu msiXHy msLxv eN, .3- ' ^ m\{ uyv) = m\{ mUy$
 $nw) \bullet 5 m(?^X'^) = muXmfy \setminus Stieltjes a.1895 p.4 j \bullet 6 naN^{+1} .3 m\{ V''2n) =$
 $ml(n+iy''2n] \S 26 Dvr (le plus grand commun diviseur) \max X ^ 1. a,b,c,ds^i$
 $O \bullet 0 Dvr(a,&) = D(aJ)) = \max N^ rs x3(aM N,X^) Df Dvr \bullet 01 Dvr(a,b,c) =$
 $D(a,b,c) = \max N^ ^ X3\{ ajb,cs N,X.r) Df \bullet 1 D(a,fo) \pounds Nj \bullet 2 ae N,x\& .3$
 $D(a,?;) = b l \S X 4-1 O: Hp . xfN, . 6 \pounds N^Xx O- \lll NiX-c \gg .^: \gg 3 \gg \gg O: \gg$
 $. = . a fi B^iX^c O: 2C \pounds N, . \gg . = . flC \pounds N, . afiE N,X.^ O- Ni^ X3\{ p) = Nj r^$
 $.r3(\gg .3 inax N^ r^ \pounds C3(6 \pounds N,Xx) = \max N^ f > X3(a,be N^X'' \gg) .3 6 =$
 $D(a,ft) 1 Export .3. \S e 5-3 O \bullet \bullet Ex port O- "Oper X5 O' Oper \max O: \S \max$
 $-51 Di D .3 \bullet 21 D(a,a)=a . D(1/0 =1 -22 D(a,6) = D(6,a) \bullet 3 ttybs N,xc .3$
 $D(a,&)fN,xc JEuclydes vu P2: ^i\grave{a}v Agi\hat{u}/nb\grave{c} \hat{o}vo \grave{a}gi\hat{u}/io\grave{v}\grave{c} ^uetQ\hat{I}j, xal x6$
 $jnéyiarov uvrcSv xoivbv iiérgov /Lcergi^aei \gg j t Hp 3. a fie$
 $\{NiXc)n[NiXDvrt,6)l . \S mltl-3 3. a fie NiXin[D(\ll,6), c] . Df D 3.$
 $m[D(rt,6), c] ^ Diafi) [1) Hp 3. Di\ll,6) ^c . \S mlt 1-6 3. m[D(a,&),cl ^ D(a,/;j$
 $(2) Hp . ri; . :2). \S 5:1-03 3. m[I)(a,6), c] = D',rt,6) 3. D(o,6)5NiXr] Cette$
 $Dm a été donnée par Stieltjes a. 1895. Une. autre Dm, indépendante da mit,$
 $qui coïncidi\hat{i} au fond avec colle donnée par Euclide, a été donnée avec les$
 $symboles de la logique mathématique dans F1889 \S 6 P36.$

The text on this page is estimated to be only 9.88% accurate

•4 $D(a, \&, /?) = D[D(a/>), c] \setminus \text{Euclides vu P3} \setminus [P-3 . \text{Operj?? O:}$
 $\text{Hp O. } ^{\wedge\wedge}f>x^{\wedge}afis^{\wedge}iXx) = l^{\wedge}inx B[D a,b)s^{\wedge}iXx] (1) . \text{Oper } [f>X3\{^{\wedge}cs$
 $NiX^{\wedge\wedge}] . \text{Distrib}(3,n) . \text{Oper max} . \text{DfD O- } I^{\wedge}] \bullet 5 D(ac, bc) = cx D\{a,b) [$
 $\text{Hp} . 3 \text{ rt}, 6f NiXD((7,6) O. \hat{u}fc.ftcfNiXcD \ll,/^{\wedge}; . P-3 O. D(rto,6c) \pounds N, XcD$
 $a,b ; (1) \text{Hp} . il) . .7'fXi . lyacfic) = zxcV\{afi . \text{DfD O- } (icpcs N|X\llrcD(rt,6)$
 $. a, \hat{O} \pounds N, X. ^{\wedge}D(a b) rj. .r=:l O- P] \bullet 51 D(a,ft) 1=1 . 3 ^{\wedge\wedge\wedge}y^{\wedge\wedge} = ^{\wedge} 1 P'> D I'$
 $1 \bullet 6 \text{aft} \pounds N, X^{\wedge} . D(a,r) = 1 . 3 \text{be } N, xc I \text{rt}, 6, cfNi . P-4 . P-5 . 3. D(^{\wedge}, <^{\wedge}) =$
 $D(///>, \&c, (*) . P-4 . 3 = D[D//6,c), c] . ah s NiXr . P-^{\wedge} O. = lX(\n=c . P-2 O$
 $P . 1) 1 \bullet 61 \bullet 7 \bullet 71 \bullet 72 \bullet 73 \bullet 8 \bullet 81 j \text{EUCLIDES VH P23j D\hat{a}, bxc) = D[a,$
 $ftxD(a'')] Djt,c) = 1 . 3 Di:ab,r) = D(^{\wedge}, r) D\{a,b) = 1 . r(\pounds N, Xc . 3 D\{b,c) = 1$
 $D(a,r^*) = 1 . D(\& /;) i=1 . =. \text{Diable}) = ^{\wedge} \setminus \text{JEuclides vu P24} \hat{I} D(<i,r) :=: D(ft,f?)$
 $= D(a/Z) = D^{\wedge} \&, rf) = 1 . 3. D(aft, r \gg rf) = 1 ! \text{EUCIJDES VH P26 i ae}^{\wedge\wedge} Xb .$
 $\text{atNjXc} . D(i^{\wedge}, ^{\wedge}) = 1 3- \text{cis'ii}^{\wedge} Xbc IXb.r) = 1 3. D(a, bx<?) = D(a,6)x D(a,c) ^{\wedge}$
 $2. a,b',d,f^*h^{\wedge}is^{\wedge}i-'D' -f \bullet i D(a4-ft, />) = D(<^{\wedge}f, \&) j \text{Euclides vu PI j } [\S X 4-$
 $2-3 O. \text{inax}[X^{\wedge}n X3\{a,bs NjXa?)] = \text{niox}[Nina73(\ll-h\&, 6 s N, Xa?)] O- P]$
 $\bullet 1 I \text{Dia}, a+l) -i^{\wedge} l [PI . 3 D(a, a-hl) = D(\ll, l) . \text{Pli O. P}] \bullet 12 D(r^{\wedge}4./>r, />) =:$
 $\text{DK}\&) \bullet 1 3 T>\{a,b) = 1 . D(\&, m) = 1 . D(a,n) = 1 3. D(afe, a/>2+\&; 0 = 1 \bullet U$
 $D(a,ft) = 1 3. D(a+6, a6) = 1 f^{\wedge} ^{\wedge} 2 D(a, \&) = 1 3. D(rr, \&) = 1 [\text{Hp} . 7/1=1 O.$
 $D(rt\ll\ll , \&) = 1 (1) \text{Hp} . I)iV^{\wedge}m, 6)=1 . \text{PI} -61 . 3 D(<nf\gg\gg + S 6) = D(\text{trtrt}\gg^* , /^{\wedge})$
 $) = D[\text{rtD}(\ll''' , \&), 6] = D(\ll, 6) = 1 (2) ^{\wedge\wedge} 1 1 . (2) . Iiidiict 3 P] \bullet 21 D(a,ft>=1$
 $3. D(a''^*, \&^{**}) = 1 \hat{i} \text{Euclides VHiP2,3 j } [\text{Hp} . P-2 3. D(a'\gg/;) = 1 . P-2 3 P]$
 $\bullet 22 D\{a,b)=1 3. D(a''+a\&, \&')=1.D(a'+6\%a/;)ii=1 t \text{Euclides ix P15 1)}$

The text on this page is estimated to be only 7.64% accurate

$\wedge r 65 \bullet 23 D(a,6)=1 . a6 \pounds N, \gg Q . a, b \pounds ^{\wedge} I$ Leibniz a.1678 Math.
 Schr. t.7 p.122 j $\bullet 24 D(a,6)=:1 O . N; ^{\wedge} N, ' = N, '' \text{ --- } -3 D(2a \text{ --- } 1, 2a+1) = 1 \bullet 34$
 $a \pounds 2N, . \text{ he } 2N, +1 . a > 6 . 3 D(a+6, a \text{ --- } 6) = D(a,6) \bullet 32 a, b \pounds 2N, +1 . . 3. =$
 $2D(a, \&) \bullet 33 a > b . D(a,6)=1 Q . D(a+ \&, a \text{ --- } \&) \pounds ayt2 / -4 Dia/D(a,6) ,$
 $\&/I^{\wedge}(a,6)] = 1 \bullet 44 a,6, c \pounds 2N, +1 . 3 D(a,6,c)=D[(a+ \&)/2, (a4-^{\wedge})/2, (\&+^{\wedge})/21 \bullet 5$
 $D(a, \&) \text{ --zzl } . 3. (N, +1)^{\wedge} (a'+ \&VN, 3 N, \gg +N, * \bullet 51 JXaP) = \backslash O . N, ^{\wedge}$
 $(a \ll 4.6V(N, +1) 3 (4No+1) u 62 N, ^{\wedge} (a*+ \&V(N, +1) 3 (8N0+I) ^{\wedge} t2 N, ^{\wedge}$
 $[aK2''') + \&|X2^{\wedge}''')]/(N, +1) 3 (NoX2'^{\wedge \wedge \wedge} > +1)a2 1 EULER PetrNC. t.1 a. 1747-$
 $48 p.32 t \bullet 52 N, ^{\wedge}(2^{**}+1)/Ni 3 16; iNo +1 \bullet 53 D(a, \&):3=l.a6 \pounds 4Ni+1 3.$
 $N, ^{\wedge} a'^{\wedge} * + 6''^{\wedge} VNiD(8^{\wedge} \&^{\wedge} No+1)w62 ! -52-53 Lucas TorinoA. a.1878 t.13$
 $p.281 \backslash \text{ num } -6 D(a,6) = \text{ num } 1 \text{ --- } 6 ^{\wedge} X3 \{ (ix \pounds N, X6) Dfp \text{ rest } -7 a \text{ --- } \pounds N, 6 3-$
 $D(^{\wedge}, ^{\wedge}) = D[6, \text{ rest}(a,6)] \bullet 8 D(a,6) = T > [b, \& \text{ --- } \text{ rest}(a,6)J ^{\wedge} 3. u, ve Cls'N, .$
 $\ll, 6 \pounds Ni 3: \bullet 0 Dvr^{\wedge \wedge} = lyu = \max[N, ^{\wedge} ir5(([3 N, Xa?))] Df \bullet 0 1 D \text{ ta } = a . D(a,6)$
 $= D(ea w e6) a^{\wedge} fc 3- '^{\wedge \wedge *} ^{\wedge \wedge} 1 [UB cis'N, . 1; = NiW5(tONiX5c) o- i \ll y \bullet$
 $\S 3 1 * 1 -D- ay (1) Hp(l) . meu O- -a ty < \ll i4-N,) . (1) . \S \max -2 . 3- rnaxi; \pounds$
 $Ni (2) (1) . (2) . Elimm . Elimu O. P] \bullet 2 ^{\wedge} 3 NiXa 3 I^{\wedge \wedge} ^{\wedge} N, xa -3 D(\ll \ll xa) =$
 $ayjdu ^{\wedge} u . 32? 3- '* D(/ (v?)) == D(Die, Dr) \bullet 5 Biuxv) = \{ Dh \} x \{ I > v \}$
 $JStieltjes a.1895 p.4 \}$ mit $^{\wedge} 4. a, \&, ceN, 3 \bullet 1 1X^{\wedge}, 6) = 1 3 m(a,6) = ax6 ($
 Euclides vu P34 $\{ \bullet 2 D(a,b)xm(a,6) = ax6 1^{**} 1 F iy02 d.48 5$

The text on this page is estimated to be only 17.64% accurate

$\bullet 3 D\{a, byC)Xm(ab, aCfbc) \text{ --- } abc m D \bullet 4 m\{a, byC) D\{afi)$
 $D\{a/j) D(\&, r) \text{ -- } abc D\{aJ), c) \setminus '3\text{'-}i \text{ Lehesgue a.l8r)9 p.31,34 } j^{\wedge} 5. [N,,$
 $teNjXa, D(a,i;), m(a, />), l][[Cls, rQb, \ll<*, ow^{\wedge} Al \text{ §£ l-i-4 2M--6 3-1--3 §wl}$
 $2 a 4 \text{ §A Cette P dit que les P de Lojrique que noiLs venons de citer}$
 $\text{subsistent si l'on remplace Cls par } X^{\wedge}, \ll \text{ tout a est h } \gg \text{ par } \ll a \text{ Qst un}$
 $\text{diviseur de ft } \gg, ... \text{ §27 ! (factorielle) } X_{-0} 0! = 1 : aeN, .3 (a+1)! = a!x(a+1)$
 $Df \bullet 01 rt, 68No D- n+b \setminus = rt+(6!) a \text{ --- } h \setminus = a \text{ --- } :b \setminus) aXbl = aXibl) . ab \setminus =$
 $ajbV) Df \text{ Le signe ! a été introduit par Kramp, Éléments d'Arithm, a. 1808.}$
 $\text{Gauss a indiqué la même fonction par } 77wi ; \text{ les anglais écrivent } |w. \bullet 1$
 $a, b \in N,, .3 \{a+b \setminus \in N, x(a!X6!) ! B. \text{ Pascal t.3 p.274: } \ll Omnis productus a$
 $\text{quotlibet nimieris continuus est multiplex producti a totidem numeris}$
 $\text{continuis quorum prinnis est unita} \ll. \gg | \text{ Continuation §774-1. } ne^{\wedge}, .3. -2 \{n \} f$
 $\wedge n'' -3 2'^{\wedge} x n \setminus \wedge (/^{\wedge} +1)'* ^2S C \text{ (combinaisons) } ^{\wedge} 1-0 neN^{\wedge} . me n+No .3$
 $C(m,0) = 1 . C(m, n+1) = ; : C(/>^?i) X(m \text{ --- } n) / \{7i+1) Df \bullet 01 meNo . 7ie$
 $m+N, 3. C(/>i, n) = 0 Df \text{ Les nombres } C(7 \gg +1, 2), C(m+2, 3) \text{ ont été appelés}$
 $\text{d'après les Pythagoriciens (Jamblichus, Diophantus, Boetius...) } \ll \text{ nombres}$
 $\text{[triangulaires, pyramidaux]}. \text{ Voir §2'31-2. Les nombres } C(m, ;i) \text{ se sont}$
 $\text{présentés ensuite dans l'extraction des racines, et dans le développement du}$
 $\text{binôme. } >$

The text on this page is estimated to be only 20.24% accurate

67 La première définition donnée par les mathématiciens chinois et par Stifel fol.44 était composée avec les P-1'3. Voir §^5" 151. Avec cette Df, le calcul de $C\{m^n\}$ exige la formation d'une table à double entrée, dite le Mangle arithmétique. La 3f 0, publiée par Brigg a.1624 (a. 1633 p. 20), se trouve dans les mss. inédits de Harriot (voir Boll. di St. a.1902 p.1). Elle permet de calculer successivement $C(m,0)$, $C(w,l) \vee C(m,?0$. Selon Pascal t. 3 p.252, les « nombres figurés d'ordre n » sont les nombres $\text{Cir-}\{-7i,n\}\backslash r$. Boetius Inst, Ar. II 18 appelait « numéros figurâtes » les nombres $j>\text{oli}'$ gonau.T. Les algébristes du XVI"»® siècle (Viète, Harriot,...) appelaient triangulotriangulaires les nombres $C(?»-]-3,4j,...$ La fonction $C(m,w\backslash$ ou $C»a,n$, se rencontre aussi sous les formes — (Euler\ (in) a (Cauchy\ f | (Raabe\ mn , etc. •2 $C(m+n, //0 = C(/H+;i, 71)$ j Pascal t.3 p.28y: • Duo quilibet numeri œque combinantur in eo quod amborum aggregatum est. »! •3 $C(m+1, n+1) = C(>i, n+1) + C(m,70$ •4 me u+No .3 $C(//?+1, n) = C(/>i,/i)X(>>i+1)/(>^— n+1)$ •41 $C(/>i+1, /i+1) = (Xin, ;OX(m+1)/(^i+1)$ î Pascal t.3 p.289 1 •42 peNo . n€/>+No . ms n+No .3 $C(m,n)xC(A?.p) = C(m,2))xC(m— p, n—p)$ num -5 meN^ 7^, $C(m,n)=\text{num}[\text{Cls'l-} m^{\wedge}.T3(\text{num},x==n)]$ Dfp Suivant cette Dfp on peut lire $C\{m,n\}$ • nombre des combinaisons de m objets, pris n à n » (Pascal). ! -6 né^Q . me n+N^ .3 $C(m,?i) =: m\backslash / \backslash n\backslash \{m — n\}\backslash\backslash$ Dfp

The text on this page is estimated to be only 19.01% accurate

§29 Np (nombre premier) $X \wedge 1-O Np=(1+N>[(1+N,)X(1+N,)]$
DtNp •1 2,3,5, 7, 11,...eNp Les tables des diviseurs donnent aussi les Np.
Voir : J. Ch. Burckhardt, Table des Diviseurs pour foies les nombres du
deuxième inillion. Paris a. 1814; troisième million... Paris a. 1816; premier
million. Paris a. 1817. J. Glaisher, Facfor table for the fourth million.
London 1879; fifth million, a. 1880; sixth million a. 1883. Z. Dase,
Factorentafeln filr aile Zahlen der siebente million, Hamburga.1862; achte
million a. 1H6S; neunte million a. 1865. (Le 9me million a été complété par
Rosenber[^]); zehnte million inédit, conservé dans les Archives de
l'Académie de Berlin. J. Kulik a laissé un manuscrit inachevé d'une table
des diviseurs des nombres $1*10^*$ qu'on conserve dans l'Académie de Wien.
(Voir Encyclopadiaea.1901 t.lp.952). Davis, Le.v nombres premiers de 100
000 001 à 100 000 699, JdM. a.186G S.2 t.ll p.188. '\ \ bs Nj . ae T<l\y>(ii
[^]Xb) .3 ^{^^} ^1 ^ ^{^^^} [ô,c£Ni . as Np .a=bc. Df Np .3. 6,c-e Ni+1 .3. b=1 .w.
c=1 .D.6f ilsjia il) (1) . Elimc .DP] •2 a£Np.&,c£N, .&C£N,X« .3 ^{^^}NjX<3[^]
.v[^]. ^£N,Xû[^] î EUCLIDES VII P;30 : "[^]Eàv ôvo àgn[^]jiiol
TiokkaTikaoîâoi'TEç àkh)kovç noioSoi riva, tov Se yevôuevov è[^] avTCov
fiFTofj nç 7iQ(oroç àQt&jiiôÇfXal eva xœv ê[^] f[^]QX[^]jÇ jLieTorjoëi.\ [Hp
. Pli .Z). D(b,a)ansjta (1) Hp . D(6,a) =1 . §Dvr 1-6 .D- cf N[^] X« (2) Hp .
D{b,a) =a .3. bs "S[^]Xa (3) (2) . (3) . Operu. (1) .3 P] •3 N, + 1[^]NjXNp j
EUCL1DE8 Vil P31 : "A:iaç ovv[^]exoç àQi&judç vjid TiQOjrov rivbç
àQi&fiov jueTQeirau } [ys N[^]+1 . xs (Nj+1 iXi y . as N[^]Xx -D. i/s 2",x—1) .
as N[^]Xy •D. fl[^]NiXl2-(cc-l)] (1) xs (N,+1)X(Ni+1) . flfNiXac . (1) . Elim</
.3. » » (2) a7£Ni+1 . r/f NiXa? . a-£ NiX[2"-(t— 1)] . (2) . Transp .3 xs
(Ni+1Hl[^]'i+1)X(Ni+1)l (3> y

The text on this page is estimated to be only 22.40% accurate

$\text{ri} \notin \mathbb{N}_j + 1$. $x = \min(\mathbb{N}_j + 1 > \wedge (a \notin \mathbb{N}_i X \wedge))$. (3) . D_{fmin} . D_{fNp} .3
 $\text{x} \notin \mathbb{N}_p$ (4) $aa \notin \mathbb{N}_i X \mathbb{N}_p$. Opéra? O P] •4 $\text{me} \mathbb{N}^\wedge$.3. $a \mathbb{N}_p^\wedge(m + \mathbb{N}_i)$ } EUCLIDES
 IX P20 : 01 ngayroi à Qi&j Liol nXelovç eîaïv navrbç rov TtQoxe&évTOç
 TtXrj'&ovç Ttgaircov à Qiûfiœv. j [Hp .3 $w! + 1$ B $\mathbb{N}_j + 1$. P-3 3. $m! + 1$ b
 $\mathbb{N}_j X \mathbb{N}_p$ (1) $a? \notin \mathbb{N}_p$. $x^\wedge m$ 3. $w!$ e $\mathbb{N}_i X a^*$. 1 -£ $\mathbb{N}_i X a\hat{i}$. §X4-2 . Transp 3.
 $w! + 1$ -e $\mathbb{N}_i X a$ (2) $a \notin \mathbb{N}_p$. $w! + 1$ £ $\mathbb{N}_j X a$. (2) . Transp 3. $\text{ar} > m$ 3. $a \mathbb{N}_p >$
 $(w_i + \mathbb{N}_i)$ (3) (1) . (3) . Elimcc 3 P] •5 $2(\mathbb{N}_j + 1); 3 \mathbb{N}_p + \mathbb{N}_p$ j GOLDBACH
 a.1742 CorrM. t.1 p.135j G. Cantor (Congrès de Caen de l'A.F., a. 1894) a
 vérifié que $2X(2--5(X))$ D $\mathbb{N}_p + \mathbb{N}_p$; V. Aubry (IdM. t.3 a.1896 p.75) que
 $2X(2'-1000)$ D $\mathbb{N}_p + \mathbb{N}_p$. R. Haussner a vérifié que $2X_i 2--5000$) U $\mathbb{N}_p + \mathbb{N}_p$
 (Jahresversammlung der Deutschen Math. Verein. a. 1900 p.7) $\wedge \wedge 2-1 a^\wedge 1$
 $+ \mathbb{N}^\wedge$. -a $\mathbb{N}_p \triangleleft X_3 \{ \alpha^\wedge a . a s \mathbb{N}^\wedge X^\wedge)$ O- $\wedge \wedge \mathbb{N}_p$ j Leonardo Pisano a.1202
 p.38: «Qui primum numerum... cognoscere voluerit... semper eat dividende
 ipsum per primos números ordinate, donec aliquem primum numerum
 invenerit, per quem propositum numerum absque alia superatione possit
 dividere, vel donec ad eiusdem pervenerit radicem : si per nuilum ipsorum
 dividi potuerit, tune primum ipsum esse indicabit. » | •2 as $\mathbb{N}_p$. 6, $n \in \mathbb{N}$, . 6^{**}
 s $\mathbb{N}_j X a$ O- $\wedge \wedge \mathbb{N}_j x a$ [Euclides ix P12j •3 . a^{**} fi $\mathbb{N}_j x 6$.3 &« « $\wedge \mathbb{N}_i !$ » » P13j
 $\wedge 3 \mathbb{M} \mathbb{N}_p^\wedge 4 \mathbb{N}_j + 1$) 3 $\mathbb{N}_j \ll + \mathbb{N}_j \ll$ j Girard a.1634 p.156: « Tout nombre premier
 qui excède un nombre quaternaire de Tunité se peut diviser en deux quarrez
 entiers. » | •2 a,b,Cyds1 $\wedge \wedge$. $a^* + \& = ic^* + d' . a^* + \& * \text{fi} \mathbb{N}_p$.' . $ta \setminus tb = icycd$ j
 Fermât t.1 p.294 : « Numems primus qui superat unitate quatemarii
 multiplicem, semel tantum est hypotenus a trianguli rectanguli » | •3
 $a \text{fi} \mathbb{N}_p^\wedge(4 \mathbb{N}_j + 3)$. $b . cs \mathbb{N}^\wedge$. $\&' + c^* \text{fi} \mathbb{N}_j x a$ O- b.CE $\wedge \wedge X a$ I Fermât a.1640 t.2
 p.204 : « Si un nombre est composé de deux quarrés premiers entre eux, je
 dis qu'il ne peut être divisé pas aucun nombre premier moindre de l'unité
 qu'un- multiple du quaternaire » . ! Continuation : §mp 1*7.

The text on this page is estimated to be only 20.16% accurate

•4 Np $'^{\wedge} (3N,+1) 3 N/+3N,$ » I Fermât a.1654 t.2 p.313 j
 Continuation : Legendre a. 1797 tables 3 et 4. •5 $2^{*+1}, 2'+1, 2^{*+1}, 2\gg+1, 2''+1$
 s Np Bien que de la même forme, les nombres suivants sont composés :
 $2[(2^5)^{-1} \pmod{N}, X[2'(2^{*+1})+1]] \}$ EuLERPetrC. a.1732 t.6 p.104î $2^{(2f\ll)} +1 \pmod{N}, x[2''(2''+2\gg+2^{*-1})+1] [$ Landry | $2f^{(2|\ell l)}+1 \pmod{N}, x319489$ ÎCunningham
 BritAssR. a.1899 P.653J $2I^{(2|\wedge 12)}+1 \pmod{N}, X[2''(2'— 1)+1] j$ Pervouchine
 PetrB. a.1878 j $2|^{(2f^{23})+1} \pmod{N}, X[2\gg^{*}(2'+1)+1] | > \gg t 2^{(2^{36})} +1 \pmod{N}, X[2^{*}(2^{*+1})+1] j$ Seelhoff Zm.a.1886 t.31 p.173i •6 $7x2\gg'+1 \pmod{N} p \hat{=}$
 Seelhoff Zm. a.1886 t.31 p.380 \ •7 $m \pmod{N}, .3^{* \wedge > ^{*}+4} \pmod{N} p . = . /> i = l \hat{=}$
 GoLDBACH a.1742 CorrM. t.1 p.139 ; S. Germain a.1772 p.296 \ •8 $A/? \pmod{N}, . 2^{*^4-1} \pmod{N} p .3$ me $2|\wedge No [$ Fermât a. 1640 t.2 p.205î •9 $a,?;,m \pmod{N}, . a''' + h''' \pmod{N} p .3.$ iïw $2|\wedge No - ^4-1 \hat{=} 7 \pmod{0-9} O- ^{*}+j; - t - ll \pmod{N} p \bullet 2 . (\pmod{0—15} .3.^4-^{17}+ 17 \pmod{N} j$ EMULER Op. $2^{\text{ost}} t.1 p.185 \}$ •3 $x \pmod{0-39} .3. a?^{*}H - a7+41 f \pmod{N} j$
 Euler BerUnM. a.1772 p.36 (•4 $\hat{=} 7 \pmod{0-28.3.2a7'+29} \pmod{N} p [$ Legendre a.1797 p.10 [— $^5 M Np^{(N, + 3)} 3 (6N, + 1) w(6N, — 1) \}$ BUNGUS a.1599 p.399
 : «...semper ... numeri primi post binarium et ternarium, in senariorum multiplicium vicinia collocati comperientur, aut uno minores, aut uno majores. » | •2 as $N, + 3 .3 a Np^{(a + N,)} '^ (2a — N, — 2) t$ Bertrand JP. a.1845 Cahier 30 p.129. Dem. TcHEBYCHEF a. 1852 Œuvres t.1 p.52 j $^6-1 2'— 1, 2'— 1, 2'— 1, 2'— 1 \pmod{N} p$ JEUCLIDES ix P36 scoliaj $2''-1, 2''-1, 2^{*-1} f \pmod{N} p 2^{*}— 1 \pmod{N} p$ I EuLER BerlinM. a. 1772 p.35 j $2^{*}— 1 \pmod{N} p$
 JPervouchine, Acad. S. Petersbourg, a.1883 j \

The text on this page is estimated to be only 14.92% accurate

Np⁻ 71 Bien que de la même forme, les nombres suivants sont composés : 223₁ g 47xNi, 237—1 s 223xNi (Fermât); 2-»— 1 e23:5xN4, 2-13— 1 £ 431xN,, 2*7— 1£235lxN,, 273— 1£439xNi (Euler a.1732 PetrC. t.6 p.103); 24i₁ s 13367XN4 (P 1 a n a). •2 as Np . be (1 4-N,) -(N,Xa) .3 b''' - 1 £ N^xa ;Les chinois ont connu cette P pour 6=ri, dès le temps de Confucius a. -550 •-'—477; cfr. Heans Mm. a.1898 t.27 p.174| ! FERMAT a. 1640 t.2 p.209 : « Tout nombre premier mesure infalliblement une des puissances — 1 de quelque progression que ce soit, et l'exposant de la dite puissance est sous multiple du nombre premier donné — 1 ; et après qu'on a trouvé la première puissance qui satisfait à la question, toutes celles dont les exposants sont multiples de l'exposant de la première satisfont tout de même à la question. »| I Dem. Leibniz MatJiS. t.7 p.154: Euler PetrC. a.1736 t.8 p.143 : PetrNC. t.8 p.70 | •3 as Np . 6,C£N, .3. {h-hcy — // — c" £ N^xa I Euler PetrNC. a. 1747 t.1 p.20 j ^ 7-1 ms^, . ifu+1 e Np .;3. />r— 1 s NoX(4/h+1) I BiKMORE a.1896 Ed, Titnes^ t.65 p.78 (•2 me 2i^N4 .3 2*^+1 s Np .=. ^fH;2fV/i— 1))+1 e N,x[(2|^/?)+1] I Proth CorrN. a.1878 t.4p.210 j •3 rnsN, . 2"*— 1 «Np .;3. /HsNp JFermat a.1640t.2 p.198j •A qe No . 4^+3 , Sq+7 £ Np . [^ . 2*' '-1 s (8f/+7)N, ! Lucas TorinoA. a. 1878 l. 18 p.283 | ^ 8-1 î9£Np .:3. N,«(2"-l)/N, 3N0XP+I •2 m/iM'^i . a" —6" s Np .3. me Np . a= b+1 •3 a,6€N, .peNp-i2.3 '^,^a'^b')/N,^[Nr(a-b)/^,]y, (N,xp+1) u » . a"-' +b'-' e ^,xp O- ^,be^,xp t •I--4 Euler PetrNC. a. 1747-48 I p.20 | min ^ 10. aeNp . bs (N,+1) - N^Xa O•i miii[N,^a?3(6^— 1 e axNJ] e N,'^(a— 1)/N, •2 ^.^xsib-^^1 e axNj) =: N,xrain[Nj'^a73(fc"— le axN^)] j Fermât voir P6-2 j

The text on this page is estimated to be only 16.76% accurate

72 Np Dvr $\wedge$ 11-1 6fNp.afN,-(N,X&) .3 Dvr(a,6)=1 j EucLiDES
 VII P29: "Anaç TZQCÔTOç àgi^juaç ngoç STtavta àQi^fwv, ov jui]
 juexQeï, tiqcotôç è(mv.\ m,n,a,bs^^ . joe Np .3•2 a'^-^V £ Np-^2 .3.
 Dvr(»i,n) e 2|^No ! Lucas a.1891 p.342(•3 a*'— &"* £ N^xp O-
 «hDvr(»^, p— 1) — &f^Dvr(/>?, ^3—1) £ N^xp î EULER PetrNC.
 a.1747^8 t.1 p.20 j •4 Dvr(a,6)=1 .3 aNp'^CaH- N,x&) <>(m+N,) I Legendre
 a.1808 p.398; Dem. Dirichlet a.1837 t.1 p.3L-J, Mertens WienA. a.1899;
 WarszawaP. t.U p.194 j ! ^ 12-1 af(N,+4).Np O. (a-2)!£N,xa •2 aeNp .3 (a—
 2)! —1 £ NoXa t Leibniz Mss. Math, t.3 BU fol.10: « Productus
 continuorum usque ad numerum qui anteprecedit datum divisas per datum
 relinquit 1, ... si datus sit priuuiivus. Si datus sit derivativus relinquet
 numerus qui cum dato habeat communem mensuram unitate niajorem. » \
 •3 aeNp .3- («— 1)! + lfiNiXa | Wilson, VoirWARiNG a.1770 p.218 ; Dem.
 Lagrange a.1771 t.3 p.425 j •4 af Np .=. af Nj+1 . (a— 1)!+1 £ N,xa •5
 cœU, . 4a+1 £ Np .3. [(2a)!]' +1 fi N,X(4a+1) '6 » . 4a — 1 » » — » — » t
 Waring a.1770; a.1782 p.380 : « Sit n numerus primus ... 2232425» '^l'-j-i î
 (ubi erit +1, quando ^ fit par numerus, sin aliter —1) integri erunt numeri.
 »j j Dem. Lagrange a.1771 t.3 p.431 \ C -7 af Np . b£ l''a—l) .3. C(a,&) fi
 N,xa [Leibniz Math, Schr. t. 7 p. 102: « Si numerus rerum sit primitivus,
 combinatio ejus quaelibct per ipsuin dividi potest, dempta prima et ultima.
 »' •7i afi Np . b£ O-(a-l) .3. C(a-1 , b) £ NoXa+C-l)' •72 afiNp-^2.te2-(a—
 1) .3. C(a+1 , i^fiN,xa t •71-72 Lucas AJ. a. 1878 t.1 p.229 j •73 Hp-7 .3
 C(a-2, &-1) £ NoXa — (-I)'X?;

The text on this page is estimated to be only 11.62% accurate

73 §30 mp Np max 1[^] 1. afiynœN[^].pel[^]p r). •0 mp(p,a) =
max[No'[^]a73(a£N,Xp'[^])] Df mp{p,a) = « Texposant de la plus grande
puissance (maxima potestas) dep qui divise a ». L'Hp ps[^]sp n'est pas
nécessaire, mais commode; voir F1901. M mp(p, ab) = mp(p,a)+mp(2>,&)
•2 dsN[^]Xb .:= ^£ Np . 32c • nip(^,&) ^ mp(a?,a) •3 mp(79, a*") =
mxmp(p,a) •4 ae N,** .:=: œe Np . '^x . mp(a7,a) 8 N[^]X^{^^} •5 aeN.'⁺N.»
.:=: j[^]e Np<>(4N,+3) Ox- mp(a;,a) a 2No j Girard a.1634 p.156 j •6 rap[p,
Dvr(a,6)]= min[^mp(p,tt)gemp(p,6)] • 7 mp[p, mlt(a,&)] = max \l mp(p,a)
w t mp(p,ft)] '8 ne N,+l r[^]. a Np ^ a[^][mp(ir, n!)=1] . \ LiouviLLE JdM.
S.2 t.2 a. 1857 p.278 }

The text on this page is estimated to be only 0.00% accurate

\

IV ALGÈBRE

* §31 f_j « fonction » sim « semblable » rcp « réciproque » §32 «
de quelque » §33 n « nombre relatif » §34 mod « module, valeur absolue »
§35 sgn « signe » §36 R « nombre rationnel » §37 r « rationnel relatif » §38
 $V \in$ fraction propre > §39 dt « dénominateur réduit » nt « numérateur réduit
> §40 E^* « entier de » §41 fi « mantisse de » .

The text on this page is estimated to be only 19.30% accurate

•0 •01 •I §31 f j sim rcp 1. a,6,<?£Cls .3-'us a}b .:=: œea Ou:- ^^^
 ^^ us a}b . aî,y£a . oc=t/ O- ^^* = V^ r §1 0« 3Cfi 3^3(3-^ = xu) . §e 4*3
 O- y^ 3:3 {ju : •2 W€ aj6 . c'^a .3 ^^ ^J& [Hp . xec o. •3 us a}b . &3^ O-
 ^^^ ^J^ [Hp Oî 2C£rt O* 3C" £& 0« 2trw £c O- Ths] ^ 2. a,&,c/teCls O-*'
 •0 lis a}b . ye b}C , xsa O- ^ (w^)' =■ (^ •01 ^«efefa . i';scfb . ^rea O- C'^)^
 = ^' M i/£ aj& . vs bic .3* ^*^ ^ ^K •2 ?«£ ajft . vs b}C . ^w c}d . xsu .3
 (^*) Note sur les fonctions. P'O « Soient a et 6 des classes. Nous dirons qui
 un transformateur des a en 6 » , lorsque le signe quelconque de la classe a
 produit un 6 » . P-01 « Et que ub bia^ qu'on lit « u est un h fo signe w écrit
 en avant d'un a produit un 6 » . Dans F1889 les signes f et .; s'appellent « f «
 functionis postsignuin » . On pourrait convenir d'écrire toujours le signe la
 variable (f), ou toujours après (j) ; nous écrire des deux formes ; mais nous
 conservons tous deu •1 Opérer par u signifie passer de l'égalité que soit
 l'opération u. L'opération yw, définie par la P2*01 est dite « et î? ». Dans le
 calcul différentiel on l'appelle « w et 17 sont des mouvements, et en général
 des mouvement composé. L'expression vux est associ Ces signes permettent
 de représenter par les sy idées de « fonction, correspondance, opération »
 Dans les traités d'Analyse on dit que a est la « variable indépendante », et la
 classe h contient

The text on this page is estimated to be only 28.93% accurate

p. ex. soit X un rs[^]; x\ (factorielle de x) est un N[^] ; donc ! b N[^] jN|. C'est le seul exemple de fonction j répandu en Analyse. Les expressions +[^]» — ^> Z[^]? ont les sig'nifications « ajouter a j> », « retrancher a », «diviser par a», et l'on a le[^] P4. Ainsi se présentent naturellement les nombres négatifs et les fractionnaires. Dans l'usage commun et dans le Form., le signe de fonction précède, en général, la variable. Ex : mod sgn E ^ Chf nt dt \$ log sin cos B . Ici les valeurs de la variable et de la fonction sont des nombres de différentes espèces : N , n , R , Q , q , q'. Les signes de fonction Num, max, min, Dvr, mit, l', l, , précèdent des classes de nombres ; la valeur de la fonction est un nombre, en général. Les signes Med X S font correspondre des classes de nombres à d'autres classes. Une fonction de deux variables est quelquefois représentée par un signe écrit devant le couple des variables. Ex. quot, rest, C, mp. Dans d'autres cas on place le signe de fonction entre les deux variables; ex. a-\-b, a— h, axbj ajh[^] c[^] ; ici a, 6, et la valeur de la fonction sont des nombres. Dans a'-'b, af~[^]b, (wà, aJb[^] la valeur de la fonction est une Cls. Ont la même forme les « relations » a=6, a3&, asb, rt<6 ; les signes de relation sont des signes de fonction, dont la valeur est une proposition. Quelquefois on écrit la variable comme indice à la fonction ; nous conviendrons que ^l[^] u[^] ... ne diffèrent, que par la forme, de ul u2 ... Plusieurs A. ont aujourd'hui l'habitude d'enfermer la variable entre () ; mais dans la formule u(x) les () n'ont pas la valeur expliquée dans le §2, car une lettre seule ne doit pas être enfermée. Elles ne sont pas nécessaires, puisqu'on éxirit logac et non log(;r), f(X\ -h) et non /" ((ic-f-A)) ; elles ne se trouvent pas dans Lagrange, Abel, ... Dans le langage ordinaire la variable est mise au génitif; c'est cela qu'on veut indiquer par les (); Euler PetrNC. a.1768 t.l3 p.63, Legendre a.1797 p.135, ... écrivent f:x, f:{x+h), où les {;) correspondent à « de ». Nous supposons le mot « de » incorporé dans le signe de fonction; ainsi « log », signifie « le logarithme de ». ^ 3. a,b,ce Cls. '^.\ •0 u£ {bfa)sim .-=: us Ma : cOji/ea . luv = uy .^^^y- ^=y ^f •1 us (bîa)sim . c'^a .3- ^^ (&fc)sim •2 » .b'^c .'â.iis(cta)sim •3 » . Xj}/sa .]3 • ^^==.y ==• ^^ = ^^y •4 » .vs (cfb)sim 7^. vu s (cfa)sim Le signe « sim » signifie « correspondance semblable (similis) » . •5 US (&fa)rcp .=: us (&fa)siin : ysb r^y. a or X3(ux =y) Df •6 us (&fa)rcp . vs (cfb)rcp .3 ^^^ ^ (cfa)rcp Le signe « rcp » signifie « correspondance

récioproque ». On suppose écrites les formules correspondantes pour le signe j .)

The text on this page is estimated to be only 11.38% accurate

$f 79 + ^4-1 + 8N_jN, [= \S+1-2] \cdot 2 + \mathbb{E}(N_jN;)\text{sim} [= \S+1-4] \cdot 3$ se
 Cls . Oss . + e sjs .3 $^0 Z)^{\hat{1}} = \text{Induct}] \cdot 4 \text{aeN}, .3 + a \in \text{NojN}, [= \S+4-1] \cdot 5$
 $* + a \mathbb{E} (N,.;\text{No})\text{sim} [= \S+4-5] \cdot 6 > x a s N_j\text{No} [= \S\text{XM}] '61 \gg x a \mathbb{E}(N_jN4)\text{sim}$
 $[= \S x5-1] \cdot 7 > f^a \mathbb{E} \text{NojNo} [= \S_{hi-i}] \cdot 7i * . |^{\ll} 8(N_jN>\text{im} [= \S(S4-11 \cdot 8 \gg -a\mathbb{E}$
 $(a+N,)jN, [= \S^M] \cdot 81 \gg \gg \gg \text{sim} [= \S_{i.4}] \cdot 9 \gg /a\mathbb{E}(axN_j);N, [= \S/1-1] \cdot 91 \gg \gg$
 $\gg \text{sim} [= \S/i-4 \ 1 \wedge 5. s\mathbb{E} \text{Cls} . us . \text{SJ.S} . \text{aes} . \text{ftjC}^eN^ .3 \cdot 1 \text{auO} \text{---} a \text{Df} -2$
 $\lll<\&+) \text{---} \{aub\}u \text{Df} \cdot 3 \llll\& \text{es} [\text{Hp} . \&=:0 . \text{P}-1 \text{O} . \text{Ths} : \text{Hp} . \text{aitb} \text{es} . \text{P}-$
 $2 \text{O} . aM(\&+) \text{fi}\ll : \text{Induct} \text{O} . \text{P}] \cdot 4 (\text{llb}) \mathbb{E} \text{S}\} \text{S} [= \text{P}^*3] \cdot 5 u \in (\text{sj}8)\text{sim} .3-$
 $(\wedge\wedge\wedge) \wedge (\bullet^{\hat{1}}J-\wedge)\text{sini} [\text{Hp} . 5=0 \text{O} . \text{Ths} (1) \text{Hp} . \text{ubs}\{\text{His}\}s[m . x^{\text{yes}} . x=-y \text{O}-$
 $xuh-\wedge zyub . 3. \{xiib\}U'Z=i\{yub\}u \text{O}- x m(6+) -= yM(6+) (2) \text{Hp} . t^{\wedge} \mathbb{E}$
 $(/ys)\text{sim} . (2) \text{O}- w(\&+) \ll (\ll fJ^{\wedge}V^{\wedge\wedge}\text{im} (3) (1).(3). \text{Induct} \text{O} . \text{P}] \cdot 6 \text{ve} . \text{SJ.S} :$
 $,\text{re.s} r^{\wedge}n. xiw = xru :3- \{ciub\}v = \{av\}uh [\text{Hp} . 6=0 . \text{PI} \text{O} . \text{Ths} (1) \text{Hp} .$
 $\{aiib\}v = \{av\}ub . \text{P}-2 .\text{D}- [au\{h-\wedge\}']v = [(ai^{\wedge})M]i7 = [(at>6]M = \backslash av\}u\{h-$
 $\{-\} (2) (1) . (2) . \text{Induct} \text{O} . \text{P}] \cdot 61 \text{Hp} \text{P}-6 .3- i^{\wedge}f^{\wedge}b)i^{\wedge}(\wedge = \{avc\}ub [\text{Hp} .$
 $\{ub,v,c\}\backslash(v,ufi) \text{P}-6 .3 \text{Ths}] \cdot 62 \text{Hp} \text{P}-6 .3- \ll [(\wedge\wedge\wedge)\&] = a\{ub\}(vb) [\text{Hp} . 6=0$
 $\text{O} . \text{Ths} (1) \text{Hp} . a[iuv]b^{\backslash} = a\{ub\}\{vb\} \text{O} . o[(i^*rX6+)]l = a[(wi;)6]wf =$
 $a(2/6X\hat{1}''6)\ll^*i7 = (i(iib)u(rb)v = a[2^{\wedge}(6 -\{-\})][w(6+)]l (2) (1) . (2) . \text{Induct} .3$
 $\text{P}]$

The text on this page is estimated to be only 27.07% accurate

$\bullet 7 a\{uh\}\{iic\} = a\{uc\}iub) [P-6i . v=u O- P] \bullet 8 \{aiih\}iic = au\{b+c\}$
 $[Hp . c=0 . P-1 O- Ths (1) Hp . \{aib\}uc = au(b-\backslash-c) O- [(aw\hat{o})^{ic}]^{\wedge}\langle =$
 $[au\{bi-c\}]u (2) \rangle O- (aM6)w(c-h) = aw(6-K+) (3) Hp . (1) . (3) . Induct O.$
 $Ths] (P'I) \langle$ Soit s une classe, w une transformation des s ens; soit $aun\langle$, et b un nombre; alors par auO on indique a $\rangle$; $(P*2) \langle$ et par $au\{b+\}$ nous entendons ce qu'on obtient en opérant sur aub encore une fois par le signe u $\rangle$. Si Ton fait, dans la $P-2$, $6^{\wedge}0$, on obtient $aul^{\wedge}au$; en faisant $b^{\wedge}1$ on a $au2 = \{au\}u$, $auS =: anuu, \dots$ est ainsi de suite. En conséquence, par induction, on obtient la signification de aub , quel que soit le nombre b $(P*3)$. La formule aub doit être décomposée, lorsqu'il est nécessaire, en $a(;ub)$. Soit donc u une opération définie dans la classe st , quel que soit le nombre b on obtient la nouvelle opération ub $(P'4)$, qu'on appelle « l'opération u répétée (itérée) b fois ». On déduit : $(P'5) \langle$ Toute fonction semblable répétée est aussi semblable $\rangle$. $(P*6) \langle$ Si l'opération u est commutable avec l'opération v , l'opération ub est aussi commutable avec y , et $(P-61)$ l'opération ub est commutable avec vc , quels que soient les nombres 6 et c $\rangle$. $(P-62) \langle$ Si les opérations u et r sont commutables entre elles dans la classe s , alors l'opération uv répétée b fois est, dans la classe.?, identique à l'opération $\{ub\}\{vb\}$ $\rangle$. Quelques Auteurs appellent « puissance » d'une opération l'opération répétée. $(P-7) \langle$ Deux puissances d'une même opération sont commutables entre elles $\rangle$. ^{6} $s\pounds$ $Cls . v\pounds . s\pounds e . ass . teN, Q. \bullet 5 ffa=ia -2 v'''a=riv'a)$ Df Si un signe de fonction u , au lieu de suivre la variable, la précède, la fonction répétée b ibis est indiquée ordinairement par $i?^*$, notation que nous suivrons. On rencontre les puissances des fonctions dans Babbage, London T. a. 1815 p. 390, et dans Servois Ann. t.5 p. 93 a. 1815 (présentée a. 1812). ^{7} $(N,,+)|(s,^*)P5-1 -2 -3 -7 -8 .3 \S +P3-1 -2 4-i -3 -2$
Des $P5$ par une substitution on déduit les P sur la somme.

The text on this page is estimated to be only 8.81% accurate

$\wedge 8-0 \text{ afis}^\wedge, .^\wedge. \text{ axb} = 0[\{+a\}b] \text{ Dfp } [= \S x\text{Pi-o-oi}] \ll \text{ axb est ce}$
 qu'on obtient en effectuant sur 0 l'opération $+a$, b fois ». 1 (No,H-a,0)|
 (,9,w,«)P5-3.3§XPl1 •2 (Xo, +«, 0)|(.v, u, a) P5-8 .3 §XPl-2 •3 (Xo, +a, -fô,
 0, c)\{s, u, V, a, b) P5-62 .3 §XPl-3 A s£ Cls . 218 s}s . x£s .3 ai;(2/.a)&] =
 $a?[\ll/(\text{ax6})] \text{ f Hp} . 6=0 \text{ O. Ths } (1) \text{ Hp} . \text{xl}\{\text{ua}\}b] = \text{x}[\text{u}(\text{axb})] \text{ 3. aî}[(\text{wa})(6-j-1)]$
 $= \text{x}[(\text{ica})b]\text{ua} = [2/(\text{ax6})]\text{wa} = \text{£CM}(\text{aX}^\wedge > +a) = \text{xu}[\text{aX}\{\text{b}+1\}] (2) (1) . (2) .$
 Induct 3. P] •ô (N,,, -fa, 0)|(s,w,x) P-4 3. §xPl-5 * 9-u a,/>i€No .3 rf/n = a*«
 $= \text{l}[(\text{xa})/>\text{i}] (\text{No}, \text{X}\ll, \text{l})|(.Ç, \text{w}, \ll)\text{P5-l-2 3. §|SP1-0-01 } (\text{Xo}, \text{Xnr}, \text{l})|(.v, ?^\wedge, \text{rt}) \text{P5-}$
 3 3. §|\PM » » » -2 lXo,Xrt,X6,l)|(>,w,i;,rt) P5-62 3. §|^Pl-3 (
 Xo,Xrt,7/i,n,l)|(5,w,a,6,ic) P8-4 3. §|VP1-4 Dlp § 32 (quelque) a f ^ 1.
 $\text{afi}^\wedge \text{CjdsCls} . \text{i}^\wedge \text{s ôfa} .3 \bullet 0 <^\wedge * \text{a} = \text{y3}[\text{a} \text{a}^\wedge \text{X3}\{\text{iix} = \text{y}\} \text{j} \bullet 01 \text{y s y/a} . = . \text{a}$
 $\text{X3}(\text{x8a} . \text{ux} = \text{f}/) [\text{P-0. Op}^\wedge \text{cr}^\wedge \text{fi} \text{ 3. P }] \bullet 2 \text{cZ)a 3. u'c 3 i}^\wedge \text{'a j Oper u' \ Ex. §lim}$
 $\text{i-2 Dm } [\text{Hp 3. cf}^\wedge \text{X3}\{\text{ux} = \text{y}\} \text{ZD af}^\wedge \text{x3}(\text{ux} = \text{zy}) . \text{Oper 3 . Operys 3. P }] \bullet 3$
 $\text{u}^\wedge \text{a 3} <^\wedge \bullet = : ^\wedge \text{£} \ll 3; \text{c-} ^\wedge - ^\wedge ^\wedge \bullet 5 \text{c3a} . \text{d3a 3. u} \backslash \text{csd} = \text{u'cy}^\wedge \text{u'd \ Distrib}^\wedge \text{w) ([}$
 $\text{Df}^* \text{ 3. w}^*(\text{cud}) = \text{ys a}[(\text{curf}) \text{n a?3}(\text{i}^\wedge \text{a?} = \text{y})] \text{I}^\wedge \text{istrib}('^\wedge, \text{u}) \text{ 3. } \gg \text{ya}$
 $\text{a}[\text{cna}; 3(\text{t}^\wedge \text{ar} = 2/) \text{u 6?Kr3}(\text{i} \ll \text{c} = ^\wedge)] \text{Distrib}(3, \text{w}) \text{ 3. } \gg ^\wedge 5; [3 \text{cf}^\wedge \text{Xd}\{\text{udc} = \text{zy}\}]$
 $\text{sj } [3 \text{c?W5}(\text{i} \ll \text{c} = \text{y})] | \text{Distrib}(\hat{\text{i}}, \text{w}) \text{ 3. } >, </3[3 \text{crœ3}\{\text{ux} = \text{y}\}] \backslash \text{jy3}[\wedge$
 $\text{clr}^\wedge \text{x3}\{\text{ux} = \text{y}\}] \text{Df}^* \text{ 3. } \gg \text{tt}^\wedge \text{coM}^* \wedge] \text{P ia02 (1.48 ft}$

The text on this page is estimated to be only 19.64% accurate

•6 3 (a'a)^' .: §3 2-4 O: §' -7 .D: •7 2^*A = A =. art^J*J(^/.rf<?)
 Ex. §lim 111 Dm » » i 3 m r tt.r) » '> (//.X SC)] •8 d"€« .3- uUx=z(ux On
 peut lire la formule n'a par « ?f cU\s ^i > ou « u de quelque « » ; on doit la
 considérer comme décomposée en iu')a. La P02 dit que la relation ysu'a
 résulte de l'élimination de x dans le système xea . ux =zy . Dans plusieurs
 cas on convient de sous-entendre le signe *. On ne peut pas le sous-
 entendre dans tous les cas. P. ex. Xum ' Cls signifie « les valeurs de
 l'expression Xura ?*, ou u ef^x une classe quelconque »; il représente
 l'ensemble du nombre 0, des nombres finis, et de^ diflFérents nombres
 infinis. Xum Cls signifie « le nombre des classes », qui est l'infini le plus
 grand. ^ 2*0 a^beCls , fifa}b .' ^ . a*u = y3'3Laf>x3(xu=:t/) Df •1 ke Cls .3.
 Cls'ft = !/3 a Cls ^X3(xk =//) == Cls'^ /A?(.v3ft) Dfp On peut lire a'ti par «
 des a le w » . En conséquence Cls'fc signifie « l'ensemble des valeurs de
 l'expression a?A:, ou xrskj où X est une classe» c'est-à-dire, par la §3 Pl'4,
 «Classe de A' ». Ainsi se rencontre la Df du §X, 10. • 3*1 a,b,c4s Cls . ue
 (&fa)sim . c^a . d^yi r^, 1^(0^) = fers fd *2 ne (?>fo)rcp . ^ . ue (&fa)sim .
 ir^ n'a Dfp >

§33 n - « 1-0 +N. = +'N., . _N, = -'N. Df n = +N, w -N, Df +N5 = «nombre positif». — Nq = «nombre négatif». «n», qu'on lit « nombre relatif, ou qualifié», indique l'ensemble des nombres positifs et des négatifs. Les signes -f-3, — 5 représentent des opérations j; ils correspondent aux mots : « ajouter 3 », « retrancher 5 » . MacLaurin a.1748 p.6: « a Quantity that is to be added is cailed a Positive Quantité; and a Quanti ty to be subtracted is said to be Négative. » Cauchy, a.1821, p.333: « ... on acquiert l'idée de quantité (positive ou négative) lorsque l'on considère chaque grandeur d'une espèce donnée comme devant servir à l'accroissement ou à la diminution d'une autre grandeur fixe de même espèce. Pour indiquer cette destination, on représente les grandeurs qui doivent servir d'accroissements par des nombres précédés du signe -F, et les grandeurs qui doivent servir de diminutions par des nombres précédés du signe — . » L'expression « nombre positif » a la même forme, mais non la valeur correspondante aux expressions «nombre pair» «nombre premier». P. ex. « nombre pair » indique une classe de nombres Nq ; entre les mots « nombre » et «pair» est sous-entendue l'opération logique n. L'expression «nombre relatif» n'exprime pas une Cls de nombres, mais une Cls différentiê, laquelle contient les nombres Nq, si l'on fait la convention -4, et ne les contient pas dans le cas contraire. Dans l'expression « nombre positif » entre les mots « nombre » et « positif » est sous-entendue l'opération logique « ; » : elle correspond à peu près à (No;+). Nous passons maintenant aux Df des opérations arithmétiques sur les n, et à renonciation de leurs propriétés. Les démonstrations symboliques de ces propriétés en suivant cette théorie, manquent encore. M. Padoa, Numeri interi rdativi, RdM. a.1901 p.73 développe une théorie complète des nombras relatifs indépendemment de la théorie des Nq. •1 a,6£N, .3 a+{+b) = a+b Df i \ ôeNo . ae ft+N^ .3 a+(— &) = a— & Df Si Ton pose a=2, 6=H-5, on aura, sans convention nouvelle, ah = 2-f-5 ; la P'I dit que nous convenons, selon l'usage commun, de représenter par a-\-h cette somme. De même pour la P-11.

The text on this page is estimated to be only 27.75% accurate

•2 $x^y \in \mathbb{R}^+ \setminus \mathbb{N} = \mathbb{V} = \mathbb{N}^+ \cup \mathbb{N}^-$. $H(x, u+y) \in \mathbb{N}^+ \setminus \mathbb{N}^-$. [3" • $x^y + x^z = x^{y+z}$ I^f
« Deux nombres relatifs x et y sont égaux, par définition, lorsque pour tout
nombre absolu m , on a $u \setminus x = u+y$, pourvu que ces opérations soient
possibles en nombres absolus ». •3 a, & eNo .3 $+^+ = +^+ \bullet = \bullet$ — « = — & . = .
« = f c : $+a = -6$. = . $a=0$. $6=0$ •4 a^No .3 $\wedge = +^+ \wedge$ I^f Cauchy id.: «Enfin, l'on
est convenu de ranger les nombres absolus qui ne sont précédés d'aucun
signe dans la classe des quantités positives.» La P*4 exprime la convention
de représenter par le même signe deux objets différents, un nombre absolu
et un nombre positif. De la définition irrégulière "4 on peut, en le voulant,
tirer des conséquences absurdes. On pourrait évidemment supprimer les
définitions *! '4; mais on am-a des tormules différentes des ordinaires. ^ 20
x.ysn .3 0?+// = ? n'^ c:3[n£N^ . u+Xy u+x+y e^^ r^u, it+X'\-y = u+z] Df «
On appelle somme $x \setminus y$ de deux n , un nombre relatif z tel que, en
effectuant sur un nombre absolu u l'opération -fjc, puis l'opération +?/,
pourvu qu'elUîs soient possibles, on obtienne pour dernier résultat $w \setminus z$. »
*1 x en .3- ""^ = ^ ^ ^y3 {x+y=0) Df'± a,6eNo .3 $+a+b = +(a+6)$. —a—b =
—{a+b) . +a-& = +(a-6) = 7 —(b—a) . —a+b = —{a—b) = +(6— a)
[Brahmagupta p.24: « § 19. La somme de deux biens est un bien; celle de
deux dettes une dette; d'un bien et d'une dette, leur différence, ou, si elles
sont égales, zéro. La somme de zéro et d'une dette est une dette; d'un bien et
de zéro est un bien; de deux zéros est zéro. § 20-21. Règle pour la
soustraction.... Dette retranchée de zéro devient un bien, et bien devient une
dette. ... Si Ton doit retrancher un bien d'une dette ou une dette d'un bien, on
en fait la somme. »| •3 rteNo .3 — (+^)= ""^ •4 aj),ren .3 ^+^ ^^ • a+{b+c)
= {a+b)+c : > a+& = ft+a . a+O = a a+c = b+c . = . a=b

The text on this page is estimated to be only 8.55% accurate

. ^ 85 a-'b = «+(—&) Df — (a+6) = — a— b a=b .=. — a=— 6
 .=. a— b =: 0 a?£ii • a+x =b X *=. = &— fl •6 u,r,w£ Cls'u .[3- §Ni M-'7 .
 n+n=n : aeN^ .2)- ^+1^ =1^ — i^ = — *^^ Df . —)i=n : xe—u.=^.—x£H >
 ^ 3. ^,t/£n .3 -0 a7>y.z=..v<a?=.a;£y+N, Df •Oi a?>i/ .=: itcNo . ?/>+;x^,
 w+i/ eN^ .[^'^ • 2^+i>?!> ?^+.y Dfp •02 a,6£N, .[3- +^> +6.=. r/>>b : +a>>
 — & : — «>— & .=. a<;& apjCyden 7^, '1 a>>6 . &>(? 3- ^><" •2 a>b .=.
 a+c > b+c *3 a>6 . c>d r^ . a+c >> 6+rf •4 a>6 .w. a=6 .w. a<Cb ' 5 a>6 .=.
 — a < — & X * 4. •0 a£in . 6£N,, .3 axb = 0[(+a)&] . ax(-6) = 0[(-a)b] Df
 •Oi a£i £ N, .3 (+a)x(+&) = +(ax6) . (-a)x(+&) = -{axb) . {+a)x{-b) = -{axb)
 . {^a)x{-b) = +(axb) I DiOPHANTUS I 9 : « Aehpiç èm keïxpiv
 noi.XaTxXaoïao'&eXaa Jioiëi VTiag^iv. Aeiynç de im vnaQ^iv, noieï
 keïyjiv. » | a,b,C£n .3 §X l'0-^03 •l axb en •2 Oxa = 0 . lxa = a -3 a(b+c) =
 ab+ac '4 ab = ba •5 a{bc) = (àb)c = abc •6 a6 =0 .=. a=0 .sj. b=Q '7 ac=^bc .
 c -c= 0 3- ^=^ ^ 5. a,byC,d£n 3•1 a(6— c)+6(c— a)+c(a--6) =0 •2 (â^-^&)
 (c— rf)+(6— c)(a— rf)+(c— a)(6— rf) =0 [(a-d, b-d, c-d) \ {a,b,c) P-1 O-
 P] •3 a6(a— 6)+&c(6— (?)+m(c— a)+(a— b)(&— c)(c— a) = 0 •3 \
 (a+&)(6+c)(^— a)+(&+c)(r?+a)(a-&)+(c+a)(a+6)(6~c) = ~{a-6)(&-c)(r-a)

The text on this page is estimated to be only 19.57% accurate

$$86 \ n \bullet^{\wedge} (a-6)(6+c-a)(a-\&+^{\wedge})+(6-c)(a-6+c)(a+6-r)+ (c-a)\{a+b-c\}(b+c-a) = -4(a-6)(\&-c)(r-a) [[3a\_5\_e, fib-c-a, Sc-a-b) \setminus (a,6,r) P-3 O- P] \bullet 3 a(?>+c)(6+c-a)+6(c+a)(c+a-6)+c\}\{a+6)(a+6-.\wedge) = 6abc \bullet 6 a(6-r?)\{6+^{\wedge}-a)+6(c-a)(c+a-\&)+c(a-\&)(a+6-<\bullet) = 2(a-\&)(\&-r)(^{\wedge}-a) \ll 6.7. = (n|N,,)\S xP3.P4^{\wedge} 8. a,bfi . \in Nj . 3^{\wedge}>ft \bullet \bullet ac^{\wedge}bc \ 1^{\wedge} \wedge 11. a,ten . m,ne^{\wedge} \wedge . 3^{\wedge} \wedge \wedge = \S f^{\wedge}P1-o--02 -i a^{**} en \bullet 2--4 = \S |^{\wedge}P1 -S--^{\wedge} -5 (-a)' = a'' \bullet 51 (-a)I^{\wedge}(2//0 = a|X2;>0 "52 '(-a)|2/>i+l) = -r/fX2/n+n^{\wedge} 12-13. a,b,ce \setminus . 3 -o (a- ?>)\gg = a'' - 2a\&+>' \S 1^{\wedge} P2 . P3. ^ 14. a,b,c,d,efy,h,a;,b\c\d\e/, (j',h^{\circ}p,qE \setminus . 3 \bullet i (a+\&)(a-i>) = a\ll - \&\gg \bullet 2 (a+\&)\gg+(rt - \&)" = 2(a'+\&*) \} EucLiDEs 11 P9 j . 3 (a+6)\ll - (a - \&)\bullet =: 4ab j \gg 0. P5 1 Cette P, sous la forme : $ab = (a+\hat{o})'/4 - (a - ftV-/\wedge$, réduit toute multiplication à deux additions et une subtraction, si Ton a une table des quarts de carrés. Cette méthode est plus commode que celle des logarithmes lorsque on n'a que deux nombres à multiplier, et lorsque on désire avoir tous les chiffres du produit. Une table des quarts de carrés des nombresl ■•200 000 donne tous les produits de deux nombres de 5 chiffres (Voir J. Blater, Table des quarts de carrés de tous les nombres entiers jusqu'à 200 000, etc. Paris, a. 1888). Lorsque xi-\-h surpasse la limite de la table, on peut encore utiliser parfois la formule : $ah = [ar-\-l^{\wedge} - \{a - 6\}']^2$. On peut aussi utiliser les formules : $ah = \{a+h\} (>+\hat{o}+l\setminus 2 - a\{a-\}-\setminus -2 - \& (^6+l\}; 2 ab=a\{a+\setminus)2 + 6(6-1);2 - \{a-l)\}\{a-b^{\wedge}l)':2$ qui exigent l'emploi d'une table des nombres triangulaires 7?(?j+li 2. (Arnaud eau, Table des triangulaires de 1 à 1(X) 000, etc. Paris a.1896) .4 i^{\wedge}a-bf+\{b-cf\}-\{r-ay=2(a^{\wedge}+b^{\wedge}+(?-ab^{\wedge}bc--'ra) = 2[\{a-b\}\{a-r)+\{l\}-a)\{b-r)+\{r-a)\{r~b)] [(6-c,c-a,a-6) Urt,6,c)P131 .3 P]$$

The text on this page is estimated to be only 5.87% accurate

u _87 •6 (a+b+cf+i^+b—cT+((t—b+c)*+(—a+b+rf = 4ia'+b'+c^
•(> I (a+26)(&+r— a)+(&+2r)(a— fe+r)+(r+2a)(a+6— r)==(a+i>+c)' •62
'^a+b+rf = {a+b—r?+(b+c—afMc+a—b}' +Siab+ar+bc) • 7 (—
a+2&+2r)«+i^2a— ?>+2rf +(2a+2&— r-)» = 9(a'+i>'+<:'") [i26+2r— a,
2r+2a— 6, 2rt+26— <•. 1 ;«,>,(•) Vô O. P] î EuLER a.llîyO CorrM. t.l
p.515 \ ■H (a+&+r+rr)*+(r/+&— r— r7)'+(r(+r— /y— r/)^+(yf+^/— /;—
0' = (— r«+&+<^+rf)*+(a— &+r+rr)»+(r;+;/;— r+r/)' + (rf+b+r— rr/ =
4(V+i>'+r;*+rÔ JLegexdke a.lHlG p.Sj ^ 15. HpP14.3 •0) {a*+ab+b^Ya—
b) = a^—b' •02 2(a'+b")—(a+b){a'-rb') = (a— b)V' r M •03 (a+bY = rt(a—
3/;)* + b(b— :te)' •I r^*(& — /") +6V — fi)+(^^a — b) = (a — b){(i — nb
—c) •2 a{b^—i^J[-b{(^—a^)+c{a^—b^ — [b—a ic—nir—b) •21 (a4.ft)V-
6)+(fe+''')'(fe-^')+(<^+'^0V*-«) = -{a—b)(b-r){c-a) ['6-K, c^a, a-^h \
lajj.c^ PI O. P] • ^2 a^(b+c) + ft*(<^ + a)+cV + b)—Gabc= a(b—rf + />(c
— a)' + da—bf Ex. §|V 12-19 Dm î Gergonne Anii. a.1816-17 t.7 p.163 | • i
a*+b^+(/ — Mbr =: (a+b+rm^+b^+r^—ab—fir—br) [P13'3 D P] •i I
m^W+c"—Mbr)= {a + b+rl(a—bY + (b-'rf+(r'^af] Ex. Sl^ 12-20 Dm •i2
3(rt'+fo'-f-r'M^^+&+0('^^' +>'>'+<'•') = (r^-'?;) V -r ?>) + (^-r)V> -f c) + (r-
a)\r + r/) •43 2[(a + b+(f—21abr] = (a—b)\a+b-^lc) + (b'-cf{la+b-^ r)-^(c—
r()\a + Ib+c) Ex. §|S 12-24 Dm b^^cf+cp—ab—bc—ca—ad—bd—rd) •(>
(/i+6 — rXa— 6+r)(— a+b+r) = a\b+r~a)+b\ a+r — b)+r^[a+b — r) —
2rd)r

The text on this page is estimated to be only 14.04% accurate

•7 {a—bf+{b—cf+{c—af = '^a—hth—ry.c—a) [{b—c, c—a, a—b) \ ia,b,c) P13-3 .3. P] ^ 16. HpP14.3 •1 (a'+rt*6+«6'+&*Xa— ?^)= «*—fc* •2 {a*+nb+b'y-{a'—nb+l/)* = Aabia'+b*) •3 (t{a—2bf—b(p—2af = (a—bia+bf •i {a*+b*f = {a"—b*f+{2abf \ Eucudes x lemma P29 j Cette P a été attribuée à Pythajyore et à Platon par l&s commentateurM d' Euclidoj?. Voir Proclus od. Friediein, Lipsite a. 1873 p.418; Euclides t.5 p.214. •S a'+àb* = {a*+2ab-^2b^a*—2ab+2b*) \ EuLER a.1742 CorrM. t.1 p.145 \ •6 a*+a'6'+&' = {a*+ab +b*){a*—ab+b*) •61 3(a'+a*1/+b')—(a*+ab+b*)* = 2(a—b)a*+ab+b*) Ex. K^ 1107 Dm •62 2(a'+aV+b')—Mb{a*+b*) = (a—b)\2(i*+ftb-\-2b*) Ex. §fv 1108 Dm •7 a'+b'—ab{a*+b*) = {a—b)\a*+ab+y) •8 (a+b)'—{a—bY= 8ab{a*+b*) [P14-2-3 0. P] ! Cauchy Exerc. a.1841 t.2 p.144 \ •9 (a+b)' = (a*-6ab+by + 16«6(a-b)' ^ 17.HpP14 0^ •1 a{b—r)" +b{c—af+r{a—bf={a—bXh—cXc—aXa+b+c) = a(b"—c')+b(c*-a")+c{a*—b') •2 a\b—f')+bXc—a)+c'{a—b) = {a—bXb—c){a—cXa+b+r) •2i {a+b-2c){a-bf+{b+c—2a)(b-cy+{c+a-2b)(c—ay=0 [(b+c—2a, c+a—^, a+b—2c)\(a,b,c) P-1 .3. P] •3 (a+b+cXa+b—cXa—b+cX—a+b+c) = 2(rt'6*+rtV'+6V)— (a*+&*+<^)= (a*+6»+c*)'— 2(rt'+6'+c*) •4 \{a—bf+{b—rf+{c—ayj=2[ia-by+ib—cf+{(^—af\ •» a'+b'+c" = {a+b+r)ia-b-cXb-c-aXc-a-b)+ 2(a'6*+6V+c*a') [P-3 d p] •31 (a+b+c)(a'+b'+c')- {a*+à*+cy = ab(n —bf-\-a'(a—cf-\-bc(b—c)* Ex. §(^ 11-32 Dm •6 {ffl+fc)(a-6)«+(6+c)(b— c)'+(c+a)(c-a)* = 2 {a-{ -b-\-c)(a—b)(b—c)(c—a) [ift+c, c-k», «+&> 1 irt,6,o) P-1 rj. P])

The text on this page is estimated to be only 15.19% accurate

•7 $ab(a^* - l) + bc(t^* - c^*) + ca(c^* - a^*) = \{a+b+c\}(a-b)\{b -$
 $c\}ie - a) \bullet S ab(a+b)^* + bc(b+c)' + ca(r - \backslash - a)' = \{a+b+c\}l(a+b)(b+c)\{c+a\} - 4abc]$
 •9 $a(b-c)\{b+c-ay+b(c-a)(e+a-b)^* + c(a-b)(n+b-c)^* = 0 \bullet \bullet ! \{a+b+rf + (-$
 $n+b+rf + (a-b-c)' + \{n+b-rf = i(a'+b'+c') + 24(6V'^* \ll + aW) ^{18}. HpP14 0.$
 • 1 $\{a^* + b^*\}i^c^* + d^*) = \{ac + b(rf + \{(td - br? - \{nc - bdf + \{ad + bry \backslash$
 DiOPHANTUS III P22 I Ex. $\S^{11-51} Dm \bullet 2 (a' - 6^* X^* - f?) = \{fle - bdf$
 $- (nd - bcf \bullet 3 (a' + \&^* + c' + rf) \gg) = (o \gg + \&' - r \gg - d^*)' + (2rt(?) + 2\&ff; +$
 $(2brq:2^{\wedge};r?) \gg \hat{i} P. Tannery IdM. a. 1898 p.282 j \bullet 4 \{a\} - \backslash - cb^* ia^* - itcb^*) r =$
 $\{aa' + cbirf - \backslash - c\{ab' - a'bf \bullet 3 \gg \gg = (an' - \wedge \&6')' + t?(a6' + a'\&) \gg \{ab' - a'b\}^* - \{-$
 $\{(w' - \sim a'cf - \backslash - \{b(f - b'c)' Ex. \S^{11-53} Dm a'6 + crf' - c'rf)' + (flc' - a'c -$
 $6rf' + 6'rf)' + (arf' - a'rf + ftr' - //c)' t EULEK PetrNC. t.5 a. 1754 p.54 \} \bullet 71$
 $\{a^* - pb^* - qc' + pq(f)(a^* - pb'' - qc'^{\wedge} + pqd'^*) = \{aa' + pbb \pm q\{cc' + pd(r)f -$
 $p\{ab' + a'b \pm q(e(r+c'd)? - q\{ac' - pbd' \pm \{a'c - pbd)f + pq\{bc' - ad' \pm ia'd - bc\}l'$
 $\backslash L.AGEANGE a.1770 t.3 p.201 ! \bullet 8 (a^* - \wedge b^* + (f + cP + \acute{e}' + f^* + g' + h^{\wedge})\{a!^* -$
 $\wedge b^* + c^* + d''' + e^* + r + ff^* + h'^*) = iaa' - \backslash - bb' + cc' + dd' + ee' + ff + gg' + hh'f + \{ab' -$
 $ba' + cd' - dc' + er - f\acute{e} + gh' - hgj + \{ac' + bd: - ca' - db + cg' - fh' - ge' + hff + \{cur + bc' -$
 $cb' - da' + eh' + fg' - gf - he'f + \{ae' - bf + rg' - dh' - ea' + fb' - gr' + Jid', * + \{af' + be' - ch' -$
 $dg' - eb' - fa + g(r + licj + \{ag' - bh' \sim r(\wedge + df + er' - fd - ga' + hb'f + \{a'ii' + bg' + rf + df^{\wedge} -$
 $ecT - fc - gb' - Un'? ! Degex, Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg. a. 1822 t.8$
 p.4 j •9 $(a\&)^* + [(a + \wedge)61^* + [rt < / (+ bX \ll + \ll / > + 2 / >)]' - (rt' + rt / ; + 6Y$

The text on this page is estimated to be only 11.16% accurate

$$\wedge 19. \text{Hp P14 O.} \bullet 1 a^{\wedge}+b' \text{---} abia'+b') = \{a+bXa \text{---} h\} \backslash a' \text{---} \backslash \text{---} b') \bullet 2$$

$$(a+\&)' = a(a^* \text{---} lOab+\hat{o}b^*f + b(\hat{o}a' \text{---} lOab+(ff \bullet 3 a6(a' \text{---} 6')+ftc(i>' \text{---}$$

$$c^{\wedge}+m(c' \text{---} o') + (\ll \text{---} \&)(\&\text{---} c)(r\text{---} a)(a'+6'+c'+a6+i>o+m)=0 \bullet 4 a \backslash b^* \text{---} c^{\wedge}+b \backslash c^*$$

$$\text{---} a^{\wedge}+C\{a' \text{---} b^*\}=\{a \text{---} b\}ia \text{---} c)\{b \text{---} cXab+ar+br) [[bc, ca, ab) \setminus \{a,b,ci \text{ P17-7}$$

$$\text{O- P]} \bullet 8 (a+b+cf=\{a+b \text{---} cf+\{b+c \text{---} af+\{c+a \text{---} bf+SOabr\{n^*+tl'+c^*\} j$$

$$\text{Cauchy Exercices a. 1841 t.2 p. 144 j [b+c \text{---} a, c+a \text{---} b, a+b \text{---} c) \setminus ia,b,ci$$

$$\text{P13}\ll \text{O. P]} \bullet G'2[\{a\text{---} br+(b\text{---} c)'+(c\text{---} a)'] = 5(a \text{---} 6)(6 \text{---} c)(c \text{---} a)|(\ll \text{---} \&)' +(6$$

$$\text{---} c)'+(c \text{---} c)''l [(b \text{---} c, c \text{---} a, a \text{---} 6 \text{ } 1 \text{ } 1 i\ll,ft,c) \text{ P'5 O- l']} \wedge 20. \text{Hp P14}$$

$$.3 \text{ M (rt+i!;)}\gg = (rt \text{---} /y)\gg(a\gg \text{---} i4ai;+fty + \blacksquare iab^{\wedge}\}^{\wedge} a \text{---} b)\backslash iib\text{---} a)^* \bullet 2$$

$$(\ll'+rt''6+rtt'+?/)' +(rt\ll\text{---} rt'i>+\ll'>' \text{---} \&)' = 2(\ll'+6')' \bullet 3 ia'+aV) \text{---} ab^* \text{---} ti'f \text{---}$$

$$\{a' \text{---} n^*b \text{---} ab^*+b^{\wedge}f = 4nb(a^* \text{---} b^*f \blacksquare i \{a'+a^{\wedge}b \text{---} ab^*+b''f \text{---} (^{\wedge} a^* \text{---} a^*b\text{---} ab^*\text{---}$$

$$b''f = iab(a^*+b^{\wedge}a''\text{---} b'^{\wedge} \bullet 5 4(\ll'+a6+i>y\text{---} 27(rt\&+a!;V= (\ll\text{---}$$

$$*)'[2(a^*+rt6+i;')+3a\&]' ! \text{Lagrange a.1777, } \text{\Oeuvres t.4 p.346 j Ex. } \S^{\wedge} 1109$$

$$\text{Dm} \bullet 6 a'(b \text{---} c)'+b^{\wedge}c \text{---} n)'+(/ \{a \text{---} bf = Mbc\{a \text{---} b\}(b \text{---} c)(c \text{---} a) [(ab \text{---} ac,$$

$$bc \text{---} bfi,ca \text{---} cb' \backslash (a,b,c) \text{ PI5-4 O- P]} \wedge 21. \text{Hp P14 .3} \bullet 1 a'+6' \text{---} \ll 6(a'+b') =$$

$$\{a+bXa \text{---} b\}' \{a'+nb+b^*\}ia^* \text{---} ab+b^*) \bullet 2 (a'+6''X\ll'+>)\text{---} 2rt/X\ll'+^{\wedge})=(\ll \text{---}$$

$$\wedge)\ll'+^{\wedge}X\ll''+J^*+ft'Xa^* \text{---} a6+\&*) [\text{P-i .3 P]} \bullet 3 ia^*+b')\{a+b)\text{---}$$

$$\{a^*+l>^{\wedge}a'+b')=ia\text{---} b)\backslash n+b\ddot{i},a''+V'y(h \bullet 4 (rt+ft)' = a(a' \text{---} 2Wb+3\hat{o}al/\text{---} lby+b\{la'\text{---}$$

$$n:m'b+2lab^*\text{---} b')^* \bullet 3 (\ll+\&+c)' \text{---} (a+!/\text{---} c)' \text{---} (rt\text{---} \&+^{\wedge}0' \text{---} (-a+/' +^{\wedge})' =$$

$$56a/jr[3(a'+6^*+c^*)+10(aV+bV'+cV)l ! \text{Lam\'e a.1840 JdM. t.5 p.197 j} \wedge 22.$$

$$\text{HpP14.3.} \bullet 1 (a+bf = (a^*\text{---} 28a'6+70ftW\text{---} 28rt6'+?;V + 6iab(a\text{---} b)\backslash a^*\text{---} Gnb+l/)^*$$

$$\bullet 2 (\ll'+a'6\text{---} rt'?' /+at'+6^*j^* \text{---} (\ll \text{---} \ll'\&\text{---} \ll'^{\wedge} \text{---} \ll'\&'+\&^*)^* = ialin^{\wedge}+b^{\wedge}a'\text{---} a^{\wedge}y+b'))$$

The text on this page is estimated to be only 9.00% accurate

$11\ 91 \cdot 3 (rt^* + a'6_{rt} \gg \>_{rtft} \gg + 6 \gg) \gg (rt'_{rt'ft} - rt' \& + ab' + \&^*)' =$
 $4rt \& (rt' - \& X \ll - \ll' \& + \&^*) i \ll \gg + \& \bullet - \ll \& (\ll' + \&') . :=: (rt + 6) (\ll - \&) (\ll^* + \&')$
 $(\ll^* + \&^*) \cdot 3 (a + b)^* = a \{a' - 36a''b + V26a^*b' - 84aJf + W\}^* + \& (9\ll^* - 84a'6 +$
 $126aV - 36a6' + fc^*)' ^ m (n \ I \ N,) \S ^ P5 - 6 - 7 \ P6 . P7 \ll en \ Q. - 2 (2a - 1)' - 1 \ \pounds$
 $Su - 21 \ll (\ll \bullet - !) \pounds 6n \cdot 22 \ aV - 1) \ e \ 12n \mid \text{Leibniz MathS. t.7 p.lOl j} \cdot 23$
 $a(a' - !)(\ll \bullet - 4) \pounds 12011 \text{ Continuation: } \S ! \ FVi \bullet U \ll' (\ll^* - !) \pounds 60n \cdot 23$
 $\ll \bullet (\ll \bullet - 2)(a' - l)(\ll \bullet - 16) \pounds 2\hat{0}200n ^{26} \ll (a'' - l) \pounds 2730n \cdot 27 \ll \gg (rt'_{i})(\ll' -$
 $9)(rt^* - 16) \pounds 46800n \ rt, 6\pounds n . 3. \bullet a \ll \& (\ll \bullet - 6') \pounds 6n - 31 \ ab \{a^* + h^*\} \{a^* - b^*\}$
 $e30n \blacksquare 4 \ a\pounds 2n + l . 3 \ll (\ll^* - 1) \pounds 240n . \ll' (\ll' - 1)(\ll - 1) \ e \ \hat{O}760n . \ aV - l) \{ \ll' - l)$
 $\pounds - 4032n . \ rtV - l)(\ll' - l) \pounds 115200n \cdot 6 \ rt, 6\pounds n . \ meNi \ O - \ll''^* - \&''^* \ e \ nx(a - \&) .$
 $a^{**} - l^{\wedge} \ e \ nx(rt + 6) \cdot 7 \ H\pounds 6Nj - l. \ll, teNj. 3. (\ll + b)'' - \ll' - // \ fi \ / < a \& (a + ? >)$
 $(rt \gg + \ll' ? > + i >) xN. \bullet 71 \ / (\pounds 6Ni + l . \ rt, 6\pounds N, . 3 \ (rt - f. ? >))''_a'' - / > ' \bullet \pounds \ tmb(a + h)$
 $(a^* + nb + b^*)^* x^{\wedge}, ! \text{Cauchy a.l839 Œuvres s.l t.4p.n01; Exerc. a.l841 t.2 p.l37}$
 $\bullet ^{\wedge} 3M \ 2n + l \ 3 \ n' - n^* . \ 4n \ 3 \ u' - n' (\ rt fii . 3 \ 2a + l = \ll - I - l \ i' - a' - . \ 4ff = (rt - i - l)' -$
 $ui - 1 ? \] \cdot 2 \ n \ 3 \ n' + n' + n'4 - n' + n' \ J \ Oltramare \ IdM. \ i \backslash AS9\hat{o} \ p. \ 25, 166 \ \backslash ^{\wedge} 32.$
 $a, 6, c\pounds N, . \ m \{a = b = c\} \ 3 \bullet \ 1 \ ia + b - C)^* + \{a + c - bf + \{b + c - af > rt \& + \& c + m \cdot 2$
 $abc >> (a + 6 - cX \ll + c - / > Xft + (7 - a) \} \text{Bertrand a.l855 p.l42 j} [(b + c - a,$
 $a + c - b, a + b - c) \backslash \{a, b, c\} ^{Pll - 25 \ O - P \cdot 3 \ \{n - bf \{a + b - c\} + \{b - cJXb + c -$
 $(() + \{ \pounds - af \{c + a - b\} > 0 \max \min ^{\wedge} 40, m \mid \text{No}) \S \max \cdot 1 \ll fiCls'n . \max M \pounds' <$
 $3 - ''^{\wedge}''^{\wedge} (- '') = ^{\wedge} - \max i <$

The text on this page is estimated to be only 9.87% accurate

$92 \text{ Dvr}^{\wedge} 41-0 \text{ u\x Cls'n} . a ?(-eO Q. \text{ Bu} = \text{raax}[\text{N},^{\wedge} 073(^{\wedge} 0^{\wedge\wedge} \text{X}^{\wedge})]$
 $\bullet \text{ }^{\wedge} i^{\wedge\wedge} = 0 \text{ Df} \bullet i \ll \text{< \x Cls'n} .3 \text{ D}(\text{n}^{\wedge} j \text{ tO}) = \text{Bu} \bullet 2 a, b, \text{cen} .3 - a (\text{i}\ddot{\text{i}}'; 2/) 3(\text{i}^{\wedge}, \hat{\text{i}}/\text{\xii} .$
 $\text{aa}; + \text{by} = \text{c}) . = . \text{cenxD}(a, ?>) \bullet 3 \text{ ajCen} . \text{bsN}^{\wedge} . \text{D}(a, 6) = 1 .3 a 0 - (\& \text{---} 1)^{\wedge} \text{X} 3$
 $\{\text{ax} \text{---} \text{c e nft}\} \bullet 4 \text{ afijCsn} . \text{D}(a, 6) = 1 . \text{u}^{\wedge} \text{vsn} . \text{aw} + \text{ftr} = (^{\wedge} .3 \text{ x}, \text{y} 8 \text{ n} . \text{ax} + \text{by}$
 $= \text{c} . = . a \text{ n} '^{\wedge} \text{J} 3[\text{ir} = \text{i}^{\wedge} + \text{ftj} . \text{y} = \text{t}' \text{---} \text{aa}] \bullet 5 a, 6, \text{\aeii} . \text{D}(a, 6, \text{c}) = 1 .3$
 $(^{\wedge}; \text{y}; ^{\wedge}) 3(\hat{\text{w}}^{\wedge'} - \text{H} \& 2 / + < ^{\wedge\wedge} = 0) = (\text{bw} \text{---} \text{cv} , \text{cu} \text{---} \text{aio} , \text{ai}' \text{---} 62^{\wedge}) | (\hat{\text{i}}^{\wedge}, \text{r}, \hat{\text{i}}^{\wedge}) *$
 $(\text{n}\hat{\text{i}}\text{n}\text{i}\text{n}) \text{ j Cauchy a.1826, \uEuvres s.2 t.6 p.287 } \text{Np}^{\wedge} 42 - \text{i aeNj} . 2a + 1 \ll \text{Np} .$
 $6 \text{\x n} - \text{n}(2a + 1) \text{ Q. te n} \ll + (2a + 1) \text{n} . = . (\text{---} \text{b})" - 1 \text{\x n}(2a + 1) \text{ t Legendre a.1797}$
 $\text{N.134 j Les nombres } \text{n}^* + \text{an} \text{ s'appellent « r\u00e9sidus quadratiques de a » .}$

The text on this page is estimated to be only 19.32% accurate

93 §34 raod $n \wedge acN$, .3 •0 modi+a) =a . mod(— a) =a . modO=0
 Df La fonction « moda » (module de a) se rencontre sous la forme « mol« »
 (moles a) dans Leibniz, MathS. t. 7. p.219 ; sous la forme que nous
 adoptons dans Argan d a. 1814 Ann. t.5 p. 208, et dans C au eh y. Exercices
 a.1829 t.4 p. 47, œuvres s. 2 t.9 p. 95. Le mot « mod » se rencontre déjà
 dans Gauss a. 1801, pour les congruences. Il a d'autres significations dans la
 théorie des fonctions elliptiques. Par cette raison Weierstrass a. 1856 t.1
 p.302, a proposé de l'appeler « absolute Botrag », et a.1876 t.2 p.78 l'a
 indiqué par la!. Cette notation est contraire aux conventions sur les
 fonctions, §f ; le signe « mod »* n'apporte pas ici des ambiguïtés. ciybsn .3-
 '^^ moda = 1 Nq^ 'X3 { a= +x .w. a= —x) Dfp *1 modaeNo -2 mod(— a) =
 moda • 3 mod(a-h&) ^ moda-1-mod6 X -4 raod(ax&) = (modrOX(mod?>) |
 Distrib(raod, X) j 1^ -5 msNj, .3- (ïiioda)"* = raod(a"*) §35 sgii •0 a^No r^.
 sgii a 1=1 . sgn(— a) ^ — 1 . sgnO =0 Df La notation « signum a » a été
 introduite par Kronecker Werke^ t.2 p. 39. ajben 3- ' ' sgna £ ^1 w ^0 w <
 — 1) -2 sgn(— a) z= — sgna •3 sgna = sgn6 7^ . sgn(a+&) = sgna •4
 sgn(ax&) = sgnaxsgii& j Distrib(sgn, X) [•5 aen r^, a = sgna X moda

The text on this page is estimated to be only 22.62% accurate

§36 R (nombre rationnel) / $\wedge 10 R = X^3 a (a; \&)^3 [a, teN, . x = (xW/a)J DfR$ Toute expression de la forme $(Xb)\{la\}$, où a et 6 sont des N_j , c' est-à-dire multiplier par b et ensuite diviser par a , s' appelle « raison » ou « nombre rationnel » ou « traction ». Nous l' indiquerons par le symbole R . Le nombre rationnel, ou raison, $Xoyo\ \ Bv\ \ \acute{a}\acute{c}\acute{i}\wedge fio\ \ t\acute{i}qo\ \ olq\acute{i}\wedge i\acute{h}ov\ i\wedge ei$ d'Euclide, se présente ici comme un opérateur, possible dans quelques cas, précisément comme nous avons rencontré les nombres positifs et négatifs. Selon le langage ordinaire, — précède le nombre, ou la grandeur, sur laquelle on opère, et signifie « diviser par a et multiplier par 6 ». P. ex. 3 « - $\wedge$ de 15 fr. » signifie « ce qu'on obtient en divisant 15 fr. par 5 et en multipliant le résultat par 3 ». Mais nous préférons donner à $\&/a$, qui suit le nombre sur lequel on opère, la signification « multiplier par b et diviser par a », afin de rendre possible l'opération dans un plus grand nombre de cas.

•1 $afisN$, .3 $b/a = (X\&X/a)$ On écrit souvent bja au lieu de $(X\&)(/«)$. Df •11 $R = :NyN$, Dfp $[=P01 \cdot 2 Xyi/sR\ r^{\wedge} \cdot a? = .y \cdot \wedge = : usN^{\wedge} \cdot ux, uy\ fN, r^{\wedge}u \cdot ux = ti\}$ / Df « Deux nombres rationnels x et y sont dits égaux, lorsque, quel que soit le nombre m , tel que les opérations ux et uy soient possibles, le-s résultats sont égaux ». Cfr. §n Pl-2. •1 $a/b = ic/d$, $= . ad = bc$ Dfp { Euclides vu P19j [Hp . $ajb = cjd$.3. bd , $\{bd\}\{alb\}$, $(6<7)(c/rf)\ fN$, . Pl-2 .3. $(bc\hat{i})\{alb\} = \{bi\hat{i}\}\{cld\}$.3. $ad = bc$ (1.) Hp . $ad = bc$. xaN_j . $xiajb$, $xicjd$) bN , .3. $xad = xbc$ 3. $\{xalb\}bd = \{xcjd\}bd$. §XP5-1 .3- $a^*«/fe = a?c/rf$ (2) Hp . $arf = \hat{o}c$. (2) . Export .3. $ajb = e/\wedge$ (3) (1) . (3) .3. P] •2 $a/b = \{(w)/\{pc\}$ I EucLiDES ' vn PI 7 j •3 $a/b = c/b$. $= . a=c$ 4 $a/b = a/d$. $= . b=d$ •5 $a/b = r/d$. $\wedge . a/c = b/d . = . b/a = d/c$ jEucL. vhP13 {

The text on this page is estimated to be only 23.69% accurate

$R_{-}^{\wedge} 9a \bullet 6 a/h = d/e . b/c = e/f$ 3. $a/c = d/f \setminus P$ uclides v P22 j $\bullet 7$
 $a/h = e/f . h/c = d/e$.3 $a/c = d/f \setminus$ Eucudes v P23 j [P1DP-2--7 1 L'égalité a/b
 $:= cfd$ est dite uae * proportion ». La "5 exprime les règles dites « inverser »
 et « alterner ». La P2-1 a,&,c//£Ni .3: $a/6 = c'd$.=. $o < l = bc$ a été prise pour
 définition par MM. : Stolz : Vorlesungen ilber allg. Arithmefik, a. 1855 p.48
 ; J. Tannery : Introduction à la théorie des fonctions d'une variable y a.1886
 p. VIII, et plus explicitement ; - Leçons d'AHthmétique^ a. 1894 p. 148 ; L.
 Couturat : De l'infini mathématique^ a. 1896 p.l. Alors la fraction $rt/6$ est
 introduite « par abstraction » ; on ne |X)se pas $[a'b) =$ (expression composée
 par les idées précédentes), mais on définit seulement par les idées
 précédentes l'égalité $a!bz:zc,d$. Nous préférons considérer ab comme
 représentant la double opération $X \ll / \&$, c'est-à-dire « multiplier par a et
 diviser par b ». Les deux opérateurs ajb et $c'd$ sont égaux, lorsque, appliqués
 à un même nombre qui rende possibles les deux opérations, ils donnent des
 résultats égaux. (PI -2). Nous avons donné cette Df PI-2 dans F1889 p.13;
 voir RdM. t.l p.262. Cette façon de considérer les fractions comme des
 opérations, se trouve aussi dans les : IjBçon^ sur l'analyse infinitésimale, a.
 1894 p. 2, par M. Méra\', déjà publiée dans les AnnN. a.1889 p.421 (RdM.
 t.7 p.871 Cette idée est la plus naturelle. Dans le papyrus Rhind, du
 calculateur égyptien Ahmès i a. — 2000 environ), on trouve (colonne 12) :
 « $1-(2/3-f;15) z= /5+;i5$ » En effet, en opérant sur 15 on a : $15—10—1 =$
 $3+1$ » . En suivant l'A. nous n'avons pas écrit le numérateur lorsqu'il est
 l'unité, mais nous avons remplacé les chiffres égyptiens par les actuels. La
 théorie des R est ici limitée aux Df et à renonciation des règles plus
 importantes. Il serait intéressant d'en donner les démonstrations
 symboliques. + ^ 3. a,h,c,d,c,mi O■\ $a/b = c/d$.=. $\{a+b\}/b = \{c-\{-(1)/d\}$ j
 Eucudes v P18 j $\bullet 2 a/b = e/d$.=. $a/b = ia+c\}/\{b+d\}$ | . P12 ,19' $\bullet 3 a/b = c/d$. e/b
 $= r/dr$. $\{n+fi:\}/b = \{c+fyd !$ » P24 { Lt^s réglas exprimées par ces P sont
 dites « componendo » et « dividendo » .

The text on this page is estimated to be only 11.17% accurate

96 $R^4 - 0x, 7jeR O. x+j/ = jR^4 J3(t\mathbb{N}, . iiXy uy \mathbb{N}, r^u .$
 $ux+itj/ = lu)$ Df « La somme de deux R , $x-y$, est le nombre rationnel s ,
 qui satisfait à la condition $tiic^uy = z iiz$, pour tout $^$ valeur du nombre entier
 $?$, sur lequel on puisse effectuer les opérations ux et tcy im nombres
 entiers. » $i a/c+h/c \text{ — } \{a+b\}/c \text{ } 2 a/b+c/d = \{ad+bc\}/\{bd\} \wedge 5. a,b,ceE Q: i$
 $a+bsR -2 ri+\& \text{ — } \&+a \cdot 3 a+\{b+r\} = \{a+b\}+c=a+b+c 'i a+r = b+c .=.a=b \cdot 5$
 $(R \cap \mathbb{N}), \S + P7 -6 R + R = R -7 a(b+c) = ab+ac > \wedge 6. a,teR O- '<^ \wedge >^' \bullet = \bullet$
 $^'<'^ \bullet = \bullet te'^'+R Df \bullet ui />>>a .=: . l\alpha^{^^} . <m, /^\&\mathbb{N}, . [3" \bullet '^ \&!> '^^^ Dfp$
 $\S nP; Vi--4 \S xPrv2 -^ \wedge 7. a, ?>/vteN, .2): \bullet 1 a/b^c/b ,=. (0>c : a/b>a/d .=. />$
 $<rf) Eitcl. v PIO ! \bullet 2 a/ft > (^/rf .=. ad > fcr \bullet 3 a/6 = c/d . a>b . a>6? .3-$
 $^{^^+^^} > ^+^' ! EucL. v P2\hat{o} j \bullet 4 a/(a+6)<(a+o/(^{^^}+6+0 \bullet 5 (7/6 < c/d .3. a/6$
 $< (a+r-)/(6+r/) < r/d i Pappus vu P8 p.69l ! ^ 10-0 x.yeR .3 j; X7 ^{^^} .^7 = 11$
 $R^s 3U\alpha'N^ . axjixy tN, 3'^ \bullet ftxy=: iuz) Df « Le produit xy de deux
 nombres rationnels est le nombre rationnel z qui satisfait $j \setminus$ la condition uxy
 $= wz$, quel que soit le nombre entier w , pourvu que les opérations ux et uxy
 soient possibles $?>$. $UybyCjdeN^ .3 \bullet i (a/b)\{b/c\} = a/c \bullet 2 Xa/bXr/d) \blacksquare \text{ — }$
 $\{ar\}/\{bd\}) Euclides viii P5 j \ll 11. a,b,C8R .3 M ax6 \mathbb{R} -2 a6 = 6a '3 a(6r) ^$
 $(a6)<? = a6c \bullet 4 ac = bc .--. a =6 \ll 12. (R|\mathbb{N};)\S xP2$$

The text on this page is estimated to be only 21.96% accurate

$R^{97} \ll 13. (R \text{ I } N,) \S x P 3 - i - - 3 \bullet 4 a x R = R^{-3} R x R = R^{15-0} x e R$
 $.3 / x = i B r^{\wedge} y s \{ x > C j f = \backslash \} D f a, t e N i . 3 ' / \{ a / b \} = h / a$ La P-0 définit $/^{\wedge} c$, qui
 sig-nifte « diviser par ic », ou « multiplier par le réciproque de x », ou, en
 supprimant le signe de multiplication, «le réciproque de X » . Ce symbole
 est le correspondant de $-a?$, qui signifie « retrancher $\pounds c$ » « ajouter
 Topposé de a: » « le nombre négatif $-x$ ». Les calculs sur les fractions
 étaient connus des anciens Egyptiens, a. —2000. Voir F1899. La
 considération de la fonction $/a$, «le réciproque de a», c'est-à-dire la
 suppression du numérateur de la fraction, lorsqu'il est l'unité, qu'on
 remarque dans Ahmès, a été nouvellement proposée par M. Macfarlane
 (Educat. Times, a. 1887). On rencontre la fonction $/a$ sous la forme $^{\wedge} a$ dans
 Hamilton IrishT. t.17. $^{\wedge} 16. a, b \pounds \cdot 3 \bullet 1 / a e R^{-2} / \{ / a \} = a^{-3} / \{ a h \} = (y c C i / b)$
 $\bullet 4 b / a^{\wedge} b x i / a$ Df On peut considérer le rapport b / a comme le produit de b
 par le réciproque de a . Ainsi toute division est réduite à une multiplication.
 Ces formules ont leurs correspondantes dans §n. $\bullet 5 a = b . = . / a = / b . = . a / b = l$
 $\bullet 6 x e R . d x = b . = . T - b / a$ j Ahmès N.24-38 j $\bullet 7 / R = R^{17} . a, b, c e R O : \blacksquare I$
 $x, y e R . x / a = y / b . x + t j := c . = . x = a c / (a + b) . 1 / = b c / \{ a + b \} \backslash$ Ahmès N.63 \
 La règle pour décomposer un nombre c en parties proportionnelles aux
 nombres a et b est dite « règle de proportion » ou « de société ». $^{\wedge} 18.$
 $a p^{\wedge} C j d e R 3 i b > a . = . / b < i / a \bullet \hat{a} a < ; \& . m, n e R . 3 - ^{\wedge} (r / i a + / i t) / (A > i + / 0 < ! \& \bullet 3$
 $(k C J) . = . a E t \gg a ? 3 (a < a ? < 6) [P - 2 d P] \bullet 4 a e R ' t l . 3 a + / a > 2 F l i x r i d . 19 . 7$

The text on this page is estimated to be only 9.40% accurate

$r \gg \wedge 21. a, beR . / \gg, n \in N, .3 \text{---} \text{---} \text{---} \wedge = \S r > P1-0-02 \cdot 1 a^{\wedge} \text{in } \mathbb{R} \text{---} \hat{i} \text{---} a =$
 $\S f^{\wedge} P1-2\text{---}4 \text{---} S / (\ll''') = (/ \ll)''' (R|N.) \S^{\wedge} P2. 3. (R|N.) \S^{\wedge} P11. 12 \wedge 22-1 \text{wfc-}N. .$
 $asR Q. (1+rt) > \hat{i} + (m+1)rt \cdot 2 \gg \gg \gg < 1 + (m+1X1+arrt [\S^{\wedge} 14 \cdot 5 \cdot 6^{\wedge} P1 \text{---} \wedge 61.$
 $a.teN, . c \mathbb{E} a+N, . de ? > +N, O \cdot 1 c/a = d/b . \blacksquare = . \{c \text{---} a\}/a \text{---} \{d \text{---} b\}/b \setminus$
 $Euclides \text{vu } PU | \cdot 2 c/a = d/b . = . \{e+a\}/\{c-n\} = \{d+b\}/\{d-b\} \wedge 320 aeR . //e$
 $a; +R Q. y \text{---} x = 1 R^* \wedge C3 \{x+3 \sim y\} Df M i \gg, C \mathbb{E} Ni . a \mathbb{E} 6+N, .3 a/c \text{---} b/c = (a$
 $\text{---} b)/c \blacksquare 2 rtj \& jr \text{---} jrf/fd \text{---} ftc \mathbb{E} N, .3 a/b \text{---} c/d \sim ((ul \text{---} bc)/\{bd\}) \wedge 33.$
 $rt \mathbb{E} R.tea + R.3 1 \& \text{---} a \mathbb{E} R \ll 34. (R|N,,) \S \{b-a\} \text{---} \text{---} a = b \wedge 35. a \mathbb{E} N, . be nx \ll O-$
 $'* > V \ll = \gg \text{---} \wedge . r3(a; a \text{---} 6) Df M \text{---} 4 (n \text{I } N,) \S / P1M \text{---} 4 \text{---} SO/a^{\wedge} O \text{ifH } 36\text{---} d$
 $> / j \mathbb{E} N, . a \mathbb{E} R. a < 1 .3 (1 \text{---} \ll) \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} > 1 \text{---} (w+1) ffl \cdot 2 \gg \gg \gg \gg < 1 \text{---} (\gg^* + 1)(1 \text{---} \ll) \text{---} \ll [$
 $[rt, i^{\wedge} l \text{---} a) \text{I } a] P22\text{---} l \text{---} 2DP] \cdot 3 \gg \gg 3 (l \text{---} ar < / \{l + Mn\} \cdot 4 \gg \gg . //irt < 1 .3. (1+ar < / (l$
 $\text{---} ina) [P1\text{---} 2DP \text{---} 3 \text{---} 41 \cdot 5 \gg / j, HfN, . . Tf iR . a7 < n .3 (l+x/m)^{\wedge} (1 \text{---} x) ir < 1 [Hp$
 $O. (l \text{---} J \text{---} . r; \gg n) I^{\wedge} w \hat{a} 1+a; . (l \text{---} j; / \ll) f > n < ; (l+a: ') \text{---} D \text{---} 1' 1 \cdot 6 a7, j / \mathbb{E} R . a > = y .$
 $m.nfN, .3 \text{---} \text{---} \text{---} y" < [(w^{\wedge} + \ll y) / (\gg \gg + \ll)] \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \wedge (mri(i \text{---} x) lim + H) | a; P \text{---} 5 O \text{---} P 1$
 $\cdot 2 a''' a'' = a''' \wedge \wedge 37\text{---} 0 a \mathbb{E} R . tticNi .3 a \text{---} = / a''' a, beR . m, nsn .3 \text{---} \text{---} \wedge \ll''' \wedge R \cdot 3$
 $(aby'' = a''' b''' i (\ll''')'' = \ll''' \cdot 6 aya''' = \ll'' \text{---} \text{---} (ChUQUET a.1484 fol.87: «qui$
 $partit .72.' par .8.» Il treuve ala part \cdot 9.3.m \gg [Version: (72a: \gg) / (8 \mathbb{E} c \gg) = 9a; \text{---}$
 $S)] \text{I } Df \cdot s a \text{---} \text{---} z = / a''$

The text on this page is estimated to be only 10.70% accurate

$R \ 99 \max \min \wedge 41. (R \mid Ni) \S \max 'i \text{ us } Cls'R . \max i \wedge \acute{e}R . 3-$
 $niin/\wedge^* = /inaxu \ Dvr \wedge 42. aAc4sNo \ O' \bullet 1 \ D(a,\&) = D(<?,d)=1 . a/b = c/d . 3.$
 $a=c . 6=rf \bullet 2 \ a/6 = c/d . D(a,6) = 1 . 3. c/a = d/b = D(c,rZ) \ t \ EUCLIDES \ VII$
 $P20, 21 \hat{i} \ i|(\ 43-0 \wedge \ae CWB.^{>})Du = \max^{\wedge} JSroc3(u^{\wedge\wedge}, Xx)] \ Df \ M \ a,6,c\acute{f}N, .3$
 $D(a/c, 6/c) = [D(a,6)] /c \setminus \text{Bertrand } a. \ 1849 \text{ p. } 105 \text{ j } UyVsCls'R.Bu.DvsR .3$
 $-2 \ D(\ll^{\wedge} X?-)=(D?())X(Dr) \bullet 3 \ asB, .'^{\wedge}. D\{ctu) = aDit \ -4 \ nsN^{\wedge} .3 \ (D^{\wedge}\ll r=D0O$
 $\bullet 5 \ asR . \ neN, .3. D[\hat{u}^{\wedge}(O-/0] = [D(l,a)]'' \} \ \text{Barrieu } AnnN. \ a.1895 \ t.14 \ p.214 \ j$
 $mit \wedge 44-0 \ ue \ Cls'R .3 \ m;^* = \min[R'^{\wedge} \ a;3(/0 \wedge Ai)] \wedge\wedge '0 \setminus \gg \gg =/D/a \ Dfp \bullet i$
 $a,\&,ç\acute{e} \ Nj .3- \ ni(a/c , ft/c) = [m(a,\&)] /c \ I \ \text{Bertrand } a. \ 1849 \text{ p. } 107 \mid$

The text on this page is estimated to be only 10.12% accurate

100 §37 r (nombre rationnel relatif) TL / $\wedge$ 1-0 r = n/N, Df 1 r =
-1-R w — R w tO Dfp • 2 R, = R w < 0 Df $\wedge$ 2. cc, yer Q.-. $\wedge$ x=y .:= ueR .
u+x,u+y eR .3«- «+a? = «+y Dt • 2 a;+.v $\wedge$ 1 t^s3 {h e R . it+sc, ?<+fC+y eR
,3". «+*" +y = m+s) Df • 3 — X — 7 r« ysix+y — 0) Df • 4 x—y=--x+{—y)
Df • 5 a;:=:y .:=: wen . «<*;, t<.y en ." ^u. ux — «.y Dfp • 6 æxy = xy =
iT^s3 {uen . ux,uxyen .3«- '(•i'!/= *<■?) Df • 7 /œ^{ir}y3ixy=l) Df • 8 x/y =
xx{/y) Df • 9 aj+y = îr« 23 {uEn . *?a;,, «y en .3"- ux+ity ^ = u:;) Dfp iHft 3-
6. a,?* ,Cfr .3 a+6 er §n P2'4 —a er §n P2'5 aX2>fr §nP4.P5 ^ 7. a,be r-«0
.3 M /a er -a-e = §R P16-2--e • 7 /—a=: —/a ^ 10. a,hyC,djaib\deY .3'•i a —
c -=0 .3 ^^i* • c⁺b = ^j?4-rf .:=. r=. (d — b)/{a — c) 1 Aryabhata P31 : «
Par la difflÉereiice entre des objets {a — c] divisez la différence des roupies
[d—b] , que possèdent deux personnes : le quotient [(cZ— 6)/(a— c)] est la
valeur d'un objet [=x'], si les fortunes sont égales [ax+&=cic-Hi] ».[[Oper
— 6 .3: aîfr . ax-\-b -=. cx+^ ••• •^^^' • ^^ '=• c.r+</ — h Oper— <?jc Oî »
••• ^^r • «a;— ex := d—b Distrib(X,+) Oî » ••• ^^r • («— c).r := d—b
Oper/(a— c) O: » ••• ^^r • 2c:= (d—b')l{a—c) Hp. P71 O: '^ .:=. ^ = (d—
b)i{a—c)] ■2 a', ver . .00+;/ =a . a? — y =b .:=. îr=(a+&)/2 . j/= {a — b)/2 \

DiOPHANTUS I 1 }

The text on this page is estimated to be only 14.51% accurate

$r \ 101 \bullet 3 \text{ aft}' \text{ --- } a'b \text{ --} = 0 \ . 3 \wedge j V^{\wedge} \bullet ax+bt/=c \ . ax+Vy = ic \ . =. x =$
 $\{cb' \text{ --- } c'byiab' \text{ --- } a'b\} \ . y = (ad - a \ c) / \{ab' \text{ --- } db\}$ Continuation : §Subst 30*5 '4
 $a \ \{x \setminus f\} 3 \setminus \alpha^{\wedge} yet \ . 4cc = 0 \ . , y := 0) \ . ax + bj / = -0 \ . a'x + b'y = 0] \ . =. ab' \text{ --- } a'b = 0 \bullet 5$
 $Xyy, z \text{ f} r \ . y + z = a \ . z + x = b \ . x + y = c \ . =. x = (b + c \text{ --- } a) / 2 \ . y = \{a + c \text{ --- } b\} / 2 \ . z =$
 $\{a + b \text{ --- } c\} / 2 \setminus \text{Diophantus } 1 \ 16 \mid \bullet 6 \ x, y, z \text{ f} r \ . y + z \text{ --- } x = a \ . z + x \text{ --- } y = b \ . x + y$
 $\text{--- } z = c \ . r =. x = \{b + c\} / 2 \ . y = \dots \hat{=} \text{Diophantus } 1 \ 18 \ j \bullet 7 \ x^{\wedge} y^{\wedge} z^{\wedge} ter \ . y + z + t = a \ .$
 $x + z + t = b \ . x + y + t = c \ . a; 4 - y + \wedge \text{ --- } d \ . =. \hat{a} 7 = (& 4 - (? + rf \text{ --- } 2a) / 3 \ . y = \dots \setminus$
 $\text{Diophantus } 1 \ 17 \ j \bullet 8 \ Xyy^{\wedge} Zjter \ . y + z + t \text{ --- } x = a \ . x + z + t \text{ --- } y = b \ . x + y + t \text{ --- } z$
 $= c \ . x + y + z \text{ --- } t = d \ . =. X = \{a + b + c + d\} / 4 \text{ --- } a / 2 \ . y = \dots \{ \text{Diophantus } 1 \ 19 \ j \wedge$
 $11 - 0 \ a, bjCe \ r \text{ --} \ll 0 \ . a = 6 \ . 6 = c \ . o = a \ . a + b + c^{\wedge} :^{\wedge} 0 \ . 3[\{a^{\wedge} b\} / c + \{b - c\} / a + \{c - a\} / b]$
 $[c / \{a \text{ -- } b\} + a / \{b^{\wedge} c\} + b / \{c - a\}] = 9 \ \text{I Prior a.l878; Cfr. Mm. a.l881 t.lO p.33 } j \wedge$
 $12. \text{ afisr } . 3 - 0 \ b > a \ . =. 6f \ a + R \bullet 0i \text{ --} 5 = (R, r) \ \text{I} \ (N4, n) \ \S n \ P3 - 6 \ b > a \ . =. a$
 $(a + Ry^{\wedge}(6 \text{ --- } R))^{\wedge \wedge} 21 - 32. (r \ \text{I} \ n) \ \S n \ P11 - 22 \wedge 33. \text{ as MO } . meN, . 3. \ \S R \ P37 - 0$
 $Df \text{ afiSTH}^{\wedge} O. m^{\wedge} nen \ . 3 - \ \S RP37 - i - '6 \wedge 34. (r \ \text{I} \ n) \ \S mod \ sgn$

The text on this page is estimated to be only 12.30% accurate

102 . §38 Tj (fraction propre) $R < ^{-0} 1 ? = R^{\wedge} X3 \{ \alpha < : i \}$ Df acfi?
O- $\hat{a}i < (\hat{a}i + 1) / 2 < 1$ O- ace»?»; (2) (1).(2) O- $P 1 \bullet 2 t]^{\wedge} = rjR == R$. $R = \hat{y}w /$
 $\hat{y}w_{el}$. B. = $t] / r]$ afisR .3- $*_{-}^{\wedge} \wedge \wedge \bullet = \bullet^{\wedge} \wedge \wedge \bullet 4$?ya 3 $V^{\wedge} 'Z^{\wedge} a^{\wedge} b$ [Hp O- 6-f
«7^ O. ft-f »?» «-D- -(^<«) O. Ths 1 •S i;a = i/ft .3- $\wedge \wedge = \&$ [Hp . P'4 O. «^ .
6^a O. Ths] •6 ^{(a+6)} = ria + i;6 [§X 3-5 O. i?(«+6) D '«+^ô (1) XB rja .
2/f rib O. a?<« . $\hat{i} / < \&$ O- 2C+y<a+6 O- a;+y e i?(a-H>) (2)
(2).D.'7a+»;6D'7(a+6) (3) (1).(3).D.P] •7 $\hat{y}(ax\&) = (rja)X(r)b$ [P-1 D F] [
§X 3-5 O. »7($\hat{i}^+ \wedge$) Z) »7W+,7î; (1) a?£w . ysv . z£ rixi-fi y . P-6 O. «€ vi'^-
\ -y) O* ^« »/(w+i;) (2) (2) . Elim(ar,2/) O- ^«*+»;î' D 'îCî^+î^ (3) (1) . (3)
O. P] •81 i]{uv) = {r]U)X{riv) [P-1 D P] ÎDistrib($\hat{y}, X$)} •9 meNj+1 Q.
ri{ri^)—t] [xéR . $\hat{a}i < 1$ O. scfW <1 O: $r^{\wedge} m$ Or^ (1) zfR . 2S<1 . §R 27-2 O.
{1—zf^ > 1— 7w^ (2) xfR . .T<1 . 2= {1—xjm O. a<1 . 1— mz =cc . (2) O-
3C< (1— 2)|V» (3) xeri.^Sj.Z).xs7} {^f^m) (4j (1).(4).DP] Par le signe 17
:= « fraction propre» nous pouvons exprimer: jrj := « fraction impropre » ,
asU O- 'K' = « fraction propre de a » =1 « fraction inférieure à a » , a rj-zz «
nombre rationnel plus grand que a » , wfCls'R O- $v^{* \wedge} =$ «fraction propre de
quelque m» = « nombre rationnel plus petit que quelque u » .

The text on this page is estimated to be only 11.81% accurate

103 §39 dt nt R min $\wedge$ 1. afisR . m,n $\in$ N, .3M) dta = min[N $\wedge$ N,/a
] Df •Oi ntrt = dt/a = min[Nj r> N $\wedge$ xa] Df dta = « le dénominateur réduit de
a » nta = « le numérateur » de a » ntajdta = « la forme irréductible de a »
Voir A. Padoa RdM. a. 1898 p.90-94. M dta fN, 'i \ dtm =1 . ntm =in •2
ôeNiXa .=. dtaeNjXdtô . ntbe $\wedge$ xnta •3 a+b $\in$ Nj .3. dta = dtft -31 a—ft eN,
.^ . dta = dtft •4 dt(/n4-a) := dta Ai m>a .^- dt(w— a) = dta •5 dt(a"*) = (dtar
•6 ae R''' .=. f $\wedge$ ta, nta $\in$ N/" Dvr mit '7 Dvr(dta , nta)=1 •8 dta = /Dvr(l, a) =
/mlt(l, /a) Dfp •81 dt(m/n) = n/Dyr{m,n) = mlt(m,?«) /r/i •82 Dvr(m,n) =1
.=. dt(/n/n) $\wedge$ n = « w, /? est irréductible » . •9 ? $\in$ Cls'R . num $\wedge$ t $\in$ N, .3
 $\wedge$ " $\wedge$ $\wedge$ $\wedge$ = Dvr(nt'?) /mlt(dt'H) '[H » » » .2)- Hilta = mlt(nt'u) /Dyr{dt'u) \

Barrieu Mathesis a. 1883 t.3 p.217 \

The text on this page is estimated to be only 13.04% accurate

104 §40 E (Entier de) r max $\wedge$ -0 œev r). Ex = max n $\wedge$ ysiy $\wedge$ x $\wedge$
Df La notation F-a? a ûtê introduite par Legendre, Théorie des nombres, II
édition p.8 a.l808. La notation de Gauss a.l808 t.2 p.5, est [.t]. •1 ûPsr .' ^.
Eren . E.r $\wedge$ ir<Ej'4-1 . EE $\wedge$ = E;r •2 a?€ii .3. Eœ z=:x + -3 x,yeT .2): E(.r+;/)
 $\wedge$ Eo? + E// : a?>.v .3 Er $\wedge$ Ey X --A x.yeR .3 Et'TX?/) $\wedge$ - Er x Ei/ <(E,r+1)
(E2/+1) — -3 X8 r-n 3- E $\wedge$ + E(— $\wedge$) = —1 xen .3 Eo? 4- JE(— .7?) =0 / -6
rt,tel+R .3 E(6/«) $\wedge$ E(E&/Ert) [i>-4 .3 P] •61 ,T£R 3. E[(Ea?)/irl— 1 =
Ex+E(— .7) •62 xeR . aeN, 3. E(j?/a) =E \ÇEx)/a\ quot -7 rtfNo . ôeN, 3-
quot(a,&) = E(a/b) Dfp §41 $\wedge$ (partie fractionnaire de) E $\wedge$ iZ?,?/£r3. -0 /
î.r=a?— Rr Df •Oi fîfix = fix . E/îa?=0 . /îRz?— 0 Zehfusfl (Grunert
Archiv, a. 1850 t.27 p. 12) a introduit cette fonction /îx ; la lettre fî est
l'initiale du mot « Bruchtheil » . Elle a été indiquée dans F1898 par Sx. On
l'appelle aussi « mantisse », c'est-à-dire « excédent ». Wallis, Opéra a. 1693
p.41 : « Ejusque partes decimales abscissas, appendicem voco, sive
mantissam». i yen 3. fî{x+y} = fix -1 1 p{x+!/)} = fî (fix+fy) •2 xen 3. fix
+fî{—x} =0 -2 \ x $\wedge$ e n 3. fix + p(—a>) =1 •3 0 $\wedge$ /9 $\wedge$ 7 <1 •ai fî(x+j/) $\wedge$ fix + fy
•4 yen 3. p{x!/)} = Pd/ (ix) •5 aeNj 3- E(<7a?) = axEor +E(a $\wedge$ a7) rest -7 ae $\wedge$,,
,be $\wedge$.'^. rest{aj)) = bxp{a/b) Dfp

NOMBRES REELS

The text on this page is estimated to be only 26.52% accurate

§42 1' « limite supérieure » OC « rinfini » §43 1. « limite inférieure » §44 Q « quantité positive » Qo « quantité positive ou nulle * e e §45 q « quantité relative > §46 ~ " Interv « intervalle » §47 Log « Logarithme » §48 Med « moyen » §49 X « classe limite » §50 A « limite généralisée » §51 ô « classe dérivée » §52 Int « intérieur ».

The text on this page is estimated to be only 28.31% accurate

§42 r (limite supérieure) $x \in (l, u]$. ?<, $\hat{1}7eCl's'R$, $ai^* . a$ » .3'
 •0 $l'u = l'v$. $\Rightarrow$ $t]U = i]V$ Dfl' •01 $l'u = \hat{z}irju \ l \wedge (,m) = (,/,)m = ,)u$. Dfl' O P] i
 $Yu \wedge l'v$. $\Rightarrow$ $l'v \wedge l'n$. $\Rightarrow$ $\cdot \} Hl^{\wedge}riv$ Df •M $l'u < l'v$. $\Rightarrow$ $\hat{i}v > l'u$. $\Rightarrow$ $\cdot il'u \wedge l'v$) . $\Rightarrow$ 'Stiv-
 vn Df Df %v» D P] !Distrib($l', +$)) Df » -81 »] |Distrib(l', x)j Df I . -9 O P 1
 •2 21 $Vu + l'v = l'\{t\}U + r]V) = l'(U+V)$ [Dfl ■3 •3i $l'uX'o = l'\{t]U+t]V) =$
 $l'(\langle X \rangle)$ [4 Ai =3 $l'f^{\wedge}r$) $Tw^{\wedge}$ « la limite supérieure des u » . La limite
 supérieure d'une classe joue un rôle très important dans toute l'Analyse. Elle
 i^t appelée «obère Grenze» par Weierstrass et les analystes allemands;
 Darboux, a.1875 p. 61 l'appelle « limite maximum »; Pringsheim,
 Encyclopédie, p. 72, propose de l'appeler « maximum idéal » . Notre
 dénomination^ qui se rencontre dans Guilmin a.1847 (voir RdM. t.6 p.137\)
 est conforme à l'usage le plus répandu. Quelques A. donnent à «limite
 supérieure» une valeur différente. (F1901). L'idée de la limite supérieure
 est fort ancienne; car elle est la plus simple des différentes significations du
 mot «limite». Voir l A Lm lim. P. ex. l'aire du cercle se presente
 naturellement comme la limite supérieure des aires des polygones inscrits.
 Voir Stifel a.1544 f.224B. La P'O est une Df « par abstraction » . Nous ne
 posons pas une égalité de la forme: $ufCl's'R . 3\hat{i} \ l'w^{\wedge} = '$ expression composée
 par les signes pré<;édents) Df mais nous définissons seulement l'égalité
 $l'^{\wedge}nl'?$;. Cette égalité est ici définie par une autre égalité. Les objets $l'w$ et riu
 ont plusieurs propriétés communes ; si on le^ confond, en posant par Df
 $Vuz=,r)U$, la DfO devient une identité, et les P-21-31 se transforment dans
 §1? P-8-81. Mais la P*4 exprime déjà une propriété différente des signes V
 et >;, et d'autres différences se présenteront tout de suite.

The text on this page is estimated to be only 18.02% accurate

108 r 1, _ L«a P-21 contient dans un membre l'objet nouveau \ii-
 {-\v, et dans l'autre l'objet connu \'(u-^v), ce qui est un caractère des I)f.
 Mais le premier membre se présente comme une fonction de Vu l'r; le
 second comme une fonction de u et de v, qui ne sont pas des fonctions de
 Vu et Vi:. Elle n'est pas homogène. Si on prend la -21 comme Df, puisque
 on a déjà défini l'égalité 'PO), il faut prouver que $M, r, M', v \in \text{Cls}'R$. $Vu = Vu'$
 . $l'r = l'r'$ O- $l'(w-i-i') = Viu'+v'$; ce qu'on obtient en passant par la P-2. Même
 remarque pour les P-81 et -41. $\wedge 2-0 a \in R. \wedge a = i i](t \text{ Df } \bullet 01 \gg = Yta 'i u \in \text{Cls}'R$
 . $\text{rtfc}R . 3: a =: l'ff . = z. 7]a = rju \bullet 2 \text{ ne } \text{Cls}'R . a \text{ Er}^{\wedge} X3 \{r\}. r = ?; ?0 . 3 \wedge \wedge * = \wedge$
 $\wedge \wedge . r3(i]X = \gg; //) \bullet 3 \wedge \wedge f i \text{Cls}'R . \text{as}R . 3: a < cVf(. \blacksquare =, ae^{\wedge} pf \bullet 4 1 = 1' \gg$; La Df 0
 exprime la convention de représenter par le même signe soit le nombre
 rationnel a, soit la limite supérieure des rationnels plus petits que «, ou de la
 classe formée du seul nombre a. Cette Df irrégulière est de même nature de
 la §n l'4. Si la r est R, il faut vérifier les Df piécédentes : $a f i e R . \{r j U j t j b) |$
 $\{u, r) P l-0 i -2 -3 -4 \bullet 3 \S' / P *^{\wedge} \wedge \wedge > \text{''' '9 ifH } 3-0 x z z z l' R \text{ Df } -1 r N i =^{\wedge}$ On
 rencontre le signe x dans Wallis a. 1655, t.1 p. 297. $? \ll \in \text{Cls}'R . 3: -2 i V /^{\wedge} o c .$
 $l^{\wedge} < + x = z c c . r ? / x x = 00 \bullet 3 // ? . \in N, . 3. 00 *^{\wedge} = 00 . 0 D \ll = 1 \S 43 1^{\wedge}$ (limite
 inférieure) $r^{\wedge} -0^{\wedge} < \in \text{Cls}^{\wedge} R . 3^{\wedge} \ll . a R - (// A) . 3 1 // = r R - (// A) \text{ Df } 1, \bullet i \gg \gg$
 $r^{\wedge}: 0 = \backslash u . =. i^{\wedge} / r] = B. \text{ Df}$ Nous définissons $\backslash^{\wedge} u$ « la limite inférieure des u »
 comme la limite supérieure des R qui ne sont pas supérieurs à quelque u.
 (1., A, O 1(1', ';;, » §!' PI. P2 Les P qu'on obtient par cette substitution sont
 écrites dans F1901.

The text on this page is estimated to be only 1.79% accurate

r m ^44 '•0 9. v«i, 6>('iUi '/r% ""î/it! y-* 'fil : Q H. Iio.% "■^tv^.
niy "«; •^-'•S;. ■'«l*. ""O, ■^ . /#r ■^.. •'*>i'f ■i«fp Pft li. -^ r,. 1H IH\ ^}
«0;,V"V »/i,... '•w,. ■" /), '"/; / *'^/oi ""Z^i'-C ^'flfu ^ o //;"> ,^--7* o. /
■'i^"-^•a O. ^ 'j '/i n,;. «= ^^;: ^'Tf-,A, ^ ^'. ^^: ^oJ""^o. ' / ' ^f^ ^9,.v ""^ .-?
A^^^>.V .5; ^/ ^T^Q; "■">•*)-:,,, '?-^^^""^/ '*:*^ H. ^^/ '4 «: ^. •w. /, . '>^.
'^: ^. n ■ff àe '^^^""-hac •3 ÇjfQ, *Q ■3 ""^■'en 6^.-n\Hrf^^p ""^4 »><0 ^ (5»
fe*>^ . '96». 'i^A" i6* O. f/r ■V

The text on this page is estimated to be only 7.78% accurate

110 ^ _Q ^ ^ 7. a,bsq . /«.MeN,, .3 -O a'''= l[(Xa)]in Dfp •01 a»
=!.«'='« i a-'eQ -2 «'''«" = «'''''''' •3 (aô)''' = a'''&''' -4 («•)" = «'''' •S «leN, .3.
Q'''=Q . d'''=9 . S'''=e (Q|No)§^P2.3.11-14. §RP36. — ^ 8-0 asQ,.bfc^Q, r).
b—a = iQrx3ia-\-x=b) Df Hp-0 .3 M b—asQ, -2 6— a+a=& -3 (Q | N,,) §—
i i—9=e . 1-0=6» / .3|t 9. a,&eQ 3. -0 /a = iQ«a;5(a;xa=:l) Df •1 /aeQ -2
/(/a)=a -3 /{ab) = (/a){/b) •4 6/« = &X(/a) Df • 5 rt=:6 .=. /a ^/b.^ . a/b ^= 1
•6 art'Q . rtJJ =& .=. a7= 6/<i *' /Q=Q ^ 11. w,r£ Cls'Q . 3M . a/; . aeQ 3 •0
I'm — l'(Rn0«) . 1;* = 1,(R A ,//9) Df •1 a= r«{ .=. Oa=0«< : am\^u
.=.:a/d=u/d •2 v5= l'u .— . eu = q : 0= 1,?« .=. u/0 =Q •3 l'(M+»') = rM4-l'^
 . \{U+V)=l;t + \V ■i l'nxr) = iuxl't> . l/MXî') = V<Xl,r •5 «ifiN, 3. !'(«•") =
(1''')''* . 1/<0 = (M<)''' •6 l'«£Q 3 !//«) = /l'w :]'«.=:-:..=. iy«=0 •7 l' («wr) ^
X3 .=. l'u =:oo .w, r» =^ •8 \ (iM-) =0 .=. \u =0 .w. Ip =0 ^ 12-0 oeQ.wfiN, 3
«-"/ («•") Df rt,&£Q . iii,nen 3 -l a'''£Q •2--4 =: P7-2-'4 ^ 13. aeQ .
m,7i,p,qéNi .3•0 a^/w = "> = 7Q^a!3(a;•"=:a) . ,Ja = 'vJrt Df M " ^eQ -2
•»g(a'») =a -3 >=a -4 '''vj(ab)=(\la)C"gô) •5 '»g/a = /'»^ -c "♦g(a") = rv|rO"
-7 »^K'''^J«) = ''''^I« •8 ''''^f''' = •''^ja" -9 m/)i = p/(j .3. '''via" = ">Ja' j
ChUQUET f.47: . autant vawlt R».6 comme R«.216 .. » f.48: « R».13 qui
vault com-e R'.R».13 ». I

The text on this page is estimated to be only 18.12% accurate

Le signe de racine a eu les formes R, r, >J. Puisque toute racine est une puissance fractionnaire (PO), nous ne considérons pas le signe >J comme fondamental, et servant à classer les propositions. La considération des exposants négatifs et fractionnaires est attribuée à Oresme (a. 1323¹³⁸²) par M. Cantor, t. 2, p. 133. On la rencontre dans Girard a. 1629 fol.B2 : « multipliez >J 5 par rc4 viendra (-^|2000 » . On remarquera ici que les parenthèses indiquent l'élévation à puissance. Voir aussi : Xewton, 13 Junii 1676: §lini P23. ^ 14. afi,c,d£R O: •i a+^ = ^ .3. teR» . ceR' [Hp . Oper [^2 O. a^+b+2as^ =c O. ^ = (c— o'^— &)/(2a) .3. P] •2 b -£R' . a+sjô = c+^I O. a=c . b=d [a>c . rt-f ^J6 = c+^J^ .3 (rt— c)+v|6 = v|rf . PI .3 beK' il) a^c . » » * » (c—a)-{-^J:=sjf) » » » (2) «=-c . » » . (1) . (2) .3. bsR^ . Transp 3. P] •3 >Ja+v|6 — >J(? O. a/bsTX' [Hp .3. a+b+24ab) = c . P-1 3. aXb s R» 3. Ths] •4 a/b -£R" . a>& . c>d . ^|a+^ =^1^+^ Q. a=6? . ?;=rf [Hp .Z). «+fe+2v|(;rt5) = c+</+2>);crf) . ab -f R' 3- a+b=c+d . ab=zcd 3. (a_6)î=(c-c/)-^ 3. a—bz=c—il 3. Ths] •5 «/& -€ R» O- Nk^+N|i^+>J^ -= ^ •6 & -£ R* . ^|(a+^]6) = v|<?+n|^ • ^>rf -3 a«-&£R* . t?^ [a+N|(û^-&)]/2 . d— [a-vKa'-ô)]/2 j -i, -S-'S, -4, -3, -6 EucLiDES X P26, 42, 79, 111, 59-96 ! Voir la traduction des P du livre X d'Euclide, par les symboles de l'Algèbre et de la Logique dans RdM. a. 1892 p. 7. Toutes les P de ce livre sont contenues dans les P1--6. Le Formulaire contient dans les § précédents le.s P des livres V^II, VIII, IX d'Euclide, relatifs à l'Arithmétique. ^ 15. a,teQ .3 •i a'-b £Q .3. la+^ = ^\a+la'^b)/2\ + ^i[a-4(a«-6)]/2! •2 ï — » — » ■3 a- &eQ O. ^|(;^|r(^-^j6) — 'v|[12«-i;+2^[rt(«-i)lî/4] + ^^\"->a-h-2^[a{a-b)\V\A\ 4è 16. a,fteQ Q:

The text on this page is estimated to be only 10.45% accurate

112 Q •3 b>ri .3. (&-a)y(8&) < {a+b)/2-'^ab) < (6-a)y(8a) [(a+6)/2-4;a6) = (a-fe)«/12(a+6+2vK«6))]] ^ 17. aA^,J/£QO: •0 a(a-&) =&' .=. &= a(vJ5-1)/2 .=. a=:b(s\b+1)/2 .=. a»+(a— &)* = 36» .=. b(a+b)=a^ .=. a-ft = a(3-J5)/2 1 EUCLIDES XIII Pl-6 j Ces formules correspondent à la division de a en « moyenne et extrême raison » •< axgov xal /àéoov Xoyov » . •1 œ+y = 2a . xj/ = b . cC>y .=. a^b . x= a+^a^—b) . y= a— vj(a»— 6) î DiOPHANTUS I P27, 30 j •2 j?+?/ r= 2a . a^+j^ = 26» . jC>y .=r . • 6»>a» . x= a-|g(ft«— a») . .y= a— g(6«— a») î D10PHANTU8 I P28 j •3 .r»H-//» =a . .>67/ =6 . ^>>y .=. a> 26 . œ=\\a+2b)+4^a-2b) . y= g(«+26)-vl(«-26) î Bachet, Commentaria in Diophantiim, I, 33 qunE?stio I. j '^ jf-'\\} f=a . œ+!/ =b . . x+!/ =b . 36(07—?/)» = 4a— 86* ! DiOPHANTUS IV Pl j •5 a? ^H-.v* =a . ^7+// =6 .=. x+j/ =b . 2Gr//)»— 46»a7//H-6*— a=0 •6 x^+>/^=a,x+!/:=b .=. x+f/=b.ôbxi/{b^—xy) = b'^—a ^ 20-0 aeq.msR .3. ^«[sm = 1 1/3 [p,(?£N, . ni=p/q .' ^p^q . y= {a[^pf/q] Df •1 aeQ . p,ç8N, .3 «Nî^A) = 'nK^«") Cette P n'est pas une Df du premier membre, cîir il se présente comme une fonction de pjq^ et le second evSt fonction de p et de q. •2 as 1+Q . ûieQ, .3- ^^ = 1' ^i'' ^^0 Df •3 » » » > = 1^ a^(R^ m/(9) Dfp 'A aeO . » » =l^af^(R^(9//0 Df •K » » » * =ra|^(R^m/©) Dfp ^ 21. a,b,m,7i£q .3. M a|^>/i£Q P7-2--A •5 a>6 .=. a"*>6"* -6 a>1 .3 m>n.=. a"">a*' •7 a<1 3: m>/?.=. a""<a/*

^ 22. m,n,a?,yƒQ. 07-==/.3» [§R36-OP 1 [{1+/m,l)l{x,t)P-l.D.P]
[(n— m) |nP-2 O. P] ^myn ^ [(mœ+ny)/{m+n)Y'^*' (1+/mr <
[(1+/(m+n))"]>+*» m<n o. (i+/^r<(i+ Ar [P-4 . cc=1 .3 P-3] [(vix, l)\{x,
M)P-4 O. P] (1, 77?, mx)\{m, 72, îc)P-4 .3 P] i •2 •3 •31 •4 [(w/x, nlx)\
{7n, n)P'S D P] •5 m<l 0. (1+aîr<1+m^ •6 m>l .3. (IH-a?)'^>l-f/>i;3î Dm P-
5 [(l/?n,77iac)|(m,x)P-6 3. Po] Dm P-4 [(/i/w,ac/n)|(m,x)P-6 3. P-4] •7
(i+/'^r < (IH-AO'^^^ [[/i+1, (m-f l)/w, n/(n4-l)l | (n, ^, . V i P'I -3 P] Ex : §e
"8 me 1+<^ .Xƒ Q-^1 .3 ^*"> 1+^(^x^—1) [= .P-3.P-3il E /î ^ 30-0 (Q I r)
§E >^ € E^r H- [x^(E^YV(2E^ +1) + 0/[A(2E^ +1)] JDarboux, Sur V
extraction de la racine carrée, BD. a.1887 p.176j •2 neS, . xeQ, O- W4^)=
^N^ < J5[^^^c<(3'+1)^] Dfp Ef^)= Ef>JEa*) •3 xeq .3 a78R .=. aN,^
n3[(/^^)**a? eN J j Euclides X P2: 'Eàv ôvo jUEye&œv àviacœv
àv&v(paiQovjuévov àel tov êXdoovoç àjib lov fieiCovoç TÔ
xaTaXemàiLievov ^rjÔénoTE xarajueTgfj rà jigrb êatrtov, àoijujuerga ecrai
rà jueyé&rj. j •-4 xsQ .3: .ci7f R+^|R .=. a (m,n)3[m,n8N^ : p8m+^, .3^.
E(ypyx = E(/fiY^"x]] Eltler a. 1737 PetrC. t.9 p.98 j (Ifijn X est le « 7i-
ième quotient complet du développement de x en fraction continue »; ƒ
(//?)» x est le n-ième quotient incomplet. F loiri d..j<)

The text on this page is estimated to be only 1.70% accurate

S4rī t| (qimiitirv) Q~ ^î t l(j 4^Qm -Qw lO Dfq ■0 '01 '02 '03 HU
*06 ■07 ■1 11 M 2 a= Yff ~. a—ii — ^/— Q Df a— 1/^ , ^, a+Q = ^/+Q Df
f£^=l^/r,— : * _ , ^ * _ Dfp +x — 1^/ ,=. y^— Q =q Uf ^x = 1/^ . ^ . // +Q —
q Df +x - r^f , ^: /^^i?q .3'^^ - ^^ ^"^('/^+Q) Dtp — x=zl^/e.=: » >^ * _ „ Dfp
1^/ £ qw ix , i/f E qw ;— X nsq J^ . ^'+x ^x +a ^ x + x ^ x . ^;— x =^ (— x^
)-| -/f ^^ —X — X = —X , —X <;f/<;^ -x . — x <;+x Df Y {n-^r) ---^ Vn+Yr
Yi^^f) = --ln ^Qr -3 Yr ^ r'^ ^ 1/^ ^ 1/- ; iiptM- r, (:ii.f.M- 1^ ; [y. + r)^[n-\-
[r ^ 10. ^r, ^, r£:q 3 ù x— a±h .— . -ï;= a+h .w. ^^7= a— /> Df + 1
EucLİDES vr P28, 29 {) Leonardils P1SANU8 a.ii'Oi* p,407: ' (Si)
vnhicri^ invtMiircf quAiirritatem eoiisiw [a^j , qui fini datis mdîcilniî; [-
fâtrrî'] equotur nuiiîera dato [^ — ft] , sic f'at"ia«: nt!eipe qimdratum mt*d
i e t a t i s r n d i l^uiii [f ^ -] , v t addi^ t^um Rupî^ r ii in i j c ni i n datim i
[a ■ — /j] ; et <? î us , f[iiofl jirovciun^it» radicem accipe [^J;^" — ^)1; d(i
qua iiuineniu) modiutatis rAdicuni lolli' [>j(ri— 6)— ^rj; ût quod
reniîihMOiit in- il radix qîiewitî ctMté^us -,1

The text on this page is estimated to be only 13.56% accurate

$\bullet 2 a^{<Cl}) .3 '^3.(i^x3 \{x^-\backslash 2(ix+b\bullet 3 a -=.0 . 6^* — 4ac eQ^ Q: a?$
 $\pounds q . a^{+6a?+c =0 . =. x=i '\ b^{^iac s — Q . ^ . -a q^{\hat{7}^ (aj?^I Brahmagoupta,$
 Version de Rc « Mets le nombre connu dans le côté opp et son carré. An
 nombre connu, multiplié ac* ajoute le carré du coefficient du terme 1 le
 coefficient du terme moyen, étant divis< carrés est la valeur de x »{ ^ 11-0
 asq. m£2^,+1 .3 ""^a = i a,bjU,r eQ . n-h-r =ft . ur =z {a/i: X8Q_ . a?' = ax
 -4- b . =. æ = ^^f(-} IN.Tartaglia a. 1546 p.12=î: ... Quando che'l cubo
 restasse lui Tu osseruarai quest'altri contn Del numer l'arai due tal part'a vol
 Che l'uua in l'altra si produca El terzo cubo delle cose in sto Délie quai poi,
 per commun precet Torrai li lati cubi insieuie gioi Et cotai summa sarà il tuo
 cou ... Questi trovai, et non con pa«si tar Nel mille cinquecent'e quatro Con
 fondamenti ben sald'e «ra*] Xella cittâ dal mar'intorno conta, j xeq .
 $a^{+Sax+2b =^0 . =. x^{=z 'v}][— /; \bullet 3 b'+a'=0 O- q'^xMy^{+3ax+ : \bullet 4 fe'H-a'<0$
 0. Num[q^ ^3(aT'+: Continuation §sin~* 3-iP10-1 •5 8a—b£Q .3'^\a+
 $\{b+a)^{(Sa^b)/i:21b)] \ + '>J[a-(ft \bullet 6 asq . teQ .3'^[a'+:\backslash ab+(\wedge a'+b)^{)] +$
 $'^0"+^ 12-0 aMsq .3 a-' = / \{1O$

The text on this page is estimated to be only 1.75% accurate

13. $\wedge;FCls'(qur^w(\text{--- } x^{\wedge})0. Df Df \bullet \hat{a} Vu En 3^* t/i:\wedge max\#^* : 1/*$
 $\hat{e}^{\wedge} \ll 3^{\wedge} 1/t^{\wedge} mia^{\wedge} f 3 /^{\wedge} v?fClsq 3l\backslash iyr) =^{\wedge} max(/,rr(w il'r) . I/^{\wedge}?)^{\wedge} iiiiii(d \ll y$
 $il/) raod^{\wedge} 20. rtjfttq 3M moda \pounds Qa^* 2 \bmod(a+?)^{\wedge} modrt-|-mod^{\wedge};^* 3$
 $\bmod(\text{--- } a)^{\wedge} luoda 'i \bmod\{aXlO = modaXiiiod\hat{o}^* \wedge^{\wedge} \ddot{i} == 0 3' niod/rt$
 $r^{\wedge}/modrt M\hat{i} /^{\wedge} \hat{i} fN, 3' niod(fl''')^{\wedge} (modrt)''' 7 moda^{\wedge} Ja' \S 40 \bullet 0 fijmq .a < Ji 3^{\wedge}$
 $ff - ?> =: q^{\wedge} \ddot{e}(a <:, r < ih) = ((\ddot{i} + Q) \ll (/j \text{--- } Q) Df a \text{--} b \text{---}^* " \hat{a}^{\wedge} \hat{a}^{\wedge} = (f^{\wedge} + Q,)^{\wedge} (^{\wedge} -$
 $QJ Df a^{\wedge} h \text{---} \gg -^{\wedge} > <^{\wedge} = (a + Q,) ^{\wedge} (\ddot{I}^{\wedge} Q) Df b^{\wedge} a^{\wedge} n \sim b . h'^{\wedge} a = a^{\wedge} h . ii^{\wedge} a := ia$
 $Df M (^{\wedge} = 0 - 1, a = o''^{\wedge} i Dfp \blacksquare 2 /^{\wedge} /, teq 3, \ll (^{\wedge} > = a + \textcircled{;} > \text{---} \ll) Dfi) \bullet 3^* .ii^{\wedge} = b$
 $3 a - Z? = \ll + \acute{e}^{\wedge} (6 \text{---} a) Dt\grave{c} \blacksquare 4 Interv^{\wedge} * r5l3 (< 7j \&)^{\wedge} (^{\wedge} ,^{\wedge} eq . a < Jj . a' = ^{\wedge} .^{\wedge} \hat{i}^{\wedge} l]$
 $Df Qk \backslash^{\wedge} nitatloiiH iidi\hat{i} |at'\hat{i} iD K^{\wedge} \hat{j} iiii!^{\wedge} rviille4 avec ou sana hmrs$
barnea* Elles scrout adoptéoa dans gcont, §D, §S, §yct.

The text on this page is estimated to be only 18.54% accurate

§47 $\log q = 1^{\text{apE } Q} \cdot 1^{\text{. } ^{\text{y}} \in Q} \cdot > H \text{f} q^7, \bullet 0^{**} \log a? = 7 q^{\wedge}$
 $53(4^{\wedge} 3^{\wedge} \text{za?}) \cdot 1^{*} \log a^7 \text{f} q^{-2} \text{aj} X^{\wedge} \log."$ $\bullet 21 < \rangle \log(a^{\wedge} m) =: m^{-22} \langle \log l n$
 $\bullet 3 \langle \log(\text{îry}) = \text{' }^{\wedge} \log.r\text{-f- "Log// [P-2 O. } \rangle \log(.X(y) = a \text{Lo}^{\wedge} [\text{rt} | V(\langle \log.r \text{ §} q$
 $4^2 \rangle = \langle \log[a]^{\wedge} (\langle \text{Logo} \hat{=} P-21 \rangle = \langle \text{Logo} \hat{=} + ^{\wedge} \log^{\wedge} \bullet 4 \text{"Log/o?} = \text{— "Loga?}$
 $[\langle \log/a \hat{=} =: \langle \log/[a]^{\wedge} 1 \langle \log cc \rangle] = \langle \log' [\bullet 5 ^{\wedge} \log a? \text{"}^* = m X \text{"Logo? [}$
 $\langle \log (se) \rangle \rangle =: \rangle \log[(a|^{\wedge} \langle \log cc \rangle) \rangle \rangle] = \langle \log[f/f \bullet 6 \langle \log ft X ^{\wedge} \log a = il^{-7}$
 $<^* \log^{\wedge} = j \text{ Neperus a. 1614 p.20: } \langle \text{Ex his praelibatis judicent eruditi quani}$
 $\text{logarithmi: quandoquidem per eorum additioi tionein divisio, per biparti}$
 $\text{tionem extractio cubica, et per alias faciles prostaphaereses < evitantur. } \rangle \{$
 $\text{'Noit, Soit a une raison; Eucli de appelle a}^{\wedge}, (\text{diJiJiaaicev, xourXaoïcov...}$
 $\text{Xoyoç. Dans a} \langle , n \text{ est Texposant de la raison, X6yi rithmns} \rangle \rangle , \text{introduit par}$
 $\text{Neper. Les logarit logarithmes naturels par la relation: } \log \text{ nep } X = \text{—}$
 $10^{\text{"log}(10\text{"}i27), \text{ c'est-à-dire il n'a pas écrit notre virgule dé les mêmes.}}$
 $\text{Neper reconnut plus tard les avantages rithmes en base } \langle \text{dix} \rangle ; \text{ Briggs a}$
 $\text{commencé logarithmes des nombres } 1\text{--}20\,000 \text{ et } 90\,000 \text{ Wlacq a.1628}$
 $\text{publia la table des log 1-V On a publié beaucoup d'éditions des table.}^{\wedge}$
 $\text{plications pratiques des astronomes et des i] tables à 5 décimales. Dans les}$
 $\text{applications plus communes, les logarithmique} \rangle \rangle . \text{ La multiplication est}$
 $\text{obtenu parties de la règle sur l'autre, et on lit imm}$

The text on this page is estimated to be only 2.73% accurate

Si Ton rtdoptv.» la niitn[^]ration binaire, les tabief[^]
corre[^]pontlante;? des 1 oga ri t hm es son t ô foi s p I u s co u rten ; 1 a I on
[^] ne u r de ta ré g] o I nga ri th ni îi[^] ne est aussi réduite daus le même
rajiport. §48 Med (moyen) Medi(sigüifle «nouibr[^] uïoyuu (mi*tfitii<}
entre les w*. Le .signe «Med» mum ia forme «M» a èti[^] îtrnduit par
Canchy nAH2\ p. 29 [^]V. gLml[^]O). Dan H F 1895 nn a considéré deux
anrri's cïasi[^]eM de nombres nioyeni[^]» dont tions donnons seulement Jes
débiitioiis: *0J Med[^]f = q[^] t3 '[^]{f/z)3 {i/,[^]t't(, i/[^]->"[^] z) JJf ■oâ Med[^]* —
— [^] [^]-<-<— tX = qr[^]X3 {ln<C-f<i[^]fn Dtp Si la idai>B€ 1* contient .sont
maximum ei snn miniiuuni, on a Mediff[^]Medw; s'ils inan[^]neut toUH les
deux, Meti'/r [^] Med'w. Parmi eew cdaKSOs de nombres moyens, Ja Med/<
est la i>lns i tu portail te notaimnenl dans l'integ'ratcm. On dit que la e
lasse u est fonvt*.rr[^] t;i Med^{^^^}i[^]. î Medu e Cls'q "â Med îlcd^{^^} [^]=[^]
Mede* ■3 r Uedn = V i[^]. l[^]Medu = \i '4 r[^]n ,3 Med/-3[^]I^{^^^} « 2, + ■J X
-2 — ■3 / ■t 1[^] [^]S 'ti •7 Lo [^]e Cls'q , aeq 3 [^]I[^]*d(f/-1-Ml = a+Jled[^]f fi£
Clï[^]q . [^]i£q 3 ^{^^^} ^{^^^} = ffModti 3 Med(— «) = — Med/* /œClis'Q 3
Mcd/[^]*=r/Mcd^{^^} [^]fCIh'Q .fi[^]q 3 Med([^]4[^]rt) = (Medr*]{[^]a (E(i. neCh'q
3* Mod(ffj[^]/[^]i)=:fT[^];Med?il x,y£H , p.-yeQ 3, (p.r-\-qi)/{p-\-q] f MtHb/ ^{^^}
■« fiF Q-f l . ^{^^^} Cis'Q 3' ^{^^^}*[^] 'Log[^]t == "Log Med/(! CAiTiiY a.l8-il
p.3(35-367 J

The text on this page is estimated to be only 14.57% accurate

$\wedge \wedge J \blacksquare I \dot{A}^{**} \blacksquare. \sim y_i$

§49 λ (classe limite)

$q \bmod * 1. \quad u, v \in \text{Cls}'q \cdot \supset.$
 $\cdot 0 \quad \lambda u = q \wedge x \exists [1, \bmod(u-x) = 0]$

$\cdot 01 \quad x \varepsilon \lambda u \equiv x \varepsilon q : h \varepsilon Q \cdot \supset h. \exists u \wedge y \exists [\bmod(y-x) < h]$ Df λ
 $[P \cdot 0. \text{ Oper } x \varepsilon. \text{ Df } 1, \supset.]$ Dfp

P1-0 « Soit u une classe de quantités. Par λu nous désignons la classe des nombres x tels que la limite inférieure des modules des différences entre x et les nombres de la classe u soit nulle. La P-01 exprime la même Df, où le signe λ est remplacé par sa valeur. La classe λu , qu'on peut lire « les limites des u », ou « la classe limite des u » a été indiquée dans F1895 et dans plusieurs autres travaux par Cu .

$\cdot 1 \quad u \supset \lambda u$
 $[x \varepsilon u \cdot \supset. 0 \varepsilon u-x \cdot \supset. 0 \varepsilon \bmod(u-x) \cdot \supset. 1, \bmod(u-x) = 0 \cdot \supset. x \varepsilon \lambda u]$

$\cdot 2 \quad \lambda \lambda u = \lambda u$
 $[(\lambda u | u) P \cdot 1 \cdot \supset. \lambda u \supset \lambda \lambda u$
 $x \varepsilon \lambda \lambda u, h \varepsilon Q \cdot P \cdot 01 \cdot \supset. \exists \lambda u \wedge y \exists [\bmod(y-x) < h/2]$ (1)
 $\text{Hp}(2) \cdot y \varepsilon \lambda u \cdot \supset. \exists u \wedge z \exists [\bmod(z-y) < h/2]$ (2)
 $\text{Hp}(3) \cdot \bmod(y-x) < h/2 \cdot z \varepsilon u \cdot \bmod(z-y) < h/2 \cdot \supset. \bmod(z-x) < h$ (3)
 $\text{Hp}(4) \cdot \supset. \exists u \wedge z \exists [\bmod(z-x) < h]$ (4)
 $x \varepsilon \lambda \lambda u, h \varepsilon Q \cdot (5) \text{ Elim}(y, z) \cdot (2) \cdot (3) \cdot \supset. \exists u \wedge z \exists [\bmod(z-x) < h]$ (5)
 $x \varepsilon \lambda \lambda u \cdot (6) \text{ Export } \cdot \supset. x \varepsilon \lambda u$ (6)
 $(1) \cdot (7) \cdot \supset. P]$ (7)

$\cdot 3 \quad \lambda(u \vee v) = (\lambda u) \vee (\lambda v)$
 $[\text{Df } \lambda \cdot \supset. \lambda(u \vee v) = q \wedge x \exists [1, \bmod(u-x) = 0 \vee \bmod(v-x) = 0]$
 $\text{Distrib}(\cdot, \vee) \cdot \supset. \lambda(u \vee v) = q \wedge x \exists [1, \bmod(u-x) = 0 \vee \bmod(v-x) = 0]$
 $\S Q 11 \cdot 8 \cdot \supset. \lambda(u \vee v) = q \wedge x \exists [1, \bmod(u-x) = 0 \vee \bmod(v-x) = 0]$
 $\text{Df } \lambda \cdot \supset. \lambda(u \vee v) = q \wedge x \exists [1, \bmod(u-x) = 0 \vee \bmod(v-x) = 0]$

The text on this page is estimated to be only 6.76% accurate

$120^{\wedge} i^{\wedge} \_ ^2. u, v \notin \text{Cls}'q . \text{aeq } r): [\S N \text{f} 1-3 \text{ O} \hat{1} \ll \text{f Au} + ^v . =.$
 $3(6;c)3(6\text{fAM} . \text{c}\hat{\text{e}}\text{Xv} . \hat{o}\text{-f-}^{\wedge} = ^{\wedge} \text{I DfA O: } \gg . = . \gg [l, \text{mi}^?^{\wedge} \text{—} \&; = 0 . l.\text{ni}(v \text{—}$
 $\text{c}) = 0 . 6 + \text{c} = \text{ri}] \S Q \text{Pl} 1-3 \text{ O: } \ll \text{O. } \gg [l, \text{mod}(w + v \text{—} 6 \text{—} \text{c}) = 0 . 6 + \text{c} = \text{a}] \text{O.}$
 $l, \text{mod}(\text{M} + \text{t} 7 \text{—} \text{a}) = 0 . \text{Df}; i \text{ O. } \text{a} \in \text{Xm} + \text{v}) \text{J Ml A}(\text{aH} - \ll /) = \text{a} + \text{Aw} \bullet 12 \text{ rmod?}$
 $^{\wedge}, \text{rmo}(i^?; \text{f} Q . 3 \text{ X}(\text{u} + \text{v}) = \text{lu} + \text{Xv} ! \text{Distrib}(\text{A}, +) \text{j X '2 Xux}^{\wedge} \text{v } 3 \text{ i}(\text{?ex?}) - 2 \text{ 1}$
 $\text{X}(\text{aH}) = \text{a A?f} [^{\wedge} - 3 \text{ meNi} . 3 ; . (\text{w}^{\wedge} \text{''}^*) = \{ \text{Xuf}^{\wedge} \setminus \text{Oomm}(\text{A}, |^{\wedge}) \text{j} \bullet 31 \text{ meq} .$
 $^{\wedge} \text{eCls}'Q . 3 - \text{Ths} - 3 \bullet 32 \text{ aeQ} . 3 . ; i(\text{r} 4^{\wedge} \text{w}) = \text{al}(\text{iXu}) \text{—} ' \text{A A}(\text{—} \text{w}) = \text{—} \text{Aw}$
 $\text{jComm}(\text{A}, \text{—}) \text{t} / - 5 \text{ 0} - \text{e Xu} . \text{l' mod}^{\wedge} \text{eQ } 3 \text{ X/u} = / \text{Xu} \setminus \text{Comm}(\text{X}, /) \setminus \bullet 31$
 $\text{A/N,} = / \text{N, w}^{\wedge} \text{O} . \text{A}(/ \text{N,} + / \text{N,}) = (/ \text{N,} + / \text{N,}) \text{u}^{\wedge} \text{O}^{\wedge} 3 . ? / \text{fCls}'q 3 - ** \text{num?}^*$
 $\text{eN}^{\wedge} 3 - ^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} = ^{\wedge} \bullet 2 \text{ Vff eq } 3 - ^{\wedge} \text{^} \text{^} * = ^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} \text{^} \bullet ^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} \text{^} \text{O} - \text{V}^{\wedge} = ^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} \text{^} \bullet 3$
 $\text{Ujbsq} . \ll <; \& 3 - \text{K}^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} \text{^}) = \text{ct}'^{\wedge} \text{b} \bullet 4 \ll \text{f Q} - ^1 3 - ^{\wedge} \text{"Logw} = \text{"Log Xu} \bullet 5 \text{ Ailed?}$
 $^{\wedge} = \text{Medi}^{\wedge} \S 50^{\wedge} (\text{limite gc}^{\wedge} \text{n}\acute{\text{e}}\text{ralis}\acute{\text{e}}\text{e}) \text{u}, 7 \text{fCh}'q 3 - *^{\wedge} - ^1 \text{^} \text{^} = \text{Xu w d}'? / ^{\wedge}$
 $\text{i} \setminus \text{u Df} / 1 \bullet 1^{\wedge} \text{SAU} . = . \text{l'm} = : \text{X} . \text{—} \text{Xf}^{\wedge} (!^{\wedge} . = . 1 / ^{\wedge} = \text{—} \text{X}) \bullet 2 \text{A}^{\wedge} \leq \text{q}^{\wedge} \text{^} \text{^} \text{^} \text{^} \bullet 3$
 $. \text{l}(/(\text{v}/:) = \text{AusjAr} \setminus \text{Distrib}(\text{^}, \text{u}) \text{j} \bullet 31 \text{u}'^{\wedge} \text{r } 3 - \text{Au}'^{\wedge} \text{Ar} \setminus \text{Opcr A} \setminus \bullet 4 \text{aeq } 3 -$
 $^{\wedge} \text{H}^{\wedge} \text{^} + ^{\wedge} 0 = ^{\wedge} \text{^} + - 1 \text{" Ti A}(-\text{'ii}) = \text{"Aff J Comm}(\text{yl}, \text{—}) \text{j Ex. } \S \text{lini}(\text{v5 Dm. La}$
 classe Au est formée de la classe ?, Uy et de l' x et du — », lorsqu'ils sont la
 limite supérieure, ou inférieure, des tt. On peut lire Au par « limite
 généralisée des u >.

The text on this page is estimated to be only 1.30% accurate

-a "6 «i 'y . O. '^ ^^^i-iVé; <>d^ fv Sr«. « ..^;^-..A.r Ir^'+iV^...;,
^9; a. --4^^^" -/O '^(/2\:-^A^ '0^ ■/A-; ""'•' f^j;::f^>*. ""■'^'•'^Wu?::'^-
"m«o> •3f "4 , '*^^ O. •i htt " Int.. Un ('ftê. ^""Hh^lP-^'Oil^^" ■In. '^'eoiy
^^^b ■3« Va •^O/,, ""•//• ^f/.o,. rflfl '■"».. '-iv -^ '*'Pur "'jf "•-'fQ., tt) Of ffa
'««tire ûft ""•<;:■" <:-""".. C *«ej; I

VI FONCTIONS DÉFINIES

The text on this page is estimated to be only 8.05% accurate

fo-i 1 • Inverso » m i « virgule et point * §f)5 F « Fonction définie
* §56 Num * Nombre des, puissance infn * un infini » ^ôl £ « somme > §58
Chf * chiSi^e des unités * §59 H * produit * ^nO 0 < indicateur » §61 Nprf
* nombre parfait *, mMm

§53 I (inverse) f^{-1} a fie Cls . lie Ma .'^. $(ux)\backslash x = u$ Df | Le signe | est un signe d'inversion; on peut aussi le lire « par rapport à » . Soit u un signe de fonction f ; ux G>si une expression contenant x. Réciproquement soit A une expression contenant la lettre variable x; par $A\backslash x$, qu'on peut lire « l'expression A considérée comme fonction de ac », nous indiquons le signe de fonction u qui, écrit en avant de a;, produit la formule donnée A, Si l'expression ^ a la forme ux, on déduit la PI. Mais on écrit le signe X après une expression, dans le but de la réduire à la forme ux. Le signe | désigne la variable dans les opérations 2", 77, lim, D, S. P-2. « Soit A une formule contenant la lettre variable x; $\{ \backslash x \} A$ désigne le signe de fonction qui écrit après x produit l'expression donnée A ». Par le signe | on peut indiquer la substitution; car si A est une formule contenant la lettre variable a?, $y\backslash x A$ indique « la valeur que prend la fonction $\backslash \alpha A$, pour la valeur y de la variable », ou « ce que devient la formule $A^$ lorsque l'on remplace a? par y » . On peut remplacer un couple, un terne,... par un autre couple ou terne. Dans les formules $ux\backslash x \backslash x(x\text{ù}(y\backslash x)(xu))$, la lettre x est apparente. §54 $\hat{1}^{\wedge} a, \&, c, d \text{ f Cls } .3^* '0 aib = (x;j/)\3(xea . f/eb) \text{ Df } \bullet 01 (x;t/) e (atb) . = . xea . yeb \text{ Df } \bullet 02 aibic = \{ aiby, c = (x;y;\wedge)\3(xea . yeb . .;ec) \text{ Df } aib$ désigne l'ensemble des couples formés par un objet de la classe a avec un objet de la classe b (tandis que $a;6$ désigne le couple dont les deux éléments sont les classes a et b). On peut lire le signe i par « virgule et point » . $\bullet 1 \{ atb \} Z) (cid) . = . ar)c . \text{ f t}^{\wedge} d \bullet H \{ aib \} = \{ ctd \} . = . a=c . \&=d \bullet j 2 (atb) = (\&.d) . = . (a;b) = (c;d) r$

The text on this page is estimated to be only 2.80% accurate

■2 (au')lb = {a'JMelb) . ax{bud)=:{a\li)^(a\d) jDistrib(: , v){ ^21
(aMrm>^l) = {aib)^(cib)^4{aid)^{cid) 'il <Jt' : il/ := i: ^ t i ^ , ^ . a*; jç ^ ^ j; ^)
'^41 Padoa RdM. a<1900 L6 p,120 j §55 F (foriLttion définie) ■0 bYa =:
QM{Ua) ^ u3\xfa r ^ . , a y3\ (y:,x)Eu] : xsa * {y\x)EH. {y.x)Eu 3j.i/a- ?/^=^ i
Df '01 bYa ^ = Cls'(6:a) ^ ua[^rEa , ^3 ^ . uum , V3[(i/;:x:)ee*] ^ 1 { Dfp M 7/e
Î>F« , XEll r ^ , UT = 1 } f3[{ } J]X)Ell\ Df 'f n.nebFa ~)/. fi=r , z ^ : . refi , 3 ^ . ,
^ . x ^ î ^ jî Clh ^ iètfT) :=; < n ^ latîoiî entre les a et k ^ s & * . 6F« ^ tf n ^ atîoiî
f ^ titR' leH a et les ^ telle que A chaque objet a? de la classi ^ a corre ^ ivoud
un Nt'Ul objet de la rlasse à * . ■1 Dans THp énoncée, «aj indique Tobjct
correspondant à a: dans !a relation n.) JOKÉSaj706 Synopsis palma?
\tHa{heHeoshoiid\nip.2ll : * General ly N'* ih the composition of ii quanti
ties iii N * , I 'I mE ^ ^ .3 iinm(1*'v>/ F l'''//?)rcp ^ ml Dfp (!'''«* F l**'m)ii'îi
=z f in ^ rniutations de** nombres \-'m »f LUCA Faciuolo a. 1494 foh43 v. |
^ ^ J. • ■ ■ mFl'''70î * iIn = ^ * ^ vrratigementrt tiitiiples des objetc ^ î l''*7rt pris ît
â «* , M bfa=: ff3 ^ \bFa ^ r3 {xsa r) ^ , . ftr ^ rx) \ JJf de * f . par ^ F ^ . Dl ^

The text on this page is estimated to be only 29.21% accurate

•2 bFa ;3 hfa [Pli . §f loi OP] •3 H€ bta .3 ('^^) = f[bFa ^ 7'3(x€a .3^ . ux=voffj] Df t «,a' n'est pas un couple, mais une fonction de (w,a); et il serait convenable de l'indiquer avec une notation nouvelle, par ex. (uià . C. BuraliForti (Pl-3\ •4 as Ma r^ . (u\ a)=:2Z3\ 'Ka^x3[z={ux\ x)}\ Dfp = {uiV jX) |jf* a •2. Toute F est f. Nous parlerons donc des Fonctions sim, rcp, etc. Si Ton donne une opération f, la classe dans laquelle l'opération est définie n'est pas déterminée; car si l'opération est définie dans la classe w, elle est aussi définie dans toute classe contenue dans ii, par la §f P-2, et il y a toujours la x^ossibilité de la définir dans toute classe différente. P. ex. l'opération «mod» dans §modP*0 est définie sur les nombres relatifs ; en conséquence elle est définie sur les nombres positifs, et dans ce cas coïncide avec l'identité ; ensuite la même opération est définie sur les nombres complexes d'ordre quelconque, sur les substitutions, sur les vecteurs, et on est toujours en droit de l'employer dans des nouveaux cas, présentant quelque analogie, et jamais de contradiction, avec les anciens. En conséquence on ne peut pas parler de l'égalité absolue de deux fonctions f, ni du nombnî de ces fonctions, mais seulement de l'égalité relative à une classe déterminée. Le signe F a été introduit, dans ce but, dans F1899, en passant par le signe f. Nous en donnons ici, PIO une Df indépendante de f. La même question a été traité par C. Burali-Forti, RdM. t. 6 p. 142. La théorie des relations se trouve aussi dans S ch rôder, Aîgétñ\i der TAXjik t. 3 a. 1893, Russe 11, RdM. t.7]>.115.

The text on this page is estimated to be only 10.86% accurate

$0 \wedge 3-0 0 = \text{NumA} \bullet 1 \text{ asCls } .] 3- \text{Numa} = 0 . i = . -a a \bullet 2 x \text{ Num'Cls}$
 $. 3 0 : ^\wedge * \text{Df } 1 \wedge 4-0 1 = 7 \text{ Num'[Cls } f > a 3 (^a : x^\wedge ysa . '^\wedge x, y. x = y)] \text{Df M asCls}$
 $O- ' - \text{Numa} = 1 . = ^\wedge : 'Ka \setminus \text{œ}, yea r^\wedge x, y. x = zy + \wedge 5-0 x, ye \text{ Num'Cls } . 3. ; r + \hat{i} / = ^\wedge 1$
 $^\wedge s [a, 6 \text{ fCls } . \text{Numa} = x . \text{Num} \& i = i / . ar < b - = f \setminus r^\wedge a. h. ^\wedge = \text{Num}(aw6)] \text{Df } * i$
 $ap \text{ fCls } . fl^\wedge = y \setminus . 3 \text{ Num}(aw \&) = \text{Num } a + \text{Num } \& \bullet 2 \gg . 3. \text{Num}(aw6) 4-$
 $\text{Num}(a^\wedge) = \text{Numa} + \text{Num} \hat{o} '3 \gg \gg \text{Num}(aw6) = \text{Numa} + \text{Num}(6-a) \bullet 4 \text{ ir}, \hat{i} / , j \text{ f}$
 $\text{Num'Cls } .] 3- \wedge + 2 / = ^\wedge ? / + ^\wedge \bullet \wedge + (2 / + ^\wedge) = (^+ 1 /) + ^\wedge . 0 ' X = ^\wedge x . x^\wedge x + y \bullet 5 \text{ fUf}$
 $\text{Nura} * \text{Cls } . \text{as Cls } . 3 ' \text{Numa} = m + 1 . = : aa : jcea . ^\wedge o ; - \text{Num}(a - \ll a ;) = m X ^\wedge 6-0$
 $r \gg , \hat{i} / e \text{ Num}^\wedge \text{Cls } . '^\wedge . xxy = 1 \text{ J3}[a, te \text{Cls } . \text{Numa} = X . \text{Num} \& = ? / .] 3 \ll , \& - ^\wedge " =$
 $\text{Num}(\ll : \&)] \text{Df M } a, 6 \text{ fCls } .] 3- \text{Num}(ai \&) : ^\wedge \text{NumaxNum} \hat{o} \bullet 2 a \hat{i}, \hat{i} / , je$
 $\text{Num}^\wedge \text{Cls } . 3- xy^\wedge = ^\wedge yx , x(yz)^\wedge = . (xy)z . h 3 \hat{I} \& 'i'^\wedge ^\wedge *, 2 / \text{ f Num'Cls } . 3 ^\wedge i / = ^\wedge$
 $^\wedge 3 [\text{cip}^\wedge \text{Cls } . \text{Numa} = 1 X . \text{Num} \& = \hat{i} / . 3 \ll A - = \text{Num}(aF6) \text{ J Df M } a, 6 \text{ fCls}$
 $r^\wedge . \text{Num}(aF6) = \text{Numaf}^\wedge \text{Numft iufn}^\wedge 8-0 \text{ infn} = \text{Num}^\wedge j \text{Cls}^\wedge a 3 [a \text{Cls}^\wedge$
 $\text{U3} \{ \text{if } yx . u^\wedge : = a . \text{Num} ? ^\wedge = \text{Numa} \}] j \text{Df } \bullet 1 \text{ aeCls } .] 3 \text{Num } a \text{ f infn } . = . a \gg \gg \gg$
 $\gg \gg \gg \ll \text{ infn } \gg = : \ll \text{ un infini } \gg . \text{ Ces infinis ne sont pas tous égaux ; ils}$
 $\text{forment une Cls. Le signe } 00 \text{ du } \S 1' \text{ représente un individu. } \bullet 2 \text{ ae Cls } . 3$
 $\text{Numa s infn } . = . 1 + \text{Numa} = \text{Numa Dfp F liJ02 1L..JU } 9$

No ^ 9-0 No=: (Num^Cls)-infii Df •1 asCA^ .^. Numr(£ Nouinfn
•2 as Cls .3" Numrt £Nç .=/ .-^la .w: .rfa .^r. Nuina -= Num(awi/-) •3
NumN, = Num N^ 1 + « (X,fNo)rc-p] La condition Xunm = Xuni N'o est
exprimée par plusieurs A. sous les formes ^ l'ensemble a est dénombrable >
ou « il a la première puissance ^ . •i Num No £ infl [NONo . Xi-=No .
Num X^ = Num No] •3 xs Nuni^Cls . î/eNq . x^/ .^ . xe^^ Mi » » . x^ Num
No . XE iifu .^ . rr= NumN^ j G. Cantor JfM. a.1877, AM. t.2 p.813 : « M
étant un ensemble de la première classe, chaque partie intégrante infinie de
^ [a la même puissance » . \ ^ 10-i oœ^ , .3. //i+ NumNo = NumN, [Nj = (
l*m)u(7H+Xi^ . Numil--m)=m . Xum; ;/i-|Xi c=XumXy] •2 NumNo +
NumN^ = Num No [No = (2No) ^ i 2N0+I) . Num(2Xo^ = Nuiih2Xo+1) =
NumXo 1 •3 Num 11 = Num N^ [[/2-h(2.r— 2)Xs<?n.'rl|x- e (Xofn)rcp] [
(— 1)^rest(.c,2)Xquot(.r,2) \x s (nfNi)i'cp] •4 me No .3 />iXNumNo =
NumNo •5 Num(No i No) = Num No [[Oc+/yK.x+//+1);2-ri/] | { .x-; .y) f NV
NVXojrcp] I G. Cantor, RdM. a.1895 t.5 p.144 { •6 Num No X Num No =
Num N^ [=P-5] •7 Num R = Num No [R=Ni,Ni O- NumR^
NumNiXNumNi =NumNi . NumReinfn . P9-6 OP] •8 meN, O- (NumNor =
Num N, •9 NumjNofNo t [(0"72)|>^]*Noi = NumNo } G. Cantor AM. t.2
p.306: « On peut faire correspondre un à un les nombres algébriques aux
nombres appartenants k la série des entiers positifs » . ! V aMMUL

^ Il'l us Cls'q . Num?^ = NumNo . a,teq . a<ib r^ . a (a+Qy>(&— Q)'>-?<. JCantor JfM. a. 1874 p.258; AM. p.308: « Lorsque l'on a une suite infinie de nombres réels l'on peut dans chaque intervalle déterminer un nombre qui ne se trouve pas dans la suite ». j 't NumQ> NumNo [PiDP] •3 Num Q = Num q = Num 0 = Num (0-R) j G. Cantor JfM. a.1877 p.242 ; AM. a.1883 p.316 \ -i 21^ Num No = NumNo h Num No = Num (Cls'No) = NumQ •5 Num(qiq) = NumQ •6 7>i£Ni -D- Num(q F \"m) = Num Q j Cantor AM. t.2 p.315 : « On peut faire correspondre d'une façon complète et à sens unique un ensemble continu à n dimensions î\ un ensemble continu d'une seule dimension ». ; 4è 12. </£Cls'q .3 •1 Su'^H .3. Num/(e No u ^ NumNo w^ Num Q I G. Cantor MA. a.1884 p.488 \ •2 'Ku . Su =ti .3 Numn = NumQ I G. Cantor MA. a.1884 p.485 i •3 H ^ Su =y\ r^, Num// £ No u i Num N^ j G. Cantor MA. a.1882 p.51 ; AM. a.1883 a.373 : « Tout ensemble de points isolé peut être dénombré. » { •4 Num OU = Num No .3 Num^^ = Num N^ S G. Cantor MA. a.1882 p.51 ; AM. a.1883 p.374 : Si le dérivé F d'un ensemble de points P peut être dénombré, P jouit aussi de la même propriété. Bibliographie: Vivanti F 1895 p.71.

The text on this page is estimated to be only 22.56% accurate

132 §57 2[^] (somme) f+ * 1-0 /HfN,./feqfl-(m+1) O. ^{ni-l)=fl.
 $Z(f, 1-(/i+1)) = ^(/; 1-m)+/(m+1)$ Df •01 Hp-0 O. /•1+/-2+...+/m = ^(/; 1-m)
Df iœ3[gf (uf 1—Num^^)rcp r^ . x= 2!(fg, 1—Numiej] Df •2 lis Cls . /£ q f
î^ . Num[?^ (V3{fx -=0)] £N, . 3^(/;?0 = 2:[f, i(/^x3{fx^=0)] Df •3 lie Cls'q
. Num^fc eN, .]3- -^^^* = 7 aT3[ff (u f 1-Num /^rcp O/^ . ^= 2;(/; 1-Num?
^)] Df A ne Cls'N, . Numw £ N, . /fe (Nof^f)sim Q. 2:(/;^*) = 2:(ru) 2\fiU)
indique la Homnie dc8 valeurs de la fonction /", lorsque la variable prend
les valeurs appartenant à une classe u, La P*0 définit par induction S{fyl"-
m). La P'Ol introduit la notation /!+... +/w, commode dans quelques cas,
mais insuffisante en général. Car par ex. 1-I-2+...4-1 indique la somme
d'une suite, dont on connaît le premier, le second, et le dernier, sans
connaître les autres termes, ni leur nombre. La P-1 est la Df de 2l f,u), si ti
est une clavsse finie. Cotte somme est la valeur constante de 2!(fy, V"
Numw)» q^®^ ^^^ «oit l'ordre (/ des u. P'2. « Si la classe u contient un
nombre infini d'individus, mais si le nombre des individus de la classe u,
auxquels correspond une valeur non nulle de fj est fini, alors ^{f,u^ indique
la somme des valeurs de la fonction /"♦ lorsque la variable prend dans la
classe ti les valeurs auxquelles correspond une valeur non nulle de f. » P*3.
«Soit u une classe de nombres, en nombre fini. Xu indique leur somme » .
On rencontre le signe S dans Lagrange a. 1772 t.3 p.451. n Dans la notation
^r /)' (^Cauchv) le signe 2" porte trois indices w,?i,r. m ^ 2. f/isN^ .f,g£ qfl-
m . aeq .^i •I 2:[(fr^g7l\?l""m] = 2:{f^-m)+2:{g^""m) ÎDistrib(^,+)| •2 2:
[{axfr}\? V""m] = a2:if, 1-vh) \Comm(aX.2:)\

The text on this page is estimated to be only 24.70% accurate

$1+2+3+\dots+m = \frac{m(m+1)}{2}$ • 2 2: [{2r+1} \r, 0''m] = 1+3+5+...+(2m+1) = (m+1)* j M--2 Pythagoras ; Voir Theon Smyrnaeus p. 27, 28 j • 3 2: [r(r+1) \r, V''m] = m{m+1}{m+2}/3 ! Aryabhata P2] j [32tnr+1) |r, l'in] = 32-[ir+1)(r+2) |r, O-(m-1)] = v.[(,.^i)^,._.2),>+3) - r{r+1)(^r+2)] |r, 0-(m-1)l O- P] • 4 2:[r{r+1){7*+2) |r, 1-/m] = m{m+1){m+2){m+3)/4: j ALQâCHâNÎ a.1589 p.247 j Continuation : §7/3-i • 5 2: (V''mf = m(m+1)(2H+1)/6 ^r(r+1) \r, l'-m] — 2'(l---m) = w(m+1)(7H+2)/3 — mvm+1)/2] j ArCHIMEDES Ilegl "HXixœv PIO ; ARYABHATA P22: « Le dernier terme, celui-ci plus 1, celui-ci plus le nombre des termes; du produit de ces trois nombres prenez le sixième, c'est le volume de la pile des carrés. » j • 6 2: (1-mf = [2:(V''m)Y Z {l'-mf a été trouvée par les arpenteurs romains: et la valeur en a été signalée dans le Codex Arcesianus. Voir M. Cantor a. 1894 t.1 p.519. j Aryabhata P22 j [rfN, 0. 7-8= (r— 1)r(r+1) +r . Pl-4 O- P 1 • 7 2i;(2r+1)*|r, 0-m] = (m+1)(2m+1)(2m+3)/3 • 8 2:i {2r+1)y, 0''m\ = {m+1)\2m*+4m+1) I Ibn Albanna a.1369 p.5,6 : Sommutation des carrés de la suite des impairs: Par la multiplication du sixième de celui qui la termine [27/1+1] par le rectangle de deux nombres consécutifs après lui [(2m-f 2)(2//i+3)]. Et la Sommutation des cubes: par la multiplication de la somme de la suite par son double moins un. • i s, = 7i {7i+1)(27i+1) {Sn^+3?i —l)/30 (ALQâCHâNÎ p.247; Fermât a. 1636 t.2 p.69 : « Exponentur quotlibet numeri in progressionem naturali ab unitate; si a quadriplo ultimi, binario aucto et in quadratum trianguli numerorum ducto, decimas summam quadratorum a singulis, iiet quintuplum quadratoquadratorum a singulis. » |

The text on this page is estimated to be only 13.76% accurate

$134 s, = \langle \backslash H + l \rangle (2 \langle ' + 2n - 1 \rangle / 12 s. = n_{in} + lX2) i + l [3n \backslash n + lf -$
 $(jin^* + 3n - \backslash) y - i2 s, = n \backslash n + lf [SnXn + lf - 2(2n^* + 2n - l)] / 2i j$ Wallis a.1655 t.1
p.381 | .s, = $n \{ n + lX2n + l \} [bn \backslash ii + lf - lO \} i \backslash n + lf + 3(; i) i^* + 3n - l] / 90 s, = \langle ' (n + l)^*$
 $[2H'(?i + l)' - \hat{o} > i' (n + l)' + 3(2 \langle ' + 2rt - l \rangle) / 20 s, ^ = zn \{ n + lX2n + l \} [Sn \backslash n - ^ lf -$
 $10n \backslash n + lf + rtn \backslash n - ^ lf5(3n^* + 3n - 1)] / 66 s,, = n \backslash n + iy [2ii \backslash n + lf -$
 $8nXn + lf + lH \backslash n + \backslash f - 10(2/i' + 2n - l)] / 24 t$ Jac. Bernoulli a.1713 p.97 j
Continuation: §B 'i • 2 .-?, = . s, ' os» = .s-, (6.s-, — 1) 3s, — 4(.sv' — s, 7,s, =
12.v, — 5s. .%+. % = 2s, ' I Jacobi, cfr. Briefioe chael zvo hchen Gansa und
Schu/wiacher t.5 p.299 a.1863 j 9s, ' = sA8s, + l) 3s, = s. '(4s - 1) s, = 4s, '-as, '
12(s,)' =: 16.s — 5s. -hs, j Amigues AmiN. s.2 t.lO; MM. a.1894 p.29 p.136j
2s, = 4s, ' — 3s, ' + s, ' 2s, = 3s, ' — s, ' | LucAS a.1891 p.249i 3s, = s, '(6s, » - 4s, + l)
s, = 2s, '(s, - 2) + 3s, ' 3s, = 8s, 's, (s, - l) + 3s, 5s, = 4Sj' [4s, '(s, - l) + 4Sj — 1] Ils,, =
4s, » s, (12s, ' - 20s, + 17) - 25s, = s, (48s, * - 80Sj' + 68.Sj » - 30s, - h5) 33s,, = 4s, 's,
(36s, » - 10s, + l) - 75s, 3s,, = 16s. ' - 32s. ' + 34s. ' - 15s, =
s, '(16s/ - 32s. ' + 34s, ' - 20s, + 5) ^ 5M 0£N, .3 vj [(a + r)(rt + / - + l)] | r, l - rn \ =
/(rt + l) - / (a + > / , + l) [Hp . «N, .3 / [{ « + rX« + » - + l) l = ; (« + » •) - / , « + r + l) O - P 1
Continuation : §// 2*2 « 6. r | \ 7« + r - l - v7« - f - l) : > + l ^ w .3 i" 1 Kx. §lim 20-2 ^
7-i //£N, . X£ q - el Q. - i' (.x" | r, O" * ///) = (.r" " * — l); (.r — 1) J AHMÈ8 N.79:
7 [-49 + 343 + 2401 + 10807 = 7\2801 = 19607 Xofe. Les nombres 7, 49, ...
sont les puissances de 7; on ne voit pas d'où

The text on this page is estimated to be only 15.89% accurate

$\frac{1}{r}$ 135 TA. a tiré le nombre 2801; ni, selon Kisenlolir, il provient de la division $7' - IV'^7 - 1$), alors on a la formule précédente. ! Une nouvelle arabe de Alsephadi, relative au jeu des échecs, contient la somme des puissances de 2, de 1 à 64. Elle est reproduite dans l'original et traduite par Wallis t.1 p. 159. $\frac{1}{t} \cdot 7^{>0} \cdot \frac{0-v}{i} = (ft)^* \cdot \frac{a}{a} \cdot (b-c)$; Euclid IX P:3 $r > j^8$. me N,4-1. $\frac{1}{v}, a \cdot q \cdot fl - m \cdot 3 \cdot I \cdot J \cdot x^{Iv}, V^n$) X $^{(?, " : r, 1-m)} - [2: \{Jj/r, 1-///\} J = \frac{Z}{a}, air) \cdot V - Jf \wedge \wedge, (r+) - nt] | r, 0 - (//? - 1)1 \setminus$ Catalan JdM. a.1578 s.: t.1 p.240 $j^{10} \cdot 1 > i \cdot Ni \cdot as \setminus i - n \cdot 3 r^{.r3} [r^{**} + v(a, a^{***}) > \setminus 1 - (?) = 0] \wedge n^{11} \cdot //?, ; / \cdot N, \cdot r \cdot (0-9) f(-m - vO \cdot 3 \wedge, \ll, ! \cdot - \wedge 1 \wedge 0' \wedge -1 \wedge -1 - \wedge m = -S'(\ll; X^* | r, - /// \bullet \bullet ; ?) Df Le$ développement d'un nombre rationnel selon les puissances positives et négatives de la base (>0 se rencontre chez les astronomes babyloniens et les comètes «recs (voir §;rl-8); elle est encore en usage dans la division des angles et du temps. Repinmontanus (a. 143 ($>'^{147}(\hat{i})$) en supposant le rayon du cercle trigonométrique ^{10} , a supprimé tout signe pour indiquer la partie décimale d'une fraction. Cardano dans sa *Practica Arithmetice*, Mediolani a.1559, fol. I) iii v. a remarqué l'utilité des fractions décimales pour l'extraction des racines carrées et cubiques, ayant observé que $r, ; / eN, \cdot 3 \cdot vp/$. — $X - \ll Ev | (X - "ir/) < X - " \cdot \wedge y^i - X - \wedge E' \wedge X \wedge W / < X - n$ François Viète (a.1579) dans son *Canon Mathematicus* la partie décimale par des chiffres plus petits et soulignés. Il écrit 314,1 59, - $\wedge \wedge j$ ce (que nous écrivons 314 159-265 35. Il a aussi exposé les avantages des fractions décimales {unirer Hollum inspectiouiinf etc. p. 17V Simon Stevin dans sa *Dumet* (a.1585\ écrit ip.2081 941 (V) 3 (T) 0 ■ iT) 4 [$\wedge$ ce (que nous écrivons 941 •;m.

The text on this page is estimated to be only 15.62% accurate

Joost Bilrgi i a. 1.552 " 1632 1, selon Keppler, a séparé la partie, entière de la partie décimale par un ang^le droit (voir Mercator §log 4"1), ou par un point. Le point en haut est d'usage commun dans les traités anglais contemporains. Selon cette notation, ou supprime la partie entière, lorsqu'elle est nulle. Dvr iH^ 12M a,b,HeNi ■ D(«,')=1 O1 [l-iab)]" '{ah) - v (l-a)" 'a - i (1-ft)" b s N, { Staudt Jfil. a.l840 t.21 p.:J72 !! ^ 13M HfiN, .3. v|;.!r \r, l-;i| = («+1)!— 1 •2 O- l]>/{r-\.l)\ \r, l-»\ = l-/ {»+iy. [«x\i .D. r{r+iy.(r+iy(r+2y. = ,V! -I{r-L2)< .3. P] •3 vj(2r— !)(;•! '>") \r,l-)i\ = 1— /(/?!2") [«N, -D. (2»'— 1 1,(/-! 2'-) = ,'(«•— 1)! 2^-'] — (»•! 2^) .3. P] C ^ 14. //(,«£ N, OM :i;[C(/«+r,r)|r,0-«] = v[C(//<+>- , »()!•, 0-//I = C{m+n+1,n) I Tartagua a.l523; General trattato etc. a. I.ô56t.2 p.l7: [§C-3DP] «... la prima prof^ressione viene ad essere uii'unità per termine in qiesta forma 1.1.1.1.1.1.... rultimo termine di eiascuna di dette progressioni viene ad esser la sunnna délia aneiana progression... »| •2 //^N, .3 C(///+n, k) = v[C(m,r)x C(n, k-r) \r, O-ft] •3 C\nun) = v[(-1)'C(a/? +1,/?->') |>% 0-/i] •4 l\ V\m;r)\r, 0-m] = 2(C, é/m i 0""m) = 2"" UIERKiONE a.l644 t.2 p.l22: «Trouuer l'aggregé de conionctions faites en toutes manières. Soit faite une progression en raison double commençant à l'unité, qui ave autant de termes qu'il y a de choseii proposées, et de la somme de tous les termes soit soustrait le nombre des choses, le reste donnera le requis. »| ■n l\Ci,u,^)\s, fO->»/«(2N,,)| ^ viC(u,.s)|.s-, (0-m)t2X,,+l)i = 2"j Jac. Bernoulli a.171.3 p.l04i •6 fi»E GN,, .3 l[C(>ii, r) \r, (0-///Km j = (2""+2) 3 ?//£ 6N,,+1 w 6N,,+r) .3. » = (2""+1) 3 nie GN,+2 « 6N,,+4 .3 » = (2""-1) 3 me 6N,,+3 .3 » = (2""-2)/3 •7 fflgq . »£N. .3 l\{-iyV{a,r) \r, 0-»j = (-1)"C(a— 1,;?-1) •8 v!(— 1)(2///+1— 2y)C(2//?+l.;') {r, 0-,n[=0

The text on this page is estimated to be only 19.95% accurate

m^{15} . a,bjC,X£q . $m^{néNi}$.3La PI exprime la « formule du binôme ». Voir §C. j TschHU ScHi KiH a.1303 : Stifel, Arithmetica integra, a.1544, liber 1 c. 5; Tartaglia a.1556 p.73: «Se una quantità sarà divisa in due parti, come si voglia, il cubo censo censo di tutta la quantità $L^{(++)^*}$ »emprc sarà eguale a questi 13 principali producti, eioè al prodotto del cubo censo censo della prima parte $[a^{**}]$. Et al prodotto 12uplo del terzo relato della detta prima parte via la seconda parte $[12\ll 6]$. Et al prodotto del 66uplo del censo relato della detta prima parte via il censo della seconda $L66rt^*\otimes 6^*1$, et finalmente al prodotto del cen. cen. cen. della seconda parte $[6^{**}J...$, et con tal modo potrai procedere in infinito. »! •2 $(a+bp+i = a[v(— 1)^* C(2/?+1, 2r) a^{^-'V |r, 0-n}] -f b[l (-1)^* C(2n+1, 2r) a'b^{^-' |r, 0-n}]^{\bullet 3}$ $(a+bf^{\wedge} = [v(\sim lK C(2;?,2r)a^{''-*\&'>\% 0-;\wedge]^* + ab[:i(' -lY C(2n,2r+1) a^{*-}$ $"\sim b^{''})\backslash 0-(>?— 1)]' \bullet 4 (a+\&r== v\{[C(n,r) (a+/rr-'&(\&-rc)^{***}] |r, 0^{''}n\ j$ Abel a.1826 t.1 p.102 j •5 $?n < n .3 :^{\wedge}|(— l)T(n,r)(a+rft)^{''*} |r, 0-nj = 0 \hat{=} EULER$ a.1743 CorrM. t.1 p.264 | •6 $(1+^{++^{''*}} = y\backslash(x^{'''}-^{''}+x^{'''\wedge}) X^{\wedge}[C(//^{\wedge} r+2s)$ $xC(r+2s, s) |,s, 0-//^{\wedge}] |r, l-/>^{\wedge}t + ^{'''} X\backslash C(m, 2s\} xC(2s, s) \backslash s, 0^{''}tn\ J EuLER$ a.1778 PetrNA. a.1794 t.12 p.47 j ^ 16. $wv?£N,.;3. \bullet 1 \{m+l)2(l-nr = (^+l)-$ $+i_{\underline{1}} - vjC(>i+l,r)X^{(l-;0' k, 0-(//^{\wedge}-l)i S\backslash I[C(m+iy)\}ir \backslash r, 0---(w— 1)] |,s-,$ $V'-vl = 2'l[(l+.s)^{''}+i— ^w+lI^{*?^{\wedge}}— .v^{''''} + i] |.v, l--v?\{ = j Pascal a.165;")$ t.3 p.309 { •2 $l\backslash[C\{n,r)Y \backslash r, 0-n\{ = C(2/^>0 \hat{=} Lagkaxge a.1770 t.2 p.182i [$ PU-2 . $7nz=n=k O- P] \bullet 3 i\backslash(-inC(2n,r)]' \backslash r, 0^{''}2n\ = (-l)'X^{(2/^>0 \hat{=} Cesàro$ a.1884 Mathesis t.4 p.23i;

The text on this page is estimated to be only 9.25% accurate

\ Dixon Mm. a.1890 t.20 p.79 j •8 v[[C(«r)]"]»|r, 0-»j £ («+l)xN. î
ViVANTi Zm. a.1888 t.33 p.3r)8 j •6 ni = l\(-irC{n,r} (h-/-)" [r, 0-,i\ î
EuLEU PetrNC. a. 1768 t.13 p.28 { •7 v(i...,) = K[^iY^c{n,r}'r \r, \-,] \
JoH. Beuxollli a.1740 CorrM. t.2 p.3ô | •8 l]{-ir^C{n,r}'(n-hr) \r, l-n\ =
((2/;+l) V{2ti,n]) (Wallis a.16ôô p.425: L — L — ^ ^ 2,11.2 •2 s 2.3 ... et sic
deinccps .. a 4 ^ 5 ~ 3 4 . 5 ' 4 1 .2.3 4 . 5 . « . 7 •9 Numr(N,, F 1->H) «
.r5(v;; =;,)] _ C(/,-f/,_1, ,,) I Fkénicle Pari.sM. a. 1(593 t.ô (p. 101 de l'éd.
de 1729) j Les objets dont ou prend ici le nombre, s'appellent «
oon.binaisons avec répétition des nombres l-m,n k ii y . Np ^ 20-i Oie Np .
/t£N. . ,n> //+1 .3. v (i-,,,)» g ^ .X/y/ I LiONMET ; voir Catalan BelgiqueM.
t.46 a. 1886 p.14 • mp * 2\-\ VS^^.beQ-(p-\)FO-,.,a=:L(b.p\r,0-,.) .3 mp(p/d)
= (a- v^)'(^;-l) ! KuM.MEK a. 1852 JfM. t.44 p.llô | nt ^ 22. pe Np . ;)>3 Q.
•I nt V [i-(p_i)] £ ^/xN, I O.sitoiiN a.1892 Mm. t.22 p.51 • •2 nt V (i...(p_i)|»
£ pxi^-^ } ai^^,sHEiî a.1900 QJ. t.31 p.337 (E ^ 23-0 ^^eQ . a£N, .3 2'
[E(.r+r/«)]/s 0-(«-l)j ^ E .^;r) Beutuaxd Arithiiu'thiHC a.18ôl p.109 • •01
/«»,»£N, 3. y>/. = s\i:(,,,\r)n \r, 0-(/<— 1)] [un u, u) \ (.r, «I PO .3 J'] •1
.^eq . rtcN, . -3 [J?X(l"v<)]«n 3. Vj (E /-r) |y, 1-rt! + ^^![E(/-A)] |r. 1-E ,u-\
.= nV.nx ! GAUS.S a. 1808 t.2 p.7 ! \

The text on this page is estimated to be only 16.67% accurate

•i œer .3 $E_x = j:j[E(a:/2' + /2)] |r, N, j = E(v/2+/2)+E(x/4+/2)+... I$
 Cesàro Excursions Arithm. a.1885 p.36 j •3 o,&£N, . $D_{vr}(2a+1, 26+1) = 1 .3$
 $v|[Er(2a+1)/(26+1)l|r, l-6!+vj[E; <26+1)/(2«+1)l|'-, l-ai=a6 I$ Gauss a.1808 t.2
 p.7 j •4 rt,6£N..3. $ld\{ap\}—b-\backslash-l\backslash^{ah/b}\backslash h, l"-h\}\backslash-i[Y\{— ah /b)\backslash h, l-"h\ \$ 24-0$
 ve Np . «£N, Q. $mp(p, «!) = ^{[E(a/p')] l", N.t j$ Legendre a.1830 t.1 p.11 j
 Med 9jf 25. »eN, .a7£qfl-n.a,b£Qf 1-n 3. •I [2:(<»,1 •••>?)" /» £Meda;'(l-«)
 =: « moyenne arithmétique des x » . •2 $^{(a,Xic^{|r, l-«) / ^{(a, \backslash-n) e}$ Med
 a!'(l-«) =: « id. avec les coefficients a » . •3 >J [2:ia% l-n)/»] £ Med «'(1 -n)
 =: « moyenne quadratique ». ! Cauchy a. 1821 p.371 { §58 Chf (chiffre) ^
 -0 ;r£Q 3. $ClifJ7 = EX/5X-'ar = X)8X'''Eic = Eic— XEX~'a! = rest(Er.X)$
 Df "Clifa;» qu'on peut lire « le chiffre de a; » , représente le chiffre des
 unités de X, dans la base X, que nous lisons dix. Kn conséquence, Chf(X"
 .r) signifie «le chiffre qui suit de n places le chiffre des unités ». Le symtwle
 «Chf» est tiré du français; car liêqjga iPlanudes) ^ cifra (Stifelins; ^ cyphra
 (Euler) signifie 0. •I xeQ, 3 Chfa;£0"9 •2 ChfN,' = <0oav.a.j<5wt6-/9 a£
 (2N,)-(5N,) .3 Chf«*=6 rt£ N,-{2N,)-(5N,) .3. Chfrt'=l •3 a£No .3: ae 2No
 .=. Chfa e 2N,, : as 5No .=. Chfa £ 5N,, rt£3N,, .=. $v[(ChfX-'VO |y, N,,l £$
 3N,,

The text on this page is estimated to be only 16.27% accurate

as UN, $\therefore v[\text{Chf } X \sim ''a \mid r, \text{NJ} - v[\text{Clif } X^{-'}- 'a \mid r, N^{\wedge}] \pounds \text{lin af } 4N_o$
 $\therefore \text{Chfa} + 2\text{Chf } X^{-'}a \text{ s } 4N, \text{ as } 8N, \therefore \text{Chia} + 2\text{Chf } X'^a + 4\text{Chf } X^{-}a \text{ e } 8N,,$
 •4 «,6e N, Q: aebxN, $\therefore v[(\text{Chf } X^{-'}a) \text{ xrest}(X') \mid r, \text{NJ} \pounds \text{bxN}, ! \text{Pascal a.1654}$
 t.3 p.312 j Ces formules expriment les < caractères de divisibilité des
 nombres ». •4i afisN, Q. $\text{rest}(a,6) = \text{rest} \hat{v}[\text{Chf } X^{-'}a \text{ X rest}(X'', 6) \mid r, N_o], 6\hat{I}$
 •5 a,n£N, O: $\text{Chf } a^* = \text{Chfa} \cdot \text{Chfa}''^* = \text{Chfa}' * \text{Chfa}' = 6 \therefore \text{Chf } X^{-}V \pounds 2N, +1$
 me $(4N_o M 4N_o + 1) \text{ O- Clif } X^{-'}7^* = 0 \text{ me } (4N_o + 2)w(4N_o + 3) \text{ O. } * \ll 4 \bullet 6$
 $\therefore \text{reQ } Q: \text{ireR} \therefore a (^{\wedge} > ^n) 5[\gg i, ??eN, : \text{pe m} + ii, 3^{\wedge}, \therefore \text{Chf}(X'^a?) =$
 $\text{Chf}(X^{\wedge} ''a;)] \hat{I} \text{Wallis a.1685 t.2 p.364 : «... post processum (Reductionis}$
Fractionum vulgarium ad Décimales) aliquatenus continuatum, redeunt
iidem numeri, et eodem ordine circulantur quo prius... semper, si non citius,
post tât locos uno minus quot sunt in Divisore unitates ». I Sibt-el Mâridini
 a.1500 (BM. a.1899 t.13 p.33) a rencontré quelques fractions sexagésimales
 périodiques. Wallis a. 1657 (t.1 p. 224) a calculé quelques fractions
 décimales périodiques ; mais il a énoncé les principaux thé-orèmes
 seulement dans *Touvrage de l'a. 1685*. •8 a?eR.dtee $(2|^{\wedge} N_o)X(5|^{\wedge} N,) \text{ Q. } .r =$
 $E.r + vj\text{chf} .rX' \mid r, l\text{-max}[\text{mp}(2.\text{dt};r), \text{mp}(5,\text{dU};)]!$

The text on this page is estimated to be only 15.43% accurate

§7)9 n (produit) /7(/; 1-1) = fi . nif, i-(m+i)) = n(f, i-m)xA'>^+i) .
(/7, x,i) I (2:;+,o)§vpi •5 />i£N^ . /*£ q f l-//i O: //(/; 1-m) =0 .— . Os f l''m
Df !^ 2-0 nieH^r). m\ = n\'m Dfp mp M as N, .3- ^^= ^ ! [^ nip(a7,a)] |^,
Np j •2 » Nara(N,^a/N^):= /7j[mp(a?,a) + ll|a7, Np j jWALLis a.l685 t.2
p.498: « Si fiât Xumeriis, ex continua Multiplicatione quotcunque
numeratorum Primorum (iiiiter se diversorum) aut quaruravis Potestatum
talium Primorum: Numerus Divisorum numeri sic compositi, componitur
(continua multiplicatione) ex Primorum illorum, eorumve Potestatum sic
compositarum, Exponentibus, Uno, sin^latim auctis. » I •3 as Cls'N, . au r^,
Dvrw = n\\a^ min mp(a?,^0] 1^? Npj •^ , Numt^eN, .^. mi^ = max •5 a,teR .
2}£ Np . //leNi .3 rap(p,a) = mp(p, nta)— mp(p, dta) Df §mp 1-1--4-6-7 oe
R** .=: xs Np .3^- mp{ir,a) e nx/>i ThsM -3'^ i: ^ 3-1 />i,;2£N, .3 (n +
2)2:j[/(r+ 0''v?||r, 1-v/^| -:= /7[//i4- 0-(m hl)] [Fermât t.l p.341 : « In
progressione naturali, quae ab unitate sumit exordium, quilibet numerus [m]
in proxime majorem LX(w-hl)] facit duplum sui trianguli [^2x(1+2+ ..-}-
tn)J; in triangulum proxime majoris, facit triplum suae pyramidis; in
pyramidom proxime majoris facit quadruplum sui triangulo-trianguli ; et sic
uniformi et gênerai i in infini tum mothodo. » j •2 aeq r^ . />zv[/77(a+r+0-
m) |r, l''n] = 'n(a+V''m) — 77(a+;?+1-v/0 [Hp . 7W=1 . §2'P5i o. Ths (1)
Hp . mI\ 'n\ a-[-r-[-()-m\ |r, \-n\ = n\ a-{-l''m) ^ n\ a-\-n-^-\''-m) O(m+l)i';
'/7[a+r+0---(w-l-l)l |r, l---??! = I,[ll {a+r-\-Q'''in) —

The text on this page is estimated to be only 13.18% accurate

$\text{in}[a+r+l---i7\ddot{i}i-'-:-l)] \backslash \backslash l'-n \backslash = ;//7(</-f l'-m) \text{---}, 77(rt+//+l--7w.);$
 $m \text{---} \backslash \text{in}[a+2-'i7n+l)] \text{---} \text{in}[a+)i+2"- \{m-\backslash-l\} \{m=n[a-^{\wedge\wedge\wedge} \text{---} //7[\ll+ \ll+1--(m+1)]$
 $^ (2) (1) . (2) . \text{Induct O. P]} \bullet 3 \text{ US } (q\text{-il})fl\text{-}/i .3. j \text{ Nicole ParisM. a.1727}$
 $p.257 j \ast 4. \bullet 1 m N,+1 . xe Qf 1-\hat{A}i .3 /7[(l+x,)|r, 1-vi] > 1+ v(j;, 1-n) \bullet 2 \gg$
 $\text{are } (9 f 1-n .3 n \{(l'-x,)\backslash r, 1-n\} > 1 \text{---} v(a;,l'';i) \bullet 3 m^{\wedge}, . a,be Q f 1-\wedge i Q.$
 $'*J/7(a,l-n) ^ v(a,l-n)/n . n(a|^{\wedge}\&,l---n)^{\wedge}iX^{\wedge},l---n)^{\wedge} v(\& a,|r,l''v0/v(6.1---/?) ^$
 $5-0 meN. . ae N,F(l-v>0 O- (-Ta)! \pounds ^{\wedge},xn\{al\} ^ 6m m,^i8N, . ae rFV''m .3.$
 $(va)^{\ast\ast} = l[nl/n(u\backslash, l''m)\backslash Xi7(a,.|^?/.,. |r, 1-m) \backslash u, (N,F l-m)^{\wedge}i\ll 5(2<e=i) \{ i$
 $\text{Leibniz a.1678 ?; voir Mss. Math. III A 3 foL16; MathS. t.3 p.175,192; t.5}$
 $p.380; t.7 p.178 j j \text{ Bernoulli Joli. a.1695, (Leibniz MathS. t.3 p.181):} \ll$
 $\text{Esto... polynomium quodeunque s-}\{-x-\sim t/-\backslash-z \text{ etc. elevandum ad potentiam}$
 $\text{quamcunque } r ; \text{Dieo coefficientem termiiii } s^{\wedge} j^{\wedge} y^{\wedge} z^{\wedge} \text{ etc. fore } r . 7' \text{---} 1 . ?$
 $\bullet \text{---} 2 . r \text{---} 3 . r \text{---} 4 . \dots 1 ^ 1.2.3.. .\ll X 1.2.3.. .6X1. 2.3.. .cX1.2.3...e \& \ast 7.$
 $\bullet 1 aeN, .3 2:(NAa/N,) = //(|[jtfnip(a7,a)+1]--l]/(^--l)\hat{l}^{\wedge},Np) = II\backslash 2:[x''r, 0-$
 $mp(.r,a)J \backslash x, Npj ! \text{ Wallis a.1658 t.2 p.814 :} \ll \text{ Si duorum pluriurave}$
 $\text{numerioriim prniorum potestates quaelibet invicem ducantur, factus}$
 $\text{partibus suis aliquotis auctus, aequatur facto ex coniponentibus parti uni}$
 $\text{suarum aliquotaruin additione auctis} \gg . 1 y$

The text on this page is estimated to be only 17.88% accurate

§60 Çp Dvr Nura - $\wedge a, 6\mathbb{N}, .3 \bullet 0 \ast a = \text{Num} | 1-a \wedge \text{ir3}[\text{Dvr}(\wedge, a)$
 $=:1] j \text{Df} \bullet \text{OJ } 01 = 1 . 02 = 1 . \ast : i \wedge 2 \dots -02 0a \text{ s } \mathbb{N}, \text{ Euler a appelle (a. 1760)}$
 $\wedge a$ « numerus partium ad a priniarum », ensuite, .PetrA. t.4 II a.1780 p.18 il
 Ta indiqué par jra . \je symbole $\wedge a$ été introduit par Gauss, a. 1801, Werke
 t.1 p. 30. Lucas a.1891, l'appelle «indicateur», nom introduit par Cauchy 8.1
 t.6 p. 124 dans une signification quelque peu différente. Dvr -1 $\text{Dvr}(a, 6) ==:1$
 $.3. 0\{ab\} = \{0a \setminus 0b\} \bullet 2 \text{Dvr}(a, 6) = 1 .3. (\text{of}^{\wedge\wedge\text{ft}}) \text{--- } 1 \mathbb{N} \& \mathbb{N}, \text{Np } "3 \text{aeNp } 7^{\wedge}.$
 $0a^{\wedge}=:a \text{---} 1 \text{ n } "A 'A \bullet 5 \bullet 6^{\wedge}(\ast, \mathbb{N},^{\wedge}a/\mathbb{N},)=a 0a = /7S[\text{af}(\text{mp}(a?, a) \text{---} 1) \times \text{Oï?} \text{---}$
 $1)] 1^{\wedge}?, \text{Np}'^{\wedge}a/\mathbb{N} \hat{=} \text{Gau.ss a.1801 t.1 p.31 j } \bullet 1 \text{--4-6 Euler PetrNC. a.1760-61}$
 t.8p.85-103i

The text on this page is estimated to be only 24.35% accurate

§61 Nprf (Nombre parfait) $V^* \wedge Nprf = N, r > ^5 S^{\wedge} = v N, r >$
 $[.r/(N,+1)] \hat{=} Df$ La notation $Nprf =:$ (Nombre partait) = izéXeioç dgiOfioç) a
été introduite par M- Nassô RdM. a.1900 p.52. •1 ms
 $t2ui^{\wedge}t6^{\wedge}ilurdsjtnul9uSlut6l .3 2^{''''}H2'' - l) \text{£} Nprf \bullet 2 m, 2'' - l \text{£} Np .3 2^{''''}H2'' - l)$
 $\text{£} Nprf \hat{=} \text{Euclides ix P36} \hat{=} \bullet 3 \text{ as } Nprf r > 2N, . = . a Np^{\wedge} m3[2'' - l e Np . a =$
 $2^{''''}(2'' - 1)] ! \text{Descartes Œuvres a. 1638 t.2 p.429 j Plusieurs propriétés}$
des $Nprf^{\wedge} 2Ni$ sont données dans F1901. On ne connaît pas des $Nprff > (2N, -$
 $f - l^{\wedge}$. S'il y en a, ils doivent satisfaire aux P : •4 -a $Nprf^{\wedge} N, * -a$
 $Nprf \ll (105N,) \text{ as } Nprf^{\wedge} (2N, +1) .3. a(m,p)3 [ms N^{\wedge} . pe Np^{\wedge} (-iN^{\wedge} +1) . ar -$
 $p^{''''*^{\wedge}} \gg X(2N, +1)] \hat{=} LiONNET AnnN. a.1879 p.306 j a \text{ f}is Np^{\wedge} (2N, +1) .$
 $^{\wedge} n^{\wedge} ns N, .3. a^{\wedge} b'' - \text{£} Nprf a, b, cs Np^{\wedge} (2Ni +1) . m, n, ps^{\wedge}, .3 a'^{\wedge} b'^{\wedge} c'^{\wedge} - \text{£} Nprf$
 $Nprfr > (2N, +1) D NpX[(2N, +1)X(2N, +1)l'' j DE8CARTES a. 1638 t.2 p.429:$
« [Il n'y a] point de nombres parfaits impairs, si ce n'est qu'ils soient
composés d'un seul nombre premier, multiplié par un carré dont la racine
soit composée de plusieurs autres nombres premiers » . $\hat{=} Nprf^{\wedge} (2N, +1) I)$
 $(4N, , +1) XN, ' \hat{=} \text{Frenicle a.1657; voir Huygens Oeuvres t.2 p.32: « Pour les}$
nombres parfaits ... impairs, s'il y en a aucun, il doit estre multiple d'un
quarré par un nombre parement pair plus 1 » . $\hat{=} \text{as } Nprf r > (2N, +1) .3$
 $Num(Np r. a Ni) 1^{\wedge} 6 j \text{Sylvester a.1888 Mathesis t.8 p.57 j } >$

The text on this page is estimated to be only 26.50% accurate

VII CALCUL INFINITÉSIMAL F. 1902 d.61

§62 cres « fonction croissante » decr « fonction décroissante
const « fonction constante » §63 Lm « classe limite » lim « la limite » §64
cont « fonction continue » §65 D « dérivée » §66 S « intégrale » §67 e §68
log §69 y §70 Fc « traction continue » §71 A « différence » §72 prob «
probabilité » . \

The text on this page is estimated to be only 14.47% accurate

§62 const cres decr fq ^ ueCls'q Q.' •0 fe (qfw)const .:=;
/*g(qfw)cres .:=; decr .:= decr,, .:=: f£ qfiA : x,yeu r^x,y fx = fy » : x.yEH . a?
<y .I>r,y. / ^ < fy >> Df Df Df Df Df Ces P définissent les expressions : «
fonction constante » , « fonction croissante (crescens) » , « fonction
croissante lorsqu'elle varie, ou fonction jamais décroissante», «fonction
décroissante», et « fonction jamais croissante » . 'i (qf^^cres 3 (qf«^)creSo
fyQS (qfw)cres .^ . •3 "f s {qfu)decT Ml (qf/f)cres 3 (qf^^sini •2 lfx+gx)\x e
(qfi^)cres •-4 asQ .3- ^f^ (qfw)cres '3 f^e (Qft^)cres .3 (fxxgx)\x e
(Qf^O cres . /fe (Qf6*)decr •6 /£ (qf<^)cres . gs [qf(fUi)]cres ,'^ . gfs
{qfu)cTes •7 7neQ, .3 (x''')\x e (QfQ)cres •71 a£ l+Q .3 a'^|a;£(Qfq)cres
max '8 fe (qfu)cre% . raax^^ su .3 n^ax/^i^ = /*max2< •81 liiinM min
minu r 1^ -9 f£ (qf^O creSo . xeu 3. Vf u = Vf[Kr^{x+(^)] •91 » » 1^ » 1^ »
— » [Hp O. 1/ = [Mn(x-Q)]u Li^(x+Qo)] Distrib(*w) rj, fu = /"*[»]^ /**[
»] §ql3-3 O. l/'*^=Tnax;(l/'[»]udY^[»]: (1) Hp . ys ufix-Q) . «£
wr<x+Qo) -3 y<z O- /J/ ^z ^ 1/ [«^oc+Qo^] §q 2-11 O. 1/ *[t^^x-Q)] ^ ir
T«n^+Qo)] (2) (1) . (2) O. Ths] •92 fe {q{u)deci\ . xeu 3. Yfu = l'f [urix—
Qj] •93 » » 1 > 1 » 4- » Ex. §Lm 21 Dm. r

§63 Lra lini $A^{\wedge} 1. xeqfH.r)' \bullet 0 Lmo? = a3[mfiNo .^m- ^{\wedge} \wedge ^{\wedge}$
 $a?(m+No)] Df Lm \bullet 01 lima? = 7hmx Dflim P-0$ « Soit X une suite de
quantités. Pour définir Lmx, qu'on lira « les valeurs limites de $\hat{c}$ » ou « la
classe limite de x », soit m un entier; considérons l'ensemble $cc^*(w+No)$
des valeurs de la fonction xti, où n prend toutes les valeurs entières à partir
de m, et formons la limite A de cette classe. Si une quantité a appartient
toujours à cette classe, quel que soit le nombre entier w, elle sera une valeur
limite de la suite a?». FOI Par limac « la limite de x » nous indiquons le
nombre, fini ou infini, qui constitue la classe Lmx. L'expression limx aura
donc une signification lorsque les conditions de Df j seront satisfaites, c'est-
à-dire lorsque la classe Lmx contiendra un seul nombre, fini ou infini. La
notation commune est $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$: ici la lettre n est apparente. Pour les
fonctions croissantes les idées lim et l' sont réductibles entre elles, par la
P4'2. L'expression de Wallis, a.1655t.1 p.383, où il remarque qu'une quantité
variable « continue propius accedere » à une fixe « ita ut diffe^{re}ntia
tandem evadât quavis assignata minor; adeoque in infinitu continuata
evanescet » convient à ce cas particulier. La classe limite d'une fonction se
rencontre dans Cauchy a. 1821 p.30: « si l'on suppose que. la variable x
converge vers zéro, on aura $\lim((\sin)) = M((\sim 1, -M))$, attendu que
l'expression $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = M$ admettra une infinité de valeurs comprises entre
les valeurs extrêmes — 1 et + 1. » Voir aussi P25-2, P2911. L'idée Lm a été
abandonnée jusqu'à nos jours. La Df de lim encore insuffisante dans la 1-ère
éd. de Duhamel, Cours d'Analyse a. 1847 p. 6, est complète dans la 2-ième
éd. Éléments de Calcul infinitésimal a. 1860 p.9 : « lorsqu'une grandeur
prend successivement des valeurs qui se rapprochent de plus en plus de
celle d'une grandeur constante, de telle sorte que la diffe^{re}nce avec cette
dernière puisse devenir et rester moindre que toute grandeur désignée, soit
que la variable soit toujours au-dessus, ou toujours au-dessous, ou tantôt au-
dessus et tantôt au-dessus di^{ci}. la t'Ltjtsluu n [innuieiii tijtpnn i ' fi ff(ntnif
i.K* lii 3Ceoudc[^] et [^]uô cc[^]ne-cî en est la limite ». ~)

The text on this page is estimated to be only 19.59% accurate

Les mots suivants : € Ainsi nous appelons limite d'une variable une quantité constante dont la variable approche indéfiniment sans jamais V atteindre » , en restreignent la valeur, car la limite de la somme $(1+\frac{1}{n})^4 - (1-\frac{f}{H})$ ne serait pas la somme des limites. Ces mots ont disparu dans la 4-ième éd. a.1886 p.12. Si Ton supprime la condition « et rester », on aura défini la classe limite. Nous avons énoncé les principales propriétés de la classe limite dans RdM. a. 1892 p. 77, et Sur la définition de la limite d'une fonction, AJ. a.1894, t.17 p.38-68. M. J. Hadamard (La série de Taylor et son prolongement analytique, Paris, Mai 1901, p. 14-15,) vient de rencontrer la classe Lmcc, et rappelle «Tensemble dérivé de x ». Comme il le remarque, il « s'écarte de la terminologie usuelle » ; car Lmcc et $(x^{\wedge}No)$ sont des objets différents. [Distrib(5, $\wedge$) .3- $\wedge\wedge$ Lmcc = a3[aeq . of Lma:] Df Lm .3- » = a $\wedge$ fasq : rnsN $\wedge$ r $\wedge$ m. as Ax $\wedge$ m- $\wedge$ - $\wedge$)] §3 2-6 .3. » = rt3[??wNo -Dot. «sq . as viachHw+Ng)] Distrib(f, $\wedge$) .3- * . as qn Ax\m-{ $\wedge$ o)] %A -2 .3 » » . of ;ix'(w+No)]] •li aeq O-"as Lmx .:= meNo . hsQ, r $\wedge$ n $\wedge$ k* a (m+No) $\wedge$ n3[mod(a? $\wedge$ — a) <Ch] [P-l .3.-. aehmx .:= m $\wedge$ No $\wedge$ Z $\wedge$ m. as Aa;'(m4-No) DfA .3:: » .=-.m5No.3w $\wedge$ «Q3/» •33c'(w+No)oy3[mod(y-a)<7 $\wedge$] Import .3- '- * •= î msNo . hsQ .3wi, $\wedge$. » » » » §* 1-6 .3-* - » » » » » 3 (m-i-No) < $\wedge$ n3[mod((Cn -aX $\wedge$ l] •2 +CO £ hmof .:= 1' $\wedge$ Nq = 00 [DfLm .3-'« +»£ Lmx .:= meNo .3'»- +30£ Ax\m- $\wedge$ - $\wedge$ Q) DîA .3-'- +30 £ Lmac .:= msNo .3m. raî'(w-|-No) $\wedge$ » TiwNo . Operx' .3. 3cHm+No $\wedge$ 3 x'Nq * . Operl' .3. l'.r'(7»-(-No) $\wedge$ rx'No . (1) .3. F] (1) •3 —00 shmœ .:= 1 $\wedge$;zî $\wedge$ No = — 00 [DfLm .3-* - — 30f Lma:? .:= m $\wedge$ No .3/» . — x£ vix*(m+No) Df A .3-'- — $\wedge$ £ Lm.r .:= meNo .3 $\wedge$. l,xH7?i+No) = — x» msNo . Operac' .3. a?'(m+No) 3 x'Nq » . Operl, .3. l,.rHw+No) $\wedge$ l,.r*No . (1) .3- P 1 (1)



The text on this page is estimated to be only 18.07% accurate

140 9.'^L _ _ _ as UN, .=. v[Chf X-"a \r, N,J - v[Chf X-"-'rt \r, No] e lin as 4N,, .=. Chfa + 2Chf X-'a e 4N,, as 8N,, .=. Chfa + 20hf X-'a + 4Chf X-^a s 8N,, •i a,bs N, .3 asbx^^ .=. v[(ChfX-a)xrest(X'» |r, N,] e &xN, I Pascal a.1654 t.3 p,312 j Ce« formules expriment les « caractères de divisibilité des nombres ». •41 a.teN, O- rest{a,b) = restj v[Chf X-'a x restCX"', 6) |r, N,,], b\ •S a,MeNi O: Chfa* = Chfa . Chfa"+* = Chfa" Chfa' =6 .=. Chf X-'a' s 2N,+1 me (4No)w{4No+1) O- ChfX-'7"'=0 • me (4N,,+2)w(4N,,4-3) .3 » » 4 •6 .reQ .3: reR .=. a (>/j,«)3[rti,»£N, : ??£ »î+N, 3,,. Chf(X"a;) = Cht^XP'^^a;)] j Wallis a. 1685 t.2 p.364 : «... post processum (Rednctionis Fractionum vulgariuni ad Décimales) aliquatenus continuatum, redeuiit iidnm numeri, et eodem ordine eirculantnr quo prias... semper, si non citius, post tôt locos uno minus quoi sunt in Divisore unitates ». I Sibt-el Mâridini a.1500 (BM. a.1899 t.13 p.33) a rencontré quelques fractions sexagésimales périodiques. Wallis a. 1657 (t.1 p.224) a calculé quelques fractions décimales périodiques ; mais il a énoncé les principaux théorèmes seulement dans l'ouvrage de l'a. 1685. •8 a•eR.dtee(2(^NJx(^)^N,) .3. ./• = Ej" + vjChf .rX' |;- , l-max[mp(2,dt;r),mp(5,dtj!')]j

•21 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$. raaxLmj?, minLma; eq . maxLmir = minLmir •3
a;£ qfNo .3-1- lîDa*^ ^Q ••= j BOLZANO a.1817 p.35: « Wenn eine Reihe
von Grössen $F^x, F-x, \dots Fnx, \dots F^{x+rx}, \dots$ von der Beschaffenheit ist, dass
der Unterschied zwischen ihren nten Gliede i^n » » » » und jedem spRteren
 F^{x+rx} sey dièses von jenem auch noch so weit entfernt, kleiner als jede g-
egebene Grosse verbleibt, wenn nian n gross g-enug angenommen hat: so
giebt es jedesmahl eine gewisse bestiindiye Grosse und zwar nur eine, der
sich die Glieder dieser Reihe iinnier raehr nfthern ... » | •4 XfiqfNo $r^{\frac{1}{n}}$
lima?8q .=: /i£Q T^h .a N^ m3[p,q£ m-\-^ -Z^p^g- mod(j> —xq)<h] Les
P'3*4 sont deux formes du « principe général de convergence » , ainsi
nommé par Du Bois-Reymond. Il a eu grande importance dans plusieurs
traités d'Analyse; mais on peut le remplacer partout par P-21. Voir mes
Lezioni a. 1893. L'énoncé symbolique présente les lettres h, m, ii dans
l'ordre écrit. Si on les permute, on a des propositions fausses. L'énoncé de
Cauchy n'est pas clair ; on peut lire le^ lettres dans l'ordre ii, m, A ; et a
donné lieu à des discussions entre Catalan, Mansion,... Voir aussi
Encyclopttdie t.1 p.79. $\mu_4 = 1$ aeq .3. $\lim \{t_n\} = a$ •2 /f(qfN,)cres, .3.
 $\lim' = rrNo \cdot 3$ » $\lim' = rrNo \cdot 3$ » $\lim' = rrNo \cdot 3$ » $\lim' = rrNo \cdot 3$ »
(NofNo)sim .3 $\lim' = rrNo \cdot 3$ » $\lim' = rrNo \cdot 3$ » $\lim' = rrNo \cdot 3$ »
[-1 (1) . §max -8 .3. max N(>7i5(«tH ^a) êNq oêNo . m= max }^(fMi3[Un
^a)+1 • ps w+Nq O- '^ >« -D- P •2 rre qfN^ . w£ (NofNo)rcp .3 Lm ixr^e =
Lnu; •3 » » sim .3- * ID * •4 Hp'3 . liiû; £ q w^x) w ^—00 .3. $\lim J^{n+1} =$
 $\lim^{TM*} (1) (2) ^{6-i} \lim |n=Qo \cdot 2 ofq .3- \lim (a+;i)|n=00 .r,yaqfNo . meNt .$
asq .3• 3 Lm {a+œ^) \ s = a+hiax •4 Lmo? = Lm[a;(//?.+') | r] $\lim (a— n)|/i$
= — 00



The text on this page is estimated to be only 10.74% accurate

142 Il //7[a+r+l---(>H-}-l)] 1'/', \'"n\ = ;//7(<i+l---m) — ;77(«+«
fl-'-w)!';/? —)in[a+2"im+l)] — /y7[a+??+2---(m-t-l)]!;w= 'n[a+l'-{m+l)] —
jn[a+n+l-{m+l)] ' (2) (1) . (2) . Induct O. P] •3 m (q-il)fl"Vi .3î Nicole
ParisM. a.1727 p.2r)7 j * 4. •1 m N,+l . ^£ Qf 1-n .3 /7[(l+a,,)|r, 1-u] > 1+
v(aj, \-n) •2 » a7£(9fl-n .3 /7{(1— av)|r, 1••v^]>l— >:(a^,l">?) •3 neNj .
a,&e Q f 1••v^ .3- '*n|^((«1""^) ^ :î:(a,1-n) //i . ^ 5-0 meN. . as NiF(l-m) .3.
(^a)! £ N,Xfl(«!) ^ 6-1 m,?i^N, . as rFl-m .3. (va)** = vj[n!/i7(?^!, l-m.)l
x/7(a,,[^/^, . |r, 1-m) |?^, (N,F V"m)r^Xi3{'2.ii^=n) \ ! Leibniz a.1678 ?; voir
Mss. 3faW^ . III A 3 fol.16; MathS. t.3 p.175,192; t.o p.380; t.7 p.178 j j
Bernoulli Joh. a.1695, (Leibniz MathS. t.3 p.181): « Esto... polynomium
quodcunque H-\-x-\-y-\-z etc. elevandum ad potentiam quamcuique r ;
Dico coefficienteni termini .v« ocà yo 2« etc. fore r . r—\ . r— 2 , r— 3 . r
— 4 1 1.2.3.. .« X 1.2.3.. .&X1.2.3... cxl.2.3...e & « 7 •1 asN, .3 2;
(N,^a/N,) = //(i[d:^^frap(a;,a)+l]-iy(^--l)!l*"i7,Np) = //Î2:[a^nr, 0-mpar,a)]
\ x, Np) ! Wallis a.1658 t.2 p.814 : « Si duorum pluriumve uuinerorura
primorum potestates quaelibet invioem ducantur, factus partibus suis
aliquotis auctus, aequatur facto ex componentibus partium suarum
aliquotaruiii additioiie aiicti» *. j

The text on this page is estimated to be only 10.52% accurate

[7wNi O. an > 14-n(a— 1) : lim [l+n(a—l)]\n = x> : 3 P] •2 a£0
.3. lim(a**) |n=0 •3 Lm(— 1)*' |n = dw^(— 1) •41 • » Aimxsq 3- lim(^s"*)|s
= (lima?)'^ j Comm (lim, |^) •5 ae 1+Q .3- liJ^ (^"A) k^ =^ ! Jac. Bernoulli
a.1689 p.383 •51 . m^N, .3 lim(aV^") |n=» ^ 11-1 aeQ 3. lim(n") |n=oo . lim
(;2"^) |n =0 '2 acQ .3- ^^^ **v|a|n = 1 •3 are Qf No . lim^ eQ . msq Q.
lira(ir;")|s = (lima?)'" •4 Hp-4 . îÊ qfNo '. limij sq O- lim (^,|^2/,)|s =
(lim^)|Xlim2/) j Distrib(lim, |^) •5 ^£QfNo.lim(^,^,/a?JlneQowtao .3.
lim("v|iPj|n = lim(a7^^ya?J|i j Cauchy a.I821 p.63 •6 a,teQ .3 lim
[0+'»/2]1n = sKa») ^ 12-1 a£(9 .3 lim (of^)**! |n £(9 = 7 Q^ar3(a'^=a") j
E18ENSTEIN JfM. a.1844 t.28 p.49 j •2 a,teN, .3 lim[j [6/(2a+^)] |.ar j "0] |
r = v|(a*+b) -a aeQ .n£N,+1 3. . -3 limjn(a+ar) |a?]" 0 j |r = ? Qo.^3(ar'*-a;-a
=0) j JoH. Bernoulli t.4 p.13: « universaliter *'>J(a+">J(a4-'*>J(a+**v|(a
rt^.)))) pro aequatione habebitur x*^ — X — a == 0 » j •i limî['*v|(a-.r) \j:Y
0\ |r = ; Q'^.r3(.r"+.r-a =0) •5 limî["s|(a.7/)|.r]"! [r = a[^;{n—1) ^ 13-1 r/£q 3.
lim(aV/i!) |;/=0 •2 lim**>J(7?!);/? = cc J Cauchy a.I821 p.64 | r

The text on this page is estimated to be only 12.38% accurate

$N_p \ll 14$. •0 $\lim[\text{Num}(N_p^{l-};?)/i] > i = 0$ j Legendre a.1797 p.464 }
 •1 $\lim_j [\max[N_p^{(l+4(1-n)VN_i)}]/n_j] / i = \infty$ 1 TCHEBYCHEF ; Voir Markoff
 a.1895 ParisCR. t.120 p.1032 j •2 $\lim!Nura[N_p^{>(4N_o+3)^{l-n}}]$ —
 $Nuni[N_p^{(4N_o+1)^{(l-ny_i)}7i=:x} \cdot 3 \lim | \{ |^{i=1} .^{\wedge} \lim j! j / \text{Num}^{N_p} \wedge 1-Ev]n]$
 $j \setminus n = 2 \hat{1}-2--3$ TcheBYCtiEF a.1860 t.1 p.697; M Cesàro a.1896, NapoliR. | *
 15. "\ ke $1+Q$. $x \xi(\setminus .3 \text{sgn}^{\wedge} = \lim (& \bullet " * \text{---} ft-") / (r '* + \& ""))$ | / i Canchy s.1 t.11
 p. 90 indique par L_r la fonction $(1 + sf_{\xi} r)$; 2, et rappelle « limitateur » . •2
 $x \xi Y .3 \lim [/?(/? !j:)' + ^{---} n !j7)] > ? = \lim (\text{sgn } p \ n \setminus x) \setminus n = 0$ •21 ; r f q « r .3 » »
 » » » = 1 Cette fonction, qui pour x rationnel a une valeur, et pour r
 irrationnel une autre, a été considérée par Dirichlet (Werke t.1 p. 132). J'en
 ai donné l'expression analytique P-2-21 (a.1854 p. XII). $E / ^{\wedge} * 16$. $M / ne N_i$
 .3- $L_m / ?(n / > 2) | n = [0 \text{---} (m \text{---} 1)] / i$ •2 aeK .3. $L_m / \hat{i}(an) | n = [0 - (dta \text{---}$
 $1)] ; dta \cdot 3$ as Q-R .3. $L_m / ?(rm) | n = 0 - 31$ $L_m / 8^{\wedge} 1 = \odot$ •4 $L_m [n - i^{\wedge} f W_n =$
 $Xow6 \ll . L_m [/ ^{\wedge} - (E^{\wedge} J / ^{\wedge}) V^{\wedge} I^{\wedge} b^{\wedge} = 2 \odot V^{\wedge} 201 i \ll e \text{qtTs} \setminus . \lim w^{\wedge} eq .3-$
 $\lim f 2 i i (^{\wedge} j \text{ l}''' n) ; n] n = I b n 2^{\wedge} [= P 8 - 4] \cdot 2 / > l f Q .3 \lim v(l - > i) "/ ? i * ""^{\wedge} » | > 7 =$
 $/ (/ i + 1)$ Ex. §S 51 [§2^61 .3 r j •3 aen .3 lira i v [C / i \text{---} 1 \text{---} r, r) | r, 0-; ?] /
 $v [C (H + a - . r, / -)] / \% 0''' n] \setminus n = [(J 5 - 1) / 2 r^{\wedge} i 'A US Cls' Q . \text{Num} / ^{\wedge} \pounds^{\wedge} , .3. \lim$
 $[(v^{\wedge} \ll ""^{\wedge} *) / (v^{\wedge} r)] | n = \max ?^{\wedge} !$ D. Bernoulli PetrC. t.3 j •5 Hp'1 .3 lini "> j 3 (?r)
 $| n = \max / / . \lim (v / r'') *'^{\wedge} | ? i = \text{miriez} !$ Encke a.1841 JfM. t.22 J

« 21. u.rsqE, O: $\bullet 0 \ 2(i/,No) = ic^{\wedge}+ii^{\wedge}+... = \lim [v(2e, o-n)] \setminus n \ i$ ne Cls . Num $\hat{m}^* = \text{Num } N^{\wedge}$. fe qfi $^{\wedge}$.31(/,? $^{\wedge}$) = 7 ir3[ge (wf No)rcp r]g . x= l(fg, No) $\bullet 2 \ i(\pounds \text{ Cls}'q . \text{Nuin}^{\wedge} \leq \text{Num } N^{\wedge}$.3. :iu = ix3[gs (?rfNo)rcp .;3gr . oc= Kg $^{\wedge}$,)] $\bullet 3 \ w8(QfNo)smi \ 0 . v(^{\wedge}/,No) = v(^{\wedge};^{\wedge}No) \ Dfdimv) \ Df \ Df \ Dfp$ P*0 Soit u une suite de q; c'est-à-dire soient Wq $\wedge^i$ "a $\bullet \bullet \bullet$ de $^{\wedge}$ quantités. $\wedge(m,No)$, qu'on écrit aussi Uo-\-Ui-\-..., lorsque la loi de formation est suffisamment claire, et qu'on peut lire « la somme de la série u », est la limit $\leq$ ». de Ziu, 0 $^{**}n$ » pour n infini. ZyUj}so)eq .=. - la série $\hat{i}$ est convergente iadvergeiui de Leibniz) » 2\modM, No)fQ . $^{\wedge}$. «la série est absolument convergente» 30 $\pounds \ ljm2 \{u, 1 \bullet \bullet / / \}$ |;? .=. « la série est divergente » Qc-f Lra mod2'(M, ! $\bullet \bullet \bullet / /$) $\setminus n$. $^{\wedge}$. « la série est indéterminée ». (Abel t. 2 p.197) Quelques A. donnent aux mots «divergente», «indéterminée» d'autres significations. 1. Df de 2*1/ $^{\wedge}$, si k e $^{\wedge}$ ît une Cls dénombrable. $\bullet 2$. Df de la somme des nombres d'une classe. La P*3 relie les idées « somme d'une série r » et « somme d'une classe » . Le F1901 contient aussi les P: $\bullet 4 \ ue \ Cls'Q . a^{\wedge} . 3 \ \wedge \wedge \wedge = l':^{\wedge}[f^{\wedge}ls''^{\wedge} \ \wedge \ X3 \{^{\wedge}\backslash xmx \ e^{\wedge}, \backslash \} \ Df \bullet 5 \ H\pounds \ Cls'Q . :i// . cQ \ O - \text{Num} // = \text{Num } N^{\wedge}$ Mais la Df-4 coïncide avei* la Df*1 lorsque lue Q, par la P-5; sa place est dans $\S Q$, car elle cetti $\hat{i}$ P ne contient pas le symbole « lim ». $^{\wedge} \ 22' \setminus :i;0^{\wedge},N,) \pounds q . 3 \ lim/^{\wedge}=0$! Cauchy a.1821 p.116| [Hp . /ifXj .3 Un = I{u,()''-n) — I{u,0'''{n—\)) (1) Hp . (1) . D . limw = Z{u, $^{\wedge}$) - 2'(M,Xo)=0] -2 meN, O. v(^{\wedge},No) = v[^{\wedge},0-/(i-l)]+::(^{\wedge}7/^{\wedge}-hrlr,No) $\bullet 3 \ l\{u, $^{\wedge}, \setminus v(r,N,) \pounds q . 3 \ v[(^{\wedge}.e,+r \ J|.s, N^{\wedge}] = l\{u, $^{\wedge},) + v(r,N,) \ t$ Cauchy a.1821 p.132 i $\hat{i}$ Distrib(2',+) i [DfTlimJj .3 r/^{\wedge}.v+rx \s, N,,] = lim 2; u.s-+/,s') [.v, 0'';i] $\setminus n$ Distrib(^{\wedge}r,+) = lim [^{\wedge}\a, 0--/i -|- I.i \ 0''n)] $\setminus n$ Distrib(lim,+) = lim liu, (S''n $\setminus \setminus u$ |- lim 2*1 y, 0--n) $\setminus n$ Dli;iirar; = Ji ;^{\wedge}No) + 2'. /; ,No)] ($$

The text on this page is estimated to be only 9.39% accurate

$\wedge 23$ -i lie QfNo .3 i($\wedge$ No) £ Q w $\wedge 00$ [Hp .3 2:(w,0--
n)|nf(QfNo)cre8.§liin4-2 O- Ths] •11 u£ Cls'Q . Numw = Num Nq .3- $\wedge\wedge$
£ Q w too •2 w,r£ Qf N, : n£No 0,,. i $\wedge$,<?\\, : 2($\wedge$;,No) £Q Q. K $\wedge\wedge$ N $\wedge$) £Q $\wedge$
24-1 u£ qfNo . lim? $\leq$ 0 r). «0 = ($\wedge^0$ — ? $\wedge$)+($\wedge\wedge\wedge\wedge$ 8)+j MacLaurin a.l742
p.293 j [Hp O- % = lim(w0— $\hat{i}^\wedge$)|« = liin21 $\wedge$ (wr — Ur+i)\r $^\wedge$ 0" n —l)]\7i]
•3 $\wedge\wedge$ £ qf N, . v($\wedge$;,N,) £q .3 $\wedge$ (" $\wedge$ h No) = -K $\wedge$ h $\wedge$ o) •4 2 $\wedge$ £ (QfNo)decr . limic
=0 .3 $\wedge^0$ — $\wedge\wedge$ i+ $\wedge\wedge$ i— $\wedge\wedge$ + ••• $\wedge\wedge\wedge\wedge$ 0 •4 .3 s[($\wedge$ ir a Jn, $\wedge$),]8 eu, $\hat{i}$ Leibniz
a.l713 MathS. t.3 p.987: « quandocunque séries constat ex membris
alternatim positivis et privativis et membra ipsa decrescunt in infinitum,
séries est advergens»! $\wedge 25$ -i ue qf No . a£q . l{u,'N,) eq Q. l{at(, No) =
al{u,'N $\wedge$) [Hp 0. $\wedge$ •(«i $\wedge$ jNo) = lim liau, 0"7i) \n = lira aZiu, O'-n) \n = a lim
-Ti w, O-n) \n = «2'(m,No)] j Comm(: $\hat{i}$;, aX) \ •2 tœ QfNo . I($\wedge\wedge$;,No) £Q 3-
0£ Lm nu $\wedge\wedge$ [n ! Abel t. 2, p. 199: « pour qu'une série Zuti soit convergente,
il faut que la plus petite des limites de nu $\wedge$ soit zéro ». i •3 w£(QfNo)decr .
v($\wedge\wedge\wedge$ No)£Q 3- 0= limnujn [P-3DP] $\hat{i}$ Catalan, ParisCR. a. 1886 j •4 u£ qf
No . Lm $\wedge$ (u $\wedge$ 0" n) \n 3q • $\wedge\wedge$ (QfNo)decr . lima =0 3l(an, $\wedge\wedge$)sq \ Abel t.l
p.222 { •5 u,v£ QfNo . v($\wedge$;,No), v(r,No) $\wedge$ Q 32U($\wedge\wedge$;; $\wedge\wedge$ _.J/> $\wedge$ 0-/?) \n, No $\hat{i}$
= v(ff,No) X v(7r,No) •5 t $\wedge$,r£ QfNo . U,+if,+,., , ro+ $\wedge$ "i+- $\wedge$ Q 3j Cauchy
a.l821 p.l27 j 0-p] < l\u,0-p) X $\wedge$ -ti $\wedge$ O-i $\wedge$) O. P] •6 u.veqE, . v($\wedge$;,No),
l(r, $\wedge$ ol $\wedge$ il $\wedge$ i $\wedge\wedge$ J'-. ,. I $\wedge$ > $\wedge$ 0-??) |n, No] £q 3 Ths P-5 j Abel a.l826 t.l p.226 j •7
as (QfNo) decFo . l(a, $\wedge$) =x . n $\wedge$ N $\wedge$. he 0" n in—l) 3. v(a, ??xNo+/0=x f

The text on this page is estimated to be only 14.46% accurate

$$\frac{1}{26} \frac{v}{N}, = 00 \hat{=} \text{Leibniz a.1673 MathS. t.1 p.49} \setminus [\gg \pounds N, .3 \ 2: / [1 -$$

$$(2H)] > 1 + 7 // 2 \text{ o- P}] \bullet 41 \text{ DmP25-3 } [\text{hsQ}, . \text{wi}\hat{\text{e}}\text{Nj} : \text{ns w+Nq O} \gg \bullet ^{\wedge} \text{w} \gg ^{\wedge\wedge} \text{O-}$$

$$\text{rCu, m+No}) \ 5\text{S h2:i} \{ \text{m+}^{\wedge\wedge} \} = \alpha . \text{P-1 OP}] \bullet 2 \text{ a,} \& \pounds \text{Q .3 :} \pounds / (\ll + \text{No} \&) = \alpha \bullet 3$$

$$1 = / (1\text{X}2) + / (2\text{X}3) + / (3\text{X}4) + \dots [\text{P241 . u.}^{\wedge} = \text{A/i+D -3 P}] \} \text{Brouncker}$$

$$\text{a.1668 LondonT. t.3 p.645 j} \bullet 4 \text{ a} \pounds \text{q.} (-\text{N,}) .3. / (\text{a+1}) = / \text{L} (\text{a+1Xa+2})] + / (\text{a+2})$$

$$(\text{a+3})] + \dots \text{I Stirling a.1730 p.23} \setminus \text{Continuation P23'l } [\S 2:5\text{-iDP}] \text{ j}$$

$$\text{MacLaurin a.1742 p.295 j} \bullet 6 \text{ as q-} (-\text{No}) . \text{msN}, .3 [/ \text{a+} / (^{\wedge} \text{t+1}) + \dots + / (\text{a+m-}$$

$$\text{l})] / \text{m}^{\wedge} / [\text{a} \{ \text{a+m} \}] + / [(\text{a+1}) (\text{a+m+1})] + \dots \text{j MacLaurin a.1742 p.298} \setminus ^{\wedge} 27. \text{ue}$$

$$\text{QfN}, .3: \bullet 1 \text{ h} \pounds 9 . \text{meNj} : \text{ns m+No } 3 \ll - ^{\wedge} \text{n+i} / ^{\wedge} \text{n} < ! ^{\wedge} \text{O- -} (^{\wedge\wedge} \text{N}^{\wedge}) \text{eQ } [\text{Hp . T-}$$

$$\text{fiNi o. U,i+r} < \text{Unhr} (1) \text{Hp . (1) O. } 2 \{ \text{U,,}^{\wedge} \text{r } | \text{r, N,} \} < \text{Un} / (1 -- / 1) \text{O. P 1} \bullet \text{il}$$

$$\text{m} \pounds \text{N}, . \text{ltw.} (\text{s+1}) / \text{ws } | \text{s'} (\text{w}^{\wedge} + \text{No})] \pounds 0 .3. \text{i} (\text{w,No}) \text{fiQ } [\text{P-2 . Elim h OP}] \bullet 12$$

$$\text{maxLra} (\text{w}^{\wedge\wedge} , / \text{wJ } | \text{yi} < 1 .3 \text{ v} (\text{w,No}) \text{eQ } [\text{P-21 . Elim m OP}] \bullet 13$$

$$\lim (\text{w,,}^{\wedge} \text{y}^{\wedge} \text{OI}^{\wedge} \pounds (9\text{u}60 .3. 2 (\text{w,No}) \pounds \text{Q} \bullet 14 \pounds 1 + \text{Q} = ^{\wedge} \{ \text{Cauchy a.1821 p.123:}$$

$$\ll \text{Si pour des valeurs croissantes de w, le rapport converge vers une }] \text{limite}$$

$$\text{fixe A:, la s\`erie sera convergente toutes les fois que Ton aura A:} < 1, \text{ et}$$

$$\text{divergente toutes les fois que Ton aura fc} > 1. \gg \text{i} \bullet 2 \ 2 (\text{i}^{\ast} , \text{No}) = : \text{x. .3. V j} [\text{w}^{\wedge\wedge} \text{y}$$

$$\text{s} (\text{u, 0-n})] | \ll , \text{Noi} = 00 ! \text{Abel a.1828 t.1 p.400 j} \bullet 3 \text{ ue Q f N,, . } 2 (\text{M,No}) = 00 \ 0.$$

$$\text{V } [\text{w Jv} (\text{M, 0-n}) | \text{n,, N,}] = \text{oo t DiNi Annali d\`elie Universit\`a toscane,}$$

$$\text{a.1867 p.43 j} \bullet 4 \text{ u,ve Qf No : reN} \gg \text{O,, M,+yu,} < \ll ^{\wedge} \text{y} \gg , = 2 (\ll , \text{N.}) \text{eQ Q.}$$

$$2 \{ \text{M,N,} \} \pounds \text{Q } [\text{Hp O. } \{ \text{urlvr} \} \setminus \text{re} (\text{QfNo}) \text{decr .3 r} (\ll / \text{u'No} 1 = \text{m} \ll / \ll \text{o} \bullet \text{P-i O-}$$

$$\text{Ths}]$$

158 — lim⁻_{n→∞} x_n ± ε = l + ... = v(j,y, N,) j
ToRRiCELLi De dimensione pm^abolae, a. 1644 p.66: « Suppositis
infinitis magⁿiitudinibus in continua proportione Geometrica majoris
inaequalitatis, erit prima ma^atudo média proportionalis inter primam
difflerentiam et aggregatum omnium ». ! [Df limZ .3 I(xr |r, No) =
lim^{2'}(rr |r, 0-n) \n §2" 7-1 O. =:lim[/(l-x)— j;*+i/(l-x)]n Distrib(lim,+) O.
'=: /(l— y)— lim[x'»+i/(l— 2c] |n PlO-2 O. = /(l-cp^a; 1 •4 i (1— ar)"* =
1+2[^]+3.^a* + ... [Hp O. (1— 5c^a*2{«x'»-i|w, Ni] = 1
+2cc+3.>c»+4.T»+5x*+... + cc»(1 +25c+3x^a+...) =1] •42 (l-o;)-' =
1+3ir+6a?»+ ... +n(n+1)/2 â?*** + ... Cont. P41 •2 me 1+Q .3. vNf"*£Q |
MacLaurin a.1742 p.290 t •24 * /(w-1) < 2N -"* < 1+ /(m-1) Ler» valeurs de
2 N,-^a» lorsque me 2'-70 ont été calculées avec 32 décimaux par Stieltjes
AM. a.1887 t.lO p.299. •3 me 1+Q .3 :s(2No+1)-" = (1— 2"") vN "" î Joh.
Bernoulli t.4 p.ll j [rXr"* = 2'(,2N4)-" »+-2'(2No+1)-" »] . li'^î Y^ =
2-<«»ZNr"* O- P 1 ^ 9-4 lie Qf No . max Lm ""^u^ \n <1 .3. 2(^«,No) eQ
•44 >1 .3. =00 î Cauchy a.1821 p.l21: « Cherchez la limite ou les limites
vers lesquelles converge, tandis que JL n croît indéfiniment, l'expression
("n)** > ©t désignez par k la plus grande de ces limites, ou, en d'autres
termes, la limite des plus grandes valeurs de l'expression dont il s'agit. La
série sera convergente si l'on a fc<l, et divergente si l'on a /r>1.»! [Hpl .3. 3
ih',m)3 {hse . 7/wNi : ne w+Ni .ZDn. ^Un <h) (1) Hpl . hE& . wi^Ni : n^
m+N^ .3». n^tin <h O. 2'(w,^?i+No) < I(hn |«, m+No) = hml {1-h) (2) (1)..
(2} .D. P-1] [Hpll . msNi .3. 3 (m+No) t> n3 {un >1) O- Hmu -=0 .3. Pli]
•2 ue qfNg . /t£Q . X5 -£ Lm ^ii l-/i;/i |n .3 2(^,No) eQ I Cauchy id. j •3 ne
QfN,, . v(^,N,) =x . aeQ .3. l\mj[l {ufi""nr""n, N^î fQ î Abel t.2 p.198 j

The text on this page is estimated to be only 11.97% accurate

« 30-1 $v(2^{-N})=1 \cdot 2$ ne $\text{Cls}^N \text{Nj}$.3 $v2-\ll sG -5 \text{€h} = v[(2^{-}) \setminus u'$
 $(\text{Cls}^N \text{N},)] \cdot 3 v2|^{(-N)} \wedge Q.R \cdot 4 vxf^{\wedge} (2|^{N_0}) \text{£ } Q-R ! D.\text{Bernoulli a. 1729}$
 $\text{CorrM. t.2 p.326j} \cdot 5 v(i+N,)I^{(-l-N)}=1$ I Leibniz a.1673 MathS. t.1 p.49i $\cdot 6$
 $\text{pe } 1+N, . \text{asR} .3. \hat{i} \text{Elsensteix JfM. a.1843 p.193 j} \wedge 31. \cdot 1 a^{\wedge} \text{be qfNo} . \text{AeQ} :$
 $\text{œeeii} .3..- iC^{\wedge} u-^{\wedge} h' ? \text{No} > 2(\&, ^{\wedge} * h^{\wedge} N^{\wedge} j) \text{£q} . \text{lia}^{\wedge} x'' \setminus n, V,) = i(b,^{\wedge} x'' \setminus n,$
 $N^{\wedge}) : \text{re } N^{\wedge} Q a = \&, \hat{i} \text{Cauchy a.1833; Œuvres s.2 t.9 p.58 I} \cdot 2 \text{usqŒ, . } > :$
 $(/^N_0) \text{£q } 3. \lim \hat{v} [^{(\wedge} a?'' \setminus r, N_0] \setminus x, 9M = l(u,^{\wedge}) ! \text{Abel t.1 p.223. Dm.}$
 $\text{Dirichlet t.2 p.305 } |^{\wedge} 32. \cdot i a; \text{£0} .3. v[a'^{\wedge} / (i- .x^{\wedge}) \setminus n, Nj ==$
 $: vj \text{Num}(N, '^n/Ni) X'^{\wedge} * \setminus n, N, \hat{i} ! \text{Lambert Architechtonik a.1771 t.2 p.507 j} \cdot 2$
 $\text{xeO} .3 v[\text{na};'*/(i-a;^{\wedge})] H, Nj = v \setminus \text{Nuni}[N, ^n/(N^{\wedge}+l)] a;^{\wedge} \setminus n, Nj \} \text{EuLER}$
 $\text{PetrNC. t.5 a.1760 p.70 j} \cdot 3 1 = /2!+2/3!+3/4!+... = v[n/(>^{\wedge}+l)! \setminus n, N,] \}$
 $\text{Joh. Bernoulli a.1692 t.1 p.525j } [\S 2'l3-2 \text{ d P }] Np^{\wedge} 33-1 aM^{\wedge} i' D(a,\&) = 1 .3$
 $V /jNp^{\wedge} (aN^{\wedge}+ft); =x> t \text{Dirichlet a.1837 t.1 p.313 j mod}^{\wedge} 34. i u \text{€ qfNo} .$
 $2(\text{raodtf, } N,) eQ .3. v(i^{\wedge}, N_0)^{\wedge} q | \text{Cauchy a.1821 p.129j } [\text{Hp O. } u=z [(\text{modw}$
 $+u) - (\text{modu} - m)]/2 \text{ O. modw } +m, \text{modu} -u \text{ s Qof No} . i[< \text{modw}+M)+$
 $(\text{modw} - 2i \setminus N_0]/2 = 2'unodw, Nq) \text{£ } Q \text{ Ol}^*! \text{modw } +\hat{i}/, N_0 \setminus 2\text{mod}\} i -u,$
 $Nq) \text{ sQo O- Ths }] \cdot 2 2^{\wedge} \text{£ qfN, . } y\{\text{modUy } N_0) eQ . vT(\text{Nof } Nj \text{rcp} .3. v(\text{Mr},$
 $N_0) = v(i(, N_0) \hat{i} \text{Dirichlet JfM. a. 1829 j} \cdot 3 \text{us qfNo} . \text{IOCyiSf) eq} . ^{(\text{mod}^{\wedge} /.$
 $N_0) = oo . \text{he } q^{\wedge} \text{tcc}^{\wedge} t(-cc) . ^{\wedge} a (\text{Nof } N_0) \text{rcp}^{\wedge} r^{\wedge} iHfir, N_0) = h] \setminus \text{Riemann}$
 $\text{a. 1854 p.221 } '' \cdot 4 \text{Hp-3} .3. \lim[: i\{\text{sgnn}, 0'' \setminus n\} \setminus n=O \text{ JCesàro a.1891}$



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx^n} C(m,0) = 1$. $C(m,r) = \frac{1}{r!} \frac{d^r}{dx^r} C(m,0)$. JEULER PetrA. a.1784 p.86j • 2
 $C(m+n, r) = \sum_{s=0}^r C(m,s) C(n, r-s)$ I Vandermonde ParisM. a.1772 j • 41-1 meq . iCfiq . mod:p<;i 3(1+a?)*=v[C(m,0^{**} 1^, No] = 1+nix+m{in
—l)/2l a?^{*}+...+m(m— l)...(m— n+1)/i!a7^{**} +... I Newton 13 Junii a. 1676
: *Sed Extractions Radicuin multum abbreviantur per hoc Theorema, ubi
P+PQ significat Quautitatem cujus Radlxx, vel etiam Dimensio quaevis, vel
Radix Dimensionis, investiganda est, P primum terminum quantitatis ejus;
Q, reliques terminos divisos per primum. Et — numeralem Indicem
dimensionis ipsius P+PQ: Sive dimensio illa int  gra sit; sive (ut ita loquar)
fraeta; sive affirmativa, sive negativa. Xam, sicut analystae, pro aa, aaa, &c.
scribere soient a^, a*, &c. sic ego, l s à pro 'a, }'a^, yCa* &c. scribo a '^ ,
a^, a'''*, . . . aa J_ ^ ^ ^''' yC la^ ^bhx' ^''''''^ ^'''^ a^+bbx\ " 3 ... Denique,
pro terminis inter operandum inventis in quoto, usurpo A, B, C, D, &c.
Nempe A pro primo termino P '^ ; B pro secundo — AQ; & sic deinceps. »
! [Hp O. lim mod;[C(^7ii,wH-l)x'^+i]/[C(m,n),zr«]!|w = modac . P27-13
.3. JimodC(w,n)x»» |n, No] fiQ . P34-1 .D.2'[C(w,w.)a?^» |n, Nq] eq (1) /•=
2'[C(m,n)a-n |n, No]|w . (1) O- A qfq • /'0=1 . f   zz 1+x (^2) Hp(2) . m,nsq .
P351 . P40-2 .3. {fm)X(fn) = 2';2'[C(;m,r)Ci«.,s— r)a:« |r, 0--.s] |jj, NqI
=2|C(7?i+n, s)xs \s, Nq] = f  7n+n] (3) Hp(2) . wfN, . {l  u) [S] O. Am+1) =
{f7n)X[l+x] (4) » » . (2) . (4) . Induct .3. /m = (1+a?> (5) » . i?  N\ O.
(/Vw)/^ = A/>^i (6) . . p,qB xN\ . [(qli>) \m] (6) . (5) .D. [/•((?./9)1p = /"g
= (1+x')^ (7) * . mûR . (7) O. /m = (1+cc)»» (8) » .(— m|w)(3) .3 A—
^OX/'wiz:!. 3 A— wi) = (1+x)-»» (9) » .?«^r . (8) . (9) 3. /w = (1-f-x)»^* .
P37-1 .3 P] Cette démonstration pour m rationnel est due à Euler, a. 1774
PetrNC. t.19 p. 109. Abel a.1826 t.1 p.223, a étudié la série binomiale pour
toutes les valeurs de x et de 7n. F IW2 d..iJ 11

The text on this page is estimated to be only 10.61% accurate

•2 771S -1+Q .3 '-^'= :i[C(>y^v>0 \n, NJ ! Abel a.l826 t.l p.245i
 •3 7>i£Q 3. 0= v;^(— i)"C(m,n)|n,NJ [(— 7w,--x)|im,x)Pl . P401 .3 P] •5
 meq . x£ Q-/2 .3 (l+a?)*" = \\C(m+n,n)[œ'(l+œ)r \n, Noi ^ 42-1 a£ q-(— Nj)
 . meNi .3 m V j/77(a+r4- 0-m) |r, N^j = //7 (a+ V"m) [§/7 3-2 d P] j Joh.
 Bernoulli a. 1692 t.l p.521 } •2 a.teQ. a>6+1 3. vf/7(a4-0-r) / /7(6+0-r) |r, NJ
 = 6/(a~ft-1) •3 ae (N,fN,)cres 3. ij[/77(a, l-n)] \n, NJ £ Q-R — 3 A*i +
 /(«i^») + /(«i«i«8)+ - ^ Q-R ÎLagrange a.l798; Œuvres t.7 p.297| •4 me Njf
 No . a8(N,fNo)cres : reN^ .3. ^^'r ^»r 3m,/a, + my(a^a^)+ ni^(a,a^a^)+ ...
 £ Q-R JLageange a.l798; Œuvres t.7 p.296j •3 as 1+Q 3. /(a— 1) = n;| ?
 i\N{a+ l-vi)|n, N, j j Stirling a. 1730 p. 11 j « 51. •0 u£ qfNo .^ . /7(^No) =
 «v^i ... = lim /7(^, 0""n) [n Df{lim il) •1--3 (n\ V) P21-1--3 77(w,No) fiQ =
 le produit infini UqU^... est convergent ». ^ 52-0 ?*£ QfNo . //(i^No) £Q .3
 limw =1 [Hp TisNi O. 2'^ = /7(«^, 0""n)III[îi, O'-'in—l)] (1) Hp . (1) .3
 linK* = 77(îi,No)Ww,No) =1] •Oi w£ QfNo .3 77(l+?i, No) £ Qyicc [Hp
 O. n{u,0""7i) \n € (QfNo)cres . P4-2 O. Ths] •02 m Oœ, .3 n(l—u, No) £
 Qw^O •i z£ QfNo . v(/,/No) = 00 .3 77(1+^/, No) = 00 [Hp . §774-1 .
 weNi+1 .3 77(1+w,0--70> I+^^Cm, 0-/0 . P'Ol .3 P] •i 1 ^^£ QfNo . n{l+u,
 No) £Q .3. l(u,l^,) £Q [Pi 3. P])

The text on this page is estimated to be only 7.40% accurate

$\bullet 2$ US QfN, . l(u, ^,) sq .3 77(1[Hp O. aNor⁷w.3[2'(w, m+No)
sO] Hp . wfiNo . 2'(M, m+No) sS . §774*2 O. 77(1— . (2) . P 02 O. 77 Hp .
(3) O- Ths] •2i wfi 0fN, . Z7(1-2[^], N,) =0 O. V •3 us QfNo . 2(w,N,) £Q O.
77(1+1[^], [7i[^]No . Hp O. 77(1+w, 0— w) = /77[1— w Hp O. î*; (1+w) B
ôfXo . -5:[u/(1+u), Nol Hp . (2) . P-2 O. /7[1— W(1+«*\ ^'o] fQ Jir US 0E, .
/7(1-?^, NJ £Q .3. v([Hp . 7î£No D- 77(1— w, 0 ■ w) = /77[1+Mj Hp O-
W(i— ^) ^Qf'^o • ^[w (1— «Oi No] i (2) . P-3 O. 77[1+ u!il-u), No] £Q .
(1) •41 w£ 0fN, . v(^e,No) =^ -D- ^ (1•5 i^QfNo .3 /7(1+w,N,)£Q.=. •6 w£
0fNo O: i7(1-w,No)£Q.=. •61 77(1— w, No) =0.=.: •7 i^£ (-l+Q)fNo .
v(i^,No), :S(?ANo) £(•71 . v(^,No) £Q . v(?^«,N. (-l-'T! Cauchy a.1821
p.460 j Les propositions précédentes ont été déii vant des log. Weierstrass a.
1856 t.1 p. 173 a donné analog-ucs à celles qui précèdent. Pringsheim MA.
a.1889 t.33 p.563 a d les in. ^ 53. •1 a,bs(i.a<h Q. niia+r)/{b+ •2 » a>>& » »
» •3 xsq.modx<Cl 3- /(1— ^) = = /7![l+jt(2^)]|>i,N,i [X£q ?i£Ni O.
iK^(2'H-i) —1 = 5C— 1)7711 •4 (1-/4)(1-/9)(1-/16)... = /7f(l[wfNi .3 77[(1
— 7^ -2) |w, 2"-2«] = (2??-;•3 pel+N,3.77[(1-p-'^)|n,NJé i EiSENSTEiN Jm.
a.1844 t.28 p.

The text on this page is estimated to be only 22.83% accurate

164 lim $\cdot 6$ me $1+Q$, $.3 \wedge r = /7^\wedge(1-n-^*)$ |n, Np| t EuLER a.1744
PetrC. t.9 p.172 ; a.1748 p.225 \ $\wedge$ 54. ir,î/£q . mocLc <;i O/?[(1+ $\wedge$ "y)|n,NJ =
 $1+v[at[/i(n+1)/2) ///[(1-a^\wedge lr, l-n]i/^*|n,N,!. /77[(1- * \gg \gg 2t ir^* " / \gg \gg \gg$.
n[{ $l^\wedge x^\wedge$)\n, NJ = $1+v[(-ir!a^\wedge[n(3n-1)/2+rrj^\wedge[n(3n+1)/2] j|n,NJ j$ EuLER a.1748
t.1 p. 259-270 j $77[(1-r^\wedge)^*]/(1+a;^\wedge)|n,NJ = 1-22[(-)^\wedge \gg, NJ 77[(1-^\wedge -)\gg|n,N,!=$
 $1+2\hat{I}(-r(2n+1)arf[n(/i-|.l)/2]|n,N,j j$ Jacobi, Fundamenta §64, Werke t.1 p. 232
j ô 0 60. ne Cls'q . xs du . /fe qfe $^\wedge$.3 $^\wedge$ Lm{f,u,x) = $a^\wedge j/\hat{f}Q$.3 $^\wedge$ • «fi $-^\wedge /"T$
 $(^\wedge -^\wedge)^\wedge ?/3[\text{mod}(i/\text{—} a?) <;i]] j$ Df •01 \im(f,ti $^\wedge$) = 7 Lm(/,?. $^\wedge$,a7) Df 'i
asq O-'- «fi 'Lm(f,ii,x) .:= $^\wedge, *fiQ Om- 3^\wedge \wedge \wedge ^2/\wedge 1$ niod.(./\text{—} a?) <;/i .
 $\text{mod}(^\wedge y\text{—} a) <;*] \bullet :i$ Qof Lm(/*,i $^\wedge$,a?) .:= $^\wedge, /,\gg$ 'fiQ 'Z $^\wedge$ hyk. a ? $^\wedge$ -t $^\wedge$ c $^\wedge$ î/3[
 $\text{mod}(y\text{—} \hat{a}?) <;/i . \text{mod}^\wedge />>A:] \bullet 3$ ce £ LmifjUyX) .:= hsQ r $^\wedge$ h . r mod f
 $^\wedge \{i(H.x)^\wedge y3[\text{mod}(y\text{—}x) <Ch] = c\gg$ Soit u une classe de quantités, x un
point de la classe dérivée de u. Soit f une quantité fonction des u. Par
Lra(/ $^\wedge$,M,x), qu'on peut lire « les valeurs limites de la fonction /*, lorsque la
variable, en variant dans la classe u, tend vers x », nous indiquons toute
quantité a, finie ou infinie, telle que, étant donnée une quantité positive
(aussi petite qu'on veut) h, a est toujours une limite généralisée (A) de
l'ensemble de5 valeurs de fy, lorsque la variable y prend dans la classe u
toutes les valeurs dlffi»rentes de x, et dont la différence à x est en valeur
absolue plus petite que h. Les P'I et '2 sont des transformations de la
définition précédente, où Ton remplace le signe A par sa valeur. La notation
actuelle \im(f,iù $^\wedge$ x) remplace la notation adoptée dans F1895 lim x,u $^\wedge$ fzy
qui contient la lettre apparente z. Dans la notation commune lim $\gg$ r=xA) il
 $*'^\wedge \wedge$ t indiquer par le langage ordinaire l'ensemble dans lequel varie la
variable z.

The text on this page is estimated to be only 19.87% accurate

La P-01 donne la Df de $\text{Vim}\{f,u,x\}$ qu'on peut lire « la limite de la fonction f , lorsque la variable, en variant dans la classe u , tend vers x , qui est une valeur appartenant à la classe dérivée de 2^* ». •6 ve Cls'm . œe ôv .3. $\text{hm}(f_y V, x) \text{ } 3 \text{ } \text{Lm}(/, w, \hat{a}7) [\text{ weCls}'q . \text{fsqfu} . \text{vsCls}'u . \text{xeôv} .3'' \text{hsQ} . \text{Opem} .3- \text{y} - < 2 \text{CA}^3 [\text{mod}(.y - .r) < /i] 3 \text{ } \text{U'txr} > r / 3 [\text{mod}\{y - x\}'^h] \gg . \S^* \text{pi} - 2 \text{o} . \text{T}; \gg \bullet >> \text{iD } r ; > \gg \gg \gg \gg . \S^{\hat{A}3*31} .3' -^{\wedge\wedge} \gg ** ** 3 -^* * * * > . \text{Oper as } O^* \wedge \wedge -''^{\wedge} \gg \gg \gg \gg .3. \langle f -^{\wedge} \gg \gg \gg \gg \gg \S^3 \text{P}713 \text{ } O: . \text{AfQOA} . \langle 5^{\wedge} \langle * \text{ } O: \text{h}\epsilon \text{Q} . \text{Z} \rangle \text{h asA } * \text{Oper as } r^{\wedge} \text{ } a3 [\gg \gg \gg \gg] \text{Z} > \text{i}3 [\gg \gg \gg \gg \gg \text{Df } \text{Lm} .3. \text{F } 1 \bullet 7 \text{ } l? , l^{\wedge} \text{ } \text{Cls}'l^{\wedge} . \text{XS } \hat{\text{O}}\text{V}^{\wedge} \hat{\text{O}}\text{W} .3^{\wedge} 61 . \text{u}\text{ } \text{Cls}'q . \text{Imodi}^* \text{ } f\text{Q} . \text{fe } q\hat{\text{u}} \text{ } \text{Q}: \bullet 2 \text{ } 00 = \text{Vmodf}^{\wedge} u \text{ } 3 - 3^{\wedge\wedge} \text{' } ^{\wedge} * ^{\wedge} f^{\wedge} \text{' } ^{\wedge} \text{hmifjUjX})]^{\wedge} 62 . \text{w}\text{ } \text{Cls}'q . \text{X}\text{ } \hat{\text{e}}\text{ } \text{ôu} . \text{fs } q\text{fu} .3'' \bullet 1 \text{ } \text{aeq} .3 -' - \text{a} = \lim(/*, w, j7) . =: \text{teQ} .3^{\wedge} \bullet ^{\wedge} \text{Q}^{\wedge} \text{h}3 [\text{y}8 \text{UH}^{\wedge} . \text{mod}(\hat{\text{i}} / - \text{--- } a?) < ; /i - 3^{\wedge} \bullet \text{niod}(\text{' } y - a) < ; ^1 j \text{ } 0 . \text{Bonnet BD} . \text{a} . 1871 \text{ } t.2 \text{ } p.215: \langle \text{Étant donnée une fontion réelle bien déterminée, } [f_y] \text{ d'une variable réelle ... } [< /], \text{ on dit... que cette fonction tend vers une limite finie et déterminée } [a], \text{ à mesure que } [y] \text{ tend vers une valeur particulière } [x] \text{ (nous supposons } x_{\text{fini}} \dots), \text{ lorsqu'après avoir fixé arbitrairement un nombre réel et positif } k \text{ aussi petit que l'on veut, il est possible de trouver un autre nombre réel et positif } Z_t, \text{ tel que, pour toute valeur } d_{\text{ey}}, \text{ dont la différence avec ce } a \text{ a un module différent de zéro, mais inférieur à } A, \text{ la valeur correspondante de } f_y \text{ ait avec } a \text{ une différence dont lo module soit compris entre zéro et } A: . \bullet 2 \text{ } \text{Q}_o = \lim(f_y U, x) . =: \text{teQ} .3 \text{ } A: . \text{' } a \text{ } \text{Q}^{\wedge} \text{h}3 [\text{ye } u^{\wedge} x . \text{mod}(y - a?) < ; /i .3? / \bullet \text{mod}/y >> \text{Z}: \text{J} \bullet 3] \text{im}(f, u, x) \text{eq} . =: \text{ksQr}^{\wedge} k . 'a . \text{Q}^{\wedge} \text{hslyyZSK}^{\wedge} \text{ix} . \text{mod}(y - x) < \text{Ch} . \text{mod}(z^{\wedge} x) < \text{CJi } r^{\wedge} y . z . \text{mod}\{f_y^{\wedge} f_z\} < \text{Ck}] \bullet 4 \text{limifjHjX}) \text{ } \text{ } \text{qucc}^{\wedge} \text{---} 00 . \text{ve } \text{Ch}'\text{it} . \text{xe } \hat{\text{o}}\text{v} .3 \text{WmifyVyX}) = \lim\{f; n, x\} [\text{P20-6 } 3 \text{P}]$

The text on this page is estimated to be only 16.55% accurate

166 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ [P20-7 DP] • G
h,k£ Cls'q . /£ kfh . ge qfft . xe ôh . lira(/²,â7) e ôk r). \\m(gf,h,x) =
 $\lim_{x \rightarrow a} [gr, k, \\m(f,h,x)]^{63}$. i«£ Cls'q . rmodw = 00 . fe qfu .3•0 Lm(/; 1[^], 00)
= a3\\heQ .'^h .asAf'l m !/3 {mody >/?}] j Df .01 $\lim(/;w,Qo) = 1$ Lm(/;w,Qc
) Df M /£ qfNo O. Lm/- = Lm(/; No, 00) Dfp Nous définissons ici Limî
fyU,x>) « les valeurs limites de la fonction f, lorsque la variable, en variant
dans la classe u, tend à l' co ». On suppose que la variable puisse tendre vers
l'x ; c'est-à-dire que l'mod w = ao . Si la classe u se réduit à la classe des
nombres naturels N[^], la fonction f s'appelle une suite, et la Lm (/*, No, x)
que nous venons de définir est ce qu'on a indiqué dans PI par Lm /'. §64
cont (fonction continue) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. u'^^ôu Q/. •0 fs (qfw)cont .=:
fsqîu : xeu .3^- liml/i[^],^) = fos Df •01 » .=: » : AfQ . xeu r^k,x> a Q^ fi3[
yeu . mod(y— a;) <CJi r^y . mo(i(/y— /à?) <ik] Dfp «cont» signifie «
fonction continue » . La définition P'O se rencontre dans A bel t.l p. 223. La
P*01 e^t une transformation de la -0, où l'on a remplacé le signe « lim » par
sa valeur. •i Tmod?^ eQ . a=^ du . fe (qft*)cont . ks Q .3a Q^ h3[x.yeu .
mod(j/— ^r) <;// r^x.y. mod(fy—fx) <Ck] Le second membre de la P'I
contient les mêmes éléments que la P-01, diiféremment groupés. Heine,
JfM. a. 1870 t.71 p. 361 a reconnu la valeur logique différente des P'Ol et
-1. La P-1 a été démontrée par Heine, JfM. a.1871 t.74 p.188, Lûroth, MA.
t.6 a.1873 p.319. ^ 2. afiex\ . a=^b . fe (qf a"" ?>)cont .3: •4 fa<0 . fh>0 .3.
Oef(a-h) \ Caugiiy a.1821 note 3 ! [y— y X3(fx <0) .D. ys a— h . /// =0 1

The text on this page is estimated to be only 11.07% accurate

cont 167 •2 fa- fh $Z^f \{a-b\} \cdot 3 \text{ msixf} \{o^h\} \text{eq} \cdot \min f \backslash a^h \text{eq}$ (Weierstrass ; Cfr. G. Cantor JfM. t.72 p.141, t.73 p.296 \ [yz=L V X3[XB
à^{^b} A' f\ a^{^x}) < 1' f n^{^b}] .3 ye a^{^b} . fy=z max fHarb[^]] ^ 3M f£ (qfq)cont :
y,Z£(i r^{^y},z. f{!/ +o) = fy+fz : a^{^q} Q. fx = (fl)Xx [Hp O. /lO-l-O) = fOi-fO
O. fO =0 (1) Hp . xsq O. /"[^c-K— X)] = fx[^]-f[^]x . (1) O- /■-[^]= -/"« (2) Hp
. neN, . XBqF\"n .3 A[^]) = '^\:/«[^]- k» 1\"*'[^]> i[^]) Hp . nfiNi . a:'£q . (8) 3.
/\"i[^]ix\") = /i/x* (4) Hp . .Tfq . W5n . (1) . (2) . (4) 3. f[Tfmx) = 7?i/Jc (5) Hp
. ,T£q . /laNi . (4) 3. ^[/^l,r//^)] =r nf[xln) 3. f[xl?i) = (/j:)/i (^6) Hp . arfiq .
msn . nêXi . (5) . (6) 3. /"[i/w/w[^]-] = /"[w.r///] = mlifi)fx (7) Hp . aî8q . ?/fir
. (7) 3- /[^]LV'[^] = .V/[^] (^) Hp . Xfir . (l,.T;|(r,yjI\8) 3. fx = x(A[^] (9) Hp . Xi
q-r 3. /ûî = lim(/y/|y, r, x[^] = \m[y{f\y, r, ./•)] = .r/"! (10) l9j . (10) 3. P] • H
/£ qfq : ?/, J£ q . 3.y,z . /'(y+-) = />/+A : «'[^] ^ • ^<b •
17'a[^]6£qO./fe(qfq)cont | Dakboux MA. a.1880 t.17 p.5o j On peut donc
substituer dans la 31 à la condition fs (qfqicont, l'hypothèse de cette P. •2 f£
(qfq)cont : .y,jeq 0[^],z. A?/+[^]) = fyXfz: xeç{ Q. fx = (f\fx ! -rs Caitchy
a.1821 p.103 j •3 HpPl . /feqf(?e:No) : /isN, .3,, . Aj:,h) \x s (qf/Ocont :
vîr[mod/^(T,n)l-[^]^^] I[^]NJ fiQ Q. :£[A-[^],^) |>i,NJ |.r e (qfif)cont [§lim 37-
1 3- p]

The text on this page is estimated to be only 26.49% accurate

168 §65 D (dérivée) + X — / q ^ lim ^ 1. weCls'q . ^3 ^^^ • / ^
 $qf^{<} \cdot \cdot \cdot \cdot -3 \cdot 0 D(/;M,rr) = \lim_{y \rightarrow x} \frac{f(y) - f(x)}{y - x}$ Df D M
 $D(/;i^{\wedge},ir) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(x+z) - f(x)}{z}$ Df • 2 D(Aw) = [D(/;?/,;r)|.T, ^/]
Df • 3 D(/;?())a?=D(/: ^f,.r) [PQP1 JVo^e. Pour avoir une dérivée il faut
donner une fonction f, la classe u des valeurs de la variable, dans laquelle la
fonction est définie, et une valeur particulière ce, appartenant à la classe u et
à sa dérivée du. Pour simplifier nous supposons u^ôu. Nous l'indiquons par
D(f,u,x), qu'on lira « la dérivée de f, dans la classe u, pour la valeur x de la
variable ». Ce symbole représente, par définition « la limite du rapport (fî/
—fx)l {y—x} la limite étant obtenue en faisant varier y, dans la classe w,
vers x». La classe u coïncide dans la pratique avec la classe q (ex. P4-4), ou
Q (ex. P4:-6), ou est un intervalle, ou l'ensemble q-<0 (ex. P4-5), ou a des
formes plus compliquées. Si l'on fait varier la classe «, la dérivée peut
changer. On a p.cx : D(mod, Qo, 0) = 1 , D(mod, — Qo, 0) = —1. Quelques
A. appellent « dérivée à droite » l'expression D(/, ar+Qo? ^) î D(/, X— Qo,
x) est la « dérivée à gauche » . Si au lieu de donner la fonction /*, l'on
donne l'expression contenant une variable 5C, il suffit d'écrire après cette
expression le signe |a:, pour avoir la fonction f. Dans (fx)\x la lettre x est
apparente ; en conséquence il ne faut pas la confondre avec la x qu'on i)eut
rencontrer dans une autre place de la même formule. P. ex. dans la P4-4
7/iaNi . xsq .3- D(.x'»|a?, q, ,t) = 7w.xw-i la X qui figure dans .x»»|jr* n'est
pas la même qui figure dans les autres places. Si l'on pose x:=l dans cette
formule, on a msNi -D- IX^* I '^j q? 1) = ^". On pourrait é<îrire 3'« | z
pour indiquer la fonction, en changeant le nom de la variable. Mais dans
tous les traités de calcul on rencontre des notations semblables, et elles ne
produisent pas d'ambiguïté. La P-2 définit la fonction « dérivée de / ^dans la
classe u «>.

The text on this page is estimated to be only 19.69% accurate

Selon la §; P-2, $D\{f, u, x\} = DHf, u, x]$. La P-3, c permet de supprimer les $[]$ et la $,$. En conséquence si Ton pose $h = \{fyU\}$, par §F3*3 $Dhx = r \text{ DifjUjX}$). On doit considérer Dhx comme décomposée en i fonction définie h, pour la valeur ar», et non en Di pas le nombre hx. Leibniz indique la dérivée de y par rapport à a «recta aliqua pro arbitrio assumpta vocetur dx » (Mat dXy dify ut ipsarum x^y difiFerentiis sive incrementi.^ mentaneis proportionales haberi posse » (p.169). Dai di'=zl\ alors le signe d indique la dérivée; comme $\backslash dx = 1$, $dx^* = 2x$, $dx^* = 3^{**}$ etc. dy {Brie fia Newton indique la dérivée par un point au (voir PIO) ; Lagrange par un accent (voir Pli); A Cauchy [QJuvres s.l t.4 p.255) indique les dérivées Tindice désigne la variable par rapport à laquelle on Jacobi a distingué la dérivée d'une fonction de i rapport à une variable, par des d ; ces dérivées son Ces notations sont insuffisantes, car si l'on a une fs qf(qiq), et si Wfqfq, ws qf(qiq), il faudrait plus indiquer les 4 dérivées par rapport à x : $D f\{x, y, ^\}\backslash x$, $D f\{x, ux, z\}\backslash x$, $D f[x, y, \backslash L\backslash x, y)]\backslash x$, « 2. ue Cls'q . 2*3 ^* • />'^^ qf^ • ^ (f.UjOc), Difi^u^œ) • 0 fs {qfu)con^t .3. $D(f, u, x)=0$ i $D[\{a+fx\}\backslash x, II, X] = B(P, \text{œ}) \cdot 2 D[(fx+hx)\backslash x, u, X] = DiU^, ^) + Wh^h [iy[\{fx-\backslash hx\}\backslash x, u^x] = z \backslash im\backslash [(fy-\backslash hy)\text{---}\{f.ji Distribf, +) ID- \text{---}} = Hm\hat{ } [fy\text{---}fx)l\{y\text{---}x) + u Distrib(lim, +) . Df D O P] \cdot 3 D(axx \backslash Xyq, x) ^{==} a \cdot 4 T)(aXfx \backslash x, H, x) = ax^{\{f, n, afj} \cdot 5 Bifxxhx \backslash x, u, x) = fxxT>\{h, u, x) + /ixy [\text{---}} = \backslash im[\{fyXhy\text{---} f:rXfi^! . =r \backslash im[fxx\{hy- hx)lit/\sim x) + hxx\{fy\text{---}f'rl(M\text{---}^>)\{fy\text{---}fx)li/\text{---} x)X\{hy\text{---}hx)liy\text{---}x) < j = fxx\backslash h, u, x) + hxxT)\{f, u, x) + 0]$

The text on this page is estimated to be only 6.29% accurate

$\wedge 3m u, re \text{ Cls}'q . h'^{\hat{o}u} . r'^{\hat{d}c} , hs \text{ qfr} . fe \text{ rfu} . x\text{fu} , [1^{\wedge}[hf,Uyjr) =$
 $\backslash im[(fify'^{\wedge}lifj\}liy\text{---}x) \text{ } // , ii, x] = nm[[hfy^{\wedge}hfx \text{ lfy}\text{---}fx)XKfy\text{---}fx \text{ '}' // \text{---} \text{---}^{\wedge} ' \gg$
 $] 1^{\wedge} \text{ } ^{\wedge} 4\text{---}> | xe \text{ q}\text{---}0 \text{ Q. D}(/, q\text{---}eO, x) = ^{\wedge}/x' [Di/, q\text{---}rO, X, = liin[;///\text{---} /x\text{---} /i//$
 $\text{---} j.') |.y, qwO, .r] = lim[\text{---} lO/x) \gg \gg] =: \text{---} /jp\text{---}] \bullet 2 \text{ Hp } P2 . 0 \text{ ---} \text{f} f^{\wedge} (O.$
 $D(//\text{---}, //., a) = -D(/;^{\wedge}^{\wedge}.r)/(/irf [(qwO, /) I io,h) P3\text{---}1 O. \gg = D(/,q\text{---}$
 $<0,/:riXD(/,w,x) . PI OP] \bullet 3 \text{ Hp}\text{---}2 .3\text{---} D(//a//Ir |.xv^{\wedge}x) = \backslash fxxT)(h,u,x)\text{---}$
 $hxxW,^{\wedge}^{\wedge}rW(f'^{\wedge}f |P2\text{---}5 . P4\text{---}2 OP '4 /y^{\wedge}eNj . ^{\wedge}eq .3\text{---} D(.i^{\wedge}'''j.\text{---}>^{\wedge}, q, \text{---}^{\wedge}) =$
 $//^{\wedge}r^{\wedge}'''''' [D(.rw\gg)la^{\wedge}, q, iTi = iiii[(//\gg^{\wedge}\text{---} a^{\wedge}''' \gg.///\text{---} .r)[y, q, x] zz$
 $\backslash im[^{\wedge} \{ ifn\text{---}rxr\text{---}l I r, l'''m i^{\wedge}f/ , q , .7^{\wedge}1 = 7nj.''''t\text{---}^{\wedge}] [m=l O P \bullet ^{\wedge}^{\wedge}fN, . D$
 $.r^{\wedge}m \backslash x,q,X) = wxf^{\wedge}\text{---}zw \text{---} 1) . P2o .3D(a^{TM}\ll + i \backslash x,qjX) = D[(.r)^{\wedge} X\text{---}/$
 $|.r,q,.r] = 7w.r'\ll \text{---} i X^{\wedge} + \text{---}t^{\wedge} = im+l).r|^m : Induct O. P 1 \bullet 5 \hat{u}isn . ;r\text{f}q\text{---}^{\wedge},0$
 $7^{\wedge}. D(j''''|c/^{\wedge}, q\text{---}^{\wedge}O, a^{\wedge}) = /y/.r''' \sim ^{\wedge} /? \text{f}Ni . m=\text{---}n O\text{---} D .r\text{---}i|.r, q\text{---}0, .r; =$
 $D(/.r\gg ,.r, q\text{---}fO, ./\bullet) = \text{---}nxn\text{---}ijx'^{\wedge}ti = \text{---} \ll x\text{---}w\text{---}1 =r \text{ } 7??\text{---}.r''\gg\text{---}i (2) .1).(2^{\wedge} .3 P]$
 $\bullet 0 \text{ xeq } O\text{---} D(v|.Q^{\wedge}.\text{---}0 = /(^{\wedge}4^{\wedge}) [\gg =z liiii iy|y\text{---} >J.r) (.y\text{---} jrr = lim$
 $/\langle \rangle J,y+\backslash\text{---}^{\wedge}'' 1 \bullet 7 //^{\wedge} \text{f}N, . ;r\text{f}Q .3. IX '''4r \backslash x, Q, j\text{---}) = /[[// ''^{\wedge}r'^{\wedge}'''*] [D$
 $.rf^{\wedge} //?? ;.r, Q, .r 1 = liin[(7/^{\wedge}/m\text{---} af^{\wedge}/m l'f/\text{---}x^{\wedge} \backslash ij, Q, .r] = / lini![(jy|^{\wedge} /???$
 $f^{\wedge}m \text{---} [x^{\wedge} \backslash ^{\wedge}1 \} n^{\wedge}m] l iJ[^{\wedge} lni\text{---} j i^{\wedge} \backslash ^{\wedge} l7n > \gg = / [w/ .rf^{\wedge} /?/\gg (^{\wedge} i;m\text{---} 1)]] \bullet 8 \text{ iffsr}$
 $. ;;r\text{f}Q .3\text{---} D(.r''*|.r, Q, x) = />^{\wedge} j^{\wedge}''' \sim ' [P\text{---}4 . P\text{---}7 o. P] j \text{ Leihniz, Nom}$
 $\hat{u}icl\text{---}hodifs p/'o rufixhuii^{\wedge} et ffii/iunis itemque tange)itibffs,,... et singidm'e$
 $pro illis ralndi rjerttfs, Acta Erud. Lips. a.1684: « Afkfitio et Suhtractloi si sit$
 $s \text{---} .7+''' + ./' \ll q^{\wedge}i\text{---}'' , t^{\wedge}i'it ds \text{---} ?/+/r + .r seu (k\text{---} aH|u. dj\text{---} dy+d/r\text{---}t\text{---}d./\text{---}.$
 $Mulfiplicaflo: d \text{ } xr \hat{i}i?qu. .rdr+rd.r.$

The text on this page is estimated to be only 19.04% accurate

Potentia : $dx = a \cdot ac - 1$ to. Baices: $d, ya / = -r \cdot dx$ i/o?

Suffecisset autem régula potentiae integrae i determinandas. » { j Newton, Philosophiae naturalis a.1686 t,2 p.55: « Leinma II. Momentum genitae sequatur m generantium in eorundem laterum indices dignil ductis. Genitam voco quanti tatem omnem, quæ ex 1 cunque in arithmetica per multiplicationem, radicum.... Has quantitates, ut indeterminata fluxuve perpétue crescentes vel decrescentes, crementa vel décrémenta momentanea sub no ita ut incrementa pro momentis addititiis sei[^] pro subductitiis seu negativis habeantur. Cave tinitas. Particulae finitae non sunt momenta, mentis genitæ. Intelligenda sunt principia jan gnitudinum. Neque enim spectatur in hoc lenni sed prima nascentium proportio. Eodem recid pentur vel velocitates incrementorum ac decrei mutationes & fluxiones quantitatum nominare titates velocitatibus hisee proi)ortionalcs. Later coefficiens est quanti tas, quaî oritur applicando Igitur sensus leramatis est, ut, si quantitat motu crescentium vel decrescentium A, B, C, tionales mutatiomim velocitates dicantur a, ?>, geniti rectanguli AB fuerit $aB + ^A$, & gen fuerit $aBC + \hat{o}AC + cAB$ Et gênerai iter n n— m A"* momentum fuerit —aA "' . » { m ^ 5. a,6£q . a<b . fe qFa" ^ & .3M x£ a^h . fx = max f'cf b . Y^fx eq [Hp . §limP()2-5 .3 Wjc = \im[{ft/-fx I j, il) . (2) O. Dfx^O Hp O. Dfx = lim[(ft/'fx)lii/—x] \y,x ^ //£ ^r^ôrs(.r+Qi .3 (f{/--fx)l^j/— x\^0 i4) . (5) 3- T)fx^O (3). (6) 3. P]

The text on this page is estimated to be only 22.96% accurate

•ii (min I max)P'J Les P'1'11 permettent de trouver la plus grande et la plus petite valeur d'une fonction, lorsqu'on connaît l'existence du maximum (voir §cont2-3 , et qu'elle correspond à une valeur intérieure à l'intervalle donnée, si la dérivée s'annule pour une seule valeur dans cette intervalle. Les P'6 facilitent la discussion. Si le maximum se présente à une extrémité de l'intervalle, par ex. pour la valeur a, on conclura seulement D/a^0 . Si le maximum ou minimum se présente pour une valeur intérieure, il faut s'assurer de l'existence de la dérivée (Df_x sq), pour conclure qu'elle est nulle. P. ex. mod et $[a^{(2;3)}] \setminus x$ sont des qfq, dont la plus petite valeur correspond à $x=0$, et la dérivée n'est pas nulle. •2 Df ξ qFa ^{b} .3. fe (qFa ^{i})coiit [Hp . xea ^{b} .3' $\wedge^{\wedge}[(V - A'^1 i a^b, x) = \lim \{ f_i / -fx \% i / -x \} X (iZ - y) \setminus y, a^b, x] = \{ Df_x \} X 0 = 0]$ •3 DfeqParb.fa = fb=0 Q- '3. a-b $\wedge x^3 \{ T > fx = 0 \}$ \ROLLE a.1689 p.127 : « Les racines de chaque cascade (dérivée) seront prises pour les hypothèses moyennes de la cascade suivante ». 1 Hp Hp Hp, Hp Hp P-2 .D. / $\xi(qFa^{6i} \text{cont} (1) . \S \text{cont} 2^*3 .3 - \max / V / \wedge 6, \text{mmf'd'}$ a Qn fuf ^{b} .3' iii'ix fcf* b êQ » . xs a ^{b} . fx $\wedge \max f^a * \sim^b b f q$ Ths .3- $\wedge \wedge$ « $\wedge$ («»»»»»» . (3) . P'I ."~) a {—Qr>fa ^{b} .3 a Q $\wedge (-/* "$ « $^{\wedge}$ • il) -3 Ths -a Q/yfa ^{b} . -a (—Qr> /V/ $\wedge 6$.3. fs lOfa ^{b} .3. Ths il" ,2; (6) (4) . ! 5j . [iy) .3. F] Ex. Dm P'4o •4 DfeqFcrb .3 (fb-fa)/(b'-a) sDf a-b \ Cavalieri a.1635 l.vn p.15 (p.492 de Vèd. de 1653): « Si curva linea quaecunque data tota sit in eodem piano, cui occurrat recta in duobus punctis poterimus aliam rectam lineam prefatae aequidistantem ducere, quae tang-at portionem curvac lineae inter duos praedictos occursus continuatam ». I [Hp . $\wedge$ = [fx—fa—:x—a) fb—f(nl b--a)]x .3. ga=ffb=0 . D// = Bf— fb-f(nl b—a) . P-3 .3. ' $\wedge$ a—brsx3[Dfx—{fb—fal ^{b} —a)=0] .3. Ths] Ex. Dm P-6 La Dm, très simple, donnée»- ici est attribuée par Serret (a. 1868 Cale. DifP., 3. éd. Paris a.188(j p.19)àOssian Bonnet. La même Dm a été donnée])ar G ras s manu a.18G2, Werke, t.1, Leipzizr a. 18% p.323. I

The text on this page is estimated to be only 9.77% accurate

ifb-fayihb-ha) s [{I>fbc)/(Dhx)]" [Hp . k= [fX'-fa—{hx—ha)
(fb—fa)l{hb—hi ka = fcô =0 . P-3 O. P] î Cauchy Cale, diff, a.1829 p.37 \
Li»s P-4-5 s'appellent « théorèmes de la nioy •G D/'e QFa^ft .3 /•£
(qFa'^b)creH » — Q » » » » decr » («0) » » » » con^ • I a,teq . a -=b . f,he
qFa" ^ b .fa^) D/ia=0 .3. lim!(/j:-)/(/^r)|ir, a-b^3 {hi î De l'Hospital, Analyse
des infini m ' si Ton prend la différence du numérateur, < rence du
dénominateur, après avoir taitx=a, !'> [Hp O- liiii (A^ / h.ï:)\x = lim [{fx—
fa^jifix = \[m\[[fx-fa)l,r= {DfcDl^Dha)] •2 a,teq . a -::=& . /"j/ifi qFa*^ b ,
fa = 1 0 '£ Dh'a-b . lim(D;/r / Dhœ\Xj a-b, \mi(fx/hx\x, a-bj a) =z limÇDfx /
1 [Hp . xs a— h . P5-5 O- Ul^x = {fX'-fa)l(hx•3 a,6£q . «-*=& . /"j/ee
qFa"& , fa = h O'SBh'a-b .3 Lm(/;/; Ax|.r, a-ft, a) 3 Dm F1901 •4 rtsq .
/;/i,D;/D/i € qF(a+Q) . lim(/; oc) =0 . 0 -£ DA/(a+Q) . lim[(D^r /D/?/,/ ((—
ce) .3- lim(/'cr//f:r|a7, a+Q, oo) = lii [\rinfxlhx\x, a+Q, x) = \im] fui+jz) /
/i(^rt | •3 aeq . /T, Bfs qF(a+Q) . lim(D;/ a+ .3- lim[(/x)/j^ |x', a+Q, qo J = li
1 •6 asq . f,hyT>fyDhe qF(a+Q) . lim(/?, (a+Q) . \m(\} fx/Yyhx\x, a+Q, oc)
\m(fx/hx\x, a+Q, qo) = lim(D^ ,

The text on this page is estimated to be only 11.83% accurate

$\wedge 7.$ we $Cls^q . u'I^{\hat{o}u} . meN, . f,hyD'''f, D''*/i e qFi^{\wedge} . oeq . xsu .$
 te $qf^{\wedge} \ll Q. -0 D''*(/;/vr) = D''*(/;/.) x Df Si j^{\wedge}$ est une fonction définie F , a
 signification $D \gg \gg /;$ par §f6. Si $/^{\wedge}$ est une opération f , la $P-0$ simplifie un peu
 les formules. $\bullet 4 D'''[(fx+hx)\backslash x, u, x] = D'yx + D'^{\wedge}hx \bullet 2 D''\backslash axfx \backslash x. \hat{i}i^{\wedge}) = aD$
 $Y^{\wedge} \bullet 3 D'''(fxxhx \backslash x, u, x) = v[C(/i, r)(D''-/r)X(D''to) |r, 0-/ /^{\wedge}] I Leibniz$
 MathS. t.5 p.380 j $\bullet 4 718 m^{+ \wedge} Q . j; \pounds q . 3 D''*(a; **|a?, q, . t) = 77[n - 0-(m$
 $- 1)] Xa? *'''''' 72sq . o^{\wedge} sQ \gg Q \gg \gg \gg n^{\wedge} n . rre q^{- \wedge} 0 \gg q^{- \wedge} 0 \gg \gg \gg \bullet 5 xeq . 3-$
 $D^{* \wedge} [ir^{**}(l - a?) * la7, q, ir] = -m! v \{ (-l) qC(m, r)] V(l-rrr)''' > \% 0-mj^{\wedge} 8m a, b8q$
 $. a-c=6 . f^{\wedge} ie qFoT b . yn^{\wedge} eN^{\wedge} . fa = Dfa = D'/a = \dots = Dya = 0 . D'''ya eq . ha$
 $= D/\hat{a} = mia = \dots = D''/\hat{a} = 0 . [Hp . P6-2-1 O. linii /7A, a\sim 6, a) = r$
 $\lim(D'/D^{\wedge}, \ll'''6, a) = \lim(DY/DV^{\wedge}, \gg) = \dots = \lim(D \gg \gg /yD \gg \gg 7i, \gg) =$
 $D \gg \gg + i/a/D \gg \gg - \gg - iAa]^{\wedge} 10. a, 6 \pounds q . a-c=l) . a? \pounds a-ft . me^{\wedge}, . /; D'', D^{*}/; \dots$
 $D''*-y sqFa-b . DY^{\wedge} eq O- \lim[\backslash f x + ; ;)' - ll2yr \backslash (DY^{\wedge}) \backslash nO - \{m^{\wedge} l) \backslash \backslash z''^{\wedge} |xr, a-$
 $6-.T, 0] = (D'Y^{\wedge}) / n! [(JA.x+25) - 2'[2 \gg - /r! D \gg - /x |r, 0--(m - 1)] \hat{i} |z,$
 $2 \gg \gg \gg |z^{\wedge} I (. f, ^{\wedge} ') P8 . D. P] I Joh. Berxoulli a.1694 t.l p.126: \ll liabetur$
 haec séries gênerai issima : $\hat{d}dn z^{\hat{d}dn} y. . , , z zdn Integr. ndz = + w \ll ^{\wedge} \wedge$
 $^{\wedge}, dte. 1.2.3.^{\wedge} 2' 1.2.3.4.rf2 \gg j Taylor a.1715 p.21 : \ll Sint e et 2c quantitates$
 duae variables, quarum z nniformiter augctur per data incrementa 2 , et sit
 $nz^{\wedge} y p.23 : \dots quo tempore z$ uniformiter fluendo fit $z-\backslash -v$, fiet $x , . V \blacksquare$.
 $V^{*} -: 7^{\wedge} \wedge I2^{\wedge} 1.22'^{\wedge} 1.2.32'^{\wedge}$

$$x + x \frac{\cdot}{1z} + x \frac{\cdot}{1.2z^{\cdot}} + x \frac{\cdot}{1.2.3z^{\cdot}} + \&c. \gg \{$$

The text on this page is estimated to be only 26.58% accurate

j MacLaurin a.1742 p.610: « Suppose that y is any quantity that can be expressed by a series of this form $A + Bz + Cs^2 + 1^{n-1} + ^nc$ - where A, B, C represent invariable coefficients . . . When z vanishes, let E be the value of y , and let $E, \ddot{E}, E, \&c.$ be then the respective values of $\langle, y, y^2 \&c.$ z being supposed to flow uniformly. Then $\hat{y} = E + ?i E^3 \langle Y.7? 1X2z^* + \&c.$
p.611 : p.612 : $1X2X3 2$ » This theorem was given by Dr. Taylor. which theorem is not materially different from Mr. Bernoulli's. j Arbogast a. 1800: $F(a+a^x) = Fa + \sim x + X^x + ^x \text{ ex } O^x + ^x \bullet$ 1.2 1.2.3 La PIO s'appelle généralement « formule de Taylor », et pour $a;=0$, ' formule de Maclaurin », bien que déjà énoncée par Joh. Bernoulli. Si dans la formule reproduite de Bernoulli, on pose $iv=.f(a-\backslash z)^x$ et si l'on effectue l'intégration indiquée-e entre les limites 0 et $h - a$, elle se transforme en : $fh^x fa z=L [h-a)f^h - ib^x ayfbl2Mp - aj^x \backslash f''b - \dots$ d'où la formule 10 par la substitution $\{XyX - ^jr\}$ au lieu de b et a . La signification du « etc. » a été douteuse. Le second membre n'est pas la somme d'une série ; car la série peut être divergente ou avoir une somme différente du premier membre. Cauchy a.1829s.2 t.4 p. 394 donne la fonction $if^x - jx -$ dont toutes les dérivées sont nulles, et dont la série de Taylor ne donne pas la valeur. J'ai donné cette interprétation de la formule dans les notes à « Genocchi, Calcolo differenziale a. 1884 p.XIX ; trad. allemande p. 321 », Mathesis a.1889 p.110, TorinoA. a.1891. H. Poincaré AM. t. 8 a. 1886 p. 295 {Méih. nouvelles de la mécmiiqite céleste^ Paris a.1893 p. 2) dit que cette série est un développement asymptotique. On peut remarquer dans les citations le développement du symbolisme. Ex. de la PIO: $P12-4 \S \text{planOscul.} ^{11-i} a,6\text{f}q . neN, . f, DY \langle qFa^b Q. / \bullet b - v[(\&-a)7r!D7a)|r,0-(n-1)] e \{b-aT/n \backslash Dy a^b j$ Lagrange a.1798, Th. des Fonctions ayalytiques p.52 : « D'où résulte enfin ce théorème nouveau et remarquable par sa simplicité et généralité, qu'en désignant par ic une quantité inconnue, mais renfermée entre les limites 0 et $a?$, on peut déveioi))er successivement toute fonction c

The text on this page is estimated to be only 14.25% accurate

de X et d'autres quantités quelconque» suivant les puissances de x, de cette manière : $fx = t + xt'u, =:t\backslash + xf'. + ^ru, 2.3$ etc. les quantités t., f ., f '., etc. étant les valeurs de la fonction fx et de ses dérivées f'x, fx, etc., lorsqu'on y fait $x=zO$ », { [Hp . A:= \fb-2l{b—a)r /r! D^ fa \r, 0'''{n-1)] \ /((6 -«> . g= \fx—^{x—a)r IrlDr fa |r, 0'''{7i—l)] —k{x—a)n \x .3. ga = Uga =z D^ga = ... = Dn-iga =0 . gb =0 .3. a {a~'b)rs U3[Dn gu=zO) .3. 3 {ar~bys u3[Dn fu—n\k] =0 .3. kB (D« f'a—b)ln\] •2 HpM .peN, .3 /•6-v[(6- a)'D7a|r,0-(n-1)] £ î(b— af(&— x)"-Vf/)X(n— 1)!] DYa^î |a; ^ a-& } Cauchy, Exercices t.l a.l826 p.26, pour p=l j I ScHLôMiLCH a.l847 p.l77 j [A:= (voir DmP-l) .h=z,fb — 2'[(6- a7)r /r! Dr fx \r, O" (71-1)1 — k[b— x)p(b—ayi-p\ \x .3. haz=:hb=0 .3. 3 a~6 ^ dC5(DJ^x=0) .3. '^a'~brsx3[—{b —x)f^'Wnfx+kp(b—x)P^(b—a)n-P=0] .3. P] [P-2 . p=in .3. PI] ^ 12-1 a,teq . a-c=b . /; DY^ qFoT b . jre a-fe .3. fx—fa—(x—a)(fb—fa) e (x—a) {X"b)DYa-b /2 [A= ;f^—fa—iz—a)[fb—fa)l{b—a)—(z—a){z—b)[fx—fa —{x—a) {fb—fa')l[b—a)][(x—a){x—b)][\z .3. ha=hb=zlix=0 .3. Of DA*a~";r . Oe Dh'x~b .3. Of D^h'a—b .3- P] Elle donne le reste dans l'interpolation du premier dégTé, ou dans la règle des « parties proportionnelles» , adoptée dans les tables des log, sin, etc. •2 Hp'i . nijUsQ^ .]3- fl{nia+nb)/(m+n)] — {mfa-{ -n/b)/{m-{ -n) £ ^ (b^aYmn(m+7i)-Y2 DY'(a-b) [p-i 3P] •3 Hp P-2 . DYe QFa-&.7'£Nj+l .z£ (a-&F l-r)cres . meQFl-;' Q. fl{imz)/{lm)]<{lmfz)/(lm) 'A a,bsq . a<b . fe qFa ^b.xsa-b. Dfx =0 . D'/o? > 0 .3. a (Cyd)3[ce a-x . rfe ar-b . fx = min /{c ^d)] [PIO .3. lim[/(cc+/i)— /îc)/ h' \h, a—b—x, 0] = IVfx /2 .3. g fc,^'i5fr£ a~x . f/f .r ^ : he c~(1—x .3/* • fx-\-h\^fx .3- Ths]

The text on this page is estimated to be only 18.55% accurate

$\wedge 13*1$ afisq . a= $\&$. fs qFa- $\&$. msN $\wedge$. xe (arb f l— m)sim . g=
 $\backslash$ fooM{Z"X;)/{x-x $\wedge$) |s, (1-mHr] |r, 1-mj \z . D' $\wedge$ fe qF a-b . ye a-ft .3. /y-gry
 $\pounds$ i7[(.y-a?,)|r, 1-m] DVX $\hat{a}$ - $\&$) A $\>$ $\wedge$! [Hp . A:= {fy-9y)in[{y-XT)\r,l-m] .
h:=\fz-gz-k i7[(«-av)|r,l-m]||2 O. ;kCi =0 . te, =0 tem=0 O- Numfa $\wedge$ ft n
 $\wedge 3$ (/iT =0)] $\wedge$ m .3. Nuin[a $\sim$ '6n $\wedge 3$ (DAa=0)] $\wedge$ m— 1 0
3Num[a $\sim$ 6nz3(I $\>$ » $\wedge$ =0)] $\wedge$ 1 O. a a $\sim$ 6 n z3(I $\>$ n/i $\wedge$ =zO) O. 3 oT'h n z3(I $\>$ »/2;
— mIA: =0) O. Ths] j H. A. SCHWARZ, TorinoA. a.1882 j j Stieltjes,
a.1882 Amsterdam Ak. s.2 t.17 p.239-254j La fonction g considérée dans la
P-1 est la fonction entière de degré n — 1, qui pour les valeurs x $\wedge$ x $\wedge$,..xn
coïncide avec la f $\wedge$ sous la forme donnée par Lag range (Œuvres t.7 p.285);
la même fonction a été donnée sous une autre forme par Newton a.1686 t.3
prop. XL lemma 5. La formule qui donne $\wedge$ est dite « formule
d'interpolation » . La PI exprime fy-~gy, qu*on appelle « reste ou erreur de
l'interpolation » . lim 1 $\wedge$ 14. •i aMq. . /fe qF(a+0/O . X {mo $\wedge$ D"fx)\
(n,xyi $\wedge$. a+eh) eQ . •2 k $\pounds$ Cls'q .k' $\wedge$ ôk. ff qf(&!No) : neNo . xek r)k,x.
T>lf[z,n)\2 yk yX]£q : 2\[Y mod D[/ (j,n)| j, è, z] \z $\wedge$ A]|n, NJ eQ : xek
Q $\wedge$ m $\wedge$,n)\n,l $\wedge$,]z,k,x\ = \D[f{z,n)\z,k,x]\n, Noj j Comm(D,v) j F 1902 dJ52
12 <

The text on this page is estimated to be only 26.96% accurate

§66 S (intégrale) + Ni — $X < -2r1, q$ Med cres $\wedge 1. a, teq . a < b$
 $. feqfarb. Y fa \wedge 6, 1^{\wedge} f'a^{\wedge} beq Q: \bullet 0 neN^{\wedge} . x \pounds (a^{\wedge} bfO''n) cres . \ae^{\wedge} a . x^{\wedge} = b$
 $. 3. sV, \hat{u}^{\wedge} \hat{o}, n, X) = 2f(.r,,,-a,,,)r/(.r,^{\wedge} \wedge^{\wedge},,) |r, 0-(n-1)| . o\hat{i}, S(/; \ll''''6) = ? q^{\wedge}$
 $y3 \setminus 7i \pounds \hat{I}H^{\wedge} . xe (aTbt 0-n) cres . \wedge^{\wedge} . Df \bullet 2 S(/^{\wedge}, a''^{\wedge} \&) = ? y^{\wedge} j weN^{\wedge} . ^{\wedge} rs$
 $(a^{\wedge} b f 0 — n) cres . a7o = a . x^{\wedge} := b , Dn^{\wedge} x. ye l_{\setminus} \{x^{\wedge}, -x:) Medr(^{\wedge} r^{\wedge}, s-i) k.$
 $0-(n-1)] j Dfp ''6 S \setminus f, oT b) = 1, y5 a \{n;x)3 \setminus nsN^{\wedge} . \ae ia!^{\wedge} b f 0-n) cres .$
 $XQ = a . x^{\wedge} = b . // = s'(/*, a^{\wedge} b, n, x) \setminus Df S/ Df$ Soient a, h des quantités, $\ll < \hat{o}$, et
 $/''$ une quantité fonction de l'intervalle de a à 6 , et limitée supérieurement et
inférieurement. Divisons l'intervalle de a à 6 en n parties, par une suite
croissante cCq , $\ll i \dots 2Cn$, où $a?o$ et xn ont respectivement les valeurs a et
 h . s' de $/*$, dans l'intervalle de a à 6 , pour la division en n parties, déterminée
par les valeurs x , est la somme des produits de l'amplitude des intervalles
partiels par la limite supérieure des valeurs de la fonction dans les mêmes
intervalles. s , est la somme analogue où l'on considère les limites
inférieures. $S(/*, a''^{\wedge} \&)$, qu'on lira «l'intégrale de f , étendue à l'intervalle
de a à 6 », est la quantité y toujours comprise entre s' et s , quelle que soit la
division effectuée. La P^*2 exprime la même Df , où l'on a éliminé s' et s .
 $S'C/, a^{\wedge} 6)$, qu'on lira «l'intégrale par excès », est la limite inférieure des
sommes s' . En échangeant les limites supérieures avec les inférieures, on
obtient la définition de $S(/*, c\hat{u}^{\wedge} b)$, qu'on nomme « intégrale par défaut » .
Les fonctions s' et s , figurent seulement dans les premières P . L'intégrale
s'est d'abord présentée dans la mesure des aires et des volumes. L'aire
décrite par l'ordonnée de la courbe d'équation $y^{\wedge} fx$ ($fx^{\wedge} O, T$

The text on this page is estimated to be only 29.84% accurate

coordonnées cartésiennes orthogonales), la fonction $f(x)$ varie de a à b , est mesurée par $\sum_{h=1}^n f(x_h) \Delta x$, S est la somme de rectangles qui contiennent à l'intérieur la figure considérée. Les rectangles s , sont contenus dans la même figure. Si la fonction n'est pas intégrable (et dans ce cas la représentation géométrique est moins claire), S' et S , sont l'aire extérieure et l'aire intérieure de la figure. Voir §volum. Cavalieri a considéré l'intégrale comme la somme de toutes (omnes) les valeurs de la fonction (voir P5-1, §log4-1). Leibniz (Acta eruditorum a.1686) l'a indiqué par $\int y dx$ la lettre $\int$, initiale de «somme», a été dans la suite déformée et agrandie. Le nom «intégrale» a été introduit par Jac. Bernoulli, AErud. a. 1690. Euler (Calc. Int. a. 1768) a adopté la notation $\int_a^b f(x) dx$, simplifiée sous la forme $\int_a^b f(x) dx$ par Fourier a.1822 p.252. La notation $\int_a^b f(x) dx$, dont nous ferons usage en général, a l'avantage de s'appliquer dans les cas où l'intégrale n'est pas étendue à un intervalle, mais bien à une classe quelconque (PIO'4). Voir 2". Cauchy a.1823 Œuvres 8.2 t.4 p.122 a défini l'intégrale par la P4-4. Darboux (voir P2'31) a considéré ces intégrales comme limites des sommes s_n . Cette limite n'est pas la «lim» du Formul., car ici nous avons défini la «lim» d'une suite, ou d'une fonction de variable réelle, ou d'une fonction de plusieurs variables, mais non d'une fonction de n variables, où le nombre n tend à l'oo. On pourrait la définir mais on aurait des Df plus compliquées. Sur le remplacement de l'idée de lim par celle de limite supérieure (!), voir ma note Sulla definizione di integrale^ Annali di Matem. a.1895, traduite dans les additions à Genocchi, Diff. R., a.1899 p.366. «2. HpPl O. •2 (b-a)rra^ b ^ S'(/; a^ b) ^ S^(/; a^ b) ^ {b-a)\fa^ b [nsNi . Xf {cf*b f 0---n)cres . aco=« . Xn =6 . rs 0-"(7i— 1) . Oper r,l, \f(a^b) ^ VriXr ^Xr + l)^fXr ^OV+l) ^ 1, A^^ 6) n£N| . X£ (a*^& f 0'--n)cres . Xç^=a . Xn^b . {1) . Oper^" .3. {b'-a)Vfa*^)^ s'if^a'^b^i.i.x) ^ s/f,arb,n,x) ^ (b''a)f'cf b fn,nsSi , xe (a'^ft f 0*--w)cres . Xo=za . Xm=^b . ys {a^b f 0*-.*n)cres . yo=a . yn =6 . x* 0'''m 3 y* 0'''n .3s'(/,a^6,w,.T)^s'(A«'^,w,.V) . s/ » w,a?)^sX » n^y) m,-w£Xi . xs (rt^& f 0'-m)cres . XQ=a . Xm=6 . ys {a^bfO'''n) . .y())=a . 2/»=& .p=Num[ac*(0*--m)wjy'(0---n)] . 2= i[{x'0'''ms^y^0'''7i)t(0--"p)] cres . (2).(3) .3. s'(/,a^6,m,cc)^s'f » i>,z)^s/ » p,2)^s/ » n,y) .3 PI . P-2]0. (1) (2) (3) r

The text on this page is estimated to be only 10.51% accurate

180 S •3 S(f, àr h) eq .=. SV, a'^ h) = â,(/; oT h) •31 O- = ^,arh) (Daeboux a.1875 p.71 } [DfS',S,,S o- S(/,a-6) = >q/^3/3[S'(/•,a-6)^y5S, (/;a'-6)l] •4 ce a-b O- S'(/» «" &) = S'(/; «""" c)+S'(f, cT b) •41 s, S^ s, •42 O: S{f,arb)eq .=. S(f,arc),S{r,crb)eq •43 S(/; a- b) eq .3 S(/; a^ b) = S(^, a"^(c)+S(/; (T b) •8 SV, a"^(b) = (b-a) S\ff[a+{b-n)f] \t, e\ -si (S, | S')P^5 [««Ni . xe (a"6fO"''M)cres . x^^a . xn=6 . (xr — a)/(6 — a) \r^t O/fi(©fO"''H)cres . fo=0 . /n=1 . s'(/,rt'~6,n,a;)=(6— o)s';/[a+(6— aV] |^©,«, /] La P'5 transforme toute intégrale dans une autre où l'intervalle d'inttV gration est O. Nous nous limiterons donc à ce cas pour simplifier les formules suivantes. ^ 3. f,gs qte . l're, \re, Vg'S, l'^e «q O: •0 S' {f,e), s {f,0) e Med fS [= P2-2] •01 S(f,e) eq .3 8 {f,e) £ Medf'S [p-o . P2-3 .3 P I •1 s'[(fx+gjc}\x,e]^s' {r,e)+s'(ff,e) •!! (s,^)(S',:S)Fi [?ieN, . xe(©fO •■•n)crcs . £Co=0 . Xn=1 . rs 0"(7(— 1) O(_fz+gz)\z' {Xr*-'Xr+l)'D f {Xr*^Xr + l)+ffXr ^Xr + l) O" 1' > » ^1' » » +1' . . (1) îJiNi . xs (3 f 0-"«)cres . a;g=0 . Xn :=1 • (1) O^[{f+g')\z,a"b,n,x]^s' {f,M) + s'(s,,») . Df S' O- P] •12 S(/;0),S^,0)eq 3. S[{fx+gx)\x,e] = S(r,e)+S {g,e) •2 s'(r,e) = s'm-y)\y,0] -21 (S,iS')P-2 [MsN, . xe {&t 0"''H)cres . Xo=0 . ce»» =1 . y= (1— scn-r) |r OS[(Xr+l-Xr) Vf {Xr^Xr+\.) \r, O-(W-l)] =£i(j/r+i-yr) l['/(l-z) |z 'U/r ^ yr+i)] [r, 0-h! . DfS' o. p] •22 s {f,e) eq 3. s(/, e) = sm-x)\x, 01 •3 s'(-;/ 0) = - s,(/;0) ^31 (sjs')P-3 •32 s(/;0) eq 3. s(-;/ 0) = -s(/;0) •4 msQ, r). S'imf,e) = mS'(f,e) H — ^4 •42 S(/;0) eq . meq 3 S(w;/0) = mS(/;0) •5 ice0.3r./à;^a? 3 S'(/;0)^S'((7,0) -si '»

The text on this page is estimated to be only 14.00% accurate

$\bullet 6 \text{ } / \cdot \wedge e Q f e O(i r' 0) x S'(\wedge, 0) \wedge S l i f x g, S) \wedge S, (/ 17' \odot x S(\wedge, 0) \wedge m x g,$
 $9) \wedge s, (/ \cdot: [H p . a c e \odot O- 1' / " \odot 5 / \grave{a}; 5 1' \ll (1) .3 \{ \} f 9) f f 3 \wedge f x x g x \wedge (\vee' e) x g x$
 $H p . (2) O . P] P-6-61 := \ll \text{premier th\'eoreme de la moy'eni Dirichleta.1837}$
 $t.1 p.138 \text{ l'\'enonce en snppos Voir aussi MA. a.1874t.7 p.605, JdM. a.1874}$
 $M\ddot{u}nchenA. a. 1900 p. 209. \bullet 7 \text{ gre}(q f 0) c r e s . 3' a e ^ C 3 [S' i f x g, S) = (\wedge 0) S' (/;$
 $O c) \bullet 71 (S, I S') P ^ 7 \hat{=} B O j \text{ Weierstkass (voir du Bois-Reymo P-7'71 := \ll}$
 $\text{second th\'eoreme de la moyenu} \bullet 8 f, g s q f \odot . i r e, i r e, Y g' e, I j g ^ e . S [f l r a ? S (/;$
 $0 \wedge 0 ?) \backslash x, e] + \wedge [f x S \{ g, 0 \wedge x) | ^ t J. Thomae a.1875 Zm. t.20 p.4 \text{ Cette}$
 $\text{formule, qui co\^incide au fond avec l'ii est donn\'ee ici avec une hypoth\ese}$
 $\text{moins n} \ll 4. \blacksquare i f e (q f 0) c r e s. Q. S (/; 0) = l' \hat{I} 2 [/ 1 \bullet 4 \gg \text{decro} .3 S (/; 6) = 1' = \backslash \bullet 3$
 $H p ^ 1 . w . H p ^ 2 .3. S (/; 0) e q [H p - 1 .3 s . \backslash f, G, n, r l n \backslash r) = I \backslash M n \backslash r, (i - \backslash n 8, (\gg) =$
 $21 ^ \wedge \gg , 1 \text{---} n] \bullet 4 H p ^ 3 O . S (/; 0) = \backslash i m s [f [r j n) \backslash r, \backslash i r s i y . [f (r j n) \backslash r, V " n \backslash) i \backslash n \bullet 5$
 $H p - 4 O ^ S (/; e) = \lim | v [(a " - a ' \text{ Pour } m = 1 \text{ on a Taire du triangle, que Ei visant}$
 $\text{un parall\'elogramme en deux triangle}$

The text on this page is estimated to be only 27.19% accurate

On peut traduire en symboles analytiques cette Dm comme suit: [P3-22 o/ $S(x \setminus x, e)z = iS[(1-x) \setminus x, e]$ (1) P3-12 O. $S\{x \setminus x, S\} + S[(1-x) \setminus x, S] = 1$ (2) (1).(2) .3 $S\{x \setminus x, ej = :2$ 1 Le calcul du volume de la pyramide porte à la même intégrale, pour $m=r2$. Euclide 1.12 P7 à ce but décompose le prisme en trois pyramides. On peut l'exprimer: [$S(ac \setminus x, 9) = S[(1-x) \setminus .r, O] = 2S[jc(1 - ir) \setminus x, S]$ (1) $S(x - la., G) + \wedge[\{1 - xy \setminus x, G\} + 2S[ac(1 - a'j \setminus x, G)] = 1$ (2) (1) . (2) .D. P] Archimedes rencontre la même intégrale en déterminant l'aire de la spirale qui porte son nom, le bary centre du triangle, et l'aire de la parabole. Son raisonnement est à peu près le suivant (jieg l êXixwv PlO-24): [$S(ic \setminus .r, G) = \lim Z[(r \ln y \setminus r, 1 - n \vee u \setminus n = \lim 2'(l''/i) \setminus n = \lim n\{7i+1\} (27i+1)/(6n) \setminus n = \lim (1+n)[1+(2 \ll; l/3 \setminus n = ,3]$ I B. CavALLIERI a.1639 p.o24: « se in un parallelogrammo, descritto il diametro, intenderemo tirate parallèle ad un lato di esso quante se ne possono tirare, indefinitamente di qua e di là prolungate, la parte di esse che resta nel parallelogrammo, cioè (per parlare nella lingua usata in essa geometria) tutte le linee del parallelogrammo saranno doppie di tutte le linee comprese in uno dei fatti triangoli. Tutti i quadrati del parallelogrammo saranno tripli di tutti i quadrati dello stesso triangolo. Tutti i cubi saranno quadrupli di tutti i cubi. Tutti i biquadrati saranno quintupli di tutti i biquadrati (intendo sempre quelli del parallelogrammo di quelli del detto triangolo). Donde argomento probabilmente che tutti li quadricubi saranno sestupli di tutti i quadricubi. Tutti i cubicubi saranno settupli di tutti i cubicubi, e cosl in infini to secondo i numeri continuamente susseguenti. » { j Fermât t.1 p.195 ; publié par Mersenne a.1644 j Fermât a donné ce théorème avec l'hypothèse $w_i \in \mathbb{R}$, sous forme géométrique, en déterminant l'aire de la parabole «... cum quaelibet partium diametri potestates cum quibuslibet potestatibus applicatarum comparantur... [y« = ic»*]». Il trouve que l'aire du parallélogramme, circonscrit est à la parabole « ut summa exponentium ambarum potestatimi ad exponentem potevstatis applicatarimi... [$S[a: \wedge(m'/i | a \% G) =: n^{\{m+n\}}]$ ». [Hp . P4-4 . §limlll2 .3. $S\{x^n \setminus x^0\} = \lim 2 | (? \bullet / \ll \gg [r, l''w] / ?? \setminus n = \lim J'il \bullet \bullet / \gg ; / \gg \gg + ! |, / \wedge = / (m+1)] [Si^{x \gg} \setminus x, G) = \lim; 2 * [(\ll^{\wedge} - ar + D^{\wedge} ar) m |r, Nq] \setminus a, 0, 1 \{ = \lim; i[(1 - aXAr^{\wedge} wt + i) \gg - ! ? -, NqJ \setminus a, 0, 1 \{ = \lim [a - a) / (1 - \ll''' + 1) \setminus a, 0, 1] = / (m+1)] \bullet 2 ajnsQ^{\wedge} .3 Six - "*" \setminus x. Sa) = a^{\wedge} Wra - ^{-1}] [Hp . P2-5 O. $S(x'' \setminus .r, Ga) = \ll S[te)m|2, G] = \ll \ll + 1 S, J \gg \setminus .r, G \setminus = < / \gg * f 1 (m+1)]]$$

The text on this page is estimated to be only 11.98% accurate

« 6. »*,neQo O•1 Slx'''(l-xr \x, 6\ = Slx''(l-xy" \x, e\ (P3-22DP] •2
 $S[aj'*(l-a?)''*\backslash x. S] = (n+1)/(n+1) S\backslash x''''^{'}\{l-x)\backslash x, S] [[x''i \backslash x, (n+Dil-$
 $x)'' Ix] I if^{\wedge}) P 3-8 O- P] \blacksquare 3 S[x'''(l-xf \backslash x, 0] = \{n+1\}/\{,H+H+2)S[x'''(l-x)''$
 $\backslash x, S] [S[x' \gg \{l-a:\} \gg +i \backslash x, e] = S[x' \gg (l- \ll) \ll \backslash x, 6] - S[x''' + i(l- -c)'' k, S]$
 $P-2.D- '' = \gg - \{m+1\}:(ii+1) S[x' \gg \{l-x\}'' i + i \backslash x, e] \bullet DP] \bullet 4 neN, .3 Slx'^{\wedge}(l-$
 $x)''*\backslash x, S] = ii] / n(m+1+0-n) ! Wallis a.1655 p.428-433; Stirling a.1730 p.125$
 $\backslash Euler a \acute{e}tudi\acute{e} l'int\acute{e}grale PI dans TorinoM. t.3 a.1762, PetrNC. a.1772,$
 $PetrNA. a. 1779. Le gendre, Exerc. t.1 p. 221, t.2 p.3 l'a appel\acute{e}e «int\acute{e}grale$
 $Eul\acute{e}rieune de premi\acute{e}re esp\acute{e}ce» ; Binet a.1839 JP. c.27 l'a indiqu\acute{e}e par$
 $S(OT+1,n+1). ^{7-1} /e qf0 . l'raodr\textcircled{c} eQ O- ''^{\wedge}od S'(/;0) ^{'} S'(mod/; 0) \bullet 2 \gg \gg$
 $mod sjf,e) ^{\wedge} lim ^{\wedge} 10m aeq./feqf\{\ll +Qo) OS(/, a+Qo) = lim[S(/; a'' b)\backslash b,a+q,$
 $oc] Df \bullet 2 6\text{f}q./-eqf\{\&-Q,) .3 ^{\wedge}if, b-Qo) = Ura[S(/; a''' b)\backslash a, 6-Q, -x J Df \bullet 3$
 $fe qfq .3. S(^,q) = lim[S(/; a+Q\ll)|a, q, -x | Df \bullet 4 \gg \text{f} Cls'q . fe q f^*\ll 3 S\{f,n)$
 $= S\} l \ddot{i} (qfq) ^{\wedge} 93(, xei i 3.\ll - gx^{\wedge} = fx : xe q-i\ll 3^{\wedge} - i/-^{\wedge} '' = 0) 1 (^{\wedge} i ^{\wedge} * \bullet \blacksquare 41$
 $u,ve CLs'q . -a(M\ll r) . fe qf(ihjv) . S\{f,ti), >S(/,t') eq 3S(/; \ll \ll \ll) = S(f,u) +$
 $ii\{f,i') \bullet S \ll eq . fe Qf(\ll +Q\ll) . S(/; \ll +Q.,) 6Q 3. Oe Lm(/; a+Q, x) \bullet 51 HpR5$
 $3 Oehm\{x f x \backslash x, a+Q,,cc) \bullet 6 a,6\text{f}q . cKlib . ne (\backslash i(a^{\wedge} b) . l'mod u\backslash a^{\wedge} b) ==x :$
 $ceti^{\wedge} b 3cl'mod \ll (\ll r t) \text{f} Q 3 S(u, a''^{\wedge} 6) = lim[S((/, c^{\wedge} 6) |c, a-\&, a] Df l'$
 $mod \ll (a^{\wedge} c) eQ rr <? i \gg] - \bullet 8 C^{\wedge} e a-6 3, << \bullet l'mod \ll \{c''rf)eQ 3 ThsP-6 Df$
 $\wedge <$

The text on this page is estimated to be only 25.10% accurate

Les intégrales définies par les P1-2-3-6--8 s'appellent « intégrales singulières (Cauchy), ou impropres ». Les premiers s'indiquent aussi par: $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ ou $\int_{-\infty}^a f(x) dx$ — » — $x >$ Dans le cas où les Df-3-6 ne sont pas applicables, Cauchy (Œuvres s.l t.l p. 477) considère encore la « valeur principale » de l'intégrale, qui, selon Riemann, n'a pas grande utilité. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{-\epsilon} f(x) dx + \int_{\epsilon}^{+\infty} f(x) dx$ ToRRiCELLi a. 1644, pour $n=2$; (voir aussi Fermât t.2 p.338); Wallis a.1655 t.l p.409 j •2 m,nsQ .3- $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \pi$ Exemple de fonction non intégrable, donné par Dirichlet t.l p. 132 Voir §lim 54-2-21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$ (Q^)^decr Q: 2(/;No) £Q •=. S(/;Qo) «Q î MacLaurin a.1742 p.289 \ [Hp . mN, .D. 2 {f. 0''n) > Si'', 0^ (7?+1)] > ^[/•,0-(n+1)]-/D .3 Ths] •i f€ qf(0!No) . V jr mod[/ (aj,r) \x' 0] |r, No! «Q OS'UfA^,^) |r, Nol |.x, e\ ^ 2ÎS'f/(ir,r) |a:, ©] |r, No| •12 HpP-i : reNo O,. S/[Kaî,r) |^, 0]£q Q. SI v[/Iay') Ir, No] |x, e\ = l\m^r) \x, 6] \r, Noj ÎComm(S,2)j j Weierstrass ; voir Thomé JfliL a.1866 t.66 p.334, t.71 p.353 ; Darboux a.1875 p.82 : « Si tous les termes d'une série sont des fonctions continues ou discontinues susceptibles d'intégration, et si la série est uniformément convergente dans un intervalle donné (a, 6), la fonction que représenta la série, et qui n'est pas nécessairement continue, sera susceptible d'intégration. Son intégrale sera la somme des intégrales de tous ses termes » . j Nous avons remplacé la condition de la convergence uniforme par une autre plus simple. Voir §lim 37. •2 H^x^^lx, 0) = 1-2-•+3'''-... = -7834305... j Joh. Bernoulli, a.1694 t.l p.185 j •3 neq .3 S(j;-^^ \x, e) = l[/«/(r+1)- '•+1) |r, No] j EULER a. 1768 t.l p. 144: « Quae ob concinnitatem terminorum oranino est notatu digna. » ()

The text on this page is estimated to be only 10.09% accurate

cont ^ 14. M fe (qf0)cont .3 S(/; <9) £q .2 Hp-i O-
S(/;0)=lirav[/|;wn)|; Cette propriété a été prise par définition a.l837 Werke
t.l p.136. •3 a.&cq . (kCJ) . fe (qfa-&)cont .3lim[S(/', a-x)/{x—a} \i lim[S{/;
x-b)/(b—x) \c •4 /fe (Qf0)cont . gs |qf[0S(/',0)]con S[g, es {r,e}] =
s\rwxg[S(f,eccy, C'est une autre forme de l'intégration « D ^ 20. •1 a,beq .
a<6 . fj)f eqF a^b A' S/D/; a^ b) ^ /]&-/« ^ SW, c [/tfNi . xs (ct^b
fO"-7i)cres . Xf^:=a . Xn = fb—fa = 2[{fxr+i—fxr)|r, ' §D5-4 O.
s'(Df,a^b,7i,x)^fb—fa^s, •2 HpM . S(D/; a^b) sq Q. S(D/; ^ •3 a,b£q . a<6 .
fs qFa^ b . D/'eïï [Hp . P141 .3 8(0/-, a-^b) sq . P-2 C •4 a,teq . a<;6 . /fe
(qfo '^6)cont . ax D[S(/; a^ ^) |xr, a^ b, œ] = fx [Hp . P2-43 . P14-3 O. lim;
[S(/; a^z) - ^ lim[S(/; x''^ z) i(z—x) 12, .X- 1 Hp . P2-43 . P14-3 O.
limilSC/' , «^2) — Si lim[— S(/. z'^ x) l(z—x) \Zy a''' ; lim[S(/', z'~* x)
j{x—z) |j, a^; (1) . (2) . DfD . §lim 62-5 O- P 1 •5 a,6£q . a<6 . /fe qFa ^b
.Dfe ((flre [qF(/a^/??)]cont O- %, /«''' [£C£ a- 6 O. D[S(.çr, fa^ fx) \x, oT
b, x] =D[^[g, fa- y) \y, fa^ fb, fx]xW, a" (1) . P201 O. P] •6 afieq . a<}) . f,
g, D/; I>g e (q¥ c SifxDg, a^ b) = {fb}{gb) - (A0(< Les P*5-6 expriment les
règles dMntégi « par parties ».

The text on this page is estimated to be only 10.62% accurate

$\wedge 21-0 f, Dfe \{qF0\}cont . nfN,, Q. S[\{l-t\}yt \backslash t, 0] = /D/(u+l) + ,$
 $\{\ll +1\} S[(1-0''^{\wedge}D/-< \backslash t, S] [P20-3 . g= (1— n)\gg +i/(\gg +l) K O- P] \bullet 01 \ll \pounds N, . f,$
 $D'Y S (qF0)cont Q. A = i[(D70)/r! ir, 0-(/i-1)] + /(u-1)! S[(l-/)''-DYi]<, 0] [$
 $P20-1 . 21-0 O- /'l = /t) + SJV, (9) S(D'', (9) = D'O + S[(1-0D'/V |^ 0] S[(l$
 $— OD\gg /i \backslash f, e] = D'D/2 + /2 S[(1— O'D'/\hat{T} 1', \odot] SfCl-O^{\wedge}-^{\wedge}D'i-i/\hat{i} If, e] =$
 $D't-i/O /(i-1) + /(H-1 I S[(l— /)\ll -iL>\ll /? if.ei O. P] \bullet i a,^{\wedge}eq . /i\pounds Nj . /; DYe$
 $[qF(a+0/O)cont Q. /;a+//) = v[/iyr! D'/a \backslash r, 0-(n— 1)] + /iV(\ll -l)! S[(l-$
 $0''''D''/(\ll +^{\wedge}) \backslash f, 0] j Lagrange a.1798 Th. des fond, anal p.42; Œuvres t.9$
 $p.73| [',[f\{a+fh\}\backslash t] 1 /-tP-Ol O- P] ^{22-1} /feqF\odot . Dye(tO)Fe .3.$
 $S(/;0)=/(/2) [S/-=S;[A;'2)+(x-/2D/^/2il, \odot: . S[(x-2)|a;,\odot l=0] \bullet 2 Hp-1 O-$
 $\ll (/■.0)= (/''O+ril^ [Hp O. Sr=S;l fO+x(fl-fO)]\backslash x, Bi = f0+(fl-f0)l-2 =$
 $\{fO+fW 1 \bullet 3 a,beq . a<jb . fe qFa^b . D^*fe (<0)Fa''6 .3. S\{f,a'^b\} = (&-<)$
 $(/\ll ,+/-i), 2 = (b-a)'[(rt+6),'2] Les P-1--3 donntmt l'aire du trapèze. \bullet 4 f,$
 $D^*fe qF0 O- S(/; 0)-/l/2) \pounds (D'f e)/24 [g=[f\{ :2\}-Hx-,2)Dni'2)]'x . xeO O- U-$
 $Qx s (,x-:2)\backslash D'pO)l2 . S\{g,e\} = n2) . ^{(x-i2r\backslash x,e] = .l2 O- P) \bullet 5 /;D'/- \pounds qF0$
 $O- S(f, 0)-\{fO + fl\}/2 \pounds -(Dr0)/12 [ff=[xfl + \{l— x\}fO]\backslash x . XS& ,D. fx\sim gx e$
 $-x\{l-x\}\{DY'0\}j2 . Sig.O) = (/t)+A),2 . S|.T(1-.T) |.T, 9] = ,6 O- P] \bullet 6 Hp-5$
 $.3 S(/;0) = \{f0-\backslash fl\}/2 - S[x(l-x)DYx\backslash x, 0]/2 \bullet 7 rt.teq . a<\& . /''.Dy \pounds qFfr& 3.$
 $S(f,a''b)-(b-a)\{fa+fl\})'-2 e -\{b—af\{DY'a''b\}/V2 - (b-a) fl (a+>)/2 \pounds (b-$
 $a)'(Dy 'a ''?;)/24 \bullet 8 Hp-7 . \ll \pounds N,+i 3. \ll (/;\ll ''&) \pounds (&-a)[/-a+/-&+2 vi/-[a+/- (6-$
 $rt)/^{\wedge};| \backslash r, \backslash -(n-\backslash) \backslash \backslash \backslash (2n) \{b-af(DY'a''b)(V2n^{\wedge})\}$

The text on this page is estimated to be only 18.15% accurate

$\wedge 23-1 / \text{feqF0} . \text{DY}\text{£}(\wedge \text{O})\text{F0 Q. S}/-0 = (/ \bullet 0 + 4/ \} 2 + /-1)/6$ Cette P a été attribuée à Torricelli dans l'hypothèse que /" soit une fonction du deuxième degré, par T. Perelli (Voir la préface des Iiistituz. délie sez. coniche del P. G. Grandi, Firenze a. 1744). On rappelle en général « formule de Simpson », qui l'a donnée dans Mathenvatical dissertafions[^] London a.1743 p. 109. Mais elle se rencontre déjà en Cotes (voir en bas). •2 /;DY£qF0 O. S(/; ©)-[/» + 4/1/2) + AJ/6 e -(Dr 0)/(4! 5!) [5r= 4[{ \-x) {x-;2yf0 + x {x--,2ff\ + x {l-x)fl2 + x(l-a')(a!-/2)D/72]]x . h= {fx—gx)\x . xbS .3. TiO = Al = h;2 = D/i/2 = 0 . /lo; e x {x—\) {œ— r2)\DT0)Al . S(^,6>) = (/ -0+4/:2+/*1),6 . S[x {x-l) {x-2)*\x, 6] = -loi O. P 1 •3 a,teq . a<h . /;DY £ qFa^b Q. H(f,a"b) e \fa+rb+4f[(a+b);2][6 - (ft-a^DY a-6)/(4!5!) •* Hp-3 . n£N, O. S(/;a^b) £ [/a+/-6 + 2lf[a+r(b-a)/7i]\r, l-(n-l)! + 4v|/[a+ (2r+l)(6-a)/(2;7)]\r, O-(n-l)!]/(6n) (6-a)»(DY*a^6)/(4!5!n*) J'ai donné les expressions des restes précédents dans les « Applicazioni geometriche a. 1887 p. 206». Voir des généralisations dans TorinoA. a. 1892 27 marzo et mes « Leziœii a.1893 t.l p. 235 ». •5 HpM O- Si"/.©) = HfO+Snird) +3f(2/3) +/-11/8 /•£qFe.DY£(tO)F6> Q. S {f,e) = [7/O+32/(1/4)+12/12'4)+32/13/4)+7/'1],90 = (19/'0+75/-(1/5)+50/- (2/5)+50/13/5)+7r)^(4/5)+19/-1] /288 /feqFO . D'fs(iO)Fe O. S(/;0) = [4irO+216/I1. 6)+27/(2;6) +272/(3/6)+27/i:4,6)+216/15/6)+41/'1]/840 = 1751[/ '0+/-11+ 3577/(1/7)+A6/7)+1323[/ (2, 7)+/(5 7)+2989[/ (3/7)+/(4, 7))i/17280 fe qF0 . DY£(tO)F0 O. S(/;6>) = i989[/ -0+/'11+5888[/ (1,'8) +/(7/8)J-928[A2 8)+A6;8)]+10496iy(3 8)+Aô.8)]-4ô40/14/8)]/ 28350 = j2857/|0+/-1]+ir)741[/ {1;9)+/{8/9)]+1080[/12;9)+/(7/9)] +19344[/13, 9)+/I6, 9)] +5778[/ (4 9)+/î5 9)]!, 89600 /eqF0 . D"/£(tO)F0 O. S(/-,©) = il6067f/-0+/'1H-106300[A1/10)+/(9;iO)l -4852ô[/ (2/10)+/18 10)1 +272400[/^3/10)+A7/10)] -2605ôO[A4 10)+/(6/10)j+427368/(5/10)i 598752 = ... J -5 Cotes a. 1722 Opuacula p..^3 j Les P22-23 sont dites « fomiulps de quadrature ».

The text on this page is estimated to be only 29.14% accurate

$\frac{1}{e} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

§67 e e = r[(l+/mr|m^Q] Dfe r Um ^ 1-0 [7n,nfQ . §Q22-7 O-
 (l+K^w <a4-^K"+l) : §q 211 O P] •2 e = Ura[(l+//>ir|/>^ Q, »1 Dfp [§Q
 22-3 O. (l+/m>H|w £(QfQ)cre8 . §lim 4-2 O P] •3 e = lim[(l+/m)"/>i,— 1
 — Q,od] [» » » ^ lim[(l— /m)-"»|7«, l+Q, oo] ^ » mj(m-{ -l) » » = .
 [(m+l)>l|V(w+l) » = » (l+/m)"»(l+/m) » = e] •4 e = lj[(m+l)/m]"H-i |m ' Q!
 = l^[(l-/»i)-"»|m ' (1+Q)] •5 e = limf(l+/mr \ni, q —0, +ao] [= p-2-3] •6 e
 = lim[(l+ir)|^/^ \x, -1+Q, 0] l = P-5] •7 meQ .3- (1+A0**<e [P-OD?] •7i
 e<(l+//>ir"^i [P-4DP] •8 2 < e < 3 [(1 lm)P-7 . (51w)P-71 O P] e =: 2-
 71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 95749
 66967 62772 40766 30353 54759 45713 82178 52516 64274 27466 39193
 20030 59921 81741 35966 29043 57290 03342 95260 59563 07381 32328
 62794 34907 63233 82988 07531 95251 01901 15738 34187 93070 21540
 89126 94937 99405 34631 93819 87250 90567 36251 50082 37715 27509
 03586 67692 05047 15575 85094 92906 45748 86005 84299 93465 94757
 59371 00435 26480 0... Le nombre «e» a été calculé: jusqu'à 12 chi fifies
 décimaux par: R. Cotes, Logomefria, a.1714 p.11 : il l'appelle «Ratio
 Modularis »; à 23 chifiTres par Euler, PetrC. a.1739 p. 187, qui l'a indiqué
 par «e » ; à 42 chiffres par Vega, Thésaurus logarifhfnorum, a. 1794, p.309 ;
 à 188 chifiTres par W. Shanks, LondonP. t.6 a.1854 p.397; et enfin jusqu'à
 346 chiffres par: M. Boorman, Math, Magaz., t.1 a.1884 p.204. e ^ !. • !!!!!!!
 !!!!!!! !!!!!!! (expression de e dans le système binaire)) 'À

The text on this page is estimated to be only 13.24% accurate

$4\& 2-i a7eq^{-0} O. e^{->l+^{\wedge}} [xeQ . (Ix)\backslash m P-1 O. (H-a\hat{i})IS/x <e O-'$
 $xe \text{ --- } Q . x> \text{ --- } 1 . (\text{--- } /a\ddot{i} \text{--- } l) | m Pl-4 .3. ace \text{ --- } Q . l+x <0 O. Ths] \bullet 2 a:e$
 $ou \text{ --- } Q O-^{\wedge} </(l \text{--- } ^{\wedge}) \bullet 3 a? \pounds q .3- \lim (l+a7/m)'*|m = e^{\wedge} I EuLER Berol.$
 Mise. a.1743 t.7]] « e » ^ (l-| 1 existente n n [Hp .3. $\lim (1+x/m) \gg^* |m = \lim$
 $[(1+x/1 \lim [(14-/«)|Vi]]V: |?i = [\lim \{l^{-\wedge}-juj^{\wedge}ti \setminus 7i \bullet 4 \lim [(e'^{\wedge} \text{--- } 1)/ir |.t, q,$
 $0] = 1 [\lim [(0^{\wedge} \text{--- } 1)/.T jor?, q, 0] = \lim [(e^{\wedge} \text{--- } 1)/.t iicf (l \sim Q) \text{---} <0 . P-1-2$
 $O. 1+a: <e^{\wedge} < /i .(2) .3 l<(e^{\wedge} \text{--- } 1);jc< \lim [/(l \text{--- } ir) |.r, 1 \text{--- } Q, 0] =1 (1) . (3) .$
 (4) O. P 1 4^ 3-i e, e'£ Q-R j Euler •3 e -£ R+v|R I LiouviLLi ; 2*4. M œeq
 .3. $e''=l+x+x'/2l+xy$ (Newton, 13 junii, a.1676: MArea hyperbolae) = ^^^ +
 ^-^cientes denominatorum prodeunt multiplica progression is, 1, 2, 3, 4, 5
 etc. in se contii 1 potest numems ei competens inveniri. » j (Leibniz, 27
 aug. a.1676 : « Si sit numerus aliquis Unitate minor 1 perbolicus l, erit m =
 ::; --- =r + v ^r-ri--- , jor Unitate, ut 1+n, tune pro eo invcniei 1 quae in
 Newtoni Epistola expressa est; scii + 15^2^^*^-\wedge! [P2-3 O. e« = $\lim$
 $(1+x/m^w \backslash m \S 2: 15-1 O. \gg = Mm^{\wedge} C(m, r)xr Imr \backslash r \lim C(w,r) x^{\wedge} /W \backslash m =$
 $x^{\wedge} /r! \lim !i7[(lr \bmod \gg \gg \gg *Ni = (\bmod.z;)\gg' / r! . (1) . (2) . (3) .$
 Commaim.^*) O P]

The text on this page is estimated to be only 16.34% accurate

$\bullet 2 e = 1 + V / (NJ) = v(/n! \mid ;^{\wedge}, No) [Pi . ar=1 .3 P] Dip \bullet 3 neN^{\wedge} .3. e$
 $\pounds 1\{ /r \backslash [ry 0-n) + 0/(n!n) j$ Fourier; Voir Stainville, Mélanges d'Analyse,
a.1815 p.339; Cauchy a.1821 p.118 j [P-2 . TwNi 0. $e = 2(jr \backslash r, O-n) + S\{ :r \backslash r,$
 $n+^{\wedge},) (1) 2'(/r \mid r, ?? . +N,) = /(n+D! ; l+/(n+2)+/[(7i+2Xn+3)]+... < < /(7i+1)!$
 $[1+/(H+1)+/(.,.,+1)^{+}/(n+1) \rangle +...] = /(n-f 1)! (7i+1)/i = /fu! ?i) (2) a) . (2) o. p$
] $\bullet 4 neNj . a \pounds rf 1-i .3. e^{**} + 2(a^{\wedge} e^{*''''} \mid r, 1-n) \rightarrow 0 j$ Hebmite a.1873 ParisCR.
t.77 ; cfr. Gobdan a.1893 ÎIA. t.43 | « e est un nombre transcendant », $\bullet 5$
 $nsN^{\wedge} . .a? \pounds q-fO .3 \bullet 61 \lim n/** > j(> ?!) \mid n=e^{\wedge} 5-1 \min(ir^{*''} \mid ir^{*}Q) = el^{^{\wedge}} (—$
 $/e) \bullet 2 \max[(ixf/a?) \backslash x 'Q] = e^{(^{\wedge}e E /8 ^6-1 Ee = 2 . E/^e=1 nsN, Q.$
 $E(/^{\wedge})^{*''} - \ll e = 2?i . E(/^{\wedge}re = E(/^{\wedge}r^{\wedge}e = 1$ (Cotes a.1714 Logometria, p.7:
«Dividatur ... 2,71828 &c. per 1, ... & rursus minor per numerum qui
reliquus est, & hic rursus per ultimum residuum, atque ita porro pergatur :
& prodibunt quotientcs 2, 1, 2, 1, 1, 4, 1[^] 1, 6, 1, 1, 8, 1, 1, 10, 1, 1, 12, 1, 1,
14, 1, 1, 16, 1, 1, &c.» j $\bullet 2 nsN, O. E (/^{\wedge}) - [(e-1)/(e+1)] = 2+4(n-1) j$ EULER
a.1748 p.319 j $D^{\wedge} 7-1 xeq O. Die^{\wedge} \mid x, q, x) = e^{*''''} [DfD .3. D(e^{\wedge} \mid .x, q,x) =$
 $\lim[(e^{^{\wedge}+*} — e^{\wedge})/7i \backslash h, q,0] = \rangle ea\hat{e}(eA — 1)/^{\wedge} \rangle = e \ll \lim(e^{*} — 1) 1 h \rangle P2-4$
 $.3 \rangle = Qx] \bullet 2 asq . X \pounds qFq . Dir = oo; . teq r^{\wedge} . xt = (oO)^{\wedge}(at) [DxzzLOX$
 $. = . [(Dxf — axi) \backslash t, q] = ((Oiq) \S D2-5 .3 . = . D(e-' \rangle < xf \mid f, q) = * \S D5-6 .D: . = .$
 $(e-o^{\wedge}cc /|^{\wedge} q) e (qFq) \text{const } Df \text{crmst} .3) .- . = : /eq .3. e-o^{\wedge}acf = [(e- < \rangle < sc^{\wedge})$
 $j/10 = .tO 1)$

The text on this page is estimated to be only 15.77% accurate

$s^{8-1} \text{Sie}'lx, Q) = 1 - H \text{ asq } r). \wedge e^{-\wedge}lx, Q) = /a [S(e^{-\wedge}x, Q) =$
 $\lim[S(e^{-\wedge} |r, to) |x, Q, x 1 = \lim; - e^{-\wedge}) \gg 1=1 1 \cdot 2 \text{ nsQ } O. S\text{Ce}'rr'^{\wedge}, Q) =$
 $nS(e^{-V^{*->}, Q) [xsQ } O. D(e-\hat{a} X \gg |r, Q, ac) = ne--c \text{ xh-i } - e^{-\wedge} ar \ll (1) \gg \bullet$
 $(1) O- e-a^{\wedge}ac'^{*} = wS(e^{-\wedge}a? \gg -i |ic, to) - S(e-a; a? \gg |a?, \hat{o}x) .3 P] \cdot 21 \text{ neNo}$
 $O. S(e-''x''x, q) = 7il$ Cette intégrale est dite « intégrale eulérienne de
 seconde espèce », et s'indique par $r(w+1)$ selon Legendre JErer. t.2 p.4. $\bullet 22$
 $\text{neN, . aeQ } O- \ll(e^{-\wedge}r''x, Q) = n\hat{a}/a''^{\wedge} \cdot 3 \text{ neNo . } o^{\wedge}eQoO- e-'S\text{Ce}''''^{\wedge}!^{\wedge},$
 $a;+Q) = n! 2(a;yr! |r, 0-n) \cdot 31 \text{ neQ . rreQ } Q. e^{\wedge}\text{Sie-VI}^{\wedge};, Gx)=y, [x'''-' /II(n+$
 $1-r) |r, NJ \cdot 4 \text{ neNo. ireQ}^{\wedge}, .^{\wedge} \text{æe}'^{\wedge} \{e-yz \setminus z, x+q) - 2:[(-l)V!a;-'' |r, O-(n-l)] \text{ £}$
 $(9(-l)**nte-'' \hat{a} \text{ Laguerre BsF. a. 1879 t.7 p.72 j}$ Cette intégrale e-st dite «
 logarithme - intégrale » ; (Soldner a.1809), « hyperlogarithme »
 (Mascheroni), « Logologarithmus (C a 1 u s 0) » . On l'indique par lic-« $\wedge$
 $lOM /-^{\wedge}cqfq } O: D(/;q) = [(ya?X/\hat{a}?)|a;,q] . = . t \text{ Leibniz AErud. a.1694 MathS.}$
 $t.5 \text{ p,313 } \setminus [J)(f,i)z=[(gxXfx)\setminus x, q \setminus . = . \setminus [\acute{e} [^{\wedge}R(ff,Ox)]X[D(f,<i,x)-$
 $ffxXfx]\setminus x, q \setminus = (\ll Oiq) . = . Dite^{\wedge}-%,ea;)\setminus x/xla:,qi = (\ll Olq) . = . \setminus [4>-$
 $S \{g,ex)\}Xfx |x,q| a (qFq)con8t] \cdot 2 f^{\wedge}, heqfq } O: D \{f,q) =$
 $[\{gxXfa!+ \} uic)\setminus a;,q] . = . (f,q) =]^{\wedge}(g,9x)[S \setminus ^{\wedge}-S \{g,ex)\}Xha;\setminus x,dx \setminus +fO]\setminus x,q \setminus$
 On rappelle « équation différentielle linéaire ». $\bullet 3 f^{\wedge}, h\text{£ } qfq . \text{ me } q^{-\wedge} Q:$
 $D(/;q) = j [gxxfx+hx\setminus fx)''^{\wedge}] \setminus x, q \setminus . = . \setminus$
 $[(fx)\sim''^{\wedge} [niS \{gj9x)]''mS \setminus hxx\grave{c}i(' [mS \{gyex)]^{\wedge} j \text{ Jac. Bernoulli AErud.}$
 a.1695 p.553; Joh. Bernoulli Opéra t.1 p.175 j On rappelle «équation
 diiférentielle de Bernoulli ».

The text on this page is estimated to be only 22.75% accurate

§68 $\log \log x \wedge \text{Log} c T D f \log \log e = 1$ [§Log: D P-1--5] [=P-5]
 $\text{Log } e \wedge 1-0 \text{ xsQ, } O \bullet 1 \log l = 0 \text{ xeQ, } r \wedge, \log \wedge r \text{ £ q . ef} \wedge \log o; = x \text{ yeqr}'$
 $\log(\text{efV}) = 2 / \bullet 2 \text{ x, ij8Q.}' \wedge. \log(\text{xxy}) = \log x + \log y \bullet 3 \text{ XSQ} \wedge .3- \log / \wedge = \text{—}$
 $\log i K \bullet 4 \text{ cTcQ . } / > i \text{ £ q .3. } \log \{x \wedge\} = / M \log ; r \bullet 5 \text{ x.ysQ} \wedge . \wedge : \backslash \log x > \backslash \log y . = . x \wedge y$
 $\bullet 6 \log \text{ £ (qfQ) cres } \bullet 7 \text{ ae Q-} \wedge 1 . \text{xs}(\wedge .3 \text{ "Log} \wedge r = (\text{"Log } e) \log j c =$
 $(\log i r) / (\log a) \bullet 8 \text{ *'Log } e = / (\log l O) = \bullet 43429 \ 44819 \ 03251 \ 82765 \ 11289$
 $18916 \ 60508 \ 22943 \ 97005 \ 80366 \ 65661 \ 14453 \ 78316 \ 58646 \ 49208 \ 87077$
 $47292 \ 24949 \ 33843 \ 17483 \ 18706 \ 10674 \ 47663 \ 03733 \ 64167 \ 92871 \ 58963$
 $90656 \ 92210 \ 64662 \ 81226 \ 58521 \ 27086 \ 56867 \ 03295 \ 93370 \ 86965 \ 88266$
 $88331 \ 16360 \ 77384 \ 90514 \ 28443 \ 48666 \ 76864 \ 65860 \ 85135 \ 56148 \ 21234$
 $87653 \ 43543 \ 43573 \ 17247 \ 48049 \ 05993 \ 55353 \ 05. . .$ Ce nombre, dit «
 module des logarithmes décimaux», a été calculé avec 282 chiffres pai- A
 dams, London P. a. 1878 p.93. $\wedge 2 \backslash X \text{ £ } \{q-\backslash\} \wedge O r) A o g \{l+x\} < : x$ [§e21DP] $\bullet 11$
 $\gg \gg > a ? / (1+a7) [\hat{i} - a \wedge / (1+x) ! | x P - l D P] \bullet 2 X8 Q - \wedge 1 . m e \wedge, O - \wedge C n I \wedge \text{— } 1) >$
 $\log . r > m \{l \text{— } " > \backslash x) [("s | a ? - l) | a ; P - M l D P] \bullet 3 x \text{ £ } R - f \ 1 .3 \ 1 \wedge S' \wedge - \wedge r \ I$
 Lambert a.1761 p.265 $j \wedge 3 * 0 j \wedge e Q O - l^{TM}(\log , Q , x) = \log x j \text{ Comm}(\lim,$
 $\log) j \bullet 01 \log \text{ £ (qfQ) cont [PO . Df cont O P] \bullet 1 a \text{ £ } (\wedge .3. \lim [(a \wedge \text{— } 1) .27$
 $\backslash x, q, 0] = \log a \text{ Dfp [PI -4 .3. } (o \wedge \text{— } 1), .x = \log a \text{ X } (\ll \wedge \text{— } 1) / \log - a x =$
 $\log - a / \log ! [l + (r t \wedge \text{— } 1) | S / (a \wedge \text{— } 1) ! (1) \S e \ 1-6 O. \lim ; [14 - (a a : \_i) | s ; (a i ; \_l)$
 $\backslash x, q, 0 ! = e \ (2) \ (1) . (2) . D P] \ I$

The text on this page is estimated to be only 13.03% accurate

•11 Dem PI -2 [afisQ, . PI O- log(aXô) = \m\{àb = lim;[6J^(•12
 Dem PI 4 rtfQ . mzç\ . PI O- log(a|^w) ^ lim;[(r= m lini = m lini :=mlog •2
 lim(log, Q, oc) z= Qo •3 lim(logir Ix \x, Q, oo) = 0 •4 m.neQ .3
 lim[(log.T)"*/ir** |.r, j lIERCATOR a. 1668 p.32: « Hinc posito 0[1 =
 numéro t V€i\Hion: En posant 0-1= x aream ...= numéro terminorum =
 log(H-ac) = 5c = terminorum = 01005 , plus summ^ = 0-005 + fx'dxz
 01000333333, minus summa cubori quadrato - quadratorum = 0|0000<
 cuborum = 0|000Ci00116 , plus 01000000013, &c. » ([xsq . modx' <1 .
 P31 O- ^og{^-{-^} = §lim411 O. » = » ^ rf Ni .3. lim iiC{ln,r)xr \n = (—
 l)*"-! » Tmod » |7i*Ni = (nio mo(Lr<1 O. 2'[(modar)'- /r |r, N^] s Q .(1).(2).
 (3).(4) . Comm(lim, 2] §lim24-4 .3 ^(-l)--VV \r. NJ aQ . § v[(_.l)r-i/r ir, Ni]
 = lim; v[(— l)r-i = lim[log(1+a:-) (5) . (6) O. P] •2 a;£(9 .3. log[(1+ir)/(1-a;)]
 = [P-l O. \og{1+x) =z x-x-12+x^lS-... . F liMVi d.r)3

The text on this page is estimated to be only 18.75% accurate

194 los: $r > \cdot 3 \text{ xsq } O - \log(.T+1) - \log a; = '2\sqrt{\{2x+1\}} - \frac{1}{i} S(2x+iy) +$
 $\dots \} = 2v \hat{i} / [(2\gg + lX2aJ + ir''') i \ll, N, j \text{ S Gregoeius a. 1668 p.12 } \{ [/ , 2x+1,] | x P -$
 $2 \text{ O. P}] \blacksquare i \log 2 = 1 - / 2 + / 3 - / 4 + \dots \log 2 = / 2 + / (2x2') + / (3x2') + \dots \log 2 = 2 [/ 3 +$
 $/(3X3') + / (5X3') + / (7x3') + \dots [l | x P - 1 . (- / 2) | x P - 1 . l | x P - 3 . D P] \cdot 5$
 $a, beQ, .3 \log[(a+6)/21] = (\log a + \log 6)/2 + v!(-1)'' - [(a-6)' \cdot (4a6)J - / (2\ll) | n, N. |$
 $\log[(a+6)/2] = (\log a + \log b)/2 - \cdot i \cdot [(a-b)(a+b)r / \{2n\} | n, N. i [(a+6V2 = = ^ |$
 $< \ll ft) g [l + (a - \&, ; ^ i 4 a 6)] = N j (a 6 . ; 4 1 - [(a - 6 V (r t + 6)] ' l . P 4 - 1 \text{ O- P }] \text{ Koralek}$
 $a.1851, a \text{ remarqué, que e.n supposant connus les logarithmes des nombres}$
 $2, !), 7, 11, 13, \text{ cette formule, où la série est réduite \& son premier terme,}$
 $\text{donne le logarithme d'un nombre quelconque avec une erreur inférieure h,}$
 $\text{la moitié d'une unité d c malo, du septième ordre (Cauchy s.l t.ll p.383).} ^$
 $5m \text{ m}\pounds Nj .3 - \text{lira } 1 / (n''' mn) \backslash n = \log rii \cdot 2 m, nsNi . m < Cn .3 - li^{TM}$
 $lA'tW'^P) \backslash P = \log(/n/n) \hat{i} \text{ Joh. Bernoulli II a. 1729 CorrM. t.2 p.300: « Si}$
 $\text{l'on coupe la progression harmonique Ijx ... en deux parties ... soit la raison}$
 $\text{du nombre des termes dans la première et seconde partie comme mkn, la}$
 $\text{somme de tous les tenues de cette seconde partie sera } = \log[(\gg\gg + n)/n]. \gg \cdot 3$
 $oe (ef^ - Ze)''''! - 3 \text{ lira } (\hat{u}^{\wedge})'' l I \gg = 2t(\ll + l)''''(\log \ll) V \gg! \backslash n, N, i \hat{i} \text{ EULER}$
 $\text{PetrA. a.1777 t.l j} \cdot 4 \text{ oreQ .3 } \log x = [\{ x - x - \% ' 2 \} I n I (af > 2 - + af' - 2 - ''') / 2 \backslash r, N. l$
 $\log a; = \backslash (x - l) \text{ in } [(l + af2 - ') / 2 \backslash r, N. l = (l - .T - ') / i 7 [(l + af^{\wedge} - 2 - ') / 2 | r, NJ I \text{ Seidel}$
 $JfM. a.1871 t. 73 p.276, 278 j Np ^ 61 \text{ asOr). } \lim \hat{i} [\text{Num}(Np \ll 2 - ? i) -$
 $v / \log'(2 - \gg)] Xrt^{\wedge} a + / 2) (\backslash n = 0 \text{ t Jensen AM. a.1899 t.22 p.364 j}$

The text on this page is estimated to be only 14.12% accurate

$\bullet 2 \text{ nsN, Olimj } [\text{Num Np}^{\wedge} \text{V}^{\wedge} \text{x}]/\text{X}'\text{-llr}\backslash(\log \text{xY}^{\wedge} \text{r}, 0^{\wedge} \text{n}) \backslash$
 Kloga?)*^{\wedge} \text{x} = (n+1)! \text{ t TCHEBYCHEF JdM. a.1848 t.17 p.384, Œuvres}

t.1 p.44 j $\text{D}^{\wedge} 7-1 \text{ xeq O. D}(\log, \text{Q}, \text{x}) = / \text{x} [\text{Df D} .3 \text{ D}(\log, \text{Q}, \text{x}) = \backslash \text{m} \backslash$
 $[\log \{ \text{x+h} \} - \log \text{x}] \text{lh} \backslash \text{h}, \text{Q} - \text{x}, 0 | \S \text{Log}^{*2-3} \text{O-} \gg = \text{Hm} \{ [\log(1 + /i/a;)] / \text{A} \gg \gg$
 $\gg \gg -4 \text{O-} * = \text{Ix X Hm} \} \log(1 - \{ -\text{klxi}^{\wedge} \text{xlh} \} \gg \gg \gg \text{Comin}(\lim, \log) \text{O-} \gg^{\wedge} / \text{ac X}$
 $\log \lim! \gg \gg \gg \text{Df e} .3. \gg = / \text{JC X} \log \text{e} = \text{z Ix}] \bullet 1 \text{ 1 ae Q-}^{\wedge} 1 . \text{xsQ}, .3.$
 $\text{DCLogo? } | \text{a};, \text{Q}, \text{x}) = \text{f Log e} / \text{ir} [\text{Pioi} . \text{P41 o P}] \bullet 2 \text{ aeQ} . \text{xeq} .3- \text{D}(\text{a}'^{\wedge} | \text{a};,$
 $\text{q}, \text{a};) = \text{a}'^{\wedge} \log \text{a} \text{ l Df D O- I} (\ll^{\wedge} \text{k}, \text{q}, \text{a};) = \text{liin} [(\text{a}^{\wedge} + * - \text{o}^{\wedge}) / i | \text{A}, \text{q}, 0] \S \text{q}$
 $12-2 \text{O-} ' > \gg [\text{a}^{\wedge} (\text{a}^{\wedge} - 1) \text{Comm}(\text{liin}, \text{X}) \text{O-} * = \text{a}^{\wedge}; \text{Hm} \gg \gg \text{P31 D P}] \bullet 21$
 $\text{Hp} -2 . \text{nsN}, .3. \text{D}'' (\text{a}^{\wedge} | \text{rr}, \text{q}, 07) = \text{a}^{\wedge} (\log \text{af} \bullet 3 \text{a?} \text{fQ} . 7 \text{i} \text{fN}, \text{r}) . \text{D}^{**} (\log ,$
 $\text{Q}, \text{rr}) = (-1)^{**} - * (? \text{z} - 1) ! \text{ir}''' \bullet 31 \gg \text{D}'^{* \wedge} (\text{ir}' * \log \text{ir} \backslash \text{x}, \text{Q}, ^{\wedge} \text{r}) = \text{n!} / \text{x} \bullet 4 \text{a:} \text{fQ} .$
 $\text{nsNj} .3 \text{D}'' \text{aoga?} / \text{aj} | \text{a};, \text{Q}, \text{a};) = (-\text{irn}! \text{a}; - " - \text{Mloga?} - ^{\wedge} / (1 - \text{n}) \text{J S}^{\wedge} 8 - \text{i a, teQ} .$
 $\text{a} < 6 .3 \text{S}(/, \text{a}^{\wedge} 6) = \log(6/\text{a})$

Gregorius a S. Vincentio dans son Opus Geometricum, Antverpiae a. 1647 p.594 avait vu la propriété caractéristique de Taire de Thyperbole $[\text{S}(\text{J}, 1^{\wedge} \text{a})]$, qui suit ; $\text{a, ms Q O. S}(/, 1^{\wedge} \text{am}) = \text{mS}(1, 1^{\wedge} \text{a})$, Alfonso de Sarasa dans l'opuscule : Solutio problematis a R. P. Marino Mersennio minimo propositi, Antverpiae a. 1649 p. 7, a reconnu explicitement que les aires de l'hyperbole correspondent aux logarithmes. r

The text on this page is estimated to be only 28.86% accurate

§69 $y^{\lim \log Y} \cdot 0 y = \text{lirai } v/(1-m) - \log n \setminus n \text{ Df 'i } y =$
 $i \setminus (V^n)^{\log n \setminus n^{\wedge}}, = \setminus) l / V^n(n+1) \setminus \log n \setminus n^{\wedge} l i, \cdot 2 y = 0' 57721 56649 01532$
86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992 35988 05767 23488 48677
26777 66467 09369 47063 29174 67495 14631 44724 98070 82480 96050
40144 86542 83622 41739 97644 92353 62535 00333 74293 73377 37673
94279 25952 58247 09491 60087 35203 94816 56708 53233 15177 66115
28621 19950 15079 84793 74508 569 . . La constante y a dans l'analyse la
plus grande importance, après les constantes j et e . Elle e^t dite « constante
d'Euler », et quelques fois « de Mascheroni ». Euler, PetrC, a. 1734-35 t. 7
p. 156 l'a indiquée par (7; dans d'autres cas par 0 ; M ascheroni par A.
Plusieurs A. l'indiquent par y ; notation qu'on ne rencontre pas dans Euler,
ni dans Mascheroni (contrairement à l'opinion de plusieurs A.V, elle est
adoptée par VE^{ict}/clopddie[^] et nous la suivons dans F1902, par
commodité. Euler, ibid. a calculé $E(10^y)$, ensuite il a calculé $\text{£}(10^{*'})$ dans
a.1744 CorrM. t.1 p.283; et $E(10 \gg V)$ dans PetrNC. a.1769 t.14 I p.154.
Mascheroni, a.1790 a calculé $E(10|S19y)$ Gauss, a.1812 Werke, t.3 p.154 » »
23 » Ni col ai, » » » » 45 » Glaisher, LondonP. a.1871 t.19p.54 » » 100» A
dam s, » » a.1878 t.28 p.88 » » 263» $\cdot 3 y = vN, -^{\wedge}/2 -vN^{73} + \dots = v|(-i)^{\wedge}$
 $(vN, -Vn) \setminus n, N, +l! \cdot 4 y = vj v(N, +l) - (n-l)/H |;^{\wedge} N. +lj \hat{=} -a^{\wedge}$ Euler PetrNC.
a.1769 p.154 j $\cdot s 1 -;^{\wedge} = 1 \setminus v(N, +l) - Vn |n, N, +l \setminus \setminus$ Euler PetrA. a.1781 t.5II
p.45 j $\cdot G \zeta^{\wedge} y = n \setminus \{ \zeta^{\wedge}; n \} (l+n) |n, Nj^{\wedge} 7 v^{\wedge} - S(e - ao^{\wedge} - .r |. / \% Q)$ Continuation §B
"5.

The text on this page is estimated to be only 29.99% accurate

§70 Fc (fraction continue) Df Df Df ^ 1. a£ qf N, . neN, .3 '^ Fc(a, l'''l) = /a, -01 Fc[a, l-(n+1)] = /[a, + Fc(a,Jr, 1-n)] •1 Fc(a, NJ = lira Fc(a, l'''n) \n Soit a une suite de quantités, et n un nombre. Fc(a, 1-n) indique la fraction continue fonnée avec les éléments a|,a,,...,an . On rappelle aussi « réduite d'ordre n » , selon plusieurs Auteurs (Baltzer ...) d'autres commencent la fraction continue par un entier «o> ©t alors la réduite considérée est d'ordre n-\-l. La notation 1 «.+ : a,+... est inconmode. Cataldi, Trattato del modo brerAssimo di trouare la JRadice quadra . . . a.1613p.70: « Notisi, che non si potendo comodamente nella stampa formare i rotti, & rotti di rotti corne andariano,... noi da qui inanzi gli formaremo tutti à questa similitudine Di 18. la R sia 4. &~&j-&-^i _2_ 8. facendo vn punto all'S denominatore di ciascun rotto, à significare, che il seguente rotto è rotto d'esso denominatore. » r... par d'autres. J. Müller Allg. Arithm .a.1838 l'a remplacée par — — ' 1 1 modifiée en «1+ ««+' La notation, que nous adoptons, est très commode, et elle est d'accord avec toutes les notations du Formulaire. « ntFc[a, l-(/i+2)] = a,,+2X ntFc[a, l--(/?+1)] +nt Fc(a, \'''n) dt » » > dt » » dt > Fc[a, l-(«+1)] — Fc[a, l-«] = (-1)" /(itFc(a,l-n) x dt Fc[a, l-(n+1)] j La règle ici expliquée se rencontre dans Schwenter Daniel, Deliciae Phygico-rtiathematicae, Niirnberg' a. 1636 p. 111. Voir Favaro BBonc. t.7 p. 57. C

The text on this page is estimated to be only 11.73% accurate

•s dt Fc(a, 1-n) = dtFc[a(/?— r+1)|r, V"n] j Cayley, Phil. Magaz. a. 1853 j dtFc(a,l ■w) s'appelle « continuant d'ordre ii de la suite a » (Sylvester AJ. a.1878 t.l p.344). •6 Fc(a,l •••/?)= /a,+vj(-1)VdtFc(a, l-r)XdtFc[a, l-(r+1)]|r, l-(n-l)! •7 msN^ . m<Cn r^ . Fc(a, 1— n)— Fc(<7, 1— m) = (— 1)*^dtFc[a,,,+r+i|r, l-(y«— ^?— 1)]/[dtFc(a, l-7>0XdtFc(a, 1-n)] ^ 3-i œsR O- a N,^ ^^^t» N,fl-n ^ a3[a^ Ex + Fc(a, l-m)]! •2 a,&,C£n . D(a,6)=1 . moda<;mod6 : nsN^ . de N^Fl— n . mod(a/6)= Fc(rf, 1-n) . it= (— 1)"-iXsgnaXcXdtFc[rf,l(n— 1)] . ??= (— irxsgr&XCXntFc[rf,l-(rî— 1)] .3 u,ven . au-\-bv =(SLagrange, BerlinM. a. 1767 p. 175j ^ 4. as N.fN, . 7?eN, Q. •0 nt Fc[a, l--(n— 1)]/nt Fc(a,l-n) = Fc(a,_,^, |r, l-(7?— 1)] i dt » » /dt » =Fc(a,_,^,lr, l-«) •2 nt Fc(a, 1-n) = dt Fc[a, l-(^2— 1)] .=. Fc(a, 1-n) = FcK_,^, [r, 1-n) •3 p,g£N, . p<q . p*£J(gxN,+1)u(iXN,-1)j .3 aN^^n3|aN,f 1-n ^3[p/q = Fc(a, 1-n) = Fc(a^ _ ^ ^4 |r, 1-n)]! •4 Fc(a,l-n) = FcK_,^, |r,l-n) Q. [nt Fc(a,l-n)]" e [[(dt Fc(a,l-w))xN,+1] w [(dt Fc(a,l-n))xN4-1]! I Serret JdM. t.l3 s.l a.1848 p.l2 j M. F. Sève ri a ajouté les P4, pendant la composition de F1902. 10. a£N,fN,.n£N, .3. i Fc(a, NJ £ 0-R •2 Fc(a, Nj) — Fc(a, 1-;?) s (9(— 1)" /î [dt Fc(a, 1-n)]* •3 (-irFc(a, 1-n) < (-1)"Fc(a,N,) < (-1)"Fc[a, l-(n+1)l .4 (-1)^^»jFc(a, N,)-Fc[a,l-(/i+1)]! £ (9(-1)^^[Fc(a, If J — Fc(a,l-n)] •5 ft,ceN, . mod [Fc(a, NJ—b/c] <mod [Fc(a, NJ— Fc(a, l""n)] .3 ft> ntFc(r, 1-/0 . c> dtFc(a, l-7?) jEuler a.1748 §382|

The text on this page is estimated to be only 22.99% accurate

$\wedge \text{IlM x}\ell \wedge \text{R O. } x = \text{Fc}(\text{E}, (\text{p/y-x [n, N,)} \bullet 2 (\hat{\delta}-\text{l})/2 = \text{Fc}(1, 1, 1,$
 $\dots) = \text{Fc}(\text{a i N, })$ Les lit de cette fraction continue forment la « suite de
Fibonacci » . •3 aeN, O- nJ(^(+1)) = « + Fc (2a, 2a, 2a, ...) ^ 12i ae QfN, .^:
Fc(a,N,) cQ .=. 77[(1+a,)|r, NJ = x t Oppermann, ZeuthenT. a.l884p.l63 \ «
13. e = 2+Fc(1,2,1,1,4,1,1,6,1,1,8,...) [= §e31] (e— l)/(e+l) = Fc(2, 6, 10, 14,
18, ...) = Fc[(4j f — 2) \x, NJ 2/(e*-l) = Fc(3, 5, 7, ...) = Fc[(2^+1) \x, NJ
(>Je — 1) 2 = Fc(3, 12, 20, 28, 54, ...) v|e -1 = Fc(l, 1, 1, 5, 1, 1, 9, 1, 1, 13,
...) C^Je -l)/2 = Fc(5, 18, 30, 42, 54, ...) j EULER a.l737 PetrC. t.9 (publ. en
1744) p.l21 1 f4e-l),rv|e+l) = Fc(2n, 6r«, lOn,...) = Fc(4ir-2);i \x, NJ
2/(/*v|e-l) -2n +1 = Fc(6??. IO^?,...) = Fc[(4a;+2)n |.r, NJ t EuLER a.l737
PetrC. t.9 (publ. en 1744) p.l32 j §71 A (différence) f — -0 fe qfNo . xeii^
.3. (Af)x = Afx = f[j+1)^fx DfJ A est rinitiale de « différence » . La formule
Afx doit être décomposée rn (Af)x, et non en A {fx), qui n'a pas de
signification; cette remarque est analogue à celle pour le signe de dérivation
D. L'application exacte des notations du Formulaire empêche toute
ambiguïté. P. ex. la notation JO'» , qu' on rencontre dans plusieurs A., et qui
ne signifie J(0«) \ iii (/JO)«» sera ici remplacée par A {x'^ |a?)0. •J Hp'O . g£
qfNo .3. A[(flic-\-gx)\x]x = Afx+Jgx X '2 Hp-0 . asq .3- A[(axfx)\x]x =
axAfx ' -21 neN, .3. Aff/x = (— l)Hn! / n(x+ O-n) [^ -3 aeq . xe^^ .3
^ {cf'lof^x = a-(a— 1)

The text on this page is estimated to be only 13.16% accurate

$V^{-4} H_{p-0} 3 A[2:(f, 0^{\prime \prime} x) \backslash x] x = f\{x+1\} \bullet 41 x, y e^{\wedge}, .3 A[n(x+0-y)$
 $\backslash y] y = 77(.r+V^{\prime \prime} y) \bullet 42 . . ^{\wedge} \prime / 7[(.r+0-2 /) | i /] ? / = -(2 /+1) / 7[.r+0-(? /+1)] C^{-5}$
 $H_{p-0} . n e S, .3 . A^{\wedge}+> 0 = : t:[C(??, r) J 7 i r | r, 0-/?] \bullet 6 H_p -s r). J^{\prime \prime} / j r =$
 $v[(\_i) r C(/ ;, r) / (r r+; i- r)] r, 0- / i] \hat{i} -S-^{\wedge} e$ Mercator a.l668 p.12 { §72 prob
 (probabilité) afiySe Cls . Nums eNo .3 '0 prob(a, s) = Nura(a^{\wedge}) / Nums Df
 • Oi a^s .]3- prob(a, s) = Numa / Nums Dfp • i prob(y \, s) = 0 'W prob(s, s) = 1 • 2
 prob(-a, s) = 1 — prob(a, s) • 3 a'^fe = y \ .3- pi'ob(aw&, s) = prob(a, .^)
 +prob(6,, s) • 3i prob(ay&, .s) +prob(ûr^6, s) = prob{a, 5) +prob(&, s) • 4 ne^^
 .3. jprob[(1- / ^Fl-iOrcp^/3(^£l"v>/ Q^ . /a>=:a*), (r-nFl-?2)rcp]j = l[](-
 \Tln \ n.O-n \] \ 5I01VRE Mi^c. Anal a.1730 p.185 j • 5 lira^prob[» » ij | 7?=/c
 Ayant n objets l^*/i, cette formule donne la probabilité que l'on a, en tirant
 les m objets au hasard, de n'en rencontrer aucun dont le numéro et le rang
 de tirage coïncident. XV la limite, lorsque n tend vers l'intini cette
 probabilité := /e. M. Andrado (JP. a.lW4 cah.fU p. 224) donne une fonnule
 analo^^ue plus compliquée, qui donne e]^?^ lorsciue //eX,.

VIII NOMBRES COMPLEXES



The text on this page is estimated to be only 27.90% accurate

§73 ex « nombre complexe » Cxn « nombre complexe d'ordre n »
unit « unité » §74 Dtrm « déterminant » Cpl « complément » §75 lin «
fonction linéaire » Substn « Substitution d'ordre n » Shu « Substitution
représentée par la matrice u §76 i « unité imaginaire » q' « nombre
imaginaire » k « conjugué, symétrie ».)

The text on this page is estimated to be only 16.27% accurate

§73 ex (nombre $\wedge 1-0$ nsN, O- Cxn = qFl-. •1 ex = a3['R Nj'^
7i3 {a£ Cxn)] •2 as ex .^ . orda = ? Nj^ ;?3(a £ •3 a,b£cx O-*a=6 .=: orda =
ord& : reV-'n •4 a,bscx . orda = ord& .^ . a+ft = ^ Cx(orda) ^ a75(r£ 1—
ordi •5 neN, .3 0= ^0 t l'"n •6 aecx .3. —a = 7Cx(orda)^ 'Qi afiecx . orda =
ord6 .3- ^— *7 a£cx . heq .3Aa = ? Cx(orda) ^ a;3(r£ 1—orda •8 n£N^ ,
afiyCe Cxn . /i,A£q .^: rt+ft = 64-a . a+(&+<^) = a+0=a . —0=0 lui e Cxn .
la = a (/i4" ^)« = ha+ka . /i(*6i Cxw =: « nombre complexe d'ordre n » ; ex =
« nombre complexe » . orda : Nous définissons la somme de deux comj —,
et la multiplication d'un complexe pa 1 Ces opérations très simples suffisent
pon 1 à la simplification de plusieurs théories, simple de deux complexes.
H. Grassms de multiplication dans JfM. a.l855 p. 123 1 alterné, qui conduit
aux Dtrm. La multi 1 dans les Subst. La nomenclature sur ces sujets, Cx et
différents A. La Df 1-5 du 0 est irrégulière; mais i par le signe 0
arithmétique le complexe 1

The text on this page is estimated to be only 3.09% accurate

2. $\text{unit} \bullet 0 \text{ unit}(n,/-) = 1 \text{ Cx};?$ «cr3(.r[^]=1 : se (V"nyir .^{^^}. x=0) Df afisCxu . hsq .[^]. 'i a= v[a[^] unit(n,s) |.s, r-;[^] •2 a+ft = 2[(«,+feJ unit(;?,.s) |.s, l-n| '3 ha = iKftaJ unit(/,s)].s, 1—/[^] L'tuîtf[^] tl'ordr*[^] n ti de rnnj[^] i\ îiidîqin'[^]e par ■- iinitif[^]ri -, e!>t le complexe dont l'élément de rang- r ej+t 1. et tous les autres sont nnis. iF2"0). Weier.stra.[^].s len appelle "Haupteinheiten ". I[^]'s nombres iij y,... an sont les ** coordonnées " du complexe o. "2 iiodi:,-6'+î/) [^] mod*i'+inocb/ [§ J- 8'] .3. (a:i[^]+a;j,-[^]+...)ij/, [^]+;/r-*-. , .) [^] (.r, //t+ J[^],yt+ ..)■ P ' 0 O ■ iiod Ji:,' n î od[^] [^] ;rj // , +x ,1/[^]+ ... O- fmod.r) V(tiiod.f/)--h[^] moéœ moôy [^] l7rj+[^],)H(ac,+[^]jï =-!-.. O- (mnd.rfmrjdv)' > [niodi.r+j[^]]- .3* Ths] "à mod (f[^]jc) :i= niodf/ moda? '4 mod[^] =[^] .=. .v=[^] Lîi PîlO définît le niodule d'un complexe, lied \$ 10. ?/i'N[^] . //f Cls[^]Cxi[^] Q, -0 Bled /; = Cx/? «;o)/fe Cx fi 0^{^^}. :::L(f[^]J[^], l'"") [^] I[^]fed|v(a[^],a:, \r, l-n) \:[^]U())\ Df Ex, P3i 1-â(Cx?! I q) §Med Pl'r2'4*5 , P2-r2'3'7 i rî [^] 11, , ' [^]k [^]d §Iiit yl i 12. [^]fÊ ClsTx^{^^} O. -0 ocF .h[^] .=. , l'inod^{^^} =oc Df M yl//=:A[^]f w[(£oc)nvlM] Df '2 Xu = ii[^]An Lm [^] 2L [^]y[^]n£N[^] , ne iJWCxn . ors au , /e Cx/>/ f [^]f O. IJlini P60't>[^]î ■2 * r/[^]lini » U=: lim * » 'i ac= lim(/;[^]f,r) ,[^]. Qc= îiiij(inod/J /',i[^]) [^] 22-i î[^]£ Cxn f N, . v(inodfe, X,,) eQ Q, lîlO^{^^^}J [^] Cxn «i

The text on this page is estimated to be only 16.91% accurate

cont $\wedge 23$. AH,n£Ni • $\wedge\wedge\wedge$ Cls'CxAi . ii $\wedge$ an 3. §cont PI •2 l'mod $\wedge\wedge$
£Q . u=du . /fe {Cxm f $\wedge\wedge$)cont .3. Xf'a = f $\wedge$ u •3 a (Cxn f q)cont $\wedge$ f3 {f'o $\wedge$ =
Cxn) Dans la note »S*Mr u/ie courbe qui remplit toute une aire planey MA.
a. 1890 t. 37 p. 132 j'ai donné l'expression analytique de cette
correspondance. Hilbert a. 1891 MA. t.38 p.459 en a donné une figure. Un
autre dessin a été publié par Moore AmericanT. a.1900 p. 72. D $\wedge$ 31. H£
Cls'q . /Q du . neNi . fs Cxnfu . xeu .3. §DP1 i a.beq . a=b . nelS, . A W $\wedge$
Cxn F c $\wedge$ b .3. {fb—fa)/(b—a) e UedDf (a-b) •2 afisq . rt=b . tn $\wedge$ nsN $\wedge$. /fe
Cx;?Fa-7; . ire a-b . D"/kî £Cx $\wedge$.3 8D PIO •3 Hp M . />i£N, . D' $\wedge$ fe Cxn
F a-fe . hs a-b —x .3 $\wedge$ r+ZO— v[(/i'Vy'! D'A') |r, 0-(/i— 1)] £ /?•"/ m!
MedDY'($\wedge$ + $\wedge$ 0 $\wedge$ 32-i >/£Ni . /£ Cx;? f(Cx/? :q)cont . as Cxn . bsq .3-
a(c,5r)3[r£ ft+Q . ge Cxnf(b " $\wedge$ c) ,gb=a:lfb $\wedge$ c .3 . DC9, i;" $\wedge$ $\wedge$, 0= /((;?, /)]
L'équation Di.v, $\wedge$ * $\wedge\wedge$, $\wedge$ = /(i/ $\wedge\wedge$) représente un système de n équations
différentielles, réduit à forme normale. Cauchy, Exercices a. 1840 p.327, a
démontré l'existence de la fonction g $\wedge$ en supposant la continuité des
dérivées de f\ Lipschitz BD. a.1876 p. 149 a remplacé cette condition par
une autre moins restrictive. J'ai supprimé cette condition, et donné la
démonstration symbolique de la P-1, et d'autres semblables, dans «
Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires »,
MA. a.1890 t.37 p. 182. Voir aussi TorinoA. a.1886, AnnX. a.1892 p.289,
EncyclopRdie t. 2 p. 195. S $\wedge$ 40. a,6£q . a<b . ne $\wedge$, . fe Cxn t'a $\wedge$ b .
rmod/'*a $\wedge$ & £q .3. §SP1-2Df 2M3TJ 3-01-12-22-32-42 M XE Cxn fe.
S(.r,0) £ Cxn .3 modS(a;,0) $\wedge$ S(mod $\wedge$, 0) §S 14 . 20 - 23 $\wedge$ 4M ks Cls'q
Jc=ôk. ask . fe [q f (/•:0)]cont .3 limj S[Ar,/)|.y, 0] \x, //, a\ = $\wedge$ [f(a,y)\y, 0]
lComm(lira,S)j •2 Hp-I .3 $\wedge$ [f{x,y) [y, 0] \x e (qfA)cont

The text on this page is estimated to be only 26.72% accurate

•3 fe (qf](0i©))cont .3 ^\W(^,y) \x, S] \y, 9\ = ii]H\r{x,!/) |f/, 01
 \x, e\ Sur l'inversion des intégrations voir 0. Stolz, Grundzuge der
 Differentialund Integralrechnung, t. 3 a. 1899. •4 te Cls'q . k'^ôk . Zfk . fe
 qf (©:/.) . D \f(x,y) \y, k, y\ \{x,y) e [qf(0i/.)]cont O. D \S\{x,ij) \x, S] |?/, k,
 z\ = S \T>\my) \y, k, z] \x, e\ ! Comm(D, S) \j Leibniz a.1697 MathS. t.3
 p.450 \ Ces P trouvent leur place ici, et non dans §S, car sont relatives à la
 continuité d'une fonction par rapport à deux variable<s. 42-0 UE^, 3 0,^ =
 0F(1-;O Df '\ m^nsN^ . fe Cx^iFCx;* . l'mod[Cxnr>x3(fX'c=0)] cQ .3
 Sf=7Cxnr>z3\h£q r^h. Z£ /i^v[Med/'M/i(iJ+0J] |p, nF V^n]\ Df •2 ne
 Cls'Cxn . l'mod^* cQ . fe Cxnîu .3 S {f,H) = S 7 (CxnFCx7i)^ g3(xeu 3^-
 9^ =:fx : xe Cxn -w .3^- 9^ =^) ^^ P-l. Soient m et n des nombres entiers, et
 un nombre complexe d'ordre m fonction d'un nombre complexe d'ordre n;
 c'est-à-dire considérons l'ensemble de m fonctions de n variables.
 Supposons encore que pour de^j valeurs suffisamment grandes des
 variables, la fonction soit constamment nulle. Alors pour avoir l'intégrale de
 f, indiquée par S/*, fixons une quantité positive h, arbitrairement petite, et
 divisons l'espace à n dimensions en cubes de côté h. Un sommet d'un cube
 aura pour coordonnées une suite p de nombres entiers multipliés par h.
 L'ensemble des points de ce cube sera représenté par (p-\-Sn)h, où Gn
 indique le complexe d'ordre n dont toutes les coordonnées sont des 9.
 Formons la somme des valeurs moyennes (Med) de la fonction dans tous
 les cubes, et multiplions-la par h^ , volume du cube. S'il y a une et une seule
 valeur z appartenant à toutes ces sommes, z sera dite l'int^grale cherchée.
 P*2. Soit w une classe de Cxn, limitée ; et soit f une fonction définie dans
 cette classe. Par S {f,u), intégrale de f étendue à l'ensemble u, on indique
 l'intégrale de la fonction g définie pour toutes les valeurs des variables, qui
 dans l'ensemble u coïncide avec f, et au dehors de u est nulle. S(f,u)
 s'appelle « intégrale multiple d'ordre w, étendue ou domaine 2«». La
 réduction en symboles de cette théorie est à faire.)

§74 Dtrm (déterminant) $\wedge 1-0 m^Nj$. us $(1-mf1— //i)rcp .3 sgnw$
 $= (-1)^{f^{\text{Num}[\{^{\wedge};3/3(a?,j/\text{£ } 1— /n . ir-<y . t^{\text{£P}}> i\langle,y)\}]} Df \bullet 01 twaNj . w,?;$
 $\in (1— mf1— /?Orcp .3- sgn wv = (sgnw)x(sgn?;)$ Soit u une
correspondance réciproque ou permutation des nombres 1^*-m sgnw indique
l'unité positive ou négative, selon que le nombre des couple $(i; y)$ qui
forment inversion, est pair ou impair. $M msN^{\wedge} . as qF \{1— m i 1— m) .3$
 $Dtrma = 2\}$ sgm* $n[a(r,ii^{\wedge} \backslash 7\% 1— m] |w, (1— mf1*"m)rcp j Df j$ Leibniz
a.1678 MathS. t.7 p.5 : « Inveni Canonem pro tollendis incognitis
quotcunque aequationes no nisi simplici gradu ingredientibus... Fiant omnes
combinationes possibile literarum coefficientium, ita ut nunquam
concurrant plures coefficiente ejusdem incognitae et ejusdem aequationis.
Hae combinationes affecta signis, ut mox sequetur, componantur simul...
Lex signorum haec est. Ui ex combinationibus assignetur signum pro
arbitrio, et caeterae combinatione quae ab hac différant coefficientibus
duabus, quatuor, sex etc., habebui signum oppositum ipsius signo ; quae
vero ab hac difierunt coefficientib] tribus, quinque, septem etc., habebunt
signum idem cum ipsius signu» . Note, Soit m un nombre, et soit a une
lettre, qui munie de deux indice entiers compris entre 1 et m, représente une
quantité. Plusieurs A. écrivent les valeurs de a sur w lignes horizontales
composée de m éléments, et appellent « matrice » cette figure carrée. Soit u
une permutation des nombres $1^{\wedge}77i$; considérons le produit d(valeurs
 $air^{\wedge}Ur$), où r varie de 1 à w; multiplions-le par sgnw, c'est-à-dii par l'unité
positive ou négative, selon que la permutation t« a un nombi pair ou impair
d' inversions. La somme de tous ces produits, lorsque To remplace u par
toutes les permutations des nombres de 1 à w, s'appeli « le déterminant des
a » (Gauss), que nous abrégeons en Dtrma. Quelques A. appellent «
déterminant » la matrice ; alors Dtrma est dit «[^] la valeur du déterminant ».
Voici quelques noms d'usage commun : Élément (r,s) du déterminant a =: ar,
« . Ligne (Zeile) .[^]-ième = ar,s|r . Colonne r-ième =r ar,s|»s. Terme principal
= i7(ar,r|r, 1-n). az déterminant symétrique .=: r,se '\--n .3- ûfr,« = a«r. » »
hémisymétrique .=: r,«if l"-n .I3- «r,.' » = — rts,r. » gauche, skew, schife .=:
r,,v£l-"n . 7*-=^? .3- »

The text on this page is estimated to be only 10.94% accurate

208 Dtrm 'i Dtrm[a(r,s) |(s,r)] =Dtrma Dtrma = ll[a(r,r) |r, 1-m] }
 Jacobi t.3 p.364: « Evanescens elementis omnibus, in quibus index
 inferior indice superiore minor est, determinans in unicum terminuui abire
 ». 1 •3 VjSS l'-m . r+s > m+1 .' ^r.s- ct(^%s) =0 ODtrma = (— 1)f^[m(m—
 l)/2]/Zta(r,m+1— r) [r, 1-m] •4 r£ 1— m : se l'''m . ^, . a(r,s)=0 : ^ . Dtrma =0
 •5 /i,te l'''m . h'czzl : r£l'''7n r^^.a(7%h)=a{rjl) i^- Dtrma =0 •6 ue (l-
 mFl-/>i)rcp . ^ . Dtrm a(r, «fJKr.' ^) = sgnw x Dtrma ^ 3. //ifiN^ . a,6£
 qF(V''m t 1— //i) . *£q . ^z. •1 /ie 1—m : rs V''m r^^. a(ryh) = kb(r,h) : le
 l'''niMh . r£ 1—/H ryr.l. a(r,Z)=i;(r,Z) : ^ . Dtrma = ADtrmft •2 r,.sg 1—»i
 O'^'^*- b{^r^)= k''''a(rjS) r^ . Dtrma = Dtrmb •3 h,l£ \'''m . /i-=Z : r£\'''m
 . ^r- ^(^'^O = a(r,i)+Âa(r,Z) : pe V''tn^h . r£ l*''m3^,j[; . 6(^%op) = a(/-,p) i^»
 Dtrma = Dtrmft ^ 4-0 ^£ Cls'q . 7i£ Nj Q. miii^ = min?^ . mm^^iU =
 mm[u^x3(x^min^u)] Df minnt^ indique donc le n»»»»''' nombre de la classe
 w, en les disposant dans Tordre croissant. M nfiN, . w,?:£ Cls'N^ . Numw =:
 Numr =zn . a£ qf(^?:?) . 3Dtrm(a, utv) = Dtrm! a(min^^«, min^.) l(>vs),
 V''}i:l'''n\ Df Dtrm(a, wiy), est dit « subdeterminant, determinant partiel,
 complémentaire » . •2 n£Nj . a£ qF(l-M î 1-vO . r£ l'''n . 3Dtrma = :i;[(—
 l)''''*ar,« Dtrm(a, l'''n^r i V'-n^^) |5, 1— w] I Ckamer a. 1750 p.6o6) •3
 7ieNj . a,6£ qF(l''Vi î x''*^0 • «^^ Cls' V''n . a?« . 3Dtrma = v| (_i)[s(v^i 4.
 v^) x Dtrm(a, uiv) X Dtrm(a, 1-n -w t 1— ;i -?•) |r, (Cls'l'''«) ^ t-3(Num^; =
 Numi!<)| j Laplace ParisM. a. 1772 p.267 j

The text on this page is estimated to be only 11.09% accurate

•4 Hp'3 . ii,He Cls'l'">i . H'^=u . a/^ . Num^^— .lau' .3« : (l-nyv)
 •5 Hp-3 .3. Dtrm[(— l)'"^* Dtrm(a, V"oi ^tr : I-//1 -i.s)i (>V). \ Cauchy JP.
 a.1812 p.82 j ^ 5-i /M8N4 . a,b8 qF(l'"m ' . l'"m) .3Dtrma x Dtrmb = Dtrm\ y
 (ar,t b.s,t \tyV"ûi) \ (r,s), V'-rn : 1-//^] •2 tn/nsN^ . m>>n . a,te qf(1—m i 1—
 h) .3Dtrm[v(ar,i6,.f |/, 1-//?) |(r,.s), 1-;iil-vi] = N;!Dtrm(a, vt V"n) x
 Dtrm(&,t5i 1— n) |z-, (Cls'l— /H)'^^^3(Numr=/i î BiNET a.1813 p.287 : «
 ... Avec des x',x"x"', &c., y',y",y"', &c., j',^',j'*, &c., ayant l'orn)? — 1 n
 — 2 , , , . . . , n — :r — 3— résultantes a trois lettres, et aussi cl autres
 r(»sultantes av< des I, r, C, semblablement accentués, on trouve que la
 somme des produi des résultîintes correspondantes... Ce dernier membre est
 de la tonne (.r,y',j""); on en peut donc conclure que ' . produit d'un nombre
 quelconque de fonctions, telles que Jr(r,j',j"")(^",v',C' est de la forme {x,y'
 ,3"). » | •3 ia;në^^ . m<;;i . ape qf (1"vm i T"??) ,^, 2[Dtrraîv:[a(r,^b(.s,#)|^,
 1-/h], ^<i<^«j|^, (Cls'l-m)^«/3(Num^^=/0j = 2[Dtrm(v[a(<,r)6(<,.s)|/?, 1-
 m], i^i^^}|^^, (Cls'l-/>?)^w3(Num?«=>i)] •5 >yif2N44"l • ^,sfl— //i
 O^'v^'- 0' {^% ^)=^—ci {^,h O- DtTma = Le détenu inaut-tabl eau a, qui
 satisfait à la condition énoncée, est d « hémisymétrique » . •6 ms 2Ni . as
 qF(1-m : 1-/n) . be qF(1-//i/2 i 1-/H 2) : r,Nf 1—m O'*»*- «(>v) = — ^(-S^)
 = <^(>i+1— .s^,/>i+1-->)' . " hjle l'"m;2 r)h,l. b(h,l) = a(h, m '2 + 1) + a(m—
 h+1, m:2+1) Q. (Dtrmb)' = Dtrma j GOxther Determ. ?i F 10<r2 d.-i3 14

The text on this page is estimated to be only 11.62% accurate

210 Dtrm $\cdot 7$ ras 2Ni . ae qF(l-m $\hat{1}$ l—m) : r,s£ l—m .2)^»«- ^V*)
= — a(.s,r) Q. Dtrma = j:s[(— l)«a {l,s).J[Dtrm (a,2-/7i-fô ; 2-m-*5)] |s,2-
'm]!* L'expression qui élevée au carré donne la valeur du déterminant
hémisymétrique d'ordre pair, est dite le « pfaffien des éléments du
déterminant» . $\cdot 8$ m,7ifi N^ . ae qF(l— m i l"-m) . he qF(r" n i l— n) . ce
qF(V"mn $\hat{1}$ V"ran) : r,s£ l—m . h,leV"n r}r,s,hyl. cln(r^l)+h, n(s-l)+i] =
a(r,s) x &(i,0 Q. Dtrmc = {Dtrma)« X {Dtrmb)wt } Kronecker Jf M. t.72 i
^ 6M me Ni+1 . ae qf l-m Q. Dtrm[a;""|(r,s), l-/n S l-m] = 77t/T[(a,—
aj|5, l-(r— l)]|r, 2-mî I Vandermonde ParisM. a.1772 p.518 ; Cauchy a.1821
p.426 j $\cdot 2$ me N,+1 O- Dtrm[r|(r,s), l-mi l-m] = 77(r! |r, l-7?i) $\cdot 3$ Hp-1 O.
Dtrm![v{a, N, ^ r/N^ ' ^ s/N,)] |(r,s), l-m i l-mj = i7(a, l-m) I Mansion
Co;vi\r. t.4 a.1878 p.109 } ^ 7. m,n,péN, .3 M Dtrm[C(«+r+s,r) |(r,s), 0-/>i
1 0-m]=1 $\cdot 2$ Dtrm[C(n+m+r+s,H) |(r,s), 0—mfO-m] e^l m^— 1 $\cdot 3$
n^p+77t .3 Dtrm [C(n+r, p+.s)|(r,5), O-miO-^?^] = 77[C(n+m— ?'+l)|r, l-p]
//7[C(m+r,/n+l) |r, l-/)] t Zeipel , Om Determinantei-... Lunds Univ. Ars-
Skrift, a. 1865 ? \ $\cdot 4$ r/i£N,+1 . ae N^Fl-;>f.3. Dtrm [C(a,,s)|(r,s), l-m.iO--
(m— 1)] =(— l)"*f«-i)/277j/7 [(a^— a,)|.s, l- (r— l)]|r, 2-m.j//7[r"-'*|r,2-
(m-l)l I Stern, JfM. t.66 a.186ôî Dvr mit 0 ^ 10. meN^+1 .3 $\cdot 1$ Dtrm(Dvr, 1
—m 5 l-* -m) = //(*, 1—m) =m!/7[(l— /p)|^E(m/p) |2), Np«l-l'mt t Smith
a.1876 t.2 p.161 : « L e t (m,n) dénote the greatost common divisor of the
intégral numbers m and n; and let i/^(m) be the number of numbers not
surpassing w and prime to fn\ the symmetrical déterminant... 2'±(1,l)(2,2)...
(m,-m) is cqual to vl X t/2 X.-.X y^(m). » }

The text on this page is estimated to be only 9.53% accurate

$\} \text{ Smith a.l876 t.2 p.l63 j Um}^{\wedge 11} . \text{ a}\mathbb{Z}\text{qf}(\text{N}, \text{iN},) \text{ Q. } \bullet 0 \text{ Dtrm}(\text{a},$
 $\text{N/}.\text{N},) = \lim \text{Dtrra}(\text{a}, \text{V}^{\text{n}} \hat{=} 1-\text{n}) \mid^{\wedge} \text{i Df M } 77(\text{mod ar}, \text{r} \mid \text{r}, \text{N},) \text{ eQ} . 2; [\text{moda},$
 $(\text{N} \text{J} \text{N} \text{J}^{\wedge} (\text{r}, \text{s}) 5(\text{r}-\text{z}=\text{s})] \ll \text{Q Q. Dtrm}(\text{a}, \text{N}, \text{iN},) \text{ eq } [\text{Koch AM. t.l5 p.53, t.l6}$
 $\text{p.217 j D}^{\wedge} 12-\text{i a}, 6\mathbb{Z}\text{q} . \text{ a} < \text{b} . \text{ f}, \text{gyh}, \text{Df}, \text{Dg}, \text{I} > \text{h s qFoT b Q. a a-}$
 $6^{\wedge} . \text{r5J Dtrm}[(\text{D}/\text{j} \text{c}, \text{D} 5 \text{ra?}, \text{D}/\text{w} 5), (\text{fa}, \text{ga}, \text{ha}), (\text{fb}^{\wedge} \text{gb}^{\wedge} \text{hb})] = 0 \text{j } [\text{A:} = \text{Dtm}[(\text{fx},$
 $\text{gx}, \text{te}), (/ \text{a}, \text{ga}, \text{ha} \setminus \{ \text{fb}, \text{gb}, \text{hb} \}) \setminus \text{x Oto} = \text{fc} 6 = 0 . \S \text{D P4-3 O. P }] \text{ Cpl}$
 $(\text{complément})^{\wedge} 21-\text{i Hpl-i} . \text{ ni} = 1 . ^{\wedge} . \text{ Cpla} = 1 \text{ HpM} . \text{ meN}^{\wedge} + 1 . \text{ r}, \text{s} \mathbb{Z} 1- / > \text{i} . ^{\wedge} .$
 $\text{Cpl}(\text{a}, \text{r}, \text{s}) = (— 1)^{\text{''}^{\wedge}} \text{Dtrm}[\text{a}, (1-\text{mWr i } \{ 1-\text{m} \} \text{Hs}) \text{ Df Cpl}(\text{a}, \text{r}, \text{s}, 9) \text{ est dit}$
 $\text{complément algébrique de Télément } (? \bullet, \ll) \text{ du déterminant a. } \bullet 2 \text{ Hpl-1 : r}\mathbb{Z}$
 $\text{l}^{\text{''}^{\text{m}}} \text{m} . 3- \text{Dtrma} = \text{l}[\text{a}(\text{r}, \text{s}) \text{Cpl} \{ \text{a}, 7\% \text{s} \} \mid \text{s}, 1 — \text{m}] \bullet 3 \text{ HpM : h} \text{j} \text{l} \text{s V}^{\text{''}} / \text{n} . \text{ h}^{\wedge} = 1 . 3$
 $\text{l}[\text{ci}(\text{h} \text{j} \text{S}) \text{ Cpl}(\text{a}, \text{Z}, \text{s}) \mid \text{s}, 1-\text{m}] = 0 \bullet 4 \text{ HplM} . \text{ Aeq} . \text{ h}, \text{le l}^{\text{''}^{\text{m}}} \text{m} . / \text{i} = \text{Z : re l}^{\text{''}^{\text{m}}} \text{m}$
 $. 3, \text{Cpl}(\text{a}, \text{r}, \text{i}) = \text{ftCpl}(\text{a}, \text{r}, \text{Z}) \text{ Q. Dtrma} = 0 \bullet 5 \text{ Hpl'i} . \text{ Dtrma} = 0 : \text{ h}, \text{le l}^{\text{''}^{\text{m}}} \text{m r}^{\wedge} \text{h.l.}$
 $\text{C}\mathbb{Z} \setminus ((\text{ijh}, \text{l}) \text{ } = 0 \text{ Oaq}^{\wedge} \text{to}[\text{r}\mathbb{Z} 1 — > \text{n} . 3 / - \text{Cpl}(\text{a}, \text{r}, / ?) = \text{ACpl}(\text{a}, \text{r}, \text{Z})] \bullet 6 \text{ meN}^{\wedge} .$
 $\text{a}, \& \mathbb{Z} \text{ qF}(1 — / ? \text{i} \hat{=} 1-\text{m}) . \text{ ireq : r}, 5\mathbb{Z} 1 — \text{m O}^{\wedge} \text{v}^{**} \&(\text{r}, \text{s}) = \text{a}(/ \% 5) + \text{a: } 3 \text{Dtrmft}$
 $= \text{Dtrma} + \text{j?vj2}; [\text{Cpl}(\text{a}, \text{r}, \text{s}) \mid \text{r}, 1-\text{m}] \mid \text{s}, 1 — \text{mj}^{\wedge} 22-1 \text{ Hpl-i} . \text{ Dtrma} = 0 . \text{ ii, ve}$
 $\text{Cls'l-m} . \text{ Numi}^{\wedge} = \text{Numy}^{\wedge} 2 . 3. \text{ Dtrm}(\text{Cpla}, ? \text{fit}^{\wedge}) = 0 \bullet 2 \text{ Hpl'l} . \text{ liyve Cls'l} —$
 $/ > \text{i} . \text{ a} \ll^{*} . \text{ Num}^{\wedge *} = \text{Num?}; 3 \text{Dtrm}(\text{Cpla}, ?^{\wedge} \text{i?}) = (— 1)^{(: \mathbb{Z}^{\wedge} + : \mathbb{Z}^{\wedge} ?^{\wedge})}$
 $\text{X} \{ \text{Dtrma} \} \text{I}^{\wedge} (\text{Num?}^{\wedge} — 1) \text{ x} (\text{Dtrm}[\text{a}, (1-\text{m}) - \ll^{\wedge} \text{i}(1-\text{mH};]$

The text on this page is estimated to be only 6.92% accurate

212 Çpl •3 HpM : r%_s8 l-//i .3. Cli)(Cpla, r,s) =
a(r,s)x(Dtrma)|^(/ > i — 2) Dtrm|Cpl[CplK/Vs) |(r,s)], V-oi:l-,n\ =
(Dtrnm)|^(//i — 1)» •5 IlplM . r,s£\'''ûi .3- Dtnna = a(;vs)Cpl(a,;- , ^') — •6 ;?
i8Nj . ajhfijde qF(l — / > iîl — »i) : r,.s£ l-v/i .3'V*'- c { > %i ^) = v[a(r,/«;(s,/)
|/,l-//i].r/(r,s) = v[Cpl(a,/',0 Cpl(6,s-,/) |/,l-m 3r,.. r/(/vs) = Cpl(c,/-,s) •7
wieN^ . as qF(l-v/^il — //i) : r,.se l — //i 3m- ^(*r'^) =f4s,r) :3r,.v. Cpl(a,r,s)
= Cpl(a,s,r) •8 me Nj . afi^Cjds qF(l — m f l — m) . h,ke q : r,Nfi l'''tti O'V**
(^ (r,s) = / ^ a(r,s') + / r & (> ^ ,s) . ri(r,.s) = / t'Cpl(a,/vs)+ACpl(ft,r,.s) 3Dtrmc =
Dtrma X Dtrrn^; X Dtrinri I SiACCi Annali di Mat. t.5 p.296 j

The text on this page is estimated to be only 15.09% accurate

§75 lin Subst Sb $\wedge 1$. //?, / $\wedge$ p£Nj . $\wedge$ z. -0 f£(CxinFCxn)\iï\ .=: f£
 (Qxrn F Cx/Ocont : ic,?/£ Cx/// 0 $\wedge$,y- /1 $\wedge$ +2/) = / $\wedge$ +/y I $\wedge$ f Pl'O. Nous dirons
 que /est un complexe d'ordre ?/? , fonction linéaire de« complexes d'ordre
 w, si la fonction de la somme est la somme des fonctions correspondantes.
 Nous ajoutons la condition que la fonction soit continue pour en déduire la
 PI 19. Les fonctions linéaires s'appellent aussi distributives, selon Servois
 Ann. a. 1815 p.93. Nous définissons i P*2) la somme de deux fonctions
 linéaires, qui est une fonction de la même espèce. Le produit iP-3) des
 fonctions a été déjà défini dans §f. Il a nécessairement les propriétés
 distributive et associative, mais non la commutative. fjo $\wedge$ he (Cxm F
 Cx/?)lin . œ,ye Cxn . $\wedge$. -i f(oo+y) = fa:+fy •11/0 = 0 [PI. //=:0 .3. f; ,r+0) = fx
 + fO .D P] M 2 AeN, . u£ Cx)i F l"7t .3 f:iu = :ifa [p-i 3 p] M 3 teNj .3
 A $\wedge$) = / $\wedge$ A* [l'-12 . u=i{txF V-k) .D p] •U f—x = — /Ir [[-X I //>P-i . P-
 11 .3. 0 = fx + f-x .D p] •15 Aen .3- A- $\wedge$ = AA" [P13 . PU .D P] •16 teN,
 .3 f[X $\wedge$ k)=(fx):h [$\wedge$ a:lk\X]V-V6 Z) P] •17 &£N, . Zan 3. f{Jtlle)x = (liK)fa'
 [p-i5 . P-16 .3 P] •1 8 her 3- A $\wedge$ - $\wedge$ ' = $\wedge$ 'A* [= P17] •19 k£(\ 3 [Hp .D. A
 ;Cxm F Cx/?)cont .3. ffx = lim[/•(/. /•!/, r, A:] = lim(Ifx //, r, A:) = kfx] •2
 f+g = (fx+gx)\x Df -2 1 f+g s (Cxm F Cx;01in [Hp . x,ys Cxm .3. (f+g){x-
 \-y) = fix+y) -\ -f/{x-\-y) = fx+fy+yx+gy = fx+yx+fu+yy = (f+y>' $\wedge$ ' + {f+ff)!/
] •22 /H-gr =flr+/- -23 {r+g)+h = f+(g+h) = r+g+h f'e (Cxm F Cx/?)lin .
 g,g'£ (Cxj) F Cx/>01in . ksq 3. •3 Êf'e (Cxp F Cx/Olin [Hp . x,ysCxn . §f
 P2-2 .3. (yf){x+y $\wedge$ z= r/[/-(x-fy $\wedge$] = //. A+ /> / ' = yifx ■ $\wedge$ g{fy) =
 {yf)rM{if)y] •31 g(f+r) = gf+gr . (g+g')f=gf $\wedge$ gr •4 A= (Ax, Cx;0 Df -4 1 ke
 (Cxn F Cx $\wedge$ Olin . fk = kf La multiplication par un nombre réel est une
 fonction linéaire. •5 fx = vj \f\m\i(n,r)\x $\wedge$ \r, \-n \



The text on this page is estimated to be only 14.84% accurate

214 Subst $\wedge 2-0$)if $\wedge$, O. SubstM = (Cxn F Cxn)lin Df Nous
appelons « Substitution d*ordM n », abrégé en « Substw », tout Cxn
fonction linéaire des Cxn, Nous définissons le module d'une substitution et
(P22) Texponentielle d'une substitution. Les substitutions ont une grande
importance dans plusieurs théories. Une exposition moins sommaire est
contenue dans mon «Calcolo geometrico» a.1888 p.141-170. Ici elles ont
principalement pour but d'introduire les nombres imaginaires. n $\hat{I}$ i $\wedge$. a,b,ce
Subst;i . keq . x,ye Cxn r $\wedge$. •1 a(x+y) = ax+ay . a+b s Snhstn . (a'\b) α =z
a α +bx •2 a+b = b+a . a+(b+r) = {a+b)+c = a+b+c •3 (ab)x := aQ) α) .
a α eSubstn •4 a(&+c) = o $\hat{o}$ + $\wedge$ s $\wedge$ • (a+ $\wedge$ c • = (ic- $\wedge$ bc . (ab)c = a(bc) = al)C r $\wedge$ -5
fUsN $\wedge$.3. a"* s Subst/i mod $\wedge$ 3. i $\hat{e}$ N $\wedge$. a,bs Subst?? . xe Cxn . AeQ . $\wedge$. •0
moda = max| [(mod a $\wedge$)/(modj?)] \x $\wedge$ (Cx/?-eO) j Df •1 raoda eQ $\wedge$ [x $\hat{e}$ Cxn
-<0 . ,y= xjmodx .3yeCxn . modysz] . ($\wedge$ mod «a? i/moda? = (mod cr $\wedge$)/mod $\wedge$
.3* (mod OtK $\hat{i}$ /modsc |x \Cxn-tO) = (modajr)/modir' |x' *[Cxwny?
(mody)=l (1) [(modax')/modx]|ac e Qof[Cxw/ $\wedge$.y3(mody=rl)]cont (2)
(2).§contl-3.(l).P-0 .D. P] •1 i mod ax $\wedge$ moda mod $\wedge$ [PO . P-l .3. P] •i2
moda=0 .=. a=0 •2 mod(a+&) $\wedge$ moda+modft [Hp . ccfi Cxn . P2-1 .3. mod
(o+&)fc = mod{ax+hx) . §cx 3-2 .3. $\wedge$ modax+u $\wedge$ od $\hat{o}$ ac . P-11 .3. $\wedge$ modrt
modcr+mod $\hat{o}$ modo;; $\wedge$ (modrt+mod&)moda; (1) Hp.(l).D: xsCxn .Z)' [mod
(a+6)a:;]/moda $\hat{i}$ $\wedge$ moda+mod $\hat{o}$ (2) (2). PO O. P] ■21 mod(A'aj = k moda •3
mod(ab) $\wedge$ moda modb [Hp.j-£Cx;/Pl O. mod[($\wedge$ /ft).r] = mod[r/(6a7)] $\wedge$
moda mod bx $\wedge$ moda mod6 modar Hp : xsCxn .3- [uiod (ab)x]lmodx $\wedge$
mod $\wedge$ f inod& : P*0 O. P] •4 meN, .3. mod(a''') $\wedge$ (moda)''' l P-3 .3 PI

The text on this page is estimated to be only 15.96% accurate

Subst 215 Sb^4 . $n \in \mathbb{N}$, $u, r \in \mathbb{Q}$ ($l - n : V^n$) Q . $\bullet_0 Sb^\wedge = t [[$
 $l^{(\wedge(r, sxs |.s, l-vi] \setminus 7\% V^n)] Xy Cxn j$ Df Soit u une matrice carrée d'ordre
 n . Par $Sb^\wedge$ (substitution déterminée par la matrice u) nous indiquons
l'opération qui, à un complexe oc d'ordre rt , fait correspondre le nombre
complexe dont l'élément de rang s est la fonction linéaire $2(ur, sX8 \setminus ii, V^n)$
des éléments de x . $\bullet_1$. Sbw est une Subst. '4, Toute Subst est représentée
pai* une matrice. $\bullet_{01} \in Cx_j$.3 $(Sb \hat{.})_{ir} = \setminus [l(ur, sXs j.s, l-/2)] l_r, l-n_j \bullet_i Sb^\wedge$
 $\in$ Subst n $\bullet_2 Sb^\wedge + Sbr = Sb(i^\wedge + r)$ $\bullet_3 (Sbr)(Sb i^\wedge) = Sb; K_v^\wedge u^\wedge, \setminus q, V^n ? i |$
 $(>vs), l^\wedge n t l^m] \bullet_4$ ae Subst n . $^\wedge a = Sb J \setminus a \text{ unit } (/i, .s)]^\wedge (/vs), l^m n i l-n j$
 $\lim^\wedge 10-0$ ae (Subst/Of No Olima = ? (Subst n) $^\wedge b_3 [xs Cxn .^\wedge a - \text{lini}(a.r) =$
 $bx]$ Df $\bullet_1$ weqf $\{l-n \setminus l-niNo\}$ $O^* \lim |Sb[i \ll (r,^\wedge, 0 iM, l^7 i \setminus l-/i] j | / = Sb \}$ $[\lim$
 $tir, s, t) \setminus t] |(r, s), l-n \setminus l-n_j D^\wedge 11. (Subst 71 I Cxn) \S cx P31^\wedge 12^* 0 \hat{u} i yne N^\wedge .$
 $w \in Cx Cxn . /fe Cx ? /i f ze . x \in u^\wedge u .^\wedge D(/; 2^\wedge, ir) = 7 (Cxm f Cxn jlin '^\wedge$
 $(73 [\lim j [/7 /- /Ir- 5 f(\hat{i} /- j c)] /raod (2 /- a') | 2 /, w, x \setminus = 0]$ Df Définition de la
dérivée d'un nombre complexe fonction d'un autre nombre complexe. Elle
est une tranformation linéaire, représentée par une matrice dont les éléments
sont les « dérivées partielles des m coordonnées de $/^\wedge$ par rapport aux n
variables. Cette dérivée est la « déformation infiniment petite d'un corps »,
considérée dans la physique mathématique. $S^\wedge 21'1 l \in (Subst^\wedge i F q) cont .$
 $asq .^\wedge X \in Cxn F q . Dx = ux . xO = a . = . x = 2 [\hat{i} lS(i(v, 0; ;) \setminus s] [v^\wedge |r, NJa J'ai$
donné ce développement en série toujours convergente de l'intégrale d'un
système d'équations différentielles linéaires à coefficients variables. Voir
TorinoA. a.1887, MA. a.1888 t.32 p.450, TorinoA. a.1897, Encyclopadie t.2
p.199.

The text on this page is estimated to be only 6.92% accurate

2 H) Siihst e ^ :12. n^N^ . a,te Subst/i .3 •0 e" =v[(ay>/!);?,NJ Df
 •1 e'fSubst?? [7*£Xi . P.i'4 O- mid;/* //•! i ^ (modr/ > / r! (1. §0. 4-1 .3 -
 r^modrn»- /r! |r, XolfCi i2i iV) . 2) O. :S'[mod(r7/- / ri) |r, N,,] fQ (:J [ii) .
 S^-x 22-1 .3 -jvz'- / rî) Ir, X.,] s Siibst;/ -4 (4) . PO O. P] •2 nh ^:-- ha O- e"
 ' = c"e" . fte'^ = e"6 •3 j'sq .3. Dle'^l.r, q, r) = ae" 'A as Subst;? . ofS Cx/?
 Fq . Dj'=a.r . teq .3 ^^*^=(M))ef^(aO [P211DP] L'^^quc^ition Dx = r/.r
 représente le système de ?? équations différentielles linéaires honioprènes il
 coefficients constants. La P-4 exprime la fonction (inté<i^ralc) x. Dtrm ^ m.
 ne^^ . a,b£ Subst tî . ns qF(l-;/ : 1-//) 3. •0 Dtrnu? = Dtrm| [a unit(;?,s)]r|
 (>v^), 1'''h î 1-/? | Df •01 Dtrma-=z=0 .3. a^ (Cx/? F Cx?Orcp •02 .re Cxfi
 -/O . a.io =0 .3- Dtrma =0 •03 Dtniu? =0 .=. a Cxn ^0 r> X3 {ax =0)
 Dtrnu/=0 .=. a est nn diviseur de 0 (Teiler der Xull, selon Weierstrassi. •04
 h8i\ . XE CxK -/O . (IX = hx .3- Dtrm(a--//) = 0 •i Dttn{ab) = Dtrmn
 Dtrm/; M me^s^ .3 Dtrm(<^/'') = (Dtrmr/)''' •2 Dtrma-c=0 3- ^~* = A = ?
 Substn'^^3(r?2=l) Df •3 Dtrm Hhfi = Dtrm/' •4 {Shif)-' — Sb; (--
 l)''^Dtrm|//, !-//-/;• î 1-;? -^s] !(;vs), V"n'.V"n !/Dtrm?/ •r> Dtrm/' -=0 . ys
 Cxa 3" ^^^^ ^^" • (^l^"P' =.y .=. .>="(Sb//pj/ ^ 31. 97£Ni . as 8iibst// 3 •0
 rFV")i 3 D'*[Dtrm(^r-//)l//,q,0] == (— 1)' /•! ^lDtrm(a, ifUf) //,
 (Cls'l-/O^MNum// = //— r)] Ces (lénvécs sont «liles les « invariants de la
 sul)stitutionr».

The text on this page is estimated to be only 17.00% accurate

M l\ a" D'[DtYm(a—Ii) \Ii, q, 0]/r! \r, 0""u\ =0 ! Cayley LoiidonT. a.1858 ; Papers t.2 p.475 | Dem : Laguerre JP. t.25 a.1867 p.215, Frobenius JfM. t,84 a.1878 p.1, Berlin Ber. a.189G p.601. L'équation algébrique à laquelle satisfait la Subst « est dite « l'équation caractéristique », « latent équation de Sylvester ». •2 f(£ qF(l""n ; l""n) : 7\s£ V""n ." ^r^s. Hr,s = / ^s,r Oa (qf V""n)rsx3] hsq r)h. DtTm(^bfc —h) = n[(xr —h)\r, V""h] I Lagranoe BerliuM. a.1773 p.108, pour ;; = 3; Dem. Cauchy Ej'erc, a.1829 t.4 p.140, Œuvres s.2 t.9 p.174. j Le déterminant (tableau) ii qui satisfait k Hp-2 est dit ^ symétrique » . L'équation DtrmuSb?^— /m =: 0 est l'équation h l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires du mouvement des planètes. Elle se rencontre aussi dans la détermination des axes dans les courbes et les surfaces du deuxième ordre, et dans la théorie des « moments d'inertie ». ^ 32-i vi,7i£N^ . ff£ ChVxif . Vmodu eQ .gs (CxnF f())sim . Dff £ (Subst/OF/< . Dtrm Dp £ QFu . ff£ Cxm i(g'n) . S(/; gUf) £ Cx/H .3. Sif,g'u) = H(fgX DtrmD/7, n) j Laorange BerlinM. a.1733, pour ??=3 : Jacobi a.1833. JOL t.12 p.1, Werke t.3 p.233: Sint ^1, ^2, ... datae functiones quaelibet variabilium r, r,, ..., habetur: „ .^ / v^-L^-^i^^s \a 1 Dinii l)ff i*.Ht dit. dét^'rminniit jat*obî(*ii •.

The text on this page is estimated to be only 13.39% accurate

218 §76 i (unité imaginaire) q' (nombre imaginaire) Sb « 1-0 $i =$
Sb[(0,~1),(1,0)] Df •1 α, yeq Q. $i(a?,j/) = (\text{--- } ?/, w) -2 i$ e Subst $q, \bullet 3 i' = \text{--- } 1$ t
BoMBELLi a.1579 p.169: « più di meno [$\backslash K \text{--- } D$] via [x] più di meno [$'JC \text{---}$
1] fa nieno [$= \text{--- } 1$] ». : •4 modi= $] -5$ Dtrmi= $1 \wedge 2-0 q' = q+iq$ Df $x,y,x\backslash y' \neq q$.
ap,CE((.3- ' $\wedge +iy \wedge q \bullet 2$ CG- $\backslash \backslash y = cd^{\wedge} Sy . = . a? = a?' . y = y' [x+ii/ =$
 $a:' +iy' O. ac \text{--- } se' = iCy' \text{--- } j/) O- (x \text{--- } ac')^* = \text{--- } \{ \hat{i}f \text{--- } yf -3 (.x \text{--- } ic') \} + (y \text{---}$
 $\hat{i}') - = 0 .3 x=x' . y=y'] \bullet 3 (.r \pm it/) + (a? \pm i, y) = (a; \pm a? HiCy \pm j/) \bullet 31 a + ft \neq q' .$
 $a + \& = ft + a . a + (6 + c) = (a + \&) + r = \ll + \& + ^ \bullet 4 te + iy)(a? + i2/) = (\wedge \wedge$
 $\sim yy) + i(a7y + a? \hat{i} /) \bullet 4i$ ahec(. $ab = ba . a(\hat{o} + c) = rt \& + \ll r . a(br) = \{ ab \} c = abc$
•42 $ab=0 . = . 0=0 . y. \&=0 [Xyy, x\backslash y' eq .3 (x+i^{\wedge} Xir' + iy) = 0 . = . xx \text{--- } i/y' = 0$
 $.xy + x'y = 0 . = , \{ ^{\wedge} \text{--- } yyf + [^{\wedge} y' + x'y? = ^{\wedge} \bullet \bullet (x' + ?/0(2c'' + y'') = o . = . x' + y \gg = o.w.$
 $x'^* + </'' = 0 . = . xr = iO . 2/ = rO . \backslash j. x' = 0 . \hat{i}' = 0] \bullet 43 (q' I n) \S X P8 \bullet 3 x' + y' - = 0$
 $O- / (\bullet ^{\wedge} + iW = (^{\wedge} - W (^{\wedge} + !/)) M (q I r) \S / P40 \bullet G , > i \neq N, O. a'' \neq q - O l (q' | n)$
§|^ PI 1-14 Nofe. Nous définissons l'unité imaginaire comme la substitution
représentée par la matrice $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ L'unité imaginaire, «più di meno» de
Bombelli, a été indiquée d'abord par $>J \text{--- } 1$, et ensuite par i (E uler dans un
Mémoire présenté à PetrA. a. 1777 et publié dans Cale. Integr. a. 1794 t.4 p.
184). Les q' sont de la forme $x \text{--- } \backslash \backslash y$, où $i \backslash yeq$. Ils s'appellent en général

The text on this page is estimated to be only 29.03% accurate

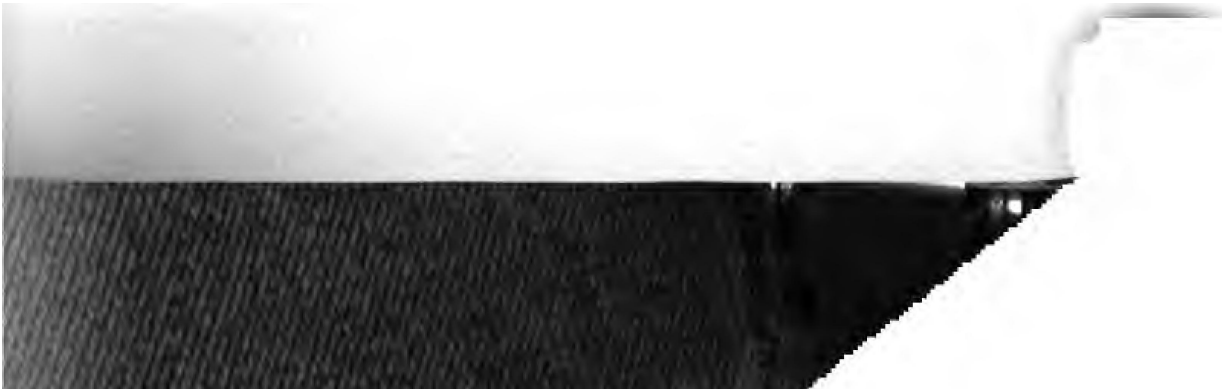
« nombres imaginaires » (Cauchy), et Be présen des substitutions des $q^{\wedge}$. Gauss a. 1831 1.2 p. 102 a complexes ; » mais il ne faut pas les confondre « nombres complexes d'ordre 2 » . En effet nous multiplions les substitutions, tan pas les nombres complexes. Un nombre imaginait un couple de nombres réels, mais il ne coïncid Cela résulte aussi de l'interprétation géométrii imaginaires. Les vecteurs se comportent exacte complexes. Les produits intérieur et extérieur vecteurs. L'unité imaginaire se comporte comme un Roi ternions, qui sont des opérations. Les A., qui considèrent les q' comme des prennent comme Df de $=, +? \times$ les P2-2-3-4. A. comme artificieuse (Encyclopftdie, p. 151) et ci indépendantes, car des '3 et '4 on déduit la -2 qui l'accompagne. Contre la façon d'introduire les imaginaires ii impossible, et qu'on rencontre aussi quelques f i et les fractionnaires, Gauss a. 1799 t.3 p.6 a «I « Quodsi quis dicat, triangulum rectilineum impossibile esse, nemo erit qui neget. At si tanquam novum triangulorum genus contemj proprietates ad illud applicare voluerit, ecqui: verbis ludere seu potius abuti » real $\hat{\text{imag}} \text{ conj}^{\wedge} 3. \bullet 0 \text{ aeq}' .3-$ real $a = 7q^{\wedge} x^3 \{a - x \text{ e } i \text{ imaga} = iq^{\wedge} y^3 (a - iy \text{ e } \ll | \text{ conj } a = \text{real } a - \text{--- } i \text{ imag}$ Le signe « real » se rencontre dans Weiers les quaternions de Harailton il a la forme S : Ex.: 4-5 6-5 16-1 §sinl-0. '* imag " = " le coefficient de la partie in '* conj " = " conjugué " (Cauchy a. 182 = '* conjunctus ,, (Gauss a. 183 i $x^{\wedge} y \text{ eq } O. \text{real}^{\wedge} r + i / /) = 0? . \text{imag} \{ \hat{u} o - \backslash - v j \} = y , \text{riMq}^{\wedge} .3- * 2^{\wedge} = \text{real} a + i \text{ imaga}$ $\text{real} a = (a + \text{conj} a) / 2 . \text{imaga} = (i \bullet 3 \text{ real}(a + \&) = \text{real} a + \text{real} \hat{o} . \text{imag}((\text{conj}(a + 6) = \text{conja} + \text{conjft}$

The text on this page is estimated to be only 13.07% accurate

220 •4 real ia = — imag/[^] . imag ia = realr/ . econj ia = — i conjV/
 •5 cou](aXb) = coijja X coijj/> •6 a=0 r[^]. conj /a = /conyï •7 //«eNj . 3-
^{^^^i ^^"} = (conja)[^] "s|*[^]i, qu'il faut décomposer en ("»>J*y?, indique
 l'ensemble des racines wz-ièmes de a'[^] "»>J// indique la «racine
 principale», celle qui a la plus g[^]rande partie réelle (Po). Sur l'avantag-e. de
 « restreindre le sens des notations dont on ne se servait pour exi)rinier les
 log-arithnies réels ou imaginaires, des puissances fractionnaires ou
 irrationnelles, et les arcs correspondants à des lig-nes trig-onométriques
 données », voir Cauchy, Œuvres s. 2 1. 12 p. 220. Nous remplaçons les
 doubles parenthèses de Cauchy a.ltS21, et le trait horizontal de ce Mémoire
 par *. •2 a -= 0 .3. Num[^]vT[^]/ =zm •3 xe ""[^]a O. "sfr/. = ,rx""j*1 •4. œ,f/e "vfl
 .3 œXyyOo/}/,x\ x~'\coi\]œe ""[^]1*1 Continuation §jrP2'2 •5 a "£ — Q Q.
 "" .yi — 1 C[^]a)r[^]x3(Y(iR\ x = max real "[^]n) Dt g (x+hj) = [^]! WV+y') +[^]r]/2!
 + iv]l[vK[^]*+.y*)-[^]]/2! . vj (x—iy) [^] » » — i » » •7 g*-1 = a w. [^]-1 . 'vJ-1 =
 d y ((-1+1[^]13)2 w. [^](-1-i>J3) 2 Continuation §7r 2'r2. V 77 [^] f). (q' I r)§vpi
 .6. §7[^]P1.5. §!P2.6-3i 7.8.9 •i n8N[^] . «£ q'f(l-vO 0. 5T q"> ;7*3[;r[^]+ l(a,.x"-
 '[^]7[^]y l-v?) =0] •2 Hp-1 .3 a(q'fi->o [^] -[^]l[^][^]q O..' [^]*+ :i:(«X"n*%oi""[^]0 =
 77[^](.r— j,) |r, l-?0! ! Girard li.1629 fol. e3: « Toutes les équations d'al<iebre
 reçoivent autant de solutions, que la dénomination de la plus haute quantité
 le demonstre <>.: Sur la bibliographie de cette P voir Loria HdM. a. 1891 t.1
 p.1Sf), t.2 p.37.

The text on this page is estimated to be only 12.64% accurate

$\text{mod} \wedge G. \text{HpP3} \text{ rj. } \backslash \text{moc} \backslash (;v+v/) = 4x' + !n \cdot 1 \text{ i mod ab} = \text{mod} \wedge \wedge$
 $\text{mod} / > \text{mod} (\text{.r-f-i.y}) \text{ X Tnod} \backslash \text{r}' - \backslash - \backslash \text{t}')] ! \text{Cauchy a.1829 } \text{Œuvres t.9 s.2}$
 $\text{p.100 j } \cdot 2 // \wedge \text{fNi } \cdot 3 \text{ mod}(\text{rt}''') = (\text{moda})'' \cdot 3 \text{ moda} = \text{J} [(\text{realr}(\text{J}^* + (\text{iniagr}/))\text{J} =$
 $\text{y}| (\text{axconja}) \text{ Dtp} (\text{niofW}) - = \text{rO} < \text{coiija s'appelle « norme » (G a us. s). } \cdot 4$
 $\text{moda} = 1 \cdot 3 - \text{conja} = /a \text{ Lm lini } \wedge 10. \cdot 1 \text{ i/.e qĩ No . fieq' . lUijt'' 1??, Nj eq' .}$
 $\text{.req' . mod} \wedge <; \text{moda .} \wedge \text{Kn} \wedge \wedge \text{w''} \backslash \text{n, NJ } \text{£q} ! \text{Abel t.1 p.223 } \{ \cdot 2 \text{ HS q f Ny .}$
 $\text{aeq' . oo-e Lm}(\text{inod} //, /i'') | \text{yi . a: eq' , modo? } <; \text{moda O. v}(\text{i} \wedge \text{XI} \wedge \text{Nj} \text{£q' } \cdot 2 \text{J}$
 $\text{aeqĩNo . ,} \wedge \text{£q . modr } <; / \text{max Lm''y}|(\text{moda}) \cdot 3. \text{v}(\wedge / \wedge . \text{jj} \wedge / -, \text{NJ sq' } \cdot 22 > . \text{ » . } >$
 $\text{» » » » = GO } \hat{\text{i}} \text{Cauchy } \text{Œuvres s.l t. 5 p.360: « Une série ordonnée suivant}$
 $\text{les puissances ascendantes et entières d'une variable a?, soit réelle, soit}$
 $\text{ima} \wedge \wedge \text{inaire, est converg} \wedge \text{ente ou divergente suivant que le module de la}$
 $\text{variable est inférieur ou supérieur à Tunité divisée par la plus g-rando des}$
 $\text{limites vers lesquelles converge la racine ?/iénie du coefficient de .r« » .| On}$
 $\text{appelle : rayon de convergence de la série } \wedge \{ \text{iirn a} \wedge /?, \text{No}) \wedge$
 $\text{rmod; q'n} \ll 3 [2' (/ \text{Oi } \ll '' /i, \text{N,})) \text{£ q' i! cercle de convergence} =: \text{q' n.r3 } \{ \text{mod.r } <$
 $\text{rayon de convergence} \wedge \cdot 3 \text{ usq } \text{Œ} \wedge . \text{aeq . l}(\text{ujt}^* \backslash \text{n, N} \wedge) \text{eq' } \cdot 3. \text{lim} \backslash \{ \text{u} \wedge \text{x} \wedge \text{n,}$
 $\text{N} \wedge) \backslash \text{x. Oa, a}] = \text{lifiji}^* \backslash \text{n, NJ } \hat{\text{i}} \text{Abel t.1 p.223 j } \cdot 4 \text{ a, teq . reala } < \text{realft . b -£}$
 $\text{— N} \wedge \text{O- } /7[(\text{a+r}) (\text{b+r}) \backslash \text{r} \% \text{NJ} = 0 \cdot 5 \text{ u£ q'-(} \wedge \text{— } 1) \text{FNo . vmoda s Q Q.}$
 $//[(1+\text{a,}) /-, \text{No}] \text{£ q' -iO j WEIERSTRAS8 a.1856 t.1 p. 176 j D } \wedge 11-13 (\text{q' I}$
 $\text{q) } \S \text{U Pl-3}$



The text on this page is estimated to be only 9.97% accurate

222 q; e ^ 14. a:,f/eq . afieq' . men .3« •0 e" = 1 + a + a* 2! + a' 3!
+ ... Dfp [§Subst 220 .D- P] •i e"^^* = e"e* [P2-41 . §Sub8t 22-2 o. P 1 [P-
0 .3 e^ e^ = {2:ar /r! |r, No)X(2'6r /r! |r, No) §lim 35-1 O. » = i:]2[an-sb^
l[(n-^s)\ si] |», 0---n] i??. Ng! §2- 15-1 O. «» = -21(a+6)n /n! |n, Nol PO .3
» = e«+* 1 •2 e~^=/e" -3 (e")"* = e*"" •-4 conj e(^ia?) = e|^(— io?) [conj
ef^(i.r) = coijj(1 + ix — a;* /2! — io!^! + oc* /4! — ...) = (1 — ia! —
3C^/2! + ix» /3! — ...) = e(H— ix)] •5 mod e^ = 1 [mod ei« = vj^ei'^conj
e^) = vK©** e-i*) = 1] •« mod e" = ef^(reala) [mod e» = mod[e(^real a +
i ima^ a)] = mod((!|^real a) mod(ef^ i imag a) ^ ej^reala] •7 lim[e|Sz; \a\ q,
0] = 1 [lim[e^x |.T, q', 0] = liin[(1 + x + x^iŨ1 + ...) |x, q', 0] = 1 + lim[xX(1 +
x2\ + ...) |x, q', 0] (1) xsq' . moda? <1 .3 moda+ir;2!+...) < 1+ ,2! +... = e—
1 < 2 (2) (2) 3. \m[x X{1+x ;2! + ...) |.r, q'w?(modx < 1), 0] = 0 (3) (3)3. >•
* q',01 = 0 (4) (1) . (4) 3. P] D ^ 15-1 xsq' .3 D{e>, q, x) = e" [(q'iq) Deiii
§e 7-1] •2 xeq r^ . D(e" |.r, q, x) = ie*^ . 7i£Ni .3 D'^e*' liT, q, x) — i"e" S ^
16-i aeq' . reala>0 .3. ^Xe""""|a;, Q) = /a •2 Hp-1 meN, .3 S(e-""a;" \x, Q) =
ml /a"^^ \ EULER, DiRICHLET t.l p.ll2 j Dtrm 4(20m tisN^ . as qF 0-n .3.
Dtrmja[rest(r+s, n)] l(r;s), (0-w î 0-vi)j = n\s(aX\rjO-n)\x/'^^^l \ J. W.
Glalsher a.1879 QJ. t.l6 p.31 j Le déterminant (tableau) qui figure dans cette
P est dit « circulant ».

The text on this page is estimated to be only 17.63% accurate

k (conjugué) « 21-0 $k=Sb[(1,0),(0,-1)] \bullet 1 x, \hat{y} \in O - k(ir, i/) = (a-, -\hat{i}/)$
 $\bullet 2 k \text{Subst} 2 . k'=1 . \text{modkr} : \bullet 3 ik = -ki . (ik) \gg 1$
 $WjX, yyZ, io'^{\wedge}, i/yZ \backslash Pyq, rySeq . a, b \text{Subst} 2 \bullet 4 io+jci+i/k+2?ik = Sb[io+\hat{i}/,$
 $—0?+ \bullet 4i Sb[(p, \varsigma), (r, s)] = [(p+\wedge s) + (r-q)i \bullet 42 \text{Subst } q, = q+qi+qk+qik \bullet 43$
 $to+xi+yk+zik = t(;'+ir'i+yk+s \bullet 5 \text{real } a = ? q'^{\wedge} W3 \{a—w e qi+qk+c \bullet 5i \text{real}$
 $a = (a—iai+kak4-ik \ll ik)/4 \bullet \bullet J2 a= \text{real } a — i \text{real}(ia) + k \text{real}(ka \bullet 53$
 $\text{real}(M?+iZ?i+2/k+\wedge ik) = w -54 n \bullet 55 \text{real}(tc?a) = \hat{i}/? \text{real} a '56 re \bullet 6$
 $\text{Dtrm}(\hat{i}O+a?i+\hat{i}/k+; \hat{i}ik) = n:\wedge+x^{\wedge} \bullet 61 a^* — 2a(\text{real } a) + \text{Dtrm } a = 0 \bullet 62$
 $\text{Dtrm}(e(^a) = e|^{\wedge}(2 \text{real } a) \bullet 7 eksc = (ea? + e'X)/2 + k(ex — e-^{\wedge})$ La
 substitution k ne figure plus dans la suite sous forme géométrique dans «
 Trasformazi piano, Torino A. a.1895 ». Toute Substitution d'ordre 2 est une
 eoml 1, $iy k, ik$. Les Subst de la forme $q+qi$ sont les nombr pellent aussi «
 similitudes directes ». $(q+qi)k =:$ « similitude inverse » $qi+qk+qik =:$ «
 involution » $q -[<ik+qik =$ « dilatation » $e[^{\wedge}(iq) =$ « rotation » $ke|^{\wedge}(iq) =$ «
 symétrie ».

The text on this page is estimated to be only 1.07% accurate

SUnipato coi tipi dclJa ■ Rivista di M^tematlca • Via Satdu, ai) -
Toiino

Revue de Mathématiques (Rivista di Matematica) publiée par G. Peano, t. 1-7 a. 1891-a. 1901. Formulaire Mathématique, t. 1-3. Prix de chaque tome 8 fr. Prix de l'abonnement au tome 8 de la Revue et au tome 4 du Formulaire correspondant, 10 fr.

The text on this page is estimated to be only 18.94% accurate

FORMULAIRE MAT! PUBLIÉ PAR G. PEANO Professeur
d'Analyse infinités' lualo h l'Unir ÉDITION DE L'AN 1. (tome IV de
l'édition complet! 0(-. XURIN BOCCA FKÈRES | CH. CI LIBRAIRES
1902 (Deuxième partie)

The text on this page is estimated to be only 19.92% accurate

TABLE DES MATIERES DU FORMULAIRE A. 1902 -
 PREMIÈRE ET DEUXIÈME PARTIE {fjes numéros entre parenthèses
 indiquent la pajge) I. . — Logique mathématique pag. i = $^{(3)}$ £ Cls (7)
 Df(H) Dm (13) ; (10) 3(17) -(18) w (20) a (25). n. — Arithmétique pag. 29
 No + (31) N[^] (37) < (38) X (39) h (42)) - (i8). in. — Théorie des nombres
 pag. 53 c (55) ; (56) — (57) / (58) num ([^]{}) max (59) min (00) quot
 («0) rest (<H) mit (fii) Dvr (63) ! (66) C (66) Np (68) mp (73). IV. —
 Algèbre pag. 75 f j sira rcp (77) ' ' (Si) n (83) mod sgn (93) R (94) r (loo) t]
 (102) dt nt (103) E /î (104). V. — Nombres réels pag. 105 r 00 (107) 1[^]
 (108) Q (i08) q (114) " (116) Log (H7) Med (118) A (119) A (120) ô (121)
 Int (I2i). VI. — Fonctions définies pag. 123 I f (125) F (126) Numinfin(I28)
 v([^]32) Chf (139) /7 (141) * (143) Nprf (144). VIL — Calcul infinitésimal
 pag. 145 const cres decr (147) Lm lim (148) cont (166) D (168) S (178)
 e(18«) log (192) y (ide) Fc(197) /f (199) prob (200). VIII. — Nombres
 complexes pag. 201 ex (203) Dtrm (207) lin Subst (213) i q' (218). IX.
 — Fonctions circulaires pag. 225 idem Variab (227) sin cos tang k (228)
 B (248). X. — Calcul géométrique pag. 25i pnt VCt (253) a (277). XI. —
 Géométrie différentielle pag. 287 VCt lim D (289) rectaT (290) planT
 (294) Tang (295) VCt S (296) Long Area Volum (297) i (305) curvatura
 (306) pntOrdin (308) cycloidos (309).

The text on this page is estimated to be only 28.62% accurate

IX FONCTIONS CIRCULAIRES F 1902 d.122 ir> r

The text on this page is estimated to be only 29.51% accurate

§77 idem « identité » Variab « Variabilité d'une fonction » "*" «
inversion » §78 sin cos tng n sin""* cos~* tng"^ sin 2 « sommes des
fonctions circulaires » P12 sin 77 « produits » » » P14 sin lim 2 «
développements en séries » P21 sin lim 77 « » en produits infinis » P29 sin
D « dérivation des fonctions circulaires » P31 sin S « intégration des
fonctions circulaires » P40 §79 B € nombres de Bernoulli » .

The text on this page is estimated to be only 17.75% accurate

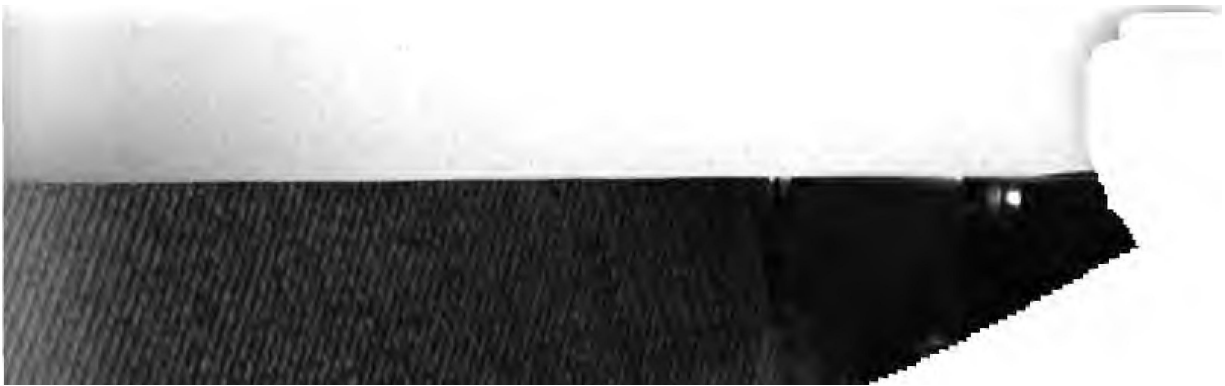
§77 idem Variab * (inversion) ^ 1-0 idema;=a; Df M as Cls r).
 idem s aia . idem s (afa)sim . idem e (afa)rcp idem^a =a «idem» représente
 l'identité; telles sont les opérations arithmétiques +0, —0, X1, /1, hl, M, ...
 Dans la théorie des Substitutions T identité est indiquée simplement par 1.
 4(2-0 afie Cls . ue bFa .3 Variabw = (V3 ^y3[{y;x} su] Df Variabilité de u
 est la classe a des valeurs de la variable. •i afie Cls . u£ Ma .^ Variab(w,a)
 =a ^ 3. a,te Cls . us (&Fa)rcp O- *^ ^~* = a (Variabw)F(w'Variabw) f>
 V3[vu = (idem, Variabw)] Df '3 es Cls . r'£ (cF&)rcp .^ . (î?w)"* = w"* t,"*
 •4 w,t78 (aFa)rcp . uv=zvu r^ . if^ v = v u~* •5 » » » i^~* ^~* = i?~* w~*
 Nous considérons Texposant — 1 comme un signe simple pour indiquer rin
 version. 4(4-4 mcN, .3 ("*v|,Q) = (a?"*l^, Q)-* •2 (log,Q} = (e-^|a?,q)-* 4(
 5m a,6£ Cls'q . w£(&Fa)rcp . ysb^ôb . D(w,a,i^~V) £ q-*0 .3 T>{u~\b,y) =
 fD(uAM~^y) = lim[(ac — U'^y)l {ux — y)\x^a,U'^y] =:lim {ux—uu-^y)l(x
 —u-^y)\x^a^u-^y]



The text on this page is estimated to be only 23.00% accurate

228 §78 $\sin \cos \operatorname{tng} n \sin * \cos * \operatorname{tng} ' i e 9 \operatorname{lt} 1 . \bullet i a ? \operatorname{eq} . 3 - \cos a ? =$
 $c^{\wedge} r = \operatorname{real} e^{* \wedge} \operatorname{Df} \bullet 2 \gg \operatorname{sino} ? = \operatorname{SiT} = \operatorname{imag} e^{* \wedge} \operatorname{Df} \bullet 3 \operatorname{xe}(\backslash . \operatorname{co} ; - = i O r^{\wedge} . \operatorname{tngo} ?$
 $= \operatorname{ta} ; = \operatorname{so}^{\wedge} / \operatorname{co} ? \operatorname{Df} \bullet 31 \operatorname{3C} , , y \operatorname{f} q . \operatorname{mfiNi} O - \operatorname{sac} + . y = (\operatorname{sa} \hat{i}) + y \bullet \operatorname{sacy} = \{^{\wedge} x\} y .$
 $\operatorname{sx} \gg \gg = (\operatorname{sx}) \gg \gg \operatorname{Df} \bullet 32 (c | s) P - 31 - 33 (t | 8) P - 31 \operatorname{Df} \bullet 4 \operatorname{jr} = z \min Q^{\wedge} \alpha 3 (^{\wedge} x = 0)$
 $\operatorname{Df} \bullet 5 \alpha \operatorname{es} q W O O - \log ^{*} a 7 = q'^{\wedge} y 3 (e^{\wedge} = a ;) \operatorname{Df} \bullet 6 \log o ? = 1 \ 1 (\log ^{*} i z ?)^{\wedge}$
 $y 3 \{ - 7 i < \operatorname{imagy}^{\wedge} t t\} \operatorname{Df} \bullet 7 \sin ^{*} = s^{*} = [s, (- \operatorname{jr} / 2 r K / 2)] - * \operatorname{Df} \bullet 8 \cos ^{*} = c -$
 $* = [c, 07 i] \sim * \operatorname{Df} \bullet 9 \operatorname{tang} - * = r' = [t, (- \operatorname{jr} / 2) - (:^{\wedge} / 2)] - * \operatorname{Df}$ Note. La fonction
« sinus » abrégée en « sin » se présenta d'abord dans les applications
astronomiques ^e la géométrie. Ptolémée a calculé les cordes des arcs de 0»
à 180«. Albat<»gnius (a. 880), astronome arabe, a introduit le sinus; il dit en
effet: « Ptolémée ne se servait des cordes entières que pour la facilité des
démonstrations, mais nous avons pris ces moitiés des cordes des arcs
doubles dans toute l'étendue du demi-cercle. » Le mot arabe est gib ou
dgi h^ qui signifie un pli; c'est la corde pliée en deux. Le pli d'une robe, en
latin, se dit sinus. P. ex. selon Virgile (-lEneides 1.1) Vénus se présenta à
Énée: « Nuda genu, nodoque sinus collecta fluentes ». Les traducteurs latins
des Arabes ont remplacé gib par sinus, adopté depuis par tous les
astronomes. Voir Del ambre, Histoire de l'astronomie du moyen âge a.1819
p.12. Jusqu'à BernouUi le sinus était appelle « sinus rectus »; « sinus totus »
était le rayon. Jusqu'à Legendre, {Géométrie, édition de ra.1840), les sinus
était une longueur; seulement quelquefois il suppose le rayon =1. La
définition analytique du sinus est due à Euler; voir P2'2. cos signifie *
complementi sinus » . Voir P2*8.

Les abréviations s, t, pour sin, tng étaient communes aux mathématiciens anglais du XVII^e siècle (Oughtred, Trigon. a.1657 p.4, Jones a.1706 p.240). Elles ont été de nouveau introduites par Gudermann dans les fonctions elliptiques. Dans l'usage commun il n'y a pas un système de conventions constantes pour les parenthèses. Selon les conventions §f 6, $\sin^2$ signifie $\sin(\sin x)$, et non $(\sin x)^2$, qui contrairement à l'usage de plusieurs A. et d'accord avec quelques autres (Eu 1er, Theoria motus corporum editio a.1790 p.178, Stolz, Allgemeine Arithmetik a. 1880 etc.) sera ici indiqué par $\sin^2 x$. Le symbole « tang » a une origine géométrique. Nous n'introduirons pas les autres fonctions trigonométriques cotang, sec, cosec qu'on remplace par $\cot$, $\cos$, $\sin$. On pourrait même supprimer toutes les fonctions trigonométriques, car elles ne forment qu'un double emploi avec l'exponentielle e^x . Le nombre π se présentait d'abord comme rapport de la circonférence au diamètre. Ce signe, introduit par Jones, adopté par Euler, est devenu ensuite d'usage commun. C'est la lettre initiale du mot περιφέρεια, $\log x$ indique la classe des solutions de l'équation $ey=x$. $\log x =$ « la valeur principale du logarithme », indique la solution dont le coefficient de l'unité imaginaire est compris entre $-\pi$ et $+\pi$. Soit y une quantité comprise entre $-\pi$ et $+\pi$; $\sin^{-1}y$ indique la quantité, la plus petite en valeur absolue, dont le sinus est y . De même pour $\cos^{-1}y$, qu'on prend entre les limites 0 et π et $\tan^{-1}y$, qu'on prend entre les limites $-\pi/2$ et $\pi/2$. Ces fonctions sont inverses de $\sin$, $\cos$, $\tan$. Sur l'inversion des fonctions, voir F1901 p.38. La notation que nous adoptons est généralement usitée dans les traités anglais. On trouve aussi les notations $\arcsin$, $\arccos$, $\arctan$ (sin $=y$). Euler, MiscBerol. a.1743 t.7 p.167, a adopté les notations : $\sin^{-1}x$ à $\sin x$, au lieu de : $\sin x$, $\sin^{-1}x$; où A est la lettre initiale de Arc. Dans l'ordonneraent des P de ce § nous considérons les signes que nous venons de définir (y compris le log), comme formant un système. En conséquence les P seront classées selon les signes 2, i, lim, D, S des §§ précédents. F1899 et F1901 contiennent d'autres ordonnements. 2. $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x$; $\frac{e^x - e^{-x}}{2i} = \sinh x$; $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$; $e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$; $e^{i\pi/2} = i$; $e^{-i\pi/2} = -i$; $e^{i\pi} = -1$; $e^{-i\pi} = -1$; $e^{i2\pi} = 1$; $e^{-i2\pi} = 1$; $e^{i\pi/3} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$; $e^{-i\pi/3} = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$; $e^{i\pi/4} = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$; $e^{-i\pi/4} = \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}$; $e^{i\pi/6} = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$; $e^{-i\pi/6} = \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}$; $e^{i\pi/12} = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$; $e^{-i\pi/12} = \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}$; $e^{i\pi/24} = \cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24}$; $e^{-i\pi/24} = \cos \frac{\pi}{24} - i \sin \frac{\pi}{24}$; $e^{i\pi/36} = \cos \frac{\pi}{36} + i \sin \frac{\pi}{36}$; $e^{-i\pi/36} = \cos \frac{\pi}{36} - i \sin \frac{\pi}{36}$; $e^{i\pi/48} = \cos \frac{\pi}{48} + i \sin \frac{\pi}{48}$; $e^{-i\pi/48} = \cos \frac{\pi}{48} - i \sin \frac{\pi}{48}$; $e^{i\pi/72} = \cos \frac{\pi}{72} + i \sin \frac{\pi}{72}$; $e^{-i\pi/72} = \cos \frac{\pi}{72} - i \sin \frac{\pi}{72}$; $e^{i\pi/96} = \cos \frac{\pi}{96} + i \sin \frac{\pi}{96}$; $e^{-i\pi/96} = \cos \frac{\pi}{96} - i \sin \frac{\pi}{96}$; $e^{i\pi/144} = \cos \frac{\pi}{144} + i \sin \frac{\pi}{144}$; $e^{-i\pi/144} = \cos \frac{\pi}{144} - i \sin \frac{\pi}{144}$; $e^{i\pi/192} = \cos \frac{\pi}{192} + i \sin \frac{\pi}{192}$; $e^{-i\pi/192} = \cos \frac{\pi}{192} - i \sin \frac{\pi}{192}$; $e^{i\pi/288} = \cos \frac{\pi}{288} + i \sin \frac{\pi}{288}$; $e^{-i\pi/288} = \cos \frac{\pi}{288} - i \sin \frac{\pi}{288}$; $e^{i\pi/384} = \cos \frac{\pi}{384} + i \sin \frac{\pi}{384}$; $e^{-i\pi/384} = \cos \frac{\pi}{384} - i \sin \frac{\pi}{384}$; $e^{i\pi/512} = \cos \frac{\pi}{512} + i \sin \frac{\pi}{512}$; $e^{-i\pi/512} = \cos \frac{\pi}{512} - i \sin \frac{\pi}{512}$; $e^{i\pi/688} = \cos \frac{\pi}{688} + i \sin \frac{\pi}{688}$; $e^{-i\pi/688} = \cos \frac{\pi}{688} - i \sin \frac{\pi}{688}$; $e^{i\pi/912} = \cos \frac{\pi}{912} + i \sin \frac{\pi}{912}$; $e^{-i\pi/912} = \cos \frac{\pi}{912} - i \sin \frac{\pi}{912}$; $e^{i\pi/1216} = \cos \frac{\pi}{1216} + i \sin \frac{\pi}{1216}$; $e^{-i\pi/1216} = \cos \frac{\pi}{1216} - i \sin \frac{\pi}{1216}$; $e^{i\pi/1600} = \cos \frac{\pi}{1600} + i \sin \frac{\pi}{1600}$; $e^{-i\pi/1600} = \cos \frac{\pi}{1600} - i \sin \frac{\pi}{1600}$; $e^{i\pi/2048} = \cos \frac{\pi}{2048} + i \sin \frac{\pi}{2048}$; $e^{-i\pi/2048} = \cos \frac{\pi}{2048} - i \sin \frac{\pi}{2048}$; $e^{i\pi/2688} = \cos \frac{\pi}{2688} + i \sin \frac{\pi}{2688}$; $e^{-i\pi/2688} = \cos \frac{\pi}{2688} - i \sin \frac{\pi}{2688}$; $e^{i\pi/3584} = \cos \frac{\pi}{3584} + i \sin \frac{\pi}{3584}$; $e^{-i\pi/3584} = \cos \frac{\pi}{3584} - i \sin \frac{\pi}{3584}$; $e^{i\pi/4736} = \cos \frac{\pi}{4736} + i \sin \frac{\pi}{4736}$; $e^{-i\pi/4736} = \cos \frac{\pi}{4736} - i \sin \frac{\pi}{4736}$; $e^{i\pi/6144} = \cos \frac{\pi}{6144} + i \sin \frac{\pi}{6144}$; $e^{-i\pi/6144} = \cos \frac{\pi}{6144} - i \sin \frac{\pi}{6144}$; $e^{i\pi/8000} = \cos \frac{\pi}{8000} + i \sin \frac{\pi}{8000}$; $e^{-i\pi/8000} = \cos \frac{\pi}{8000} - i \sin \frac{\pi}{8000}$; $e^{i\pi/10496} = \cos \frac{\pi}{10496} + i \sin \frac{\pi}{10496}$; $e^{-i\pi/10496} = \cos \frac{\pi}{10496} - i \sin \frac{\pi}{10496}$; $e^{i\pi/13728} = \cos \frac{\pi}{13728} + i \sin \frac{\pi}{13728}$; $e^{-i\pi/13728} = \cos \frac{\pi}{13728} - i \sin \frac{\pi}{13728}$; $e^{i\pi/17920} = \cos \frac{\pi}{17920} + i \sin \frac{\pi}{17920}$; $e^{-i\pi/17920} = \cos \frac{\pi}{17920} - i \sin \frac{\pi}{17920}$; $e^{i\pi/23552} = \cos \frac{\pi}{23552} + i \sin \frac{\pi}{23552}$; $e^{-i\pi/23552} = \cos \frac{\pi}{23552} - i \sin \frac{\pi}{23552}$; $e^{i\pi/30624} = \cos \frac{\pi}{30624} + i \sin \frac{\pi}{30624}$; $e^{-i\pi/30624} = \cos \frac{\pi}{30624} - i \sin \frac{\pi}{30624}$; $e^{i\pi/39968} = \cos \frac{\pi}{39968} + i \sin \frac{\pi}{39968}$; $e^{-i\pi/39968} = \cos \frac{\pi}{39968} - i \sin \frac{\pi}{39968}$; $e^{i\pi/51904} = \cos \frac{\pi}{51904} + i \sin \frac{\pi}{51904}$; $e^{-i\pi/51904} = \cos \frac{\pi}{51904} - i \sin \frac{\pi}{51904}$; $e^{i\pi/67776} = \cos \frac{\pi}{67776} + i \sin \frac{\pi}{67776}$; $e^{-i\pi/67776} = \cos \frac{\pi}{67776} - i \sin \frac{\pi}{67776}$; $e^{i\pi/88224} = \cos \frac{\pi}{88224} + i \sin \frac{\pi}{88224}$; $e^{-i\pi/88224} = \cos \frac{\pi}{88224} - i \sin \frac{\pi}{88224}$; $e^{i\pi/114688} = \cos \frac{\pi}{114688} + i \sin \frac{\pi}{114688}$; $e^{-i\pi/114688} = \cos \frac{\pi}{114688} - i \sin \frac{\pi}{114688}$; $e^{i\pi/149440} = \cos \frac{\pi}{149440} + i \sin \frac{\pi}{149440}$; $e^{-i\pi/149440} = \cos \frac{\pi}{149440} - i \sin \frac{\pi}{149440}$; $e^{i\pi/195200} = \cos \frac{\pi}{195200} + i \sin \frac{\pi}{195200}$; $e^{-i\pi/195200} = \cos \frac{\pi}{195200} - i \sin \frac{\pi}{195200}$; $e^{i\pi/253760} = \cos \frac{\pi}{253760} + i \sin \frac{\pi}{253760}$; $e^{-i\pi/253760} = \cos \frac{\pi}{253760} - i \sin \frac{\pi}{253760}$; $e^{i\pi/327680} = \cos \frac{\pi}{327680} + i \sin \frac{\pi}{327680}$; $e^{-i\pi/327680} = \cos \frac{\pi}{327680} - i \sin \frac{\pi}{327680}$; $e^{i\pi/423040} = \cos \frac{\pi}{423040} + i \sin \frac{\pi}{423040}$; $e^{-i\pi/423040} = \cos \frac{\pi}{423040} - i \sin \frac{\pi}{423040}$; $e^{i\pi/550400} = \cos \frac{\pi}{550400} + i \sin \frac{\pi}{550400}$; $e^{-i\pi/550400} = \cos \frac{\pi}{550400} - i \sin \frac{\pi}{550400}$; $e^{i\pi/715520} = \cos \frac{\pi}{715520} + i \sin \frac{\pi}{715520}$; $e^{-i\pi/715520} = \cos \frac{\pi}{715520} - i \sin \frac{\pi}{715520}$; $e^{i\pi/927680} = \cos \frac{\pi}{927680} + i \sin \frac{\pi}{927680}$; $e^{-i\pi/927680} = \cos \frac{\pi}{927680} - i \sin \frac{\pi}{927680}$; $e^{i\pi/1206400} = \cos \frac{\pi}{1206400} + i \sin \frac{\pi}{1206400}$; $e^{-i\pi/1206400} = \cos \frac{\pi}{1206400} - i \sin \frac{\pi}{1206400}$; $e^{i\pi/1570560} = \cos \frac{\pi}{1570560} + i \sin \frac{\pi}{1570560}$; $e^{-i\pi/1570560} = \cos \frac{\pi}{1570560} - i \sin \frac{\pi}{1570560}$; $e^{i\pi/2034240} = \cos \frac{\pi}{2034240} + i \sin \frac{\pi}{2034240}$; $e^{-i\pi/2034240} = \cos \frac{\pi}{2034240} - i \sin \frac{\pi}{2034240}$; $e^{i\pi/2624640} = \cos \frac{\pi}{2624640} + i \sin \frac{\pi}{2624640}$; $e^{-i\pi/2624640} = \cos \frac{\pi}{2624640} - i \sin \frac{\pi}{2624640}$; $e^{i\pi/3381120} = \cos \frac{\pi}{3381120} + i \sin \frac{\pi}{3381120}$; $e^{-i\pi/3381120} = \cos \frac{\pi}{3381120} - i \sin \frac{\pi}{3381120}$; $e^{i\pi/4353280} = \cos \frac{\pi}{4353280} + i \sin \frac{\pi}{4353280}$; $e^{-i\pi/4353280} = \cos \frac{\pi}{4353280} - i \sin \frac{\pi}{4353280}$; $e^{i\pi/5644800} = \cos \frac{\pi}{5644800} + i \sin \frac{\pi}{5644800}$; $e^{-i\pi/5644800} = \cos \frac{\pi}{5644800} - i \sin \frac{\pi}{5644800}$; $e^{i\pi/7296000} = \cos \frac{\pi}{7296000} + i \sin \frac{\pi}{7296000}$; $e^{-i\pi/7296000} = \cos \frac{\pi}{7296000} - i \sin \frac{\pi}{7296000}$; $e^{i\pi/9436800} = \cos \frac{\pi}{9436800} + i \sin \frac{\pi}{9436800}$; $e^{-i\pi/9436800} = \cos \frac{\pi}{9436800} - i \sin \frac{\pi}{9436800}$; $e^{i\pi/12188800} = \cos \frac{\pi}{12188800} + i \sin \frac{\pi}{12188800}$; $e^{-i\pi/12188800} = \cos \frac{\pi}{12188800} - i \sin \frac{\pi}{12188800}$; $e^{i\pi/15705600} = \cos \frac{\pi}{15705600} + i \sin \frac{\pi}{15705600}$; $e^{-i\pi/15705600} = \cos \frac{\pi}{15705600} - i \sin \frac{\pi}{15705600}$; $e^{i\pi/20342400} = \cos \frac{\pi}{20342400} + i \sin \frac{\pi}{20342400}$; $e^{-i\pi/20342400} = \cos \frac{\pi}{20342400} - i \sin \frac{\pi}{20342400}$; $e^{i\pi/26246400} = \cos \frac{\pi}{26246400} + i \sin \frac{\pi}{26246400}$; $e^{-i\pi/26246400} = \cos \frac{\pi}{26246400} - i \sin \frac{\pi}{26246400}$; $e^{i\pi/33811200} = \cos \frac{\pi}{33811200} + i \sin \frac{\pi}{33811200}$; $e^{-i\pi/33811200} = \cos \frac{\pi}{33811200} - i \sin \frac{\pi}{33811200}$; $e^{i\pi/43532800} = \cos \frac{\pi}{43532800} + i \sin \frac{\pi}{43532800}$; $e^{-i\pi/43532800} = \cos \frac{\pi}{43532800} - i \sin \frac{\pi}{43532800}$; $e^{i\pi/56448000} = \cos \frac{\pi}{56448000} + i \sin \frac{\pi}{56448000}$; $e^{-i\pi/56448000} = \cos \frac{\pi}{56448000} - i \sin \frac{\pi}{56448000}$; $e^{i\pi/72960000} = \cos \frac{\pi}{72960000} + i \sin \frac{\pi}{72960000}$; $e^{-i\pi/72960000} = \cos \frac{\pi}{72960000} - i \sin \frac{\pi}{72960000}$; $e^{i\pi/94368000} = \cos \frac{\pi}{94368000} + i \sin \frac{\pi}{94368000}$; $e^{-i\pi/94368000} = \cos \frac{\pi}{94368000} - i \sin \frac{\pi}{94368000}$; $e^{i\pi/121888000} = \cos \frac{\pi}{121888000} + i \sin \frac{\pi}{121888000}$; $e^{-i\pi/121888000} = \cos \frac{\pi}{121888000} - i \sin \frac{\pi}{121888000}$; $e^{i\pi/157056000} = \cos \frac{\pi}{157056000} + i \sin \frac{\pi}{157056000}$; $e^{-i\pi/157056000} = \cos \frac{\pi}{157056000} - i \sin \frac{\pi}{157056000}$; $e^{i\pi/203424000} = \cos \frac{\pi}{203424000} + i \sin \frac{\pi}{203424000}$; $e^{-i\pi/203424000} = \cos \frac{\pi}{203424000} - i \sin \frac{\pi}{203424000}$; $e^{i\pi/262464000} = \cos \frac{\pi}{262464000} + i \sin \frac{\pi}{262464000}$; $e^{-i\pi/262464000} = \cos \frac{\pi}{262464000} - i \sin \frac{\pi}{262464000}$; $e^{i\pi/338112000} = \cos \frac{\pi}{338112000} + i \sin \frac{\pi}{338112000}$; $e^{-i\pi/338112000} = \cos \frac{\pi}{338112000} - i \sin \frac{\pi}{338112000}$; $e^{i\pi/435328000} = \cos \frac{\pi}{435328000} + i \sin \frac{\pi}{435328000}$; $e^{-i\pi/435328000} = \cos \frac{\pi}{435328000} - i \sin \frac{\pi}{435328000}$; $e^{i\pi/564480000} = \cos \frac{\pi}{564480000} + i \sin \frac{\pi}{564480000}$; $e^{-i\pi/564480000} = \cos \frac{\pi}{564480000} - i \sin \frac{\pi}{564480000}$; $e^{i\pi/729600000} = \cos \frac{\pi}{729600000} + i \sin \frac{\pi}{729600000}$; $e^{-i\pi/729600000} = \cos \frac{\pi}{729600000} - i \sin \frac{\pi}{729600000}$; $e^{i\pi/943680000} = \cos \frac{\pi}{943680000} + i \sin \frac{\pi}{943680000}$; $e^{-i\pi/943680000} = \cos \frac{\pi}{943680000} - i \sin \frac{\pi}{943680000}$; $e^{i\pi/1218880000} = \cos \frac{\pi}{1218880000} + i \sin \frac{\pi}{1218880000}$; $e^{-i\pi/1218880000} = \cos \frac{\pi}{1218880000} - i \sin \frac{\pi}{1218880000}$; $e^{i\pi/1570560000} = \cos \frac{\pi}{1570560000} + i \sin \frac{\pi}{1570560000}$; $e^{-i\pi/1570560000} = \cos \frac{\pi}{1570560000} - i \sin \frac{\pi}{1570560000}$; $e^{i\pi/2034240000} = \cos \frac{\pi}{2034240000} + i \sin \frac{\pi}{2034240000}$; $e^{-i\pi/2034240000} = \cos \frac{\pi}{2034240000} - i \sin \frac{\pi}{2034240000}$; $e^{i\pi/2624640000} = \cos \frac{\pi}{2624640000} + i \sin \frac{\pi}{2624640000}$; $e^{-i\pi/2624640000} = \cos \frac{\pi}{2624640000} - i \sin \frac{\pi}{2624640000}$; $e^{i\pi/3381120000} = \cos \frac{\pi}{3381120000} + i \sin \frac{\pi}{3381120000}$; $e^{-i\pi/3381120000} = \cos \frac{\pi}{3381120000} - i \sin \frac{\pi}{3381120000}$; $e^{i\pi/4353280000} = \cos \frac{\pi}{4353280000} + i \sin \frac{\pi}{4353280000}$; $e^{-i\pi/4353280000} = \cos \frac{\pi}{4353280000} - i \sin \frac{\pi}{4353280000}$; $e^{i\pi/5644800000} = \cos \frac{\pi}{5644800000} + i \sin \frac{\pi}{5644800000}$; $e^{-i\pi/5644800000} = \cos \frac{\pi}{5644800000} - i \sin \frac{\pi}{5644800000}$; $e^{i\pi/7296000000} = \cos \frac{\pi}{7296000000} + i \sin \frac{\pi}{7296000000}$; $e^{-i\pi/7296000000} = \cos \frac{\pi}{7296000000} - i \sin \frac{\pi}{7296000000}$; $e^{i\pi/9436800000} = \cos \frac{\pi}{9436800000} + i \sin \frac{\pi}{9436800000}$; $e^{-i\pi/9436800000} = \cos \frac{\pi}{9436800000} - i \sin \frac{\pi}{9436800000}$; $e^{i\pi/12188800000} = \cos \frac{\pi}{12188800000} + i \sin \frac{\pi}{12188800000}$; $e^{-i\pi/12188800000} = \cos \frac{\pi}{12188800000} - i \sin \frac{\pi}{12188800000}$; $e^{i\pi/15705600000} = \cos \frac{\pi}{15705600000} + i \sin \frac{\pi}{15705600000}$; $e^{-i\pi/15705600000} = \cos \frac{\pi}{15705600000} - i \sin \frac{\pi}{15705600000}$; $e^{i\pi/20342400000} = \cos \frac{\pi}{20342400000} + i \sin \frac{\pi}{20342400000}$; $e^{-i\pi/20342400000} = \cos \frac{\pi}{20342400000} - i \sin \frac{\pi}{20342400000}$; $e^{i\pi/26246400000} = \cos \frac{\pi}{26246400000} + i \sin \frac{\pi}{26246400000}$; $e^{-i\pi/26246400000} = \cos \frac{\pi}{26246400000} - i \sin \frac{\pi}{26246400000}$; $e^{i\pi/33811200000} = \cos \frac{\pi}{33811200000} + i \sin \frac{\pi}{33811200000}$; $e^{-i\pi/33811200000} = \cos \frac{\pi}{33811200000} - i \sin \frac{\pi}{33811200000}$; $e^{i\pi/43532800000} = \cos \frac{\pi}{43532800000} + i \sin \frac{\pi}{43532800000}$; $e^{-i\pi/43532800000} = \cos \frac{\pi}{43532800000} - i \sin \frac{\pi}{43532800000}$; $e^{i\pi/56448000000} = \cos \frac{\pi}{56448000000} + i \sin \frac{\pi}{56448000000}$; $e^{-i\pi/56448000000} = \cos \frac{\pi}{56448000000} - i \sin \frac{\pi}{56448000000}$; $e^{i\pi/72960000000} = \cos \frac{\pi}{72960000000} + i \sin \frac{\pi}{72960000000}$; $e^{-i\pi/72960000000} = \cos \frac{\pi}{72960000000} - i \sin \frac{\pi}{72960000000}$; $e^{i\pi/94368000000} = \cos \frac{\pi}{94368000000} + i \sin \frac{\pi}{94368000000}$; $e^{-i\pi/94368000000} = \cos \frac{\pi}{94368000000} - i \sin \frac{\pi}{94368000000}$; $e^{i\pi/121888000000} = \cos \frac{\pi}{121888000000} + i \sin \frac{\pi}{121888000000}$; $e^{-i\pi/121888000000} = \cos \frac{\pi}{121888000000} - i \sin \frac{\pi}{121888000000}$; $e^{i\pi/157056000000} = \cos \frac{\pi}{157056000000} + i \sin \frac{\pi}{157056000000}$; $e^{-i\pi/157056000000} = \cos \frac{\pi}{157056000000} - i \sin \frac{\pi}{157056000000}$; $e^{i\pi/203424000000} = \cos \frac{\pi}{203424000000} + i \sin \frac{\pi}{203424000000}$; $e^{-i\pi/203424000000} = \cos \frac{\pi}{203424000000} - i \sin \frac{\pi}{203424000000}$; $e^{i\pi/262464000000} = \cos \frac{\pi}{262464000000} + i \sin \frac{\pi}{262464000000}$; $e^{-i\pi/262464000000} = \cos \frac{\pi}{262464000000} - i \sin \frac{\pi}{262464000000}$; $e^{i\pi/338112000000} = \cos \frac{\pi}{338112000000} + i \sin \frac{\pi}{338112000000}$; $e^{-i\pi/338112000000} = \cos \frac{\pi}{338112000000} - i \sin \frac{\pi}{338112000000}$; $e^{i\pi/435328000000} = \cos \frac{\pi}{435328000000} + i \sin \frac{\pi}{435328000000}$; $e^{-i\pi/435328000000} = \cos \frac{\pi}{435328000000} - i \sin \frac{\pi}{435328000000}$; $e^{i\pi/564480000000} = \cos \frac{\pi}{564480000000} + i \sin \frac{\pi}{564480000000}$; $e^{-i\pi/564480000000} = \cos \frac{\pi}{564480000000} - i \sin \frac{\pi}{564480000000}$; $e^{i\pi/729600000000} = \cos \frac{\pi}{729600000000} + i \sin \frac{\pi}{729600000000}$; $e^{-i\pi/729600000000} = \cos \frac{\pi}{729600000000} - i \sin \frac{\pi}{729600000000}$; $e^{i\pi/943680000000} = \cos \frac{\pi}{943680000000} + i \sin \frac{\pi}{943680000000}$; $e^{-i\pi/943680000000} = \cos \frac{\pi}{943680000000} - i \sin \frac{\pi}{943680000000}$; $e^{i\pi/1218880000000} = \cos \frac{\pi}{1218880000000} + i \sin \frac{\pi}{1218880000000}$; $e^{-i\pi/1218880000000} = \cos \frac{\pi}{1218880000000} - i \sin \frac{\pi}{1218880000000}$; $e^{i\pi/1570560000000} = \cos \frac{\pi}{1570560000000} + i \sin \frac{\pi}{1570560000000}$; $e^{-i\pi/1570560000000} = \cos \frac{\pi}{1570560000000} - i \sin \frac{\pi}{1570560000000}$; $e^{i\pi/2034240000000} = \cos \frac{\pi}{2034240000000} + i \sin \frac{\pi}{2034240000000}$; $e^{-i\pi/2034240000000} = \cos \frac{\pi}{2034240000000} - i \sin \frac{\pi}{2034240000000}$; $e^{i\pi/2624640000000} = \cos \frac{\pi}{2624640000000} + i \sin \frac{\pi}{2624640000000}$; $e^{-i\pi/2624640000000} = \cos \frac{\pi}{2624640000000} - i \sin \frac{\pi}{2624640000000}$; $e^{i\pi/3381120000000} = \cos \frac{\pi}{3381120000000} + i \sin \frac{\pi}{3381120000000}$; $e^{-i\pi/3381120000000} = \cos \frac{\pi}{3381120000000} - i \sin \frac{\pi}{3381120000000}$; $e^{i\pi/4353280000000} = \cos \frac{\pi}{4353280000000} + i \sin \frac{\pi}{4353280000000}$; $e^{-i\pi/4353280000000} = \cos \frac{\pi}{4353280000000} - i \sin \frac{\pi}{4353280000000}$; $e^{i\pi/5644800000000} = \cos \frac{\pi}{5644800000000} + i \sin \frac{\pi}{5644800000000}$; $e^{-i\pi/5644800000000} = \cos \frac{\pi}{5644800000000} - i \sin \frac{\pi}{5644800000000}$; $e^{i\pi/7296000000000} = \cos \frac{\pi}{7296000000000} + i \sin \frac{\pi}{7296000000000}$; $e^{-i\pi/7296000000000} = \cos \frac{\pi}{7296000000000} - i \sin \frac{\pi}{7296000000000}$; $e^{i\pi/9436800000000} = \cos \frac{\pi}{9436800000000} + i \sin \frac{\pi}{9436800000000}$; $e^{-i\pi/9436800000000} = \cos \frac{\pi}{9436800000000} - i \sin \frac{\pi}{9436800000000}$; $e^{i\pi/12188800000000} = \cos \frac{\pi}{12188$



The text on this page is estimated to be only 4.59% accurate

•6 ex = 0 . = . xe jr/2+nji '7 c(jr— a?) = — ca; . c(2;r+^)= c^ •8 cx
= s(jt/2'-x) . &r = c(7r/2— x) Dfp •9 c(7i/2) = 0 . s(7i/2) = 1 [p-3-8 D P] t
P2'2 , OperX O- P] 1 [P'I D P] ^ 3. x,y,z,t£q Q. *3 ;te ft^/2 Q. c,r = s](l—
sj:') *3i sa: = [(-l)|^E(r/^)]ja"^^") (vx: = [(-"l)^E(a:/JI+/2)]^l-^s^*) 1 Pi D P
] "4 s.(r+j7) = SX cv + c:r s^ . ^^+y) = cxcy — sxst/ } Aiû'lwéfa ft.998;
Journal Asiatique a,1892 8,8 1. 19 p.419 i '5 s^+sj^ = 2 ^[(x+p)/2]
c[{x^tf)/2] sx—H7/ — 2sl(x—y)/2] c[ix+y);2] ca?+cy=2 c[(ar+y)/2] c[(x-
y)/2] cx—oy= 2 8[(jj+t)/2] s[{y— j:)/2] [P4. d p] L'usage, di.^ la première
formuU' pour réduire la multiplication A une soramc, con^^titue la métlioile
dite^ ^^^^^^^^^^ë"^^ t attribuée à Joh. Werner a.1488^1528 (voir M.
Caiitor t. 2 p.4Ml. Cette Èransfomiition a été abandonné b par les
astronomes après rintorluction des logarithmes, MaintfunnÈ est commode
\n traniyfon nation inverse. 'li ^2x) ^2bxgx - c(2ir) := ox^—sx ' := 1—
2aa^* = 2ca: '—1 [;r|3^P4DP] '7 xee:rtr), c(x/2) = s^{1+cx)/2\ . s(irî/2) =
^f(1— c^)/2] '71 s(j:v2) = t(-l)rE!.r {2:r}\4[(i-CX)/: >] ^x;2) = \
{^lf}^:/i^^}+/^^+cx);2] [P'O P] '8 JB Oit 2 -3 2c(x/2) = vKl+Si7-)+g(1 —
ax) { .] •81 * 28(ir/2) = fr _ , 2^(^/2) =)(-l)^Eix/(2jr)+/4lj^l+sdr)-K-
l)rE[.r/(^^^^ 2c{x/2)— * ^ 9

The text on this page is estimated to be only 11.67% accurate

$\bullet 9 a\{x-t\} a(z-t) + s\{t-z\} a\{x-f\} - f \cdot a(z-x) s(y-t) = 4) I$
 Ptolem^{us}.t.l p.36 j [§n5-2 O. $(e_2^* i - e_2 y' X e_2^* - e_2'') + (ea) -$
 $e_2 \gg i X e_2 \ll' - e_2 \ll') + (e_2^* i \_ eitei)(e_2 y > - e^*'' ; = 0 Oe(\ll + \gg)'(e(*-y)' - e-(\gg-$
 $y))' e(\gg + \ll) > (e(\gg -')i - e-(\gg - \ll)') + \dots = 0 . 3. (e(*-y)i - e-(\ll - y)i)(e(\gg -')' - e-$
 $(\ll^{\wedge})i) + \dots = 0 O- P] 4(4-1 cW4) = sW4) = (v|2)/2 . c(:T/3) = s(n/6) = 2 .$
 $c(\wedge/6) = 8(V3) = (vJ3)/2 \bullet 2 eSiii = 1 . e^{\wedge}i = - 1 . e \gg i/2^{\wedge} i e \ll i/3 = (1+ivj3)/2$
 $. e--'i/4 = (1+i)/>J2 e \gg i/5 = Ii +^{\wedge} + ig(10-2v|5)]/4 . e^{\wedge}i/6 = (v|3+i)/2 e^{\wedge}i/8 =$
 $[g(2+v|2)+iv|(2->j2))/2 e^{\wedge}i/10 = [^{\wedge}(10+2v|5)+i(v|5-1))/4 e^{\wedge}i/i2 =$
 $[g6+>J2+i(v|6-^{\wedge})J/4 e \gg \ll/i \gg = e^{\wedge}i/6 X e -^{\wedge}li/io = (g(30+6g5)+g5-1+i[v|$
 $(10+2^{\wedge})+^{\wedge}-s|151 1/8 e^{\wedge}i/16 = \} g(2+4(2+^{\wedge}))+i, |I2-g(2+^{\wedge})li/2$
 La construction
 des polygones réguliers, correspondant aux formules précédentes, se
 rencontre dans Euclide IV P6-16. $e''i/,17=j[15+ gi7+ g(34-2vH7)+2v|$
 $[17+3v|17->j(170+38v|17)]J +4iv|[34-2gi7-2g()-4>J[]j/32$
 t Gauss a.1801
 t.l p.462 j $e \ll i/20 = |^{\wedge}(3+g5)+g(5-v|5)+i[<J(3+g5)-v|(5H5)l i/4 e^{\wedge}i/30 =$
 $j^{\wedge}(i8+6^{\wedge})+g(10-2v|5)+i[>J(30-&j5)-v|(6+2v|5)| \vee S e \gg i/60 = J4(5+g5)+g\{9-$
 $3g5)+vJ(15+3g5)-v|(3-v|5) +i[\gg \gg \_ , ,]t/8 \bullet 3 N, \ll n3[c(2n/n) er] = tl u2 u'd$
 $u4 wt6 (Hessel a.1831 j * neS^{\wedge} .3 "v|*! = [e |X2 \gg wri/n)] | w ' O-(n-l)^{\wedge} 5.$
 $\pounds ce q-(n-f/2);r Q: \bullet 0 ta; = (e^{\wedge}-1)/[i(e2i^*+1)] Dfp M ta? := 0 . =. ajc lui . t -X$
 $= -ta? . t(jr+a;)^{\wedge} ta; tO=0 . t(;r/4)=1 . t(7r/3) = >j3 . t(;r/6) = (>j3)/3$



The text on this page is estimated to be only 9.48% accurate

$232 \sin \bullet 2 l+(te)' = /(ca?)'' \bullet 22 sa? = K-lfEixIn +/2)]ta? /vKl+ta?$
 ") '3 s(2a?) = 2te/(1+ta?*). c(2a?) = (1— ta?»)/(1+ta?^ •4 xe q- (2n4-1)^/4 .3
 t(2a;) = 2ta? / (1— ta?") •5 a;,2/€q . x, y, x+y, x—y -e (n+/2)7i Q. t(a?+î/) =
 (te+tî)/(1-ta?2/) •6 a?,î/£q . a;+i/-€ (2n4- 1)7r . x—y^e nn .3 (sa;+s2/)/(sa?-
 si/) = t[(x+y)/2] / t[{x^y)/2] x,y£qr(n+/2)7i .3 tx+ty = s(x+y)/(cxcy) •7 flce
 ÔTT .3- *(^/2) = sa5/(1+cir) = (1— ca?)/&r = 4il^cx)/(1+cx)] •8 a?£R .3 tiT-
 eR { Lambert a.1761 | •9 neN, . t(2jt/n)8r .3 w£elw^2w^8 (Wendt, Monh.
 a.1899 p.97 1 ^ G'i xsQ^ 3- sa?<a7 . ca;>l— aj*/2 . Sir>a?— a?*/6 •2 ir,y£
 07t/2 . ir>>.y 3- sa; /a? < sy /y j C. PtolemjîlUS t.l p.43: ifyc» yâg, Su, iâv
 èv xvXcp diax&(oaiv àviaoi dio ei'&ëiai, ij jnelCcov TtQbç Ttjv êkâooova
 êXdaaova kâyov ëx^i fJTteg ij ènî rrjç /æII^ovoç eMsiaç TteQupégeia
 Jigbç xrvj èjû rrjç èXâaaovoç. f Cette même proposition a été employée
 (mais non démontrée, ni même énoncée en général) par Aristarchus =
 "Agiaidoxoç, Tleagl jnfye&cdy y,ai àjiooTtjjLLâToyv fjUoi* xaï aeltjvtjç a.
 — 310^— 250), Paris a. 1810 p.40. •3 xe0nj2 3 t-r>a•4 x,ys 07t;2 . x^y 3-
 ^-^ /-^ > ^V Iv \ Aristarchus p.36 { ^ 7-1 V4€(8/9)*-9X-* [Ahmès a.-2000:
 N.41. « 9 (diamètre du cercle^ . 9/9 =1 . 9—1 =8 . 8x8 =64 (aire du cercle)
 » . N.42. «10 (diamètre) . 10/9 = 1+/9 . 10-(1+/9) = 8+2/3+/6+/18 .
 (8+2/3+/6+/18J^ = 79+/108+/324 (aire) » . {

The text on this page is estimated to be only 16.64% accurate

I Abchimedes, Kvxlov fieTQTjoiç P3 : Ilavxhç xvXov fj
negifÀergoç rijç ôiafxixQov TQuiXaalœv lori, xal hi vjiEçéxsi ilàaaovi fikv
fj éfidà/Lup /négei rijç ôiafiéxQOv, jtiei^ovi ôk fj déxa
éfiôojLtrjxooTOfÀàvoic. \ •3 TT £ 34-8x60~*+30x60"— 0 60"* }
PtolemÂeus t.l p.512: ...ToO Xàyov rdjv JieQi/LtérQCJV Ttgbç ràç
ôiajuérQOVç Svroç, o Ixei rà y ît" T ngbç rb ëv, \ •4 7t£ 62832/20000 —
0X~» { Aryabhata p.399: «Ajoutez 4 à 100, multipliez par 8, ajoutez encore
62000, voilà pour un diamètre de deux myriades (ayutâs) la valeur
approximative de la circonférence du cercle»! •5 377/120 > :7r > 333/106 î
A. Anthonisz, voir BM. a.1888 p.36; a.1889 p.84 \ JT s 355/113 - (9X"* t A.
Metius a.1625 p.88 j •8 ;i £ g2+>J3 -oeX"* j IdM. a.1901 p.269 j •81 ne
g(l+^)+^9— 3>J6) — 0X~' t Mascheroni a.1798 p.248 j •82 n £ 9/5 + 3/>J5
— 0X"* j ViETA a.1593 Opéra p.393 j •83 71 £ ^J(40/3 — 2v|3) +70X^
!K0CHANSKIAErud.a.1685p.398 1 •84 7t £ (13vJ146)/50 +(9X-* î Specht
Jf M. a.1828 t.3 p.83 \ •85 jr£ (5014-80,J10)/240 -OX-* î Gergonne Ann.
a.1817 t.8 p.252 } •80 ^ £ 4- 2>J2 + 2>J3 /3 + ge /3 -2eX-' j George Peirce,
AmericanB. a.1901 p.426 j

234 sin 14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971
 69399 37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211
 70679 82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128
 48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196 44288
 10975 66593 34461 28475 64823 37867 83165 27120 19091 45648 56692
 34603 48610 45432 66482 13393 60726 02491 41273 72458 70066 06315
 58817 48815 20920 96282 92540 91715 36436 78925 90360 01133 05305
 48820 46652 13841 46951 94151 16094 33057 27036 57595 91953 09218
 61173 81932 61179 31051 18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724
 89122 79381 83011 94912 98336 73362 44065 66430 86021 39501 60924
 48077 23094 36285 53096 62027 55693 97986 95022 24749 96206 07497
 03041 23668 86199 51100 89202 38377 02131 41694 11902 98858 25446
 81639 79990 46597 00081 70029 63123 77381 34208 41307 91451 18398
 05709 85 . . . Vieta, Canon mathematicis[^] Lutetiae, a. 1579 p. 15, a calculé
 E(10[|]9 :r) Adrianus Romanus, Ideæ Math., Anvers, a. 1613 » » ' 15 »
 LudolphuB a Ceulen {de Cologne) a.1615 p. 144 » » 32 » Grienberger,
 Elementa Trigonometrica Romae a.1630 » » 39 » Sharp a. 1699 (publié par
 H. Sherwin, Mathematical tables a. 1705 p.59) » » 71 » Machin, (publié par
 Jones, Synopsis Palmarium Matheseos a. 1706 p. 243, qui le désigna par la
 lettre j) » » 100 » Lagny, Hist. de l'Acad. des Se. de Paris ^ a.1719 p. 144 »
 » 112 » Vega, 'Thésaurus Logarithmorum[^] a. 1794 p. 633 » » 136 »
 Thibaut, (7rM7idri««dermw€7iJiaf[^]., 4. éd. a.1822p.312 » » 156» Dahse
 a.1840; JfM. a.1844 t.27. p.198 » . 200 » Clausen a. 1847 (publié par
 Schuhraacher, Astronomische Nachrichten t. 25 col. 207) » » 248 » R i c h t
 e r, Archives Math, de Grunert, a.1853, t.21, p.119 » • 330 » Rutherford,
 LondonP. a.1853 » » 440 » Shanks, » » » » » » 530 » » « » a.1874, t. 23, p.45
 » » 707 » Le calcul de n en base 2, proposé plusieurs fois par Leibniz
 (Opéra a. 1768 t.3 p. 521, 547,...), exécuté par Jacob Bernoulli, a été publié
 sous forme inintelligible (a.1705, Leibniz MathS. t.3 p.97). •9 jieQ-R j
 Lambert BerlinM. a.1768 p.265-322 j •91 jr'-eR j Legendre Géométrie a.
 1794 note 4 j

The text on this page is estimated to be only 15.67% accurate

$\wedge 8-1 \log i = bi/2 \cdot \log(\text{---} 1) = 3ii$) EuLER a.1728 (Voir BM. a.1899 p.46) : «Sit radius circuli a ... habebis quadrans circuli = j-r--- r-log(--- 1) » |
 imag logo; est dit « argument, amplitude, azimuth, anomalie,... » de x. '2 a?
 $\pounds qWO .3 \log^* a? = \log^{\wedge} + 2njri \bullet 3 xe (\text{---} 7i/2)-(ji/2) .3 \log(ca; + iso?) = Le j$
 Cotes a.1714 LondonT. t.29 p.32 : «'...si quadrantis circuli quilibet arcus
 [07], radio CE [1] descriptus sinum habeat CX [sinx], sinumque
 complementi ad quadrantem XE [cosx]: sumendo radio CE pro Modulo,
 arcus erit rationis inter EX+XC\|--- 1 et CE [cosic + i sinx] mensura ducta
 in \|--- 1. » j Mit 9. .ve(-iri O: •11 c~*y = iqr\oc3{ccc=y.0^x^7t) Dtp •2 q ^'
 $X3\{sx ^y) = (2n7i+s''y) \ll (7r-f-2njt\text{---} s\sim y) \bullet 21 qr>x3\{cx=y) =$
 $(2n7r+c\sim *y) w (2iw\text{---} c\sim *y) \bullet 3 s-*y+c-*y = 7t/2 \bullet SI cs-'i/ = >J(l-\hat{i}^{\wedge} \bullet 4 s-$
 $'y=-ilog[^{\wedge}l-\hat{i}^{'})+iy]$ Dfp •41 c-'y = -ilo^y+i^{\wedge}l-y')-] Dfp •5 p,qeq . q* < p* Q.
 $q'^* x3(a^{\wedge}-3px-\text{--}2q = 0) = 2y\backslash p cj[c-\text{'(gp-3/2)-}\text{--} (0-2)^{\wedge}]/3j$ (ViETA Opéra
 a.1615 p.159 i ^ 10. _ yeq O: •1 t*y = i qf> X3(tx =y . ---n/2 <x<, n/2) Dfp •2
 t-V=log[(H-yi)/(l-yi)]/(2i) Dfp { Joh. Bèbnoulli t.l p,409; Euler a. 1748
 p.105 { •3 qr^x3{ix=ii) = XMi-\text{--}i\sim ^y \bullet 4 yeQ.3t''V + t-yy = V2 \bullet 5 areQ . yeq
 O- log(ar+i2/) = log sj(a^{\wedge}+\hat{i}^{\wedge}) + i t-'iyjx) i^ 11. •1 x,yBq . mod(a?.y) <1 Q. r\
 $(x-\text{--}y)/(l-xy)^{\wedge} \text{---} fx +t-'y$

The text on this page is estimated to be only 17.78% accurate

$t\text{-}ya = ryft + t''^*/o [a,b,ce \text{ Ni O: } M/a = t\text{-}i/\hat{o} + M/c \bullet = . bc =$
 $a(6+c)+1 \text{ .} = . (6\text{---} o)(c\text{---} a) = a^*+1] \bullet 3 \text{ jr} = 4t\text{-}^*1 'A \text{ jr} = 4(t\text{-}^*/24\text{-}t''^*/3) \bullet 41$
 $\text{jr}=8ry3+4t\sim^*/7 \text{ j EULER a.1737 PetrC. t.9 p.231 j [(/3 , 11) I \{x,y) P-1 O.}$
 $tiig\text{-}i/2 = tng\text{-}i/3 + tng\text{-}i/7 (1) (1) . P\text{-}3 \text{ O. Ths }] \bullet 42 \text{ ji}= 8ry2 \text{ --- } 4t\sim y7 \}$
 $\text{Bertrand a.1855 p.301 j } \bullet 43 \text{ jr} = 16 \text{ rys--- } 4t''^*/239 (\text{Machin; v. Jones a.1706}$
 $\text{p.263 \ [(/5, /5) I (a?,y)P-1 O. tng-i 5/12 = 2tng-i/5 (1) [(5/12 , 5/12)] I}$
 $(x,y)P^1 . (1) \text{ O- tng:-il20/119 = 4tng-V5 } (^) (120/119 , \text{---}1) \text{ I (a;,y)Pl O-}$
 $\text{tng-i/239 = tng-il20/119 --- tng-i 1 (3) (2) . (3) . P-6 O. Ths }] \bullet 5 \text{ jr} = 4(t\text{-}$
 $y2+t''^{\wedge}5+t\text{-}y8) \text{ t Dahse a.1844 p.198 j } \bullet 6 \text{ jr} = 20t\text{-}y7+8t\text{-}^*3/79 \}$ Vega a.1794
 $\text{p.633 j } \bullet 7 \text{ JT} = 16 \text{ rV}\hat{o} - 4 \text{ t-}'/IO + 4 \text{ t-V99 I EuLER a.1737 PetrC. t9 p.232 j}$
 $'8 (m,n,\wedge,\hat{i})3[m,n\text{f}n . x^{\wedge}y\acute{e}N^{\wedge\wedge} . x<Cy . m \ddot{i}\sim^{\wedge}/x + n \text{ XT}^{\wedge}/y = ^{\wedge}/4] =$
 $\wedge(1,1,2,3) \text{ u } \wedge(2, -1,2,7) \text{ u } \wedge(2,1,3,7) \text{ w } \wedge(4, -1,5,239) \}$ Stôrmer BsF. a.1899
 $\text{t.27 p.170 \ sm } ^{12-1} \text{ XE}^{\wedge} . \text{meNi .3 c}(\text{ma;}) = \text{real}(\text{c:t?} + i \text{ s}^{\wedge}r)^{***} = 2l(\text{-}$
 $\text{l)'C(m, 2r)((^{\wedge})\gg\text{-}2'''(\text{sir})2''' |r, 0\text{-E}(\gg y2)t . 8(^{10}?) = \text{imag}(\text{cir} + \hat{i} \text{ sir})'^{\wedge} = 2|(\text{-}$
 $\text{l)'}*C(m, 2r+1)(\text{cir})''\gg\text{-}2r\sim i(\text{s}^{\wedge})2r+i |r,0\text{-Ef}(m\text{-}l)/2i [\text{e}|\backslash 7/\text{ia}\hat{\text{a}}\hat{\text{i}}] = [\text{e}|\wedge(\text{iir})]|W .$
 $\text{Oper real . Oper imag O- P] j ViETA a.1615 p.11 : « Si fuerint duo triangula}$
 $\text{quorum angulus acutus primi \x x\ , sit submultiplus ad angulum acutum}$
 $\text{secundi [mac] ... Ad similitudinem laterum circa rectum ... efficitur a base}$
 $[\text{cosx}] \text{ et perpendiculo [sinac] primi ut binomia radice potestas iêque-alta}$
 $[(\text{cosa?}+\text{sina?})\gg\gg\gg], \text{ et singularia facta homogenea distribuuntur in duas}$
 $\text{partes successive, utrobique primum affirmata, deinde negata, et harum}$
 $\text{primas parti similis fit basis secundi [coama;], perpendiculum [sinmac]}$
 $\text{reliquæ.}\gg |)$

The text on this page is estimated to be only 11.50% accurate

•i xeq. me!s[^]■i-i ._. s(2/Ma;) = cae 2Î(— 1)"2*'+i C(w+r,2r+l)
(sa!)*'+i \r, 0-(/n— 1)} s[(2m+l)a3]=(2w+l)v|[(— 1)"227(2r+l)|C(m+r,2r)
(8a;)2'+i|r,0-mj s(/na;) = sa; 2t(— 1)"C(m— r— 1, r)(2caî)'»-2"-i |r, 0-E[(m
— 1)/2] j c(2ma;)=l-2m2t(-l)"227(r+l)]C(m+r,2r+l){sa5}3<-+2|[^]0-(m-l)(
c[(2m+l)a?] = cic 2|[(— 1)"2*-qm+r, 2r:)(sa;)2'|r,0-m} 2c(»wc) =: (2ca;)"—
»î2Î[(-l)7(^+l)]C(»i-/--2,r)(2ca;)»-2'-2 |r, 0-E[(w-2)/2] j ! EULER a.1748 t.1
p.206 j •3 me 2N, . a;eq .3 (cic)"* = 2 ÎC(m,r) cl(w-2r)a;] |r, 0-(w-2)/2j/2"'-'
+ C(m, w/2)/2"' (sa;)"* = (— 1)" 2; |(-l)"C(m,r) c[{/n— 2r)a;] |r, 0- (w-2)/2
j /2"" + C(wi,m/2)/2"' •4 ;i£ 2No+1 .iceq O' (ciP)" = 2 !C(m,r) c[(m-2r)a3]
|r, 0-(w-l)/2 j /2"'~' (soc)" = (-l)(w-l)/2 2 î(-l)"C(w,r) s[(m-2r)a;]|r,0-(m-
l)/2j/2 m— i v[s(a?+2n/)|r, 0— m] = s(a?+^^^2/) s[(m+l)î/] /sî/ >i:[c(^4-
2>7/)|[^], 0""m] = c(ir+mî/) s[(m+l)î/] / sy [J';[cf«+2ry) + is(x+2ry)] |r, 0-"m!
= 21e|[^][i(aî+2ry)] ;r, 0-m] = eiXia::)! [e[^][2(m+l)ii/] -Ij / [e[^](2yi) -1] =
e|[^][i;(r+m.y)];eK(w+l)ii/] — e[^][-(m+l)i.yl!/[e[^](iy) — [^](— iy)] =
[^]Â[^]iny)\ s[(m+l)[^]1 \ %y \ •6 xEQ[^]xin . meNj .j[^]. 2 v[s(ra?)' |r, 1—m] = m
— c[(m+l)ii?] [^]{nix) / &r 2 2;[c(ra;)* |r, 1— m] = m— 1+ c(/?ij;)
s[(/n+l)i»] / sa? •7 me Nj . ir£ q- (2n+l)[^]/2 7[^], t{mx) = vj(-
l)"C(m,2r+l)tiz;»'*[^]»ir,0---E(m/2)j/vJ(-l)TK2/[^] ! JoH. Bernoulli AErud.
a.1712 ; Opéra t.4 p.113 j [^] 13-1 neN, .a7£ rf 1-ri O- [^]*+2:K:7r'">, 1-n) -
==0 ! LiNDEMANN a 1882 IIA. t.20 p.213 ; cfr. GORDAN a.1893 MA.
t.43 p.222 j

The text on this page is estimated to be only 12.41% accurate

$238 \sin \sin n^{\wedge} 14. neNj . xe(^Q. \bullet 1 a^{*'} \text{---} 1 = n \setminus la; \text{---} e$
 $I^{(2mjii/n)J} | m, 0-(n \text{---} 1) j \bullet 2 a^{? \sim 4-1} = /7[a^{? \text{---} e} l^{f(2m+1)m/n} l | m, 0-(n \text{---} 1)] \}$ Cotes Rogerus a. 1722 p.114 j sin lim $2^{\wedge} 21. a; eq.3 M sa; = a; -$
 $a; V3! + a; V5! - \dots = 2 \{ [(-1)^n a^{72} \ll + y(2n+1)!] | n, Noj \bullet 2 ca^{?} = 1 - a; /2! + a^{y4}! - \dots =$
 $2 \hat{I} [(-1)^n a^{? V(2w)!}] | n, NoJ [er^{(ia;)} = 1 + ix \text{---} a:72 \text{---} i ac \ll /3! + a::^{*} /4! + \dots .$
 Oper real . Oper imag O. P-1-2] { Newton a. 1676 j $\bullet 3 ncN, .3 sa^{? - 2 [(-$
 $l)^n a^{? 2' - + y (2r4-1)! | r, 0-n] e (-l)^{'} \gg + i0a^{72n+3/ (2^{\wedge} 4.3)! co^{?} - v [(-l)^{*} a^{? V(2')!}$
 $| > \% 0-n] \pounds (-l^{\wedge - \wedge \wedge} 0a^{? 2n+y (2n4-2)! L'Hp. restrictive xs Bji'^{\wedge \wedge} qu'on trouve$
 en plusieurs traités, est inutile. Dm dans mes I^ezioni a. 1893 t.l p.83. 4(
 $22M xe((. modo^{? \wedge} 1 . a; - = \text{---} 1 .3. \log(1+a;) = a7-, Ty24-a^{? "/3- \dots [\log(1+a^{?}$
 $= SD[\log(1+xOK, 6 \gg] = ^{[x; \{1+xt)\} t, S] (1) wfNi .3 \log(1+ir) = S(\} 2t(\text{---} 1)r$
 $xr + ifr | r, 0-"n] + a: \gg + i^{\wedge} \ll / (1+a; \#)! |^{\wedge} \odot) = S[\{ \text{---} 1)r a^{ir} + i/(r+1)lr, 0-n] + ar" + iS[^{\wedge} \gg$
 $/ (1+arOK, e) (2) nsNi O- mod ccn + iS[^{\wedge} \gg 1 \{1+xt)\} t, S] ^{mod S[^{\wedge} \gg$
 $/ (1+a; OI^{\wedge \wedge}] ^S[fn/mod(1+a50K, ^{\wedge}) ^S(^{\wedge} \gg |^{\wedge} 0)/minmod(1+x \odot) ^{/ [(n+1) min$
 $mod(1+5C \odot)] (3) (3) O. limar \gg \gg + iS[^{\wedge} \gg / (1+xOI^{\wedge} ^{\wedge}) I^{\wedge} \hat{i} = 0 (4) ^{(1X4) D P]$
 $\bullet 2 X8 q- nn r). \log[2c(a7/2)J = co; \text{---} c(2a;) /2 + c(3a;) /3 \text{---} \dots \bullet 3 XE (\text{---}$
 $7r)-jr .3. 0^{\wedge} /2 = so; \text{---} s(2a; y2 + s(3a; y3 \text{---} \dots I EULER PetrNC. a. 1760 t.5$
 p.204 | [$e \gg^{\wedge} | a; PI. Oper real . Oper imag .3. P-2-3]$

The text on this page is estimated to be only 21.33% accurate

[(;r-£c)|aî P-3 O. P] ! EULER PetrNC. a.1774 t.19, Cale. Int. a.1794 t.4 p.235 j •5 xedji r[^]. sa?⁺s(3a;)/3+s(5a?)/5+-. = [^]/4 [P-3-4 . Oper+ .3 P] î EuLER, Cale. Diff., Pars II, Art. 57-93 \ •6 a?£q-n;r .3 log[2s(ir/2)] = — c[^]r— c(2a?)/2— c(3ir)/3— ... [(;r-a?)|x P-2 O. P] •7 ireq . re +0 .3log>J(1+ 2rQX + r*) = rco? — r*c(2a?)/2 + r'c(3a;)/3 — ... •8 req . modr<1 . xe(\ 7[^], t~*[rsa?/(1— rc;»)] = rsa? + r's(2a;)/2 + 7"s(3a?)/3 4- ... =2[r'*s(yîa;)/i |n, NJ [rç[^]\x P-1 D P-7-8] 4& 23. •1 2/fiq . -1 [^]. V [^] 1 .3 t- *y = t/[^]y»/3+y»/5- ... i Leibniz a.1673-74, MathS. t.5 p.401 j Cette P a été attribuée à Jac. Gregorius dans le commercium epistch licum[^] etc. , publié en 1722, d'après une lettre de 1671 à Collins dont l'original est perdu. Mais, selon Joh. Bemoulli, (Leibniz MathS. t.3 p. 917,934), l'authenticité de cette lettre est douteuse. [(y;,r/2) |(r,x)P22-8-3 .3 P 1 •2 yeq . nsN[^] .3» fV ey-y'/S + y'/b - ... + 2r''[^]/(2m-1) + ft/»'*[^]V(2n+1) [^] 24-1 V4 = 1\ (-1)V(2/i+1) |n, No t Wy P231 DP] (Leibniz a.1682 MathS. t.5 p.120: «Quadrato Diametri existente 1, r.- 1. [^] 1 1,1 1,11.1 1,1 1. Circuh aream fore [^]- _+--[^]+[^]--+- _+ _- etc., nempe quadratum diametri integrum demta (ne nimius fiât valor) ejus tertia parte, addita rursus (quia nimium demsimus) quinta, demtaque iterum (quia nimium re-adjecimus) septima, et ita porro. »| •2 V4 = /i{[C(/2, «)]' \n, N.i = /[1+/4+/(2X4)'+...]} EuLER a.1736, PetrC. a.1734-35 t.7 (publié a.1740) \

The text on this page is estimated to be only 5.87% accurate

j Joh. Bernoulli t.4 p.24 } Continuation: §B*3 •6 ;ry32=l"3-'-t-5-
 '-... 57r»/1536 =l-3-•+5-«"... (EuLER a.1748 p.137 j •7 $\lim(n! \cdot r^n e^{*'/\wedge n}) \setminus n =$
 $\wedge (2;r) |$ Stirling a.1730 p.137 j •8 nsN, .3 $C(2n,n) < 22Vn|(M > 22"$
 $/\wedge[(n+/2)7T] |$ I Stirling id. p.119| M ysG O $\wedge \gg "*/ \text{ — } ' / + 1/1 = \wedge X3) f/ +$
 $(1X:V(2X4X5) ./ + (1x3x\hat{o})/(2x4x6xT\} y + ,,, (Newton a, 1676 j "2 yeq .$
 mody <; 1 . //ifq ,3. '3 Hp'2 .3 $\wedge c\{f/m\backslash f\} := i$ EULEE Cale, inte $\wedge$, p. 10 1-
 106 | » 26M .T = 4v[t" $\wedge(2\wedge\wedge HH,NJ j$ Peacuck aa820 Ej\ of the di(f. Cale,
 Cambridge p.6T ('â $\wedge = 4vj t-V(2' *-l) \setminus n$, Ni+li = 4(t-*/;î + t-'n + t-M5+..) j
 Peaoock a. 1820 p,68 j •3 71 =; 4 $\wedge$;|t $\wedge VVi'+/l+l) [/i$, NJ \ EuLER PetrNC, a,
 1764 tft | 1 ECLEK a, 1748 p,ir?0 j 3 loïkl- $\wedge y t\hat{i}) = \wedge Np\sim'+:iNp'*/2+iXp-$
 y:î+.. (EULEE a, 1748 p.2Hn | $\wedge 27M xE q-n 3. .V' |4"T*i-)r = ![I'\wedge+\wedge O*$
 $l\wedge\wedge j \hat{u}] *â XB q-u -3 V M-\wedge\wedge > = A + 2.t?:\wedge [/(."*--'i') |«$, $\wedge i] = liTH [V(P\text{—}$
 $\wedge')l\wedge *i \text{ — } n-vO |?t j El'LER a.1748 p.159 \setminus \bullet 3 \wedge re q-11 i 3. jrfe\wedge(j\hat{i}/T) \wedge tf$
 $(\text{— } .t\wedge H [cf (.t.x') \text{ — } c\wedge(\text{— } xr)) = \blacksquare 4 (lE Oti 2 3. fa = /ta+ v\} 2\text{'-}t\{2'7i) [r,$
 NJ î Euler a. 1746 CorrX tl îî.371 [

The text on this page is estimated to be only 14.43% accurate

•1 $a^? \xi q - 2n_j r . as (Qf No)_{decr} . lima = 0 . 3 K^{r^{''^{\wedge}} \backslash ^{\%} ^0) ^q'$
 •2 as $(Qf No)_{decr} . lima == 0 . 3 xeq^{nTi} .'^{\wedge} . l[a^c(rx) \backslash 7\% 'N^{\wedge}] 8q ooeq r)$.
 $l[aX^x) \backslash ry Nq] eq [=P-i] \sin \lim 77 ^{29} . i néN, .3 ; r/2 > (2 . 4 . 6 \dots 2/0' / \hat{1}[1 .$
 $3 . 5 \dots (2n''l)]' (2n4-l) \hat{1} 7i/2 < (2 . 4 . 6 \dots 2n) \gg (2n4-2) / [1 . 3 . 5 \dots (2n+1)]^*$
 •if $^{\wedge} = 2(2/1) (2/3) (4/3) (4/5) (6/5) (6/7) \dots = 4/7[(1-n-') |n, 2N, +1] = 2/i7[(1-$
 $n-*) |n, 2NJ = 2/7j2E[(n4-l)/2] / [2E(;i/2)+1] |i, N, j \hat{1}$ Wallis a.1655 t.1 p.469:
 T.. . . ., ., ., 3X3X5X5X7X7X &c. 9x25x49x81 &c. . « Dicimus, fractionem
 illam ^{r} —, — ., ., ., $^{\wedge}$ — 5 — seu $o^{\wedge} .'^{\wedge} .. Au.^n. o m' 2x4x4x6x6x8X$ &c.
 8x24x48x80 &c. infinitu in continuatam, esse ipsissimii in quaesitum
 numerum D præcise ad quem ita se habet 1, ut Circulus ad Quadratu in
 Diametri» | I EULER a. 1748 p.120j •3 $xeq . 3' sa? = iri2[(1 — a; / i'' * jr \sim *) |i,$
 NJ •4 » $cx = i7[(1 — 4r \ll n - * 0 |n, 2No + 1] \bullet 5 \propto \in 0Ji/2 . 3 \gg n \backslash \cos(x/2^{* \wedge}) |n, NJ$
 $= \sin o? / x \backslash$ EuLER a. 1737 PetrC. t.9 p.235 j •6 $X \xi c^{\wedge} . 3 (e'' - e - V2 =$
 $^{\wedge} (1 + ^{\wedge} 0 (1 + ^{\wedge} 2 - '0 .. = x n K l + \propto ' j i - ^{\wedge} n ^{\wedge}) |n, NJ \bullet 7 a 7 \xi q' . 3 (e'' + e - ')/2 =:$
 $(1 + 4^{\wedge} 0 (1 + 4a? \gg 3 - '0 ... = 77[(1 + 4^{\wedge} 7 r - ^{\wedge} n - ^{\wedge} \backslash n, 2No + 1] ($ EuLER a.1748
 p.119,120 j Les fonctions considérées dans P-6 et -7 sont dites fonctions «
 hyperboliques » et indiquées par Sha?, Cha: (Riccati a. 1757). F 1902 d.122
 16

The text on this page is estimated to be only 6.29% accurate

$\sin D \ 0 \ 31m \ xeq \ .3-$ $D(^> q,x) = cx \ . \ D(c, q, x) = \text{---}sa? \ [$
 $D[i'fk,i.ri \backslash.r, ij. ./\bullet] \text{---} = i \ ij^{\wedge} i.f\dot{i} \ . \ 0|wr \ iinnfr \ . \ 0|tpr \ rcal \ .3-$ $P \ 1 \blacksquare 2 \ll eN, .j'eq$
 $.3-$ $D''|s, q, ;P)^s(j+/(jt/2) \bullet 21 \ . \ D''(c,q,ir) = c(x+HV3) \blacksquare 3 \ Hp-2 \ . \ \ll jfteq \ .$
 $3D'' \ [8(a.r+6) \ j.r, q, se] \wedge a'' \ s\{aiC+b+ii^{\wedge}/2) \blacksquare 1 \ ;rf \ q-nji/2 \ .3 \ D(t, q-iiV\hat{a}, a-)$
 $= / \{car = 1+(t \ a-)' \ [\gg = DffKc/car \ [a?, \gg) \wedge (rt \ Dsjc \text{---}sx \ Dct)' \{cx\}^* \text{---}$
 $'(ca;)' \] \bullet 3 \ ye \ (-l)-l \ 3. \ D(s-S \ -1-1, \blacksquare (/) = /0(1-)/) \bullet Si \bullet \bullet D(e^{\wedge}, .) = -/4(l-.i/*)$
 $\blacksquare 6 \ 2/\text{£}q \ O- \ Dlf. \ q, y) = /d+y^*) \bullet 7 \ yeq \ . \ i^{\wedge}ES^{\wedge} \ 3. \ D''(t'' \ . \ q, y) = (n-l)l \ [c(t-$
 $'\hat{i}^{\wedge})]''s[\gg(V2 \ +t''V)] \blacksquare 8 \ iCE \ q-n;\ddot{i}/2 \ 3. \ D(/t, q-n.^{\wedge}/2, \text{£}r) = \text{---} / (SiC)^* \ '9 \ .T\text{£} \ q-$
 $11^{\wedge}/2 \ .3- \ D(\log \ s. \ q-nji/2, \wedge) \wedge /ta? \ 9111 \ S \ * \ 40. \bullet 1 \ S[/ (l+;z-\gg)l.r, \ 0J=Vt \ [\ . =$
 $S(Dt-i, e)j = l-l\text{---} \ M\hat{u} = ;i/4 \] \bullet H \ SI \gg \ ,Q.|\text{---}.i/2 \ . \ S[\gg \ ,ql=\ll \bullet 2 \ oeQ \ .3.$
 $S[/<a'+j;') \ ja?, q] = !i/a \bullet 24 \ ocQ \ . \ \hat{o}jfeq \ . \ (w\text{---} \ 6'' >0 \ .3. \ S[/\{aa.''+26tr+c) \ |.r,$
 $q) = n/^{\wedge}ac\sim\}/) \bullet 3 \ S\{/(1+a!^{\wedge} \ ja;, \ Q| = Slx/(1+jc^{\wedge}) \ \backslash oe, Q) = S-t/W \ 4$

The text on this page is estimated to be only 18.64% accurate

•41 a,&eQ O. S| /[(a«+.x*)(&»+^)] |,x, q| = n/a\)\{a-\h)\ [/[(a'+x«)(6«+x^)] = [/(a*+x^)-/(ô^+x«)]/(ô'-a»)] •42 a,6eQ Q S|ir*/[a«+a?*] (6"4.a?") |a?, qj = n/(a+b) •43 a,6,ceQ Q. Sf/(a+&r*+ca^)|a?,q] = S- [af/(ax'+bx'+c) \x,q] = 7t/s\[ab+2a4ac)] } Plana TurinM. a.1820 j •5 S[A1+af)\x, Q] = 2S[a?y(l+a;*) |a?, Q] = S[a^/(l+a;*) |rr, Q] = 7l/3 j -î--» EULER Cafc. Int. a.1768 t.1 §353 t.4 s.4 §105 j •6 S[vKl-;r«)|rr, 0] = 7i/4 j Wallis a.1655 p.417 : « Circulus ad Quadratum Diametri, (vel etiam EUipsis quœlibet ad Parailélogrammum sibi circumscriptum,) eam habet rationem, quam habent Radiées Quadratic» universales Residuorura seriei infinitœ ^Equalium série Secimdanoram mulctatse, ad seriem illam iEqualiam. » i •7 afiQ . msN, r). S[/((a*+ir*)'^^ |a?,Q] = n\ (2r-l)/(2r) |r,l-/^i^/(2a*""^*) ^ 41- 0 S(s, eji/2) = S(c, 071/2) = 1 î Wallis a.1670 p.707: « figura sinuum rectorum totios quadrantis quadrato radii sequalis est » . \ i me n-«0 O- S[e^*^ \x, 20jrJ = 0 •2 m^nsn . m' -= n* .' ^ . H\s()nx) s{nx) \Xf Sti] = 8[c(/nir) c(ria;) [a;, ©jtJ = 0 •3 ni.nen .|3- S[s(/nj?) c(nx) \Xy 0ji] = 0 '4 mén^ .|3- S[c(ma;)'|ir, ©ji] = S[s(nixY\x, 07t] = 7r/2 •5 afiQ .3 S(s, 0a) = 1 — ca | Keplerus a.1605, t.3 p.105; a.1609 1.3 p.391: «... pro summis rectorum utimur simplicibus sinibus versis» , mais k cette époque il croyait en«;ore ce théorème seulement approché : a. 1618, t.6 p.407 il en donne une démonstration indirecte au moyen d'une proposition de Pappus sur les aires des segments sphériques. ! [§S 4-4 .3 S(s, Sa) = \m{alii)2[s{raln) |r, V-ii] \n = z8 {al2)\m{aj7i)s[(n+1)a!(2n)] ls[ai {2n)] \n = 2s(a;2) lim s[(ai2} {1+lii)] a/(27i) /s[rt/(2?0) \n = 2[8(a;2)]^ = i—ca] [S(s, Sa) = S(D— c, (9a) = — ca+cO = 1— ca] •6 S((sir)» \x, eji/2] = n^



The text on this page is estimated to be only 19.15% accurate

$$Sfaj'''(l-irr \setminus x, e \setminus = 2Sl(siry-^{\wedge}Hc^{\wedge})^{\wedge}{}^{\wedge} 1^{\wedge}, eji/2 \setminus \bullet 2 neN, O. S[(sa? \\ r 1^{\wedge}, \odot V^{\wedge}1 = /7|fl-/(2r)] |r, l-njXjr/2 \bullet 3 a,6eQ O- S[/[(asaj)'+(6caE?)\ll] \setminus x, \\ ejt/2 \setminus = V(2\hat{u}^*) \bullet 4 acQ . 6eq . a'>6' O- S[/((a+\&caJ) |a;, \odot ttI = 7r/>J(a'— \&\bullet) \\ \bullet 4i J\& \hat{O}Jr .3 Sf /(1+ es^* C^{\wedge})|a?, e^{\wedge}r] = jr/s^{\wedge} [(l,ca)|(a,6)P-4 .3 P] \\ S[/((a+6ca;+csj;) |ir,27r\odot J = 2V>J(\ll^*— 6'— <^{\wedge}) \bullet 6 ze On 0. S[/((1 —2a? C2 \\ +0?)) |a?, \odot 1 = (ji— .8;)/(2s2') i EULER Cafc. Integr. a.1794 t.4 p.288 \\ (PetrNC a.1774 t.19) j \bullet 7 7n,/ieN, . m<:n .3. S[ir''''y(l+^{\wedge}**)|ir, Q] = n/[n \\ ^{(mn/n)] \setminus EuLER BerolMisc. a.1743 t.7 p.151 j \bullet 8 ase .3 SK''-*/(l+.r) |ir, Q] \\ = Vs(M S[(ar''''^+ir\sim-''-*)/(l+;r^{\wedge}) lir/\odot) = jr/[i s(mjr/n)] j EuLER \\ BerolMisc. a.1743 t.7 p.181 j \ll 43-i ^{(\%x)/x \setminus x,q \setminus = n/2 j EuLER (a.1781) \\ Cale. Integr. a.1794 t.4 p,345 j \bullet il Sj(sa? A)' K Qj = V2 \bullet 2 S(e— 35) |ir, \\ q)=^7i t EuLER PetrC. a.1730 (publ. a.1738) t.5 p.44 | Cette intégrale se \\ présente dans le « Calcul des Probabilités » (p.ex. Bertrand p. 329); des \\ tables donnent $S(e-a:*\setminus ac, Sx)$. \bullet 3 aeq' . reala>0 .3- S(e— «aî|a?, q) = \\ vK^{\wedge}r/a) \bullet 4 aeQ .3 S[ef^{\wedge}-(a;\ll+aVa;)) |aj, Q] = >J;\ddot{e} e''^{\wedge}/2 \hat{=} Laplace (ParisM. \\ a.1810, publ. a.1811) Oeuvres t.12 p.368 j .5 S[e[{}^{\wedge}Hia;*) la;, q] = \\ (l+i)vK7r/2) \bullet 6 S[s(a7)) \setminus x, Q] = S[c(a?*) \setminus x, Q] = 4(^{\wedge}/2)/2 [= P-5] j \\ EuLER (a.1781) Cale. Integr. aJ794 t.4 p.339 j Euler a rencontré ces \\ Intégrales dans la théorie des courbes élastiques, a.1744: p. 276; mais \\ seulement en 1781 il en reconnut la valeur. Fresnel a.1818 t.1 p. 178 les a \\ rencontrées dans la théorie de la diffraction de la lumière (Voir aussi: \\ Cauchy, Œuvres s.1 t.7 p. 151). Dirichlet,$$

The text on this page is estimated to be only 15.71% accurate

^ ____ ^ sin 245 Œuvres t.1 p.245, 264 en donne une autre démonstration. Fresnel a aussi calculé une table de ces intégrales entre des limites variables. •7 a,6,ceq' . real a >0 .3 j Cauchy a.1827 s.2 t.7 p.280 j •8 S{a;sinaj/[1+(cosa?)*J \x, Onl = n^/A: •9 ofiQ . 6eq' . real 6 eQ .3. S[e- ^/(6'+ir^ \x, q] = nfh e-«* [DiRICHLET t.1 p.11St % 44-1 S[a;/(e*-1) |a?, Q] = .^/6 } Cauchy ParisM. a.1823 (publié a.1827) t.6 p.610 j •2 aeQ . &eq .3 Sle-'^^cCto) \x, Q] = a/{fi^^lf) . S[e-^"s(6ir) |a;, Q] = 6/(a*+6^ [S(e(-«+i*)a5|a;,Q) = /(a— i6) = (a+iô)/(a*+6») . Oper real . Oper imag O- P] •3 S[(cir + X sa?)/(1+rï^ |rr, Q] = ^e I Laplace (ParisM. a.1782, publ. a.1785) Oeuvres t.10 p.264 } •4 acQ . 6eq' . realft eQ .3 S[c(aa;)/(6«+a?^ |;r, q] = 7r/6 e""^ j Laplace? Dirichlet t.1 p.112 } •5 nfiN^ . afq .3S[e^"(sa?r^* |ir,2e;r] =(2^i+1)!(1-e-2'«») //Tj[a*+(2r+1)»] |r, 0-n } S[e-^""(8a7r |a?, 2ejr] = (2/1)! (1-e-2-«) / jai7[(a"+4r*) |r, 0-n]j j Cauchy ParisCR. a.1864 1.39 p.129 ; Œuvres s.1 t.12 p.175 { % 45-1 a,U% . E{aP) = S}sJ [(a Cir)«+(6 sa;)] |£», 2;t(9| .3 £:(a,&) = 27^a|l-2[i7îfl-/(2^•)J>, 1-nj (1-&yar/(2n-1) |n,NJ| = n{a->rb) 2} [C(/2, n)]» [(a-6)/(a+6)l»" |n, N^ j = ^ (a+?>)î l+[(a-6)/(a+&)]y4+ [(a-6)/(«+6)]y64-...i Hp-1 . a.c=& 3. -2 £'(«,6) > 7i(a+6) j Keplerus a. 1609 t.3 p.401 : « Tota elliptica circuraferentia est proxirae médium arithmcticum inter circulum diametri longioris et circulum diametri brevioris ». { •2 1 Eiap) < 7i(a+&)+7r(>Ja->J&) V2 Sur les formules d'approximation pour la rectification de l'ellipse voir ParisCR. a.1889 p.360. •22 E(af)) < jrîa+ft +nI [2(a'+6»)]! 2 j Hartmann HoffmannZ. t.30 p.256 \

The text on this page is estimated to be only 14.37% accurate

$\bullet 3 a, b, c, deQ, . 2c = a + b . cl^{\wedge} = ab . 3S \vee^{\wedge} l(acx)^{\ast} + (baoc)^{\ast}] \setminus x, ar/2j =$
 $St/vJ[(\langle ?ca;)^{\ast} + (rfsa7) \gg J \setminus x, ejt/2 \setminus = n^{\wedge} I \text{ raod lirai } [(a; +r/)/2, i \ll "2/)I \setminus$
 $\{x, y\} \setminus "(a, h) \setminus n ! \text{ Lagkange TorinoM. a.1784 t.2; Œuvres t.2 p.272 j}$
 $5i/SI/>J[(aca5) \gg + (68a3) \gg] \setminus x, \odot : i/2l \text{ est dit, par Gauss t.3 p.360, la «}$
 $\hat{\text{Arithmetisch-geometrisches Mittel}} > \text{entre } a \text{ et } b. \text{ Cette moyenne ne varie}$
 $\text{pas si l'on remplace } a \text{ et } b \text{ par leurs moyennes arithmétique et géométrique.}$
 $\% 46. ae 6ji/2 Q. m^{\wedge} \{ixf \setminus x, ea \setminus = ta - a \bullet 2 Stt, ea \setminus = - \log ea - 3 S/c, Oaj =$
 $\log |ta + (car'j \text{ t } H - 3 \text{ Cotes a.1722 p.78-81 } |^{\wedge} 47 - 1 S \setminus \log \{l + cc\}] Al + o^{\wedge}) \setminus x, e \setminus =$
 $(jz/8) \log 2 \setminus \text{Bertrand Jd}^{\wedge} I. t.8 a.1843 p.112 j \bullet 2 S \setminus x SX I (l + (sa;)'l \setminus x, en \setminus =$
 $; i[\log(g2 + l)]/v12 \bullet 3 S(\log s, en/2) = S(\log c, eji; 2) = - (n \log 2)/2 j \text{ EULER}$
 $\text{PetrA. a.1777 t.1, p.7 } \setminus \bullet 4 S[\log t, 0JI/2] = 0 \# 48m \text{ yee O- } S[/sKl - 2/^{\wedge} \setminus y, Oy]$
 $= s - 'y \bullet 2 yeQ, O - t''V = S[/ (l + \hat{i}^{\ast}) \hat{i} \hat{t} / ,^{\wedge}] \bullet 3 S \setminus \{t - 'ym + y\} \setminus y, e \setminus = (^{\wedge} / 8) Iog2 \bullet^{\ast}$
 $> . \wp eQ O - \text{Sie-}'''[8(\wp f c)] ./a7 \setminus x, Qi = t - '(\hat{i}, p) \text{ t EULEK (a.1781) Cale, Integr.,}$
 $a.1794 t.4 p.345 j \text{ Dm, voir mes Lezioni a.1893 t.2 p. 318. « 49. acqO. M}$
 $sgna = 2/jr H \setminus s(aa))/x \setminus \wp y Qj \bullet 2 \text{ moda} = 2/ji S \setminus s(ax) yx^{\wedge} \setminus x^{\wedge} Q \{ \bullet 3 \text{ afisq. } |3 -$
 $2Sfs(ar) s(\&.r)/ir' |ir, Q] = 7tmm(tasjtb)^{\wedge} 5lM a, te q'f No . v(mod a, N^{\wedge}) ,$
 $v(mod \&, N^{\wedge}) fiQ Q. I(ax6, N,) = S! v(a, e^{\wedge} |r, N,) X v(\&, e - i - |.s, NJ |ir, 20; i!$
 $/(2^{\wedge}) ! \text{ PAR8EVAL a.ISOo ParisSE. t.1 p.639; IdM. a.1894 p.196 j [Hp O. S;$
 $[2'(\text{arerixjr, No})X2'(\& \ll e -^{\ast} i^{\wedge} |, s, NV]k, 2ejr \{ = \hat{S} \hat{i} \text{tar}^{\wedge} 3 e(r -^{\ast}) ix|(r; .v), (Xo -$
 $No)]!^{\wedge \wedge}, 26 >^{\wedge} i^{\wedge} J - jf/. b, S[fi^{\wedge} . <^{\wedge} > r, 2aT] |(r; .v \setminus (S.^{\wedge} iXo^{\wedge} l = ^{\wedge} ar \text{ fer 2.t Jr,}$
 $N \gg)] \setminus$

The text on this page is estimated to be only 24.28% accurate

•2 rSKl .fyDfsq F [q^0C3(moax ^r)] . xeq . mocLr <Zr . j. fx =
 /(27t) S[re*Y(^'ei')/(^e"—ir)|^, 2671] L'Hp de la continuité de Df n'est pas
 nécessaire. Voir Goursat, AM. t.4 a.1884 p.197-200. Pringsheim,
 AraericanT. a. 1901 p. 413. •3 Hp-2 . nsN, .3
 DYa;===n!/(27r)S[re"/(re")/(re"-a;r^*/,2e7r] •4 Hp-2 .3 fx = llx*" DYO /
 n\ |n, No] j •2--4 Cauchy a.1841, œuvres s.l t.6 p.348 j * 52. •1 heq . 0</i^
 :t/2 : fe (qf 0/^(creSo .w; /fe (qf 0/i)decr, Q. lim S[(/a;) s{nx)/sx \x. Oh] \n
 — nj2 Wmif, Oh, 0) î DiRiCHLET a.1829 JfM. t.4; Werke t.1 p.127: «
 Quelle que soit la fonction f[fi]^ pourvu qu'elle reste continue entre les
 limites 0 eX h {h étant [positive et tout au plus égale a -^(-), et qu'elle
 croisse, ou qu'elle décroisse depuis la première de ces limites jusqu'à la serh
 sin i/ff n ^^ conde, l'intégrale / f[p] d/? finira par différer constamment de
 — nO) J 0 sin /? 2 d'une quantité moindre que tout nombre assignable,
 lorsqu'on y fait croître i au delà de toute limite positive » . } '\\ Hp M . te eh
 r^ . lim S[(fx)^(nx) /&r \x, k-h] \n =0 I DiRICHLET id. p.128 j •2 ge [q f
 2aT]creSo . he [q f 20jr]decro . f=g'-h . x£ 20jr .3 fx = S(/; 2671) I (27t) +
 :i\Q.(nx) S[/j c(nz) | j, 2671] \n, N^j / ^t .+ iH^ix) S[/i s(nj) \z, 2971] \n, NJ
 /jr } FOURIER ParisM. a.1807 ; a.1822 p.212 : « Ces théorèmes conviennent
 à toutes les fonctions possibles, soit que l'on en puisse exprimer la nature
 par les moyens connus de l'analyse, soit qu'elles correspondent à des
 courbes tracées arbitrairement ». { Les fonctions de la forme g — h, où g
 est croissante, h décroissante, sont dites « à variation bornée » (Jordan). «
 61. ^ = 3+ Fc [7, 15, 1,292, 1,1, 1,2, 1,3, 1,14, 2, 1,1, 2, 2, 2, 2, 1, 84, 2, 1,
 1, 15, 3, 13, 1, 4, 2, 6, 6, 1, ...] \ Wallis t.2 p.51 i Ces nombres ont été
 obtenus en réduisant en fraction continue EX^t donné par LudolfiT.

§79 B (nombres de Bernoulli) $B_0 = 1, B_1 = 0, B_2 = \frac{1}{6}, B_3 = 0, B_4 = -\frac{1}{30}, B_5 = 0, B_6 = \frac{1}{42}, B_7 = 0, B_8 = -\frac{1}{30}, B_9 = \frac{5}{66}, B_{10} = 0, B_{11} = -\frac{691}{2730}, B_{12} = \frac{7}{6}, B_{13} = 0, B_{14} = \frac{3617}{510}, B_{15} = 0, B_{16} = \frac{43867}{798}, B_{17} = 0, B_{18} = \frac{174611}{330}, B_{19} = 0, B_{20} = \frac{854513}{138}, B_{21} = \frac{236364091}{2730}, B_{22} = 0, B_{23} = \frac{8553103}{6}, B_{24} = \frac{23749461029}{870}, B_{25} = 0, B_{26} = \frac{8615841276005}{14322}, B_{27} = 0, B_{28} = \frac{7709321041217}{510}, B_{29} = \frac{2577687858367}{6}, B_{30} = 0, B_{31} = \frac{263152715530534}{77373}, B_{32} = \frac{1919190}{19}, B_{33} = \frac{2929993913841559}{6}, B_{34} = 0, B_{35} = \frac{2610827184964491}{22051}, B_{36} = \frac{1520097643918070802691}{1806}, B_{37} = 0, B_{38} = \frac{33269579301024235023}{690}, B_{39} = 0, B_{40} = \frac{596451111593912163277961}{282}, B_{41} = 0, B_{42} = \frac{5609403368997817686249127547}{46410}, B_{43} = 0, B_{44} = \frac{495057205241079648212477525}{66}, B_{45} = 0, B_{46} = \frac{8011657181354899573479249}{91853}, B_{47} = \frac{29149963634884862421418123812691}{798}, B_{48} = 0, B_{49} = \frac{2479392929313226753685415739663229}{870}, B_{50} = 0, B_{51} = \frac{84483613348880041862046775994036021}{354}, B_{52} = 0, B_{53} = \frac{1215233140483755572040304994079820246041491}{567}, B_{54} = 0, B_{55} = \frac{86730}{1}.$ Bn est le 7i^{ème} des nombres qui « ab inventore Jacobo Bernoulli vocari soient Bernoulliani » (Euler Calc., diff., t. 2 §122). Euler les a indiqués par B⁰, B₁, B₂, ... que nous adoptons a été employée par Binet, JP. a. 1839 1. 16 cah. 27 p.240 et par Ohm. Bernoulli a. 1713 a calculé B₅ ; Euler B₁₅ ; Rothe (communiqués par Ohm dans JfM. a.1840 t.20 p.11) B₃₁ ; Adams (JfM. a.1878 t.85 p.269) B₆₂. Une bibliographie de ces nombres est publiée dans AJ. t.5 #1.1882 p.228. La DfO se rencontre dans Serret. Elle est simple, mais ne donne pas Torifrone log-ique et historique dei nombres B, qui résulte de la $\{2 \cdot l, 11 n f N_j, 3. B n t R \cdot 2 n e i i, 3 2(2 - \text{---} 1) B 7 i e^{\wedge}, I$ Genocchi Ann. di Tortol. a. 1852 t. 3 p.399 \cdot 3 n e N, 3)5[(-irB,,] = v/Npo^{^3}[2H€(j-l)xNj I Staudt JfM. a. 1840 t.21 ; Clausen, AstronNachr. t.17 i \cdot 4 n e N p^{\wedge} (N j + 3) .3 n t B n £ n x N^{\wedge} \hat{i} Adams a.1878 JfM. t.85 p.269 j

The text on this page is estimated to be only 8.31% accurate

1^{2-1} as $qra^{\cdot}$. $ao=1:nsN^{\cdot}$. $\_Jn$. $llaj(n^{\wedge}r)\backslash|r,0-\{7i-1\}]=0$ Q: $a_{\cdot}=$
 $a_{2n}=(\text{---}ir''*Bn/(2;i)!\cdot a\{2n+1\}=2[(-1)''''*C(m,2r-1)B,n'^{sr+i/f};I$ Jac.
 Berno 1 le c $C\text{---}j\text{---}X\grave{A}$ Je et ita deinceps, exponentem potestatis ipsius i\l
 quousque perveniatur ad n vel w^* . Literœ ca] dine dénotant coefficients
 ultimonom terminons nempe $A\gg 1/6$, $B\gg \text{---}1/30$, $C\gg 1/42$, $D\gg \text{---}\lim\%$
 $3-1\lim B=00D^{-2}r\text{fi}N$, $0.B_{\cdot}=(-1)^{'+*}D^{*''}\backslash xj\{s^{\wedge}y^{-3}a\text{fi}N^{\wedge}\cdot neN^{\wedge+1}.3.$
 $2/(1-a)\pounds lo$, $i[(\sim)'\cdot B_{\cdot}/(2ra\gg')|r,1-(n-1)]\bullet\blacksquare j$ EULER PetrNC. a.1769 t.14 i p,
 $n\%4-1neN$, $.3^{\wedge}(Nr^{\wedge}')=22'\gg^{-}22(2No+1)^{-2'*}=-2[(-1)7r2'\gg|r,N,\bullet2$
 $\lim(n\ll B_{\cdot},/B_{\cdot},J|n=\wedge\ll\bullet3\lim B_{\cdot},\gg(jre/n)(X2w+/2)|n=47rv|e\bullet4XE q'^{-}O_{\cdot}$
 $mo(ir<In7^{\wedge},a?/(e^{\wedge}-1)=1-xl2+2[(-ir+M\bullet5ofiNi\cdot ncN^{\wedge+1}.3\log a!e$
 $(\log:2\hat{I}("irB_{\cdot}^{\wedge},/f(2r+1)(2r+2)]a^{-2^{\wedge+}0(-1)^{\wedge}B_{\cdot}^{\wedge},/[(2/i+1)(2n+2)l a^{-2\ll+^{\wedge}5m}$
 $ir\pounds q-eO_{\cdot}$. $mo(Lr<;;\wedge^{\wedge}/siiur=Ix+2[2(22\ll+^{\wedge}-1)B_{\cdot}4.i.: \bullet2;re q_{\cdot}modr<$
 $7r/2.3tngj;=vj2-'«(22'^{\wedge}\text{---}1)B_{\cdot},a'-'»-\backslash(2\bullet3HpM.3.a?/tng,x'=1\text{---}\wedge^{\wedge}i2\ll B^{\wedge}.$
 $\bullet4Hp-1.3)-\log(\sin^{\wedge}/i?.'.)=\text{---}v\}2^{\wedge}'''$

The text on this page is estimated to be only 11.62% accurate

$\log \cos X = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} B_n}{n} \frac{1}{(2n)!} x^{2n}$, NJ •6 ace
q-tO . moda? ■< jr/2 .3log(tnga; /x) = 2\hat{I}(22'-» -1)22» B,, /[n{2n}\]oi^ n, NJ
I EULER a.1748 p.152 ^ 6-1 «êN. O- S[fc2»-i /(e2-« -1) la;, Q] = B, /(4n) }
EuLER PetrNC. a. 1769 l. 14 i p. 151 j

CALCUL GÉOMÉTRIQUE



§80 §81 §82 pnt « point » vct « vecteur * vct X « produit intérieur
 des vecteurs » Pli vct mod P21 dist « distance » P22 vct q P25 coord «
 coordonnées » P33 pnt « intervalle, segment » P34 recta « droite déterminée
 » P3Ô P, « droite » plan « plan déterminé » P36 P. « plan » U « unitaire » ,
 P41 cmpll « composante parallèle » P42 cmpj. « composante normale » proj
 « projection » P43 ang « angle » P53 Transi « translation » P63 Sym «
 symétrie » P64 Motor « mouvement » P67 Homot « homothétie » P68 a «
 produit alterné » V» « trivecteur » y* « bi vecteur » P' « quadripoint » P5 P'
 « tripoint » P' « bipoint » <P' « forme géométrique de degré 1 » P6 9' « » »
 » 2 » f' « » » » 3 » co « plan à rinflni » P9 I € indice » Pli Q « trivecteur
 unitaire » P15 Rotor quaternion Rotat « rotation plane » . / ^)

§79 pnt (point) vct (vecteur) Dans plusieurs travaux on a analysé les idées de la strumenc de la Logique Mathématique. Dans Principii di Geometria, logicamentt esposti, a.: a.1894, p.51-90 nous avons suivi la Géométrie classic M. Pieri RdM. a.1897 p.9, TorinoM. a.1897, a.1899 ment les principes de la Géométrie de position, et em élémentaire. Voir : F. Schur, U^er die Grundlagen der Géométrie, IV E. H. Moore, On the prjecHise axiorns of Geomstr a.1902. L'analyse suivante de la théorie des vecteurs est e a. 1898, Les idées et les propositions de Géométrie se r un ordre différent de l'ordinaire; mais on arrive tout géométrique, déjà adopté dans plusieurs traités de Ma appliquées. Dans la « Practical Mathematics, summ delivered to working men by Prof. J. Perry, London la théorie des vecteurs pour expliquer rapidement ouvriers, qui n'avaient pas d'instruction précédente. ^ 1-0 p = pnt= «point; idée primitive» •i peCls -2 ap •3 o^p .|3- ap-^^ ^ 2. a,&c,d,^/£p .3. •0 a— 6 = c—d .=. « relation primitive » . On peut lire cette relation comme en Algèbre. Euclide la désigne par les mots «les lignes ab e rallèles et de môme sens* (voir P-4). C. Wessel, a. 1797 y reconnut les propriétés de l par ab^cd\ p.4: «... on parvient à exprimer la direction des segm dans un même plan d'une manière aussi analytique sans que la mémoire soit embarrassée de nouveaux velles règles. » Bellayitis, a.1832, Annali délie Scienze del Rcg t.2, a.183ô; id. t.5, etc. fonda sur la même idée sa

The text on this page is estimated to be only 13.35% accurate

lences. Son signe d'équipotence, qui est le signe astronomique $\text{Ibra}^\wedge$ a été rendu inutile par les perfectionnements suivants. H. Grassmann, a.1844 reconnut dans la relation considérée les propriétés de réquidifférence, et Tindiqua par la notation adoptée ici; plus clairement a.1845 (*Werke* t.I p.303): « ... ich sage also, dass $B - A$ dann und nur dann gleich $B_i - A^\wedge$ sei, wenn die geraden Linien von A nach B und von A_i nach B_i gleiche Länge und Richtung haben.» On rencontre la même remarque dans W. Hamilton, a.1845, *Cambridge Journ.* t.I, p.47 : «... the symbolic équation, $D - C = B - A$, may denote that the point D is ordinarily related (in space) to the point C as B is to A, and may in that view be expressed by writing the ordinal analogy, $D..C::B..A$: which admits of inversion and alternation, » Cette notation est aussi une conséquence immédiate des formules de Möbius a.1827; plus clairement a.1844 p. 608; mais ces A. n'ont pas fait un usage constant de cette notation. Xosier coherécléron cette relation coïncide avec une idée primitive, que nous déterminerons par des Pp, d'où découlent toutes les propriétés géométriques*. On peut remarquer dans la notation que nous suivons une économie non seulement sur le langage ordinaire, mais aussi sur les anciennes notations de Weisely, Beley et Tits, . , Ils écrivait en effet : (1) $AB = -BA$, $AB + BC = AC$, de $AB = CD$ on déduit $AC = BD$ au lieu de : (2) $A - B = -(B - A)$, $(A - B) + (B - C) = A - C$, de $A - B = C - D$ on déduit $A^{\wedge}C = B - D$. Dans les notations il faut apprendre un nouveau calcul, ainsi jetter de côté les règles bien connues dans les notations {2^ on retrouve dans la forme le;* règles bien connues par l'Algèbre. Comme Euclide définit l'égalité des segments par le mouvement en général, on peut expliquer l'égalité des vecteurs rtfie — d par *on peut amener le M points a iit b k à coïncider avec c et d par un mouvement de translation &. '1 a—b=ia—b Pp *i a^b=:C—d -3- c~d^=:a—b Pp *3 a^b=: e—d , c—d =e—f . 3 * ^^^ ^ ^^f ^P Les Pp ^1 2*3 ont la forme dldeutiti'^î de Logique, §1 P-1'2'3, mais elle exprime deux faits géométriques. Pour reconnaître leur indépendance, donnons la relation fondamentale a—h^zc — d successivement les interprétations ■ les points a,h^c,d coïncident" *]la distance ah ^ la distance 0(/* "les quatre points sont dans un même plan»;

The text on this page is estimated to be only 26.74% accurate

Pp jAlterni et -3, et non la -2, les -1 et -2 et non la -3. $\hat{I}$
 EucLiDES, I, P33 : Al rdç ïaaç re xal nagalli[^]kovç èm rà aizà jbUQt]
 Im[^]evyvvoai eù&éiai xal aurai ïoai re xal JiaQalXrjXoi eloiv. j La P*4
 permet de permuter les termes moyens dans réquidifférence géométrique.
 Cette Pp est indépendante des précédentes, car si par $a - 6 = c - d$ on
 entend « distance ab := distance crf », les P*1-2*3 seront vérifiées mais non
 la '4. Nous rappelons « alterner ». On déduit que TéquidifiTérence entre 4
 points peut se mettre sous 8 formes différentes, comme les équidifférences
 numériques. P'5. Si à la relation fondamentale on attribue la signification «
 la relation $a' - 6' = c' - r'$ subsiste entre les projections de ajb^c^d sur un
 plan fixe», cette Pp'5 ne sera pas vérifiée, bien que toutes les précédentes le
 soient. •6 a $p^a : 3(a - a = 6 - C)$ Pp P-6. Si nous appelons «pnt» les
 points d'une figure finie, p. ex. intérieurs à une sphère, toutes les P
 précédentes seront vérifiées, mais non la nouvelle Pp. $\wedge 3-0 v = vct = X3[\%$
 (afi)3(a,bep . $\alpha = \& - a)$] Df •01 $v = p - p$ Le mot « vector » a été introduit
 par Hamilton a.1845 p.56. Il vient de « vehere » car il représente une
 translation. M 0= iœ3(aep .[^]a- cc=ia—a) •2 Ofiv -3 aeç .3- a— a=0 [apB[^].
 P2-1 .3- b—azizb—a . Altern .3- [^] — 6=: a— a bsp . (1) .3: aep .3» • [^] —[^]
 = [^] — « 6ep . (2) .3' a *[^]3{af][^] .3» • [^] — [^] — à) (3) Elim6 . Pl-2 .3. Df (1)
 (2) (3). (4) (5) aep .3' [^] = a— a . y:= a — a . P2*3 .3» [^] = y (4).(5).§jP-2 .3.
 P-2-3] •4 a,&fp .|3- 0=6.=. a— &==0 [Hp . a=6 . P-3 .3- a—b =0 Hp . a—
 6=0 . P-3 .3. a—b = b—b . P2-5 .3. a=b (1) . (2) .3. P] La P*1 définit le
 vecteur nul, qui est la valeur constante de Texpression $a - a$, quel que soit
 le point a. (1) (2)



The text on this page is estimated to be only 10.23% accurate

256 vct La Dm des P'2'd prouve que cette expression a une et une seule valeur. On ne peut pas prendre comme Df la PS» car elle n'est pas homogène. ^ 4. a,6fp . w,rfv . ^^ •0 a+u = 7 p^ xsix—a=:w) Df •1 a+u€j> '2 (a+w)— a = w [P2-6 .3 apna?3(a:-a = M) (1) x,yfp . x^a ^u . y^a :=w . P2-3 O- ^c—a = y — a . P2*5 0« »=y (2) (l).(2).§;P-2 O- P*1-2] [u^u .=. (a+u)— a =(a+i;)— a .=. a+u = a-fv] •3 a+(6— a) =6 [P-2 O. [af(6-a)]— a = &— a . P2-5 O P] •31 a+0=a [(6|a)P-3 O P] •4 b'-a=u .=. 6=a+w jOper+û^j [P-21 .3 b—a=u .=. a+(ô— a) = a+u .=. b=za+u] •5 (a+«<)— (6+w) = a— 6 [Hp . p-2 3. (a+M)— a = (ô+m)— ô . Altern 3. P] •51 a+u = b+u .=. 0=6 [a4-w = &+M .=. (a+M)— (6+m) =0 .=. rt— &=0 .=. a=b •6 a+w+i; = (a+i^)+v Df •7 a+u+v = a+v+u [(a+îi+v)'-{a+v) = (a+M)— a =m . Oper+(a+î;) 3- P] [P-5 3. (a+w+t;)-(6+M+v) = (a+w) - (6+u) = a— 6 . Altern 3. P] ^ 5. afip . u,i\w fv .|3•0 i^+y = ?^3[afp .3û- i» = (o+w+î^)— a] Df •1 ^t+^? ev -2 ^^+^? = {a+w+?^)— a [P4-8 3. P] •3 a-\-u+v = a+ {u+o) [P'2.0per-Hi 3. P] •4 w+z? = r+2^ [P4-7 3. P] {Comm+j •5 u+ (v+w) = (u+v)+w |Assoc+j [P-3 3. a+[(u+v)+w] = [a+ (^1+v)]+wz:l[{a+u)+v]+w=: (a+u)+{v+w) = a+[u+(v+tv)] 3- P] •6 (a— 6)+ (6— c) = a— c [P4-7-3-4 3. c+(a-ô)+(6-c) = c+(6-c)+(a— ô) = &+(a-^)=a]

The text on this page is estimated to be only 9.57% accurate

1 La pr< en Na de SI,

The text on this page is estimated to be only 12.63% accurate

258 vct l'on peut amener les points a et b h coïncider avec c. et d par une rotation autour du centre. Le 0 représentera alors l'identité, et une rotation répétée peut produire l'identité. •7 $\mu = mv$.3- $w = ^\wedge [Hp.3 \mu - mv = zO.P-3 .3. \mu - v) = zO \wedge F'G .3 Ths] \wedge 8. u, V \& y.7n, n \& n .3 P\hat{I}'i'2-3-4-5 \wedge 9. UyVS Y . m, n \& Ni . a \text{ fier } .3 \bullet 0 u/m = 7 V r. v3(mv = :ii) Df \bullet 1 a V \wedge V3(mv = i^\wedge) Pp$ On vérifie toutes les Pp précédentes, mais non la -1, si l'on remplace « pnt » par « n » •2 $u/m \& V . m(\hat{ii}/m) = u \bullet 3 p, q \& ii. p/m = q/n .3- \{up\}/ni = (uq)/n [Hp .3- P^\wedge = 5'^\wedge O- \hat{i}^\wedge(/?w) = u \{qm\} . P8-5 .3^* (wp)w = \{uq\}m . P'2 .3 \{upjm\}mn = (uqln)mn . P7'7 .3. Ths] \bullet 4 au = i V3[meNj .pen . p//n = a J^\wedge m.p. v = wp/m] Df \bullet 5 a^\wedge \& v . (a+\&)u = a\</+\&i^\wedge . a(w+?;) = au+av . (a\&) ?<= a(bu) = a\&2^\wedge \bullet 6 aw = 0 .=: 0=0 .y. W=0^\wedge 10. \bullet 0 aep . mer .3- ^\wedge = (^,0) Df M a, tep . ni, 7i \& T . ^4-^\wedge-^\wedge) O(>7ia4'^\wedge \&)/(?^\wedge>^\wedge+^\wedge) = ^ P^\wedge cc3[m(a—x)^\wedge n(b—\&) = 0J Df \bullet 2 a \& i \& p . m \& T .3- ^\wedge ia—mb = tn(a—b) Df \bullet 3 Hp*2 .3. ma-f/ift = (m+n)[(?>ia+n\&)/(m+/i)] Df \bullet 4 w \& r-eO . aep . wav .3- «^\wedge+ />^\wedge o = ma+i^\wedge = 7n(a^\wedge U/m) Df mcNi. aepf 1— m.irerf 1—/?i .3•5 p \& p .3. 2(i^\wedge^\wedge ajr,l-m) = 2(0?, l''m)p+l[x^\wedge \{a^\wedge—p\} \r, 1-m] \bullet 6 2(ir,l— m) = 0 .3« 2(iz?^\wedge \hat{u}^\wedge^\wedge |r,l*-m) av \bullet 7 2(J?, »)=0O-2(*)/2(ir,l-m) ep Soient a,bjC..., des points. Nous avons donné une signification aux formules a-ô (P2-0), a+ (b--c) (P4-0), (a— 6)+(ô— c) (P5-0).$

x^a , $+x_a$, ... acmflm, ou $2'(\text{acra}/* |r, l^{--}m)$, où les X sont des nombres (rationnels) et les a des points. Si la somme des coefficients numériques est nulle, alors la somme des points est réductible à un vecteur (P^*6). Si cette somme n'est pas nulle alors la somme des points divisée par la somme des coefficients numériques est un point. Ce point s'appelle le « barycentre » des points donnés avec des masses (positives ou négatives) mesurées par leurs coefficients. Le barycentre se présente d'abord dans la Mécanique; Archimedes l'appelle σσςντqov tov παQeoç, Carnot a. 1801 l'a défini par des seules idées géométriques, en l'appellant « centre des moyennes distances » (p.154). L'expression $SxajSx$ pour indiquer le barycentre se rencontre dans Möbius, Barycentrische Calcul^a. 1827 t.l p.37, dont nous avons expliqué toutes les conventions à l'aide de la théorie des vecteurs. On rencontrera les mêmes objets, sous le nom η^* , dans §a. Une autre théorie, où l'on introduit des Df par abstraction, est contenue dans F1901.

260 $\text{vect } \text{vect } X \wedge 11. U.V^{\wedge} W E Y .3 \bullet 0 \text{ iixv} = i$ « produit (intérieur ou scalaire) des vecteurs u et V_y déterminé par les Pp M -2 '3 '5». $\backslash uxv \text{ eq Pp}$
 $\bullet 2 uX^{\wedge} = vXu \text{ Pp } j \text{CommX} (\bullet 3 (\hat{i} + v) X \text{to} = : uX_{io} + vX_w \text{ Pp } j \text{Distrib}(X, +) j \bullet 4$
 $u * z = uxu \text{ Df } \bullet 5 \text{ usvhO } .3. \text{ te'eQ Pp}$ Pour étudier les propriétés métriques des figures, comme longueurs, angles,... et aussi le produit d'un nombre irrationnel par un vecteur, nous introduisons le produit uXv . Euclide 1.2 P12, P13 indique ce produit par une longue périphrase. On peut la compendier en : « uXv est le produit de la longueur de u par la projection orthogonale de V sur u , avec le signe $+$ ou le signe $-$, selon que cette projection a la même direction, ou la direction contraire de w ». En adoptant les termes de la Trigonométrie: « uXv est le produit des longueurs de w et de i ; par le cosinus de leur angle » . En Mécanique: « UXV est le travail mécanique d'une force représentée par le vecteur tt , lorsque le point d'application reçoit un déplacement représenté par v ». Le produit d'un vecteur par lui-même est le carré de sa longueur. Le produit de deux vecteurs orthogonaux est 0. H. Grassmann a.1846 t.1 p.345, après y avoir reconnu les propriétés commutative (P*2) et distributive (P'3), l'appelle «innere Product», et le désigne par la notation que nous suivons, adoptée aussi par Resal, Somoff,... Grassmann a. 1862 a indiqué la même fonction par $w|t7$, en la décomposant dans le produit de u par un nouvel objet Iv . Voir §a25'4. Cette fonction se rencontre aussi indirectement dans les quaternions de Hamilton, où est indiquée par $-S uv$. En conséquence, selon Hamilton, on a $M^* = - (mod w)'$, contrairement à la Pp '5. Ici nous introduisons ce produit comme une idée primitive déterminée par les Pp énoncées.

The text on this page is estimated to be only 16.73% accurate

$\bullet i \text{ OXW}=0 \text{ [Di8trib}(x,+;) \text{ O- } 0\text{Xu}+0\text{xu} = 0\text{Xu O- P] [m=1 .3 P}$
 $(1) \text{ nu}^i . \{ \mu \} \text{Xv} =: m \{ u \text{Xv} \} \text{ O. [} \{ m+1 \} u \text{Xv} = z \text{ imu}+u \text{Xv} =: \{ \mu \} \text{Xv}+u \text{Xv}$
 $= m(w \text{Xv})+w \text{Xv} = (m+1)(u \text{Xv}) \text{ (2) (1) . (2) . Induct O. P] } \bullet 2i \text{ (— w)Xi' =}$
 $\text{— (wXi')} \bullet 22 \text{ (— mi/)} \text{X}^?^{\wedge} = \text{— m(wXt'')} \bullet 3 \text{ (pu)Xv} =: p(uxv) \bullet 3i \{ u/m \} xv$
 $z = (uxv)/m \bullet 32 \text{ (up/m)xv} = (uxv)p/m \bullet 4 \text{ (;rw)Xt}^{\wedge} = \text{^ (wXi}^{\wedge} \text{) [wXv+(—}$
 $w) \text{Xv} = (w\text{— w)Xv}=0 \text{] [P-2 . P-21 O. P] [= P1-2-22] [m[\{ ulm \} \text{Xv}] =}$
 $(mulm) \text{Xv} = u \text{Xv} \text{] [P-3 . P-31 .3. P] [P-32 3. P] ^{13} . iijV.wev .3 \bullet i$
 $(u+t^{\wedge})'' = w'4-2wXi'+\hat{i}?' \bullet 2 (u+v+w)^{\wedge} = w'+r'+M?^{*}+2wXi^{\wedge}+2wXt^{\wedge}?$
 $+2\hat{i};Xw? \bullet 3 \{ u+v \} Xiu\text{—}v) = z u^{*}\text{—}t^{\wedge} .4 (w+z?)\ll+(w\text{—} r)\gg = 2(w'+r') \{$
 Lagny ParisM. a.1706 p.319:., « Dans tout parallélogramme
 $[a,a+w,a+r,a+w+v]$ la somme des quarréz des deux diagonales est égale à la
 somme des quarréz des quatre cotez » . | $\bullet 5 (u+vy\text{—}(u\text{—}vY=\text{^}AuXv \bullet 6$
 $\{ u+v+w \}^{\wedge} + \{ u+v\text{—}w \}^{\wedge} + (u+w\text{—}v)^{\wedge} + (v+w\text{—}uY=4:(u^{\wedge}+v^{*}+id^{\wedge}) \setminus$ Legendre
 Gêom. p.227 : «... dans tout parallélépipède, la somme des carrés des quatre
 diagonales est égale h la somme des carrés des douze arêtes. » | $\wedge 14.$
 $a,b,C\text{f}p .3 \bullet 0 (a\text{—}ft)x(\&\text{—}c)=0 .=. (a\text{—}c)' = (a\text{—}by+(b\text{—}c)^{\wedge} \setminus$ Pythagoras; Cfr.
 Plutarchos Symp. vmc.4 j i EUCLIDES I P47 P48 j $\bullet 01 (a\text{—}c)X(h\text{—}c) = 0$
 $.=. (a\text{—} c)' = (a\text{—}c)Xia\text{—}b)$ Cette P se déduit aisément de Euclide, 1.6 P8,
 mais n'y est pas énoncée explicitement.

The text on this page is estimated to be only 14.53% accurate

262 vct • I (a-bf = (a-c)' + (&-c)» - 2(a-c)X(ft-c?) • 2 (a-&)' = (a-c)' + (6-c)« + 2(a-c?)X(c-&) ! EUCLIDES II Pi 2 Pl3 j • 3 2[a-(b+c)/2]* = (a-&)' + («— c) - (b-c)y2 \ Apollonius Pergjeus : voir P15-7 j Le vecteur a— (6-j-c)/2 8'appelle « médiane » du triangle abc. • 4 2(c-&)X [a— {b+c)/2] = [a-bf - {a -cf ^ 15. a,b,c,d,x,y£p Q. • 0 (a— &)X(c— rf)+(ft— c)X(a— rf)+(c— a)X(&— rf) = 0 • 1 (a-&)» + (6-c)'' + (c-rf)» + (rf-rt)'' = (a-c)« + (6_d)« + 4[(a+c)/2 - (b+d)/2]' JEuler PetrNC. a.1748 t.1 p.66 j • 1 1 2(a''b)x(c—d) = (a-rf)* + (&-c)* - (a-c?)'' - (6-rf)'' • 2 (x-a) X (a;-&) = 0 . = . [x- {a+b)/2Y = (6-a)y4 j ThaLES ; Cfr. DioGENIS LaERTII I 24 : « cprjol IlafKpiXri ngayrov (Thales) xaTaygâymi xvXxOv tb rgiyœvov SgOyciviov xai dvaai fiovv. » Version : « Pamphila (a. 100) dit que Thales, le premier, inscrivit le triangle rectangle dans le demi-cercle et qu' à cette occasion il sacrifia un bœuf. » 1 • 3 (x--aY = (x—bY . = . [x—(a+b)/2]x(b'-a) = 0 • 4 (x^a)' - {x^bY = (y-af^ {y-bf . = . [x-y)x(a-b) = 0 • 5 meR-el .3 {X'-af=m[X'-b)\=. [;r— (m&— a)/(^/i— 1)]* = (6— a)'w2/(m— 1)* t -^ -j-s Apollonius t.2 p.116: « èàv â-^6 àvo ôeôofxévœv arj/neicDv €Ô&éiai xXaaâdSoiv, xal fĳ rà àji 'aircov èo'&évri xcoQicp ôtatpéQovxa, xh orjjLLEiov ayterai âéoei ÔEdoiu€VÎ]ç edûeiaç' èàv ôè chaiv êv Xày(p ôo&évn, tjxoi eè&elaç fĳ 7teQi(peQelaç' » j • 6 (x-a)* + (p-b)' = (y-ar+ {x-b)* . = . ix-ij)X {a-b) = 0 « Si la somme des carrés de deux arêtes opposées d'un tétraèdre est égale à la somme des carrés de deux autres arêtes opposées, les directions des deux arêtes restantes formeront un angle droit; et réciproquement ». [i=I'^4] • 7 ?i£Nj . aep F l—n . g^= (ia)/n , xej) .3v^ .r-rO* = n(.r-r/)' + Kg-^Y î Apollonius t.2 p.116: « iàv àĳib éoovovv ôeôojuéyœv afĳfieuor xhio&iooLv Evdelai ttooç évl otĳjneicp, xai fĳ rà àĳib ĳiaocSv eiÔ7] ĳaa ôot^éiTi yĳooUp, rb OîĳiueTov Sy^erai Moei deôojnévi]ç Tieĳicpegelnç' » j

The text on this page is estimated to be only 16.62% accurate

î Stewart a. 1746 j •2 afiyCydep . my7i,p£q ,'^. [(m'{'n'\p)a—
 (mb+nC'{'pd})* = (m+/i4-P)[//i(a— 6)'+^i(tt— ^)* vct mod ^ 21. if,^^£v .;3
 "0 modi/ = v](w") Df •i mod 0 =0 '\ \ modw =0 .=. i<=0 •2 mod(— if) =
 mod^^ •3 xsT .]3- niod(a?w) = mod^ mod^^ [mod(arw) = >J [(a7iO*J =
 nK«'«^^) = nK^OnK''') = i^o^x modw] •4- mod(^^x^') ^ modi^ mody •«
 mod(2^+r) ^ modw+mody [P-3 o. mod(w+f) = >J(M»+2uXi^+t'^) ^ >J
 [(modu)'+2iiiod2* modi;+(modv)'^] O- P] « Tu » =z <t tenseur de u » dans
 la théorie des quaternions, signifie modw. pnt dist ^ 22. a,tep . tt,vs Cls'p .3
 •1 d(a,6) = dist(a,6) = mod(&— a) •2 d(a,/?) = 1 ^ d(a,î/) |î/*t? . d(u,b) •3 d(?
 i,r) = l^d(a?,2/)|(:r,?/)'(i^îz;) Le signe « d » ou « dist » (distance) que nous
 introduisons ici (F1902), représente une idée déjà exprimée simplement par
 « mod » . Dans l'ordonneinent des P nous considérons ces deux signes
 comme inséparables. Ce symbole vient d'être introduit par M. Burali-Forti.
 Df 1 ^ d{x,b) \x'u Df Df r

The text on this page is estimated to be only 18.89% accurate

264 vct ^ 23. a, V, rfēp O. -i d(a, &) ^ d(a, r) + d(c, 6) t EucLiDES I
P20 : « Tlanàç TQiycivov al dvo Jilsvgal rijç louitjç /ÀsiCovéc eloi. » j •2
 $d(a, b) = d(a, c) = d(ft, c) = 1$.3 $d[(a+ft)/2, c] = >J3/2$. $d[(a+\&+c)/3, \ll] = />J3$ î
EucLiDES xiii P12: « 'JEav efç xùxlov rglycovov iaàjilevQov iyyQOLqrfj,
fj tov TQiyaivov TiXevgà ônvâfiet jQinXaoiœv iorl xfjç èx rS xévzQs xē
xvxXs, » j Médiante et rayon du cercle circonscrit au triangle régulier. •3
 $d(a, \&) = \grave{a}[a, c] = d(a, rf) = d(6, <?) = d(6, rf) = A(c4) = 1$ Od $[(a+\&)/2,$
 $(c+rf)/2] = \wedge/2$. $d[(a+6+\wedge)Arf] = \wedge K2/3$) . $d[(a+\&+<?+rf)/4, a] = >J(3/8)$ j
EucLroES xiii P13: « fl ty\ç 0(paiQaç ôiâfiergoç àvvâfJLei i^juioXla èoii
xrijç nXevQaç rijç jivQafÂĬÔoç, » j Distance des arêtes opposée, hauteur,
rayon de la sphère circonscrite au tétraèdre régulier. On peut édifier une
Géométrie, en prenant comme idées primitives « put » et «dist». Voir Pieri
TorinoM. a.1899 d.134 p.176. Voici quelques Df possibles: ^ 24. aMv • ûH=6
.3. 'i ^X3[d(Xja) ^ d(&, a)] = « sphère de centre a, et qui passe par b » •2 p^
X3 [d(ir, a) = d{r, b)] == « plan normal au segment (a, ô) en son milieu ^ •3
recta(a, fe) = p^ X3!/8p . d(i/, a) =: d(ir, a) . d(i/, 6) = d(x, b) r)y, y=x] •4 (?£
p-recta(a, 6) r^, plan(a, &, c?) = p^ ir3[î/€p . A(y, a) = d(.i, a) . d(v, b) = d(.r, i;) .
dO/, c) = d(j', r) .;j)f/. ?/=r] Les P-3-4 ont été communiquées à l'éditeur par
M. Padoa. •5 Hp -4 .3 p r^./•3[d(.r, a) = d(c, a) . d(a?, &) = d(c, 6)] = «
circonférence ayant pour axe ab et qui passe par c • Sur ce sujet M. Vacca
ajoute les indications historiques suivantes: Leibniz dans sa Characferistica
Geoineirica a.1679 MathS. t.5 p.141-211, donne un système tr«»s voisin de
celui qu'on cite ici. Il donne particulièrement cinq Df correspondantes aux
P"l-'5. Il part d'une « relatio loci vel situs quem duo puncta ad se invicem
habent, in quo intelligitur eonim distantia». (§11 |p.145).

The text on this page is estimated to be only 26.36% accurate

isa proposiion • ao ^^ xy esi proposiio signincaiis, aaiis auoDus punccis a et 6 posse reperiri alia duo x et y, quæ eundem inter se situm habean quem illa duo » (§43 p. 157) correspond à notre égalité $d(a,6) = d(a\hat{,}y)$. Sa proposition « Si sit $ab \wedge de$, Qt $bc \wedge c/*$, et $oc \wedge df$, erit $abc \wedge def$ » (§44 p.157) nous permet de donner à son §72 le même sens, que la Df -3. Cela posé, les Df de L e i b n i z sont : •1 « Si sit $ab \wedge ay \wedge$ locus omnium y seu 7 dicatur sphærica. » (§91 p.166). •2 « Si sit $ay \wedge by \wedge$ locus omnium y seu 7 dicatur planum. » (§93 p.166). •3 « Sit... ab xy " $\wedge$ ab ycx atque ideo xy =: xX, erit Ty (=7aî) linea recta, id est, si punctum y ita moveatur ut situm semper ad puncta a,b servet qui ipsi uni competere possit,... describi ab eo lineam rectam. » (§72 p. 162). •4 « [Haec] planî definitio mihi est, ut sit locus omnium punctorum sui ad tria puncta in eandem rectam non cadentia si tus unicum. » (§4 p. 189). Et avec ses symboles: « Sit 7 planum: erit yabc unie. » (§5 p.189). •5 « Si sit $abc \wedge aby$ tune locus omnium y seu 7 dicetur circularis... » (§96 p.166). « Haec definitio non praesupponit dari recta et planum, quod facit E u c l i d i s definitio. » (§84 p.165). On a substitué ^ dans le texte de L e i b n i z, au symbole incommode ». vct q X ^ 25. (vct|cx) §cxPll (pnt » » •i U8 Cls'p .3 ^^ == p^a3[d(a,w)=0] Dfp ^ 26-i wev . xsq .' ^ . xu = 7\ ;. [(i^ to)«0 ^ A[(i^ .r/^) ^ «J j Df •2 x£ q-r . w£v .3- ^'^* ^v •3 (q I r) P6-5-6, P7, P12-9 Pp I^ P-1 définit le produit d'un nombre irrationnel par un vecteur. La Pp*2, qui affirme rexistencce de ce produit, cesse de valoir si l'on remplace lo^ «vct» par IcH «r», bien que toutes le.s Pp précédentes soient satisfaites. Nous donnons ici les définitions sy;nboliq:ies de plusieurs mots géométriques, sans nous prononcer sur rutilité d'introduire des symboles pour indiquer ces idées dans un développement do la Géométrie symbolique.



The text on this page is estimated to be only 21.84% accurate

266 $vct \wedge 31. u, VyW \text{ } vct - \ll 0 . as \text{ } pnt . 6, C\text{€} pnWa . fcs \text{ } Cls'pnt$
 $O \bullet 1 \text{ } qu = (\text{vecteur parall\`ele \`a } u) =: (\text{point \`a l'infini de } u), Qi\grave{u} = (\text{vecteur}$
 $\text{parall\`ele et de m\^eme sens que } u). a - \setminus Q(b \text{---} a) = (\text{rayon d'origine } a \text{ et}$
 $\text{passant par } />). a - \setminus 0[b \text{---} a) ^ (\text{segment de droite limit\`ee par } a \text{ et } b, \text{ ces}$
 $\text{points exclus). } a - \{ -G \{b \text{---} a) =: (\text{le m\^eme segment avec les extr\`emit\`es). \bullet 2$
 $qu - \setminus qv \text{ } z=z (\text{vecteur coplanaire avec } w \text{ et } v) =: (\text{droite \`a l'infini qui contient}$
 $qi^* \text{ et } qv). \ll 4 - Q'' + Qy = (\text{angle de sommet } a \text{ et de c\^ot\`es } a - ^ - Qu \text{ et } a - \{ - Qv).$
 $(\text{son suppl\`ementaire}) = a + Qa \text{---} Qv (\text{son opj})os\acute{e} = rt \text{---} Qu \text{---} Qy \bullet 3 a - \setminus$
 $qu - \{ -(iv - \{ - Q, w = (\text{angle di\`edre ; l'ar\^ete est } a - j - qw, \text{ les faces sont :}$
 $a + qw + Q^', a + qu + Qw;). rt + Qw + Qy + Qw; ^ (\text{angle tri\`edre; } a \text{ est le sommet,}$
 $o + Qm, a + Q^*, \dots \text{ sont les ar\^etes, et } a - \setminus -(iu - \setminus Qv, a - \setminus Q, u - \setminus Qw, \dots \text{ sont les}$
 $\text{faces. } a - \setminus Ou - \setminus dv = (\text{parall\`elogramme}). ^ 4 - ^ ^ ^ + ^ ^ + ^ ^ * ^ =$
 $(\text{parall\`el\`epip\`ede}). k - \setminus qu =: (\text{cylindre qui projette selon la direction } u \text{ la}$
 $\text{figure } k). a - \setminus q \{k \text{---} a) = (\text{c\^one qui projette } k \text{ du point } a). \bullet 4 \text{ l'angle } \{ iijV) \text{ est}$
 $\text{droit} = \{ uXv=0) \gg \gg \text{ aigu } ^ (\gg > 0) \gg \gg \text{ obtus} = (\gg < 0) \bullet 5 \text{ pntrs } X3[\{ x \text{---} a$
 $)Xu = 0] = (\text{plan passant par } a \text{ et normal \`a } u). ^ 32 - J / \text{€} v - \text{€} 0 O. av - (qO Pp \bullet 2$
 $i8 \text{ } w0. j \text{€} v - (q/) . 3 - av - (qi + qj) Pp \bullet 3 \text{ i\text{€} } Y'iO . j \text{€} v - (q/) . ke v - (q/+q j) . j^ . v =$
 $qi + qj + qk Pp \text{ La } Pp'1 \text{ dit qu'il existe des vecteurs non parall\`eles h un vecteur}$
 $\text{donn\`e ; elle n'est pas satisfait\`e si l'on consid\`ere seulement les vecteurs}$
 $\text{appartenant \`a une droite fixe. La } Pp - 2 \text{ dit qu'il existe des vecteurs non}$
 $\text{coplanaires avec deux vecteurs non parall\`eles donn\`es. Elle n'est pas}$
 $\text{satisfait\`e si l'on consid\`ere seulement les vecteurs d'un plan fixe. La } Pp * 3 \text{ dit}$
 $\text{que l'espace que nous consid\`erons a trois dimensions. Elle n'est pas}$
 $\text{satisfait\`e si l'on remplace les «vct» par des «Cx4». Ces trois } Pp, \text{ n\`ecessaires}$
 $\text{dans quelques cas, sont moins int\`eressantes. \bullet 4 } Hp''3 . x, f/, zsq . xi + j/j + zk$
 $= 0 . ' ^ . oc = 0 . y = 0 . z = 0 \bullet 5 Hp * 3 . Xyj/yZ, x \text{ } i/, z'eq . xi + !/j + zk = jfi + j/j + zk$
 $, ' ^ . \blacksquare (\gg) Hp - 3 . oep .] 3 - P = 0' \{ - qi + qj + qk$

The text on this page is estimated to be only 17.00% accurate

XJ30 UVrUIMJC/9 U^{ylfyéi} t^{ui} u^{uxcii}; uaiiD lOS X t du vecteur xi-^{yj}-^{zk} par rapport aux vecteu s'appellent aussi « coordonnées du point o-^x gine 0 et aux mêmes vecteurs ». Les quantités Xyy,z,t sont les coordonnées bf +td, si afi,c^{de} put ; en sont les projectives, de points. coord[^] 33. ie v-eO . j£ v -qt . te v -(q/+q j) •0 coord(w; iJ,A) = 7q^{X3}(u— xi e q; coord(w; iJ,Ar) signifie « la première cooi rapport aux vecteurs i,j,k ». 'i coord(i[^]+t7 ; ij[^]k) = coord(«/; ij,i) •2 coord(wi[^]z*; [^]*j,A) = mcoord(w; ÎJ[^]A:) •3 t^{^^}coord(w; i,jyk)]i + [coord(2[^]; j,Â , •4 ie v-eO . j'e v-q[^] . k'e v-(qi'+q/) coord(t*; /',/,&') = coord(u; ij,k) coor i coord(ti;jyk,i) coord(j; i!j\k') + coor •5 W8V .3- coord(w; f, j, ft)= wx[^] Dans cette Hp les coordonnées sont carte pnt -" [^] 34-1 afiep .3 a-b = a+d{b—a) •2 oep . weCls'p .3 a-u = {a-oc)\x' •3 a,6,c£p 3- crb-'c •= a-'ip-c) •4 aybyCydsp 3- orb-'(r'd=ia'-{b-'ca 6 indique le segment des points compri une Géométrie de position en prenant comm* et « a h » . Voir mes « Principii di Geomet p.51-90. P-3-4 Df du triangle et du tétraèdre comme 1 •5 afifCep ,dea[^]h-[^]c .3- d(rf,ft)+d(< I EUCLIDES I P21 !

The text on this page is estimated to be only 20.60% accurate

268 vct recta p, plan p, ^ 35m aep . us v-eO .3- recta(a,2«) = a+qu
Df Droite (recta) déterminée par un point et un vecteur. M i HpM . 7718 q-
eO r). recta(a, u) = recta(a, tnu) Ex. §rectaT. •2 p, = a:3|a {a,u}3[aep .
^^^v-£0 . oc= recta(a,?/)] Df = « ligne droite » . Les droites sont ici définies
comme des Classes de points. En conséquence, si a fiëp^ .3î xsa . =. « X est
un point de la droite a » ; xs p-a .:=. « X est un point en dehors de a » ; 7 {a
rsb) :=: «le point commun aux droites aetb » . Cette expression aura une
signification si sont satisfaites les conditions de Df> . -3^6 .w. i(ab) ep m.
az=b •3 ue Cls'p .3- rectaw = 'i]?t^ys[i^y) Df ^ « droite contenant la figure u
» . Cette Df sera applicable si sont satisfaites les conditions de la Df j, c'est-
à dire s Ml y a une et une seule droite contenant u. •4 aep . be p-^a .3-
recta(a,&) = recta(^awt&) = recta(a, b—a) = a+q(&— -û^) Df ^ 36m aep .
lœ v-^0 . vs v-qe^ .3- plan(rt,?y.,i;) = a+q^^+q?? Df Plan déterminé par un
point et deux vecteurs. •2 pg := ir3!a(a,?^,^^)3[a^p . tie v-«0 . re v-qw . a?=
plan(a,?^,i") Df a,6£p, Oî -a^ ••• « l^s plans a,ft sont parallèles » . rfp, .
fl^pj .3" -a^w .:=. « la droite r est parallèle au plan a » . r,Mp, .3: -ar« .
aPs^^^lO^s • O^?) ••• « les droites r^ sont parallèles » . •3 i^eCls'p .3-
plan;/ = ?p3<^/?/3(?/3j/) Df •4 aep . &£ p-^a . ce p-recta(a,6) .3- plan(a,&,c)
= plan(mv^&uc) = plan(a,&— a,c— a) Df •5 repj.aep-r .3. plaii(7',a) =
plaii(;vm) Df

The text on this page is estimated to be only 20.30% accurate

$u \wedge 41. w \in v - eO .3 - '^\wedge Uu - u / \text{modu } Df "i \text{ mod } Vu = 1 . U(- w) =$
 $- Uu . asQ r). U a \ll / = Vu$ La fonction Uw , qu'on peut lire « le vecteur unitaire dans la direction de u », ou r « unité de w », a été considérée et désignée par ce signe, par Hamilton. L'opération U correspond à l'opération «sgn» sur les nombres. $u^\wedge vev O - Uw + Ui ? =$ (vecteur dirigé selon la bissectrice de u et v), $rt, 6, cfip O - \ll + q[U(6 - a) - \} - U(c - a)] ==$ (bissectrice de l'angle bac). $\text{empli } cmpj\_ \wedge 42. usY^\wedge O.v.wsv .3. -0 (cmi > \backslash \backslash u)v =$
 $(vxVu)Vu Df =:$ « composante parallèle à u de t ; » . • $Oi (cmpj\_w)r = z; -$
 $(\text{empli } w)t? Df =$ « composante normale h u de v », 'i $(\text{empl } I w) (z? + M?) =$
 $(\text{empl } | w)i? + (\text{empl } | t^\wedge)iw? \bullet H \gg I \gg I \gg I \gg \bullet 2 (cmp | \backslash u)v = 0 . = . wxt? == 0$
 $\{cmp \backslash\_u)v = 0 . = . w$ qu $\text{proj}^\wedge 43 M \text{ rrep} . aep, .3 (\text{proja})ir = ? p^\wedge \hat{i} / ^\wedge [2' \epsilon a .3 ^\wedge -$
 $(y - ^\wedge)X(\hat{i} / - ^\wedge) = 0] Df =$ « projection sur a de x ». • $2 a? \pounds p . aep, .3^*$
 $(\text{proja})a; = ? p^\wedge \hat{i} / 3 [5^\wedge fia . ^z - (y - ^\wedge)X(2 / - 3^\wedge) = 0] Df^\wedge$ « projection sur a de x » . '3 $xep . aep, r). d(x, a) = d[Xf(\text{pro}^\wedge a)x] Dfp \bullet 4 \gg . aep, r). \gg \gg Dfp$ Si $\hat{u}wp, , 6 \ll P5$, la projection de a sur 6 résulte exprimée, sans conventions nouvelles, par $(\text{proj}6)'a$.

The text on this page is estimated to be only 9.03% accurate

270 vct cos sin ang ^ 51. UyVevHO .' ^ . -0 cos(u,v)={\Ju)x {Uv)
 Df i mod cos(ii,v) = mod (crap 1 1 w)Uî? Dfp •2 COS(UyV) = COS{VjU)
 -21 cos(—u,v) = —QOS{U,V) •3 cos(— w,— î/^) ^ =z cos(UjV) -31 — 1 ^
 cos(w,r?) ^ 1 •4 COS(w,t^) 3=1 '41 COS(i^,— W) =—1 •5 r^x^' = modu
 modz? cos(w,^) •6 mod{u+v) = modi^ cos(if, w+î?) + modz? cos(^?, w+î?)
 [modu c(m, w+i?) H- modu c(i;, w4-^) = [uX(w+î^) +
 î^X(w+t;)]/mod(w+u}] ^ 52. w,t?fv-fcO .3- '^ siii(w,?;) = mod
 (cmpJ_i^)U?? Df •2 sin(w,t") = sm(i\ u) = sin(— w,??) '3 sin(UyU)=0 -4 (^
 sin(i^,t.^) ^1 •5 [siii(z^,r)]*4-[cos(w,?;)]' =1 •6 modu sin(?/, i^+t?) = modz?
 sin(?;, w+î?) [[cmpJ_(M4-i;)]w + [cmpj_(w+t')]i; =:0 O---] ^ 53. ^v%w?
 fv-eO .3* '^ ang(w,t") = cos~*[cos(w,z?)I Df •i ang(?^,t') £ 071: •2
 aiig(w,t^) = a>ng(VyU) = ang(— z^, —y) = ang(Uw, \Jv) jEUCLIDES I
 Pl5j •3 » =:7t—ang(u,—v) \ » 13j •4 u+v =0 .]3- ang(^«,^^) = ang(è^,
 w+t?) + ang(w+t7, z?) jEUCLIDES I P32Î [P51'6 52-6 .3 (u+vy =
 [moduc{u,u+v) + modve{v,u+v)Y + [modu s(u, M+v) — modi; s(t?, w+u)]'
 (1) (1) O" c(w,i;) = c[c-ic(w,w+u) + c-ic(t?,w+î;)] . Oper c-^ .3- P] •5 ang(?
 ^,to)^ang(2*,?;) + ang(tVM?) j » xi P20{ •6 ang(?^,r) + ang(t^,u') +
 ang{iVyU) ^27i \ » 21 j [P-5 O- Ang[v,w]^a.ng(—u,v) + SLng(—u,w) .3
 R\\g(u,v) + ang(M,?(;) + Sing{v,w) ^ [ang(w,i;) + ang(— w,t;)] + [a.ng(u,w)
 + ang[--Uyiv)] = 7t+7r]

The text on this page is estimated to be only 20.14% accurate

$\text{Ang}\{u,v\}$ est l'angle des vecteurs u et v , c'est l'angle de sommet le point o , considéré comme pression $o-\backslash\text{-}Qu - Qt$; En Géométrie on considère aussi les angles comme grandeurs homogènes. Ce que nous indiquons par l'angle des vecteurs u et y , considéré comme un $^{\circ}$ miné, qu'on appelle « radiant », et qui est l'angle égal au rayon. On a (angle droit) = $\pi/2$ (radiant) degré sexagésimal : $P = (\text{angle droit})/90$, grade (centésimal) $I_g = : (\text{angle droit})/100$ on déduit: radiant = $570,2957795131$ ((= $3437\backslash 74677078 = 206264",806247 \wedge 54$. Pythagore . $^{\circ} = ?$. re p-recta(p,g) . $c = d(p,g)$. $a' = \text{ang}(p - g, \hat{i}) - r$. $h = c' = z \text{ang}(r - \wedge, / - g)$. $s = (a+b+c)/i$; $a = b$. $a' = 6' \cdot 2$; $a < 6' \cdot 3$; $a' + 6' + c' = 71$ [=P53-4] ; $a = b \cos c' + c \cos a'$; 5 « " = $\hat{o}' + c' - 2bc \cos a' \cdot 6 \sin a'/a = \sin 6'/\& = \sin c'/c$ \ Nasîr Eddin Attûsi a. 1260 1.] [$p - r = (p - q) + \{q - r\}$.3. [$\text{cmp\_L}(p - ?)$ Opermod .3. P] ; $7 \text{ bcsina}' = 2v$ | $[s(s - a)(s - \&)(s - c)] (6c8ina')/2$ est l'aire du triangle pqr. '8 $\sin(a/2) = v/[(s - \&)(s - c)/(\&c)]$. $c \text{ tng}(a/2) = Jj(s - \&)(s - c)/[s(s - a)]$; $9 \text{ tiig}[(a' - \&)/2] / \text{tiig}[(a' + \&)/2] = U \wedge 55$. u£ v-eO . v£ v-qi^ . loe $y^{\wedge} \text{iqu} - \backslash$; $0 \text{ ang}(w;t\%io) = \text{ang}[(\text{cmp\_L}^{\wedge})^2; , (cm)] =$ « angle dièdre déterminé par les plans i

The text on this page is estimated to be only 4.50% accurate

$(i; t^?, ti) \cdot c' = \text{ang}(u^?; w, ?;) \cdot s = (a + 6 + c)/2 \cdot s' = (a' + 6' + c')/2 \cdot 3 \cdot 01$
 $a < \& + C \cdot a + b + c < 2 : ^ [= P53-5-6] \cdot 02 a = \& \cdot = a = 6' - 03 a < \& \cdot = a' < 6' \cdot Oi$
 $a' > b' + c' \text{---} Tt \cdot 71 < a' + ft' + c' < Stt \cdot 1 \text{ cosa} = \cos \hat{o} \cos c + \sin 6 \sin e \text{ cosa}' [$
 $\cos 8(\hat{i}; i(;) = Ut'XUw = [(cmp||w)Uy - KcmpJ\_u)Uy] X [(cmp||i^*)UM; 4-$
 $(cnpJLw)Uio] = [(cmp||M)Uy]X[(; c^*mp||M)UM;] +$
 $[(cmpXw)U\hat{i};]X[(einp\_Ltt)UM?] O- P 1 1 Al BATT\grave{a}Ni H.92y; \text{voir BD. a.}$
 $1892 \text{ p.} 147 \} I \text{ REGiOMONTrANUS } jxAh'\hat{o}^{\wedge} pJ27 : ^ \text{ In oitini tr\^{\hat{a}}uj^{\wedge}iilo}$
 $\text{splioemli ex arcubiiii eirt^{\wedge}uloruiii um^{\wedge}norutn L-onstatite, proportio H\ddot{I}Tiui^*$
 $v^{\wedge}rwi \text{ Ang}^*!!!! \text{ ciiiuslibet } [1 \text{ --- } ^{\wedge}coba] \text{ ad diffjtrenti\^uni diwirim wiimuni}$
 $\text{vorsoniiii, quorum un us } (^{\wedge}st \ddot{a}tRris \text{ eaii angulum BU}bteideiitis [1 \text{ ---}$
 $\cos \ddot{c}i]^{\wedge} ftlias \text{ vero diff\ddot{I}Tontife duoruiii Brcuum \^psi au } ^i 1^*3 \text{ circumiaeen}^*$
 $t\ddot{u}m [1 \text{ --- } (cofi\& \text{ coac} + m^{\wedge}b \text{ ni } m^*)] \text{ est tanquam proportio quadra}\acute{E}i$
 $s[nui\hat{t} \text{ roeti totiu}8 [1] \text{ ad id, qund buh siuibo}^*) \text{ arcuiin dicto augulo}$
 $\text{circumpositorum oontiiietur rcetauguluu } [fiini\hat{t}siun]. \cdot | \text{ La}$
 $\text{tl\^e}itton^{\wedge} \ddot{E}ratLon \text{ qui acompagni\ddot{i} ctistt} \gg P \text{ est la traduction de celle doaii}\acute{e}e$
 $\text{par Cauch y (s.l t. 9 p.\hat{a}Gi)^{\wedge} \text{ par la m\^othodfi des projections. En rempla\^cant}$
 $\text{les projections par Itii}^{\wedge} \text{ produits X, les deux pages de Cauchy sont r}\acute{e}duites$
 $\text{k deux ligurs. ' J J DraPnS}^{\wedge} \hat{I}S [PI O. \text{ eosrt } ^{\wedge} \text{ eos}(d+c) \cdot \text{Opcr co}^{\wedge}-i \text{ OP }] '3$
 $\sin rt' / \sin a^{\wedge} \text{ siii} // / \text{ siu}6^{\wedge} \text{ sinc}' / \sin^{\wedge} j \text{ Ab\^u'lw\^e}fa a^{*940^{\wedge}998}; \text{voir Journal}$
 $\text{Asiatique a.} 1892 \text{ M,} 8 \text{ t,} 19 \text{ p.} 423 \text{ j j Regiomontanus a, } 1533 \text{ p.} 95 ; \ll \text{ In otuui}$
 $\text{triangulo ... sinus laterum ad sinus angulorum eis oppositoruin eaudeni}$
 $\text{habent proportionem} \gg \cdot | \cdot 3 \text{ cosa}' ^{\wedge} \text{ --- eos}^? / \cos c' + \sin \& ' \text{ siii} < ? ' \text{ cosa}' 4 \text{ eos}6$
 $\cos c' = \sin b / tnga \text{ --- sinc}' / tnga' \cdot s \text{ ninb sine sina}' := 2J[\sin s \sin \{5 \text{ --- a} \} \text{ siii } \{jj$
 $\text{--- } \& \} \text{ siu}(s \text{ --- } c?)l 'fi \text{ siii}(a72) = ^{\wedge} \hat{I} \text{ sill}(s \text{ --- } b) \text{ sm}(s \text{ --- } r) ' (\sin ft \text{ smc}) \backslash j \text{ Neper}$
 $\cos(a72) = \ddot{i} \text{ vlts}\acute{u}s \sin(\hat{a}^{\wedge} \text{ --- } a) / \{ \sin i \text{ mue;} \} (a.lti4 \text{ p.} 4\hat{a} \text{ j } 8 \sin(a/2) = ^{\wedge} \hat{a}; \text{---}$
 $\cos.s' \cos(s \text{ --- } a') / (B\ddot{I}nb' \text{ sine}') j \cos(a/2) := a \hat{I} \text{ co}\hat{a} \{ .'\ll \text{ --- } ? / \} \cos(j\hat{t}' \text{ --- } c') /$
 $(\sin ft' \text{ sine} /) \}$

The text on this page is estimated to be only 13.42% accurate

f £31I1I[^(>C' \J)fU\ i31.LM.yy/idf — OAiX^^tV \J J j id ^
 \y\JiL3\y j ié J cos[(a'— b')/^] sin(c/2) = sin[(a4-6)/2] sin(c72) sin[(a'+bV2]
 cos(c/2) =cos[(a— b)/2] cos(c72) cos[(a'4-b')/2] cos(c/2) = cos[(a4-b)/2]
 sin(c72) j Delambre Connaiss. des temps, a.1807 j •8 tng[(a'+b')/2] =
 /tng(c72) cos[(a-6)/2]/cos[(a+6)/2] tng[(a'— 6')/2] = » sin » sin » t Neper a.
 1614 p.48 \ tng[(a4-b)/2] = tng{c/2) cos((a— 6V2]/co8f(a'+6')/2] tng[(a—
 6)/2] = » sin » sin » •9 sine sina + cosc cosri cosb' = sine' sina' — cosc' cosa
 cosb JCagnoli Antonio, Trigonormtria, T ediz., Bologna a.1804 p.332 j %
 56M a,b,C£p . d(a,6) = d(a,c) = d(b,c) =1 .3 cos(b— a, c— a) = sin[a— b, a
 — (b4-^)/2j = /2 . sin » = cos » » = ^ /2 •2 aybjCydep . d(a,6) = d(a,c) =
 d(a,rf) = d(ô,c) = d(6,d) = d(c,d) =1 .3 cos[(a+&)/2 -c, (a4-&)/2— dj =/3 sin
 » » » » = 2^ /3 cos[(a+&)/2 -c, (a+b)/2 - (c+rf)/2] = v|(2/3) sin » » » » =
 >j/3 Angles du triangle et du tétraèdre réguliers. ^ 57. a,&£p, .3 '0 ang(a,b)
 = min X3[p,qea . p-=g' . r,5£b . r-=s ir=ang(p— y,r— s)] •1 ang(a,b) £ 0jr/2
 Df ^ 58. a£p, . 6£p, .3 PoT-o-l •2 ang(a,&) = ang[a, (projb)'a] Dfp ^ 59.
 a,&ep, 3 •0 ang(a,ft) = max X3[rep^ . r^a . x= ang(r,6)] Df •1 = P57-1 P57-
 59. Angle de deux droites, d'une droite et d'un plan, et de deux plan s. F
 1902 d. 121 18 r

The text on this page is estimated to be only 7.37% accurate

Transi $\wedge$ 63. u.vev .3 •0 Transi? $\wedge$ = [(p+w)|p, p] = « translation représentée par le vecteur u » . •1 (Transir) (Transit) = Transl($\wedge\wedge\wedge$) •2 msN $\wedge$.3. (Transli $\wedge$) $\ast$ = Transi mw •3 (Tran $\wedge$ ib $\wedge$ r $\ast$ = Tninsl(— ti) i)f Syra '0 Synia =)/[z+($\wedge$ — :f)]|t, pj $\wedge$ € symétrie, par rapport ka m. '1 {Syiiiia) $\ast$ $\wedge$ {idem, p) '2 (Symap := Syma $\ast$ a (Sym? $\wedge$) {8ym $\wedge$ /) = Transi 2 {b—a) $\ast$ A Transit $\wedge$ [Sym(a+i/2)] (8yma} n {Tmusl«)(Syin $\wedge$) = Sjm(a+u/2) '6 (Syma) (Transi ?0 = Sym{a~u/2} $\wedge$ 65. aep, Q. "0 Symfi $\wedge$ j[2(proja)jj— Jî][ir, pj 'i (Sym«) $\ast$ = (idem, p) $\ast$ â (Syraa) $\ast$ $\wedge$ Syma Df Df $\wedge$ 66. o $\wedge$ p, .3 P65 $\ast$ o-'a La syDuHne par rapport à un plan s'appelle aussi < réflexion i, ou • inversion plane » \ celle par rapport à une droite (axe) eat le « renversement • . prt $\wedge$ 3[i;projtr)// =; (proja).r] .=- $\ast$ plan passant par x $\wedge$ et normal à a $\ast$ p p ♦=:, ■ ttroitc p » (SymVjjô $\wedge$ b .==:. « a et 6 se rencontrent normalement j (Sym7>;N2 = $\wedge$ $\ast$ =. < p et </ » $\ast$ (projp/r/fp, .;=.«> - P ifiym. $\wedge$ p)a-=a . $\wedge$ =. « $\wedge$ etp » »

Motor « 67. •0 Motor = $m^3 j a(a,6)^{[a,\&^p, . m=i (Syma)(Symb)] j}$
 Df Motor = € mouvement » , ou « correspondance d'égalité directe ».
 a,&€p| O- (Syma)(Symô) = « mouvement hélicoïdal, ayant pour axe le
 double de la plus petite distance des deux droites, et pour angle le double de
 leur angle » . L'identité a,ô,cfp, 0.[(Syma)(Sym6)][(Sym6)(Symc)][Symc
 (Syma)] = (idem, p) permet de composer deux mouvements successifs. •1
 UE\ 7^ . Translw £ Motor •2 afip, .]3- Syma £ Motor •3 m,ne Motor 7^ . mn£
 Motor •4 m£ Motor .^ . m~* £ Motor •5 rrn pFp : x.ye^ Q^^y. d(mx,my) =
 d(x,y)] Q: me Motor :w: a£p3 ryi . (Syma)m £ Motor Toute transformation
 des points, qui en conserve les distances réciproques, est ou un Motor, ou le
 produit d'un Motor et d'une Symétrie par rapport à un plan. •6 m,n,p£ Motor
 .3 a(a,6,c)3[a,b,c£p, . (Syma)/n = (Sym&)n = (Symc)??] j Halphen a.1882
 AnnN. s.2 t.1 p.299: « Trois positions quelconques d'une même figure dans
 l'espace sont les symétriques d'une seule et même figure prise
 respectivement par rapport à trois droites » . { C'est la généralisation d'une
 P de K. Stephanos a.1881 relative aux figures planes. On doit aussi à
 Halphen la P-Q qu'on prend ici pour Df. •7 me Motor O- ^ Pa ^ X3(m'x
 •=x) \ Mozzi a. 1763 p.5 : cH movimento si riduce a due altri, uno dei
 quali... di rotamento... e l'altro sarà rettilineo... e parallelo all'asse di
 rotazione». Chasles a.1830 Bulletin de Férussac t.14 p.324: € Quand on a
 dans l'espace un corps solide libre, si on lui fait éprouver un déplacement
 fini quelconque, il existera toujours dans ce corps, une <

The text on this page is estimated to be only 21.89% accurate

lieu qu'auparavant » . { Euler PetrNC. t.20 a.1775 p. 209 ignorant (ainsi que Chasles) le travail de Mozzi, avait seulement reconnu que dans tout mouvement csemper talis axis assignari possit, cuius directio... maneat invariata». Les P-6-7 et les notices relatives sont dues à M. Vacca. Homot ^ 68. afi,Cjpep . hykeq . uev . ^ . •0 Homot(c,A) = {[c+ft(p-c)]|p,pj Df = « Homothétie de centre c et de rapport k » . i Homot(<?,l)p =p . Romot(Cy -- l)p = {Symc)p •3 Homot(c,ft)6— Homot(c,ft)a = ft(6— a) •3 ft-c=l .3 Eomot(Cjk)Traiisl = ILomot[c+uk/{l—k)yk] [Homot(6,ft)] [Biomot{a,h)] = ILomot[a+{b—a)(l'-k)/(l'^hk), hk] •5 k'^dO Q. [Homot(6,/ft)] [Homot(a,ft)] = Traiisl(6— a)(l— /ft) •6 meNi .3 [Homot(c,ft)l'* = Homot{c,ft''') \

The text on this page is estimated to be only 25.94% accurate

§81 a (produit alter: $\wedge^1$ u, VyWey . ie vhO .je v -qi . te v-((
 $\{uavaio)/\{iajak) = Dtrmj[\text{coord}(w; zj,ft), \text{coord}(w; j,ft,z), < [\gg \hat{i}; \gg V \gg [\gg$
 $t\mathfrak{f} ? \gg t^{\wedge} \gg UyVyWeyv O\text{'M} wat?aM? =0 .=: r^{\wedge} v\text{-eO} . se v\text{-qr} . te ^{\wedge} \{uavaw)l$
 $[ras\hat{a}t) =0 \bullet 2 wawai? =0 \bullet 3 uavaw =0 . =.$ L'expression uavaw est le <
produit alterné » i vecteurs u,v,w. Elle est dite aussi « tri vecteur j tia;at^ est
représenté géométriquement par]. sur w,v,ic;, considéré en grandeur et en
sens. On i' métrique pour édifier une théorie des vecteurs. Grassmann,
Ausdehnungslehre a. 1844 Tin < On peut supprimer les parenthèses, qui
n*ont | §1, et indiquer le « trivcteur » par Mm«, notatioi Bien qu'elle ne
produise pas d'ambiguïté ave i dans §(vct, X) toutefois, pour plus grande ck
nouveau signe de multiplication sous la forme a La même opération a été
rencontrée, dans Hamilton a. 1845 (voir §quaternio) ; De Saint Venant
(ParisCR. a.1845 d.25¹ géométrie »; Cauch y a.1853 s.1 t.11 p.444, qui
l'appelle vecteurs i,j\ k sont des «clefs ». Voir la bibliographie dans RdM.
a.1895 p.li •0 Le rapport de deux trivecteurs uavaw : des coordonnées de
u,v^iv par rapport à ij,k. •1 Df du tri vecteur nul.

The text on this page is estimated to be only 18.31% accurate

278 $a^2 - 0 Y^{\wedge} = [(uavaio) \setminus (u;v;w) Y \{viYiy) = yaya \setminus Df = \ll$
trivecteur $\gg a, tev' . meq r^{\wedge} \setminus \bullet 1 x \pounds v^{\wedge} - eO . 3^{\wedge/\wedge} \text{fiq} \bullet 2 a=6 . =: xe v' - eO .^{\wedge\wedge} .$
 $a/a? =: b/x Df \bullet 3 a+6 =: ?v^* \wedge C3[a?fi v' - eO .^{\wedge\wedge} . c'x = a/a^{\wedge} + ft/o:] Df \bullet 4 ma$
 $= \gg [\gg c/jc = >n(a/a7)] Df \bullet 5 a+b, ma e v' '6 a=0 .^{\wedge} . v' = qa$ Les v^* forment
un système linéaire à une dimension. $\bullet 7 \text{---} a=(\text{---} 1)a . a\text{---} 6 = a+(\text{---} 6) Df$
 $\bullet 8 (V|q)\S q] .^{\wedge} 3 . ti,u,v,ioe \setminus . mfiq .^{\wedge} . \bullet 1 y^{\wedge}vaw = \text{---}vauaw = \text{---} uawav \bullet 3$
 $\{mii)avaw = m(i^{\wedge}rai^{\wedge})^{\wedge} 4 . u,v,wev . 3- \text{"}^{\wedge} (i^{\wedge}ai^{\wedge}?)ai(; = 2^{\wedge}at;aM? Df$ Nous
décomposons le trivecteur $uai^{\wedge}ao?$ dans le produit a du nouveau objet $tiav$
par $tt^{\wedge}$. L'expression $tiav$ est le « produit alterné » ou « produit extérieur »
des vecteurs $u^{\wedge}v$. On peut le représenter par le parallélogramme construit
sur u et V , Elle est dite aussi c bivecteur $\gg$, et dans la Mécanique c couple $\gg$
(Poinsot a. 1803). On rencontre un calcul sur les aires, dont on considère
l'orientation, dans Chelini, Saggio di Geometria analitica trattata con niùovo
metodo, Roma a. 1838. $\bullet Oi v' = [(uav) \setminus (u;v)] '(viv) = vav Df = \ll$ bivecteur $\gg$
 $a, \&\pounds v' . msq r^{\wedge} \setminus '02 aaii e v' \bullet i 0=0 . =: xev .^{\wedge}c^{\wedge\wedge}\ll^{\wedge\wedge\wedge} = 0 Df \bullet il t^{\wedge}au=0 'i 2$
 $uav = 0 . =. '3L \{Xfy)3[x,y\pounds q . -(ir=:2/=0) . xu+yv = 0] Dfp \bullet 2 a=b . =: xev$
 $.^{\wedge}x, aax = bax Df \bullet 3 a+ft = ? v' \wedge C3[a;:\pounds v .^{\wedge\wedge} . cax = aaa;+\&aa;] Df \bullet 4 ma$
 $= \gg z=m(aaj^{\wedge})] Df \bullet 5 a+by ma \pounds v^*$

The text on this page is estimated to be only 22.21% accurate

« 279 •6 {a+b)au = aaubati . {u+v)aio = uaw+7^{aw} •61 m(aau)
 = (ma)aî4. =: ^ aa(mu) '7 uav = —vau Les V* forment un système linéaire à
 3 dimensions. •9 ttaa = aa Df ^ 5. r»£p . î/£ P-M7 . ze p-recta(a?,î/) . te p-
 plan(ir,î/,^) . afiyCjdep .3- '^ (aaba€ad)/(xayazaf) = (b—a)a(€—a)a(d—a) /
 (i/— ir)a(4r— a:)a(^— a;) Df •01 aabacad=:0 . =. (&— a)a(c— a)a(d— a)
 =0 Df = « les points afi,Cjd sont coplanaires » . •02 p*=papapap Df = «
 produit alterné de quatre points » = « tétraèdre » = « quadri point » . •03
 UyVsp^ . t?-c=0 r). u/v eq •04 (p* I v') P2^2^3^4^5^6 •1 (aabacjad =
 aabacad Df •11 p'=papap Df=: € produit de trois points » =: « triangle » = «
 tripoint » . •12 Wfip' . a?£p .3 Wa^ep* •13 i^p' .^z. w=0 .=: iTfip' .^^. waa?
 =0 Df = « les sommets de u sont- en ligne droite » . •14 w,»ep' .3«« u='V
 .=: irep .^j,. t«air=:t^aa? Df ^ « les triangles t^ et t; sont situés dans le même
 plan, ont la même aire et le même sens » . •1 5 aaipacad) = aabacad Df •16
 a;£p . W£p' .^ . xau e p* . xau = —uax •2 (aab)ac = aabac Df •21 p"z=pap
 Df = « produit de deux points » = « ligne » = « bipoint » . •22 M£p' . irep
 .3- waa?ep' •23 W£p* .3*' ^^î •==• ^^P OX- ^^"^^=0 Df = « la longueur de u
 est nulle » . •24 W,t?ep' .3-'- W=^ •==• ^Q> O^ - ^^ = ^^ ^ = « les lignes
 w et t; sont situées sur la même droite, ont la même longueur et le même
 sens » .

The text on this page is estimated to be only 8.51% accurate

280 a •25 aa(bac) = aabac Df •26 a£p . W£p' r). aaU £p' . OaU =
Uaa •27 (aah)a{caâ) = aàbacad Df •28 w,Z7£p' . ^ . waz? £p* . uav = l'au •3
p* = p Df •4 r,s£N, . r+s<;4 . a?ep'* . yep* r), xay e p**^' . xay = (—
l)""î/aa; ^ 6-0 r^sfiNi • ^+s^4 . n£N, . as p'f r^n . me qf ^••n . ftgp' .]3 [2;
(>^,aj2^,l"*n)]a6 = l[m. {a.ah)\z, V"n] Df M rfil—4 . ^ . 9?" =
a;3|a(n,m,a)3[w£N^ . meqfl— n . ae p'^fl— n . x=: l(m^aJ[Zjl'"n)]\ Df 9?»*
= « forme géométrique de degré r » . •2 ç.* = p* •3 re 1—3 . weç?" . a?£
p***** .3 «^arr e p* rfi 1^^3 . li^ceq" . 7?i£q . ^z . •4 w=0 .=: rre p^**** . ^^.
iiax =^0 Df •5 n=r .=: xe p***** . ^jc- ^^ = ^'«^ Df •6 w+r = 79?"^ Z3[ir£
p***** .]3j;. ^«-^ = uax-^-vax] Df •7 m?^ =z itp" rs z3[xe ^^^^ .3a;« ^aa? =
m(waa?)] Df •8 r,s£N^ . r4-s^4 . neNj . aeç?*' . tep'fl—n . meqfl^^n
.]3aa[2(m.6.| j,l— n)] = 2[m,(aa6,)|-3^,l'^^n] Df aabac = (aab)ac Df ^ 7^i re
1-3 . HjiyU'eq?" r). n+fc ecp" . u+u = ti'+u . u+(^+i(") = (/^+?/) + ^<" . u+0
—u •3 Hp-2 . seN^ . r+.s ^4 . r.v'etp* J^ . liar ecp" . {u-\'U*)an = uaD+u'ar .
iia(v+v') = uac+uar' . 77i(uai') = (»i?/)a?* = ua(mr) . ^^a?; = {—lY'rau .
waO =0 •4 Hp'3 . teN^ . r+s+^<;4 . tostp^ . ^ . (wm')ai(; = iia{raw)

The text on this page is estimated to be only 14.48% accurate

$(p' = q_0 + q_i + q_j + q_k \quad q' = q(oai)4 - q(oq/)4 - q(oaft)4 - q(iq/) - t \quad 9?' =$
 $q(oa/q/) + q(oq/aA:) + q(oa*:ai) + c \quad 9?'* = (\backslash(oaiajak) \text{ Les } 9;^{\wedge} \text{ forment donc un}$
 système linéaire à 4 coordonnées; elle est représentée par un n Les 9?' sont
 représentées par des Cx6, les 9?' sente un système de forces appliquées à un
 c(de tp^ sont les « caractéristiques » du système ^ 9. Hp P8 . x,y,z,t,UfVeq
 .3 •0 co(u+xi+yj+zf) = u •1 œ[x(oai)+y(oaj)+z{oak)+t(iaj)+u(j ooi+yj+:sk •2
 (o[x(oaij)-\y(oajak)+z(oakai)+t(iaj x(iaj)+y(jak)+z(kai) Si flfiç?*, œa
 s'appelle « mas » ç?^, œa » « veci » 93*, «>a » « bive Ces Df n'ont pas la
 forme homogène; toute fektivement indépendant des éléments fondam On
 peut lire œ par « plan à Tinfini », car c duit régressif, de a par le plan à
 Tinfini. •-4 agç?* r). cDaeq •41 afp .3- o^cL=1 . ft)(cra)=a? •5 aaç?* .3
 a>afv •51 a,6fp .3. œ(aab) = b—a •52 afp . &fv r). o)(aab) =b •53 a,6fç?*
 .3- co(aa6) = (r/a)6— (a>t)« •6 «£99" •3- coaew^ •7 a,b,Cfp .3 co(aa&a<?)
 = aa6+^a(?^ •71 ap,CE(p^ .J3- a>(aabaC) = (o)a^r2f^+ •72 afiç?* . teç?' O-
 ft>(^ab) = (a)a&+(^ •8 rf 1-3 . a,6f9>" .3 û>(«+>) = <«^+ •81 > » . meq
 .3 ^^('^^) = •9 a,hyC,d fV .3' (^^bacad =0

The text on this page is estimated to be only 5.06% accurate

fit lO-i ae(p[^] . (oa =0 .3 ^v •11 aeç)[^] . o[^]a-cizO .[^] a/(a>a)£p •13
ç)*=qpww •2 aeç?" . coa =[^]0 r). asv[^] •21 a€ç>' . a>a=⁻0 . aaa=0 .3. afp*
. •22 ascp[^] .3: aaa =0 .=. ae p* y v' •23 9?'=:p=+v" Un système de forces
appliquées à un corps rigide est représenté par une 77[^]. Duu.s k[^] cas '2 on a
« lu couple de forces*, dans lo cas *21 le système est réductible k une force
unique. Un déplacemout in H ni nient jïetit d'un corps rigides peut [^]tre
représenté par xma ip[^]. Dans le ca.s 2 ou a la * translation » [^] dans le cas
-21 la * rotation 9 . Un déplacement fini d'un corps peut être aussi exprimé
par une «jp*. Voir PH. I (indice) [^] 11*0 m[^]nsN[^] . 06 Cs//ĩ[^] F 1"vî . 6e Cxn
F l-[^]n , ki (qf l-'n)[^] a/& = 7 {Cxm F Cx?i)liii -[^] f3[r£ 1-n Q[^] . /"è[^] = a,] Df
Df du rapport d[^] deux suiti[^] do » nombres complexes. Les complexes du
dénominateur sont supposés • linéairement indépendants ». i (V, V*, <p\ fp\
7?')[(Cx3, Cx3, Cx4, Cx6, Cx4) §Subst ij[^]ksy . mode = moûj [^] raodA [^]1 ,
ixj [^]=[^]jxk= kxi=[^] O" I = {ij,k)/{jaky ktii, iaj) Df L'opération I est dite «
indice i-. Eli[^]*[^] fait correspondre k chaque v' mi V, normal au v', et ayant la
même grandeur. Notre I(ia«) coïncide arec

The text on this page is estimated to be only 29.22% accurate

V(Mt7) de Hamilton. L'opération I dépend des vecteurs t, i, A : Si on les change, I vient multiplié par +1. En général on prend $i^{\wedge} j k$ dirigés « en avant, à droite, en haut ». Donc cette Df n'est pas homogène. Elle contient une idée primitive nouvelle, celle du sens du tri vecteur, ou du tétraèdre. En effet par les propriétés précédentes on ne peut pas distinguer les tétraèdres « destrorsum » et « sinistrorsum ». \ la £ V • 2 I(a+6) = la + 16 I Distrib(I,+) } j POINSOT a.1803 p.48 (n.61) : « Si deux couples L et M sont représentés, pour leurs axes et pour leurs grandeurs, par les deux côtés AL et AM d'un parallélogramme ALGM, ces deux couples se composent en un seul G représenté, pour son axe et pour sa grandeur, par la diagonale AG de ce parallélogramme » . { • 3 mla = mÇLa) Df U l{ma) = mla • 5 moda = mod(Ia) . a' = (moda)* Df • 6 u^vev^O . 3- mod(i^t?) = modwxmodi? xsin(i^,??) ^ 13-0 uev . 3 lu = 1V^rsX3[IX=U] Df • 1.-4 [(v»)|(v,v*)]P23-1--^ • 5 usv . aev^ . 3 ang(M,a) = jr/2 — ang(i*, la) Df ^ 14. aeç?" 3- ^[i(o{aax)\x, (p^]8MotoT Expression d'un déplacement. Voir TorinoA. a. 1895 d.125. Q (tri vecteur unitaire) ^ 15*0 Q= iy^^x3 a(r,s)3[r,s£ vct . r*=5'=l . rxs=:0 . œ= rasal(ras)] • 01 asY^ 3- iwûda = mod(a/i2) i r,Syt ev .sxt= txr = rxs =dO 3. mod{rasat) = modrxmodsxmodf •â u,v ev 3' wX^? = (ualv) jQ Df Df



The text on this page is estimated to be only 17.69% accurate

284 a $\wedge$ 16. r,s,te v-«0 .3 ' $\wedge$ sin(r,5,<) = (Ur a Us a UQ /û Df La
grange a prise la P-3 comme Df de mod 8in(r ,«,/). Staudt, JfM. a.1842 t.24
p.255 en prenant pour Df la 4 l'appelle « sinus du trièdre r $\wedge$ s,t » . Le signe
du sinus résulte implicitement du sens du tétraèdre, considéré par Môbius
a.1827. M -l<;sin(r,s,/) <;+1 •2 {rasatyû = modr X mods X modt X sin(r,s,<)
a= ang(s,<) . 6= ang(?,r) . c= $\wedge$ ang(r,s) . p= (a+&4- $\wedge$)/2 O•3 [sin(r,s,Q)]" = 1
— cosa' — cos&* — cosc?' + 2cosa cos& cosc = 4 sinp sin(p— a) sin(p—
6) sin(p— (?) •4 sin(r,s, $\wedge$) = sina sin(r, sat) Dfp } -â-u Lagrange a.1799,
Oeuvres t.7 p.334,341 j §82 Rotor Rotat quaternio 1-0 a,6£ v-eO . a $\wedge$ =Jf .
axb =0 .3 &/a= {h,'-a)l{afi) Df •1 Rotor = is a(a,6)3 [a,6ev-eO . a"=6* .
axb=0 . i=6/a] Df •2 te Rotor .]3- $\wedge$ "*=— 1 Nous appelons « Rotor » toute
transformation linéaire qui à deux vecteurs a et ô de même module et
perpendiculaires fait correspondre les vecteurs b et —a. * 2. afiSY . a'=&'=1
. axb=0 . i=ib/a . oep . p,q,re o+qa+qb . t $\wedge$ t'sq . 7n£N $\wedge$. ue qa4-q& O•0
Rotat(o,/,<)p = o+e*(i)— 0) Df = « le point p après la rotation de t radiants
autour du point 0 dans le plan o+qa+q& » •i Rotat(o,/,<') Rotat(o,i,0 =
Rotat(o,/, t+t') •2 Rotat(o,i, $\wedge$)""* = Rotat(o/v>iO •3 Rotat(7,/,— 0
Rotat(i?,?',Q = Transl[(l— e-**) (ç— p)] Â Rotatiq $\wedge$ t) = Transl[(l— e*') (?
— p)] Rotat(p,i,0 •5 e*'-c=1 .3 Transita Rotat(p,i/) = Rotat[p4-w/(l— e*') ,
i,t\ •6 » Rotat(p,i,<) Transit = Rotat[p--M/(l— e*') , i,<]

$\text{Rotat}[p+(?-p)(1-e^{i\theta})/(1-e^{i\theta})], i, t+f]$ Nous indiquons par $\text{Rotat}(o,t,f)p$, où o est un point, i un Rotor, f un nombre réel, p un point du plan $o+qa+q\hat{o}$, la nouvelle position du point p après une rotation autour de o dans le plan de i de l'angle fermé par un arc de cercle de longueur t rayons. Le produit d'un vecteur par un nombre imaginaire a été considéré par Wessel a.1797, et ensuite par Boue, Argand a.1806, etc. Voir Cauchy a.1849 s.1 t.11 p.152. $^3-0$ quaternion $=: q + q \text{ Rotor Df } x, y \text{ quaternion } . ^ : \bullet i x+y = 7 \text{ quaternion } ^ z3 \{ \text{tie Variabo? } ^ \text{Variaby } .3t, - ^ = \text{ocu}+y_u) \text{ Df } \bullet 2 yx = 1 \text{ quaternion } ^ Z3(\text{ue Variabi} \rangle . xu \text{ e Variaby } . ^ . zu=z yxu) \text{ Df } UjVjiosv . u = 0 .]3 . '3 v/u = 7 \text{ quaternion } ^ X3(v= xu) \bullet 4 \text{ quaternion } = v/v \text{ Dfp } -5 (v+w)/u = v/u+w/i ^ \bullet 6 ?; = 0 .]3 . (io/v) \{ v/ii) = M?/i ^ \langle \text{Quaternion} \rangle$ est une expression de la forme $ac+ey$, où ce et y sont des nombres réels, et i est un Rotor. Nous nous limitons à définir ici la somme et le produit de deux quaternions. Hamilton a.1845 fonda le calcul des quaternions, et l'a appliqué à la résolution d'un grand nombre de questions relatives à la Géométrie finie et différentielle, à la Mécanique et à la Physique mathématique. Voir ses *Elements of Quaternions*, second édition by Joly, vol.1 a.1899, vol.2 a.1901. Ce calcul, introduit dans l'enseignement officiel anglais, a été appliqué par Maxwell à la Théorie de l'électricité et du magnétisme. Mais dans ces applications on ne rencontre pas tous les symboles des quaternions, mais seulement les suivants: S signifie « scalaire de », F signifie « vecteur de ». $9\{uv)$ de Hamilton $= (wXt')$ du Formul. §vct 11. Heaviside, et plusieurs électriciens ont changé le signe du produit scalaire, en produisant la coïncidence exacte avec le produit intérieur. $V\{uv)$ de Hamilton $= I(wat;)$ du Formul. §o 12. $S\{uvw) = ziuxvaw$ » §o 1. On voit donc que dans les applications, on ne rencontre que les produits intérieur et alterné des vecteurs. On a fondé une « International Association for Promoting the Study of Quaternions and Allied Systems of Mathematics », qui a pour « General Secretary » M. A. Macfarlane, Prof, in Lehigh University, South Bethlehem, Pennsylvania.



XI GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE

The text on this page is estimated to be only 12.03% accurate

§83 vct lim §84 vct D §85 rectaT « droite tangente à une ligne :•
plaiiN * plan normal » planO « plan osculatcur » rectaN * normale
principale » rectaB « binonnale » Are * Arc d'une ligne » §86 planT < plan
tangent k une surface » §87 Tang « figure tangente » §88 vct S §89 Long «
longueur ^ Area ^ aire » Voium * volume • §90 r < paramètre diflfeientiel »
§91 curvatura « courbure d'une ligne i ToFisio « toi-aion » §92 pntOrdîii
flex eusp' cusp" par C, B §93 cycloideg epicycloîdea, p

The text on this page is estimated to be only 16.84% accurate

§83 vct lira $\wedge 1-0$ (V |cx) §cx P21-23 •01 (p |cx) ke Qs'q . xeàk . fe
 (Cls'p)f A Q. •1 $\setminus m\{fj c, x) = pA o^{\wedge} j \lim[d(a, A) |5', k, x] = 0 j Df \bullet 2$
 $Lm(/; A, a;) = p \ll a3 | 0 \pounds Lm[d(a, ^fz) \setminus Z j k, x] j Df \bullet 3 aep . \ll / \pounds yfk .$
 $\lim(w, A; j:) s v-eO . 3 \lim[recta(a, w, a?) | a?, kr > y3(uy' := a), x] = recta[a,$
 $\lim(w, \hat{A}, a?)] \bullet 4 oep . tev -^0 . u \in \setminus \{k . \setminus m(Uyh^{\wedge}) e v -q / . 3 \lim[plan(a, Z,$
 $i^{\wedge}) | rr, Ar^{\wedge} y3(wt / \gg e recta(a, 0, i \gg) = plan[a, /, lira(w, A; , a?)]$ Ces P sur la
 limite d'une figure variable sont nécessaires dans les Df de reetaT, planO, et
 dans d'autres cas. Voir des généralisations dans mes Applicazioni
 Geometriche a. 1887 p. 33, 302. §84 vct D $\wedge 1$. (p I ex) §cx P31 (V I ex) §ex
 P31 Si ps pFq, et si la variable x est le temps, alors : />*q $\wedge$ « trajectoire du
 point mobile p », Dpx = « vitesse du point p » , D*p.T $\wedge$ « accélération » .
 Si le point p a une masse, ou coefficient numérique m ; mDpx $\wedge$ « quantité
 de mouvement », mD $\wedge$ px = « force » , m(Dpxyi2 $\wedge$ « force vive, ou énergie
 cinétique » . $\wedge 2-i U8 (v-eO) Fq . Du e vFq . 3 D modw = Ui^{\wedge} x Dw \bullet 2 D Uw$
 $= [(empi.w) Dw] / modw \bullet 3 w, r, Di^{\wedge}, D\hat{i} ? \pounds vFq . 3- I^{\wedge} (\wedge^{\wedge} X ?^{\wedge}) = \wedge^{\wedge} x D\hat{i}; +$
 vyCûu F lfl02 d.121 19

The text on this page is estimated to be only 12.70% accurate

290 §85 rectaT plaiiN planO rectaN rectaB Arc ^ 1. Ice Interv . pe
 (pF/j)sim . xek .3. '0 rectaT(p^x) = lim[recta(p^, py) I î/, Variabpj.'r] Df ^ «
 droite tangente k la ligne décrite par jt>, au point de paramètre x ». M T>px
 E v-eO .3 rectaT(p,a?) = recta(pir, Dpo;) [rectaT(p,ac) = lim j recta(/?aî,
 py) ly, k^y3(py"=px)yX\ >»»»»» jt>y — pac » » » » » {py—px}l{y—x) »
 » » ^ recta; px, lim (» » » = recta(p£C, Dpsc)] •2 neNi . Hpx = D'^^r = ... =
 D'^px =0 . D'^^pa; e v-eO .3 rectaT(p,rr) = recta(pa;, D''^*pa?) [»
 =lim[recta(>a;,p^)|î/, . . . ; » (pjç;;p.y— ;?x— 2'[(y— x/ /r! D»- /9ac
 ir,l"n]!/ (^ .y— x)«^-l)|/,... =^ecta[ptr,D«+l/>x (/i+1)!] = recta(/^x,D»+ipx)]
 4^ 2. HpPl .3 •0 planN(2?,a?) = Y>y3\^Yo][TeQX2JT {p,x)]y =pa?j Df •i *
 = lim|^^3[d(a,pa;) = d(a,î>î/)]|î/, lcr^/£(py'=pxl x\ Dfp ^ « plan normal à la
 trajectoire de p » •2 HpPM .3 planN(p,^) = p'^3[{y^px)xiy2)x =0] =
 plan(pa;, I Dpa?) ^ 3. HpPl .3 -0 planO(p,Jt;) = lim} plan [rectaT(p,rz;), py]
 \ y, Variabp ^ V3[py^£ rectaT(p,a?)], x[Df planO(p,3C) = « plan osculateur
 » M Dpx £ v-eO . D^px £ V- qDpo; .3planO(p,a?) = plan(p;r, Dpir, D*px) [
 planO(/,cc) = lim;plan[rectaT(/?,5c),py] |y, kr^slpy-s rectaT(p,aî)],x; » »
 recta(/>x,D/?a;), » » » px,Dpx,[py—px—{y'-x)Dpx]l(y—x?p » = plan(
 px,D/?r,D*/xc)] •2 m,n£N^ . Dpo? = D^px = ... = D'''~^px =0 . D*"pa; e v-
 eO . D'''^*î9a?, ... D''''^'*î?a; £ qxD'po? . D'^'^^^o? e v-qxD"*pa?. 3.
 planO(p,rr) = plan(pir, D'^px, D'^^^o:)

The text on this page is estimated to be only 16.73% accurate

$\bullet 0 \text{ recta}N(p, .T) = 7 \text{ plan}N(p, rr) \wedge \text{plan}O(p, ir) \text{ Df} =: \ll \text{normale principale} \gg$
 $\bullet i \text{ Dpoo } 8 \text{ v}^{-0} . J^{\wedge} p_x \notin Y^{\wedge} q B p_x .^{\wedge} . \text{recta}N(p, a?) = \text{recta}f p j?,$
 $(\text{cmp}J\_D p a?)(D' p i r) J = \text{recta} [p a?, D\{J D p x\}] \bullet 2 \text{ recta}B(p, a?) = p^{\wedge \wedge} K \text{proj}$
 $\text{plein}O(p, x)] y = p_x \setminus \text{Df}^{\wedge} \ll \text{binormale} \gg$ La « binormale » a été introduite
 par Saint Venant, Mémoire sur les lignes tourbes nmi planes, JP. a. 1845
 cahier 30. $\wedge 5. \text{afieq} . cK^{\wedge} b . \text{pe } p \text{ fa}^{\wedge} h . 3 \bullet 0 \text{ Arc}(p, a^{\wedge} b) = 1' X3 \setminus a.$
 $(n, \#) 3 [\text{ne} N^{\wedge} . \text{te} (a^{\wedge} b \text{ f } 0 \text{ — } n) \text{cres} . 4 = a . t^{\wedge} = b . x = \wedge [\text{mod}(p / \wedge^{\wedge}, -p < J | r, 0 -$
 $(n - l)]] l \text{ Df} \bullet i \text{ D}(p, a^{\wedge} b) \notin (\text{vFar } 6) \text{cont } 3. \text{Arc}(p, o T b) = S(\text{mod } D p, o T b)^{\wedge} 6.$
 $\& \notin p . \text{afiev} . a' = \& * = 1 . a x b = 0 . r \gg e Q . 3 - * \bullet 0 \text{ te Interv} . . v, D y \notin (q F / t) \text{cont} .$
 $p = (0 + r r a + i / o? b) \setminus \& \& . 3 * o + [a? + (i / i r) P t / a;)] a \notin \text{plan}N(p, f t, a?) \bullet O i \text{ Hp} - o . 3$
 $\text{Arc}(p, A :) = S \hat{ig} [l + (D \hat{i} / j c) \gg] | : r, / . j j \text{ van Heuraet a.l659, (Descartes Géom. éd.}$
 a.l659 p.518) j $\bullet i p = z (o + r r a + a? ' 6 / 2) \setminus x 3 d(p x, 0 + 6 / 2) = d[p a 7, \text{recta}(o \text{ —}$
 $\& / 2, a)] \bullet i l \text{ Hp} - i . 3 o + a a \hat{i} / 2 \text{ erecta} T(p, A;, a?) j \text{ ArCHIMEDES},$
 TejQayoviojiAOç jiaQafiokfjç P2; Apollonius, Kœvtxœv l.i P35 j $\bullet i 2 \text{ Hp} M$
 3. $\text{Arc}(p, e a;) = S[s J(l +; r *)] a 7, 0 x] = x l 2 g(l + a;^{\wedge} + / 2 \log[a; + > J(l + a; \gg)] j \text{ van}$
 Heuraet a. 1659 id. p.520 j Le point p décrit la « parabole ordinaire » . $o - \}$ -
 $b l 2$ est le « foyer > » . $\text{recta}(o \text{ — } 6 / 2, a)$ est la « directrice » . $\bullet 2 m, n \notin Q . m > / i$
 $. p = (0 + m a c o s \& + n b s i n x) \setminus x 3 d[p a;, o + O v K m * \text{ — } n')] + d[p x, 0 \text{ — } a^{\wedge} / > i' \text{ —}$
 $n')] = 2 // i . \text{Arc}(p, 2071) = 4 S^{\wedge} [(m s u \setminus x Y + \{ n c o s x \}^{\wedge}) \setminus x, 671 / 2]$ Le point
 décrit l' « ellipse de demi-axes tw et n ». Voir §sin45.

The text on this page is estimated to be only 17.87% accurate

$292 \text{ rectaT} \cdot 3 \text{ Arc}[(o+ax+b\sin^r)\backslash x, ejt/2] =$
 $\text{Sîg}[(sa;)\rangle+2(ca7)^*\backslash x, \odot 7r/2\}$ « Linea sinuum » (Wallis, §8in 41*0). Voir
 Tellipse. •4 xeq O. Arcj(o+ ax + b(e''+e-')/2) \x, ex\ = (e*-e-')/2 La courbe
 considérée est dite « catenaria » , « chatnette » . j Leibniz a.1691 t.5 p.246 }
 •5 meq'^Q .3- o+il—fnijxa e rectaT[(o+a;a+aj'''6)|a;, Q, a;] Cette courbe est
 la « parabole d'ordre m». Pour 7ii:=2 on a la « parabole ordinaire » . Pour
 m=— 1, r« hyperbole». Cette règle dans le cas mcNj, a été publiée par
 Mersenne, Cogitata physico mathematica a. 1644 (Mechauica p.l). ^ 7. oep .
 afiSY . a*=&* =1 . axb =aO . t= b/a 3•i xsQ, r). Arcl(o+eifa) \ty 2©7rJ = 2jt
 Le point considéré décrit une « circonférence » . •2 0+oc^ia £ rectsiTlio-^-
 xe^a) \x,q,x] j Archimedes riegI 'Ehx^Sy P20 j •21 Arc[(o+a;e^a) \x, 6x] =
 $S[v|(1+.a^{\wedge}\backslash x, Sx]$ Arc de la « spirale d'Archimède ». Voir la parabole. •3 te
 2en .3. Arc[(o+te+e«ia) \t, et\ = 8 [sin(//4)I]» La courbe considérée est dite «
 cycloYde propre » . •31 hsQ, r). Avc[(o+ta+he^ là) \s, 2G7t] = S!n[(1-
 A)'cos^ + (1+Wsin^] \t, 2(971} j Pascal t.3 p.441 } Cycloïde allongée pour
 A>1, accourcie pour h^l. '4 7yi€ N,+l .^ . Arc[(o+me*' a+e"»'a) \t, 20:r] =
 $8m [Hp . tsq .3. inodD[(o+me*' a+ew»< a) \t, q,t]=:m \text{ mod}(e»' +e"»»0 =$
 $2m8in[(m— iy/21 (1) (1) . Pl-1 .3 \text{ Arc}[(o+mei^ a+e^*ita) |^ 2<9;r] = 2m\{m$
 —l) Sîsin[(7w— l)f/2] \t, 2aT/(m— 1)! = 8m] Le point considéré décrit la
 « roulette » engendrée par un point d'une circonférence de rayon 1 qui
 roule, sans glisser, à Textérieur d'une autre circonférence fixe de rayon m —
 1. Pour mz=:2 on a la « cardioïde » . •41 A,*€Q . mcQ . ne m— Q 3.
 $\text{Arc}[(o+e^{*}<^{\wedge}+e^{*})|<,$

The text on this page is estimated to be only 13.12% accurate

$\wedge 8.$ osp . afiyCSY . $a^*=6'=c^*=1$. $axb = bxc = cxa = 0$. $rJ\in Q$. $K =$
 b/a . $a? \notin q$. $\wedge$. $\bullet 1$ o+re' $^{*'}a$ — ra $^{?^{\wedge}/e'^{\wedge}a}$ £ rectaT[(o+re' $^{*''}a$ +/iirc)|rr, q, x] . $\bullet 2$
o+AiTC £ plaiiO[»] . '3 » s rectaN[» J $\bullet 4$ ATC[{o+re' $^{*''}a$ +hœc) | $^{\wedge}, 6te$] =
 $\wedge r'+h^{\wedge}œ^{\wedge}$ La ligne considérée est dite « hélice ». r est le « rayon », A le «
pas réduit » . $\wedge 9.$ ke Interv . pe pfk . xek r). M osp . q= [proj rectaT(p, $^{*^{\wedge}}$)]o
 $\setminus x$.3(o+2)â:?) /2 e planN(ç,/t,â) Le point q décrit la « podaire, par rapport à
o de la ligne p » . $\bullet 2$ oep . ZeQ . q= [px + lUipœ—o)] $\setminus x$.3 plan[o, l(px—o)]
 $\wedge$ planN(p,A:,ir) $\wedge$ planN(ç,A:,a?) g décrit la « concoTde de p, par rapport
ho». $\wedge 10.$ kE Interv . j $^{\wedge}e$ pFft . Dp, Tfp, J $^{\wedge}p$ e (vFA;)cont . xek 3. $\bullet i$
 $\lim[(pz^{\wedge}apz^{\wedge}l(z^{\wedge}—z>j \setminus z, (A-f 1— 2)cres, \{x,x\})] = pxaDpx \bullet 2 \lim \setminus$
 $\{pz^{\wedge}apz^{\wedge}apz, \} / [(z^{\wedge}—zJ \{z,—z)(z^{\wedge}—z;i] \setminus z, (kfV''3)cres, (XyX,x) \setminus =: pxa$
 $\setminus >px a T>*px /2 \bullet 3 hm \setminus (pz,apz^{\wedge}apz^{\wedge}apzM^{\wedge\wedge}—^{\wedge};)(z,'-z^{\wedge})(z,-z;f(z,-z,)(z,^{\wedge}z;)$
 $(z^{\wedge}—z^{\wedge}] \setminus z, (Af 1— 4)cres, (x,x,x,x) \setminus \wedge = pxa l > pxa D'^{\wedge} pxa l fpx /12 \wedge 11,$
HpPlO O $\bullet 0$ Dpir= $=0$ r). $\lim[recta(pj,,p^{\wedge},) | :r, (kfV''2)cves,(x,x)] = recta(pa',$
Dpo?) $\bullet i$ BpxaTypX' $^{\wedge\wedge}$.3 $\lim[plan(p3'i, j);?, p j,) k > (Af 1— 3)cres,$
 $(x,x,x)] = pl8in(px, Dpx, B^{\wedge}px) \bullet 2 lun[d(pz^{\wedge}y pz^{\wedge}l(z^{\wedge}—z^{\wedge}) \setminus z, ...] \wedge$
 $\text{modDpo} \hat{=} \bullet 3 \text{DpiT} =0 .3- \wedge^{\text{TM}} d[p5^{\wedge}j, rectaT(p,5,)] / (2^{\wedge}, — ^j) * | j, ...] =$
 $\text{mod}(Dpx a I >^{\wedge}px) l(2 \text{modiypx}) \bullet 4 Dpx =0 3- \text{lini}[ang(Dp:r,, D29xr,)/(j,—$
 $5^{\wedge},) | 5, ...] = \text{modfDpa} * a D^{\wedge}px)'(\text{modDpx})^{\wedge} r$

The text on this page is estimated to be only 7.32% accurate

•5 BpxaB^{px} -o .3 linijd[î]j4, planO(p,c^{^^})/(5'j— :r/ [z, ... j =
 mod(Dpir a D^{px} a D*pir)/[6 mod(Dpir a Ifpx)] •6 Dî)a?-=0 .3
 lim|sin(Dp^j, Dpz[^], Dp-,)/[(2[^],— 2[^]),(-,— -i)(-,— -,)] k, ...i =
 [(DpxaB^{pxaD'px})lQ]l[2(modDpxf) •7 DpiraD*pir-=0
 .3limjd[rectaT(p,5[^]), rectaT(p,j,)]/(j,— jj)' |s[^], ...j = mod(Dpir a D*pa; a
 jypx)l[1 2 mod(E^{^^} a D'^ir)] ■S T>pœaD*œ'^ .3 lîm aiig[rectaT(jt>,jJ,
 plaii0(/j,jj)/(jj— j/ = raod(Dpa[^] a lypx a D^{pir})/[2 mod(l>pr a D'pr)] *9
 DpxaD"pX'-=0 ,3 lim)ang[planO(p,j,), planO(p..[^],)]/(.t,— .^{^^}) \z, ..-! = niod
 I>px mod{l)px a D^{px} a D^{pj'}}mod[Dp,T a D^{px}]* Voir mes
 ^KPFieajKwn* gfio-nwt riche aJ887 ihllO.

§86 planT $\wedge$ 1. k $\in$ Cls'cx2 . k' $\wedge$ k . ps (pF/.)sim . œsk r =
 'i $\wedge\wedge\wedge$ a3\pxea . lim[ang[recta(pa?,pi/),a]]i/, Vf Poar définir une « surface»,
 on peut considérer nn sition dépend de deux variables x $\wedge$ et x $\wedge$. Elles sont
 lei vilignes du point sur la surface » . Appelions x le co sera une fonction
 définie du nombre complexe a?, dan. planT(j9,a;) = « plan tangent à la
 surface décrite] les valeurs x $\wedge$ et x $\wedge$ des coordonnées * . Il est le plan qui
 passe par px $\wedge$ et est tel que Tan $\wedge$; la droite qui unit ce point à un autre point
 py de l! proche de px $\wedge$ soit infiniment petit. Quelques A. ont appelle plan
 tangent à la surface i qui contient toutes les tangentes menées par le poi:
 courbes que Ton peut tracer, par ce point, sur la sui Or sur toute surface on
 peut tracer des lignes qui r au point considéré. En conséquence il n'existe
 pas de plan qui contient lignes qui n'ont pas de tangente. La définition
 donn< tradiction. On n'élimine pas la difficulté en disant que le plai qui
 contient les tangentes aux courbes qui ont une t : former une surface telle
 que nulle courbe passante p i de tangente. Est telle la surface générée par la
 rév: // = x ainlx, autour de oy. Dans ce cas tout plan a la | les tangentes qui
 n'existent jamais. •i u,V $\in$ luterv . k= {uiv) . (x,y) ek . D(p{Xyy)\o s
 [yF {iiiv)]coïit . J)[p(x,y)\Xy u,x] $\wedge$ =0 . 1 ' qD[p(x,y)\x,u,x] Q. planT[p,
 (a?,y)] = plan[p(a?,y), B[p{œ,y)\x, u,c •2 k $\in$ Interv . as pfA . ue (v- $\wedge$ 0)fA .
 x $\wedge$ yeq . D(D(a,k,x) + yl>(u,kyx) -e q ux .3- planT| (Atq), (x,y)] = plaii[aa,,
 ux, B{aXoc)+yL « Surface réglée » .

The text on this page is estimated to be only 11.52% accurate

296 §87 Tang mu l. u£ Cls'p . jcfip .3 •0 Ta.ng{u^)= hm\ [x+h(U'^x)] \h, Q,ooj Df Soit u une figure, et a? un point. Tang(t£,x), qu'on lira « figure tangente à la u dans le point x », est la limite de la figure homothétique de u, le centre d'homothétie étant le point x, lorsque le rapport d*homothétie h croît indéfiniment. Cette figure tangente coïncide avec la droite tangente, ou le plan tangent, ou a des formes plus compliquées. Voir mes Applicazicmi geometriche a. 1887 p. 305. •i xeu^u .3 Tang(i«,,aî) = eo? •2 oc^Usjàu .3* » =A •3 xe Su .3- a Tang(w,ir) •4 xeintii .3« Taiig(i^,rr) =p •5 ye T8Lng(u,x) -w? 3* ^+Q(2/— ^) D Tang(i/,a-) •6 ?^£Cls'p . r'^u .3 Tang(r,x) 3 Tang(w,ir) •7 » 3- Tang(i!/v^%ir):=Tang(^,ir)wTang(^rr) •8 T8ing[Tang{u,x),x] = TRng{u,x) ^ 2. a,2} ep . reQ . d(i),a) =r 3. •1 Tangjp ^a;3ld(.r,a) =r], pj = plan[p, I(p—a)] •2 Tangj p r> x3[d(j\o) ^r] . p ; = » + Qja—p) •3 a,a; ep . m/n eq . ?nU(a;— a) + nU(a?— &) =0 3Tangjp'^j/3[^y?d(i/,a) + nd{yfi) = md{XA) + nd(.r,6)](= p^^K^— ir) X [mU(a;— a) + nU(a?— &)] =0j «Tangente aux ovales de Descartes ».

The text on this page is estimated to be only 9.18% accurate

§88 vct S 1-0 {<p^ « ç», w 9?,) |Cx §Cx 40 fe qFp .3- S/'= 1 q «^
2^3[oep . t J,*ev , h*imedr'[o-\-{x+eh)i+{y-\-dh)j+(^-\-eh)k]\{x,y,z),(ninin)\
Df ue Cls'p . fs qfu .3 S(/;w) = S 1 qFp r^g3 {xeu 3^gx=fx : xsp'U .3x-
9^=^) Df (9',«<P.w9',)|q P-V2 /fe qFp .3- 8/'="=: 1^ 33[a (o,ij,A-,/i)3[oep .
IJkev . e*==/,-*= 1 . ixj=jxk=:kxi=0 . ^eQ . 5=/i'2!l'/^[o+ {x+0h)i+
{y+e}i)j-^(z-\-eh)k]\(x,îJ,z)Aninin)\ Df (S^,r,1,)|(SM,,l') P'* Df (S'|S> P-2 -7
(SJS) P-2 us Cls'p . fe qîu . oep . t,j,kev . i^=f=lf=1 . ixj=jxk^ kxi=0 .3 S{f,u)
= S[r{o+xi-\-yj+zk)\(x,y,::), Cx3 '^ (a-î/, j)3(o+d:-/+jy-|-2^- £«)]



The text on this page is estimated to be only 24.05% accurate

298 §89 Long Area Volum $\wedge$ 1. oep, . usC Wa .3*1 Long $\wedge$ w =
(longueur intérieure de u) = $\text{Trr}^a(o, /3) \text{o} \text{f} p . \text{isv} . ? = 1 . a^{\text{recta}(o, 2)} . \text{heQ} , .$
oc= hx Num p3[pen . o+(p+d)fti $\wedge$ i*] j] Df •2 Long'/. $\wedge$ = (longueur
extérieure de u) = 1 Ar $\wedge$ » » » » x= hx Num p5[î9fn . a [o+ip+O) $\wedge$] ^ h\] Df
•3 Long $\leq$ $\wedge$ = ?(eLong'w $\wedge$ 6Long $\wedge$ $\wedge$ 0 Df Soit a une ligue droite, et u un
ennemble de points sur cette droite. Prenons un point o et un vecteur
unitaire i sur a, et une quantité positive h. Considérons les segments de
points compris entre deux multiples de h, c'est-à-dire les segments de la
forme o-\- {p-\-d}hî, où p est un entier. Le nombre de ces segments $\wedge$ qui sont
intérieurs à u, multiplié par la longueur commune h, représente une
longueur contenue dans la figure u. La limite supérieure de ces longueurs,
lorsqu'on varie Torigine o e la longueir h, est par Df, la longueur de la
figure u, mesurée intérieurement. Pour définir la longueur extérieure on
considérera les segments qui ont quelques points communs avec u. Si les
longueurs intérieure et extérieure coïncident, leur valeur commune sera dite
« la longueur de u ». •4 rysep .3- Long(r-s) = d(r,s) $\wedge$ 2. aep, . Hf Cls'a .3 •1
Area;? $\wedge$:= (aire intérieure de ti) = yx3[:K {o,iJ}3\o\p . ijev . i $\wedge$ =j $\wedge$ z=1 . ixj
=0 . a= plan(o,iJ) . /ifQ . a:= h*X $\wedge$ yxm(p,q)3[Pyqen . o+(P+0)hi+
{q+O)hj'Z)u]\] Df •2 Area' $\wedge$ $\wedge$ = (aire extérieure de u) = l/r3[» » » » » . x=z
h $\wedge$ x'iii\im{p,q}3[p,qsn . $\wedge$ [o+(P+e)/n+(q+eM $\wedge$ $\wedge$ 1!]) Df •3 Area $\wedge$ t =
j{iAreiiu $\wedge$ cAresi $\wedge$ u) Df

$\wedge 3. u \in \text{Cls}^p . \wedge . \bullet 1 \text{ Voium}^?^{\wedge} = (\text{volume intérieur de } u) = \text{ra}^?3[a$
 $(\text{OyiJykyh})3 \backslash \text{oep} . \text{ij.kev} . \text{i}' = / = \text{ft}^* \text{i} = 1 . \text{ixj} = ^{\wedge} \text{jXk} = \text{kXi} = 0 . / \text{ifiQ} . \text{ir} = ^{\wedge} \text{x}$
 $\text{Nura}(29, \zeta, r)3[29, \zeta, r \text{fin} . 0 + (p+0)/, \hat{\text{i}} + (\zeta+0)/y + (r+0)M D 1^{\wedge} 1!] \text{Df} \bullet 2$
 $\text{Volum}^t^{\wedge} = (\text{volume extérieur de } ii) = 1^{\wedge} X3[\gg \gg . 0? = / \text{i}' \text{x}$
 $\text{Num}(p, 9, r)5[p, g, r \in n . z[o + \{p+e\}h_i + (q+0)h_j + \{r+e\}h_l c] r > u] \backslash] \text{Df} \bullet 3$
 $\text{Volum}^?^{\wedge} = i(cYolum^{\wedge} u^{\wedge} eVolum'^{\wedge}) \text{Df}$ Soit u une classe de points, ou
figure. Prenons un point o , trois vecteurs unitaires orthogonaux $e, J, k^{\wedge}$ et
un nombre positif A . Si p, q, r sont (les nombres entiers, $o + (p+0) h_i +$
 $(Q + ^{\wedge} W + \{r - \{-e\} h_k$ est le cube dont un sommet est $o + \phi_i - \{- q h_j - \{- r h_k$, et
les côtés, dirigés selon les axes coordonnés, ont la longueur h . En variant $p,$
 q, r , on divise tout l'espace en cubes. Le nombre de ces cubes qui sont
contenus dans la figure w , multiplié par A' (volume d'un cube), donne le
volume d'une figure composée de cubes juxtaposés, et intérieure à la figure
donnée. Ce volume dépend du choix des axes coordonnés, et du côté h . La
limite supérieure de ces volumes, en variant les axes et A , est dite le «
volume intérieur de w » . J'ai introduit les volumes intérieurs et extérieurs
dans les *Applicazioni Geameiriche* a.1887 p.160. L'idée du volume d'une
figure peut être considérée comme intuitive. Les règles pour trouver les
volumes des figures plus simples sont très anciennes. Les exemples cités
dans §jr 7 1 de Ahmès a. —2000, ont pour but la mesure du volume des
cylindres. Selon Euclide, on reconnaît l'égalité de deux volumes par la
superposition, ou en les décomposant en parties superposables, ou par un
procès de limite (lib.12 prop.5). La question, si deux polyèdres ayant le
même volume, soient décomposâmes en parties superposables, a été traitée,
et enfin résolue négativement par Bricard *AnnN.* a.1896. Sforza *PeriodicoM.*
a.1897. M. Dehn *GöttingenG.* a.1900 Heft 3. 'A $\text{Volum}^{\wedge\wedge} = S(\text{di } w)^{\wedge} 4. \text{oep} .$
 $\text{ijev} . \hat{\text{i}}^* = / = 1 . \text{ixj} = 0 . \text{ne Cls'plan}(o, /, J) . 3 \bullet 1 \text{Area}' \text{if. } ^{\wedge} \text{SjLong}[A^{\wedge\wedge} ^{\wedge}$
 $\text{recta}(o + j^{\wedge} / J)] \backslash x, q \backslash \bullet 2 \text{Area}; \ll / ^{\wedge} S' \} \text{Long}[? < - A[\text{plan}(o, /, J) - ? \ll] ^{\wedge}$
 $\text{recta}(o + a^* \hat{\text{i}}, /)] . r, qj$



The text on this page is estimated to be only 20.57% accurate

$300 \text{ Volum} \cdot 3 \text{ xeq } r)^{\wedge} . ' \text{Long} [\text{Xu}^{\wedge} ? . (\text{p} \gg \text{ii})^{\wedge} \text{rect} 8 \text{i} (\text{o} + \text{xiJ})] = 0$
 $: 3 \text{AresLU} = \text{S} ! \text{Long} [\text{M}^{\wedge} \text{reot} 8 \text{L} \{ \text{o} + \text{xiJ} \}] \backslash \text{x}, \text{q} \backslash^{\wedge} \text{b} . \text{ue} \text{Cls}' \text{p} . \text{oap} . \text{iev} . \text{modi}$
 $= 1 \text{ r}) . ' \text{i} \text{Volum}^{\wedge \wedge \wedge} \text{SJ} \text{Area} [\text{A}^{\wedge \wedge \wedge} \text{plan} (\text{o} + \text{a} ? / , \text{li})] \backslash \text{x}, \text{qj} \cdot 2 \text{Volum}; \text{i} *^{\wedge} \text{S}' \text{I}$
 $\text{A}^{\wedge} \text{ea} [\text{tW} (\text{p} -^{\wedge \wedge}) \ll \text{plaii} (\text{o} + \text{a} 7 \text{t}, \text{I} /)] |^{\wedge} , \text{q} | ' 3 \text{x} \text{f} \text{q} . 3 . \text{r} - \text{Area} [\text{AwnA} (\text{p} -$
 $\text{w})^{\wedge} \text{plan} (\text{o} + \hat{\text{a}} ? \hat{\text{i}}, \text{K})] = 0 : 3 \text{Volum} ? * = \text{S} \} \text{Area} [\text{w}^{\wedge} \text{plaii} (\text{o} + \text{x} \hat{\text{e}}, \text{I} /)] | \text{ir}, \text{qj} \text{ j } 4 - 3 ,$
 5-3 Cavalieri a.1635 1.2 P3 : « Figurae planae habent inter se eandem
 rationem, quia eorum omnes lineae iuxta quamvis regulam assumptae; Et
 figurae solidae, quam eorum omnia plana iuxta quamvis regulam assumpta
 » . \ Soit u une figure solide. Prenons un axe m, où o est un point, et i un
 vecteur unitaire. Conduisons par un point quelconque o-{-xi de Taxe un
 plan normal à cet axe. Soit A Taire de la figure intersection de ce plan avec
 la figure limite de ti; et soit B Taire de la figure intersection avec l'ensemble
 intérieur à u. A est Taire de l'intersection avec l'ensemble (intérieur) u
 (frontière) de u, selon la nomenclature expliquée dans §Int p.121. L'intégrale
 inférieure de A, le volume extérieur de u, son volume intérieur, et T
 intégrale supérieure de B se suivent par ordre de grandeur. Si les deux
 extrêmes coïncident, tous ces nombres sont égaux. Dm, dans mes
 Applicazioni geometriche a.1887 p. 221. ^ 6-0 UE Cls'p . Volrnn?^ = 0 .3.
 $\text{Areaw} = \lim | \text{Volumjp}^{\wedge} \text{x} 3 [\text{A} (\text{x}, \text{vJ}) < . \text{h}] \backslash \text{j} (2 \text{h}) | / \text{i}, \text{Q}, \text{Oj} \text{Df} \text{Df} \text{de} \text{Taire}$
 d'une surface courbe. On ne peut pas définir Taire d'une surface courbe
 comme la limite de Taire d'une surface polyédrique inscrite, car les faces du
 polyèdre n'ont pas nécessairement pour limites les plans tangents à la
 surface. Il faut supposer que les angles plans des faces ne deviennent pas
 infiniment petits. Par exemple, supposons: $\text{rsO}' \{ \text{m} - \text{l} \} . \text{wO} - ' \text{in} - 1 \}$.
 Considérons le triangle de sommets $\text{o} + \text{e} \text{i} + \text{ks} . \text{n}, \text{o} + \text{e} \text{i} + \text{kftj} \text{n}, \text{o} + \text{e}^{\wedge} \text{t} + \text{Ar}^{\wedge} -$
 $\text{fl}) / \gg$, et le triangle de sommets $\text{ruj} \text{fj} \text{m} \{ 2 \text{r} - \text{Dii} \text{jiim} \{ 2 \text{r} - 4 \sim 1 \} \text{u} : \text{il} 7 \text{n} \text{o} - \text{f} - \text{e}$
 $\text{i} + \text{kft}' \text{n}, \text{o} + \text{e} / ' ' \text{i} + \text{k} (\text{s} + 1) \text{iff}, \text{o} + \text{e} \text{i} + \text{kis} + 1 \} ! \text{v} .$

dans le cylindre ayant pour axe OK pour rayon 1, et pour hauteur 1. Si Ton développe la surface cylindrique, les sommets des triangles forment la figure ci-contre ($w^5, n=r4$). On obtient la même figure en développant la surface polyédrique car elle aussi est développable. On calcule facilement l'aire de la surface polyédrique $\frac{1}{2}m \sin(\frac{r}{m}) + 4n \sin(\frac{T}{2w})$ dont la limite pour $m \rightarrow \infty, n=r$ n'est pas déterminée. Si Ton suppose $n \rightarrow m$ on a pour limite 2π l'aire du cylindre. Si $n \rightarrow \infty$, on a à la limite $2\pi r$. Si $n \rightarrow 0$, la limite est ∞ . Le calcul qui précède est tiré de ma leçon à l'Université de Turin 22 mai 1882, pag. 143 de la lithographie du cours 1881-82. Voir aussi : *Sulla definizione dell'area d'una superficie* Lincei A. a. 1890 d.19. La même remarque a été faite, à peu près en même temps, d'une façon indépendante, par H. A. Schwarz (*IViathematische Abhandlungen*, Berlin a. 1890 1.2 p.109). Dans ma note citée on trouvera une Définition analogue à la définition de Arc et fondée sur la considération des bivecteurs. Nous en choisissons ici une plus élémentaire. Quelques auteurs projettent l'aire considérée S sur un plan; décomposent l'aire projection en éléments infiniment petits ΔA ; et définissent comme aire de S la limite de $2\Delta A / \cos \theta$, où θ est l'angle formé par le plan de projection avec le plan tangent à la surface en un point quelconque de ΔA . Cette Définition n'est pas homogène, car elle contient explicitement le plan de projection. Il faudrait dire: « l'aire est la valeur constante de la limite considérée, quel que soit le plan de projection ». La définition donnée ici avait été reconnue possible par Borchardt, a.1854 (*JdM*. t.19 p.369) *Werke* p.67 : « On sait que le volume compris entre deux surfaces parallèles se réduit au produit de l'aire de l'une des deux surfaces par leur distance, lorsque cette dernière devient infiniment petite. L'inversion de ce résultat montre que l'aire d'une surface peut être considérée comme la limite vers laquelle converge le rapport, dont le numérateur est le volume compris entre la surface et sa parallèle, et le dénominateur la distance des deux surfaces. » Sans avoir remarqué ce passage de Borchardt, cette même définition a été proposée par Minkowski, *Jahresber. der Deutschen Math. Verein.*, Leipzig a.1901 t.9 p.115. (Voir *RdM*. t.7 p.109). H. Minkowski a donné aussi une définition analogue pour la longueur d'une classe de points qui coïncide à peu près avec la P^1 .

The text on this page is estimated to be only 16.91% accurate

$H_t \cdot \wedge w e u i s p n r . A r e a w == u . \_j . L o n g i ^ \wedge =$
 $\lim \hat{Volum}[p^\wedge, r^3[lmod(.r \text{---} ?/)</i]/(7rA')l \setminus h, Q, Oj \text{ Df}$ Nous définissons ici
 «Longw», où m est un ensemble de points, d'une façon analogue à la Df de
 Taire. Si $UB \text{ Interv} . ps \text{ pfw}$, dans les cas plus communs $Avcip^\wedge u) =$
 $Longp'w$. Il serait intéressant d'en étudier les relations. $\bullet i \text{ } 0 \text{€} p . l \text{€} v \text{--} eO . rcQ$
 $.3Lo \ddot{u}ig \setminus ip^\wedge X^3[d(x,o) =/' . \{x \text{---} o\}Xh=0] \setminus = 27tr^\wedge 81 \text{ oep} . wfCIs'p .3 Sj$
 $Area(lu)^\wedge ir^3[d(;r,o)=r] |r, Qj^\wedge Volura'w^\wedge Volum//.^\wedge S'IArea i^\wedge \text{--} A(p\text{--}w)$
 $^\wedge ir^3[d(ir,o)=r] |r, Qj$ Décomposition d'un solide en tranches sphériques. $\bullet 2$
 $\text{ oep}^\wedge . usCWp .3 Ths Pm$ Décomposition en tranches cylindriques (funicae
 cylindraceutie de Kepler a.1615 t.4 p.584). $\text{ cep} . lieQ, . uE CIs'p 3 \bullet 3 Longw$
 $cQ .3\text{--} Long[Homot(c,/i)^{\wedge}/] = /i Longw \bullet 4 Area^\wedge \text{€} eQ .3 \ll$
 $Area[Homot(c,/i)^{\wedge}/] = /i' Areaw \bullet 5 Volum^\wedge \text{€} cQ .3 Volum[Homot(c,/i)'?/.]$
 $= h^\wedge Volumw$ I Cavalieri a.1635 1.2 P15, P17: « Omnes figurae planae
 similes sunt inter se in dupla ratione linearum, sive laterum homologorum,
 earundera. Omnia similia solida sunt in tripla ratione linearum, vel laterum
 homologorum, que sunt in eorundem homologis figuris». $j^\wedge 9 \bullet i \text{ oep} .$
 $ii.vEw .3 Area(o+0ie+0y) = mod(wa \hat{;})$ Aire du parallélogramme. $'t a^\wedge byCsp$
 $. rt^\wedge = \& .3 Area(a\text{--}\&\text{--}(?) = d(a,6)Xd[(?, recta(a,6)]/2 = mod[\{b'\text{--}a\}a(c \text{---} a)]/2$
 Aire du triangle. $' ' \bullet 21 \text{ of} p . reQ . w \text{€} CIs'p^\wedge x^3[d\{x,o\}=r] . Long^\wedge \text{€} eQ .3$
 $Are^\wedge d(o \sim u) = z \text{ rx} Longu/2 \bullet 22 \text{ oep} . 2 \text{€} v \text{--} ^0 . as 0ji/2 . us CIs' p^\wedge a^?3[ang(ir$
 $\text{---} o,i) = a] . Area^\wedge \text{€} fQ .3\text{--} Area[proj \text{ plan}(o, I)]^\wedge \text{€} = (Area^\wedge \text{€}) \text{cosa} \bullet 3 \text{ ocp} .$
 $u,i \setminus W \text{€} v .3 Volum(o+^\wedge /f+0r+0it?) = mod(wayaw?)$ Volume du
 parallélépipède. I

The text on this page is estimated to be only 10.75% accurate

'A aep . 6e p-ia . es p-recta{a,6) . ds p-plan(a,&,<^) r^.
Volum(a~6""C-rf) = area(a"-6""<?) X d[rf,plaii(a,6,<*)]/3 Tétraèdre. aep, .
u£ Cls'a . Areaw eQ .3•5 ie v*eO .3 Volum(?^4-^i*) = Areaii X mod/ X
sin(i,a) Cylindre. •6 o£p .3 Volum{o-w) = Areai^ X d(o,a)/3 Cône. î
Cavalieri a.1635 1.7 P8: « Quilibet cylindricus triplus est conici in eadein
basi, & altitudine ciim eo existentis ». { [Hp . iev . 2*=1 . psa . a=plan(p, li)
. A= d(o,a) .3. Volum(a— m) =: S[Area(o -u) n plan(o+a5i, li)x^Bh] =
S[AreawX(ai/^)-k,^^] = Areaz* X ^/3 ! •61 0£p . reQ . u£C\s>'^^X3[&
(x,o)=fi^\ . AreaweQ .3 Volum(o"w) = rX Areai^/3 '62 aepg . osa . reQ . ue
Q\%'^^x3[A{x,a) =>i . Areaw eQ .3 Volum(o~w) = ^X Area?//3 •7 a,6£p, .
{Syma)6 =6 . reQ .3 Volum p ^rr3[d(a?,a)<;r . à{xfi)<Cr] =r 'ir'/^ Partie
commune à deux cylindres. •8 ie v*eO . oep . t^ Cls'plaii{o, li) . Longw eQ
.3 Area(«*4"^^) = Longi^ X modi Aire du cylindre. ^ 10m oep . reQ .3
Volum jp^a73[d(ir,o)<;r]! = 47ir73 j ArchimedeS t.l p.40 : Ilàoa oqjaİQa
xerQanlaoia èarl xaivov Tov fiàoiv jbt kv ëxovroç iar]v rco fieyioxq)
xvxXcp rcov h Tfj acpalgq, vipoç ôk rijv ix rov xévrçov rrjç oq^aigaç. j [
Hp . Uv . i*^1 .3- Volum; p^ac3[d(x ,o)<r]! ^ • S;Area plan(o+2^ I^j
r>x3[d{x^ o-\-zi) <>J(r' — z^)] |2, {—r)^r\ =: S[jr(r«— 2»)|2,(— rrr] =
2;rr3S[(l— OK. ^] = ^jn-' /S J •H oep . reQ .3 Area jp^ir3[d(ir,o) =r]j = 4jrr*
j ArCHIMEDES t.l p. 136 : nâorjç acpaİQaç fj èmtpdveia xeTQOJikaoia
èarl rod jneyiarov xvxXov t(j5v èv ainfj, \ [Area;pna;3[d(ac,o)=:r]; -=.
lim;Volump^a:'3[d(.r,^) ^r-\-h\ — Volum p<^X5[d(x,o) < r— ^] 1 2/01^,
Q,Oî = D[4jrr5/3|r, Q,r] = 4jrr*] r

The text on this page is estimated to be only 18.80% accurate

$\text{Area}_{jp}^{\wedge} X3ld(XyO) = r \cdot h \cdot \text{CioC}' - o)Xi < if^{\wedge}] = 2nr(k^{\wedge}h)$. Segment
 de sphère. •3 $\text{Volum}_{jp}^{\wedge} a^3[d(a?,o) < ; r \cdot \text{ang}(a:—o, /) < [«] j = 2jr^{\wedge} (1—$
 $\text{cosa})/3$ •31 $\text{Area}_{p}^{\wedge} oc3[d\{x,o\} = r \cdot \text{ang}(ir— o,i) < ; a] j = 2;r/(1— \text{cosa})$
 Secteur sphérique de rayon r dont l'angle au sommet est 2a. •4 $o\wp \cdot 18 \text{vhO}$
 $\cdot ae Oji/2$.3 $\text{Area}_{p}^{\wedge} .x3[\text{ang}(i5C— o,/)=a \cdot (\alpha—o)xi s Oi^{\wedge}] = jr/*\text{sina}$
 /(comf Cône de révolution ; T angle au sommet est 2a, et la hauteur est
 modi. $rt\wp, \cdot \text{osa} \cdot /eQ \cdot \text{he} \& r \cdot ^{\wedge}$. •5 $\text{Volum}_{p}^{\wedge} a^3Jdijr,a^y3[d(y,o) =rl] < ; i\}$
 $= 27if7^{\wedge}k$ •51 $\text{Area}_{p}^{\wedge} ir3Jd[j^{\wedge},a^y[d(2/,o) =r]] = h j = 47r'r/^ j$ Kepler
 a.1615 t.4 p.582: « Omnis annulus sectionis circularis... est aequalis
 cylindro, cujus altitudo aequat longitudinem circumferentiae, quam centrum
 figurae circumductae deucripit, basis vero eadem est cum sectione annali »
 . I •6 $osp \cdot \text{afi.cs} v-^O$.3 $\text{Area}_{p}^{\wedge} [(o4-Qa4-Q6+Q^{\wedge})'^a?3[d(ar,o)=l]] = aiig(a;$
 $b,c) + \text{ang}(\& ; c,a) + \text{ang}(c; a,b) - 7t j$ Harriot, a. 1603; Bollett. di Storia d.
 Mat. a.1902, p.1: « Inveni rationem accuratam mensurandi superficies
 trlangulonuu sphaericorum 18: sep. 1603. « Et est talis; Adde simul omnes
 angulos trianguli inde detrahe 180 quod superest fac numeratorera ad 360.
 Dico quod illa fractio exprimit partes haeraisphaerii quae continet triangul:
 vel têt gradus numera in circulo magno quot suuit in numeratore et a polo
 illius circuli descendunt duo quadrantes terminantes illos gradus dico quod
 hoc triangulum aequatur triaogulo sphaerico praedicto ». Girard, a. 1629
 foI.38v; Cavalieri, a.1632 p.316 j $osp \cdot \text{hjkEY} \cdot i^*==; **=\text{ft}'=1 \cdot \text{ixj}=\text{jXh}-$
 $=kXi=0 \cdot a,6/?\wp Q \cdot a^{\wedge}l^{\wedge}c$.3- "'7 $Yo\backslash\text{im}\backslash(0'\backslash-x^{\wedge}i'\backslash-xj'\backslash-xji)\backslash x' Cx3^{\wedge} X3[\{xjaf$
 $'^{\wedge}\{xJbY'^{\wedge}-ixJcf^{\wedge}1] j = ^{abcrd} \cdot 8 E\{a,b,c\} = A.Yedi\{0'\backslash-xJ.-\backslash-xJ-\backslash-xJc\}\backslash x'$
 $Cx3^{\wedge} oc3[(xJaf+(xJbf+(xjcf=l)\backslash \cdot E,(aAc) = 4:7iab \cdot E^{\wedge}(aAc) = Aaib$
 $(a+r?)/2 \cdot EJ^{\wedge}a,b,c\} = Ait(ab-\backslash-ac-\backslash-bc)rd$.3 $E,(a,b,c)^{\wedge} E(a,b,c)^{\wedge} I2h\backslash(afi,c)$
 $\cdot E(aAc) > 43/48 Eja^{\wedge}.c) \cdot 4/15 jtb(a-'C)yc^{\wedge} E(aAc) — E,(aAc)^{\wedge} /5 nb(a-$
 $'C)/c$ Volume et aire de l'ellipsoïde; voir ma note LinceiR. a.1690 s.4 t.6
 p.317.)

The text on this page is estimated to be only 26.18% accurate

$\frac{1}{11} \frac{1}{\text{ot}^p} \cdot a, \text{ut} : y \cdot \text{moaa} = \text{mout}^{\wedge} = i \cdot \text{axe} / - \_ \text{Volum } p^{\wedge}$
 $a^{\wedge} [d(a; o) < 1 \cdot d[x, \text{recta}(o4 - a/2, 6)] < /2] = 8/9 \cdot \text{Areap}^{\wedge} a^?3 [\gg = 1. \gg \gg$
 $< ; /21 = 27i \text{---} 4. \text{Areap}^{\wedge} i^3 [\gg < ; i \cdot \gg \gg = 12] = 4, \text{Long } p \text{ n } a : 3 [* = 1 \cdot \gg = /2]$
 $= S[^{\wedge} KcJ^4 - 2s3"] \setminus z, 26b] \hat{=} \text{ViviANi}, \text{Voir ActaErud. a. 1692 p.274 j}$
Intersection d'une sphère et d'un cylindre. $\frac{1}{121} \text{ue Cls}^p \cdot \text{ff } Qfu .3 S[(fx)x$
 $\setminus x, u] / S\{f, u\} = \ll \text{barycentre de la figure matérielle étendue au champ } w, \text{ et}$
ayant en chaque point x la densité $fx \gg \cdot \bullet 2 \text{ u} \text{£ Cls}^p r^{\wedge} . S(\text{idera}, i^{\wedge}) / \text{Volumu} =$
 $\ll \text{barycentre du solide homogène } u \gg \cdot \bullet 3 \text{ US Cls}^p \cdot / \text{fe } Qfw \cdot \text{ae } p \text{ w } p, \text{ w } p,$
 $.3. S_j / \text{Ir}[d(\text{ir}, a)]' |(3c_j, i^{\wedge} j = \ll \text{moment d'inertie par rapport au point } a, \text{ ou à}$
l'axe a , ou au plan a , de la figure matérielle, étendue au champ w , et ayant
en chaque point x la densité $fx \gg \cdot \} \text{EuLER a.1765; a.1790 p.166:} \ll$
Momentum inertiæ corporis respectu cujuspiam axis est summa omnium
productorum, quæ oriuntur, si singula corporis elementa per quadrata
distantiarum suarum ab axe multiplicentur $\gg \cdot | \bullet i \text{ ue Cls}^p \cdot \text{fs } Qfu \cdot \text{iev} \cdot a, g$
 $\text{ep} \cdot S[\{fx)x \setminus x, u] / S\{f, u\} = g .3 \wedge fx [i\{x, a+q/\}]' \setminus x, u \setminus = \wedge fx [d(\text{ir}, gr4 - q/)] \gg$
 $\setminus x, u \setminus + [d(a, \text{fir} + q\hat{i})]' X S(/', ^4 j \text{ Euler id. p.168:} \ll \text{Si... detur momentum}$
inertiæ respectu cujuspiam axis per centrum inertiæ corporis transeuntis,
momentum inertiæ respectu alius cujusvis axis illi paralleli superat illud
productum ex massa in quadratum distantiae hujus axis a centro inertiæ $\gg \cdot !$
 $\wedge \wedge \text{Hp-4} .3 a(\wedge, \wedge^*, \text{fl3}[\hat{i}, A:, \text{te } U^*v - eO \cdot \text{ixk} = kx1 = Ixi = 0 : \text{hsU}'V'tO 3/\gg.$
 $S \setminus fx[d(x, g+qh)Y \setminus x, u \setminus == (hXir^{\wedge} 1 > i \setminus + (hXkYS \setminus ^{\wedge} k j + (hxtf^{\wedge} \setminus - 1 j] j \text{ Euler}$
id. p.176 } Les droites $g - \setminus - (\setminus hg - \{ - ^{\wedge} fc^{\wedge} g - ^{\wedge} (\setminus$ qui satisfont la P'5 s'appellent,
suivant Euler p.175, «axes principales». $\bullet 6 \text{ oap} \cdot \text{rfi} Q \cdot iSY 3S\hat{i}[d(a:, o+qi)]'$
 $\setminus x, ^{\wedge} > x3[d\{x, o\}^{\wedge} r] \setminus = 4jrrV15 S_j(a? \text{---} o)^* | a:, p^{\wedge} a : 3[d(.a?, o)^{\wedge} r] \hat{i} = 4jrr75 F$
1902 d.183 20 r

The text on this page is estimated to be only 16.81% accurate

306 §90 p (paramètre différentiel) $\wedge 1$. ke $Cl's'p \cdot K^{\delta}k$. pek . ii.ve
 qfk Q. •0 $p(u,k,p) = 7V^{\wedge}v3 \lim [l(uq \rightarrow up) - (\zeta \rightarrow p)X2^{\wedge}]; \text{mod}(\zeta \rightarrow j)] |g,$
 $A-, p_j = 0 ! Df = \ll \text{paramètre différentiel de } iij \text{ dans le champ } A-, \text{ pour le}$
 point $p \gg$. Hamilton a introduit cet opérateur p dans ses Ijeciures an
 QuaiemionSf Dublin a.1853, p.610. Lamé (JdM. a.1840 t.5 p.316) avait
 appelé « paramètre différentiel de premier ordre de la fonction u » le
 $\text{mod}\zeta^{\wedge}\{u,k,p\}$. Si w est un « potentiel », pw est la « force correspondante »
 ; si w est une « température », pu est le « flux de la chaleur » . M pe Litft .
 $up = \max ii^{\wedge}k \cdot f^{\wedge}\{u,k,p\} \text{ ev } .3- pC^{\wedge\wedge\wedge j}P) = 0 'M (\min | \max) P'I \bullet 2 \text{ te}$
 $(\text{Int}\hat{A})F0 \cdot \text{te}\odot \cdot DU, v(n,k,lt) s v Q. D(ul, e, t) = F(^{\wedge},ft, II) X DZ < \bullet 3 \text{ Hp } P-$
 $2 \cdot \text{ait} = \max uVQ O- F(^{\wedge}*j^{\wedge}0 X DU = 0$ Les P-2-3 donnent la rè«;:le,
 énoncée pjar Leibniz, a. 1693 t.6 p,233, pour trouver la normale au lieu des
 points pour lesquels est constante la somme des distances à plusieurs points
 fixes. •31 $u'k \ 3 \text{ à } u'k \cdot /; Dfe \zeta \backslash F \{a'k\} .3 \zeta 7 \{fu,k,p\} = (Df)upXF(uAp)$ Cette
 F donne la règle pour trouver le p d'une fonction de fonction. •4 $p(<^{\wedge}+?',$
 $A-, p) = f(u,k,p) + p(r,t,p) a, pep \cdot a^{\wedge} = p Q. -5 p[(p-a)' | p, p, p] = 2(p-a) \bullet 6$
 $p[d(p,a) I p, p-ta, 29] = U(p-a) \bullet 7 \text{ tev } .3. f[X(p \rightarrow a) Ip, p, p] = i \bullet \ll \gg$
 $p(iXU(p \rightarrow a) | p, p^{\wedge}\langle, 2\}] = IcmpKp \rightarrow a)]/d(p,a) \bullet 9 \text{ te } v^{-\wedge}O \cdot p \pounds p-\{a4-qO$
 $.3- p[\text{ang}(p \rightarrow a, \hat{i}) | p, p^*ea, p] =: U\hat{I}[cmpJ_-(a \rightarrow p)]iS/d(p,a)^{\wedge} 2-i /fe qfp \cdot ys$
 $pF0 \cdot Dy s vF(9 \cdot S[(/)/<XmodD2/^{\wedge}]/,0] = \max q f^{\wedge} h'3^{\wedge}(pFe)f^{\wedge}g3 \backslash gO = yO$
 $\cdot flfl = 7/1 \cdot Dg \ 8 vF(9 \cdot A = S[(\hat{I}7^{\wedge}XmodD5rf) |^{\wedge}, 0] j \cdot \text{te}\odot .3 (\text{mod}\hat{D}i/^{\wedge})$
 $\{cmpiDyQp(/; p, yO = fy^{\wedge} X DUDi//$

The text on this page is estimated to be only 10.03% accurate

§91 curvatura torsio Torsio par C. Burali-Forti. curv torsio $\wedge 1$.
 Hp §rectaT 1 .'^.\ •0 curvatura(p,a7) = curv(p^x) = 2 lim[îd[py,
 recta>T(p,œ)] / [d(py, px)Y\ |î/, Va: cnrvatura ^ courbure ou flexion. •01
 torsio(p,a?) = 3 lim[jd[p2/, planO(p,a?)] / [d[pyy rectaT {pyX)]xd {py, px)]
 \y, Variabp, o torsio =: deuxième courbure ou torsion (absolue). •i Dpx £ v-
 ^O . D*px £v r^ . curvatura(p,ir) = mod[(Dpx)a(D^px)] / [modDpxY=: mod[
 (cmp}J)px)D^px] / (Dpxf = modD(UD;p •2 Bpœ £ V ^0 . D*px £ V -
 qDpo; . D*px £y r^ . torsio(p,a;) = mod[(Dpx)a {jypx)aÇD^px)]/[(D2 modDj
 U[I {Dpx)a(D'px)] \modDpx •3 [c\iryeituTa(p,x)\x' k]= lO .=. a p, ^
 U3 {p'jr^h 'A [tor8io(PyX)\x' />:]= cO r^, a Pa '^ U3 {p'lc^u) j P-OOi C.
 BuRALi-FoRTi, Torino A. a.1901 ^ 2. HpPlO.-. •1 m,n£N, . m<Cn . Dpo? =
 D'pjc =...= D** ^px yhO . D'^'^pxy..fi*''^'px £ qD'^px . D'^px £
 vciirvatura(p,ir) eQ .=. n= 2m » =^o .=. n<; 2>>i » izzO .=. n> 2>n •H
 HpPM . n= 2m .3- curvatura(p,a;) = (2x m! / n!)!mod[(D>a?)a(D'*2}j;)] /
 [modD"*pj •2 Hp FM . reNj . n<:r . D**^*pa[;,...,D''''*p^ £ (qD^ . D"px £
 V'iqB'^px + qD>j:0 .'^: torsio(p,a;) £Q .=. r= m+n » =:xD .=. r< m+n » =0
 .=. r>- r/i+^î

The text on this page is estimated to be only 18.62% accurate

$(3xm! \ 7i! \ /r!)|_{\text{mod}}[(D>a;)a(D''pa;)a(D>a;)l/[(D'*pa?)a(D>a\hat{i})])$ I
 C. BuRALi-FoRTi, TorinoA. a. 1901 } $\text{Torsio}^{\wedge} 3-0$ Hp P2-2i .3 $\text{Torsio}(p,rr)$
 $= \text{sgn}\hat{n}[\{D>ir)aP>a7)a(D'*pjp)]/ \hat{u}\text{torsio}(p,ir)$ Df •Oi Hp P2'2 . r= m+n .3-
 $\text{Torsio}(p^{\wedge}) = \text{torsio}(p,a?)$ Df $\text{Torsio} = \text{torsion relative}$. Elle dépend de
 l'opération « indice », I. M Hp Pl-2 .3 $\text{Torsio}(p,;r) =$
 $\hat{i}[\{Dpa?)a(D'pj?)a(D'p^{\wedge})] / Q \setminus f \% 4.$ p£pF0.Dp,D»p8v-4OF0J =
 $(UDpa7|a?,0)./i = \text{Arc}(p,0-i/)$.3 •1 Dto = $\text{curv}(p^{\wedge})$ noi '2 Dto = $\text{Torsiofp},^{\wedge}?)$
 $nx \bullet 3 Dn^{\wedge}r = \text{--- curv}(p,ir)$ to --- $\text{Torsio}(p,ir)$ fto? } Frenet, Sur les courbes à
 double courbure. Thèse 10 juillet 1847, JdM. t.17 a.1851. Serret, Mémoire
 sur quelques formules relatives à la théorie des courbes à double courbure,
 JdM. t.16 et t.18. | f

The text on this page is estimated to be only 16.27% accurate

Df Df Df §92 pntOrdin flex cusp' cusp" par C. Burali-Forti. ^ 1. Hp §rectaT 1 . ^rsu3(p'ryu) .3. •1 pntOrdinp = y3'R{z,h}3\zeh . y=pz . heQ, : a?irectaT(p,^) a€p'[kr(z+eh)] . bsp'[kriz^eh)] 0,,,,,. {a^y)X{x—y)e — Q(&— y)X(a?— î/) . -a reoXBLYip.z) « («+ Sip—a)) j Df •2 (flex ,-Q, a)|(pntOrd,-Q,-a)P-i •3 (cusp' , Q , a)| •4 (cusp" , Q , -a)| pntOrdin := point ordinaire flex •=. » d* inflexion cusp' ^ » de rebroussement du premier ordre cusp" := » » » » deuxième ordre. On obtient les Df de « flex/? » , « cusp'jp » , « cusp"/> » , en faisant dans la P*1 les substitutions indiqué par les P-2-3'4. ^ 2. HpPl . Hp§curvatura 2-i .3 •1 px e pntOrdinp .=. me 2No4-l • ^^£ 2N, •2 px 8 flexp .=. » . ne 2No4-l •3 px £ cusp'p .=. me 2Nj . » •4 px £ cusp"/9 .=. » . n£ 2Ni Voir G. Peano, Applicazioni Geometriche a. 1887 p. 97- 100. •5 px £ (pntOrdinp g cusp'p) .3- curvatura(p,ir) e (Q^w «oo) •6 pX' £ (flexp w CUSp'p) .3- * £(lOsjlcc) \ C. BuRALi-FoRTi TorinoA. a.1901 (

The text on this page is estimated to be only 16.17% accurate

310 §93 cycloides epi(îycloides par C. Burali-Forti. ^ 1. ofip .
ti.v^ev . w*=î^'=1 . wx^'=0 . î= vju . rJiE q-eO . p= \ (o-^rxu-\-riU^\-
hçr^"iu)\x, qj . ^r La courbe plane p'q est engendrée par un point lié
invariablement k une circonférence de rayon r, et à la distance h de son
centre, qui roule, sans glisser, sur la recta(o,2*). Pour h'=,^r on a la «
cycloïde propre ». •i acusp'p . =. mod/i = mod/* •H /i= r r^, cusp'p =z p*
((2n4-l)^) M2/i=— r.3 » =p'(2n7r) •13 a?£q . px £ cusp'p . ^^ curvatura(p,a?)
=ao •14 acusp'p .3- Num(cusp'jo) ^ infn . cusp'p 3 recta(o,?0 '1 5 ireq . pa; -
ecusp'p .3- rectaN(p,^)=recta(2)rr , o+rxii) •16 » £ » » (pXyiu) •17 » .
aciisp'p . 2);r -£cuspp .3- /curvatura(j9,x) = 2mod(o4"^^^*— P^)=
4mod(sin x/2} •2 aflexp . =. mod/i < modr •2 1 » r^ . flexp = p*[q ^ ir3(co&r
= — h/r)] •22 d^eq . px £ ûexp .3- curvatura(p,ir) = 0 •23 aflexp .3-
Num(flexp) £ infn •24 xsflexp .3- ^exp'^rectsi {x,u) •3 -acusp"j9 .
'fKlq^xsipx s pntOrdinp . curvatiira(p,r) e {tOu<x>)] '31 acusp'p .3- -
aflexp epicycl ^ 2*0 r,r',/î£ q*eO .3 epicycl(r,rVi) = oc3^(o,u.v,i)3 \of pnt .
w,^•£ vct . u*=zv^=1 . ^^x?'=0 . i= v/u . x= [(o+(r+r)e\iLr)u +
he[^[iocir+r)/r]u\x' q]\ Df •01 epicycl = x3'K(r,r\h)3[>\r\h£ q-^O . X£
epicycl(r,r',A)] Df Appelons « epicycl(r,7"/i) » toute « roulette », engendrée
par un point lié invariablement à une circonférence de rayon r, et à la
distance h de son centre, qui roule, sans glisser, sur une autre circonférence
fixe de rayon r.

The text on this page is estimated to be only 7.79% accurate

• $-(4^{\text{''}}=0) \cdot (\text{tnoda} = \text{mod}\&)] \cdot p^{\wedge} = \backslash[o+ae\backslash(\text{imx})u+ \text{bel}^{\wedge}i?ix)u]$
 $\backslash x, qj \cdot 10 = \text{pntOrdin}p^{\wedge}!/3'3[q^{\wedge}\backslash J03(y=px \cdot \text{curv}(p,ir) = 0)] \cdot ^{\wedge}-^{\wedge} \cdot 1 p'q \text{ } \text{£}$
 $\text{tepicycl}[\{n\text{---} m)a//^{\wedge}ma/n,ft]^{\wedge}\text{epicycl}[(m\text{---}n)\&/m,n6/m,a] j \cdot H$
 $\backslash Uota,t[o,\},nin/(m^{\wedge}7i)]\backslash(p^{\wedge}())==[o+ad(iimx)U'-b^{\wedge} \cdot 2 \text{acusp}'p \cdot =. \text{mod}\{ma)$
 $= \text{mod}(n\&) \cdot 2i \text{ } ma =: nb \cdot 3- \text{cusp}'p = 2)*[(2n4-lW\{\text{''''}^{\wedge}01 \cdot 22 \text{ } ma = \text{---} n\hat{o} \gg$
 $p'[2n7t;(m\text{---}n)] \cdot 23 \text{ } iraq \cdot po; \text{ecusp}'p \text{ } O- \text{curvatura}(p,^{\wedge}) = x) \cdot 24 \gg -\text{£} \gg$
 $\text{rectaN}(p,Jt?)=\text{recta}[pj^{\wedge},o+ (m\text{---} >2)ef^{\wedge}(/>2^{\wedge})?f/i] \cdot 25 \gg \text{£} \gg \gg \text{recta}(o,pjt7)$
 $\cdot 26 \text{ } a:8 \text{cusp}'i? r). d(o,x) = \text{mod}[(n\text{---} m)a//i] \cdot 3 \text{ } mo \cdot =. -\text{acusp}'/\} \cdot$
 $\text{mod}(\gg i'a)=\text{mod}(;i'\&) \cdot 3i -\text{acusp}'p \cdot m'a= n'\& \cdot 3 \text{ } ^{\wedge}\text{^^}=2^{\wedge}*U2n4-lW('>i\text{---} ^{\wedge})]$
 $\cdot 32 \gg m*a='-n*b \gg p*[2n7r/(/>i\text{---} n)] \cdot 4 \text{ } aflexp \cdot =. \text{mod}(m^{\wedge}a^{\wedge}+7i*b^{\wedge})$
 $<i\text{mod}[mnab\{m+n\}] \cdot 41 \text{ } a?\text{£}q \cdot px \text{ } s \hat{u}\text{exp } 7^{\wedge}. \cos\{m'-n\}oo=:\text{^}\{mW+n*b^{\wedge}$
 $mnab\{m+n \cdot 42 \gg \text{curvatura}(p^{\wedge})=0 \cdot 43 \text{ } a7,\hat{i}/\text{£}f\text{lexp} \cdot ^{\wedge}. \text{dist}(OyX) = \text{dist}(o,y)$
 $\cdot 5 \text{ } ^{\wedge}fKq^{\wedge}x3[px \text{ } \text{£} \text{cusp}''p \text{ } v \text{ } pcZ? \text{ } \text{£} \text{piitOrdin}^{\wedge}) \cdot \text{curv}(2),rr) =:x)] \cdot 51 \text{ } a(\text{cuspp}$
 $yj \hat{u}\text{exp}) r). -\text{a}\hat{i}o -52 \text{acusp}'p \cdot 3 -\text{aflex}^{\wedge}) \cdot 6 \text{ } m/n \text{ } \text{£}r \cdot ==. a$
 $Q^{\wedge}r^{\wedge}h3\{p^{\wedge}q=:p^{\wedge}\&h) \cdot =. a(r,s)3[r, s \text{ } en \cdot D(r,s)=1 \cdot p= \backslash [o+ae[\text{^}\{\text{irx})H +$
 $\text{be}\backslash iisx)u] \backslash x,q\backslash] m,n\text{£}ii \cdot Dvr(m,n) = 1 \cdot 3 \cdot 7 \text{ } p'q = p'(2e7i) \cdot 8 \text{acusp}'p \cdot 3$
 $\text{Num}(\text{cusp}'p) = \text{mod}(m\text{---}n) \cdot 81 \text{ } at/; \cdot 3 \text{ } \text{Numir} = \gg \cdot 82 \text{ } aflexp \cdot 3 \text{ } \text{Num}(t\text{lexp})$
 $= 2\text{mod}(/n\text{---} ;?)$

PROGRAMMA DI CALCOLO INFINITESIMALE per Vanno
 1901-02. Limiti superiore e inferiore d'un insieme di numeri reali (§q 2). -
 Classe limite (§A]*0 §^1 -0). — Classe derivata (§a -0). — Limite d'una
 successione (§lim l'OOl'). — Série. — Convergenza, e proprietà principali
 (§lim 21*0 22*1'3 23-1 24 25*1 -5). — Série armonica (261). — Criterio di
 convergenza dedotto dal rapporto d'un termine al précédente (27*1-11-12-
 13*14). — Série speciali (28). — Criterio di convergenza dedotto dal valore
 assoluto dei termini (34*1). — Formula del binomio (41). Derivata. —
 Definizione (§D 1). - Proprietà principali. — Derivata di una somma, d'un
 prodotto d'un quoziente, d'una potenza (2, 3, 4). — Relazione fra il
 massimo e minimo d'una funzione e la derivata (5'1). *Teoremi della média
 (5-4-5'6). — Limiti ottenuti con derivate (61'2). — Formula di Taylor (10).
 — Espressione del resto data da Lagrange (flll). Integrali. — Definizioni (§S
 1). — Proprietà fondamentali (2). — Integrale d'una somma, del prodotto
 d'una costante per una funzione (3-4-*42). — Teoremi della média (3*6'61).
 — Integrabilità delle funzioni crescenti (41--4). — Integrale d'una potenza
 (5-r2). — Integrali di binomii e Euleriani (6-5). — Integrali con limiti
 infiniti (101'2 11 1). — Regola di convergenza delle série dedotta
 dall'integrale (13*0). — Integrabilità d'una funzione continua (14-1). —
 Relazioni fra derivata e integrale (20-1-2-3). — Resto nella formula di
 Taylor, sotto forma d'integrale (f21-1). — Formule di quadratura
 (221'2'3'4*5i. Base dei logaritmi naturali (§e 1). — Sviluppo in série di e^x
 (41-2-3). — Derivata di e^x (7 !). — Integrali ed equazioni differenziali in
 cui figura e^x (8*1*21 10'1*2). — Logaritmi naturali (§log 1). — Logaritmo
 come limite d'una espressione algebrica (31). — Sviluppo in série di
 $\log(1+x)$. Série per il calcolo dei logaritmi (41-2-3-4). — Derivate e integrali
 in cui figurano logaritmi (71 ll^ 81). Numeri complessi. — Definizioni
 (§Cx 1). — Funzione e^{-x} per x immaginario (§q' 14 15). — Definizione
 analitica delle funzioni circolari, mediante esponenziali (§sin 1-2). —
 Sviluppo in série di $\sin x$ e $\cos x$, tang-ix\ Calcolo di .T. (211 -2 231 241).
 — Derivate delle funzioni circolari (311-4-5-6). — Integrali in cui figurano
 $\sin x$, o funzioni circolari (40* 1 410-1-5-6 45* 1). Vettori. — Somma e
 prodotto (§vct 1-21.) — Tangente ad una curva, piano osculatore, ecc, arco
 (§rectaT 1-5). — Aree e Volumi (§Volum). Stampato coi tipi della « rivista
 di Matematica » dalla Tipografia Cooperativa - Via Sacchi, 30 - Torino. i



Revue de RRatbématiques (Rîvista dî Matematica) publiée par G. Peano, t. 1-7 a. 1891-a. 1901. Formulaire Mathématique, t. 1-3. Prix de chaque tome 8 fr. Prix de l'abonnement au tome 8 de la Revue et au tome 4 du Formulaire correspondant, 10 fr.

The text on this page is estimated to be only 11.75% accurate

^' -= i;7"n %*F;f)5E, M>ib FORMULAIRE MATHEMATIQUE
PUBLIÉ PAR G. PEANO Professeur d'Analyse infinitésimale à l'Université
de Turin ./1?J ÉDITION DE L'AN 1902-03 (Tome 17 de l'édition
complète] ,G-^ TURIN BOCCA FRÈRES | CH. CLAUSEN LIBRAIRES
1903 (troisième partie)

ADDITIONS F1903 d.71

ADDITIONS F1903 d.71

21



Signes nouveaux introduits dans les additions. v « vitesse »
p.347. $\dot{x}$ « mouvement » p.348. pos « position » p.349. Ax « axe d'inflexion
courbe » p.355. Ce « centre de courbure » p.355. $T N B$ « vecteurs unitaires
dirigés selon la tangente, la normale et la binormale à une courbe » p.363.
Les additions et corrections indiquées par MM. Boggio, Peano, Vaca, sont
signées respectivement par (b), (p), (v). Les autres portent le nom du
collaborateur.)

The text on this page is estimated to be only 27.82% accurate

§=. Note sur les relations. Nous n'introduisons pas un si<!:ne simple pour indiquer « relation ». L'expression « relation entre les a et les b » résultera indiquée par le symbole $\text{Cls}'(\text{ai}6)$. Voir §F p. 126. Soit xay une relation entre les objets x et y . Elle est dite « réflexe » (Vailati RdM. t.1 a.1891 p.134) si $oxax$, c'est-à-dire si tout objet est dans la relation a avec lui-même. Elle est dite « convertible » (De Morp^{an}, CambridgeT. a.1856t.6 p. 104, De A mi ci s RdM. t.2 a. 1892 p. 124) ou « symétrique » si $xay \rightarrow yax$. Elle est dite « transitive » (De Morgan) si $xay \cdot yaz \rightarrow xaz$. Selon §1 P-1-2-3, la relation $\wedge$ est réflexe, symétrique et transitive. Ces trois propriétés sont indépendantes. En effet : La relation entre nombres $x=2y$ n'a aucune des propriétés énoncées. L' relation $ax^3 - 3x^2y + 2y^3 = 0$ est réflexe. » $ax^3 + y^3 = 1$ est symétrique. » $x > y$ est transitive. » $(x' - \{ -y - 1 \})(x - y) = \wedge$ est symétrique et réflexe » $x \wedge y$ est réflexe et transitive » a est un multiple de y » $j > X$ est une puissance de $\wedge$ » $\wedge \wedge$ » $x, y \in N_p$ est symétrique et transitive, et non réflexe.. La dernière relation est le produit d'une condition en x par la même condition en y . La relation $x \wedge y \in 3N + 1$. $\wedge$ $x, y \in 3N, - 1$ est symétrique, transitive, non réflexe, et n'a pas la forme axa . Il y a des relations, différentes de l'égalité, et qui satisfont aux conditions 1*2-3. Sont telles les relations géométriques: $>$ « la droite x est parallèle à la y » « la figure x est semblable à la y » etc. Elles sont réductibles à l'égalité ou identité, indiquée par le signe $:=$, entre des fonctions ou des abstractions des objets considérés; p. ex. « direction de $x =$ direction de $\wedge$ », « forme de a $\wedge$ forme de $\wedge$ », etc. Voir les définitions par abstraction, et F1901. Une relation algébrique réflexe symétrique et transitive est réductible à la forme $r = J$, où r est une fonction rationnelle. Voir IdM. a. 1900 p.37, 315. (p p.3 §= 1 « Quod est est » { Principium identitatis des Scholasticus !. 3 « Quae sunt eadem uni tertio sunt eadem inter se » ; Principium identitatis romparatae des Scholasticus ;. (F. Invrea



316 Add[^] p.5 1.11. La phrase de Leibniz se trouve Mss. Phil. VII B II 62. (Louis Couturat p.5 ligne 6. J'ai introduit le signe de déduction sous la forme q, initiale renversée du mot « contient » dans F1889. Mais il se rencontre déjà non seulement dans Gergonne et Abel, comme il a été dit, mais aussi dans Heiberg, Quæstiones Archimedee, Haunise a. 1879 p,46 etc. Probablement il était répandu dans les écoles. Dans F1898 nous l'avons déformé en 3? pour lui donner la même longueur typographique du signe ^.

(p p.5 ligne 5 en remontant. Au lieu de « Si p » lisez « Si q ». (Xassô p. 8 note au signe e. Voigt et Husserl, dans les « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie » a.1891 et 1892 ont introduit un autre sig[^]ne pour représenter l'idée b du Formul. a. 1889. (Korselt p.9 ligne 15 au lieu de « fZ est &d » lisez « ad est bd » . (Nass(> §Df Définitions, La classification des Df en réelles et nominales, qui remonte à A r i s t o t e : 'O ÔQiCéfievoç deixwaiy tj ri èaxiv rj ri aijfiaivei Tovvofia. (Anal. post. II 7), n'est pas applicable aux Df mathématiques, qui sont toutes nominales. Elles ne satisfont pas à la règle que toute Df procède par le genre proche et par la différence spécifique (A ris tôt e, Top. I, 8): *0 'ogto/jLoç èx yévovç xai ôiaq?OQcSv èauv. On doit à M. Burali-Forti, Tx>gica matematica, a. 1894, la première classification des différentes formes de Df mathématiques. Il appelle définitions de première espèce celles qui n'ont pas d'Hp. Les Df de deuxième espèce sont celles qui ont une Hp. Nous avons mentionné à p. 11 les principales Df du Formul. ayant la première ou la deuxième forme. La définition par abstraction, d'une fonction ç» a la forme $\epsilon px^{\wedge} = (py \text{ .} = \text{ fexpression composée par les signes précédents})$ c'est à dire on ne définit pas le symbole simple ç?3c, mais seulement l'égalité ($px = < py$). Plusieurs A. donnent des nombres rationnels une Df par abstraction (p.95), qui n'est pas nécessaire. Les Df par abstraction contenues dans le Formul. sont : §1' 10 §Num 10 §a 21 42 514-24 65. Pour éclaircir la loi de l'homogénéité des Df, remarquons que la Prop ae'So .3. $0 = a - a$ n'est pas une Dfp, car un membre contient la variable réelle a, qui ne figure pas dans l'autre. Si l'on considère comme une bonne Df la P citée[^] il faudrait aussi considérer comme telle la P a,6£No .Z). $1 = a - b$, qui a la même forme, et qui, étant fausse, serait vraie par définition.

$\text{ija f} (^9 \text{ vct n'i}): u = \ll \text{valeur constante de } a \text{ — } a^\wedge \text{ ou as pnt} \gg$ est une Dtp. La lettre a dans le second membre est apparente. Analoguement la P (§vct 5*2). $u, v \text{ vct. as pnt } O - i^{+v} \wedge (a^{+ \wedge + \wedge}) \text{ — } \wedge \ll \text{Si } M \text{ et } v \text{ sont des vecteurs, et } a \text{ est un point, le vecteur } w+v \text{ est la différence des points } a+w+y \text{ et } a \gg$, n^* est pas une Dfp de la somme de deux vecteurs, car le second membre contient la lettre réelle a , qui ne figure pas dans le premier. Il faut la réduire à la forme 5*0. Pour définir une opération sur des objets, il faut parler de ces objets et non d'une représentation. P. ex. la Df de la somme de deux rationnels doit avoir la forme : $3? * yf R - Z) - ^+y =$ (expression composée par ce , y , et les idées précédentes). La Prop $a, 6, c, tZfNi .3. \text{alb-}\backslash\text{-cld} = : (acl\text{-}\backslash\text{'bc})l\{bd\}$ n'est pas une Dfp. Car si $rt, 6, c, < ifN,$, la somme $\{ajh\} - \backslash\{cld\}$ doit être définie comme fonction de ajh et de $c/c?$, et non de a, byC, d . Le rapport ajb est fonction de a et $\&$, mais non réciproquement. P. ex. on ne peut pas définir une opération $.a$ (moyen) par la $P : a, 6, c, r/fiN, .^D - (<i/\&V(<^\wedge) = (^+c)/(6-f-\epsilon?)$, car on déduirait : $(1/2i/i < 2/3 = (3/5. ; (;2/4)/*(2/3; = (4/7j, d^*$ où Tabsurdité $3/5 = 4/7$. Analo^ement les Prop : $a, 6 \text{ é Cls } . -go^\wedge .3^* \text{ Numa} + ^{iiTM^\wedge} = \text{Num}(au\&) a, \& \text{ pnt } .3. a - \} - \{b \text{ — } a\} = zb \text{ } a, b, c \text{ } \text{pnt } .3 - \{a \text{ — } b\} - \backslash\{b \text{ — } c\} = a \text{ — } c$ ne sont pas des Dfp de la somme de deux nombres cardinaux, d'un point et d'un vecteur, de deux vecteurs; mais il faut les transformer comme on trouve dans le Formul. Les Df non homogènes et les Df irrégulières ne sont pas rares dans les traités de Mathématiques. On en trouve encore quelques unes dans le Formul., comme: §nl-4 §R 11 §cxl-5 §Substl-4 §vct 31. §aAdd. P7-2, ll, ... comme il est dit à la place indiquée. §p.18 §-l'2 «A negatione consequentis sequitur negatio antecedentis » . I Schol astiques ! (Invrea p. 18 1-2 Je n'ai pas trouvé cette formule en Aristote. Elle se rencontre en Diogenes Laertius VII, 80, qui l'attribue à Zenon le stoïque (a. — 300 ca.). Plus clairement en Albertus Magnus, a.l205 •^1280, opéra omnia t.l Lugduni a.l651 p. 249: « Cum hæc propositio sit vera : omnis homo est animal^ erit hæc vera per conversionem per contrapositionem factam: omiie non animal est non ho77W». (V r

The text on this page is estimated to be only 19.47% accurate

318 §u Add. Ex. du signe -: §H-lo §Ni2-2 §>2-6 31 §r^8-6 91 10-2--7 11, 12, 13 §«2-2 §J-6-7, etc. (p §o611 (p.23) Leibniz, éd. Couturat p.425: « Sive A sive B, hoc est neque A neque B ». (v p.27 §^ 41 «Ex absurde sequitur quodlibet » | Sehola.H tiques î. (Invrea §38*4 « Quodlibet aut est aut non est». ; Principium exclusi medii des Scholastiques î. (Invrea La Dm des Prop §a2-1--6, c'est-à-dire la réduction de ces formes de raisonnement aux formes précédentes, est contenue dans les éditions précédentes du Formulaire. < p /, quot, rest, mit, Dvr, Np mp, »;, R, r, Q, Log", ^, Chf Mon livre; Ariimetica générale e Algehra elemenfare, Torino, éd. Paravia, a. 1902 contient des additions aux §§ mentionnés, que nous ne reproduirons pas ici. (p §+ p. 35 Le 0 a été introduit sous les formes • © ^ P*^" 1**^ Indiens, pour indiquer la place vide dans la numération décimale. Il se rencontre isolé, et vient considéré comme un nombre, chez les mathématiciens de l'a.lGO). p. .-^6 1.6. Les idées de Cîrassmann ont été reproduites par Helmholtz a.1887 (Abhandlungen t. 3 p. 357), qui appelle « Grassmann's Axiom » la P3-2. (C'est donc par erreur que quelques A. attribuent ces théories a Helmholtz). Voir aussi : Huntington, .4 complète s-f of po^i nlati for fhe theorÀt^ of absolute confimious matjnitwh. AmoricanT. a.1902 p. 264. ^ Dickson, Dpfiniflms of a field by vufrijfOfdeut jyostulates, American.J. a. 1903 p.13. Dickson, Défi 11 if Ion a of a iinear asfutciatlî^ algehra hg i}idej}en<lent fxistulateji, Id. p. 21. Huntington, Ttro définitions of an Abelian gronp bg sets of indef rendent postidafes, Id. p.27. Huntington, Définitions of a field bg sets of indejfendenf jwsfulafe,^, Id. p.31. Huntington, O// a nen- édition o/* Stolz's Allgemeine Arithmetiky with an avcount of Peano'.v définition of number. AmericanH. a. 1902, t.9 p.40. p. 36 M. Maunoury avisiMiu*» son travail a été publié daiin Hnndelinget van het Achtste Xederl. Xat. en Geneesk, Congres, a. 1901, p. 121-147. Voir aussi: Mannoury, Orer de Be'tekenis der wisknndige Ij}gica l'Of.r de Philosophie, Rotterdam a. 1903. ip §X 2*2. Elle est fausse, comme ou vérifie en posant: a^b=:v^zd=-\ . J. Kius V Casas

The text on this page is estimated to be only 23.18% accurate

2-2 $ab(a+b)+b\epsilon\{b+c\}+c(i\{c+a\}+2abc)=(a+b)\{b+c\}(c+a)$ (F.
 Ferrari On attribue d'ordinaire une Df de la multiplication à Cauchy: voici
 ce qu'il dit: Exercices d'analyse Paris a.1847 t.4 p.191 : «... dire que, pour
 obtenir un pi'oduit, il faut opérer sur le multiplicande^ comme on oph'e sur
 Vunité pour obtenir le m^ultiplioateur, c'est donner de ce produit une
 définition qui, pour devenir claire et précise, exige que l'on explique quelles
 sont les opérations à effectuer » . (v p.42, 10 7iote. A. De Morgan (Encycl.
 Metropolitana, Calculus of functioius, t.2 p. 308 a. 1845, London i
 proposait, pour éviter des difficultés typographiques, le symbole / adopté
 dans le F. et le symbole A au lieu du |^ du F. Il écrit par exemple : $a\wedge\{i-\backslash-$
 $bx\},(c-\backslash-ex)l$ ce que nous écrivons: $af\{(a-\backslash-bx)l\{c\sim r-\wedge x\}$] ce qui s'imprime
 avec desavantage avec les conventions aujourd'hui plus répandues. (v 2-5i
 $(a+b)'+a'+b'=2(a''-\backslash-abWf+\wedge i\backslash ab(a+b))]'$ Continuation: gS 15-7 add. 3-81
 $(a+b+cf+(a'+b'+\wedge')+\wedge i^{\wedge}bc(a+b+c)=(Korselt iF. Ferrari \S Dvr 2-34 a.b.meN, .$
 $I)(ajj)=1 . ab e N,*** Q- \wedge\wedge M \wedge T (\wedge\wedge 2'64 D(a,\&,c)=num V''C r>$
 $.r3(a,r,bx e N,xc) Dfp A. Arb icône p.66 \S! P-1 Continuation \S 77 50 (p$
 $4*1'2*3. Ces Prop sont contenues dans l'unique suivante: 4*3i pe Cà$
 $s^{\wedge}ths^{\wedge}iWyj tll w \ll 41 . xe 0'''(p \text{ — } 2) .3- x^{\wedge}+X^{\wedge}\backslash-p e Np (v 6-1 note 2i\ll^{\wedge}\text{ — } 1$
 $e 74>^{\wedge}7xN, (A. C u n n i n g h a m. Nature a.1895 d.U)] 6-24 meNp .$
 $a,/;eN,-N,X/>i . rC>b .3 \ll''\bullet''*\text{ — }/>''\bullet''* fN^{\wedge}Xm (A. Arbicone 6-4 a.b.cen .$
 $A>/^{\wedge}Np^{\wedge}2Nj+1) .3 (a+b+cy''-(b+c\text{ — }a)''' \text{ — } \{c+a\text{ — }b)''\text{ — } (a+b\text{ — }rr \text{ £ Sinabc}^{\wedge},$
 (A. Ko

The text on this page is estimated to be only 14.84% accurate

320 §Np Add. 10-1 pe Np . rest(jj,3)=1 . f^,h e l-p . rest(f*,p) =
Test(g*,p) = resUh',p) Q. f+g-{-h , fg+gh+hf , f*+g*+h* e N;x.p t EULEE,
PetrNC. t.l8 a.l773 p.l21 (pubbl. a.l774) { (v p. 73 §inp Continuation: §2"
21-1 24-0 §77 21--5 71 §<P 1-6 p. 82 31. Au lieu de f lisez m. (v §n 5-70
ab{—a-{-b+c)+bc(a—b-\-c)-\ca(a+b—c)—îiabc = {a—b)(b—c)(c—a) •71
ab(a—b-\-c)-{-bc(a+b—c)+ca(—a+b-^c)—ikibc = —(a—b){b—c)(c—a)
•72 alKa-\-b—c)+bc(—a+b+e)+ca(a—b-{-c)+babc = {a.+b)(b+c){c+a) •73
a(a-b-{-r){a+b—c)+b{a+b-r)(-a+b+c)+c{-a+b+c)(a— b+c) — iabc-{-a-\-b-
\c)(a-b-{-c)(a-\-b-c) •74 a(a—b)(a-c)-\b(b-c)(b-a)-\c(c—a)(c-b) = abc—{;
—a-\-b-\c){a—b-\c)(a-\-b—c) •7» (a+&)(&-c)(r-a)+(6+6-)(c-a)(a-6)+
(<;4-rt)(ffl-6)(ô-<-) = ^ab<:—(a ^b)(b-\c)(c-{-a) •76 {rt4.6+^);(_a+&4-c)
(rt— ô+c)+(a-6+c)(«+6-c)+(rt+6— r)(— rt+&+r)! = 8aft'r'+(-ffl+6+c)(rt-
6+^)(a+ft— c) (F. Ferrari 5-8 {(xa;- \-bb')}{cc'-{-d(i:)-\{-àb'—a:b)(c(r—(fd)
= (fl^+W)(a'c'+6'rf')+ {ad-bc){a'd'-b'c') (b 15-23 rt(6— cf+fxc— rt)'+c(rt—
b)*+8a6c = {a+b)(b+c){c-\-a) •24 (rt+;/)«(>4.c)V— «)'+(>+r)*(r+rt
)«(a_ft)'+(<"a)'(«+6)* (6— c)» + {n-b)\b—(f{c-a)* = 4{a*+b*)(b*-{-
(fxc»+a*')-S2d'ff<f •25 («+?>)'(>— r)'(r—fl)'+(>4-r)'(c—rt)'(a—&)*+
(c+a)'(rt—6)'(6—c)» +(a-\-bf{b+c)\c-\-a)* = 4(a*+«*»)(//+6'*)
(c»+a')+32aWc' •44 (rt+ft4-r)'+(-rt+b+c)'+(a-&+c)'+(rt+fr-c)'. =
S(a''+fj'+c')+6(,—a+b-\c){a—b+c)(a+b—c) •4» a'(rt— &+c)(a+&—
c)+i»'(<+&— c)(— «+6+r)+c*(— a+ &+<')(a— /;+«:• = (a+b+(:)\2abc—
{—a+b-{-c){a— b+r){a+f>-f')\

The text on this page is estimated to be only 23.13% accurate

•49 •SI (— a4-b4-c)*4-(— a4-&4-r)(rf— &+cH«+^— ^•) = ^ahc
 — (a-b)(h^c)(c-a)\ (a—b)(b--c)(c—a)\ •48 a(&--c)(a— b4-e)'(a4-
 &~r)*4.b(r— 6t)(rf+ />— Tj^— a+t^+^fH}j+c)\a—b+r)^+(a—b+c)^(a+I)—
 n'+{a+b—c)\—a+ b—c)\—a+b+cf\+(—(t+^+^f{f(—b+c)'(a+b—e)' =
 64f*V>V— 4(a»4-b*4-c')(a+b+cr)— a+&4-c)(a— i;4.e)(a4-b— e) (F.
 Ferrari 15^3 j Lagrange Mss. t.1 a.1782 j Cette Prop est une généralisation
 de la 14*3. Elle sera généralisée par §/76-2 additions. (p H"d j EULER
 PetrNC. t.11 a.1765 p.100 (publ. a.1767) t (v 18-8 On a longtemps discuté si
 on pouvait avoir des formules analogues pour le produit de 16 carrés. Les
 auteurs suivant ont conclu pour l'impossibilité : Young, Proc. Irish Academy
 a. 1847 t. 3 p.527, et Trans. Irish Acad. a.1847 t.21 p.311 ; Cayley a.1881:
 Math. Papers, t.2 p.294; Hur w i tz GottingenN. a. 1898 qui donne une
 démonstration de Timpossibilité de cette généralisation, et juge insuffisants
 les travaux précédents. (Voir IdM. a.1900 p.21 >. Genocchi Ann. di Mat.
 a.1860 t. 3 p. 202 croyait la généralisation possible: il donne une
 généralisation de la 8 analogue à la -71, c'est h dire il donne, sous la même
 forme, le produit de deux sommes du type 18*8 Les signes ne sont pas tous
 exacts. (p 30-231 aen Q. a(a*— 1) £30n) UérardB. a.1902 p.220 S (p p.96
 §R 5-5 (R I No; §N,P1 (v 5-7 Il faut la numérer 103 (Borio p.107 1-3. Au
 lieu de + lisez X (v

The text on this page is estimated to be only 10.09% accurate

j LINDEMANN MiliicheiiA. a.1901 p.185 J (Korselt 17-3 î ViETA
Opéra 1.2 P2 J §Q (P 23. ae Q-d . me Q+1 .3 Hp . asO .3 «««»+!<! . ^/"»-i—
1<0 • rtfQ+1 O. r««» + i>1 . f/»»-i— 1>0 rf£ Q-d . (1) . (-2) .3. a''' + i:>/"»—
i— 1)>aw-i — 1 ,=: (a''~/a''')(^i-/a)>/>1 • 1 ^•"4-/^''' >a+/a (1) (-2) (b • 0
D(r7.ft) = riuod[(nf7+n/>W0] Df • I T>(a,b)£(^, -2 D{aJ))=D{bji) • 3 a^Q-R
. =. D(l/())=0 'A » . teR .3. DiaM) =0 • d D(rr,/>) £Q . Di/^r) =0 O- 1^(^'^*)
=0 • 6 D(nc,br) = <•D(^/>>) -7 a:>b Q. D(a,/>) = D(a— /;,&) Au moyeu de
ce.s P qui sont une extension naturelle ilu §1)vr, on démontre aiSvMnent: •9
>J2 £ Q-R [P-7 .3 I),142) = D(1,>J2-1) » 3. zi:D(2->J2, v|2— 1} PG 3. =
\J2— 1)D(v|2,l) P-2 3. • =,vp-i:.l)(l,v|2) Oper+(1 -v|2;l)l,v|2. 3. r2->J2
I)M.>J2 =0 3. I)il.>J2=0 3. P] Et avec un procédé analog'uc : •94 >J3 fQ-R
-92 >J17 £Q-R [1) 14V1 = I)(14'i-li = 1)(2-^J3, vl^i-l . = I) 2->J;J, 2vfJ-3)
= (2-vJ;|)D(l,g3)=0] [Da,v|17) = I).l,v|17-4) = I> 17-4^17, v|i7— 4) =
(v|17— 4)D(>J17,1) =0] Cette méthode, aujourd'hui abandonnéx^, semble
avoir été la voie suivie par les mathématiciens *^recs, lorsque pour la
première fois ils découvrirent les nombres irrationnels. La Dm de la P-9 est
la traduction analytique d'une Dm géométrique très ingénieuse. (v

The text on this page is estimated to be only 20.94% accurate

p. 130 PlO-3. Dans la première Dm il faut lire n-/0 au lieu de n. On peut récrire comme suit: ;2modGr-f [1— (— l)r^x] 2; | x s (Nofn)rcp (P p.120 (æCWç{ r): •61 r^« = oo . l;?ffq r^ . AH=zhiui^ •02 Xn8(\ . \itz=z — oo r^, Ah=XhsjI — ?o •63 Yti = oo , l^u = — jo .^ . J// = //<wr^w« — ^ •7 aeq .^ . Ata = ta •8 JN,, = No<^«ao . An = nu^yji — » . AR^=(^sjtO\^tcc . ^r = qax^^ — x) (P 5-2 ke N^+2 . y/cNo . p(A,>0 = n+{H^—ji)(k^2) 2 .3 N. I) l[V(k,nJ \rA-k] |r N,F1-A i Fekmat t.2 p.305: Imo propositionem pulcherrimam et maxime gcueralem nos primi detcximus : nenîpe oinnem numerum vel esse triaugiilum vel ex duobus aut tribus triang:ulis compositum; esse quadratum vel ex duobus aut tribus aut quatuor quadratis compositum;... et sic deinceps in infinitum in pentagonis, hexagonis,... et polygonis quibuscuuque... Ejus autem demoustrationem, quae ex multis variis et abstrusissimis numerorum mysteriis derivatur, hic apponere non licet... ! La Dm de ccate P, qui pour ii=z4: coïncide avec la §I^9'2, a été donnée par Cauchy a. 1815, et simplifiée par Legendre, a. 1830 t.2 p. 350. Les nombres p(A:/ti j)euvent se définir en posant: A-£N,+2 .D: p(/i:,0)=0 : //£ Ni -D- P(A%//j = 2'[1+ fc— 2»(//-l) \n,l"ii] On voit alors que pour A:=3, 4,... ces nombres expriment le nombre des points dans chaque série des triangles, carrés,-, polygones, qui suivent: .*.•. etc : (^tc. ; etc.]..!étude de ces nombres présente aujourd'hui peu d'intérêt. Il faut toutefois rappeler que c'est dans l'étude de ces nombres que Maurolycus, le premier, a eu besoin d'employer explicitement le principe d'induction et que les pn^mières études sur les combinaisons, et sur les propriétés des nombres sont duc^s au développement de cette théorie. La définition proposée ici, due à Hypsicles, a été reproduite]ar Diophante tians son traiti : Ilfoi jioivyojvcov doiâucôy (Opéra t.l p. 472). (v

The text on this page is estimated to be only 11.41% accurate

$\{^2n-\backslash-l)ab\{a+b)s\{a^*-\backslash-ab+bY\sim'^{''}UiHn+b)\}^*VUi-r-l,2r)!$
 $(2r+1)\backslash r, 0-E[(\ll-l)/3]\hat{i} (\text{MUIR QJ. a.1879 t.16} \mid (\text{Korselt}^{\wedge} 17. \ll eN, O. \ll \bullet \gg =$
 $l\backslash(-l)-C\{n,r)C[n(n-',')n]\backslash r,0->i\backslash \backslash N. J. \text{Hatzidakis IdM. t.8 a.1901 j (b 18-1 as}$
 $N,-2(^N, 3 a (r,v)3[a?,(yeN, . a= lx-\{x-\wedge!/)\} \bullet i \text{ as } N,-2(^N, .3 \text{ Num}$
 $(r;?/)3[.r,\gg/eN, . a=:ix-(x-\backslash-p)] = \text{Num}\{2\text{No}+l\text{Ha } N.) J \text{ vSylvester CR. t.96} \backslash$
 $(p \S/! 6-2 \gg \pounds N, . n \pounds qF1- /< Q. l\{nr\}xi[\{r,a,r\backslash.<!, l-n\}\backslash); (il \text{ w t}— 1)F1-; \hat{j} =$
 $2^*X\gg\backslash xna \hat{i} \text{ Lagbanoe Mss. in-4' t.6 a. 1782} \{ (p \text{ p.143.} \S 0-7 \text{ ncN, 3.}$
 $2^i(*r)E(;\gg/r)[r.l-H] = ;\hat{i}(rt+l),2 \text{ t L. Carlini LazzeriP. a. 1902 p329 i (p} \S \text{lim}$
 $10-51 \text{ Dm. [} n>m+1 . \S Q2-2-6 .3 \ll ^{''} (w+l)]>l+;i(rt— 1) (>i+l)> \ll (rt—$
 $l),'(w+li . (>peif>(\gg\ll-\backslash-l) .3. a">[Mia— l;,(ni4-l)]">\gg+i . \text{Oper.H"} \gg O- \ll "$
 $\gg"">["(— l/'^w+l)]""*"] (p 25-3 \text{ Au lieu de a.l}\ll 8\text{fi lisez a.l}\ll r)() (F. Giudice$
 $26-4 \text{ La continuation de ces P est la P42-1. (p 27-5 MeqfN,, . v(/,N,,)=\gg Q.}$
 $\wedge[\ll.H\hat{i}:i:(\ll> o-mi['i, o\bullet\bullet\bullet(r+l)]|!/\bullet,N,]=.>^, \bullet 51 . . 1 \{\gg,^,) \text{ eq } Oi[\ll,.,.'!i(",0-$
 $r)Xv[\wedge/.0-(r4.1)]||r.N.] = />-/v(\ll.N,,) [\gg\ll Ni O- 2; \ll r.fi [2 M,0-;-',x2,i/,0--u--$
 $f-l.];j-.0-)/i = \ll o— /i(M,0-(\gg i+l))] I F. D'Akcais RdM. a.1895 t.5 p.186 \bullet 28-$
 $4 \text{ xeq . modJ:-<l Q. l\backslash.V[\{l— .v-')(l— .r"-*)]\backslash r, NJ =(1— .Tp \bullet 41 \gg >1 \gg \gg}$
 $=r(l— flfp I D'Akcais RdM. t.\hat{o}, p.187 j \bullet 5 \text{ rf-}\pounds q . \text{moda};<l .3 \text{ vj.rf}(2f^{\wedge};--|-$
 $l)/[l\_.)rf^{\wedge}(2r)]|r,N,! = (1— .i-) \bullet 81^{\wedge}>i — X (1— X) j \text{ TanxekyJ., DarbouxB.}$
 $s.2 \text{ t.5 p.182} \backslash iD'Arcais$

The text on this page is estimated to be only 22.44% accurate

30-O Elle n est pas bien écrite. Kemplacez par: $\bullet 5 \nu[\ar-y|(j r', y), (1+N,)\hat{i}(1+N,)] = 1 \bullet 5 i \nu /[(N,+i m i+1)-1]=1 \hat{i}$ Goldbach: voir Eu 1er PetrC. a.l 31-1 i aM qfNo . ne Cls'q . Oe au : cceu Q,. :L(b^{^x}" $\nu(a,,a?'*i w, N o)=i(\&,,'r^{**}|n, N,)$ Q: $r^N, O, .. a, 35-3 a, t e (Q f N o) d e c r o . l i m a = l i m f t = i O . 3 \nu[(\sim l)'-a, |r, N o] X 2[(-l)^6 . |r, N o] = \nu U[(-l) X \& \ll . =. l i m h, j l \{ a y O''') i) \} i = \backslash m a^{^ \{ b y O'' n \} } n = 0$ j Pringsheim AmericanT. a.r Le même A. porte aussi des exemples de séries, qu'on régie de Cauchy, et qui ne satisfont pas aux conditions Pl-2. 37-1 La possibilité de substituer à la condition de la conve la condition plus simple donnée dans le[^] §lim 37*1, §D déjà été énoncée par Weierstrass a. 1880 Werke t. 2 00 < Eine unendliche Reihe S/V ... convergirt in einem $\nu=0$ (B) ihres Convergenz-bereichs gleichmassig, ist sicher erfüllt wenn es eine Reihe bestimmter positiv [^], ... giebt, fur die sich feststellen lasst, dass an jeder oc $B \setminus f v \setminus ^g v (\nu=O \dots Q o)$ und die summe Zgv einen end) $\nu=0$ Mais il y a des séries de fonctions (qui semblent avoi dans les applications) qui sont de convergence uniforme pas à la condition précédente: telle est la série: $m \sin \{ r x \} l r \setminus r, \setminus] x, 1^{^ \{ i(w, N,) = 2 U [C (n, r) w >, 0 - n] / 2 \sim + >, N o \setminus I$ Ames, Evaluation of slowly convergent s< Mathematics, a.1902 p.185. p.164 P60-0 710^{^6}. t^eCls'q . xsôu ,ZD: (quantité infii $q f / ^ / > / > [0 ^ l i m (/ ^ *, w, , r)]$. On pourrait rindiqoier avec le syn Alors on aurait fe $\lim — i(0, w, x') . =: f s q i u . 0 = \lim (/ ^ , i$ Lezioni di Analisi t.l p. 70. 62-7 UE Cls'q . fe qfu . xe ou Q. $\lim i f y U ^ x) = ? Z 3 \{ y e u \mathbb{E} ^ . \lim y = x r ^ j . x r = \lim$

The text on this page is estimated to be only 12.89% accurate

326 Add. §cont 2*4 a,ô£q . a<C}) . fe (qfa'ftxcont^im) .3- f^
(qfa'''ô)(creswdecr) (RdM. t.8 p.9 §D 4*9 xe q-<0 r^ . D(mod, q-iO, x) =
sgn.T P5. La dérivée d'une fonction n'est pas nécessairement continue;
toutefois elle a les propriétés suivantes, analogues à celles des fonctions
continues: ajbe(i . a<ib . fe qFoTb .3•7 xeoTb .Dfe qF(a''6-tj;) . \im{Df,
oTb, x)eq .3 D(/, oTby x) = lim(D/', «'''ft, x) •71 T)f€qF(a^b).x£arb .3 D/b;
£:Lm(D/;a''6,a;) •72 » . D/a<0 . D/^6>0 .3. Oe D^oTb •73 » 3. Dfa ^ Bfb 3
D/^*a^6 •74 » ./î^Q .3- 3(^,->t')5Î/ ?€Nj.a^£(a''ftfO— M)cres, x,f=a . x^=b :
r£ 0-(n— 1) .3^ . moA(Dfx^,^r-W^r)<f^\\ Voir ma note dans AnnN. a.18H4
p.45,lô3r252, et mes additions à Genocchi a.1884 p.XIV, p.49, traduct.
allemande p.49, p.316. •74 Voir Goursat AM. a.1884 p.197-200. (p 11*2
p.176. Au lieu de [h—ay lisez (b—af /r! (Borio Dm. ligne 3. » kp » kp{n—
l)\ (b 11-3 afieq . a-=6 . weN^ . fe qFa''^ b, D Y^ (qFa^^ 6)(cre3os^ecro 3.
fb—l[(b—aY/r^Dya |r,0-/?) s ©(&— ar[DY6— DYal ' ;?! t MORERA RdM.
a.1892 p.36 { 121 Au lieu de ifb—fa) lisez (fb—fa)l(b-'a) (v §S 2-0 fe qf© .
17'0, l/0€q . heCl .3. aQ^A3[>?£N, . a:£ (0fO— ;î)cres . 3?o=0 . 0?^=! : /£0
—(n— 1) I Darboux a. 1875 p.66 j (RdM. t.8 p.8. 3-2 Dm ligne 3. Au lieu
de 0-'« lisez 0--(n— 1). (b 3*6 p. 181. Le premier théorème de la moyenne
se rencontre déjà en Cauchy a.1823 s.2 t.4 p.138. (v 3^7 feqfO . l'f^y If 9 eq
. ge (qf0)creso 3. a er> C3l SVW, 9) = ((70)S'(/; 0-c)+((7l)SV, ^" 1)] Ce
théorème à p. 181 n'était pas bien écrit. (G. Morera

The text on this page is estimated to be only 12.78% accurate

4*o um ligne z. au iieu ue fi usez fi — fv. p. 182 ligue 8 en remontant. La P du §lim est 202. 7*3 a,6 eq . a<^b .3- S(sgn, a^ b) = modh — mo< 7-4 aeQ Q. S(E,0rī)=[/5a4-{Ea— l)/2]Ea 7-44 oeQ O. S(^,0a)=[(/âfa)«+Ea]/2 10-5 p. 183 Des Hp énoncées on ne peut pas déduire 0 P. ex.: S{[sin(.T2)]V^Q'«Q^ «^ Lm;[sin(as«;lV.^»ooî=^ p.184 P121 note ligne 2. La Prop du §lim est 152. p. 187. Dans les P23-3 et 4. Multipliez le premier 1; membre par (b—a). 14-i I f£ qf© . rf 0, 1/© eq O. S'{f,0^x)\x, S^(f, (rx)\uc s (qf0)cont P23-1 Cette formule avait déjà été donnée pour les tonneau Cavalieri a.1639 p.446: «Per havere la capacità délia botte... moltiplicaremo hi lunghezza dclla botte..., in due cerchi maggiori ed uno dd 23-5 } Newton a.1711, Opmrula t.l p.281: « Si quatuor sint Ordinatae ad œqualia Intervalla sil; primœ et quart»? ; B summa secundse et tertia? ; et R primam et quartam: ... Area tota int^r primam et quart: ^ 30M /fe.qf(0:q:q) . 2/,D/y£qF(9 . S[/(.r,2/.r,E S[Aj^» Ih^y ^y^)\^^y 0] = iwax q'^ k3 a qF© ^3\g0-. DgeqFS . k= S\^x,gx, l)gx)\x, ©jj O\D[f{x,;, D//.r)| j, q, yx]\x, 0J = D)D[f{x, yx, ^)|3^, (, I EuLER a. 1744 p.42: € Si 2r [/*] fuerit funetio ipsarum .x*,// et p [x, //.c, D//a ut sit dZ= Jfda;-|JVd//+Pd/> [3f= D[Aa?,?/,z |.x,q,x] ; JV= P= D[^\x,jy,2)|25, q.z]]; invenire inter omnes curvas eidei dentés, eam in qua sit f/^dc maximum vel minimum. Solutio:... ^^iiquatio pro curva quassita... erit... N — • [N = D[/i jc, 2, D//JC)|z, q, yx] |.r . P = iy[f{x, yx, \ g =]x\—x)[Nx — D(P,q,aO) \x, Q\ . h = \S[f{x, yx+fgx, Dyx + tDyx:) \x, 6] \t, qi rZ yO =gl=0 . hO = niAxb'q . D/iO =0 .D. DAO = S[{NxXgx + PxXl>ffx) \x, 0] = SiNxXgx \x, 6) — S[D(P,q,x)X/7X |.r, 0] = S;[iVa;— D(P,0,.r)]^x(l— ar)|x, (9! =0 .3 S][Nx-D{P,e,x)]^x, e\ =0 .Z). (JNr,(9) = D(P,6>)



The text on this page is estimated to be only 22.48% accurate

328 Add L'expression DAO qui figure dans la Dm s'appelle après Lagrange « variation » de l'intégrale considérée. (v §log 7-5 aeq Q. Djlog[⁺g(l+.r')J |.r. q, .rî =:⁺l+x') 8-0 «el+Q .3 S(/. l'^a) = logrt Dfp Bradshaw, The lof/arithm ax a direct fuiiioiii, HarwardAM. a.1903 t.4 p.51 a pris cette P comme Df. •2 XEd O- S[/v|(l+a⁺)|ic, ex] = log[a;+4l+cc')] [P7-5 D P] •3 a-eQ 0. S[>i(l+a-')|a; , ftr] = \x.^1+0L^-\\og[x-\\^1+a(^)]V2 l D[x4l+x') ,;r, q, x] = ^1+.r')-|-x'/vKl+x') = (1) .D. 2S[vJ(l+a: ^) x, Ox] = a>Jtl+j-')+S[/vKl+.ï-*) >, Ox] . P-2 3. P] §Fc2-6 { EuLER PetropC. t.9 p.104). p.198 §Fc2-5 note. C ay ley t.4 p.600 a.1860 appelle « cumulant > la même expression. (p §J-22 à[{ fxxgx) \x]x — fxJgx-\\-gxAfx+AfxAgx %A-H x,tj£N, .3 à[nix-\\-0-y) \x]x = (t/+1)/7(a5+ l-y) Le signe J a été introduit par Euler, Cale, difif. a.1755. p.200 §72bis prob (probabilité) La réduction en symboles des premières propositions sur la théorie des probabilités a été commencée en F1894 p. 43. Nous y donnons ici un peu plus de développement. ajbySS Cls . Nums eN^ .3'0 prob(a,.s) = Num(a^) / Nums Df Soient a et s des classes; le nombre des objets de la classe « soit fini. Alors la probabilité de l'événement que se présente le cas a parmi les cas s est le rapport du nombre des s qui sont a au nombre total des s. Les objets de la classe s sont dit « cas possibles » . Les objets de la classe a<%v sont les « cas favorables ». • 0 4 «3 5 • Z) • prob(a,.s) = Numa / Nums Dfp La classe a de la P*0 n'est pas nécessairement contenue dans s. Si elle y est contenue, la Df se simplifie sous la forme 01. •i prob(^,s)=d3 Ml prob(s,s)=1 •2 prob(-a, s) = 1 — prob(a,s) •3 arb =^ .3- prob(aw6, s) = prob(a,s) 4"Prob(6,s) [Hp O. Num(aw6)^<f = Num(a<%ç)+ (Num(6rvj) . OpcrNums .3, P] Si l'on partage les cas favorables ov^ en deux groupes a et 6, la probabilité de l'événement auô sera la somme des probabilités de^ événements a et b. Cette P s'appelle « théorème de la probabilité totale».

$\text{prob}(a, 6) \times \text{prob}(a, s)$ La probabilité de révéneement composé, que parmi les cas s se présentent en même temps le cas a et 6 , est le produit de la probabilité de l'événement que parmi les cas s se présente un cas a , par la probabilité de l'événement du cas b parmi les cas s qui sont a , c'est à dire par la probabilité du cas b quand on sait que a est arrivé.

$\text{prob}(a, i) = \text{prob}(a, w) \times \text{prob}(b, r)$

Considérons deux événements; les cas possibles du premier soient i , les favorables a ; les cas possibles du second soient v les favorables b . Alors la probabilité que, parmi les couples des cas u et v se présente un couple de cas a et b , est le produit des probabilités pour que parmi les cas u se présente a , et parmi les cas v se présente b . Cette proposition s'appelle aussi « théorème de la probabilité composée ». L'événement est ici composé par un couple t . Dans la Prop précédente, l'événement était composé par multiplication logique.

$\text{prob}(2N, 1-10) = 1/2$ $\text{prob}(3N, 1-10) = 3/10$ $\text{prob}(3N, 1-10 \mid 2N) = 1/5$ $\text{prob}(6N, 1-10) = 1/10$ La probabilité qu'un nombre tiré au hasard entre le nombre de 1 à 10 soit pair est $1/2$. La probabilité qu'il soit multiple de 3 est $1/3$. La probabilité que soit multiple de 3 un nombre tiré au hasard entre les nombres pairs compris entre 1 et 10 est $1/2$. La probabilité qu'un nombre tiré au hasard entre les nombres de 1 à 10 soit multiple de 6 est $1/6$. La probabilité composée, est bien le produit de la première par la troisième probabilité.

p.204 §cx30 Cette Df du module d'un complexe, généralisation du module d'un q ou d'un q' , a été introduite par Grassmann, a.1862 p. 286.

§CX 23. $\text{fe}(qft^{\wedge}) \text{cont}$

$\text{rnaxfUi, min fu eq} [(1 \mid m)P-2 \mid \text{Ex.: } \text{Subst } 31 \text{ Dm fp p.208}$

$\text{Dtrm } 2^*7 \text{ n} \in \mathbb{N}^{\wedge} \mid \text{afqf}(V^{\wedge} \text{nt} V^{\wedge} \text{n}) \mid \text{mod Dtrma}^{\wedge} \text{vl}^{\wedge} [v(a^{\wedge}, /s, 1-n) \mid r, 1-n] \mid \text{mod Dtrm}(a, l^{\wedge} \text{n}'. V^{\wedge} \text{n})^{\wedge} [\max \text{raod } a'(V^{\wedge} \text{nt} V^{\wedge} \text{n}) \mid r \mid \text{nJ}^{\wedge} \text{n}/2) \mid \text{F1903 d.71 22}$

t.4 p.73. Il a introduit le nom de « pfaffien » t.4 p.361, p.600 a. 1860. p. 211 212-3. Au lieu de : lisez . •5 Elle n'est pas bien écrite, car le premier membre contient les lettres h^k apparentes, qui dans le second sont réelles. Même remarque pour quelques P suivantes. (p §Subst p. 21 3 §75 note. Plusieurs auteurs ont essayé de donner une forme simple aux théories exposées dans ce §. Gauss a.1801 t.1 p. 302 et suiv. considère certaines Subst3, qu'il indique par la matrice des trois coefficients de la Subst. p.304 il donne le produit de deux substitutions ternaires. Boole, Cambridge Math. Journal a.1841 t.3 p.1, 106 semble avoir considéré en général les transformations linéaires. Cayley dans plusieurs mémoires (le premier a.1845, Math. Papers t.1 p.80) a exposé et développé à plusieurs points de vue cette théorie : ses notations sont extraordinairement compliquées. Laguerre a.1867. OEuvres t.1 p.221-266 a simplifié les notations de Cayley: il s'est même rapproché parfois beaucoup du système de Df données dans le Formul. Il appelle système linéaire le tableau des coefficients d'un système de n équations linéaires à n inconnues, et l'indique avec une majuscule. Il définit l'addition $A+B$, le produit AB , le quotient A/B . Il donne aussi une Df analogue à la 1*4, confondant le nombre A: avec la substitution $[A;0,...;0,A,r,...]$. A p. 251 il donne une valeur à e , qui n'est pas la $22*01$. En conséquence ses notations se compliquent. (v 1-6 m, neS[^] . ae Cx; i F 1— n . Dtrma =0 . he Cxm F 1—m .3. $b/a = 1$ (Cxm F Cxn) lin « f3[rs \-n Q,.. fa[^] = 6J Df Grassmann Werke t.2 p. 241 considère les fonctions linéaires comme des quotients de systèmes de complexes : « Der Quotient, in diesem Sinne aufgefasst, ist für die Differential und Integral-Rechnung, so wie für die Behandlung der geometrischen Verwandtschaften unentbehrlich » . Pierce, John Hopkins Circular, Baltimore a.1882 N.22, appelle Nonion les Subst3. (p 31 Dm. La Prop à citer dans la dernière ligne est §Cx 22*21 add. * (v p.215 P40 note ligne 3. Au lieu de « rangs » lisez « rangr » . (Borío p.215 P120. Grassmann t.2 p.295 a.1862 a introduit la dérivée d'un complexe fonction d'un complexe, d'une façon un peu différente. (p 211. Ajoutez à l'Hp nsN[^] (b Au lieu de « aeq » lisez « asCun » . (v

The text on this page is estimated to be only 26.62% accurate

p.216 P22. J'ai introduit l'exponentielle d'une substitution dans le Mémoire cité: TorinoA. a.1887 d.41 (p p. 217 P31*2 Au lieu de « ; » lisez « t ». (v P321 ligne 4. Au lieu de « a.1733 » lisez « a.1773 ». (v §q' p.219 P2 noie. Sur la Df des nombres imaginaires voir mon article dans GérardB. a. 1902 p.275. 11 -i HplO-2 .3 (P §sin p. 229 note. Les mêmes abréviations s, c... se rencontrent aussi dans Le Verrier a. 1848 JdM. t. 8 p. 294; elles sont indispensables en une longue suite de formules. La notation sin-a? pour indiquer (sina?)'- se rencontre dans Legendre a.1811 Exercices t.1 p. 9; adoptée par Jacob i a. 1827. G au s s, qui employait aussi la notation suivie par le Formul., a dit: « einige neuere mathematische Schriftsteller für das Quadrat von $\cos A$, $\cos -A$ gebrauchen, ganz gegen die Analogien ». (v La notation exacte du Formul. était aussi suivie par La grange dans (p ses Mss. Elle a été abandonnée dans la publication de ses OEuvres, p. 237 12-3 } AuCHiMEDES, de Sphaera et cylindro I 21 | p.239 23-2 Au lieu de m lisez v. 24-2 I Gauss, Werke, t.3 j p.246 48-4 note. Le numéro de la p. est 218. p.249 ligne 1. Au lieu de « $7JfN$, » lisez, « $m Nj-j-l$ » . 14-3 ne $2N_i Q$, $oc'' \rightarrow \backslash = (a) \rightarrow \backslash n \backslash [a^{\wedge} - 2x c(2oi^{\wedge}; n) + 1] \backslash m, l - (n - 2)/2 | a''' + 1 = n \backslash [x' - 2x G[(2 > n + 1): i' n] + 1] \backslash m, 0 - (h - 2)/2 | \bullet 4 \gg e 2N. + 1 .3 j - " - l = \{x - l\} n \backslash [x'' - 2x c(2m.ji; n) + 1] \backslash m, 0'' vi - l)/2 \backslash i, '' + 1 = \{x + l\} n \backslash [x^* - 2x c[(2 \gg t + l). - r/n] + 1] \backslash m, 0 - \{n - 3\}/2 j [= P - l - 2] (V (V (b (b (b$



The text on this page is estimated to be only 27.28% accurate

le cas particulier des points en ligne droite. 15-1 i j Carnot a.1806, Sur la 7^e relation 27; a.1842 p.252 j §vct161. Des recherches de M. J. S. Mackay insérée des Proceedings of the Mathematical Society^ il résulterait; théorème de S t e w a r t, énoncé par lui en 1746 dans son a été découvert par Robert S i m s o n, probablement avai (Remarque de M. E. Lebon dans le Bulletin de Sciences par L. Gérard, a. 1902 p. 211). §vct P22-24 p.263. Ma Note « La Geometria basata sulli e distanza, Torino A. a. 1902 d.320 » contient un développè exposées dans le Formul. Par les idées: p =: « point » . $d(c,a) = d(6,a)$, relation entre trois point qu'on peut lire c sont équidistants de a » . prises comme primitives, on peut définir recta {a fi) selon le point $(a-\backslash h)l^{\wedge}$ moyen entre les points a et hi 241' \ a,b\xp . $a^{\wedge}=b .3(a+b)/2 = 1$ recta(a,&)na?3[d(a^,a) : « Le point {a-\backslash h)>2 moyen entre les points distincts a de la droite (afi) équidistant de a et de h. Si les points leur position commune » . Df de l'égalité de deux vecteurs: •3 a,b,c,d\x) r): a — b=c — d .=. {a+d)/2 = (l En conséquence subsistent toutes les Df, et ont signit Prop du §vctPl-10 •4 u,v\xv r^,\ modn =^ modi' .1=:: aep .^a- ^ d(a,a+i:) Cette P définit l'égalité des modules de deilx vecteuri deux points est alors définie par la P221. •5 UyVev O-'- ?^X?' = 0-.=: aep r)^. d(a+u d{a+i,(a — ?•) Df de la relation wXw = 0, qu'on peut lire « les vect< 1 perpendiculaires » . •6 ii.rey .j^: mod?« ^ mod/*' ,=. a y^3S[uX:: ^ = 0 . modfc = modir+z] Df de la relation ^ entre deux longueurs; d'où l'on di En conséquence résultent définies les opérations ^, lii , géométriques. Subsistent donc le^ P25-26, 33, 44, 67, et

The text on this page is estimated to be only 15.93% accurate

334 §vct Add. Réciproquement, si l'on donne la relation $d(a,6Xd(a,c))$, en posant: $a \text{ fi, cep } .3-\bullet \text{ Oi } d(a\text{fi} > d(a,\epsilon) \text{ } . = . d\{a,cXd(a\text{fi}) \text{ Df } \bullet i$
 $d(a\text{fi}) = d(a,c) \text{ } . = . \text{ " . orep } . d(a\text{fi})' > d(arX\} . 3x- d(a,c) > d(a^{\wedge})$: on arrive à
définir la relation $=$, précédemment prise comme primitive. (v 26' A US
vwO . r£ qn r), r iv=, i qar3(t^= xa) Df 31-6 a fi,c,a'fi\(\ffp . a'—b' =a—
(b+c)/2 . b'—c' = b—(c+a)2 . 3 c — a' = c— («+&) Z^(Canton i p.267
§vctP33-4. Cette formule qui résout en général le problème de la
transformation de coordonnées, se rencontre à peu près dans E u l e r a.1748
t.2 p.17. P34. On définit ici le se^nent de points, en excluant les extrêmes.
Mais si les estrêmes coïncident, a a=zta selon la Df 34-1 comme a été
écrite. Il est commode d'introduire la notation des segments, les extrêmes
compris : Si'-i afiep . 3 a'^b = a+e(b—(i) Df •2 aep . tfS CIs'p . 3 ^ ^ ^ = p ^
'^3 a f(^ y3(xE a '^ y) Df Il faut transformer ainsi la P34-2 qui n'était pas
bien écrite. •3-4-5 (^ | —)P34-3-4-5. Subsistent les P34*3*4-5 si l'on
remplace les segments sans extrêmes par des segments avec leur buts. •41
afiep . cea'^b . 3 d(a,c}+d(cfi) = d(a fi) •5 Dm [Hp . e5 a^-^r . rfe&' -^f . 3
d{d,c)^ii^d,e)+d(e,c) . Oper +d(6,r/.) . 3. d(6,^Z)+d((f,c)^d(7>,<f)-hd(rf,p) l-
dC^r) . P-41 O. d(6,</)-hda/,c)^d(6,p)+ d(e,cj . d(6,e)^d&,fi)+d(a,e) .D.
d(6,r7)+d(^/,c)^(&,rt)+d(a,e)+ d(e,r) = d(6,a)+d(rt,c)] Elle est la traduction
de la Dm d'Euclide. tp 35-5 afie pFl-3 : >',s£ 1-3 . r-=.s 3r»r ^>-=^s • ^r"='^,
• a,r=b^ O-'- ^ p^"3[rel—3 3-- -" ^ ivctR(aJ)J] .w. a voir^['£l-3 3r- (^r —
^r)^ ^" ^M ••• 3Pj^3jr,.s£l-3 . r-=,s 3r'«- 4recta(a^,aJ<>recta(/;^,&J] ejpj .y.
?vs£ 1—3 . >'-=5 3,»*- (^.— ^J^ q(^r— ^,) •^- a(^,/)3ÎA,tel-3 . h'=l . (ay»
— cfi)£q{bk — bi) : rsthul . Nel— 3-f/wi 3r'* (^r — ^s)" fc^q(^r— '^J •
'[l'C'ctaC^o* ,r7j<>recta(i>A ,?>,)]— 7[recta(r7./ ,ajA recta(?;/ ,bj £q(r(i —
«/)j j Desargues, OEnrrei^ p.413 j

The text on this page is estimated to be only 7.35% accurate

$\wedge b''t) a,0\text{£}p . a\text{-}zzzo . C\text{£} p\text{-}recta(a,o) . os\ piiai(a/>,r)\text{-}$
 $recta(r/,0)recta(6,\wedge)\text{-}recta((?,a) . a= 7[recta(o,ay>recta(6,c)l . b'\text{-}\sim$
 $7(recta(o,6y^{\wedge}recta(c,rt)) . r'=?[recta(o,r)<>recta(a,/>)] J^{\wedge} . [(rf\text{-}c')'(/>\text{-}$
 $c')]X[(ft\text{-}a')/(\wedge^* -a')]X[(r\text{-}\&')/(\wedge\ll\text{-}'>')] = -1\ 1\ Ceva, De\ lineis\ redis\ se\ inricem$
 $secdutibiis\ statua\ constructio, Mediolani\ a.1678\ J\ 43*1\ i\ a,b,oe p . a^{\wedge}=b . rt^{\wedge}$
 $p\text{-}recta(a,i>) . a=[proj\ recta(ft/*)]o . \&=[proj\ recta(r,a)]o . c'=[proj$
 $recta(a,/>)]o\ 7^{\wedge} . (a\text{---}ry+(b\text{---}a'f+(r\text{---}Vf^{\wedge}\{b\text{---}c'f+ic\text{---}a'fMa\text{-}b'f\ [Hp . PI .$
 $P15\text{-}4 . 3\ \{a\text{---}c\}'\sim b\text{---}c'f=\{a\text{---}or\text{---}\{h\text{---}o\}\text{-} . Jj\text{---}ay(c\text{---}a'fz=ib\text{---}o)^{\wedge}\text{---}(c\text{---}$
 $oy . \{c\text{---}h' y\text{---}a\text{---} //; '=fc\text{---}o\)\text{---}(/?\text{---}o)\text{-} . 3)\text{-} I^{\wedge}\} \bullet 12\ Hp\text{-}H . 3\ (a\text{---}$
 $\&)xt(r(+;/) 2\text{-}r.")+(ft\text{-}c)X[(/ >+^{\wedge}M\ 2\text{---}a'] + (^{\wedge}\text{-}\ll)X[(r\text{---}+a)\ 2\text{---}ft] =0\ [Hp .$
 $P14\text{-}4\ O . 2\ (a\ \&jx['^{\wedge}+^{\wedge})\text{-}2\text{-}c'] + ('6\text{-}c.\text{-}[(6+c)/2\text{-}\ll']4(c\text{---}rt)X["r\text{---}^{\wedge}j/'2\text{---}6']$
 $= ('a\text{---}c')\text{-}' + (6\text{---}a')\text{-}* -i'\text{-}c\text{---}6')\text{-}' \text{---} [('6\text{---}r'i'\text{-}f(c\text{---}a')^{\wedge} + (^{\wedge}\ll\text{---}\wedge)\text{-}] . P\text{-}$
 $ll\ O\text{-} P\]\ M3\ rcQ . ?>ep3 . a\text{£}\&F1\text{-}4 . osb . r/f\ pF1\text{-}3 : .s,/ \text{£}1\text{-}4 . ,s\text{-}=: / . h, le\ 1$
 $\text{---}4\text{-}f.s\text{-} // . //\text{-}=/\ r^{\wedge}Hjxi . d(o,a,j\text{-}/\bullet , (a, \text{---}at)\text{-}\text{£}q(aA\text{---}a/) : sel\text{---}3 . /i,Zel\text{-}$
 $3\text{-}\ll.s . h^{\wedge}\text{---}l\ r^{\wedge}sxic=?[recta(r/^,a)^{\wedge}recta(a.v,a/) . r',=[proj\ rocta(o*/\text{-})r\ Q:$
 $.s,te\ 1\text{---}3 . ^{\wedge}\text{-}=,s . 3^{\wedge}\text{-}\text{of}\ recta(<:\gg,,r') . (o\text{---}rj*4\text{-}(o\text{---}o)^* \text{---}2r\ll=(r\text{---}$
 $o\ ?\ !\ Cakxot, f/^{\wedge}\wedge o\ y^{\wedge}\wedge Yr/V? de\ position\ p . 137\ j\ \bullet 14\ Hp\text{-}13 . 3\ s',l,J\ae V''^{\wedge} .$
 $/\text{-}=s . //\text{-}=s\text{-} . //\text{-}=/ . 3,/ ,/ . a^{\wedge}\wedge iP3[d(./*,r') = d(j',o) = d(x,aj = d(ir/i/)] .$
 $'^{\wedge}b^{\wedge}3[d\{x,r\}) = z\ d(j\ri) \text{---} d(.r,a/,) = d(.r//^{\wedge})] \bullet J5\ a^{\wedge}aj^{\wedge}p . a^{\wedge}\wedge\wedge\wedge a^{\wedge} . a,\text{£}\ p\text{-}$
 $rec(:a(apa,) . a',\text{£}\ recta(\ll j//5)la^{\wedge}\wedge a^{\wedge} , a\text{£}\ recta\{a^{\wedge}/i^{\wedge}yta^{\wedge}ia^{\wedge} . a',^{\wedge}$
 $7|recta(ai//,hrecta(a'4,a'j)) . /ff\ pF1\text{---}4 :)\text{£},t8\ Id . 6\text{-}=?' . t^{\wedge}\wedge r . /\text{-}=s . 3a<\bullet$
 $/^{\wedge}\text{---}7plan(r/,r?,,\text{£}l r3)^{\wedge}.T3i[proj\ recta(r;',/r/)la,.\text{---}[proj\ recta(a'/i<)].r .$
 $[proj\ recta(a/t'J)a'/\text{---}:[proj\ recia(a^{\wedge},a'j).r . [proj\ recta(>/'^{\wedge},a/)la^{\wedge}=[proj$
 $rectm\text{£},at)].r : A^{\wedge}= 7pldn\{a^{\wedge},a^{\wedge}/iJ^{\wedge}w3\backslash[pvo\} re(\hat{it}a(r/j,rt,))a,\text{---}[proj\ recta$
 $\{a^{\wedge}\text{---}a^{\wedge}x . [proj\ recta(a,/,),]a,=[proj\ recta(a,//3)].7; . [proj\ recta(r/,a,)]aj=$
 $[proj\ recta(a,,\ll j)]\hat{a}^?j\ Q: /?^{\wedge},/?j\text{£}\ recta(//3,/^{\wedge})\ j\ Steineu\ JfM. t.2\ p.97\ j\ Hp\text{-}15$
 $.3. (a,+ \ll) 2\ \text{£}\ recta[(a,+a> 2,(rt3+a'3);2] (Cantoni \bullet 16\ P.269P431\text{-}2. Au\ lieu$
 $de\ ;p\ lisez\ m. (P$

The text on this page is estimated to be only 8.37% accurate

336 §vct Add. ^ 53' aMA\b\c\xp . a=6 . ce p-recta(a,6) .3•i d(«b)
= d{a\b'}) . d{a,c) = d(a\c') . d(h,c) = d(b\c') .3 ang(a— &,a--6?) — ang(a'—
h',a'— <?) . ang(&— r,6— a) = ang(6 — c',?/--a) . ang(r— a,/ ?—6) =
ang(c'— r/'.e'— &') JEUCCLIDES I P8t •2 d(nj)) = d(aV/) . d(«,c) = d(a\c)
Q: ang(a— ô,a— <^) < ang(/^i'— ô',a'— c) . =. d(?,c) < d(&',(?)
IEUCUDES I P24j mu 55-91 sin.s' = (cos(r7/2)cos(&/2)4-
sin(a'2)siii(>/2)cosr']/cos(c'2) = [14-cosa+cos&+cosr']/ [4cos(r7 2)cos(?>
2)cos(r2)] •92 sins' =i[cos(a/2)]'+[cos(&/2)]*+[cos(r '2)']— 1 j ' [2cos(r/
2)cos (b2)cos(c2)] } EULEK PetrA. a.1778 p. 31 j •93 — tng.s'r=
[1+cosa+cosft+cosr] [siii;/sinrsina] •94 lO^£ V'(c[n'\-qr)miw . a\=
ang(/:r,iL6\) . b\ = Sing(v:w^M) . r'i =ang(K\:/,?) •3 a\+b',+c\ = ^z'+i^'+r»'
.=. av^ra î ang(.r,<^;,) = a,ng{x,ic>) -^^ ang(.r, — ff) = aîig(.r — r) = cos-
^|siii;tng-Htng(.s'— 7r;2) sin(r 2}]\cos{r'/2)]\ \ Lexell PetrA. a.1781 p.112.
SoRLiN-Aiin. a.1825 p.302 { (Enrico Cantoni •93 s/; se s(/>— r) c{a '2)' +
se sa sic—a) c{b' '2f + m s6 s(a—b) c(c' 2)' =0 (b [P(i . §siu 21 o. P] î
Gkijnert, Mathosis a.1901 s.3 t.l p.240 j 6o"3 a£\) . //,r€v . r-=0 . ?<X""=0
.j^Sym(a4-q")Syin(a+" 2+q?^) = Transi/^ Sym(r(+q'0 = ^^yn^l^+Q'*)
Sym(«+qH*) 66*4 Hp65'4 .3- Sym(a+q'<) ^>ym(/7-fqr-|-q/r) = Symr^ •5
Sym(rr+q"+q'0 Sym(a+ /<4-qr+q<'*) = Transi 2ff. 67-1 [P85-3 O. P] -2 I
P():)-4 DP] 67*1 ((£\) . b8\)^ia , c£i>'vcctivaj)) . a/? . //f- Motor . ma^ma .
inb^=:^iib . /nr= } ic .3- ""=>' •2 a,b/((J/y£\) . d(a,W =: d(a ,i>') . d(a,e) =
d(a/,r') . d(ft,r) = d(///") .3- a yiator^/f3(ft((= a' . nb = b . >/r = r) « Une
correspoudence (i'é<>:alité directi' est dêtenniuv par les positions initiales
et finales de trois points non en ligne droite ».

The text on this page is estimated to be only 14.90% accurate

•3 asp . /i£ Motor . na = a .'^. 'A^{^!f3(xeii r^^. rix = x) « Tout mouvement qui tient hxQ un point est une rotation autour d'un axe passant par le point » . { EuLER, Fortiinlae generalf's pro trnslntiove quacf nique corponnii rigidorum, Peti'NC. t.20 i).202 ! •4 a,tep . rf— i; . ns Motoi* . na^a . ;?/;=> . x£ recta(a,;/) .3^.. [//£ Motor . i/£p, . /fa=a' . fih=l/ : xeu .^t-i^J^—^'] « Si la distance entre les points a et b est égale à la distance entre les points a' et //, existera une translation ou une rotation autour d'un axe, qui porte a en «', et b en b' ». (^M. Pieri ^ 70. ocp . /£ V-/0 . je v-q/ . &£ v-(q/+q./) . ,rjj,;y,i/,:^tneq .3•i (rl+yj+^k)+(x'i+!/j+;:'k) = (.r+a-')/(2/+2/)i+ (^+^> [Assoc+ D P] •2 7n(xi+yj+cJ} = wxi'\-nn/j+ifi;:k [Distrib(wx,+) D 1*] •3 (o+yi+i/j+a'k)^(o+xi+w+:d') = (,;./_jr.)/4.(2/_/y)j4.(j'_j)/. [AsSOC+ D P] •4 Z,/>/,v/£q . -(î=?>/=?=0) .3- récita (r>+.r/4-2/i+^^*, '^*+^>y+ 7ik) = [0+(,r+tl)i+(y+tm)j+(^+t/i)k]\t'q [Df rectaD P] •5 l,m,n£ q-«0 .3* <5+^*'^+//j+^'^^ ^ recta(o+;r/2/;4-^/5, Z/+ »y+;/Â-) .=. {x—r) l = (!/—y) m = (J — J)/// [P-4 D P] •6 (^i+yj+:^k)X{yi+y'i+z'k) =xx'l'JryiJf+zz'k'+ {xiJ+x'y) iXj+(r:^^+.r:^^)iXk+(yz'+y:..]jXk [Distrib(x,+) D P 1 •1 Coordonnées de la sonnnne de deux vecteurs. •2 » du produit d'un vecteur par un nombre. •3 » du vecteur dont on connaît les extrémités. •4 Expression de la droite, f) Sa équation. •6 Produit de deux vecteurs dont on donne les coordonnées. ^ 71. HpP70 . /*==;<=A'=1 . ixj=jxk=kxi=0 .3 •i (•ri+yj+zk)X(rl+yj+c:k) = xx+yy^+sc^ [Distrib(x,+ O P 1 ('i'i+yj+^k)' = x'+y'+z' [Distrib(X,+) D P] mod(.rî4-///+J*) = ^J(. /7»+//4-J^ [Dfmod . P-2 -DP] dist{(>+xa+i/h+zc, o+xa+t/b+z'r) = v|[(^r'-r)«+(. ?/-7/)«+(j'— j)»] ' [l)f dist . P^3 . D P] i"+!f+^^>0 .3 lJ(ri+yj+:J.) = {xi+yj+:.k)is\{,r'+y'+z^^ [DfU . P-3. D P] •2 •3 •4 •3

The text on this page is estimated to be only 21.67% accurate

$\text{J38 } \S \text{vct Add. } \bullet 6 \text{ Hp-5 } .3 \cos(\text{xi+yj+:.k,i}) =: ^x \setminus ^y + y' + a'). \gg * J) =$
 $1// * * \gg \gg ,/. \bullet) = Z; \gg \gg [\text{Df } \cos \text{ D P }] \bullet 7 -(\blacksquare ? \bullet = // = j = 0) . -(j - ' = // = j' = : 0) . 3$
 $\cos(jr / + ? / ; 4 - jft, ^Z + y ^Z + ^VA) = (,r.r' + z / 2 / + ..a') / g[(x \ll + 2 / * + ^') (. ^''' + \hat{1}' + ^)] [$
 $\text{Dlcos D P }] \bullet 8 \text{ Hp-7 } .3 \text{ sm}(jn + yj + 3k, u''i + yj + z'h') = \S 8 \text{IM a (produit}$
 alterné). En partant de la théorie des vecteurs ($\S \text{vct}$), et en passant par les
 déterminants, nous sommes arrivés, à p. 277, à définir le produit alterné des
 vecteurs, et des points (P5 p. 279). La théorie des produits alternés de $G r a$
 $s s m a n n$ est indépendante de la théorie des déterminants, qui en découle;
 mais la théorie de Grassmann n'est pas encore complètement réduite en
 symboles. Dans ce nouveau $\S$ nous nous proposons de développer la théorie
 des produits alternés, en partant du produit alterné de quatre points
 (tétraèdre ou quadripoint; en suivant le chemin que j'ai développé dans le
Calcolo geometrico di Torino, a. 1878. Si $a^b c$, dsp , $aabacad$ représente le
 tétraèdre ayant pour sommets ces points, considéré en grandeur et en sens.
 Nous appelions « quadripoint » le tétraèdre considéré en grandeur et en
 sens. $aabacad = 0$, lorsque les points sont dans un même plan. Si le
 tétraèdre n'est pas nul, on dit qu'il est positif (M $cib i u s$), si
 une personne ayant la tête en a , les pieds en c , voit b à gauche et d à droite.
 L'expression $aabacad$ s'appelle aussi le moment du point a par rapport au
 triangle ou plan $bacd$, ou le moment du segment ou force ab par rapport
 au segment (axe, droite) cd ou le moment du triangle $aabc$ par rapport au
 point a . $1 - 0 p^* = papapap \text{ Df } u, V \in i^{\wedge \wedge} . W s pWO . ntSii . 3 \bullet 1 / f \hat{i}^{eq} \bullet 2 u$
 $— c — . aT — vW \bullet 3 (i^{\wedge} + r) ! F = eV ! P' + ? V \hat{I}^{\wedge} \bullet 4 w + ? ; \text{ } \text{ } p^* \bullet 3 ()ini) / \text{ } = ni \{ u / W \}$
 $\bullet 6 \text{ tau } \text{ } p^* \bullet 7 p^* = qr \bullet 8 — H = (— l) H . U — V = l (+ (— ^ -) I > f \bullet 0$ On appelle
 «quadripoint», indiqué par le symbole p^* , le produit alterné de quatre
 points.

The text on this page is estimated to be only 18.86% accurate

ou la mesure de m , étant W l'unité de mesure, est une q . •4 On peut donc sommer deux p^* . •7 Ils constituent un système de grandeurs homogènes avec $\hat{I}P$. $\wedge 2$. a, b, c, d, e, v OM $aabacad = \text{---} baaacad \setminus \bullet 2 \gg$
 $= J^{\wedge} bacaaad J !$ Comma $i \bullet 3 \gg = \text{---} bacadaa] '4 aaaabac = 0 \bullet 5 aabacad \text{---}$
 $aabacae + aabadae \text{---} ancadae + bacadae = 0$ S'I-'S MôBius, Der bari/centrische Calcul, a.1827 §20 j Les P'l-'3 expriment la loi de commutation des produits alternés : « en échangeant deux facteurs, le produit change de signe ». Nous indiquons ces P par le nom « Comma », qu'il faut interpréter dans une signification plus générale que celle expliquée à p. 9 { % \$ P3-2). $\wedge 3$. a, b, c, d, f, p . 3 M $(aabac)ad = (aab)a(rad) = aa(bacad) = aabptCad$ Df I Associa j •2 $(aab)ac = aa(bac) = aabac$ Df •3 $p' = papap$. $p^* = pap$. $p^* = p$ Df $p^* :=$ « produit de trois points » = « tripoint ». $p' =$ « produit de deux points » = « bipoint ». •4 $r, s \in N$, $r + s^i$. $xsif$. $yep' r^{\wedge}$, $xay e$
 $p^{*''''^{\wedge}} xa(yaz) = (xay)az \setminus$ Associa j $\wedge 4-0 / vscNi$. $r4-s^4$. $ne^{\wedge}$. « $ep^{\wedge} l \text{---} n$. me qfV^n . $\hat{o}^p^*$. 3[N;(m,a, | j,l— n)] $a6 = 2L[>^{\wedge} (^<x,a\&)|<a, 1 \text{---} m]$ Df j
Distrib(a,+) $\hat{i} \bullet 4 r6l \text{---} 4$. 3- $<p'' = .x'3|a(n, //i,a)3[??\in Nj$. $//? \in qfl \text{---} n$. as $p^{\wedge} l$ -vi . $\wedge r = v(m^{\wedge} aJcr, l-vO] \hat{i}$ Df $\zeta ? \gg^* z =$ « forme géométrique de degré r » . •2
 $(^{\wedge} = p^* \bullet 3 r \in 1 \text{---} 3$. $l \in q)$ " . $irepr''$. $\wedge 3$. $\wedge / \ll ^{\wedge} rep^* rs 1 \text{---} 3$. $UjVSip'^{\wedge}$. ;7? $\in q$. $j^{\wedge} . !$. •4 $i^{\wedge} = 0$. $:= xe p^{*''''} Q^{\wedge} .. ^{\wedge} a, r = 0$ Df J

The text on this page is estimated to be only 24.71% accurate

340 $\_ \wedge \S a$ Add. •5 $U=:V. .=: xs p^* \sim "$.3.C- $\wedge \wedge \wedge = \wedge ' \llcorner \wedge I$)f •6 $w+r$
 $= 7 \zeta ?''' \rhd \wedge^3 [j? \S p^*''' r)^\wedge, zax = \wedge \wedge a.r + ra.r]$ Df •7 $mw = 7$
 $99^* \wedge \wedge^3 [x \S p^* \sim^* 3u:- 2ax = \wedge m(uax)]$ Df •8 $r, s \S Ni \cdot \wedge + 5^4 . ne^{\wedge \wedge} . a \S 99''' .$
 $\hat{o} \S p' f 1-n . me \zeta \backslash f V'' n . 3aa[i \{mfi J^{\wedge} z, V'' n\}] = \ln K \{aab; \} \backslash z, V'' n]$ Df i
Distrib $\{a, 4-\}$ j aabac = (aab)ac Df Supposons p. ex. $r=:1, s=3$. Alors la PO
considère une suite de 71 points $cii, a^{\wedge}, \dots, an$, et une suite de nombres réels,
positifs ou négatifs, $?n, ?w, \dots, wifi$; b est un tripoint; cette P pose par Df:
 $\{m^{\wedge a^{\wedge} - \wedge 7n^{\wedge} \sim \backslash} - \dots + 7 \llcorner, \gg \backslash r, \gg \backslash \} a6 = 7n^{\wedge \{a^{\wedge} ab\} - \backslash} - m^{\wedge \{a^{\wedge} b\} - \backslash} - \dots - \{ -$
 $vin H^{\wedge} Onab$). Le premier membre n'a pas encore de signification dans le §
courant; on lui donne la valeur exprimée par le second membre, qui est une
somme de quadripoints, et en conséquence est réductible à un quadripoint.
On pose donc par Df la propriété distributive du signe a par rapport à + • Par
cette raison reste justifié le nom de « produit » à l'opération o. En plusieurs
questions de Mécanique se présentent des systèmes de points, avec des
nombres correspondant, qu'on appelle « masse ». Leur ensemble est dit un
« système matériel ». Donc, par Df, le moment d'un système matériel $7n^{\wedge} ai -$
 $\wedge m^{\wedge} i^{\wedge} - \backslash - \dots$ par rapport à un plan, ou tripoint, 6, est la somme des moments
des différents points, avec leur masses. •1 Ou appelle « forme
(géométrique) de degré 1 » toute expression de la forme $miai - \backslash - m^{\wedge} i^{\wedge} - \backslash - \dots$,
c'est à dire, un système matériel. •4 On dit qu'une forme de degré 1 est
nulle, si est nul son produit par un tripoint arbitraire : différemment dit, si
est nul son moment par rapport à tout plan. •5 Deux formes sont égales, par
Df, lorsque sont égaux leurs produits par un tripoint arbitraire. Supposons
maintenant $?'=2, s=2$. On a une suite de bipoints ; en Mécanique un système
de forces, qu'on peut considérer appliquées à un corps rigide. La P-0 dit
que, par Df, le moment d'un système de forces i)ar rapport à un axe (p-) b,
est la somme des moments des forces données. La P-4 dit qu'un système de
p- est nul, ou que les forces appliquées h un corps rigide s'équilibrent, si son
moment par rapport à tout axe est nul. Analoguement pour les formes de
degré 3. Les formes de degré 4, ou sommes de p^* , sont réductibles à un seul
 p^* comme dit la P-2. La P-8 donne la Df du produit alterné de deux formes.
Exprime la propriété distributive de l'opération a \yfi v rai)port au second
facteur. $\mu 0. a, b, c / l, e \S p ry$. •1 $aaa=0 [P2-4.6, c \S p .3, c. aaaabac=0 : Dn^4 : O.$
 $P]$ •2 $aab = \text{---} ban [P21 . cc / sp .3- ./ . aalmcad = \text{---} baaacad ; Df 47 O P 1$

The text on this page is estimated to be only 11.76% accurate

'S aaoïr = — oaaar = -\-bacaa \ Comm a j •4 aabacad = (aabac — Oabad+aacad — hacad)ae [P2-5 . Di8trib(a,+) O- P 1 •5 aabacad =0 7^, aabac — Oabad+aacad — bacad=0 [Hp . P-4 O; esp -3 . (aabac— ... + ... — ...)ae=0 .3. Ths] •6 aabacad =0 .^ . aabac = (aab+bac+caa)ad [P-5-2 . Distrib(o,+) .1). P] •7 aabac =0 .j^- «ab+'^^+^a^=0 . rtafe = (a — b)ac [P-6DP] •8 aab=0 .3 ^^>=^ [Hp . P-7 .D: csp .3 (a— &)ar=0 O: «—6=0 O: a=6] ^ 6. re l'*'3 . u,u\ u*8(p" . m,m'£q .3- '0 w+^^'^Ç'^^ [JC£ p4— »• 3- (w+wO«3S ^ waac+w'aJC = u'ax-\-uax = (i^ -hîUjaa?] •2 U+(li'+u")=: Il+U'+U" -3 w4-0:=i^ "4 mu Sep*" -5 m(i<+w') = mw-f'm^^' •6 (m+>^')w = mii+m'u [xs p'i-»- .3. [(m-[-m')u]ax = (m+w')(waa;) = 7«(?/cur)+W(waiCj = (7nu)ax-\- {m' u)ax = (mw+?n t^)aa;] ! Comma (1) (2) (3) (4) (5) ^ 7. r,s£ 1—3 . r+s ^4 . u^u'ecp" . v.vscp' . msq •0 Haf>£(p""' •! t^at? = (— 1)'*t?ai^ •2 u=u\v=v' .3- uav = uav' u=:w' . r-f-.'<<4 . aî£p« . ys p4— r— s ,3. a^y g p4— r . (i) .^ . tia{xay)=:u'a[^xai/) . Assoc a 3- {uax)ay =z{u'ax)ay wzzu' . r+s<4 . .Tep» . (2) 3- ^/f p^— ""* .Z)y • (:uax)ay = u'ax)ay uz=u' . r4-«<4: . ir£p« . (3) 3- ^«^ = ^ ^'«^ w=u' . r-\-s^i , xsp9 , (1) . (4) 3. î^a; = u'ax uz=.u' . 7î^N| . a!£ p« f \'-n . m£ qf l"-7i . v^ S(m* x» |2J, l"-?i) . (5) .3Ma?' = 2(m* t^cur» |z, 1*'72) = Z{7rix u'aXx |2, 1-'7i) ^ u'av (6) !«=«*' . ?;==?;' .3- ^«^ = ^'«^ • v«^' = v'aw' . w'av = (— Vf^v'au' = (— Vy^u'av' .3- wav:=M'«î^'] La P4-8 définit le produit alterné d'une forme par une autre, en se servant d'une représentation de la seconde; cette Df n'est pas homogène; il fai|^ donc démontrer la P'2, qui différemment serait évidente. •3 {a'\U*)av = uaV'\iiaV . ua(V'\v') := uaV'\~uav' 'i in(uav) = {;mu)av ^ = ica{mv) '5 iiaO =0 •6 t£N^ . r+s+t^4 . iv£(p^ .3- (uav)aw=^ iia{vaio) j Assoca j

The text on this page is estimated to be only 11.55% accurate

342 §a Add. ^ 8. $V = p - p : v^* = vav : v' = vavav$ Df La relation entre quatre points $a - 6 = c - \angle$, qui dans §vct 2'0 a été prise comme primitive, résulte maintenant définie comme cas particulier de légalité de deux formes de degré 1. Les vecteurs se présentent ainsi comme la somme de deux points avec les coefficients $+1$ et -1 . Subsistent toutes les Pl-10 du §vct ; mais les Df du §vct sont déjà contenues dans les Df du §a. On définit aussi le « bivecteur » v -, et le « trivecteur » v' . $ijjkkSY : iajak = 0 : 3$. $'^{\wedge} = q' + qJ + Q^* \cdot 2 x, y, z, x \setminus i / , z \setminus f \zeta \{ : H = Jn + tjj + zk : // = xi + \hat{i} / j + z'k$ Q. itau = $(y3' - y3)jaJ : + (: y - 3 \setminus jf :)kai + (xj / - x'y)iaj \cdot j$ $V^* = q(iaj) + q(jak) + q\{kai \cdot 4$ Hp-2 . $x \setminus y \setminus z'' \setminus \xi q$. $u' = x''l + y'' + z''k$ Q. $\cdot 5 \setminus ^{\wedge} = q iajak \{ x'', y \setminus z'' \setminus iajak \mu 9-1$ afi. Cjdev .3. aabacad = 0 $\cdot 2$ as $v-iO$. $bfiv^*$. aab = 0 3- $'^{\wedge} \wedge ^{\wedge} \wedge ^{\wedge} ('^{\wedge} = \wedge \wedge \wedge ^{\wedge})$ $\cdot 3$ ae vVO . $\& \setminus ^{\wedge} . 3-$ a $v \ll ^{\wedge} (^{\wedge} = ^{\wedge} a^{\wedge}) \cdot 4$ a, $\& \setminus v'$.3- a $v-tO^{\wedge} X3(aax = 0$. $\& ax = 0)^{\wedge} 10$. $a^{\wedge} . a^{\wedge} , a^{\wedge} , afi(p^{\wedge} : !P = a^{\wedge} aa^{\wedge} aa^{\wedge} aa^{\wedge} : \wedge \wedge = 0$ 3 $\setminus 1$ avir,,r,,r, ξq . $a = x, a, + x^{\wedge} aY \setminus X / i^{\wedge} - \setminus j n^{\wedge} r$. $x^{\wedge} = : (aaa^{\wedge} aa^{\wedge} aa^{\wedge} lW$. ;r, = $a^{\wedge} aaaa^{\wedge} aaJW$, ... [Hp . Oper $aojaflfjaa^{\wedge} = a?i \nexists^{\wedge} O- I^{\wedge}] \cdot 2$ Hpl 1 . $xl, x^{\wedge}, xl, xleq$. $a' = jr / a^{\wedge} + ^{\wedge} V^{\wedge} s + ^{\wedge} - s^{\wedge} s + ^{\wedge} \wedge ^{\wedge} i^{\wedge} i$ Oaaa' = $\{ j \setminus x \setminus - a?y / ; \setminus) ajaa, + (- "iJ" 3 - x^{\wedge} x \setminus) a^{\wedge} aa^{\wedge} \setminus \{ x^{\wedge} x \setminus - x^{\wedge} x^{\wedge} \wedge ^{\wedge} afla^{\wedge} - ^{\wedge} (x^{\wedge} r \setminus -- XyT \setminus) a^{\wedge} aa^{\wedge} + (x^{\wedge} \setminus } : \setminus -- x^{\wedge} x^{\wedge} a^{\wedge} aa^{\wedge} + ^{\wedge} \cdot 3$ 9?, = $qa^{\wedge} aa^{\wedge} + qa^{\wedge} caj + q^{\wedge} ia^{\wedge} + q^{\wedge} ja^{\wedge} is + q^{\wedge} s^{\wedge} \wedge \wedge + q^{\wedge} jO^{\wedge} i$ laa^aaJV. $y^{\wedge} f = - laa^{\wedge} aaJW$ [Hp . Oper $a^{\wedge} joa^{\wedge} . 3$. P] $\cdot 4$ Hp-2 . $x'', x^{\wedge} \setminus x^{\wedge} , x'' \setminus \xi q$. $a = .r / ai4-j^{\wedge} , "aj + aV'a, + ir^{\wedge} "a^{\wedge} 3aadaa!' = Dtrm[(a, aa, afl'^{\wedge}$, $- afia^{\wedge} aa^{\wedge} , aflujia^{\wedge} y - afla^{\wedge} aa^{\wedge}) , (^{\wedge} 1 , '^{\wedge} \wedge ^{\wedge} i . T , , \ll ^{*}) . \cdot ^{\wedge} \cdot ^{\wedge} . , . \leq 1 \cdot r'' , , a'' .)]$

$\hat{o}^- = (li!ati^X = a^t/W. \dots [Hp.Operaai .3 P] \bullet 6 Hp-4 . .r;''$,
 $<, <V <^q . \langle' = ^\bullet;'' \langle i + \dots .3 aaa'aa!'aa''' = Dtrm [(0^*4, rr,, a^*, , rj, \bullet 62 Hp-$
 $31 .3 la l=2 \{y, jj,, -y^v^+y,, y^)\} W \bullet 63 Hp-H .Hp^SI .3 \langle \langle \langle = (-^{\wedge} i + ^{\wedge} i - 8 + ^{\wedge} 8 -$
 $8 + ^{\wedge} 4^*)'^{\wedge}$ Etant donnés quatre formes $a^{\wedge} . a^{\wedge} a^{\wedge} o^{\wedge}$ de degré 1,
indépendantes, c'est à dire telles que leur produit ne soit pas nul alors: •1
Toute forme a de degré 1 est réductible à la forme $Tla^{\wedge} + x^{\wedge} f^{\wedge} x^{\wedge} - \backslash - x^{\wedge} a^{\wedge}$. Les
nombre $x^{\wedge} .$, s'appellent les « coordonnées » de a , par rapport aux formes
« $i, \hat{u}fj, a3, \langle 4$, qui s'appellent les « formes fondamentales ». •11 Ces
coordonnées s'expriment comme des rapports de p^* . •2 Expression du
produit alterné de deux $<p^{\wedge}$ dont on connaît les coordonnées. •3 Toute
forme de degré 2 est réductible à la somme des 6 produits alternés à 2 à 2
des 4 formes fondamentales, multipliés par des coefficients numériques.
Ces 6 coefficients s'appellent les « coordonnées de la forme de degré 2 ». La
 P^*31 les exprime comme rapports de p^* . •5 Toute forme de degré 3 est la
somme des produits alternés à 3 à 3 des 4 formes fondamentales. Les 4
coefficients sont les « coordonnées de la forme $>$ ». Ces coordonnées
générales, ici expliquées pour la Géométrie, ont été introduites par
Grassmann JfM. t.24 p. 262-282, et p. 372-380, et notamment dans
VAusffehnujigslehre a. 1844 §87: « Ich nenne die n Strecken, welche ein
System ;/-ter Stufe bestimmen [nous avons ici $n=4$; Strecke = 7^*] ...,
sofern jede Strecke des Systems durch sie ausgedrückt werden soll
[exprime la PI], ... die Grundmasse dièses System,... die Produkte von m
Grundmassen [pour nous m a les valeurs 2 et 3]... Richt masse m -ter Stufe »
. Voir aussi les §§117—124, et la p.195 des Werke, t.I. Si les formes
fondamentales sont un point et trois vecteurs dont le module est 1, alors des
4 coordonnées d'un point, une est l'unité, et les autres 3 sont les
coordonnées cartésiennes, définies par Descartes a. 1637, et appliquées
dans ce livre seulement au plan.

The text on this page is estimated to be only 18.76% accurate

344 §a Add. Si les forces fondamentales sont 4 points, les coordonnées d'un point sont les barycentriques, considérées par Mobius a.1827, §26, qui en a donné l'expression -11. Les 6 coordonnées d'une «[^]», considérée comme un système de forces appliquées à un corps rigide, si les formes fondamentales sont cartésiennes, se rencontrent dans Poincaré a.1901; on les appelle « caractéristiques du système » . (Les 6 coordonnées d'une «[?]», considérée comme une droite, ont été retrouvées par Cayley a. 1860 (voir Papers t.7 p. 66), et par Plücker a.1865, qui a aussi introduit les coordonnées d'une «[?]», considérée comme un plan). * 11. $oep \cdot iyjksv, yj = iajak \cdot ipm = 0 \cdot \hat{P} = oap \cdot 7^{\wedge} : 'i \text{ aeq?}^{\wedge} r^{\wedge} . \alpha a = (aay) / 9^{\wedge}$
 $Dt(o \cdot 2 \text{ ascp}^* r^{\wedge} . \alpha a = :^{\wedge} i(aajakjW) - ^{\wedge} j((mkaijW) \backslash 'k(amaj!^{\wedge}) > \cdot 3 \text{ a}\mathfrak{f}(p^{\wedge} 3.$
 $(Da = jak(aailW) \backslash \{ -kai(naj!W) - \backslash 'iaj(aaklV) \} x, y, z, t, u, v, s(\backslash r^{\wedge} . -5 (o(uo - \backslash 'Xi' \{ -yj - \backslash 'Zt) = u \cdot 6 (\hat{u}[x(oai) \backslash \{ -y(oaj) - \backslash 'Z \{ oak) - \backslash 't(iaj) - \backslash 'U \{ jak) - \backslash 'V(kai)] = xi + yj + :sk$
 $'7 \alpha [x(oaij) \backslash 'y(oajak) + z(oakai) \backslash 't(iajak)] = x \{ iaj \} \backslash -y(jak) \backslash 'Z \{ kai) \text{ Si } aeq^*,$
 $(oa \text{ s'appelle «masse de } a \gg 97', <ua \gg \ll \text{ vecteur de } a \gg \gg \mathfrak{c}?', (wa \gg \ll \text{ bi vecteur de } a \gg .$ Ces différentes définitions sont un cas particulier du « produit régressif », dont la théorie n'est pas développée ici. Voir mon *Calcolo geometrico* a.1888, p.106. Ce qu'on définit est indépendant des éléments fondamentaux $o^{\wedge} i, j \backslash kj$ bien qu'ils figurent dans les seconds membres de [^] égalités précédentes. $\cdot 8 \text{ r}\mathfrak{f} 1-3 \cdot a, b \mathfrak{f}(p'' O - \hat{u} > (^+ \&) =$
 $coa + \alpha b (\text{Distrib}(\hat{u}, +) \} \cdot 9 \gg \gg .)) \} \mathfrak{f} q .'^{\wedge} . (o \{ ma) = m(\alpha a) | \text{Comm}(a), Xw) \} ^{\wedge}$
 $12-0 \text{ a}\mathfrak{f}(p^{\wedge} r) . \alpha aeq 'i \text{ aep } r) . (oa = 1 \cdot 2 \text{ asv } .3- \hat{u} >^{\wedge} = 0 '3 \text{ a}\mathfrak{f}(p^{\wedge} . (oa = dO .'^{\wedge} .$
 $\text{a}\mathfrak{f} Y '-4 \text{ a}\mathfrak{f}(p^{\wedge} . o) a -c = 0 .3- ci / \{ (oa) \text{ ep } \cdot 5 ^{\wedge} > .3 \text{ dsqip } \cdot 6 90^* = qp wv ^{\wedge} 13-0$
 $\text{a}\mathfrak{f}(p^* .3 \hat{u} >^{\wedge \wedge} v 'i \text{ rtjtep } .'^{\wedge} . (o(aab) = b - a \cdot 2 \text{ aep } . \text{tev } .3 \hat{u} > (^{\wedge} \&) = *$

The text on this page is estimated to be only 19.44% accurate

'5 a£(p* . œa =0 . aaa =0 . ^ . ae p' •G aeç?' .3- cîaa=0 .=. aep'wv*
 .=. ascp^aq^ •7 77* = p=+v* î PoiNSOT n.68 t «Tant de forces que l'on
 voudra appliquées d'une manière quelconque à un corps, peuvent toujours
 se réduire à une seule force et à un couple unique ». ^ 14-0 aecp^ '3 û>a£v'
 •1 aybjCSp r^ . a)(aabac) ^ = aab+bac+caa •2 afiyCecp^ r^ . œ(aabac) =
 (a>a)&ac+(co&)caa+(a>c)aa& •3 aecp^ . teç?* r). co{aab} = œipaa) =
 (a>a)b-(-(û)&)aa '4 af9?' . coa =0 . ^ aev* •5 a£(p^ . coa=0 .3- ^^P' •6 ç?
 ^:=p'wV' ^ 15-0 asq)" .3 (joaex^ .al^=:^œajxp •1 «fiç-* . teç)' .3 œ(aab) =
 (a>a)ft — aa(cob) •2 a,te99* .3 û)(aa&) = (coa)a64-^«(ft>^) •3 a}},C,dE(p^
 r^ . œ(aabacad) = (coa)bacad — ((ob)aacad + {œc)aabad — {a)d)aabac ^
 20-0 (V, v^ (p\ (p\ <^')l(Cx3, Cx3, Cx4, Cx6, Cx4) §Subst Les formes de
 degré 1,2,3 sont représentables par des nombres complexes d'ordre 4,6,4.
 On applique la théorie der Substitutions à la Géométrie en remplaçant les
 nombres complexes par les formes géométriques. Voici quelques exemples
 de fonctions linéaires : •] usv .3 (^^Xv\^y v) e (qFv)lin •2 uev'cO .3
 (compll^^, v), (comp^w, v) e (vFv)lin •3 ijfkev . iajak =0 .3 (1» 0, 0)/(i, j,
 k) = [Q.ooTi{u\i,j,k) \ u,\] = [{uajak)j(iajak)\a, v] •4 (û), cp') £ (qF(p^)lm .
 (o), (p^) £ (vF(p^)lm . (œ, cp') £ (v"Fç?)lin •5 a£ v-^0 . b£ v-qa . (? ,rf£v r^ .
 (c4)l(a^)) = ?[(qc+qrf)F(qa+qb)]lin ^ f3(fa =c . fb =d) Dfp •6 Hp-3 .3
 Variab[(c,rf)/(a,b)]=qa+q& {c,d)l(a,b) indique la transformation linéaire,
 qui aux vecteurs a et b fait correspondre respectivement c et d. Si dans les
 vecteurs on considère seulement la direction et non le mod, ils représentent
 les « points a l'infini » . qa-\-qb représente une « droite à l'infini » , ic,d)l.
 {aj)) une « homo graphie » . F1903 d.71 23

The text on this page is estimated to be only 27.35% accurate

•7 Hp-ri .; $T^{\hat{i}/\hat{q}} \cdot \hat{\cdot} \cdot \{c4\}; (aJ)Kx'a+yb=joc+j/d \wedge 21$. I (indice)
 ijkkkev . mod/ = raodj = mode =1 . $ixj=jXlc=h'Xi=\hat{\cdot}$. $V'=iajalc$.3: ' $\wedge$ I = ('
 j\A)/OA, fta/, mj) Df I, qu'on appelle « indice » est la transformation
 linéaire qui aux bivecteurs jaky kai $\wedge$ iaj fait correspondre respectivement les
 vecteurs ij $\wedge$ k. P o i n s o t, en reg $\wedge$ ardant les v $\wedge$ comme des « couples de
 forces », appelle l'indice du bi vecteur c le représentant de l'axe et de la
 grandeur du couple ». Grassmann a. 1862 N.89 rencontre cette opération
 pour le« complexes d'ordre quelconque, l'appelle « Ergilnzung =
 complément », et l'indique par le signe i, que nous avons déformé en I, pour
 nous rapprocher de la notation de H a m i l l o n. Les vecteurs unitaires et
 orthogonaux ij $\wedge$ k sont supposés tels que le tétraèdre oax $\wedge$ > $\wedge$ ou o est un
 point, soit positif; on peut prendre p. ex., i en avant, j à droite, k en bas;
 cette convention, adoptée par les astronomes, est contraire à celle adoptée
 par presque tout les Géomètres. La Df*0 n'est pas homogène; car le premier
 membre indique un objet constant, et le second contient les lettres ijkc. •i
 a,&£v* . meq .3 I« £ v . I(a-f ft) = la-f lft . I(ma) = mla I Distrib(I,+) j [Dfl
 r $\wedge$. I £ (vFv»)lin o. P] I POINSOT a.1803 p.48 (n.61) : . Si deux couples L
 et M sont représentés, pour leurs axes et pour leurs grandeurs, par les deux
 côtés AL et AM d'un parallélogramme ALGM, ces deux couples se
 composent en un seul .G représenté, pour son axe et pour sa grandeur, par la
 diagonale AG de ce parallélogramme » . } •3 u,v ev r $\wedge$. uXt $\wedge$ = (iiaIr) l $\wedge$ f
 Dfp •4 a,b,c£v .3 l[$\wedge$ al(bac)] = $\wedge$ (axc)b—(axb)c •S H.vsv* .3 uxv = (ualv)jip
 Df (v"|v) §vct PII-13 Df du produit intérieur de deux bivecteurs. •6 raoda =
 mod(Ia) •7 u,v evH $\wedge$ O .3 sin(t $\wedge$,i7) = mod(Uw a Uv) •8 uev r). lu = 1 y* $\wedge$
 X3[lx =u] [(v*,v)|(v,v*)]P-l--8 Dfp Dfp Df Si a est une couple de forces
 (v*), moda s'appelle son « moment ». (P o i n s o t n.47). Si a est une force,
 considérée comme un bipoint p2 , et 0 est un point, modû}(paa) s'appelle «
 moment » (momentum) de la force a par rapport au point o.

The text on this page is estimated to be only 22.72% accurate

M a est une lorce ($\wedge p-$;, et si o est un $p^\wedge$, ae longueur l (modwo =: 1), alors aab s'appelle « moment de la force a par rapport a l'axe b ».

(Poinso t n. 103,1. a,6f p^* . raodtoa = modcoft =1 .3- ûfa& = « moment des deux droites a et 6, ainsi nommé par Cayley a.1865, Papers t.5 p.540». Les produits alternés et l'opération I se présentent dans une foule de questions de Mécanique, et ont été introduits par divers A., sous des noms différents.

A p p e 1 1, Traité de Mécanique rationnelle^ Paris a. 1893, p. 4 donne le nom de « vecteur » au p- (ce qui produit ambiguïté avec la nomenclature plus ancienne et plus répandue de Hamilton). « Moment d'un vecteur- p^* a par rapport au point h $* z = l w \{ aah \}$. « Moment relatif de deux vecteurs-p- a et b » = $z aab$. La distributivité de a par rapport k -{- est dite « théorème de Varignon ». Konigs, Tjeçùns de Cinématique^ Paris, a. 1897 appelle «segments» les p^* . « Système de segments » = 9?'. « Automoment du système a » = aaa. « Vis » := « screw de Bail » = $(p-r>X3[moào)x = 1)$. « Torseur (Bail) » = « Dynamie (Pliicker) $z=7;-$. « Complexe linéaire déterminé par a, forme de degré 2 $* = <3P-n./?f//a.r =:0)$; il est le « système focal » de Chas le s. E. Carvallo, Conférence sur les notions de calcul géométrique utilisées en Mécanique et en Physique. AnnN. a. 1902 p.333: « Cycle » = V-. « Flux » := v^* . « produit superficiel de deux vecteurs a et b » =: aab. « leur produit vectoriel » = $l \{ aab \}$. « leur produit algébrique » = aXb . « produit de trois vecteurs a,b,c » = $aabac$. $\wedge 23-1 a,h,c,d8y .3 (aab)x(cad) = (axc)(bxd) - (axd)(bxc)$ Dtrm[(«Xfc,) l(n.s), l-3tl-3] •3 aM vfl-4 .3 Dtrni[($a^\wedge b,$) |(>',s), l-4il-4] =0 î •i--3 Staudt a. 1842 JfM. t.24 p.255 j 24*0 rfp"-^0 .3 i"ectar = $p^\wedge r3(irar = 0)$ Df M aep.rspWO 3 d(a,rectar) = mod(a>aar)/moda>?' •2 jO£p'-«0 .3 planp = $p^\wedge r3(.Tap = 0)$ Df •3 asp . ps $p'^\wedge O 3- \wedge(\wedge^\wedge planp) = mod(o(aap)'modæp^\wedge 25. vel \bullet 0 a8(p^* 3 vela =: [Iæ(aar)jx',9*] \bullet i f(8 (p^\wedge 3 \wedge \wedge \wedge \wedge \wedge (vfg9*)lin . vèla s Substq)^\wedge 2 ((J)£q>^\wedge 3 vel(a-f 6) = vèla + vel\& j Distrib(vel,+) \} \bullet 3 ((8fp^\wedge . /i£q 3- vel(/ia) = Avela \bullet 4 /^\wedge v 3 (vela)?^\wedge = [I\{æa)]aH [Df vel . P14-3 O- P]$

348 §1 Add. •5 $iiev .^{\wedge} . wx(vela)w = 0 [MX(vela')w =$
 $MXI[(\hat{u} > a)aM] := \hat{i}ia^{\wedge}cjajau'yf = 0]$ •6 XAjep .3 $\{x - ^{\wedge}j)x[(yela)x] = (x$
 $—]j)x[\{vela)ij]$ •7 $\hat{7}i\epsilon N^{\wedge} . a\mathfrak{f} p f l'''n . ?/\mathfrak{f} v f 1 — ; ? . te\mathfrak{c} ?^* . 3 . :L[?$
 $^{\wedge}^{\wedge}(velQaJr,l-n) = la:i(a^{\wedge}au^{\wedge}r,l'''n)/W$ •0 Si a est une forme de degré 2, on
indique par vêla, qu'on peut lire « vitesse i velocitas) représentée par la
forme a », la transformation indiquée. Elle détermine un mouvement
infiniment petit d'un corps rigide. •1 Elle est une Substitution des formes
d'ordre 1, '2 Représente la loi de composition des mouvements infiniment
petits. •6 Resal, Traité de Cinématique pure &. 1H62 p. 2S: «Lorsqu'un
[segment de longueur invariable] se meut dans l'espace, les projections des
vitesses des deux [extrémités sur le segment] sont égales et de même sens »
. (Citation indiquée par M. Castellano). •7 La somme considérée dans le
premier membre est le travail du système de forces u, appliquées aux points
a, lorsque ces points éprouvent le mouvement représenté par la forme l. J'ai
donné cette formule en TorinoA. a.1895 d.125. Kônigs, Cinématique j p.
435: «Le travail virtuel est égal au produit du temps écoulé δt par le
moment des deux systèmes de segments qui représentent, l'un le dynam
des forces, et l'autre le système des rotations ». $^{\wedge} 26. ja \bullet 0 a\mathfrak{f} < p^{\wedge} r^{\wedge} . /ia =$
 $ef^{\wedge}(vela) Df f4a$ est l'exponentielle de la substitution indiquée par vêla. On
peut le lire «le mouvement représenté par a, forme de degré 2». Cette
exponentielle a été définie par §Subst 220 :;p.216). 'i aep" . moda;a=l . $^{\wedge}$
 $//(.^{\wedge}a) = Sym(rectaa)$ Si a est un bipoint, et si le module de son vecteur est
l'unité, alors $f\{sra\}$ c'est à dire le mouvement représenté par une ligne de
longueur .-», est la Symétrie autour de l'axe a. Cet axe a été défini par la
P24*0. Si $f\{tJa\}$ représente la rotation de t radians autour de l'axe dirigé
a. •2 $as y^* . \mathfrak{a}ep . 3 ijici)^{\wedge} = or + Ia \bullet 3 ae v'' r)$. $(jia, p) = Transl(Ia)$ Si a est
un bivecteur, la substitution fia , appliquée aux points, c'est à dire le
mouvement qu'il représente, est la translation indiquée par le vecteur la. •4
 $as 9?' . 3 - (M^{\wedge}y p) \in Motor$ Est la P14 (pag. 283) différemment écrite. •5
 $ms Motor . 3 a (p^{\wedge}x3[m = (jia,j>)]$ Tout mouvement peut être réduit à la
forme fia , où a est une forme de degré 2. •

The text on this page is estimated to be only 23.39% accurate

(Sym ow)(Sym or) =:/^[2ang(w,t") o\]l(uav)] '7 0£p . i^,i?,i(;£v .
 iiaraw -=0 .^ . /i[2ang(2<,r)oUI(^m?-)] /i[2ang(?,;?r)oUI(rauO) /i[2ang('i(;,?
 <)oUI(i^a?/)] ^ 28. posit Il y a une analogie évidente entre les produits
 alternés de Grassmann et les objets de la Géométrie de position. Mai» ils ne
 coïncident pas. Par ex., un vecteur a 3 coordonnées; un point à l'infini
 dépend seulement des rapports de ces trois coordonnées. M. Burali-Forti, //
 mefodo di Gra^nsmann nella Geametria proiettiva^ PalermoR. a. 1896,
 1897,1901, a considéré les objets de la Géométrie projective comme les «
 positions » des produits a, qu'il indique par le symbole « posit » . L'A. a
 bien voulu extraire de ses Mémoires les F suivantes : •i ae^pW .3« posita =
 a (a>a) Df •H a.hEY^O .3- posita = positft .=. aeqb Df •12 a,b£(p"co r):
 ThsP-H •13 posit*((^ -v) =p posit'iv-(0)=i point à l'infini. posit *((3P*wO)
 ^ point projectif. •2 aecp^acpWO r^ . posita = posit* [ç?*-<0'^.z*3(.raa=0)]
 Df •21 a,b£(p^aq)WO .^: posita = positft .=. asqb poi^V {qy^aq7^mtO) =
 droite projective. posit*(v'-K)) = droite a l'infini. '3 a£q)^^0 r). posita =
 posit*[(7?-eO'^.r3(.raa=0)] Df •31 afi£q)*»tO .3* posita = positif .=. aeqb
 posit* (p^»iO) = plan projectif. ;posit*(v'wO) = plan à l'infini. •4 afisp . a-
 =:& .3- posit(aab) = rccta(aj)) w posit(/; — a) •-41 a,ftfp . a-=& . C£p-
 recta(a,?>) .^ . iposit{aabar) = \>lsLn(a Jj/-) \j Y>OHit(b — a)a(c — a) Les
 P-13-4-41 établissent la liaison parmi les objets p, p', p' de la Géométrie
 ordinaire et les objets de la Géométrie de position (ou projective). quateriio
 L'importance de la théorie des quaternions dans la Géométrie et dans ses
 applications à la Mécanique et à la Physique, nous conseille à développer de
 plus ce §, en reliant cette théorie aux précédentes.

The text on this page is estimated to be only 20.13% accurate

350 §a Add. ^ 30. aev Q. •0 la = [l(aax) \x, v^ X3(xxa=0)] Df M
Ysiriahja =i y^x3(xxa=0) -2 (ia)" = — a" [5C€V . X'Xrt =0 O- il^)''^ =
(l^)^i^I('^^«-^)^1 = laa[I aax)] = («X3c)rt— (aX«)i^ = —a-x] •0 Soit o un
vecteur; j^r, que Hamilton appelle « le quaternion droit, ou le quotient droit
déterminé par a », mais qu'on pourrait simplement appeler « involution de a
» , indique la transformation linéaire écrite. Elle est une opération sur les
vecteurs perpendiculaires à a. Son carré est le nombre —a*. Notons que
cela est vrai en considérant la transformation linéaire des vecteurs
perpendiculaires à a; le carré de la même substitution appliquée à tous les
vecteurs n'est pas un nombre; car si moda=1, [I(rtatr)>, v]* = — (comp l_
a). '3 ueiv .3- I^ = ^y^y'3(u=ix) Df Hamilton, N.133 et 286, a introduit
l'opération I, qu'il nomme « index » , et qui, appliquée à un quaternion droit,
lui fait correspondre le vecteur. Il a aussi introduit l'opération inverse I— i,
que nous déformons en j, pour définir les quaternions au moyeu des
produits alternés. Ensuite, dans le livre III, Hamilton sous-entend les signes
I et j, et identifie le quaternion droit avec son vecteur. Nous ne pouvons pas
suivre cette convention, sans renoncer à la notation de Grassmann, car la
P*2 donnerait à a'^ deux significations opposées. ^ 31-0 quaternionio = qtr = q
-f jv Df •1 xe qtr .^ . reaLr == ? q '^ ni3(x — m s jv) . Imagr = ? iv ^ u3(x —
a eq) . conj.r =: reaLr — Imag.x' Df •2 rne(\ . nsY .^ . real(>/?+P^) = '^ •
Imag(>i4-I/^) = i^^ . coDJ(m+pO = //? — lu . mod(//?4-P^) = n|{*/'*+'«*)
•3 .reqtr .3- x':=zrealjc-f Imagj; . realr = (x+conj j*);'2 . Imaga: = [x —
conj.r)/2 Dfp •4k mod;/; = ^[(realr)* — (Imagj;)] = ^(.rXconj j;) Dfp •5
x»—0 .3. U.r = .r/modt; Df •6 » .3. Ix = (conj.ii) (raod.r;)' . o^ow^lx -=
cîonj.r '7 conj conj x rzzx «Quaternionio», abrégé en qtr, est la somme d'une
involution iv, et d'un nombre réel, qui représente aussi une Subst. Il est
déterminé pas les 3 coordonnées du vecteur, et par le nombre réel ; en tout
par 4 nombre s, d'où son nom. Les Df de real, conj d'un quaternion sont les
analogues des opérations ayant même nom sur les nombres imaginaires.

The text on this page is estimated to be only 26.70% accurate

Vu Vu On peut lire « ImagM » par « la partie imaginaire de u ».

Elle correspond à « i imag » de la p. 219. B e l l a V i t i s, a. 1832, en considérant seulement les quaternions dans un plan fixe, introduit la fonction conj sous la forme « cj ». Il indique les fonctions real et Imag par le second membre des égalités S. Hamilton a introduit le mot « quaternion », qu'il a considéré dans Tespace. Ses notations Su \u Tu Ku ont la même valeurs des notations du Form.: reah^ Imag?* mod?* conjz* Il appelle ces symboles: Scalar Vector Tensor conjugate Versor noms dérivés du latin (Scalar de Scala: voir pag.11 de l'éd. a. 1899). Sauf le symbole U, que nous lisons «unitaire», nous ne pouvons pas malheureusement suivre le notations de Hamilton. Car les symboles real, mod, conj sont déjà adoptés en Analyse. Imagi* n'est pas un vecteur, selon la signification de ce mot dans le Formulaire, laquelle coïncide exactement avec la nomenclature de Hamilton Book I et II, p.1-317 ; mais bien Imagu est une partie de u représentable par un vecteur. En considérant les vecteurs comme des points à l'infini, un quaternion représente une homographie. Imag?* en est l'involution, ou « point cyclique » . Les quaternions déviennent « l'absolu ».

^ 32. a,tev.a=0 .3 •J te qa .3- b aeq •2 «*=// . axb =0 .3 b ^ = (^ ^ — rO/(a,ft) •3 (comp||a)6 =m-eal(/>Vi) . (comp a)ft A b/a = [bxa + I(baa)] a" 'S mod(i>/VO = (mod?>)/(mod«) •6 fo-zzzO .3 \J(b a) = (Ub)(Ua) •7 > .3 /(b:ci) = ab •8 quaternio = v/(v-60) •0 b/a =) qtr ^ X3(b= xa) Df Dfp almagiba) Dfp ^ 33. a?,veqtr 3: -j x+t/ = 1 qtr f^ z3(ueYRnahx^Varuibt/ r^^. zu = xu'\}/u) •2 yx = iqtrr>z3(u£ Variabc» . xu e Variaby 3^- zu=r/XH) La somme et le produit de deux quaternions complanaires, c'est à dire ayant la même Variabilité, ont été définis en §Subst. Hamilton a aussi défini ces opérations sur le quaternions non complanaires ; par là il est arrivé à appliquer à l'espace ce que ses devanciers ont fait dans le plan. Df Df

The text on this page is estimated to be only 11.16% accurate

352 §a Add. Pour sommer deux quaternions x et y , il faut prendre un vecteur u appartenant en même temps aux plans de x et de y . Aurent signification xu et yu , qui sont des vecteurs ; et en conséquence $xn, -yu$. Le quaternion qui en opérant sur $7i$, produit le même résultat est la somme cherchée. Analogiquement pour le produit. a, c^v . «=0 3- " $^{\wedge}$ ($h\{C\}/a=-h/a\{C/a \bullet 4 ft^{\wedge}=0 3 \{(VH^{\wedge}At) = c/a \ll 34. [Hp . \hat{r} \pounds Variab(?n+iw)^>Varlab' w/f jM) .3. wsv . w^u=0 . /r> m/=K) . (m-\{iu\}iv-\{\{m' -\iu'\}w^{\wedge} r/\hat{i}^{\wedge}-t \sim I^{\wedge} \ll^{\wedge} r''''''+I(' *^{\wedge} <') = \{m-\{m'\}fr-\backslash l[iu-\{u'\}air] = . [(m-\backslash m')-:-i(u-\backslash u')]w] \bullet 2 a \backslash y, zsqtr .3 ir+?/= y+x . .r+(?/-f j) = x+y+^{\wedge} . real(> '+?/) = real.r-f real// . Imag(.r +?/)== Imagjf+Iraag.y . conj(.r4-?y) =z= conj;r+conj?/ \bullet 3 a,6 \pounds v r), (ib)(ia\} = -bxn + il(baa) \bullet 4 r^{\wedge \wedge};, r \pounds v .3 \{ir)(ih)(ia) = -(bXa)ir+ \{r'Xa)il)--(OCb)ia+(aabar)tp '5 a", 7/, j \pounds qtr .3 (\bullet^{\wedge} +.y)-^{\wedge} = \bullet^{\wedge} *^{\wedge} +y^{\wedge} \bullet \bullet^{\wedge} (j!/+^{\wedge}) = "7y+ -"-^{\wedge} \bullet ^{\wedge} 35. aj)' \pounds v . rt^* = ?/ - r^* =1 . axb = bXr =: rXa =0 . / = c b . j"=rf r . h = b a .3//;=- j . i(jk)=(ij)f\{=zijk=-l M qtr = q+q/+qj+q^{\wedge} . m.ir-y,z,tHj'y\:'eii. ff=})f+.ri+yj+:h- . //=>/+ ,//+?//+.'* .3 \bullet 2 real/(=>// . Ima^i^{\wedge} = ix+jy+zk . conj/^{\wedge} = />/ - ix-jy-zk . U^<= (m^iv^jy-\backslash^kz) ^ui'+x'-\backslash\}f-\backslash z') . rcal Vv = ni >] \{nt'+.r'+y'+z') . iiiod linaKU/<= ^.r>>+y+j') 'NK///'+.r^*+///+ j') U /^{+// = (//^{+>//H('-.+.Oi+ (.v+//).;+(-^+^{\wedge}-Ve$

The text on this page is estimated to be only 14.60% accurate

§8: Jm vct lira D (Contient les P de. lii p. "289, avec des additions.) ^ 1. (v|cx)§cx P21-23 (p Icx) On étend aux vecteurs et aux points les Df des limites dénombre complexes. mu 2-0 ks Cls'q . .rs ôk . re 1-3 . ne cp'ik .3 lim([<]A, .r) = 7<p'^^ h3]rf p*''' .^c lin\[(ff.rar)\j\k,x] = bac[Df Df de la limite d'une forme géométrique, analo«:ue aux Df §a G*4*5. ^ 3. fe Cls'q . xe Ole . fe (Cls'p)f /; .3 M lim(/;Avr) = p<> a^l limf d((h fz) \ z, /.-, ^] =0 J Df Df de la limite d'une figure variable. Kx. § rectaT, planO^ ... •2 aep . uE (v-^0)f/r . lini(/^/i,j') £ vwO 3\\VLi\vQQ,idù(a,ux)\x^ kj x] = recta[a, \im. {n,kjX)] [Hp . vz^\\m{u^k\j') .3' lini[recta(r?,«^ .r) ,r,A*.j'l = po35(lim;d[^,recta(rtf,wr] .r,A%.r; = 0) = p'Vî5;lim[{mod 2aaaux)l[moi\uj') .rM.^'] ^ 0: = prc3[(mod2artarj/(modr) = 0] = p m3(zaaav = 0) = recta aav)] •3 oep . te v-^0 . u£ (y^qljfk . lira(/y,A,cr)e v-q/ .3lim[plan(a, /, ux)\Xj A-, .x']=plan[a, /, \hxi{uji\X)\ •4 Lm(/;A:,,r;) = p^ aslOe Lm[(i(a, /"j)! j, /•, x] \ Df Généralisation de la Df*1. Ex. §Tang p. 296. ^4. (p I ex) 8cx p:u (V i ex) §cx p;)i Les §84 P2 exigent des Df qu'on n'a pas écrites. §85*1 rectaT planN planO Are Ax Ce* (Contient les PI -5 du î^85, avec des modifications). ^ 1. ke Cls'q . 73 ô/c . pe \)Fk . xek . px -e p'(k^Lr) .3 •0 reetaTpcT = lim[reeta(p.r, pi/) j//, Variabp, x] Df = « droite tangente à la ligne déi'rite par y>. au])oint de paramètre x ». On suppose que j) soit un point variable dont la position dépend d'une variable numérique, qui varie dans une classe k. Cette classe est quelquefois q, ou Q, ou est une intervalle, ou a des formes plus compliquées, comme dans la Df de la dérivée p.lGH). On suppose encore ici que, en

The text on this page is estimated to be only 16.92% accurate

354 Add[^] donnant à la variable des valeurs différentes de x, la position du point ne coïncide plus avec px. Le symbole rectstpx doit être décomposé en (rectaT;[^])a?, et non en rectaT(/>.ri. '1 D/xr 8 V'^O .3. vectaTpx = recta(/).[^], Bp[^]r) [DfrectaT O- roctaT/>.c =: lim [rectai /[^]jp, ^7*/) |y, A:, x] §vct3ô'4 O- » := i» r ipx.py — px)ij,k[^]x] » 11.3 » = » » » {py—pxl(i/—x)ij,kjx] §831P3-2.D. » = recta [/?.r, lim(Df D O- * = rectal[^] px, l[^]tx)] '2 néN, . Dpa; = D'px = ... = D>.r = 0 . D[^]'[^]px e \wO .3 rectaT/)j; = recta(;x, D[^][^]p[^]r) [» := lim[recta(px,p:/ \i/[^]k\ x ; » {px,\pij~px—l[{i/—X)r jrl Dr px \r,l-n]!\{ t/—xy[^]T[^]y.i/yk,x] =z recta[px,D'[^] + [^]px { n-\-l !] = 1 recta(y>.r,D'' + i/>x)] •3 planNpx = p[^] i/5[proj(rectaT px)y = px] Df=1 « plan normal h la trajectoire de /) » •4 Hp P* 1 .3 planN px = py/3[{y—pJo)X Dpx = 0] = p\ein[{px)a(IDpx)] Euclide 1.3 Df2, dit qu'une droite est tangente « ècpauireaâai » à un cercle (considéré comme une aire plane 1.1 Dfl5) si c[^]lle a un seul point commun avec le cercle. On peut appliquer la même Df à- la circonférence, à Tellipse, etc.; mais non à la parabole, car son axe a un seul point commun avec cette courbe, sans y être tangent. Descartes, Géom. (a.1664, p. 37 de l'éd. a. 1886) dit que la tangente est la droite qui coupe la courbe en deux points « joints en un ». Il la détermine par la condition que l'équation analytique dont dépendent ces points d'intersection a deux « racines entièrement égales ». Cette Df applicable avec quelques difficultés, aux courbes algébriques, ne l'est plus aux courbes trasceiidantes, à moins de prendre comme Df la P-1. La Df considérée se transforme facilement dans la P-0 en considérant les deux points « joints en un j>, comme limites de points distincts; mais il faut donner la Df de la limite d'une droite, ce qui a été fait par §83*1 P3-1. ^ 2. Hp PI . :j*/(/tw.r) <> rectaTp.r z=[^] Q: •0 planO;j.r = liin[p!aii(rccvtaT/;.r, /?//) |v, Variabp, x] Dt pl&nOpx = « plan osculateur » • 1 Dpx £ v-f 0 . D[^]px 8 V- qDpx .3. plaiiO po? = plan(p.r, Dpx, D[^]px) [planO/)a7 = lim;plan[rectaT/îjr, py] \y, k, x[» [recta(/?.r, D/>jc), py] y, k, x\ » 2)X,Dpx,[py—px—îy—x)iypx]liy—x[^] \y[^] k, x\ = plan(/>.r, V>px, D-px)]

The text on this page is estimated to be only 9.20% accurate

'2 ni^{ne}N[^] . Dpx = Irpx = ... = D \px = 0 . D px e v-⁰ D^{""^*7}).r,
 ... D^{""^*7}/>.r e qXD'po? . D^{""^}'>a: £ v-qxD^{^ 3} planOp,r = plan(p,r, D>.r,
 D^{""^}"î;xO On appelle (voir p.291[^] « normale principale » = planNpj? '[^]
 plauOp,r « binonnale » = p[^] .V[^] [proj plailO px] y ^{^ 3}. a,6eq . a<<& ,
 pe[^]faT'h .3 * •0 Arc(p, a^{""^ 6}) = 1' .raja (n,/).?[/[^]eNj . te (a^{""^} h f 0-[^] • 1
 D(p, rt "&) £ (V F ^{^^^} />)cont .3 Arc(y>, r[^] &) = S(r [Hp . xBi\ . a^{^^}<h .
 i/e.r[^]h . §CxP401 OS[^]modD;[^] x[^] t/[^])[^] A rc(;>.,/• "[^] //; [^] inodi py—px) Hp .
 .rfq . rî[^].r<6 . (1) O- lini[SiinodI)y>, .r^{*^} î/i (// mod T>px . liin[niod(py—
 px ;(//— cr ; /y, .t ^{^ 6}, x] = lini[Arc p, .r [^] i/)j(i/ — x) ij, x[^]()),x]=z niodD;>j?
 Hp . t/sq . (i<Ct/[^]) . x'r a [^] y Olini[Arc(/>,J? [^] yX[^]y—x\ x.r •[^] //,/] =i
 modDpy Rp . zea[^]b . { } . (-2) O. D[Arci ;>, a "[^] j) 2, a (4).§S20-2 O. P] [^]
 4. &£ Cls'q . k[^]dk . pe pFÂ . a::£/j .]7 •0 Apxx = Hm[(planNpx- [^]
 planNp?/)| ' Apxx s'appelle « axe du plan osculateur à ' «axe de la courbe».
 (Mongc, Géomvtrie des l'intersection de deux plans normaux infinin' •1
 Ccpx = i[kxpx [^] planOpx] » = « centre de courbure » . I[^] l'axe avec le plan
 osculateur. •2 Dpx e v-fO . T>[^]px 8 v-qD/>.r; Apxx = planNp.r ^{^ 2:3}[(z—p
 [Apxx = 1 im ; pr>z3[(z—px i X ^{^^}px r lim pA53[(z— />.r)xDp.r=iO . ([^]
 — py) X = planN^{^^}a? n lim; z3[[{z—py)\Dpy— (= r>Z3]D[{(z—py
 >Xl[^]py—i z= f^{^3}[—{Dpxy[^]{z—px)X •3 Hp-2 .3 Cc/).r=: /v

The text on this page is estimated to be only 8.20% accurate

356 Add. §85-2 Applications de la Géométrie Différentielle.
 (Contient §S5 PGJ avor des additions). $\wedge$ 1. $\text{o}\mathfrak{f}\text{i}\text{p} \cdot \text{aev} \cdot \text{he v-qa} \cdot 3 \cdot * \cdot 0 / \text{i}\mathfrak{f}$
 $\text{Cls}'\text{q} \cdot / \text{O} <^{\wedge\wedge} \cdot \cdot \text{V}^{\wedge} \text{flF/i} \cdot \text{p} = (0 + \text{xa} + \text{yj? b}) | \text{a?}, \text{h} | \cdot \text{xsh} \cdot \text{Dyxsq} \cdot 3$
 $\text{rectaTp.r} = [\text{o} + (\text{r} + \text{z})\text{a} + (\text{t/x} + \text{zDyx})\text{b}]^{\wedge}\text{q} [\text{rectaT/}>\text{r} = \text{recta } 79 \text{ c}, \text{Dpri} =$
 $\text{recta o-!-rr/-}\{-\text{.ya?}\&, \text{a-}^{\wedge}\text{Di/xb}) = \dots] \cdot 1 \text{ Hp'O} \cdot \text{Df/x} \mathfrak{f} \text{ q-}^{\wedge} 0 \text{ r}^{\wedge}, \text{o} + \text{lv} \text{ —}$
 $\{ \text{i/x} \} (\text{Df/x}) \text{a e rectaT/}; \text{i} [\text{PO} \cdot \text{z} = \text{—ifjlDi/x rj. P}] \text{ Le vecteur —}$
 $\{ \text{i/x} \} \text{Y}>\text{yr}) \text{a s'appelle « soiistangente » subtangens}^{\wedge} \text{ de la ligne décrite par}$
 le point de coordonnées cartésiennes x et y_x dans le plan $(\text{o//}, 6)$. $\bullet 2 \text{ Hp'O} \cdot 3-$
 $\wedge + \{ !\text{P}^{\wedge} \text{ — xDyx} \} \text{b} \in \text{TLH'tdT px} \bullet 3 / \hat{\text{icliiterv}} \cdot \text{ye} (\text{Qfh}) \text{cont} \cdot 3 \cdot \text{Area}$
 $\text{lo} + \text{xa} + \text{c} \cdot (\text{i/x}) \text{h}] \text{Hx, sy} \{ \text{hie} \} = \text{S}(\text{y, //}) \text{niod}(<7\text{at}) [\text{p.gs} \text{sq} \cdot \text{p} < 7 \cdot \text{hz}^{\wedge} \text{jinq} \cdot \S \text{SM}$
 $\cdot \S \text{S14}'1 \cdot 3 \text{ Sf/'}, \text{rt}' - \wedge 6^{\wedge} = \text{Area} [\text{r} / + \text{a} : \wedge / + 3 \text{Q/.T}) 6 \text{ll}(\text{r}, \text{z}) \text{S7/:(9)mod}(\text{rm}6)8($
 $; \text{q}^{\wedge} ? \text{r}3 [7? \mathfrak{f} \text{Ni} \cdot \text{XE}(\text{p}^{\wedge} \text{qiO}''\text{v}) \text{QVQ}' < \cdot \text{x},, = / > \cdot , \text{Th} = (/ \cdot \text{'Z}) \text{n.x.} \gg (\cdot / \cdot ; > \text{'^ } 7^{\wedge}$
 $\text{'1} \bullet '') \wedge \text{'^ } > \ll / - / \text{' } / \wedge \text{'^ } \wedge 7 * \text{' } \cdot \text{—}^{\wedge\wedge} \text{O- P } 1 \wedge 2 \cdot \text{Hp PI} \cdot \text{p} = [(\text{o} + 2\text{xa} + \text{x'h}) \text{l!} \%$
 $\text{q}] \cdot 1) : \bullet 0 \text{ XE}^{\wedge} \cdot 3 \text{ rectaTy}; \cdot / \text{' i}^{\wedge} [\text{o} + (2\text{r} + \text{j})\text{a} + (\text{r}' + \text{a.r})\text{f};] \text{jrq} [\text{rectaTp.r} = \text{rectai}$
 $\text{y} > \text{r}, \text{Dpx}) \wedge \text{recta}(\text{f} > \text{'-2.ca4-} \cdot > \text{K'6}, \text{rt-} | \cdot * \text{T}\hat{\text{O}}) = \bullet \bullet \bullet] \cdot \text{i xeq} \cdot 3 \text{ } 0 + \wedge \wedge, \text{o} \text{ — } \text{bx}^{\wedge}$
 $\text{e rectaTy} > \text{r} \cdot 2 \hat{\text{ireQ}} \cdot 3 \text{ Area} (\text{o} + 2\text{ra} + ; 5\text{r'ft}) | (\text{r}, \text{j}) \text{' (ar}\hat{\text{i}}0) = 2\text{r}' \text{mod}(\text{aaf}) : 5$
 $= \text{Area}(\text{o} + 2\text{f?} \cdot \text{ra} + \text{ar'6.}) ; 3 [\dots = \text{inod} \text{-ina/;}) \text{Sf.r-} | \cdot / \cdot , (9 \cdot \text{'^ } := \dots) \text{j 'l'S}$
 $\text{ArCHIMEDES, TfToayovioHOs}^{\wedge} \text{TaoftftoXrjç, P2 P17 j} \text{ Le point p décrit}$
 la « parabole ordinaire $\wedge \cdot \wedge$ 3. $\text{Hp PI} \cdot 3 \bullet 1 \text{ req-}^{\wedge} \text{O } 3- \wedge + \text{'^ } '' \blacksquare > \wedge \wedge \text{'^ } > + 2\text{b X} \mathfrak{f}$
 $\text{rectaT} | (\text{o} + \text{a.r} + \text{ft} \cdot \text{r}) | \cdot \text{r}, \text{qwO}^{\wedge} \cdot \text{r}] \text{'2 x}\mathfrak{f} \text{ } 1 + \text{Q } 3- \text{Aroa}(\text{o} + \text{rf.r} + \text{j?} > \cdot \text{i.}') (\cdot / \text{sj}) * ! \text{!-}^{\wedge} :$
 $0) = \text{mod}(\text{aab}) \log x \setminus -2 \text{ Gkegorius a S. Vinc a. 1647 p.}\hat{\text{o}}94 (\text{ Le point}$
 considéré décrit l' $\wedge$ - hyper))ole $>$. o est le « centre $>$; $\text{recta o}^{\wedge} \text{a}$) et recta
 $\text{r} >, / > >)$ en sont les « asymptotes ».

The text on this page is estimated to be only 13.46% accurate

$\cdot 4$, np ri . if 8 q-tu . xt: ^ . ^ . $\cdot 1$ o+(l'-/n)xa £
 recta>T[(o+xa+x"b)\XyQ,,x] $\cdot 2$ Area (o+xa+3x*"b)\(x,zy(ex',e) —
 mod{aab) x*'^/(r}+l) = Area(o+exa+0x"b) i (n+1) Cette courbe est la «
 parabole d'ordre n ». Pour n=2 on a la « parabole ordinainê ». Pour n= — 1,
 r« hyperbole ». La P'I dans le cas 7?fNi, a été publiée par M erse n ne,
 Cogitata physico inathematica a. 1644 (Mechanica p.l). Pour la P-2 voir
 §S51. ^ 10. ofp . a,tev . a*=&'=l . axb=0 . i=:b,a.Z)' M hE Cls'q . K^àh . ye
 qFh . p= [(o + xa+yxb) |a?, h] . ^re/i .Dî/crsq .3. o-\-[x+{yx)(Dyx)]a £
 planN px , [[(o-fxrt4-(^a!)(Dyxja)— (o+xa-U,VJ!6j)X(«+Dya?6)=0] Le
 vecteur {yx)ÇDyv)a est la « sousnorinale » (subnormalis). $\cdot 2$ /«interv . Dî/
 € (qF//)cont . ^ . Arc(p,/0 = Sî^[l+(D«/jf]|a:, / ^l [Arc(p,^) = S(inodDp,/i) =
 S[mod(a-|D//ir6)|.r, 7^] =S;>J[l+(DyJc)']|x,/^}] j van Heuuaet a.l659,
 (Descartes Géom, éd. a.l659 p.518) j $\cdot 3$ AelInterv . y£ (qF/^cont .3 \o\nm
 fi{toa){0'^xa-'Zyxb)\{x,z,t}\jûe'.2e7i) = S[ji {yx)^x,h] Volume d'un solide
 de rotation. $\cdot 4$ Hp-3 . D/y £ (qf /i)cont .3 Area fi{toa)px \{x,ty(h\2eji) =
 Sj27r//^[l+(Dv.r)"] \xM\ $\cdot 5$ Cc;)j? = o+aj^ + /?.r+[l +(D?/x)'](/— Dyx)
 DV^j [Ccpa? = o -{-^ x-\-iyx)ci — (l+iDyir)a/ Imag[îl)^yj' /(14-îT)//.r)] = '
 ' /Ima^rj/DVWl— /D//.r)/il+(D?/x)»]î ^ 11. Hp PIO . p= [{0'\2xa-\-x% \x, q]
 .^r '0 x£(\ r^ . d(pa;, o-f&) = d[p.2?, recta(o— &, a)] [d(paî, o+b) =
 d(o+2xa+a!-6, 0+6) = mod[(o+2ira+a?*6)— (0+6)] = mod[23rrt+';x^—
 1)6/] = ^[4.T«+(.r*— l)"]^ = g(x*+2a:*+1) = x-+1 =: d(o+2x'a4-ir^6, o+2aâa
 — 6; = d[/>x, recta(o — 6, a)]] $\cdot J$ X£Ç[r^ . proj (rectaTpx) (o-f b) £
 recta(o,a) $\cdot 2$ x£(^ .3 KvQ.(p,ex) = a^sKl+x") + log[a;+vKl+ir»)] [Arc(p,
 Sx) = S(modD/>, Sx) = S[inod 2('a t-6xj |x, ^x] = 2S[vKl+.^-*)vC, ex] z= ...
] I van Heuraet a.l659 id, p.520; Huygens, 1657, voir Boll. di Storia a.
 1903, p.4. j r

The text on this page is estimated to be only 12.11% accurate

358 __ Add. •3 Ce p,r = r>-f 2?>+3.T'&-f 2j-*rt Parabole. Voir
P2. o est le « sommet ». o-\-b est le « foyer ». recta(o — 6, a) est la «
directrice». rectaio,6; est T « axe ». ^ 12. Hp PIO . />?,nfQ . vi>n . p=z [(o-
f macoso? + ;i6siii.r)|.r, q] .^: •1 xeq r^ . d[pXj o-f «>J(^>* — n^)\ = >/i —
>](//<" — /?"jcosj» — » » » xeq .3- *2 d[pj\ 0'\ay\ (m^^7i^)] + d[px, o—
a>J(//i*— n')] = 2m •3 p.i' = o+[(m+n)e^+{m—n)e"^\}]a/2 •4 Ce p,r= o+
[(///+/0e'^*-'— 3(/>#— >0e^+3(m+/i)e-^ — (»i — ;0^~^"]«(>'? —
n*)/(4//^?«) •5 Arc(p, 2071) = 4Sîv[(/wsinjc)" +(nco&r)'] jo?, ejt/2\ Voir
§sin45. •6 Area (o+macx+znsx)\{x,ay(20Ji i 0) = 27r/>i?i Le point décrit T
« ellipse de demi-axes m et 7t ». o est le centre. oj^o^m- — «*) sont les
foyers, oj^^i , o_h6 sont les sommets. ^ 13. HpPlO .3 i ke Q-el . â7£q .3 o+
(;r— /log&)a £ rectaT[(o+.ra+***'6) |a7,q,a?] •2 teQ-^1 . d:£Q .3
Area(o+Jt:a+^A^6)|(.(r,3^)*(arf0) = (A'^-1);logA •3 o-fq .3
Ce[(o+ru:+&0|i^',q,-^] = o + a(a:— 1— en + &(2e* + e"") «Courbe
exponentielle (Leibniz) ou logarithmique». j T2. ToRRiCELLi a. 1644; voir
LoRiA a.1902, p.542 j ^ 14. Hp PIO .3 -1 xsÇl .3. Arcî(o+ ax + 6(e-' + e-")/2]
| X, arî=(e-' — e-').2 •2 Area[o ^ax-^zb (e-^+e"! 2)](;r,jy(©a:-:©) = (e*" —
e~)/2 La courbe considérée est dite « catenaria », « chatnette ». Elle est la
position d'équilibre d'une chaîne pesante homogène. j Leibniz a. 1691 t.5
p.246 j •3 a:£q .3 Ccjfo+cu;+ft(e'+e-l2)]|.r,q,xt = ^ 15. Hp PIO .3. -i Are[(o+
ax + b sino;) \x, Ojiji] = Slv|[(s.r)«+2(ar)«J |x, 0jr/2! •2 Area(o+«.r+:rfer)|
(r,j)*(aT/2i0) = 1

The text on this page is estimated to be only 15.55% accurate

« Linea sinuum » (Wallis, §sin 41*0). Pour l'Are, voir l'ellipse. ^
 16. HpPlO. $p = [(o + xa + blog \sin.r) \setminus x, 0-jz] \cdot xeO^{\wedge}ji \cdot 3$ Ccpx : $^{\wedge}px+b+$
 acosx/sinx Trajectoire d'un rayon de lumière dans l'athmosphère, dont la
 densité varie selon la formule barométrique, température constante. ^ 20.
 oep . a,bfv . $a^{\wedge}=b^{\wedge}=1$. $axb=0$. $i= b/a$ r).\hsCls'q . $h'^{\wedge}\hat{o}h$. rsqFh . $p=\setminus[o+(7-$
 $t)e^{\wedge}a]t, h \setminus r): \bullet 0$ tsh . Drtsq Q. $I>pt = (D?'t+irt)c'^{\wedge}a \bullet 01$ HpO.DV/eq .3
 $D^*/)^{\wedge} = (DV/+2/DH— r^{\wedge}e^{\wedge}a \bullet 2$ teh . Drteq^tO .3 0— (r07(Dr/) /e" a £
 rectaTp/ •3 teh . Drt eq .3 o+(Dr/)/e>' a e planNp/ •4 /i£ Interv . Dr e
 $(qF/Ocont \ 3 \text{ Arc}(p,h)=S^{\setminus \setminus}(rtf+(Drt\}'\setminus tJi \setminus \bullet 5$ ft£ Interv . rs (qF /i)cont
 $3Are8i[o+;:(rt)G^{\wedge}a]\setminus(^.t)HS,h) = S[(rt)^{\circ}h]/2$ Le point ;;/ a pour
 coordonnées polaires / et rt, — (rtfi(Drt)îei^a est la « soustanofente polaire
 ». {Drt)i e*' a est la « sousnormale polaire » . ^ 21. HpP20 . rsq 3 -1
 $ATc[(o+reit a) \setminus t, 2\odot/r] = 27rr \bullet 2$ Area(o+xrre")|(-,^)'(0,27r) = jir* Le point
 considéré décrit une « circonférence » . ^ 22. HpP20 . $p= [(o+fe*'a) [/ , q] \cdot 3$
 $\bullet 1$ o— /Wa £ rectaT;^^ -2 o+«e" a £ planNp^ •3 te 2071 .3. Area o-^p^Qf =:
 $t\setminus 6 \hat{i} M--3$ Archimedes /Zc^î 'EXlxœv P20P28 j 'A Avc(p, et) = $\setminus t^{\wedge}l +$
 $t')+\log[t+^{\setminus} \{1 + t')\}]/2 \setminus$ ROBERVAL, a.1643; Wallis a.1655, voir BolL di
 Storiaa.1903p.3 j « Spirale d'Archimède » . % 23. HpP20.î)= $[(o+e*'a/0|^{\wedge}, Q]$
 $3\bullet 0 \lim[d[pt, recta(o+a/,a)]|<, Q, 0] =0 \bullet 1$ teQ .3- o+ /e" a £ rectaTp^ r

The text on this page is estimated to be only 22.48% accurate

« Spiralis hyperboliwi » , ainsi iioimnée par Joh. Bernonlli.
a.1710 (Opéra omnia t.1 p.4H0). La droit.*, considérée dans la PO est une «
asymptote » . ^ 24. HT)P20./«eQ.p^[!o+ae^[(A+/Vl!|^,q] O. i fsq .3
 $\text{recV}^{\text{Tpt}} = \text{vecVd}\backslash\text{pt}, (h+i)(\text{pt}—o)] \backslash$ Descartes a. 16:58, OEurres, éd.
Tannery t.2 p.360 î •2 te 2071 .3 Area o^ (p' et) = [ef^(2A^)— 1]/(Àh) •3
teq .3 Avcip, t-q) = e^^sl+h') j -â-a ToRRiCELLi, a.1640; voir Loria,
LinceiR. s.o t.6 a.1897 } •4 Copt = o+/iaa({ ^[(/i+i)t] j JaC.BeRNOULLI,
Acta Eruditorum, a.1692, l'appelle «Spira mirabilis... quoniani enini semper
sibi similem eandem Spirara gignit, utcunque volvatur, evolvatiir, radiet » et
il conclut : « libenter Spirara hanc tumulto meo juberem incidi cum
epigrapho: Eadem mutata resurgo*. « Spirale logarithmique » . ^ 25. HpP20
. me^, . p = [(o + re*'a) |/,q] . teq .3 o—t^^e'^iahn £ rectaT pt .
o+w/'^~*e*^m £ planNp^ « Spirale parabolique d'ordre m ». ^ 27. HpP20.3
v}Area[Med(o+e*'s//OK)* njt-(n+1)jt] \n, Noj = Jt/i « Lieu des barycentres
des arcs de cercle 0*^ 2t ; cocleoïde des anciens, selon Mansion Mathesis a.
1895, p.92». ^ 28. HpP20 . meNi . p= \ [o+a&^ (smmt)\illm)] \t,0^ 7t/m\ .
feO"^^ jihn .3 -1 Dpt = e|^[(m+ l)i7] (sinmtp(i;m—l) •2 Ce pt = pt +
(i/tH)Dpt Ces courbes s'appellent «spirales sinusoides». '1 « L'angle de la
tangente avec le rayon vecteur est rnt». 2 « Le rayon de courbure est la m-
ième partie de la normale polaire». Pour 7?=1 on a un cercle: pour «=—1
une droite; pour ;/=2 la « lemniscate de Jac. BernouUi ». Pour rî= — 2 une
hyperbole. Pour ??=:1'2 la cardioYde. Pour ??=: — 1/2 une parabole.
VoirLoria a.1902 p.391-402. & 30. HpP20 . p= [(0+ta+e^^ ta) \t, q] .3: •1 te
2071 .3. Arc(p, et) = 8 [sin(^/4)]* j Wren a.1650; voir Wallis, Ojm^a, t.1
p.538. j La courbe considérée est dite « cycloïde propre » .)

The text on this page is estimated to be only 24.35% accurate

•3 Area Med($p \cdot 20jr$) = $S^{ra} \cdot j$ Galilei, Lettre à Cavalieri du 24 février 1640; Loria, a.1902, p.461: «Quella linea arcuata sono più di cinquant'anni che mi venne in mente il descriverla, e l'ammirai per una curvità graziosissima... Feci sopra di essa e sopra lo spazio da lei e dalla sua corda compreso, diversi tentativi per dimAstrarne qualche passione, e parve da principio che taie spazio potesso essere triplo del cerchio che lo describe ma non fin così (sic)^ benchè la differenza non sia mol ta » ! î RoBERVAL a.1634; voir Loria a.1902 p.461 } •4 /?£Q Q. Arc[($o+to+2e^{*'}wi$) \t, 207r] = $S\hat{I} > J[(1 - \frac{1}{2}) \cdot \cos f + (l+7i) \sin^{\wedge}] \backslash t, 207rj \backslash$ Pascal t.3 p.441 \ Cycloïde avec des points doubles pour $A < 1$, des points d'inflexion pour $A < 1$. Elles s'appellent respectivement « allongée » et « accourcie »; c'est la nomenclature commune, mais quelques A., invertissent ces deux termes. Pour cette intégrale voir l'ellipse. ^ 31. HpP20.p = [$o+(3e^{*'}+e^{-3})a/;q$] Q. Arc(^, $O-t/2$) = 6 . Area o-p\0-7il2) = $3ji/2$ Astéroïde : ^ 32. HpP20 . msNj+1 .3. Arc[($o+me^{*'}a+e^{*'}\rangle\%| \ll, 2671$] = $8m [Hp . ^f C \sim T/(m - 1) .3. \text{mod } D[(o+me^{*'} \langle a+e^{*'} \langle a) \backslash f, q, t] = w \text{mod}(e^{*'} + e^{*'} \rangle \rangle * 0 = w \text{mod} ^[(m+l)itj'2] je|^[(m - 1)17/2] + e(^[- (m - 1)ii/2] \{ = 2m \cos[(m - 1)/2] (1) (1) .3. Arc[($o+7/ie^{*'}a+e^{*'}\rangle\%i'a|/, 20;r] = 27nim - l) S; \cos[(m - 1)/2] |f, 2aT/(m - 1)! = 8m]$ « Roulette » engendrée par un point d'une circonférence de rayon 1 qui roule, sans glisser, h l'extérieur d'une autre circonférence fixe de rayon $m - 1$. Pour $in=z2$ on a la « cardioïde * . ^ 33. HpP20 . hMQ. . meQ . ne $m - Q .3$ Arc[($o+ie^{*'}+ \hat{A}^{*'}e^{*'} \rangle \rangle * 0 \langle |^{\wedge}, \&7i/\{m - n\}] = /(m - n) S \backslash > \backslash [imh+7ikf ct^{\wedge} + (mh - nk)^{*} st^{\wedge}] \backslash t, \odot j ij$ Cette courbe appartient au genre des « épicycloïdes ». Si $h=k$, on l'appelle une « rose » . Elle a des points de rébroussement si $mh =: j^{\wedge} ik$; dans ce cas est une « épicycloïde propre » , selon la P32. (p F1903 d.71 24$

The text on this page is estimated to be only 14.17% accurate

362 Adi p.2d4 P-9. On peut supprimer le dernier c mod » . (b
p.295 PI -2 Au lieu de xsq lisez xêk. (p p. 298 La Pl'l n*est pas une Df
homogène. Pour la rendre telle, il faut écrire: $1*1 \text{ u}\pounds \text{ Cls}'p . a p, \ll a^3 \{iryi\}$
.3« Long^w = l'a73[a (o,i,h)3\o8p . isv . i*=1 . w3 recta(o,i) . heQ, . x= hx
Num p3[pfn . o+(p+e)hi^u] j] Df 2*1 us Cls'p . a p,'vz3(w3[^]) O* Area^w =
l'ir3[a(o,iJ,/i)3Jo\xp . ijsv . i[^]"=1 . ix? =0 . u[^] plan(o,iJ) . heQ, . 00=
h^Xum(p,q)3[p,q€iï .o+{p+0)hi+{q+e)hjiyi}\] Df (V p.305 P12-4-6 Au
lieu de isv lisez tev-«0. (b

The text on this page is estimated to be only 17.98% accurate

§94 T N par C. Burali B Forti $\wedge 1$. te Cls'q . $O^{\wedge * \wedge} \cdot P^{\wedge} PF A . ^{\wedge} sk$
r). $\bullet 0$ $Tpx^{\wedge} = [\lim \backslash J(py - px)y, (X' \{-Q\} f > Yairiahpr > y^3 \{py^{\wedge} = px), x \backslash]$ Df $\bullet Oi$
'Spx := $[\lim \backslash V(cmipj\_Tpx)(py - px) \backslash y, (x + Q) r > Variab / \} ^y3 \{py - P^{\wedge} - ^{\wedge}$
 $qT / \hat{a} ? \}$, $x \backslash]$ Df $\bullet 02$ B / ir = $[l(Tpx)a(^{\wedge} px)]$ Df Tpx, Njox, Bpx sont les
vecteurs unitaires parallèles à la «tangente», « normale principale », «
binormale », à la ligne décrite par p, au point px de paramètre x. Les sens de
ces vecteurs sont déterminés par le sens croissant de l'intervalle Variab;>: le
sens de Bpx dépend aussi de l'opération I (indice). Le trièdre qui a px pour
sommet et les arêtes parallèles aux vecteurs T/xr, $Kpx^{\wedge} Bpx$ est appelle le «
trièdre principal de la ligne p au point px » . La notation composée Tpx se
décompose en $(^{\wedge} p)x^{\wedge}$ selon la notation des dérivées D, expliquée à la p.
169. $\backslash TpXy^{\wedge} p xsv .3 ^{P^{\wedge} \wedge \wedge} \cdot O^{\wedge} P^{\wedge})^{\wedge} = (Npjr)^{*} =: (Bp.r)^{*} = 1$.
(iipx)X(Bpx) = (Bpx)X(Tpx) = (Tpx)x {i^{\wedge} px} = 0 $\bullet 2$ Bpx £ v-^0 .3 Tpx =
 $\backslash JDpx [Tpx = hm[\backslash J(py - px)i / , \blacksquare .] \gg = \backslash m[U \{py - px\} l \{y - X\} j / , 1 =$
 $UDpx] \bullet 2i$ Hp P'2 . jypxs vMiDpx .3- Npo? = $1!(cmp \{J\} px) D^{\wedge} px = \backslash JD Tpx$
(Spx = $\lim[U(cmp J\_Tpx)(;>y - pa;)^{\wedge} ,] \gg = z \lim[U(cmp J\_Dpa;); py - px$
 $-(y - x) Dpx [l \{y - x\} - y^{\wedge}] \gg = \backslash \{cmp \backslash J\} px) D'p7; !2 \backslash = Ufcmp IDpxj D^{\wedge} a;$
 $\gg = UDUDpx = UDTpcc 1 \bullet 22$ HpP-21 r). Bpx = $\backslash J[I(Dpx)a(D^{\wedge} px)] [P-2-21$
.3. P] '3 meN^ . D'pa? |r4- (/i - 1) = ^0 . D'^{\wedge} px s V'-cO OTpa? = $UD > x^{*}$
 $[Tpx = \lim[U(p / --px) l / ,] \gg = \lim[U; pi / -px - r[(^{\wedge} - x) \gg - /r! Dr px \backslash r, l"(m-$
 $l)] \backslash l \{y^{\wedge} x\} m \backslash y^{\wedge} \dots] \gg = UD'wpx / m! = UDmpx] \bullet 31$ Hp P-3 . nem+N, .
 $D > a' | r'(m+1) - (M - 1) 3 qD'^{\wedge} px . D'^{\wedge} px \text{ £ } y^{\wedge} qD'^{\wedge} px . f) . \hat{y}^{\wedge} px =$
 $U(cmp J\_D'^{\wedge} p.r) D'^{*} pa; [Xpr = \lim[U(cmp J\_Tpa;); (p, y - pxji / ,] \gg =$
 $\lim[U(cmp 1 I >^{\wedge} px) \backslash py - jix - I[(y - xf jrl Dr px \backslash r, l - (w - l) \hat{l} / ('i / - .x) n !? / , \dots 1$
 $\gg = \backslash (cmp\_ \backslash\_ D'np x) Dn px !7i \backslash = U(cmp JLD' \gg px) D \gg pas] \bullet 32$ Hp P-3i .3
 $Bpx = \backslash J[I(D''px)a(D'^{*} px)]$

The text on this page is estimated to be only 12.52% accurate

364 Add. §95 curv torsio par C. Burali-Forti. (contient les P du §91, avec des additions). « 1. Hp§TlO.-. •0 cavvpx =:2 liw[d\ py,rectaTpx\^d(py, px)\^y, Variabp r> y3(py'=poc), x] Df curv =: courbure (curvatura) ou flexion. •01 torsio po? = — 3lim[\{j)y'— px)xBpx\^d{pyjrectaTpx)X d{pyypx)\^yy{x+Q) ^ Variabp ^ y3(py -= px . py -£ rectaTpjc)^pf torsio =: deuxième courbure ou torsion j HA31ILT0N, Quaternions, Art.397 (10) j •02 mod torsio p,r = 3lim[îd(p?/,planOpjr)j/td(p(y,rectaTpa')X d(py^px) ! |y, Variabp rs ys(py - = px . py -£rectaT;>j7),a;] Dfp de la « torsion absolue » . •i ciirvpjt? = 2\im[mod\ (Tpx)a{py-^x)\l(py — p»r)'|y,...] Dfp •2 torsio px = — 3lim[j [i^px)a(jipx)a(py—px)]IQ\j j[mod(py—px)]Kmod[{Tpx)a{py—px)]\^y,...] Dfp •3 jypx £ v-^O . lypx £ v . [3- curv jo^ = raod[(Dpx)a(D'p;r)] / [modD;?.r]' = mod[(cmplDpx)D*pjc]/(Dp.r)' = modD(UDpjc)/modDpa? •4 jypx e Vi^O . D^px £ V -qDp.r . B^px £y r^, torsio prr = \ [(Dpx)a{D'px)a(D'px)] / Q\ /[(Dpx)a{D'px)Y . mod torsio(p,a;) = modDJ U[I (Dpx)a(D*px)]\moiïDpx •5 [c[irvpx\ x' k]= tO . =. a Ps '^ loip'lc^u) •6 [torsio pj»:-|;r* /.;]= ^0 .3 a Pj ^ U3 {p'ir^u) ^ 2-1 Hp§TPl-3 O: Q.\iY\px fQ . =. n= 2m » =z:-x) . =. n<; 2/>i » =0 . =. n>> 2m 'W HpP'i . n=z 2m .3- curvpaî^= [2x(m!)'M!]tmod[(D'''pa;)a(D"pjc)]/[modD"px]»j •2 Hp Pm . reNj . n<r . D>r|.s*(?i+1)-(r— 1) ^ (qD"*pjr+qD>x) . D'''î[a? s v- (qD"*p.P+qD>.'r) Q: torsio px £q . =: . ;'=>t4-n » =00 ,^ . r<;m4-^i » =0 . ==. r>7>i+^^

The text on this page is estimated to be only 18.21% accurate

$\text{Add}^{\wedge} 365 \cdot 21 \text{ Hp } P-2 . r = m+n .^{\wedge}, \text{torsio}p? = (3xm! \text{ ni } I$
 $r!) | \text{mod}[(D^{**}pa?)a(D''/9a;)a(D>a;)] / [(D^{*}pa?)a(D''pa?)] "l j \text{ C. BuRALi-}$
 $\text{FoRTi, TorinoA. a.1901 } \} ^3 . \text{pe } pF0 . Dp, D \gg p e \backslash wO \text{ FO : yeS } .^{\wedge} . y$
 $=kvc[p, ey) : M \text{ lyTpx} = \backslash^{\wedge} \text{curvp.r)N2} >^{\wedge} [\text{Hp} . \text{Pl-O-l O. curv/xr} =$
 $; \text{raod}(D/>j-)a(D'px); / (Dj[>a\hat{i}) - = \text{mod}(\text{Tpy})a(DT; >./) = \text{modDTpa}; (1) \text{Hp} .$
 $(1) . \S \text{TP1-21} .3 \text{Ths }] \cdot 2 \text{Hy}^{\wedge} \text{px} = \text{---} (\text{curvpjp}) \text{ T/; .r ---} (\text{torsio}p^{\wedge})^{\wedge} \text{px } [\text{Hp}$
 $\text{O- D; (Npar)X(Tpx)l=:0 O- fDN; ?x)X(Tpx)+(cui-vp3c)(Npic)X (Npar)=0$
 $\text{O. (DNp5c)X(T/>x) = --- curvpac } (1) \text{Hp} . \text{PI} \cdot 01-2 \text{O. torsio}p\hat{i} =: \text{---}$
 $(\text{DN}; >x)X(\text{Bp.r}) (2) \text{Hp} . (1) . (2) \text{O. Ths }] \cdot 3 \text{jy\&px} = (\text{toT}^{\wedge} \text{iopx})^{\wedge} \text{px } [$
 $\text{DBp.r} = \text{DI; (Tpx)a(N7)xM} = \text{I} | (\text{curv}/a;) (\text{N}/>\text{ir})a(\text{Np}, \text{T})! + \text{Il}(\text{Tpx})a(\text{DNpx})!$
 $z = \text{--- I; (torsio7;a?)(Tpar)a(Bpx)i} = \{ \% \text{OT}^{\wedge} \backslash \text{opx} \}^{\wedge} \text{px }] j \text{ Frenet, Sur les}$
 $\text{courbes \`a double courbure, Th\`ese 10 juillet 1847, JdM. t.17 a.1851. Si}$
 $\text{curvpac} \ll = 0 \text{ et } \text{torsio}p\text{x} = 0, \text{ alors : } \text{IcuTvpx} =: \text{rayon de courbure au point}$
 $\text{px. jtoTsiopx} = \text{l'fiyon de torsion} \gg \gg r \text{ px}^{\wedge} (\text{Jc} \backslash \text{iTvpxKpx} =: \ll \text{centre de}$
 $\text{courbure au point px} \gg . \text{p2C} + (/ \text{curvp.r}) \text{Npa} =: (\text{torsio}p\text{x})^{\wedge} (\text{r}); \text{curvp.riB}; >a?$
 $= \ll \text{centre de la sph\`ere osculatrice} \gg = \ll \text{point de l'ar\`ete de r\`ebroussement de}$
 $\text{la surface polaire envelopp\`ee par le planNpx} \gg . \text{recta;p.x} + (/ \text{curvp.x}^{\wedge} \text{Np.x},$
 $\text{By} >a? \hat{i} := \ll \text{g-\`eneratrice de la surface polaire} \gg . \text{recta}; 7 >x, (\text{curvp.7}) \text{Tpa} =:$
 $\text{' ,torsio}p . \text{TjB/Kri} = \ll \text{g\`eneratrice de la surface rectifiante envelopp\`ee par le}$
 $\text{plan (px , INp}^{\wedge} \text{r}) \gg . \text{Si } \text{aeq, le point px} \text{---} \{ x - \{ -\grave{a} \} \text{Tpx d\`ecrit une}$
 $\text{d\`eveloppante de la courbe p, c'est \`a dire, une trajectoire orthogonale des}$
 $\text{droites } \text{rectaTpa?} . \text{osp Q. -4 c} \backslash \text{ir} \backslash \text{px} =: \text{I)AYc} [] (\text{o} + \text{Tpx}) \backslash j \backslash e \backslash , \text{Gx}] \cdot 5 \text{ mod}$
 $\text{torsio}p . r = \text{DAvc} [\backslash (\text{o} + \text{Bp.r}) \backslash x, 6 \backslash , 0x \backslash \cdot 6 >j! (\text{curv}; 9 . r)' - \text{t} - (\text{torsio}p . r)' j = \text{DAvc} [\backslash$
 $(\text{o} + \text{pxy} j \backslash \text{eiex} \backslash [(\text{o} \_ \_ \text{Tpir}) \backslash . /] * 6) = \text{indicatrice sph\`erique des tangentes. Uo-}$
 $\backslash - \text{'Spx}) \backslash \text{xy\&} = \gg \gg \text{normales principales. } [(\text{o} - \} - \text{Bp.7}); . r] - (9 = > * \text{binonnales.}$

The text on this page is estimated to be only 10.58% accurate

366 Add. $\wedge 4$. HpPl . dybex . $a^* = \&\gg = 1$. $axb = 0$. $i=b;a$. oep .
 p'O plan(o,a,t) r).\ $\bullet 0$ (cuvv,i)px = — 21im[j(p?/— pa')X/Tpa $\wedge$ i/(py-- $\wedge$ Af |i/,
 (.r+Q) $\wedge$ Varia]>p <> 2/3(J32/ -= px) , j-] Df courbure relative. $\bullet i$
 curvpj $\wedge$ ifQ $\wedge$, .3. curvp.r = mod!(curv,/)pj $\wedge$ j $\bullet 2$ HpPl -3 .3 (curv,i)/3 $\wedge$ = - \ $\backslash$
 (Dpx)X{tD $\wedge$ px)\ / (mod Dpjc)' '3 HpP2- 1 .3 (cwry 4}poc = —[2x(m)fln\]\ $\backslash$
 (D''px)Xi $\wedge$ iDyx)\ / (mod D' $\wedge$ 2)jr)' $\bullet 4$ HpP3 .3. DT;9j: = Kourv $\wedge$ Opa-
 j/Tpaunique formule de F r e n e t pour les lignes planes. $\bullet 5$ HpP3 . t£ qFk :
 ysk T $\wedge$ j . [e\ (ihj)]a = Tpy Q. (cuvYji}px == D te HpP34 (curv, Opj? I j: i *
 0£Cls'q- $\wedge$ O;/r=[/ja:+ $\hat{i}$ (curv, $\hat{i}$)pj- ! $\wedge$ T $\wedge$ $\bullet 6$ rec taT $\wedge$ rr = r ectaNpx $\bullet 6i$
 DArc(r,©.r) = modD|;(curv,/) /j:j $\bullet 62$ D{c\ivY,i)px -=0 3' ($\wedge$ urv,/)A/; = 2 Dl
 /(curv,/>/)jcj' rx = centre de courbure au point px. r*© = développée de la
 ligne p. HpP3 . meq . 7 $\wedge$ z= (j)x+f)iiTt)x)\x,0 .3 $\bullet 7$ rectaTrj; =:
 recta(ra*,T/9;z') $\bullet 7i$ curvpj?- =0 .3- I>Arc(r,0jr;) = modjl — m {cnrv ji)px\
 $\bullet 72$ (curv,i)rx- = (curv,/) />J?+'>' rx décrit une « ligue parallèle à la ligne p »
 . HpP3 .)n£q . ?'=\px — (x+m)Tpx[\x,6 .3 $\bullet 8$ rectaTr;r = rectsi {7*x,iTpx)
 $\bullet 81$ DArc{r,Gx) = raod(\r+ />0($\wedge$ urv,/) /} .r $\bullet 82$ ir+//i-i=0 .3 (curv,/) ;u'=
 ($\wedge$ +a;?) rcc décrit une « développante de la ligne p » .

TABLES

The text on this page is estimated to be only 23.18% accurate

ABREVIATIONS. a. = année selon le calendrier grégorien, depuis l'octobre de Ta. 1582, et selon le calendrier julien, étendu à partir de cette date aux années négatives. (En conséquence il y a la différence d'une unité dans l'expression des années a.C.) d. =: nombre ordinal du jour (dies) de l'année. Lo d. du jour ayant le nombre ordinal x dans le mois est donné par m-f-T, où pour le mois de janv. fevr. mars avril mai juin juillet août sept. oct. nov. déc. m = 0 31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334 pour l'année commune. On a d. = m-f-T pour les mois mars, avril... pour les années bissextiles, où l'a. est In dans le cal. jul. et où Ta. est 4n-100n-100n) dans le cal. grégorien. n = « note ». ca. = « circa ». n. = « né à ». m. = « mort à ». t. = « tome ». B. = Bail W. U. A History of the Math, at Cambridge, a.1889. C. = Cantor M. Vorlesungen über Gesch. der Math., Leipzig a.1894-901. L. =: Loria. Le scienze esatte nell'antica Grecia, Modena a. 1893-1901. P. = Poggendorf Biogr. Wörterbuch, Leipzig a. 1875-99. S. = Suter H. Die Mathematiker der Araber Leipzig a. 1900. Les numéros après les §§ indiquent les P du F où chaque A. est cité. Les abréviations entre [] indiquent la source biographique employée. Note. — On donne ici des notices biographiques ou bibliographiques sur les auteurs des P traduites en symboles dans ce Formulaire. On les a ordonnées suivant l'ordre chronologique de la date de naissance: en les parcourant on peut avoir une idée du progrès des mathématiques. On peut remarquer que les Egyptiens nous ont transmis les premières connaissances mathématiques: ensuite on voit une période grecque (a.-600⁴⁵), indienne (a.450⁶⁰⁰), arabe (850¹⁴⁵⁰) et italienne (? à partir de 1200. Apr. à a. 1400 les mathématiques se répandent dans toute l'Europe, et les œuvres de mathématiciens sont tellement liées les unes aux autres qu'il est impossible de détacher l'œuvre d'une nation de celle des autres. Les notices données ici sont relatives à environ 150 auteurs: c'est seulement par un travail de collaboration qu'on pourra les compléter et rectifier. Les notices et les dates antérieures à l'an 1000, sont en général très vagues. G. Vacca.

The text on this page is estimated to be only 22.10% accurate

NOTICES BIOGRAPHIQUES ET BIBLIOGRAPHIQUES par
G. Vacca AhMÈS (Ahàinesu =: fils de la lune) est l'auteur, ou le copiste,
d'un papyrus (lit «papyrus Rhind», conservé au British Museum, publié par
Elsenlohn, Kin Maflif[^]tfiatfirsfirs Ihuidburh drr alleu Aegypte)% Leipzig a.
1877. Ce papyrus, qui représente presque tout ce qui nous est arrivé des
connaissances mathématiques de l'ancienne civilisation égyptienne,
semble de Ta. — 1700; on croit qu'il est la copie d'un traité de l'a. — 2200.
§- 2y/ §H2y/ 16(5 171 S- 71. §sin 71 §Volum 3-3;/ ThaLES = Qakfjç,
n.Milet (Asie Min.) a. — 640ca. : étudia en Egypte: fondateur de l'école
ionienne: m. a. — 548ca. [L.) §vct 152 PyTHAGORAS -- /Zi[^]èS[^]a/ooaç
n.Samos a. — 570ca.: étudia en Egypte: a. — 490 enseigna à Crotone où il
fonda une école: m.V a. — 470ca. §n 1(3-4 §2 31-2 §vct 140
ArISTOTELES = 'AoiOTOTîjkrjÇf a. — 383 n.Stagira (Macédoine): maître
d'Alexandre le Grand, fondateur de l'École peripathétique: a. — 321 m. à
Chalcis (Eubée). — Aaalytica priora {[^]Avakvxixa Tigàrega), §= " §f 1-3-4.
EuCLIDES [^]=:[^]EvxA.eiôrjç, a. — 300 ca. enseignait à Alexandrie Egypte.
— Opéra ont nia, edid. Heiberg, Lipsie, a. 1883-88. §=1« §X 1-2-4 §|V2 1
r)l-3 7-2 11-3 §mlt 1-3-4 §Dvr 1-3-4-71--73 21-21-22 41-2 §Np 1-2-4 22 3
61 §n 14-2-3 l() -4 §R 2-1-2-5-6-7 31--3 10-2 311 42-2 %il 14 1-6 170 303
§q 101 §sim 42 gvct 20;r3 Wn 14-001-2 231--3 34-5 5324 541-3 gVolum
3// AriSTARCÎHUS = Woiaxdoxoç, astron..grec a. — 270ca. §sin 6-2-4
ARCHÎMEDES =[^]'ioxijHi')à}ç, a. — 286 n. Syracuse, fils de l'astronome
Pheidias, parent du roi Hiéron: étudia à Alexandrie (Egypte) sous les
successeurs d'Euclides: a. — 216 tué au siège de Syracuse i)ar un soldat
romain, après la prise de la ville, pour la défense de laquelle il avait inventé
des machines de guerre. IHeij]erg, Q/[^]it,s'/. Archim. Tîauniaîa.1879] —
Opéra omnia, Edid. Heiberg, Lipsic a.1880. §2 3-5 §S 51 §sin 72 125 add.
§vct 7;/ §rectaT 611 7-2-21 §Volum 10-111 i

The text on this page is estimated to be only 18.76% accurate

370 Apollonius PergaEUS = Iljro^Aaiy«oç 6 Tlegyaloç a. -250 ca., né à Perg-a (Pamphlie"): Il étudia longtemps à Alexandrie (Egypte") sous les disciples d'Euclides: après —200 il résidait à Perganmm. Une grande partie de ses œuvres est perdue. — Quœ Grœce extant, Edid. Heiberg, Lipsise a.1891-93. §vct 14-3 15-7 §rectaT 611 Héron = "Hgœv a. 150, flegl Aiomoaç. Notices et Extraits de la Bihl. Imp. de Paris, a.1808 t.19 IL §vct54-7 — Hf^ronis Alexaadrini opéra quœ sapersuidj éd. Schmidt, Leipzig, Teubnier a. 1899. TheON SmyKNAEUS = 0£(DV SfiVQvaioç^ fit des observations astronomiques entre a. 126 e a.132. [L. III, p. 20] — Opéra éd. Dupais, Paris a.1892. §2 31-2 PTOLEMiEUS Ciaudius = nroke^aloç KXavaioçj a. 150. — Opéra otnnlfty éd. Heiberg, Lipsise, t.1 a.1889. §8in 3-9 6-2 73 PaPPUS == IliiTiTioç, a.300ca. Son œuvre est une espèce d'encyclopédie des mathématiques chez les (xrecs. [L.] — Collectiones, éd. Hultsch, a. 1876-77 §R 7-5 DiOPHANTUS, a.200ca. [L.] Jioq?(ivrov 'Ale^avSoé(oç Woi&jtujurixiôvy Edid. Tanierv, a. 1893. §1^2-1 §—2;* §n 401 18-3 §r 10-2-5--8 • §Q 471-2-4 AryABHATA, a. 476 n.V: a. r)00-550 écrivait et enseignait à Piitaliputra sur le Gange, antique capitale des premiers monarques historiques de l'Inde. — Leroux de calcid dWnjabhnta, Rodet, Journal Asiatique, a.1879, 1880. §2 3-5-6 §sin 7-4 BrAHMAGUPTA, n. a.;)98, mathématicien et astronome indien. — Journ. Asiatique a. 1878, trad. par Rodet. §n 401 §Q 56-21 AlbaTEGNTUS = Al BATTaNI a.850ca., né à BattAn (Mésopotamie): astronome k Raqqa et ensuite à Bagdad: a.92î) meurt à Tikrît. [S.] §vct 55- 1 AlCHODSCHANDÎ Muhammed, astronomt^ arabe vivant k Chodschanda a.992. [C. t.1 p.708]. §\ 10-2 AhÛ'LWÉFA a.940 d.161 né à Bouzdjan (Perse): astronome k Bagdad: traducteur des œuvn»s de Diophantus en arabe: a.998 meurt k Bagdad. §sin 3-4 §vct 55*2

The text on this page is estimated to be only 23.26% accurate

L'EONARDUS rîSANUS, QC HlllS lîonaccu, fils d'un notaire des marchands de Pise: marchand, abita longtemps Bugia en Barberie; ensuite voyagea en Egypte et en Orient. — Liber abbacyd(..\202 , (éd. Boncompagni, Roma, a.1857.) §/1;^ . §Np21 §q 101 Ibn Alhanna, a.1275?; Le Talklujs d'Ibn Albanna publié et traduit par A, Marre, Roma 1865. Atti Ac. Pont. N.Linc. t.17 a.1864. §2 3-8 TschU Schi KiFi, a. 1303. Voir A. Wylie, trad. par Biernatzki^ JfM. a.1856, t.o2, p.87. §2 151 OrESME Nicole, a.1823 n. : a.ia82 m. [C. t.2 p. 133) §Q 137i ALQâCHâNÎ, médecin, appelle El-Kasi, astronome à l'observatoire de Samarqand; m.V a.1436ea. [S. n.129 p. 173]. — La clé du calcul, trad. par Woepcke, d'une copie datée a.1089, Annali di Matem. a.1864 t.6 p.225. §s 3-4 4-1 Regiomontanu.s (Joannes de Regio Monte, MuUer), a.i436 d.i58 n.Konigsberg: a.1476 d.188 m. Roma. [P]. — De Triangulis.,. libri quinque, Norimberg^ a.1533§vctô51-2 PaCIUOLO Luca, a.1440ea. n.Borgo San Sepolcro : enseigna a Napoli, Milano, Firenze, Roma, Venezia: a.1515ca. m. — Summa de Arithmetica Geouietria Proportioni et proportionalitUy a. 1494. §— w ChUQUET Nicolas, « parisien, Bachelier en médecine ». — Triparti/ en la science des nombres, lequel fut commanc» médié et finy a Lyon sus le Rosne l'an de salut 1484 (publié par Marre, BBonc. a.1880 t.13 p.593). §- 2n §/ 16-5 §[^ lO/i 31}-6 §Q 138 StIFEL Michael, a.1487ca. n.Esslingen (VVurt.): moine augustin ; a.1523 suit Luther à Wittemberg: a. 1559 prof, de math. Jena, Univ.: a. 1567 d.109 m. Jena. [P.] — Aritlunetica intégra, a.1044. %v hi §2 151 — Deutsche Arithnietica inhaltend die Hausrechnung, Deutsche Coss and Kirchrechnujig, NURNberg, a. 1549. MaUROLYCUS, a. 1494 d.259 n.Messina; a. 1575 d.202 m.Messina. [G. Macri, Messina a.1901] — Aritrnetichorujn libri duo, Venetiis a. 1075 §+ 1'^"

The text on this page is estimated to be only 19.90% accurate

Recorde Robert, a.1550ca. n. Wales: médecin: prof, de math, à
 Oxford: a. 1558 m. London [P.] — The Whetstone of wltte, London a.1507.
 §=^ TaRTAGLIA Nicolo, a.1506ca. n.Brescia: enseignant mathématique^s à
 Venezia: a.1557 d.347 m.Venezia. — Quesiti et larentloal dlrerse, Vinegia
 a.1546. §q ll-1 — La seconda parte del gênerai trattato dl numeri^ et mesure,
 Venezia, a.1506. §-141 151 BoMBELU Rafaël, L\Ugebray Bolo^na, a.1579
 §q' lOw 1-3 Anthonisz a. a.1527*^ 1607 §sin 7-5 ViETA Franciscus,
 a.1510ca. n.Foutenay-le-Comte: protestant: a.1580 Maître des requêtes du
 Roi : a. 1603 d.347 m. Paris. — Canon Matliematicas Paris a.1579 §2 il//
 §sin 7-86/t — a.1615 = Ad angtdarium sertionfon anah/ticen fheoremata
 studio A. Andersoni,... Parisiis a.1610 §sin 9-5 121 — Opéra éd. Schooten,
 Lugduni Batav.a.1646 §Ql7-3 add. §8in 7*8-2 SteVIN Simon, a. 1548 n.
 Bruges: a.1620 m. La Haye. — Œurres niatluhnatiquaes, publiées par A.
 Girard, Leyde a. 1634. §- 11" NePER John (Napier, Xeperus),
 a.1550n.Merehistoncastle(B:dinburgh): après un voyage en Europe dont il
 revint en 1571 abita toujours son château ; puritain, plusieurs fois membre
 de synodes presbytériens: a. 1618 d.104 m.Merchistoncastle (Edinburghi. —
 Mh'iftri logaritlunoriitn ca)ionh dearriffo a.1614. §Log n §vct 55*6
 BrI(J(JS Henry, a. 1556 n.Warley Wood (Halifax): a.1619 prof, à l'Université
 de Oxford; a.1630 d.26 m. Oxford. [B.j §C // §Log // HaRRİOT Thomas,
 a.1560 n.Oxford : a. 1585 entra au service dc^ Sir Walter Raleigh en
 Virginie; il publia un relief statistique de cette province : revenu en
 Angleterre il devint pensionnaire du comte de Northumberland : a. 1621
 d.183 m. London. — Artii< A)ialjitirœ praxh, Londini a.1631. §^10// §|S 11-
 4-9 12111219-20'24 §C 10;/ §Volum 10*6 Metius Adrianus, a.1571 ^ 1685.
 §sin 7-5 Kepler Johann (Keplorus), a.1571 d.361 n.Weil Wurtemberg): dans
 sa jeunesse garçon de cabaret chez son père: a. 1593 professeur de
 mathématiques î\ Graetz en Styrie: a. 1599-1601 aide Tycho Brahe dans)

The text on this page is estimated to be only 26.80% accurate

de l'empereur Rodolphe II: a.1630 d.319 m.Ratisbonne. — a. 1609
= De motibus stellae Martis. Opéra, t.3. — Opéra éd. Fritsch. §sin4l-5 45-2
§Volum8-2 lOol OUGHTRED Guilielmus,
a.1574d.64n.Eton:a.16S0d.181m.Albury. [B]. — Claris; Matheniatica, a.1631.
§> vOn §: : lOn — Opuscula Mathematica, Oxonii a.1667. § 1-5w BONGO
Pietro (BungUS) Can. chantre à la cathédrale de Ber^amo : a.1601 d.267
m.Bergamo. — Namerorutn Mf/deria etc. Bergomi a.1599. §Np5i BaCHET,
C. g. a.1587 ca. ii. Bourg" en Bresse: jésuite, prof, de rhétorique à Milan,
ensuite membre de l'Acad. de Paris : a.1638 d.59 m. Paris. [P.] —
Commentay^iu in Diophantam, a.,162i, §h 9-2 §Q 17-3 Girard Albert,
hollandais: a.1633 mort dans la détresse. [P.] — a.1629 = Invention nouelle
en Valgebrej Amsterdam. §<10w Sl^lOn §q'5-2 §Volum 10*6 — H.1634 =
Notes à Stevin (Voir). §Np3l §mp 1-5 Descartes René, a.1596 d.90 n.Lahaye
(Tourainei: son père était conseiller au parlement de Bretagne: a.1604-12
étudia au collège de la Floche sous les Jésuites: a.1617 entra dans la carrière
militaire au service de la Hollande: il la quitta a. 1619 et voyagea
longuement en Europe: a.1629 s'établît près d'Amsterdam: a.1649 appelle k
Stockholm par la Reine de Suède : a.1650 d.42 m. Stockholm. — La
Géométrie, Leyd. a.1637. §|viw §Tang2'3 — Œuvres, éd. Ch. Adam et P.
Tannery, Paris a.1897... §Xprf -3 CaVALIERI Bonaventura, a.1598
n.Milano: a.1615 entre dans Tordre des jesuates: a.1601 étudie à Pisa,
disciple de Galileo : a.1629 prof, à Bologna: a.1647 d.335 m.Bologna.
[Piola, Milano a.1844]. — a.1632 = Directorium genei^ale Uranometricum,
Bononiae. §Volum 10-6 — a.1635 = Geoûietria indivisibilibns contiuiiorani
nova quadam ratione protnota. Bononiae a.1635 §D 4-4 §Volum 85 96 —
a.1639 ^ Centuria di varii problemi etc., Bologna §S In 51 231 add.
Herigone Pierre, Cursic^ Mathematicus^ Paris a.1636-46. §s 14-4 r

TRENICLE DE BESSY B., a.1605 ii.Paris: conseiller du Roi en sa Cour des monnaies: a. 1675 ni.? [P.] — a. 1676= Traité dei; trian^{gh}s rectangles en no mh[^]es §|^5-5 — a.1693 = ParisM. Abrégé des combinaisons §2 16-9 Fermât Pierre, a.1608 n.Beaumont de Lomagne (Toulouse) : conseiller au parlement de Toulouse: a.16G5 d.12 m. Toulouse. — OEuvres, Paris a.1891. §1^ 81--4 9-2-22 101--7 §Np 3-2--4 61-2 73 10-2 §2 5-2add. §S 51 111 TORRICELLI Evangelista, a.1608 d.288 n.Piancaldoli : étudie a Roma sous B. Castelli, disciple de Galileo: a. 1647 d.298 m.Firenze. — Opéra Geometrica a.1644. §Slll 231 PeLL John, a.1610 d.eOn.Southwyke, Sussex: a. 1643-46 prof. Amsterdam: a. 1646-52 prof. Breda: a. 1854-58 ambassadeur de Cromwell en Suisse: a. 1685 d.346 meurt dans la détresse a London. §1 w ^n WalLIS John, a.1616 d.327 n.Ashford (Kent): étudiant de Théologie a Cambridge: a.1649 prof. Oxford, Univ.: a.1703 d.301 m.Oxford. — Opéra Mathematica, Oxoniæ, a. 1695. §R71 §1'30 §2 4116-8 §Chf 1-6 §/721-2-71 §lim lOn §S 61--5 111 §sin 29-2 40-6 410 610 BrOUNCKER William, a.1620 n.Castle Lyons (Irlande): chancelier de la cour, garde du sceau : un des fondateurs de la R. Society de London : a.1684 d.96 m.London. [B.] — Quadratura hyperbolae^ LondonT. a.1668. §lim26-3 MeRCATOR Nicolaus (Kaufmann), a.1620ca. n.Cismar (Holstein): étudiant à Kopenhagen: a.1160ea. alla à London, et s'établit ensuite en France, où il travailla aux embellissements de Versailles : a.1187 d.40ca. m. Paris. [P.] — Logarithmo-technia^ Londini a.1668. §iog 41 %A b-Q VIVIANI Vincenzo a.1622 d.95 n. Firenze: élève de Galilée et de Torricelli: ingénieur et mathématicien du Granduc de Toscana: a. 1703 d.265 m. Firenze — Acta erud. 1692 § Volumlll Pascal Biaise, a.1623 d.170 n.Clermont-Ferrand: a.1662 d.231 m.Paris. — Œuvres, Paris a. 1889, t.3. §+l-37î §! 1-1 §C1'2-41 §Chfl-4 §sin 1

IJRKEGORY (VjrregonuSj Jailies, a.163« (l.;^00 ca. n.Aberdeen
 (Ecosse): il appartient à une famille très nombreuse de mathématiciens;
 neveu d*Alex. Anderson élève de Vieta: a. 1669 après un long séjour en
 Italie (étudiant à Padova) prof, à l'Univ. de St.Andrews et ensuite
 d'Edinburgh: a. 1675 d.270 ca. m.Edinburgh. — Exercitationei^
 geometricæ, Londini a. 1668. §iog 4-3 §sin 23- 1 Newton Isaac, a.1643 d.5
 n. Whoolsthorpe : a. 1660 élève dans TrinityCollege, Cambridge: a. 1669-
 1701 prof, à Cambridge à la place que lui avait laissée son maître Barrow :
 a. 1699 directeur de la Monnaie à London : a. 1701 membre du Parlement :
 a. 1727 d.89 m.London. — a.1676 = Epistola prior Isaaci Newtoni ad
 Henricum Oldenburghwi, 13 Junli 1676. §Q13/i §lim411 §S23-5add. §e 41
 §sin 21*2 251 — a.1687 = Philosophiæ iaturalis principia mathematica §D
 \n 4n 131 Leibniz Gottfried Wilhelm (Leibnitius), a.i646 d.i74 n.Leip/Jg,
 a.1716 d.319 m.Hannover. -- MathS. = Mathematîsche Schriften, éd.
 Gerhardt, a.1848-63. §Np 6-2 12-7 §mod lOn §lim 24-4 261 305 §D \n 41-
 -8 7*3 §S In §e 41 101 §cx 41-4 §Dtnn 11 §sin 231 241 §vct 241--5 —
 PhilS,= Die philosophLscheji Sch?^ifte?i,ed. Gerhardt, Berlin, a.1875-90
 §ln §f 2-2--6 41-3 53 §y 41 §a 55 61-2 — Briefwechsel mit Mathematikerii
 éd. Gerhardt, Berlin a.1899. — Mss. = Manuscrits inédits, conservés à la
 bibliothèque de Hannover, et publiés dans F 1899 par G. Vacca. §e31-2 §-l-
 2-4 §Npl2-2 — Opuscules et ph7^agmenls inédits publiés par L. Couturat,
 Paris a.1903 §s>41;i 611 add, ROLLE Michel, a.1652 d.lII n.Ambert,
 Auvergne: a.1719 d.312 m.Paris. — Traité d'Algèbre a.1689. §D5-3
 BeRNOULLI Jacobus a.1654 d.351 n.Bâle: sa famille originaire d'Anvers,
 s*était réfugiée en Suisse vers la fin du XVI siècle pour échapper aux
 persécutions religieuses. a.1687 après un voyage en Europe est nommé prof,
 à l'Université de Bâle. Avec son frère Johann fut un des premiers disciples
 de Leibniz, a. 1705 d.228 m. à Bâle. — Ars conjectandiyl&^^Wedd^ a.1713.
 §S41 14-5 §B 10 21-2 — Opéra, Genevse a.1744 §lim 8-3 10-5 §e 10-3

The text on this page is estimated to be only 23.98% accurate

de Lagny Thomas Fantet a.1734. §vct 13-4 De
UHOSPITAL G. F., a.16(U n. Paris: a.1704 d.m m.Paris. §D 61
BeUNOULLI Johannes a.1667 d.20M u.Bâle, frère de Jacobus: a.1691-1705,
prof. jI Gronin^uc! ; puisa i'Univ. de Bâle, après la mort de son frère: a.1748
d.1 m.Bale. — Opéra, a. 1742. §2 1(i-7 §7761 §lim 12-3 28-3 32-3 §D 101
§S 13-2 §e 10-3 §sin 101 11-8 127 24-4 COLSON John, a.1680
n.Lichtfield: prof, à l'Univ. de Cambridge: a.1760 d.20 m.Cambridge. [B.]
§• n Cotes Roger, a.1682 d.183 n.près deLeicester: a.1699-1707 étudie à
Trinity Collège, Cambridge : élève de Newton, éditeur de la 2ⁿe édition de
ses Principia: a.1707 prof, d'astron. : a 1716 d.157 m. Cambridge. [B.] —
Logometria a.1714, LondonT. t.29 p.4r60. §el*8 61 §sin8-3 — Harûionia
m^m^nrarum, éd. i^mithy Cantabrigiae a.1722. §S23-5 §sin 8-3 14-2 461-
-3 §vct 53/i Nicole François, a.1683 d.357 n. Paris: membre de PAcad. de
Sciences : a.1758 d.18 m.Paris. [P.] §77 3-3 TaYLOR Brook, a.1685 d.230
n.Edmonton (Middlesex): étudiant à Cambridge: a. 1731 d.363 m.London.
[P.] — Mp.thoda^ incrementorum directa et inversa, Londini a.1715. §D 10-
1 GOLDBACH Christiaan, a.1690 d.77 n.Konisberg (Prusse): voyagea
longuement en Europe: a.1764 d.335 m. Moscou (Russie). §Np 1-5 3-7 §lim
30*51 add. StIRLING James, a.1696ca. n.St. Ninian^ (Schottland) : a.1770
d.339 m. Leadhills. [P.] — Methodiis dlfferentialis: sire tractatus de
summatione et interpolatione serieram infinitarum^ Londini a. 1730. §lim
26-3 42-5 §S 61-2 §8in 24-7-8 MacLaURIN Colin, a.1698 d.45ca.
n.Kilmoddan (Inverary) : a.1717 prof, à Aberdeen : a.1725-46 prof, à l'Univ.
d'Edinburgh : a.1746 d.165 m.York, où il s'était réfugié pendant la
révolution. — A treatise of Fluxions a. 1742. §lim 241 26-5-6 282 §D 10.
§S 130 — A treatise of Algebra, a.1748. §nlO BerNOULLI Daniel a. 1700
d. 29 n.Groningue, deuxième fils de Joh. : a.1725-33 prof, k l'Aead. de St.
Petersbourg: a.1750 à l'Univ. de Bâle: a.1782 d.76 m.Bâle. — CorrM.
§lim30-4 — PetrC. t3. §lim20-4

The text on this page is estimated to be only 22.59% accurate

Cramer Gabr Genève: a.] — Introdactii Segner Johar a. 1735
prof, m. Halle. — Spécimen EuLER (Euleri noulli: a.17 sident de 1' de
Berlin à — a.1728 = — Algèb}*e — PetrC. t.6 - PetrNC. t. t.13 a.17 §Np 6-3
t §lim ; - PetrA. t.1 - PetrNA. t - BerolMisc - CorrM. t. a.1744 :-nlmive j -
a.1748 = §lim 53-3-6 §B5-6 ■ Institutio - Theoria - a.1768 = (II édit. -
Lettres c - Opéra pi F1903 d.72

The text on this page is estimated to be only 27.07% accurate

BERNOULLI Johann II, a.1700 (1713 n.Bâle: dernier fils de Joh.: a.1748 prof, de math. à la place de son père: a. 1790 d.198 m.Bâle. §log5-2 STEWART Matthew, a.1717 n.Rothsay, Schottland: a.1747-75 prof. Edinburg, Univ. : a 1785 d.23 m.Edinburgh. [P.] — Propositiones geometricae more reterum demonstratae, Edinburgh a.1763. §vct161 Lambert Johann Heinrich, n. a.1728 d.2;9, m. a.1777. d.268. — BerlinM. a.1761 p.265, a.1768. §e 3-2 §lo²-3 §sin 5-8 7-91 — AErud. a. 1765 p.454. §= ;/ — a.1771 = Architectonik. §lim 321 — a.1781 = Loghche und philosophische Abhandlungen, §u 41 VANDERMONDE C. a., a.1735 n.Paris: a.1796 d.1 m.Paris. [P.] §Dtrm 61 LaGRANOE Joseph Louis, a.1736 d.25 n.Turin: a.1755 prof, adjoint à l'École d'artillerie de Turin: a. 1766-87 remplace Euler comme président de l'Acad. des Sciences de Berlin: après la mort de Frédéric II appelle à l'Acad. des Sciences de Paris : prof, à l'École pol. : a.1813 d.100 m.Paris. — Ei^{rr}-S, Paris a. 1867-92. Dans cette édition on a modifié les notations adoptées par Lagrange. §|S9² §Np12-3-6 §n 15-3 add. 18-71 20-5 §S 162 §7/6-2 add. §lim 42-3-5 §D 111 §S 211 §Fc 3-1 §Subst 321 §sin 45-3 §a 16-2--4 WARRING Edward, a.1736ca. n.Shrewsbury: a. 1760 prof. Cambridge, Univ. : .a. 1798 d.227 m.Plealey (Shrewsbury). [P.] — Meditationes algebraicæ. edit. prima a. 1770, edit. tertia CantabrigisB a.1782. §Np 12-3-6 WeSSEL Caspar, a.1745 d.159 n.Jonsrud (Vestby-Sogn) : arpenteur géomètre: a. 1818 d.84 m. Copenhagen. — Es^{ai} sur la représentation analytique de la di^{ection}, Copenhagen, a.1897. (traduct. de Toriginal de ra.1797). §vct 2-On DELAMBRE J. B. Jos., a.1747 d.262 n. Amiens: prof, d'astron. au Collège de France: a.1822 d.231 m.Paris. §vct 55-7 Laplaoe Pierre Simon, a.1749 ^ 1827. — Oeuvres §Dtnn 4-3 §sin 434 44-3 Mozzi Giulio — Discorso matematico sopra il f^{otamento} dei corpi, Napoli a.1763 §vct67-7.)

The text on this page is estimated to be only 21.13% accurate

xiLAoutiiiiitui?#! xjuicu/iu, sk. nitv u.io-jb iL^asiagneuo (^Derg-amo;: anoe, professeur au lycée de Bergamo, ensuite prof, à l'Univ. dePavia: a. 1800 d.212 iir. Paris. [P.] — Adnotatlones ad cale; integr. etc. Ticini a. 1790. %y n — Geoïiudria del cotnpasso §sin 7-81 LeGENDRE A. M., a.1752 d.261 n. Paris: a.1775-80 prof, à l'école militaire à Paris: a. 1783 membre de l'académie des sciences: a.1824 perdit sa place pour n'avoir pas voté pour le candidat du gouvernement diins une vote de l'Académie: a. 1838 d.10 m. Paris [P.] — a.1797 '-^ Ei^i^ai su?' la théorie des nonihi^es. a. VI. §X lô Î5^9•l §Xp 4-4 11-4 §n421 glini 140 — a.1808 = » » Seconde édition, Paris. §Xp 11-4 - — a.1816 = Suppl. à l'Essai sur la th. des nomb, §n 14-8 — a.1B.-W = Théorie des nombres^ Paris. §:: 240 — Géométrie, Paris P»" éd. a.1794; 12*""»« éd. 1823 §sin 7-91 §vct 13-6 Vega Geor^^ a.1756 ^ 1802. — Thésaurus logarithniorum a.1794. §sin 7-9;/ 11-42 ARBOGAST L. F. A. a.17r)9 d.277 n.Mutzig (Alsace) prof. îl l'université de Strasbourg : a. 1803 d.98 m. Strasbourg. (P.] — Da calcul des dérations, a.1800 §1) 10 KrAMP Christiaan, a.17()0d.192 n.Strassbourg: prof, h l'Univ. de Strassbourg: a.1826 d.133 m.Strassbourg. §î l'O/i DeGEN C. F., a.17«G d.305 n.Braunschweig : prof, k l'Univ. de Kopenhagen: a. 1825 d.98 m.Kopenhagen. [P.] §n 188 FOURIER J-B. Joseph, a. 1768 d.81 n.Auxerre: fils d'un tailleur: a.1796 prof, à l'Ec. pol. à Paris; suivit Bonaparte en Egypte: a. 1802-15 préfet du dép. de l'Isère: a.1830 d.136 m.Paris. • §e 43 — Théorie analytique de la chaleur, Paris, a.1822 §Sl-7/ §sin52-2 OeRGONNE J., a. 1771 d.170 n. Nancy : prof, h Nîmes et à Montpellier. §= n §n 15-3 §sin 785 HaUIiER Karl Friedrich, a.1775 d.13.S n.Schorndorf: a.1S51 d.148m. à Stuttgart. [P.] — ScoUe logico-ntatheinuticœ, Stuttgart a.1829. §3 5-6 Germain Sopilie, a.177f) d.92 n. Paris: a. 1831 d.188 m.Paris. §|M0-5;i §Np3-7 I r

The text on this page is estimated to be only 3.36% accurate

POINSOT Louis, a.n77 d.3 n. Paris: a. 1809-10 prof. à Técole polytechnique: a.lH5y iLMi[^] iii. Paris. — kymetds (ir Hiafhjfir\ Paris (P*- éd. a. 1804, 9[^]""^ éd. 1848) glâ-2 §ftiidd. 13*7 21-1 Gauss Karl Frîodrioh, aJTtT rt.120 n.BmnusJihwei[^]: aJ791-[^] étudie au ColU'g-umi Caroliimui h Brauuîijt[^]Uwei[^]; a.i71>5-98 k G[^]ttnD[^]en: a. 1[^]7 prof, à rUniv. et directeur de robsorvatoîre de Gôttingen ; a. 1[^]03 d,t)4 m.G{>ttiilfeii : [P.] — Werke, a.186:i., §\VOfi %E\Oh §2 23-1 §# ^0-5 §Mn 4'!3â4-2add. Plana Giovanni, a, 1781 d.31'2 n.Vo[^]herai aJBll prof. ToHno, Univ.: a. 1[^]13 directeur ûi' Voh-i'-rvatoirp,: a.1*MJ4 d.20 m.Tonno. §Npt;[^]l gsîn 40[^]43 BOLZANO Bernard, a. 17[^]1 d,278 n.rrag; prof, de philosophie à î[^]Univers it[^]T[^] dt[^] Pra[^]: a.lH4H d.tibS uuPrag'. — Behi annhftischer Beiock,, Prag a. 181 7, Facshiûle Druck Berlin a, 1894 §lim3-3 BlNET JacqieSj a.17H(>d,3;[^] n.Reimt'si prof, d'asiron. au Coll. de France: a.1[^]y[^] d.\33 m. Paris. [P.] — a.1813 JP. t.9 p/280354. §8 6 5/* §Dtnnrr2 FrE:sNEL Augustin, a.17H[^] d.131 fK.Broglie ■ dép. de PEiirr) : aJH0l-06 élèvti dt[^] PEu. poL : mg. de ponts et.cliausi[^]pt[^]s : a.18:î7 d.195 m. Ville d'Avray Paris). [P.] — Œuvres, Paris, a, 1866, %sm m- 2 CaUCHY Auïi[^]ustiu, a,178a fL2m !i.Pari<i: a.1810'13 in«:én. naval ^ Cherbourg[^]: a,L[^]lt-:Ul pi-of. â VVa\ poL et à la Snrhouni- a.lH;jl-33 prof, dti phyî5Îque i[^]ublime à Turin: 1833-38 précepteur du due de Bour[^]o[^]e; a.lH3îM8 vie privée a Paris; a. 1[^]49-57 prof. A la Se rb ou ne; aJiS57 d.142 m. Sceaux (Paris). [Val son, Paris a-lSfiSj. — a.18in == Anaîffsr Algébriqui[^] ParisaJ8in = Œuvras y,2 t,3 §ul'0/i §modl'0ïi §Med l-Q-H §12[>'l-'3 gliin 1*0« b'4 11-5 13[^]2 221-3 27 14 214 12 34 1 m\ 52 1- 71 §iont2 1 312 — ŒnrreA, Paris a. 1882-1900 g[^]2■5 *j gsin 43-7 44[^]1'5 5i'2-*4 %a. lOn — Exrrr. fV analyse et (fe phy[^]. inaih' g(M6 8 §DU-2 gcx32 1 §Subst3l*2 MOBIUS AugUSt F*[^] a.niK) a.321 u.Schulpforta: prof, à P Univ. et iliroc teir de Pobservatoire de Leip/iî[^] i a:1819 d.270 uLLeipuip''' [P[^]] — a.1827[^]/Vr Ban/rntf risette Calcul §ftadd. 2-i-[^]6. — Werke[^] Leipzig a, 1885. §vet \n i[^]h §a i[^]n

The text on this page is estimated to be only 25.45% accurate

LE BESGUE Victor Amédée, a.1791 d.275 n. Grandvilliers (Oise): a.1838 prof, à l'Univ. de Bordeaux: a. 1875 d.163 m. Bordeaux. — Exercices d'analyse numérique, a.1859. §Dvr4-3-4 EnCKE Johann Franz, a.1791 d.276 n. Hamburg: a.1825 direct, de l'observateur de Berlin: a.1865 d.237 m. Spandau (Berlin). [P.] §lim 205 BabhAGE Charles a.1792 d.361 n. V: prof. à l'univ. de Cambridge: auteur de machines à calculer très intéressantes: a.1871 d.291 m. London. — London T. a. 1815 §f 6. Lamé Gabriel, a.1795 d.234 n. : a.1870 d.121 m. Paris. [P.] §n21'5 %y\ On Saint-Venant (Barre de), a.1797 d.235 n. Portoiseau (Melun): a.1813 élève de l'Ecole pol. ingénieur: a. 1886 d.6 m. St. Ouen (Vendôme). StAUDT K. g., a.1798 d.24 n. Rothenburg: a. 1835 prof, à l'Université de Erlangen: a.1867 d.152 m. Erlangen. [P.] §212-1 §Bl-2 §al6 ?^ §a add. 231--3 ABEL Niels Henrik, a.1802 d.217 né à Findô (Christiansand, Norvège): a. 1821 -1824 étudiant à l'université de Christiania: a. 1825-1827 voyage en Europe: a. 1829 d.96 meurt dans la détresse à Froland (Norvège). [Bjerkness, Paris a. 1885]. — Œuvres, Christiania a.1881. §=rt §2" 15-4 §lira 21-3/i 25-2-4-6 272 293 31-2 411-2 §q' 101-3 JaCOBI K. g., a.1804 d.345 n. Postdam: a.1824-42 prof, à l' Univ. de Berlin et de Königsberg; voyage en Italie: a.1851 d.49 m. Berlin. [P.] — Werke Berlin a.1881-91 §v 4-2 §lim541 §Dtrm 2-2 §Subst321. DiRICHLET (Lejeune) Gustav, a.1805 d.44 n. Diiren (Aachen): a.1822-27 à Paris: a.1827-29 prof, à l'Univ. de Breslau: a. 1831 de Berlin; a.1855 de Gottingen: a.1859 d.125 m. Gittingeu. [P.] — Werke, Berlin, a.1889. §Xpll-4 §lim331 342 §S 3(j;/ 121« §sin 439 444 52111 HaMILTON William Rowan, a.1805 d.216 n. Dublin : a.1824 prof, à l'Université et directeur de l'observatoire de Dublin : a. 1865 d.245 m. Dunsink. [Perceval Graves, Dublin a. 1882.] — a.1845, Cambridge Math. Journ. t.1 §vct20 40 lI On — a.1866 = Eléments of Quaternions, (2^e éd. London a.1899). §a 10// 12-0/i §quaternio 3-Ou §a add. 30-35. §p 10 De Morgan AugUSTUS, a.1806 d.150 ca. n. Madura (Madras): a.1828-67 prof, à l'Univ. de London: a.1871 d.78 m. London. [P.] — Formai loglc, a. 1847 §3 5-7 — On the sf/Uogism, Cambridge T. a.1858. §s^61-2



The text on this page is estimated to be only 15.39% accurate

382 LIOUVILLE Joseph, a.1809 dm n.: prof, à la Sorbonne:
a.18S2 (1.251 m. Paris. — JdM. a.18o7. §mp 1-8 §e a-3 GraSSMANN
Hermann, a.l«09 (1.105 n.Stettin: a.1827-30 étudiant en thcolo^{ic} k
B(*.rlin: a. 1836 prof, de, math, dans les écoles secondaire^s à Stf^{ttin}:
a.1877 d.2(>r) m.Stcttin. [Schlogel, a.1878]. — Werke, a.1894. §1)5-47?
§cx// §vctlwll?; §a i-Ow — Lehrbtfc (1er Aritlunetik, Bei'lin a.1861. §+w
KUMMER E. E. a.lHIO d.29 n.Sorau iSaxe: a. 1828-31 étud. à Halle:
a.1842 prof, à ITniv. de Breslau: a.1855 à Berlin: a.1893, d.134, ni. Berlin
8|MO-5n. §1211 Catalan Eufi:6lie Charles a.1814, d.150 n.Bru^{res}: a.1894,
d.45 m.Liège §2 91 201 §liin25-3 SyLVESTER J. J. a.lH14, d.246,
n.London: a.1897. d.74 ni.London. §Nprf §S181-2add. §Fc2-5 §Subst31-1?*

BOOLE George, a.1815 d.306 n.Lincoln (Angrl.V. prof, à Que(în*s Collège
k Cork: a.181)4 d.343 ni. Ballintoniple (Cork). — The laws of thnafjht,
London a.18ô4. §f3-3 §w2-3 §a 4-2 51-2 7-2-'4 80«. WEIER8TRASS Karl,
a.1815d.303n.Ostenf(ilde iKreis Munster): a.18,'M-38 (Hudia le droit h
Bonn: a. 1838-40 étudia privatlm les niathéin. à Munster sous Cruderniann :
a.185G prof. Berlin, Univ.: a. 1897 d.50 m. Berlin. — TtVrft[^] a.1894. §1' 1-
0;? §S 13.12 §cx20w BORCHARDT C. W. a.1817 d.53 n. Berlin: a.181S
prof, à l'Uni v. : a. 188') d.178 ni.BtM-lin. [P. | — Gesammelto Werke,
Berlin a.1888 §Volum6-0w GeXOCCUII Allgolo, a. 1817 d.()4 n.Piaeenza:
a.184G prof, en droit roman i à la fac. de Piacenza: a.lHiS à Turin: a. 1857
prof, de calcul infinitt*simal à l'Univ. de Turin : a.18S9 d.(U m. Turin. §B
12 Bonnet Ossian a.lS19 n. : a.1878 professeur d'astronomie îV la Sorbonne.
a. 1892 m. Paris. §lim (.>2'1 §S :y\u TCÎËBYCHEF P. L., a.1821 d.147
n.Borowsk (Moscou): a.1859 prof. St. Petersburg, Univ. : a.1894 d.343 m.
St. Petersburg. — Œuvres, St. Petersburg a.1899 t.1 §Np5-2 §lo[^]6-2
CaYLEY Arthur, a.lH21 d.22.s n.Richmond (Surrey): a.18J8-42 (Hudie à
Trinity Collejie, Cambrid[^]-e: a.1849-r)3 notaire i Londres: a.18()3-18?5

The text on this page is estimated to be only 17.60% accurate

prot. (le mathématiques à l'univ. de Paris) : a. 1800 a. ju
m.L./Cambridge. [BD. a.1895 p. 189; Math. Papers t. 8]. — Mathematical
Papers Cambridge a.1889-98 §Sui)st;ui Bertrand Joseph, a. 1822 a. TO n.
Paris: a.1839 docteur es sciences: a. 1844-95 prof, à l'Ée. polytechnique:
a.190J d.93 m. Paris. — Jdil. a.1843 §sin471 — JP. a.184r). §Xp5-2 —
Arithmétique, Paris, a.1849. S^{^^^'^'O}i ^{^^}01 — » » a. 1851. S^{-^^}O —
Algèbre » alSoo. §[^]11'7 §sinU-42 HkRMITE Ciiarles, a.1822 d.358
n.Dieuze (Meurthe : a.1842 élève de recelé pol. : prof, à l'école pol. et à la
Sorbonne : a. 1901 d.14 m. Paris. §e 4-4 SCHLÔMILCH Oskar, a.1823 d.103
n.Weimar: a.184r) prof. Jena, Univ.: a.1849 prof. Dresden, polyt. m.Dresden
7 febr. 1901. — Differential- and IntefjraIrerJui., Griefswalcl, a.1847. §i)
ii-2 El.SENSTEIN Ferd. G., a.1823 d.100 n. Berlin: a.1847 Privatdocent à
l'Université de Berlin: a. 1852 d.285 m. Berlin. — JfM., a.184;], t.27 p.193;
a.1844, t.28 p.39. Slim 12- 1 30-G 535 — a.1847 = Mathematische
Ahhandlimgen, Berlin %)mn KrONECKER Leopold, a. 1823 d.341,
n.Lieirnit/. (Schlesien : élève de Kummer: a.1891 d.3(i3 ni. Berlin [P.] —
TF[^]/^{ft}[^], a.1878. §so-n // §Dtrm 5-8 DaSE Zacharias, a. 1824 d.175
u.HaMiburg: calculateur prodig:e. [P.] §Np M;/ §.T ;/ §sin 54 RiEMANN
Berilhard, a. 1826 d.260 n.Breselenz (Hannover;: prof. Oottin«ren, Univ. :
a. 1866 d.201 ni.Selasca (Lago Mag-[^]iore\ [P.] — Werke, Leipzig, a. 1876.
§lini34-3 Smith Henry John Stephen, a.1827 n. Dublin: prof, a l'Université
d'Oxford: a.1883 d.40 m. Oxford. — The Collected Mathemafical Papers,
Oxford, a.1894. Sl)trml01-2 SchRÔDER Ernst, a.1841 d. 329 n.Pforzheim:
prof. Karlsnihe, PoLytechn.: m.Karlsruhe a.1902 d.167. — a.1877 =
Operationskreis des Logihkalkah — Algebra der Logik, a.1890,1891,1896.
§[^]71 [^]> r

The text on this page is estimated to be only 17.43% accurate

Lucas Eduard, a.1842 d.94 n.Amiens: n.1891 d.281 m. Paris. — TorinoA. a.1878 t.13 p.283. §Dvr2-52-53 §Np7-4 — AJ. a.1878 t.1 p.229. §Np 12-71-72 — a.1891 = Thê07^ie des noynbrei^, Paris. §2 4-2 §Ni) il-2 StIELT.JES Thomas Jean, a. 1856 d.364 n.Zwolle(Over-Yssel, Hollande): a.1877 assist. a l'observ. de I^yda: a.1885 prof, a l'Univ. de Toulouse: a.1894 d.3G5 m.Toulouse. [P.] — ArasterdamAk. a.1882 §D 131 — a.1895 = Ki^mi sur la th. des nombres §ralt2o §Dvrl-3 3-5 Auteu/rs vivants dont les Œuvres sont citées par une abréviation. BURALI-FORTI, a.1861 d.225 n.Aiezzo: prof, à l'Accad. Militare, Torino. — Logica rnatetnatica, Milano a.1894. §f/i — Torino A. a. 1901, §curvatura 1001 21--21 §pntOrdin 2-5-6 CaNTOR Georg, a. 1845 d.62 n.St. Petersburg: prof, à l'Université de Halle a. S. §Npl-5/i %ô §Num §cont2-3 CaNTOR Moritz, a.1829 d.23.5 n. Mannheini a. 1853 prof, à l'université de Heidelberg:. — Vorlesangea itber Geschlchte der Mathematih, II Auflage Leipzig" a.1894-90L CeSÀRO ErnestO, prof, à l'Université de Napoli. — Mathosis a.1884 §2 16-3 — Kxrtirsions Arithmétiques, a. 1885. §2 23-2 — A)i/disi Alf/ebj'ica, Torino a. 1891 §lim 34-4 — NapoliR. a. 1896. §lini 14-4 Da\MU)UX Gaston, a. 1842 d.226 n.Nimes: prof, au Coll. de France et à la Sorbonne. — Mémoire sfir les fonctions discontinfies, AEN. s.2 t.4 a.18i5. §1' 1)1 §cont 311 §S 2-31 26 add. 1312 141 DINI Ulisse, a. 1845 d.315 n.Pisa: a. 1866 prof, k ITniv. de Pisa. §lini 27-3 LINDKMANN F.. MA. a.1882 prof, à rUniversité de Miincheu. §.sin 13*1 >

The text on this page is estimated to be only 13.70% accurate

385 LORIA Gino, prof, à l'Université de Gênova. — a. 1902 = Ebene Knrren Leipzig McCOLL Hugh, a.1837 d.11 n.Hochland (Schottland) — The calculait of eqni raient statemeyita, Proceedings of the Londoii Matheraatical Society a.1878 t.10. §£415-2 MaNSION Paul, a.1844 d.154 n.Marchin les-Huy : a.1867 prof, à l'Univ. de Gaiid. §T)tnn 6-3 a.1887 == Résuma du cours d'anal, inf., Paris. §lini 34-5 MeRTENS F. C. J., a.1840 d.80 n.Wresehen (Posmi): a.186r) prof, à l'Univ. de Krakan. [P.] §liin B5-2 PaDOA Alessandro, prof, à l'École techii. P. délia Valle, Roina. §; In %n 10>/ §dt // §t l-^l §vet 24H-4w PeIRCE Charles, a.18n9 d.25:Jn.Cainbridf?e, Mass: a.1879 prof, de logique a Baltimore, Maryl. — Three papers on logic. Proceedings of the American Academy a. 1867. %^n — a.1880. 6n the Algebra of Logic, AJ. t.3 p.15. §^>6-4 PIERI Mario, prof, à l'Université de Catania. §vet In 23?? PrINGSHEIM Alfred, a.1850 d.245 n.Ohlau (Schlesien): a.1877 prof, k l'Univ. de Miinchen. — MA. a.1888 t.33. §liin 52-7» — Irrationalzahlen und Konre7^genz unendlicher Prozeisi^e, Encyclopédie a.1898 t.1 p.47-146. . §r in — Manchenx\ a. 1900 ' §S 3-6;/ ViVANTI Giulio, prof, h l'Université de Messina §2 165

The text on this page is estimated to be only 27.14% accurate

TABLE DES NOMS D'ADTEDRS Les num^r(iH indiqu^{int} la
p(tf/e, les parenthbsea les uoUcen biographiques. Abel 3, 5, 45, 78, 137,
LM-lG-i, Klfi, 2-2 i [m\ Abiirwêla -230, 272 (370) xVdams 192, 1%, 248
Adrianus Hoiiaaiius 234 Ahmes 57,95,97,134, 135,232,299(3(>9)
Albatoonius 22H, 272 370 Albertiis Mag-iuis 317 Alchoflscaudî 45 370)
Alqâchâni 133 (371; Alscphadi 135 Ames 325 Anî<iucs 134 Audradc 200
Antlioiiisz 233 (372. Apollonius 2(52, 291 370 > Appell 347 Arbicono 319
Arbofiast 169, 175 (379) An-hiinedes49, 133, 182,232, 259,291, 292, 303,
331, 35G. 359 (369) Argaud 93, 285 Anstarcluis 232 (3B9) Aristotek's 3, 8,
316, 317 '369} Arnaudeau >*>^ Aryabhata 49, 100, 133, 233 (370) Arzelà
160 Aubry 69 Bfibbage 80 (381) Bachct 45, 112 ^373) Bail R. S. 347 Bail
W. U. 314 Baltzer 41, 197 B;irrieu 99, 103 B<dlavitis 253, 254, 351 Berna
u 59 Bcnioiilli 1). 154, 159 376) B.nioiilli Jac. 134, 136, 152. 153, 179 191,
234, 248, 249. 360 375) Bernouili Joh. I 138, 142, 153, 158, 159, 162. 174,
184, 191,228,235, 237, 239, 240, 3(>0 (376) Bernouili Joh. II 194 (378)
Boriistein 128 Bertrand 46, 70, 91, 99. 138, 22(;, 246 (383) Bikniore 71
Binet 183, 209, 248 (380) Blater 86 Boetius 51, Q^(i, 67 Boizano 151 (380)
Bonibelli 218 (372 Boornian 181 Bongo 70 (373) Bonnet l(i5, 172, 181
Boole 9, 21. 27, 28, 3i30(382i Borehardt 301 (382) Borel 128 Borio 321,
326 Bouée 285 Bradshaw 328 Braliniag-upta 84, 115 (370; Bricard 299
Brigg-s 68, 117 ;372) Brouncker 157 (374» Burali-Forti 14, 36, 127, 263,
307-311 316, 349, 363-365 (384) Burekardt 68 Bûrg-i 136 Cagiioli 273
Caluso 191 (^antoni 334-336 Cantor G. 69, 121, Cantor M. 49, Cardano
135 Cari i ni 324 Carnot 259, 333, 335 Car val lo 347 Castellano 257. 348
Catalan 135, 138, 151, 156 (382) Cataidi 197 Cauchy 43, 49, 51, 83, 84, 88,
90-93, 109. 118, 132, 139, 143, 148, 151-160, 163, 166. 167. 169, 173, 175,
176, 179, 190, 194, 205, 209, 210, 217, 219-221, 244-245, 247, 257, 272,
277, 285, 319, 323, 325, 326 (380) Cavalieri 172, 182, 300, :K)2-304, 327,
360 (373) Caylev 198, 217, 321, 328, 330, 344, *317 (382) Cesàro 137,
139, 154, 159(384) Ceva 335 Chasies 275, 276, 3:^3, 347 , 128, 1;K), 131
(;)^) 111, 230 (384) \

387 Chelini 278 Chuquet 42, 57, 98, 110 (;)71) Clausen 234, 248
 Collins 239 Colson 49, 51 (37G) Conficius 71 Cotes 187, 188, 190, 235,
 238, 246, 271 (37f>) Couturat 14, 21, 95, 316, 318 Cramer 208 (377) Crelle
 51 Cuniiingrham 70, 319 Darboux 107, 113, 167, 179, 184, 185 326 (384)
 D'Arcaiiñ 324 Daso m, 234, 236 (383i Davis 68 De Ami ci s 315 Dedekiuel
 3 > Degeii 89 (379) Dehn 299 Delambre 228, 273 (378) De Mororau 23, 27
 315-319 (381) Desargnt's 334 Descartes 42, 144, 291, 296, 343, S^A, 357,
 360 (373) Dickson 318 Dini 157, 160 (384) Dio «renés Laert. 262, 317
 Diophantus 42, 57, 66, 85, 89, 100, 101, 112, 323 (370. Diriehlet 41, 72,
 154, 159, 181, 184, 222, 244, 245, 247(381) Dixon 138 D'Oea^ne 52 Du
 Bois Uevmond 151 Duhamel 148 Eisenlohr 135 Eisenstein 15, 153, 159,
 163 (383) Kncke 154 (;J81) Krnst 51 Kuclides 3, 41-44, 62-65, 68, 69, 72,
 86, 94-96, 98, 99, 111-114. 117, . 135, 144, 181, 182, 231, 253 255, 260-
 262, 264, 2(>5, 267, 270, 271, 299, 3:U, 336, 351 (;W>9) Euler 8, 44, 45,
 65, 70-72, 78, 86, 88, 89, 113, 137, 139, 143, 159, 161, 163, 164, 179, 183,
 184, 188-190, 194, 196, 198, 199, 218, 222, 228, 229; 235-241
 ,243,244,246,248-250, 262, 276, 305, 320, 321, 325, 327, 328, 332, 334,
 336, 337 (377) Favaro 197 Fermât 44-46, 69-71, 133. 141, 182, 184, 323
 (374) Ferrari 319-321 Fourier 51, 179, 190, 247(379) Frenet 308, 365
 Frénicle 43, 138, 144 (374) Fresnel 244, 245 (:î80) Friedlein 88 PVobeniiis
 217 Galilei 361 Gauss 66, 93, 104, 131, 138, 139, 143, 196, 219, 221, 231,
 330, 331 (380) (jazzaniga 3(> Genaille 51 Genocchi 175, 179, 248, 321,
 326 (382) Gergonne 5, 87, 233, 316 (379) Germain 45, 70 i'379) Girard 38,
 42, 6i), 73, 111, 220, 304 (373) Giudice 324 Glaisher iJH^ 138, 196, 222
 Gmeiner 36 Goldl)æh 69, 70, 325 (376) Gordan 190, 237 (îoursat 247, 326
 Granmiateus 57 Grandi 187 Grassmann* 36, 41, 172, 203, 254, 260, 277,
 318, 329, 330, 338, 343, :J46, 349, 350 382) Gregory 194, 239 (375)
 (Tre^orius a S. Vinc. 195, 356 Grienberger 234 Grinert 33() Gudermann
 229 CïUilmin 107 Giinther 209 Hadaniard 149 Halphen 275 Hamilton 97,
 219, 254, 255, 2(>0, 269, 277, 283, 285, 30(), 316, 347, 350, 351, 364 (381)
 Hankel 41 Harriot 38, 46, 67, :)04 ;i72j Hartmann 245 Hatzidakis 324
 Hauber 27 (379) Heans 71 Heaviside 285 Heiberg 316 Heine Hyii Helmholtz
 318

The text on this page is estimated to be only 28.18% accurate

388 Henry 3 Herigone 136 (373) Hermite 190 (383) Héron 271 (370) Hessel 231 Heuraet 291, 357 Hilbert 205 Hunibert 41 Huntington 318 Hurwitz 321 Husserl 316 Huygens 144, 357 Hypsiclos 323 Ibn Albanna 133 (371) Invrea 315, 317, 318 Jacobi 134, 164, 169, 208, 217, 331 (381) Jamblichus 66 ^ / Jensen 194 Joly 285 Jones 126, 229, 234, 236 Jordan 121, 247 Kepler 243, 245, 302, 304 .'372) Koch 211 ' ^ Kochansky 233 Konig-s 347, 348 Koralek 194 Korselt 316, 319, 322, 324 Kranij) 66 (379) Kronecker 93, 210 (383) Kulik 68 Kununer 45, 138 (382j Lagny 234, 261 (376) Lagrange 45, 72, 78, 89, 90, 132, 137, 162, 169, 175, 177, 186, 198, 217, 246, 284 321, 324, 328, 331 (378) Laguerre 191, 217, 330 Lambert 5, 21, 159, 189, 192, 232, 234 .378) Lamé 90, 30() (381) Landrv 70 Laplare 208, 244, 245 (378) Lebesgue ilky /381) Lebon 333 Legendre 41, 44, 45, 50, 70, 72, 78, 87, 92, 101, 139, 154, 183, 191, 228, 234, 261, 323, 331 (379) Leibniz 3, 5, 8-10, 18, 21, 27, 50, 65, 71, 72, 91, 93, 142, 155, 156, 159, 169, 170, 174, 179, 189,191,206, 207, 234, 239, 264,265,291,306, 318, 358 (375) Leonardus Pis. 59, 69, 114, 199 ('371) Leverrier 331 Lexell 336 L'Hospital 173 (376) Linderaann 45, 48, 237, 322 (384) Lionnet 138, 144 Liouville 73, 189 (382) Lipschitz 205 Loria 220, 314, 358, 360, 361 (385) Lucas 50, 51, 62, 65, 71, 72, 134, 142 (384) . t , , Ludolph 2.-J4, 247 Lùrotli 166 MacColl 9, 10 (385) Machin 235 MacLaurin 46, 47, 59, 83, 156-158, 175, 148 (376) Macfarlane 97, 285 Mackay 3;-i3 Mannoury 36, 318 Mansion 151, 159, 210, 360 f 385) Markoff 154 Mascheroni 191, 196, 233 (^379) Maurolycus 35, 323 (371) Maxwell 285 Mehnike 52 Méray 95 Mercator 136, 193, 200 (SU) Mersenne 182, 195, 292, 357 Mertens 72, 160 .385) Metius 59, 233 (372) Meyer 332 Minkowski 301 Mobiiis 254, 259, 284, 339, 344 (:580) Moivre 200 ' Monge 355 Moore 205, 253 Morera 326 Mozzi 275, 276(378) Muir 324 M aller 197 Xasir Eddin 271 Nasso 36, 144, 316 xNeper 51, 117, 272, 273 (372. Newton 3, 111, 161, 169, 171, 177, 189, 238, 240, 327 ,375) Nicolai 196 Nicole 142 (376 ; Ohm 248 Oltramare 91 (^ppermann 199 Oresnie 111 (;371 1 Osborn 138 Oughtred 36, 41, 59, 229(373)

r«cinoio £>7, 12b f;J7i) Padoa U, 36, 56, 8.^, 10.), 126, 264 (385)
 Pappus 96 (870) Parsoval 246 Pascal 35, 66, 67, 137, 140, 292, 360 (374)
 Peacock 240 Peirce C. 20, 23 330 (385 Peirce G. 233 Pell 5, 42, 59 (374)
 Pcrelli 187 Pe-rry 253 Pervouchine 70 Pieri 14, 253, 264, 336 ^385) Plana
 81, 243 (380) Planudes 139 Platon 88 Pintarchos 261 Plûcker 344, 347
 Po^^endorf 368 Poincaré 175 Poinot 257, 278, 283 345-347 i380)
 Pringsheim 107, 160, 163, 181, 247 325 (385> Prior 101 Proclus 88 Proth
 71 Ptolemée 228, 231-233 (370^ Pvthagore 32, 51, 66, 88, 133, 261, (369)
 Jlaabe 67 Rahn 59 Ramorino 36, 332 Recorde 3 (371) Résal 348 Reg-
 ioniontanus 135, 272, (371 > Riccati 241 Richter 234 Riemann 159 Rins V
 Casas 318 Roberval 359, 361 Rodet 49, 115 RoUe 172 (375) Rosonbero: 68
 Rothe 248 Russell 127 Rutlieford 234 Saint- Venant 277, 291 Sarasa 195
 Schlômilch 176 (382) Schroder 28, 127 (383) Schuhniacher 134, 234 Schur
 253 Schwarz 177, 301 ^Schwenter 1^7 Seelhoff 70 Segner 5, 18 (377)
 Seidel 194 Serret 172, 198, 248, 308, 364 Servois 9, 10, 19, 80, 213 Severi
 198 Sforza 299 Shanks 188, 234 Sharp 234 Sherwin 234 Siacci 212, 257
 Sibt-el-maridini 140 Simpson 187 Simson 333 Smith 210, 211 (383)
 Soldner 191 Specht 233 Stainville 190 Standt 136, 248, 284, 333, 347 (381)
 Stephanos 275 S te in 01* 335 Stem 210 Stevin 135 (372) St^wart 263, 333
 (378) Stieltjes 63, 65, 177 (384) Stifel 107, 137, 139 (371) Stirlin^ 157,
 162, 183, 240, 249 (376) Stolz 36, 95, 229, 318 Stormer 236 Suter 368
 Sylvester 144, 198, 217,324 (382) Tanner' J. 95, 324 Tannery P. 45, 89
 Tarta^lia 115, 136, 137 (372) Tavlör 149, 174, 175 (376) Tchebychef 70,
 154, 195 (382) Thaïes 262 (369) Theon 133 (370) Thibaut 2^34 Thomae
 181 Thomas 52 Thomé 184 Torricelli 158, 184, 187, 358, 360 (374) Tchii
 shi kih 137 (371) Vacca 36, 254, 276 Vailati 315 Vandermonde 161, 210
 (378) Ve^a 188, 234, 236 (379) Vieta 3, 67, 135, 233-236 322 (372) Vivanti
 131, 138 (385) Viviani 305 (374) Virgilius 228

The text on this page is estimated to be only 27.47% accurate

Macq 117 Voifft 3U) Wallis :i 42, 104, 108, 1-54, 185, I:î8, 140-142, 148, 18;J, 184, 241, 243, 247, 3ô9. 3()0 (374^ Warino^ 72 (378) Weierstrass 93, 107. KiO, 1H3, l(i7, 181, 184, 204, 216, 211, 325 (:W2) VVendt 232 Werner 230 Wessel 253, 254, 285 378) vVHlniann o(Wilson 72 Wren 3t>0 Youn«: 321 Zehfuss 104 Zeipel 210 Zi'mon 317 Zi^nago 332 Zinniierinanu Publications pi'riodiques citées (Ia?is le Formulaire. F suivie de r«iiiiée, indique les éditions successives du Fonnulaire. RdM. = Rivista di Mateniatica, 1. 1-5 a. 1891-95. = Revue de Mathématiques t.6 a.1896-99, t.7 a.1900-01, t.8 a. 1902-3, citéeàp.5, 14, 3(>, 5«, 83, 95, 126, 127, 130, 149, 220, 253. 267, 277, 301, AErud. = Acta Eruditoruni, Lipsiae a. 1682-1757 p.179, 233, 237, 305. AJ. = American Journal of Mathematics, Baltimore a. 1878... p. 248. AM. = Acta Mathematica, Stockholm a. 1882... p.130, 131, 158, 175, 194-211, 247. AmericanB. = Bulletin of the American Math. Society, New-York. p. 233. AmericanT. = Transactions of the American Mathematical Society, XewYork a. 1900... p.205, 247, 253. Amsterdam Ak. ^r Versl. d. k. Akad. v. W. te Amsterdam p. 177. Ann. 1= Annales de Mathématiques publiées par G. F. Gergonne, a. 1811-29. p. 15, 19, 80, 93, 233. AnuN. = Nouvelles annales de Mathématiques, Paris, a. 1840... p.94, 99, 144, 205, 275. Annali délie Scienze del regno Lombardo-veneto a.1829-35 p. 253. Annali délie Université Toscane p. 157. Annali di Matem. = Annali di Mateniatica pura ed applicata (Tortolini, ecc). Roma a.1845... p.179, 212, 248 Astronomische Nachrichten p. 248. BBonc. = Bullettino di bibliog^rafia etc., di B. Boncompaa^ni, Roma a. 1868-87 p.371 BD. z= Bulletin des Sciences mathématiques, par Darboux, Paris a. 1870... p.113, 165, 205. Belg^iqucM. = Mémoires publiés par l'Académie R. des sciences de Bel

BerlinM. [^]= Mémoires de l'Académie des Se. de Berlin, a. 1745...
 p.70, 198, 217. Berlin Abh. =: Abhandlungen der Kgl. Preussischen
 Akademie der Wissenschaften zu Berlin * p.41. Berlin Ber. p.217.
 BolognaM.=: Meiorio dell'Accad. delle scienze di Bologna, a.1750...
 p.10. BM. = Bibliotheca Mathematica, Journ. d'hist. d. math., publié par
 G. Eiiestrom, Stockholm, a.1884... p.140, 235 Bollettino di Storia. =
 Bollettino di Bibliografia e storia delle scienze matematiche, éd. Gino
 Loria, Genova a.1898... p.67, 304, 859. BritishAssR. = Report... p. 70. BsF.
 = Bulletin de la Société, math, de France. Paris a. 1873... p. 236 Bulletin de
 Férussac. p. 275. CambridgeJ. i= Cambridge and Dublin Math. Journ.
 1846... ' p. 9. Cambridge Journ. = Cambridge Mathematical Journal a.
 1839-45. p. 254. CambridgeT. = Transactions of the Phil. Society,
 Cambridge... CorrM. =: Correspondance Mathématique etc. publiée par P.
 H. Fuss, St. ■ Petersburg a.1843. p.70, 87 88, 137, 138. 159, 194, 240.
 CorrN. = Nouvelle correspondance Mathématique, a.1878... P-"lEd. Times.
 p. 71, 97. Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Leipzig a.
 1898... p.68, 107, 151, 205. GérardB. = Bulletin des Sciences Math,
 élémentaires, Paris 1895 p. 324. GöttingenG. = Nachrichten der K.
 Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math. Classe. a.1838...
 p.299. Grunert Archiv = Archiv der Math. éd. Grunert, Leipzig a. 1841... p.
 104. HoffmannZ. = Zeitschrift für mathematischen und
 naturwissenschaftlichen Unterricht, éd. Hoffmann, Leipzig a. 1878... p. 245.
 IdM. = Intermédiaire des Mathématiciens, Paris a.1894... p. 42, 89, 233.
 IrishT. p.97. Jahresberichte der Deutschen Math. Verein. Leipzig, p.69,
 JM)!. JdM. = Journal de Mathématiques publiés par Liouville, Résal,
 Jordan, Paris a. 1836... p. 73, 90, 181, 189, 195, 198, 246, 301, 306, 308.
 JfM. = Journal für die reine und ang. Math., Berlin a.1826... p.45, 130, 131,
 136, 138, 153, 154, 159, 160, 163, 166, 167, 181, 184, 194, 203, 210, 217,
 233, 234, 247, 248. Journal Asiatique P-49. JP. = Journal de l'Ecole
 Polytechnique, Paris a. 1795... p.183, 200, 209, 217, 291. LazzeriP. =
 PeriodicoM. LinceiR. = Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Roma.
 p. 304.

Londonl. = l-'hilosophical l ransactions of the It. bociety,
 LiOndon a.lbbo... p.49, HO, 157, 21H, 235. LondonP. = Proceedings of tho
 R. Society. Londou p. 188, 192, 19j, 234. MA. ^ Mathematische Annaleii,
 Leipzig a. 1869... p.121, 131, 152. 163. 166, 167, 181, 190, 205, 215, 253.
 Matheinatical Magazine a. 1884... p. 188. Mathesis, Recueil Math, publié
 par P. Mansion, Gand a. 1881... p.103, 137, 144, 175. Mm. = The Messenger
 of mathematics, London, a. 1871... p. 71, 101, 138. MuiichenA. =
 Abhandlungen der Konigl. Bayerischeu Akademie der Wissenschaften zu
 Mûnchen a.1832... p. 181. MiinchenB. = Miinfhener Berichte. p.45. Monh.
 l= Monatshefte fur Mathematik, Wien a.1889... p. 232. XapoliR. =
 Rendiconti délia Accad. délie scienze di Napoli p. 154, 257. ParisM. =:
 Mémoires de l'Acad. des Sciences de Paris, a.l666... p.45, 138, 142, 161,
 208, 244, 245, 247. ParisCR. =: Comptes rendus de TAcadémie des
 Sciences, Paris a.1835... p.154, 156, 190, 245, 277. ParisSE. ^ Mémoires
 présentés par divers savants à l'Académie des sciences de Paris = (Savants
 Etrangers) a. 1805... p. 246. PeriodicoM. = Periodico di Matematica,
 Livomo p. 299, 331. PetrC. = Commentarii Academiaî Scientiarum
 Petropolitane, a. 1726-1746. p.70, 113, 154, 164, 188, 199. PetrNC. = Novi
 Commentarii Académie Scient. Petropolitanae, a.1747-1776. p.71, 72, 89,
 138, 143, 196, 238, 240, 249, 250, PetrA. = Acta Academiœ Scientiarum
 Petropolitane, 1777-1782. p. 194, 196, 246. PetrNA. = Nova Acta Ac. Se.
 Petropolitane, a.1783... p.137, 183. PetrB. = Bulletin de l'Ac. des Se. de St.
 Petersbourg. p. 70. PhilMagaz. = The London, Edinburgh and Dublin
 philosophical magazine. London p. 198. QJ. = Quarterly Journal of
 Mathematics. Cambridge a. 1857... p.138, 222. Revue Archéologique p. 3.
 TorinoA. i= Atti délia R. Accademia délie Scienze di Torino a.1865... p.50,
 65, 152, 175, 177, 205, 215, 223, 283. TorinoM. = Memorie » » » » » a.
 1759... p.48, 183, 243, 246, 253, 264. WarszawaP. = Prace Matematyczno-
 fizyczne, Warszawa. p. 72. WienA. p.72. ZeuthenT. = Tidsskrift for
 Mathematik, Copenhagen. p. 199. Zm. = Zeitschrift fiir Mathematik und
 Physik, Leipzig a. 1856... p.70, 138, 181.)

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE Ce vocabulaire est la reproduction de F1901, p. 213-216, complété en nous servant des publications suivantes: Vocabulaire philosophique[^] publié par la Société française de philosophie; Paris a.1902 (n'a paru que la lettre A). Dizionario di Tjoglca matematica, RdM. t. 7, p. 160-172; présenté «u Congrès de l'Association « Mathesis » à Livorno < Italie), août 1901. Nous avons tiré profit des remarques sur le dictionnaire, publiées par MM. Padoa et Ceretti dans LazzeriP. a.1902, et Ciamberlini, ContiB. a. 1902. Voir aussi le mot « triangle ». Peu de mots du langage ordinaire ont un symbole correspondant: ex.: cosinus $z^{\wedge}$ COS. Le même mot doit être traduit par des symboles différentes, selon ses différentes significations; p. ex. « nombre ». Plusieurs mots ayant même signification, seront traduits par le même symbole; voir par ex.: Z), p. 4. Bien de mots simples dans le langage ordinaire expriment des idées que dans le Formulaire on décompose en idées plus simples par lesquelles on s'exprime, sans introduire des nouveaux symboles; voir p. ex.: « nombre pair » et « convergence ». Plusieurs mots du langage ordinaire sont des pseudofonctions, et on ne peut pas construire des symboles correspondants. Les mots sont écrits en latin, s'il ne diffèrent pas sensiblement du français. A en Logique Scolastique, est le signe de la proposition universelle affirmative ici indiquée par 3- Voir Proposition. Abscissaaa, de abscindo, je coupe. La première des coordonnées (voir). Absorption (loi de). Ainsi J e v o n s appelle les §sP5-3 (p.7) et §v/3-3 (p. 20). AbsolUf voir nombre, valeur, convergence. Id., (Cayley), lieu des points cycliques; voir quaternio. Ahatraétion (Définition par), p. 396. Abstrait (nombre), No, R, Q, ... s'oppose à « nombre concret », qui signifie « grandeur ». Absurdutn. (La proposition px, contenant une variable a?, est absurde) =top.r=A)Acceleratio p. 289. Accroissement de $fx = f\{x-\backslash-h\} - fx$. Addition arithmétique, opération 4" (P-31). Id., géométrie aussi indiquée par -|- p. 256. Id., logique, opération w (p. 20). F19;)3 d.72 26

fortiori, fry'. Agrégat, de ad f/rex, = Class(»). Aire d'une surface p. 300, 356. Algebra de l'arabe al cġjahrouu = réunion. Indiquait le passage de $x \rightarrow az =$. à $a\hat{=}a+\&$. Aîmucabala = z séparation, indiquait le passage de $x-\{-a=jbb \text{ à } r=6 \rightarrow a$. Maintenant indique la science de l'ensemble des Prop du Formulaire, p. 75-144, à peu près. Algorithme de Al Korismi, nom d'un auteur arabe, et du livre qu'il a écrit sur les règles de la numération décimale. Maintenant signifie l'ensemble des notations et des règles d'un calcul. Selon d'autres A. ce nom provient de l'article arabe a/, et du grec àgi^fAÔç. Alternative (affirmation) est une Prop de la forme au6, où a et b sont des Prop dites les alternées. Alternen. Règle exprimée par §R 2*5. Analogie, 'AvaXoyia (Euclide), proportion, p. 95. Id, de Nepei §vctP55*6-8. Analyse, àvdlvaiç, solution. Opposé à synthèse. Au texte d'Euclide, l.XIII, selon Hei berg t.4 p.364, quelque commentateur a ajouté les Df d'analyse et de synthèse. La forme de raisonnement ainsi énoncée n'est pas exacte. Ou rencontre les mêmes mots dans Pappus 1.7 p.634. Archimède, Sphère 1.2 P4, appelle analyse la résolution du problème. La synthèse en est la vérification. Duhamel, Des méthodes dans les sciences de raisonnement^ Paris a. 1865 p.53, définit « analyse » le syllogisme sous la forme 63c • «36 .3. a~yi, et « synthèse » le raisonnement de la forme «3^ . bZyc .3- «3<i- Maintenant il y a la Géométrie analytique, opposée à la synthétique. La première fait usages de formules, exclues par la deuxième. Voir Mathesis, a. 1902 p. 266. Id. indéterminée §n P41*2-o. Angle plan, supplémentaire, opposé, drièdre, trièdre, droit, aigu, obtus, p. 226. Id. considéré comme grandeur = ang, p.270. Antecedena d'une déduction a3^ est l'Hp a, Id. d'une raison a/6 est a. Indique une pseudofonction. Apparentes (lettres), p. 5. Appartenir, {x appartient à la classe a) ^ \xsa). Arbitraire est un pléonasme pour renforcer THp. (Soit x un nombre arbitraire; on a...) se traduit par (xsNo .3- •••)• Arc d'une courbe p.291, 302. Arcsin = sin-i p.228, 355.... Argument d'un nombre imaginaire, p. 235. Arithmétique^ 'AgiOfierixi^, A peu près les parties I et II du Formulaire p.29-74. Id. (moyenne) p. 139. Id. (valeur) = mod. Id. (triangle) = table des nombres C, p.67. Arrangements simples. §F2-2, p. 126. Les arrangements avec répétition sont les « compositions » de la P20. Associative, (propriété) p. 7.)

Avoir. (Si Ton a deux nombres a et 6 , alors..) = $(a, 6 \text{ fNo } O - \dots)$.
 (2 a pour carré 4) $z = (2' = 4)$. Axe, à^{cov}. De symétrie, p. 274; de rotation, p. 348; des momcMits p. 305; du plan osculateur p.355. Axioma, $l4^i$ (oua, sig-nifie à peu près Pp. Barycentre de plusieurs points p.259; d'un solide p. 305. Base de la puissance c^m est «; des logarithmes «Log. z^* est $a \backslash$ sont des pseudofonctions. Indique aussi une partie du contour de certaines fio^{res}. Beta (fonction) §S6, p.183; §S11-2; §sin42-1. Binatniutn, [^]èx ôvo ôvoudrcoy (Euclidean = $R+>JR$. La §Q 14*2 (p. 111) dit que si deux binômes sont égaux, leurs parties sont respectivement égales. Binôme signifie souvent aujourd'hui « somme de deux quantités » ; alors est une pseudoclasse. Voir coefficients, formule, série. Binormale h une courbe p. 291. Bissectrice §vct 41 - p.269 1. Bivecteur, $v-$, p. 278. Id. selon Hamilton, « vecteur dont les coordonnées sont imaginaires » . Cardioïde p. 292, 361. Carré, quadratus = f^2 . Racine carrée = $\backslash$. Nombre carré = N^* . Carré magique, voir F1901 p. 213. En Géométrie est la figure $o-\backslash-0a \backsim 0b$, où Of p . a^{bsv} . moda =: mod6 . $aX^{\wedge} = 0$. Ventrwn, xfvxqov. De symétrie (p. 274); d*homothétie (p. 276); de gravité ou des moyennes distances = barycentre (voir). Id. de courbure p.355. Cercle, circuliis, xvXxoç, p. 359. Id. de convergence §q' 10. Changement de variable dans une limite §lim 62*6 p. 166; dans une intégrale §S 20*5. Chaînette p.292, 358. Chiffre = 0--9, Chf (p.139 . Chorda. La corde qui unit les points a et 6 d'une ligne, considérée comme lieu de points = $a \sim 6$. Id. comme vecteur = $6 - a$. Id. comme grandeur $i = \text{mod}(6 - a)$. Etait aussi une ligne trigonométrique : $\text{chorda}c = 2\sin(^.r/2)$. Circulant (déterminant) p. 222. Coeffliens de h dans ab est a . Indique une pseudofonction. Id., du binome = C . Id., différentiel = D . Colonne d'un déterminant, p. 207. Coexister» (Deux, ou plu.sieurs conditions, c'est à dire deux propositions $pr^{\wedge} qx$ contenant une variable réelle x , ou un système de variables $.r$. sont coexistantes) = $[g[a^3(/>.t<y7x)]$. Deux Pp sont coexistantes, si elles, considérées comme dcîs conditions, où les variables sont les $i<lé$ (s primitives, sont coexistantes, au sens expliqué. r

The text on this page is estimated to be only 28.07% accurate

396 Catnbinaisons p. 67 P*5. Id. (nombre des) = C p. 66. Id. avec
 rép('tition §216-9 p. 138. Cofnpatibleê (conditions) = coexistantes (voir).
 Cammensurabili» = ovfjifiEXQoç. afisQ .3- (« est commensurable avec b)
 = {asBb), ConMnuUm (La classe commune aux classes a et b)'=i\arb). Id.
 divîjjenr = Dvr. Id. multiple = mit. Completntufn de a?, si $xiS^{\wedge} = 1$ — ce;
 dans les logarithme» = 10 — x; ©n trig-onométrie = jtj^ — x. Composer les
 Ths de deux dc^ductions %b 2*2 p.7 et p. 9. Id. les Hp p.2(). Id. une
 proportion §R31. Id. les vecteurs (vitesses, forces) §vct5 p.257. Id. les
 translations, rotations,... p.274, 284. Composante d'un vecteur parallèle ou
 normale à un autre vecteur p.269. Raison composée des raison a et h
 (Euclide) = axh. Nombre composé (Euclide) = a+Ni)X(l+N,) Commutative
 (propriété) p.7, 9. Conclusion = Thèse. Concoîde p.293. Condensé
 (ensemble) p. 121. Condition, Prop contenant des variables réelles (p.5). P.
 ex., chacune des Prop afNp . 6fN,Xa • 6'fN,X« est une condition. La Prop
 ne contient plus de variables réelles; elle est une théorème. Dans la logique
 scolastique on définit différemment la condition ; mais la signification est à
 peu près la même. A toute condition correspond une classe, et
 réciproquement (p. 17). Le Fonnul. exprime la théorie des conditions par le
 symbole Cls. Cône, x(5voç p.266, 303. Congrtience. Ainsi G au s s appelle,
 et indique en écrivant «^e6 (mod7w\ la relation a — hBX\m. Cette écriture
 par les symboles de Logique mathématique est déjà très simple, et à présent
 on n'a pas vu d'utilité k introduire dans le Formul. la notation de Gauss.
 Conjunctus i= conjugué =: conj, k, p. 219, 223. Consequens d'une déduction
 pZ}q est q. p. 4. Id. d'une raison n:b est 6. Il exprime toujours une
 pseudofonction Constante (fonction) = const p. 147. Id. d'Euler = y p.196.
 Quelques fois on ajoute l'appellatif de « constantes » aux Nq, R, q, ... pour
 ne pas le confondre avec des fonctions. Cette confusion n'est pas possible
 dans le Formul. On supprime donc ce mot dans la traduction. Contenir
 s'exprime par 3? P-^Continuant p. 198. Continue f fraction) = Fc, p. 197.
 Id. (fonction) = cont, p. 166. «Théorème de la continuité uniforme » est la
 Pl*1 du §cont. Contraire, contradictoire. En logique scolastique le contraire
 de jugement aZy) est aZD^t et le contradictoire est ^à~y>\ Les mathé

The text on this page is estimated to be only 28.16% accurate

raaticiens appellent r contraire de la a_{jb} la $-a_{3-6}$. Ces mots sont des pseudotbnetions. Convergence à' $xm\grave{c}^{\wedge}$ série, p. 155. Id. absolue, p. 155. Id. uniforme p. 1(50, 321. Id. (principe général de) p. 151. Id. (rayon de) d'une série de puissances, p. 221. Id. d'un produit p. 162. Id. d'une fraction continue, p. 197. Id. d'un déterminant p. 211. Convertir de la logique scolastique = àviargétpeiv d'Aristote (analyt. pr. I, 2), signifie pavsser de «6 = $\wedge$ (nul a n'est 6), à 5«= $\wedge$ (nul b n'est a). On peut aussi trasformer $a(\ll 5)$ (quelque a est b) en $a(6rt)$. (quelque b est a). Ces règles sont conséquence de la loi énoncée par la Logique mathématique $ab=zb a^{\wedge}$ loi indiquée par Commn. La transformation de rry) (tout a est b) en $36a$ (quelque b est a), bien que considérée par Aristote et les scolastiques, n'est pas légitime. Elle suppose encore $3a$; voir p. 25. Convexe (figure) p. 118. Coordinatœ p.267, 337, 343. Corollarium. Ainsi Boece, Consol. 3-10 a traduit $nogiofia^{\wedge}$ conséquence d'une Prop; est une P. Correspondance p. 77. Cosecanë de $.r=:/\sin.r$. Cosinus = $\cos$. Cosinus versus $x = 1 - \sin.T$. Cotangens = $\tan x = \tan i jr/2 - x$). Couple d'objets §; p.16. Id. de forces, s'exprime par v^* . p. 282. Courbe, voir tangente, normale, arc. Courbure, p.307, 362. Croissante (fonction 1 p. 147. Cumulant §Fc2-5 note add. p. 328. Cube = $xv\phi\phi=i[^{\wedge}S$ ou $Ni^{\wedge}$. Si $osp . afi^{\wedge}csv . a-z=:b-z=ic'^{\wedge} . aXb=uiXc=:bXc^{\wedge}=0^{\wedge}$ alors le cube $o-\backslash-0a-]-0b-\backslash-0c$ a pour sommets $0,0+^{\wedge}$ » $o-^{\wedge}-b$, $o-\backslash-Cj o-]-a-\backslash-b^{\wedge}$ $o-J-rt+c$, $o-\{-b-\{-c$, $o-\backslash-a-\backslash-b-]-c$. Cycloïde, p.292, 310, 360. Cylindrus^ $y.vXtvôoo\phi$ p. 266, 303. Deductio, p. 4. Definitio, p.11, 316. Degré de la puissance «"» est ? n . Indique une pseudo fonction. Id. (angle) p. 271. De^nonstratio, p. 13. Denominator de a/b $1=b$. Indique une pseudofonction. Id. réduit= dt p. 103. I>énombrable (ensembl>lel p. 130. I>erivata (fonction) p. 168. Id. à gauche, à droite, p. 168. Ensemble dérivé, selon M. Cantor, = 5 p. 121. Quelques A. donnent à ce mot des significations différentes A, Lm; voir p. 149. I>eter min fins, p. 207. Id. partiel, ou complémentaire p. 208, 211. Id. Jacobien, p. 217.

The text on this page is estimated to be only 26.17% accurate

398 JDifférentia entre les nombres a et b = b—a, p.57. Id. d'une fonction = J, p. 199. Différent = (non égal) =: («n p. 55. Différentielle voir D. Dilenima, Forme de raisonnement: a.b.c.dsCls . (Çy) . aZy^ . bsjcZ)d .3- «ZD^^ Dm [Hp . Compw .3. aD&uc . Syll .3. Ths]. On voit de la Dm que le dilemme se décompose dans les repaies Conipu et Syll. Et puisque le syllogisme, connu des anciens, est conservé dans la Logique mathématique, on peut dire que le dilemme est la forme adoptée par la Logique scolastique pour exprimer la règle Compw (§^Pl-4, p. 20), adoptée dans la Logique mathématique, et qui est plus simple. M. Pieri (voir F1901 §oo-5, p. 21) a rencontré le dilemme sous la forme : ft^y^fc . (df^d . acZyi O- «Z)^ (|u'on décompose dans les règles précédentes, et dans Distrib.^, w). Diapositif arrangement, voir. Distance de deux points, de deux figures, p. 263. Diatributive (^propriété), p. 10. Divergente (série) p. 155. Division = opération , p. 58. Dividende, règle sur les propositions §K3 p.95. Diviseur du nombre <f = N\<viNi. Voir §772-2, 7*1, §Dvr. Id., de 0, SSubst 30, p.216. Divisibilité règles de., gChf p.139. Droite = recta, j), p.2B8. Id. tangente à une courbe p.2iK). Egalité, relation de la l'orme ./*=//. (Ust égal à) s'exprime par le sigm» =:, p.l. Egal, isolé, s'exprime par «, p. 55. Deux figures géométriques. p. ex. solides, (t et b sont égales (Euclide), si elles ont même grandeur; on traduira par Voluma zsi Volume. Elles sont égales selon Legendre, si [^ Motor'>m3!??â = /)). Élément = Cls contenant un seul individu, p. 56. MM. Padoa et Russell l'indiquent par le symbole Elm. Id. d'un déterminant, p. 207. Eliminer la lettre ./• entre les conditions px et qx signifie écrire la relation 3.r3f i>j/v/j- , dans laquelle la lettre x est apparente, sous une forme (qui ne contienne plus la lettre x. Id., forme de raisonnement §m2*1, p. 25. Ellipsis, fUfiyu^ (Eutocius) de èllphto, deficio, p. 291, 358. Ellipsoïde, p.3()4. Ensemble, Cls. p. 8. Entier .nombre = Xo, Xi, n, selon le cas. Id., comme fonction =: E, p. 101. Epicycloïde, p. 310. Equation, forme latine d'égalité. (h\ donne spécialement le nom d'équation aux égalités qui contiennent des lettres variables, par rapport aux (quelles on veut les résoudre. Id. du premier degré p. 100. Id., du second degré, et équations réductibles au second degré, p. 112, 114. Id., du troisième degré, p. 115. Id., différentielle linéaire

The text on this page is estimated to be only 26.10% accurate

p. 191. Id. id., de Bernoulli p.191. Système d'équations différentielles, p.205. Id. id., linéaires, p. 216. Equation caractéristique, p. 216. Equations logiques voir FI 901. «équivalence» {a et b sont des figures planes équivalentes, selon Legendre) = (area a = area b. Erreur dans une formule d'approximation = (valeur vraie — valeur approchée). On l'appelle aussi «reste». Espace =: lieu Vs points. «Spatium est locus omnium punctonim» (Leibniz, Math., I, 3, a). Le terme «point», au sens générique, est synonyme d'«espace» au sens collectif. La différence entre «espace» et «point» est seulement grammaticale, comme la différence entre «un» et «unité». (Kant considère différemment l'espace). Id., en Mécanique = distance. Id., à n dimensions = C^n. Et en général a la valeur n. (Les nombres multiples de 2 et multiples de 3 sont des multiples de 6) = (2N/(N3 mod 3) = No} - Quelque fois a la valeur w. (Les multiples de 4 et les multiples de 2 sont pairs) = (4N, ^j6N, 0-^«) Être s'exprime par f, =, 3» 3(7 est un nombre premier) = (Tout multiple de 4 est multiple de 2) = (les multiples de 4 sont des multiples de 2) = (4No32X(.). (2 est le plus petit nombre premier) = (2 = min Np). (Les multiples communs de 2 et de 3 sont les multiples de 6; =i (2NoKiNo = 6No). (Sant numeri primi) = (aXp). Exister, lorsqu'il s'agit d'une Cls, s'indique par y. S'il s'agit d'un objet, dont la définition contient le signe ;, comme max, lim, D, S, le mot «exister» n'a pas la signification de g: il faut tourner la phrase, comme on voit dans le Formul., dans les §§ indiqués. Exporter, forme de raisonnement, p. 16. Exposant de c^e^m. Indique une pseudofonction. Exponentielle (fonction) = e^-^ a:. Extérieur (ensemble) p. 121. Facteurs à v^^ aXb=iaJ}. Indique une pseudofonction. «Factum ex a et 6» de Leibniz = (ax^)^ Facultas de base a, d'exposant //, de raison r, où r/, 'f q . 7^fNl, indiquée par a»!»" selon Kramp = /7;a+10"" (« — l'I?*: Factorielle de n où nB^^,=in\ Fermé (ensemble) p. 121. Fibonacci (Suite de) p. 199. Figure = Cls'p. Quelque fois indique une Classe de droites, de plans, ... et est une Cls'Cls'p. Fonction = f, p. 77. Id. définie = F, p. 126. Id. constante, croissante, décroissante p.147. Id. continue, p. 166. Id. linéaire p. 213. Id. cirJ

The text on this page is estimated to be only 23.59% accurate

culaire, p. 228. Id. hyperbolique, p. 241. Id. à variation bornée, p. 237. fs. (fonction paire) $\text{fs}:: \text{rsq } r^z. f(\text{---}Jo) = /!r.$ (Id., impaire) $\text{fs}:: \text{xsii}.Z^x. /^\wedge \text{---} jr^*) =: \text{---} fj\text{---}.$ Ces mots sont d' Feuler, qui a aussi défini analoguement la fuitcfio reciproca^ ete. Force 9 force vive, p. 289. 345. Forme géométrique; ainsi dans le Fonnul. on prononce q\ p. 280,339. A aussi d'autres significations. Formule f en g:énéral, indique la partie d'un théx)rème qui est exprimée par les symboles. Dans le Form., le mot « Formule » indique une P complète. Id. du binôme, p. 137. Id. du polynôme p. 142. Id. de Taylor, p. 175. Id. de Simpson p. 187. Id. de quadrature, p.187. Fraction, p. 94. Id., propre, p. 102. Id., décimale, p. 135. Id., continue, p. 197. « ah est une fraction irréductible » signifie « $Dvr(^,?) = 1$ »; elle n'est pas une propriété de (fh^ mais bien de V? et de h\ donc « fraction irréductible » est une pseudoclasse. Frontière, (enscrmblei p.121. Gauche, (déterminant) p. 207. Generalis ou Universalis, est un jugement, ou P, de la fonne $r/^\wedge \hat{i}^\wedge$ peut l'écrire $a^\wedge = i \wedge$, et eji échang(;ant h en -6, il est réductible à la fonue $nh:=:f\text{---}.$ Exprime une propriété tonnelle: c'est à dire est une pseudoclasse. Le jugement pariiculier est la négation d'un jugement général, et est réductible à la forme $y[r/n6.$ En Mathématiques on dit qu'une P est plus générale qu'une autre, si en ajoutant aux Hp de la première une nouvelle Hp ou a la deuxième P.; p. ex.: $\text{---}fq .3\text{---} \{(i-i-b)^\wedge := a'\text{---}\text{---}2ab\text{---}b\text{---}.$ Ajoutons à l'Hp la condition $6 = 1$, et simplifions; on a le cas particulier $asi\text{---} .3\text{---} \text{---}f\text{---}\text{---}^\wedge * = a'\text{---}\text{---}2(t+\text{---}.$ « En général » a souvent la valeur « toujours » ; est un pléonasme pour renforcer l'Hp. Dans d'autres cas en disant qu'une Prop est « vraie en général » ou entend qu'elle a des cas d'exceptions. Cette Information peut être utile dans les sciences expérimentales; mais une proposition mathénatique « vraie en général » signifie « proposition fausse'^. Quelques A., en Analyse ont donné îV l'expression « en général » une signification (létern:inée. (Les points de la classe a ont en général (Diuii la propriété h où $hsCWa) = (Xum a^\wedge sN^\wedge).$ Geonietria $\text{---}:=: yFMueToin^\wedge$ etiuilogiquement = mesure de la terre. Sont son objet les P des p. 253-311 du Formul. Grandeur, Leur théorie, non contenue dans le Formul., est développée dans V Arltmeitva citée k p. 3 18. Groupe = Cls. Dans la tliéorie des opérations, si afCls, on appelle groupi» d'o})t'rations en «, une CW \aYa\fh3[x ^i/eu ."Z^x.y- -ri/eu). [h est un sousgroupe, ou un diviseur de a) = $ib^\wedge$). Hélix, p.293. H émis if met ri que, (déterminant) i).207.

The text on this page is estimated to be only 29.17% accurate

Homothetia, p.276. Hyperboles, $v_{jiegfioXrj}$, de $v_{jtegfidXco}$, excedo, p.192, 356, 357. Mypotheêis = $\rho\hat{\eta}\hat{\epsilon}\sigma\acute{\iota}\varsigma$ = Hp, p. 4. Idea générale, p. 8. Id. primitive, p. 13. Identitas» (Les objets x et y sont identiques) = (xzzy). L'identité considérée comme fonction est indiquée par le symbole idem, p. 227. L'identité absolue est une égalité contenant des variables réelles, et toujours vraie. Il n'y a qu'une seule dans le Formul., la $r=ur$, p.1. Identité relative est une égalité vraie si les lettres satisfont à une certaine condition. [La $ix-\backslash-i/-=z x^{\backslash-2}ri/-\{-y-$ est identiquement vraie, quels que soient les quantités x et //] signifie $[x.ysq .3- (\bullet-r.y " = x--\{-2xi/-\backslash-t/'^{\wedge}]$. L'égalité considérée n'est pas vraie si x et // sont, p. ex., des (quaternions non coplanaires. L'identité relative est donc une forme du langage ordinaire qu'on exprime par le symbole 3)Impar (nombre) = $2N_o+1$, ou $= 2N_i-|L$ Fonction Id. voir. Imaginaire = q', imag. Imag p.218, 219, 350. Importer, forme de raisonnement p. 16. Indépendant. Deux conditions px et qx contenant la variable réelle x sont indépendantes, si $'3\_X3 px^y)$. 'jxsiqx $^{\wedge}px$). En considérant les idées primitives comme des variables, on aura les Pp indépendantes. On a à considérer l'indépendance ordonnée et l'indépendance absolue. Voir p. 13, 33, 318. Indeterminatae (formes); ainsi s'appellent les expressions analytiques considérées dans §D 6 1-6, p. 173. Indicateur = <?, p. 143. Indicatrice, (courbe) p. 364. Indice au signe 3 p. 5. Id., d'un radical, voir. Id., d'un bi vecteur, p. 282; Id., d'un quaternion, p. 350. Induction (principe d'), §+13, p. 31, 35. Infini, 00, infn; p.108, 129. Inflexion, p. 309 Intégrale propre, par excès, par défaut, p. 178. Id., Eulérienne, p. 183. Id. multiple, p. 206, 217. Intégration par substitution, par parties p. 185. Inverse de la Prop ($iZ^{\wedge}b$ est la $iryi$. Est une j)pseudo fonction. Les transformations de la ($i^{\wedge}yy$ en son inverse $IfZyd^{\wedge}$ ou en sa contraire $^{\wedge}O W$;, ne sont pas légitimes: leur ensemble est juste, et exprime la règle dite dans le Formul. «transposer» §-12. Quelques A. en conséquence appelle cette règle logique «loi des inverses». Id., d'un nombre $a=.a$. Id., de la fonction définie $m = iH$, p. 227. Le signe s'appelle aussi « signe d'inversion » . Inversion géométrique: $y>, ofpnt . ksQ -Z)-$ (inverse de $/>$,]mr rapport au centre o. et au module k) $=z o-\{-k-[p—tt) \{p—oy$. Id., dans une permutation §l)trmlO p. 207. Invertendo, règle sur les proportions, exprimée par §R 2*5, p. 94.

The text on this page is estimated to be only 25.47% accurate

Irrationnel (nombre) =: Q-R. Isolé (ensemble) p. 121. Leⁿma, XTjufia de Xafifiävco. En Archimède a la valeur de Pp. Maintenant siofnifie P qui facilite la Dm. d'un théorème. Le, article. Indique récralté. [2 est le plus grand diviseur commun entre 4 et 6] = [2=: Dvrv4,6)]. Indique la proposition universelle; (L'homme est mortel) = (homme 3 niortel). A la valeur du sig-ne i. [5 — 2 est le nombre qu'il faut ajouter à 2 pour avoir 5] = [5—2 := i^(fsX3{x-\~2 = 5)]. lAeu des points qui satisfont à ia condition f.vz=i\yrsjLBif.r). Ligne d'un déterminant, p. 207. Id., en g-éométrie, voir droite, courbe. Lintitateur, p. 154. Limite = r, l,, /, A, ^, Lm. lim. Ce mot a encore d'autres significations. Limites d'indétermination (UnbesfinnntheisgrevzetiJ, §lim 2*2. Logarith^{ne}, p. 117, 192. Id., intégrale, p. 191. Courbe logarithmique. p.358. Spirale id., p.BGO. Logique = science du raisonnement. Plusieurs rè:les ont été énoncéo.s par Aristote. Quelques perfectionnements ont été apportés parles scolastiques. Voir la Logique de Port-Hoyal, a. 1662, attribuée à Arnauld et à Nicole. Ces régies ont été simplifiées. La Logique Mathématiciue ne conserve plus que le syllogisme parmi les règles précédentes. Elle a simplifié les autres voir Conversion, dilemme), et en a énoncé des nouvelles (Comi>oser, Transposer, Exporter, Eliminer, ...[^]. Mantissa, mot étrusque (Festus, Paull e.rcerjtftt, éd. Millier, p.132, 10) =:/[^], p.KH. Masse, p.289, §a add. Pli p. 844. Maximum, minimutn, §§ max, min. Règle pour trouver le maximum d'une fonction SI^{^''^l}» |>.172. Chez quelques A. « maximum » a la valenr P. Mediana d'un triangle, p. 262. Membres de l'égalité .t* = // sont .t et //.Indique une pseudofonction. Module dans le Formul., signifie mod. Id. d'une congrnence, voir. Moment d'inertie,]).305. Id., d'une force, p. 338. Mouvement d'un corps rigide, s'exprime par Motor, //; p. 275, îi4S. Quantité de id. p.289. Moyenne arithmétique entre les nombres a et 6 = irt+6/2. Id., géométrique = yfrtZ[^];. Id., harmonique r[^] 2</& '<^/-j-/>). Id., quadratique = y[(//+[^])/21. Id., arithmético-géométrique p.24(>. Nombre moyen, p. 118Multiplicatio, logi(]ue, p. 3. Id., arithmétique, p. 39. Multiplicande, multiplicateur, p. 41; sont des pseudofonctions. Multiple, p.41. Plus petit multiple commun, p. 62. Voir Produit. Negatio, p. 18. JVofiifttrc. !4o/i?«oV d'Euclide = l-f-N\ Dans le Formul., nombre = Not)

nombre naturel = N_i - Id., pair = $2X_o$ - Id., impair := $2N_o-l-l$. Id.,
 premier, p. 68. Id., composé = $\backslash^l-t-N,)XU+N_i$). Id., parfait = N_{prf} , p. 144.
 Id., abondant = $N_i^3|2[N_{irvr}\backslash N_i+l)]>5c\{$. Id., défailant (deficieji.<i
 numerus) ■=, < — . Nuvieri antdov gloires (Theon) = ?«(7<+l)7i*N_i.
 Nombres triangulaires, pyramidaux, poly<!^onaux, fig-urés, p. 66, 67, 323.
 Ces expressions et d'autres très nombreuses chez le« anciens, indiquent des
 Cls de nombres. Des généralisations de l'idée du nombre sont indiquées par
 n, R, r, Q, q . Nombre comme fonction := Num, p. 59, 128. Nombres de
 Bernoulli = B, p. 248. Nombres cardinaux, p. 128. Xortnal (plan) à une
 courbe, p. 290, 354. Id., principale à une courbe, p. 291. Numerator de
 $ajb^{\wedge}ia$; est une pseudofonction. Id., réduit = nt, p. 103. Numeratio, p. 48.
 Xul. (Nombre nul) = (fO). Classe nulle p.27. Operatio, p. 77. Opérer
 signifie faire la même opération sur les deux membres d'une égalité, ou
 d'une déduction. Opern, p. 7. Opei*v^, p. 20. Oper^, p. 25. Oper-|-ri signifie
 « ajouter a aux deux membres d'une égalité ». Oper lim correspond à
 «passer au limites». Opposé du nombre a = —a. Voir angle. Ordinata, la
 deuxième coordonnée, voir. Oscillateur (plan), p. 290. Ovals de Descartes,
 p.29G. Parabola, jiaoa-poXi) p.291, 292, 356, 357, 358. Paramètre
 différentiel, p.30o. Parenthèses, p. 4. Parallèle, .^ao-d/./,eXoç p. 266
 Parallélogramme, parallélépipède, p. 261, 266, 302. Parfait (ensemblO p.
 121. Particulier, voir général. Partie, (La classe a est une partie de la b) =
 $i\langle 3^{\wedge} \rangle \hat{i}$ selon d'autres A. = $Ut'Zy> \bullet (i^{\wedge}=b)$. Id., entière d'une quantité = E;
 Id., fractionnaire '=• p. Parties réelle et imaginaire d'un q', voir. Id., scalaire
 et vectorielle d'un quaternion, voir. Permutations, §F21, p. 126.
 Perpendiculaire, normal, orthogonal, p. 266. Pfaffien, p.210, 330. Plan, Pa,
 p. 268. Id., normal à une courbe, p. 290. Id., osculateur, p. 290. Id., tangent
 à une surface, p. 295. Podaire, p. 293. Point, pim et um^ atjueior = put, p.
 253. Id., de séparation d'une formule, p.4. Id., î\ l'infini, p. 266, 349. Id.,
 ordinaire, d'inflexion, cuspidal, p. 309. Polygones réguliers, p. 231.
 Polynôme. Terme composé comme binôme (Voir ; mais qui n'a qu'une

The text on this page is estimated to be only 23.79% accurate

404 valeur formelle, ou de pseudofonction. AuAloguement on a formé « monôme » . JPossible. (On peut déterminer un carré Momme de deux carrés) = a Ni« n (Ni*+Ni«). Définition possible, voir Df. Premier (nombre), §Np. (a et h sont des nombres, premiers entre eux i .=. D(a,6) = 1. Primitive, voir idée, proposition. Principiu^n ideutitativ, §= IS add. p.315. Id. exchim meciiii, §3 8-4 add. p.318. Probabilité, §prob, p.200, 244, 328. Produit logique, voir rs. Id., arithmétique, s'exprime par X et 77, p.41. 141. Id., infini, p.162. Id., des séries, §lim 25*5-6, p.15B, 35-r2, p.160. Id., intérieur ou scalaire des vecteurs, p. 260. Id., alterné p. 277. Progression arithmétique, dont le premier terme est «, et la raison est h:=Ka-{-hn) n. Voir §S 31*2, p. 133. Les P suivantes du même § contiennent des progressions arithmétiques d'ordre supérieur. Id. géométrique = ab"^^, //, §2 7- 1*2. Id., liarmonique = X(i-\-bn) n. Projection sur un axe, ou sur un plan, p. 269. Id., d'un vecteur sur la direction d'un autre vecteur, comp . Proportio, 'AvaXoyia. Les nombres a, 6, c, cl sont en proportion, qu'on étrit a:b ::c:d, signifie a/6 = cV/. Voir §U2, p. 95. Cette proportion s'appelle aussi « géométrique » . Id. arithmétique (les 4 nombres sont en), si a—b=:c—(1. Ils sont en «proportion harmonique» si (a—h)jc—dy^iajcf. Propositio, p. 3. Id., primitive, p. 13. Propositions indépendantes, p.14. « Proposition universelle affirmative» est de la forme ^3^ f>^i •II^'^^^i « Id., id., négative » -3«?>; « Id. particulière affirmative » ^r/ô; « Id. id. négative» 3^-/6; selon les vers: Asserif A, negat K, verum f/en^ralifer ambOy aaserit I, negat 0, sed parficulariter ambo. Puissance, S^1 p. 14. Id. d'un ensemble. gNum, p. 128. Pseudoclasse, Ainsi nous appelions tout terme du langage ordinaire qui n'indique pns une classe, mais en a la forme ;nom, adjectif). Si u est un tel terme, de (xeu . îi=zv) on ne peut pas tirer x£c. Elles indi(luent des propriétés formelles, et non réelles. On ne peut pas ériger ces noms en symboles pour former un calcul logique. Kx.: binôme, polynôme, traction irréductible. Pseudofonction, Ainsi nous appelons un terme du langage ordinaire, qui nest pas une fonction, mais en a la forme. Si u est un tel terme, de r = t/, on ne peut pas déduire uxzzzug, contrairement à §fl'l, p. 77. P. ex., on a 2/3^4 6, mais numérateur de 2 3 -==z numérateur de -1 6. Les pseudofonctions sont très nombreuses dans le langage ordinaire; mais on ne peut pas les ériger en symboles. Kx. de pseudofonction: antécédent,

conséquent, terme, base, exposant.... hypothèse, thèse. (Ces termes indiqués par les abréviations H_i et T_h , ne sont pas des symboles).

The text on this page is estimated to be only 29.52% accurate

§liin 60 0 /^o/e p. 825. Quaternion, p.*285, 349. Quelque*
 (Quelque a est 6) = $gt^{?^?}$. Dans d'autre cas s'exprime par '* p.Hl. Ou<, §5,
 p. 17. Quotient de la division de a par 6. ($|Uot(a,6) = E\{ih\}$), p. 60, 104.
 Racine d'un nombre, y|, p. 110. Racines algébriques, y|* p. 220; id., de
 l'unité, §sin 44 p.231. (Id., de l'équation $/x = 0) = a^{?5}(/j' ^ 0)$. Raison,
 /.ôj'Os, R. ou (^ Id. des nombres ^/ et 6 est «6. On l'appelle annsi
 géométrique. La raison arithmétique est a—b. Id., composée des raisons a et
 6, aXb. Id., double de a, a*. Moyenne et extrême raison, p. 112. Rapport de
 « à 6, «6. Rayon d'un cercle, d'une sphère, voir. Id., de convergence, voir.
 Id., de courbure, de toi-sion p. 364. Reciproca (correspondance), rcp. Id., du
 nombre «, ja. Realis (nombre), q. Réelle (partie) d'un nombre imaginaire, ou
 d'un quaternion, real, p. 21 9. Relation, condition contenant deux variables,
 p. 17, 126, 315. Reste de la division de a par 6, re8t(r/,6) p. 61. Id., de la
 soustraction, a—b. Reste dans la formule de Taylor §D 11 ; dans les
 formules d'interpolation §D 12, 13, dans les formules de quadrature §S 22,
 23. Résidu quadratique p. 92. Rotation, p.2«4, 348. 9 Scholium, oxôXiov[^]
 signifie note, remarque. Segment de droite p. 266, 267. Quelques A.,
 donnent ce nom h v, ou à p*. Semblable (correspondance), sim. Séries
 convergente, absolument convergente, divergente, indéterminée, p. 155. Id.,
 du binôme p. 161. Signes d'opération. Sont +, —, X, /, l^v I[^]» ^[^] ^[^]
 nombre, sgn, p. 93. Simplifier. Forme de raisonnement, §f 22-3, p. 7. Id. des
 puissances des nombres, p. 133. Id. d'une série, p. 155. Sinus, ftinus rectua,
 sin p. 228. Id. toius, nom abandonné, =1. Id. rersiut, j; = l— cosx, jHîU
 adopté. Sinusoïde, linea sinuum, p. 292, 359. Soⁿ^ne logique, s'exprime
 par w. La somme arithmétique par -|-, 1, p. 35, 132. Sorite, oùyoeiTTjç
 (Aristoles Anal.1, 23 est le raisonnement a,6,c,(/5Cls . (t'Zib . ^3^ • <Cy[^]
 ID- «I>[^]. Il se décompose en deux syllogismes. Sousnormale à une courbe
 p. 357, 359. Soustangente à une courbe p. 356, 359. Soustraction, p. 57.
 Sphère, arpaCoa, Volume, aire, p. 303 ; Id. osculatrice p. 364. Spirale
 d'Archimède, êki[^], p. 292, 359. Id., hyperbolique, logarithmi' parabolique,
 p.360.

§SU-4, 20-5, §Subst;321. Syllogisme, p. 7. Symétrie par rapport h
 un point, i\ un axe, à un plan, p. 274. Déterminant symétrique p. 207.
 Synthèse, ai'y&eatç. Voir Analyse. Système des objets .r et $x^x \backslash y$, p. 16.
 Quelques A. lui donnent la valeur de Cls. Système de conditions, ou
 d'équations, est leur produit logique. Tangens, fonction tri<>'onométrique,
 tang. Id. (droite) =: rectaT. Id. figure := Tang. Termes d'une somme $a-\backslash b$
 sont a et b. Id. d'une fraction, d'une proportion, d'une série. Id. d'un
 déti'rminant, p. 207. Indique toujours une pseudofonction. Tetraedrum,
 comme lieu de points p. 2(37. Id., comme produit alterné p. 279. Id.
 régulier, p. 264. Theorema, Oeiôorjua^ Prop qu'on démontre. Thèse, Ofoiç,
 Ths p. 2. Torsio, p,307, 363. Tout, ou classe totale p. 28. (Tout a est 1) =
 (^36) p. 4. Transitive, propriété d'une relation, p. 315. Translation, p. 274.
 Transposer, forme de raisonnement, Transp, p. 18, 23. Triangulus, comme
 lieu de points p. 267. Id. comme produit alterné, p. 279. Aire du id. p.302.
 Id. régulier p. 264, 273. Angles du id. voir. Barycentre voir. Bissectrice voir.
 Id. sphérique (aire du) p. 304. Id. arithmétique p. 67. Voir: Alasia, Saggio
 ierminologice-hihliografico siUla récente geomefria del triangolo, Bergamo
 a. 1902, Tf*igonometria» Science qui s'occupe des P § siu (p.228-247), et
 des relations entre les éléments du triangle plan (p. 270-271^, ou sphérique
 (p. 272). Unitas, =1. Id. imaginaire = i. Id. complexe =: unit, p. 204. Vecteur
 unitaire -=. U, p. 269. Universelle, (proposition) voir. Valeur» Quelques A.,
 dans une formule considèrent la forme et la valeur; dans le Formulaire on
 ne considère que la valeur; aussi « la valeur de $a-\backslash h$ » signifie « $a-\backslash b$ ». Id.
 absolue = mod. Variable, est indiquée par une des lettres a,6,...z. A une
 grande importance la distinction dans une formule entre les variables
 apparentes et les réelles, p. 5. « Quantité variable ^ signifie quelque fois
 Cls'q, ou fonction. Variation d'une intégrale §S301 add. p. 327. Vecteur, vct
 ou v, p.255; vecteur d'un système de forces, p. 344. Vitesse d'un point, p.
 289; d'un solide, p. 347. Volume d'un solide, p. 299, 357. \

The text on this page is estimated to be only 26.88% accurate

(Tjea numéroH entre parenthèses indiqcent la page) Préface (III)
Exercices de Logique Mathématique fx . = 3 ^ (3) £ Cls (7) Df (H) Dm (13)
; (10) 3 (il) - (i8) u (20) a (25) A (27) + N,, 0 1 2 ... 9 X (31) Cls^ N, (37) <
> (38) X (39) f^ (42) - (48) c (55) 1 (56) — (57) / (58) iium max (59) min
quot (60) rest (Ci) mit (62) Dvr (63) ! (66) C (66) Np (68) mp (73) f j sim
rcp (77) ' ' (81) n (83) mod sgn (93) R (94) r (100) ^ (102) dt nt (103) E fi
(104) r 00 (107) 1^(108) Q(i09) q(iU)" 0 0(H6) Log(117) Med (118) X
(119) A (120) ô (121) Int (121) I t (125) F (126) Num infin (128) v (132)
Chf (139) /7(14i) \$(143) Nprf (144). const cres decr (147) Lm lim (148)
coiit (166) D (168) S (178) e (188) log (192) y (196) Fc (197) J (199) prob
(200) ex (203) Dtrm (207) lin Subst (213) i q' real imag conj k (218) idem
Variab (227) sin cos tang ti (228) B (248) pnt vct (253) dist (263) coord
(267) recta p, plan p, (268) U empli emp_ proj (269) ang (270) Transi Sym
(274) Motor (275) Homot (276) a (277) v' v' (278) p* p' p' (279) (p (280) o
(281) I (282) 12(283) Rotor Rotat quaternion (284) rectaT planN planO
rectaN rectaB Arc (290) planT (295) Tang (296) Long Area Volum (298) p
(306) eurvatura Torsio (307) pntOrdin flex cusp (309) eycloides
epicyeloides (310) Additions (313) Tables — Notices bibliographiques
(369) — Noms d'Autours (386) — Publications périodiques (390) —
Vocabulaire mathématique (393).

The text on this page is estimated to be only 0.00% accurate

\

PUBBLICAZIONI DEL PROF. G. PEANO
 Costruzione dei comiessi $(\sqrt{2})$ e $(2,2)$ - Torino A., a. 1881, 10 aprile. Un teorema nulle
 forme multiple - Torino A., a. 1881, 27 novembre. Formazioni invariantive
 delle corrispondenze - Battaglini G., a. 1881, t. 20, L. 1. Sui sistemi di
 forme binarie di egual grado, e sistema completo di quante si vogliano
 cubiche - Torino A., a. 1882, 16 aprile. $(\sqrt[3]{x})^n$ SulVintegrabilità delle
 funzioni - Torino A., a. 1883, 1^o aprile. SuUe funzioni interpolari - Torino
 A., a. 1883, 20 maggio. Angelo Genocchi - Calcolo differenziale,
 pubblicato con aggiunte dal D. G. Peano - Torino, F.lli Bocca, a. 1884, p.
 XXXII -*- fe8, li. 10. SulVintegrabilità delle equazioni differenziali del
 primo ordine - Torino A., a. 1886, 20 giugno. Integrazione per serie delle
 equazioni differenziali lineari - Torino A., a. 1887, 20 febbraio.
 Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale - Torino, F.lli Bocca, a.
 1887, p. Xn + 336, L. 10. Intégration par séries des équations différentielles
 linéaires - MA., a. 1888, t. 32, p. 46fJ-156. Definizione geometrica delle
 funzioni ellittiche - Battaglini G., a. 1888, t. 26. Id. Teixeira J., t. 9, p. 24.
 Teoremi su massimi e minimi geometrici, e su normali a curve e superficie
 - Palermo R., a. 1888, t. 2. Calcolo geometrico secondo V
 Ausdehnungslehre di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della
 Logica deduttiva - Torino, F.lli Bocca, a. 1888, p. 10 -*- 170, L. 3,50.
 Aritmetica principia, nova methodo exposita - Torino, F.lli Bocca, a.
 1889, p. XVI + 20, L. 2,6(J. .Sur les Wronskiens - Mathesis, a. 1889, p. 110.
 I principii di geometria, logicamente esposti - Torino, F.lli Bocca, a. 1889,
 p. 40, L. 2,60. Une nouvelle forme du reste dans la formule de Taylor -
 Mathesis, a. 1889, p. 182, t. 8 et t. 9, p. 75. Su d'una proposizione riferentesi
 ai determinanti Jacobiani - Battaglini G., t. 27. Angelo Genocchi (Cenni
 necrologici) - Annuario Univ. Torino, a. 1889-90. Sur une formule
 d'approximation pour la rectification de l'ellipse - Paris CR., a. 1889, p. 960.
 Sulla definizione delVarea d'una superficie'- Lincei R., a. 1890, p. 54-67.
 Sur une courbe qui remplit toute une aire plane - MA., a. 1890. Les
 propositions du Livre d'Euclide - Mathesis. t. 10. Sur l'inversion des
 dérivations partielles - Mathesis, t. 10.

sopra alcune curve singolari - Tonno A., a. 1891, L. 1.
 Elementi di calcolo geometrico - Torino, Candeletti, a. 1891, L. 1.
 Grundlehren der geometrischen Calculs - Leipzig, Teubner, a. 1891.
 Principii di logica matematica - RdM., t. 1, a. 1891, p. 1, L. 1. Sommario
 dei libri VII, VIII, IX d'Euclide - RdM., t. 1, p. 10. Forme di logica
 matematica - BdM., t. 1, p. 24, p. 182. L. 1. Sul concetto di numero - RdM.,
 t. 1, p. 87, p. 256. L. 1. Sommario del libro X d'Euclide - RdM., t. 2, a.
 1892, p. 7. Sulla definizione del limite d'una funzione - RdM., t. 2, p. 77.
 Sulla formula di Taylor - Torino A., a. 1891, 22 novembre.
 Generalizzazione della formula di Simpson - Torino A., a. 1892, 27 marzo.
 K 1. Sur le théorème général relatif à l'existence des intégrales des
 équations différentielles - Nouvelles A., a. 1892, p. 79 et 289. Lezioni di
 analisi infinitesimale - Torino, Candeletti, a. 1893, t. 1 e 2, p. 600. Sur les
 systèmes linéaires - Monatshefte f. M., t. 6, a. 1894. Sui fondamenti della
 geometria - RdM., a. 1894, t. 4, p. 61-90. Sur la définition de la limite
 d'une fonction - American J., t. 17. Estensione di alcuni teoremi di Cauchy
 sui limiti - Torino A., a. 1894, L. 1. Notions de logique mathématique -
 Congrès de Gœttingen, a. 1891. Sulla definizione di integrale - AdM., a. 1895.
 Sul moto di un polo terrestre - Torino A., a. 1895, 5 maggio e 23 giugno. Sul
 pendolo di lunghezza variabile - Palermo R. Sistemi lineari di vettori nel
 piano - Torino A., a. 1896. Elenco bibliografico su « Ausdehnungslehre »
 di H. Grassmann - RdM., Saggio di calcolo geometrico - Torino A., a. 1896,
 21 giugno, L. 1. Studi di logica matematica - Torino A., a. 1897, 4 aprile,
 L. 1. Sul determinante Wronskiano - Lincei R., a. 1897, p. 413. Generalità
 sulle equazioni differenziali ordinarie - Torino A., a. 1897, 21 novembre, L.
 1. Analisi della teoria dei vettori - Torino A., a. 1898, 13 marzo, L. 1.
 Entwicklung der Grundbegriffe des geometrischen Calculs - Uebers. v.
 Lanner, Salzburg, Schulprogramm a. 1897-98. La numerazione binaria
 applicata alla stenografia - Torino A., a. 1898, 13 novembre, L. 1. Angelo
 Gnecchi - Differentialrechnung herausgegeben von G. Peano Uebersetz.
 v. G. Bohlman u. A. Schepp., Leipzig, Teubner, a. 1898. Les définitions
 mathématiques - Congrès international de philosophie, Paris, a. 1900.
 Studio delle basi sociali della Cassa Nazionale Mutua Cooperativa per le
 Pensioni - Torino, a. 1901, L. 1. La geometria basata sulle idee di punto e
 distanza - Torino A., a. 1902, L. 1. Definicje w matematyce - Prz.

Kiygowski, Warszawa, a. 1902. Aritmetica générale e algébra elementare -
Torino, G. B. Paravia, a. 1902, p. Vm + 144, L. 2,40. ^)

The text on this page is estimated to be only 22.85% accurate

Revue de Mathématiques (Rivista di Matematica) publiée par G. Peano, t. 1-8 a. 1891 -a. 1903; chaque tome fr. 8. Formulaire liatbéfflatique. — Introduction, a. 1894, fr. 2 Tome I, a. 1895, fr. 6 - Tome 2, a. 1899, fr. 8 Tome 3, a. 1901, fr. 8 - Tome 4, a. 1903, fr. 10. • • *

The text on this page is estimated to be only 0.00% accurate

#j,'>>>- • • ^^

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below. A fine is incurred by retaining it beyond the specified time. Please return promptly. (o a V il. ^ wÉ^m?^^

The text on this page is estimated to be only 12.16% accurate

<. -f^lilii 3 2044 iRilll 02 938 537 :t^ ■"■• ■.■^^ ■:A< .M m 'Zt'
■ A'