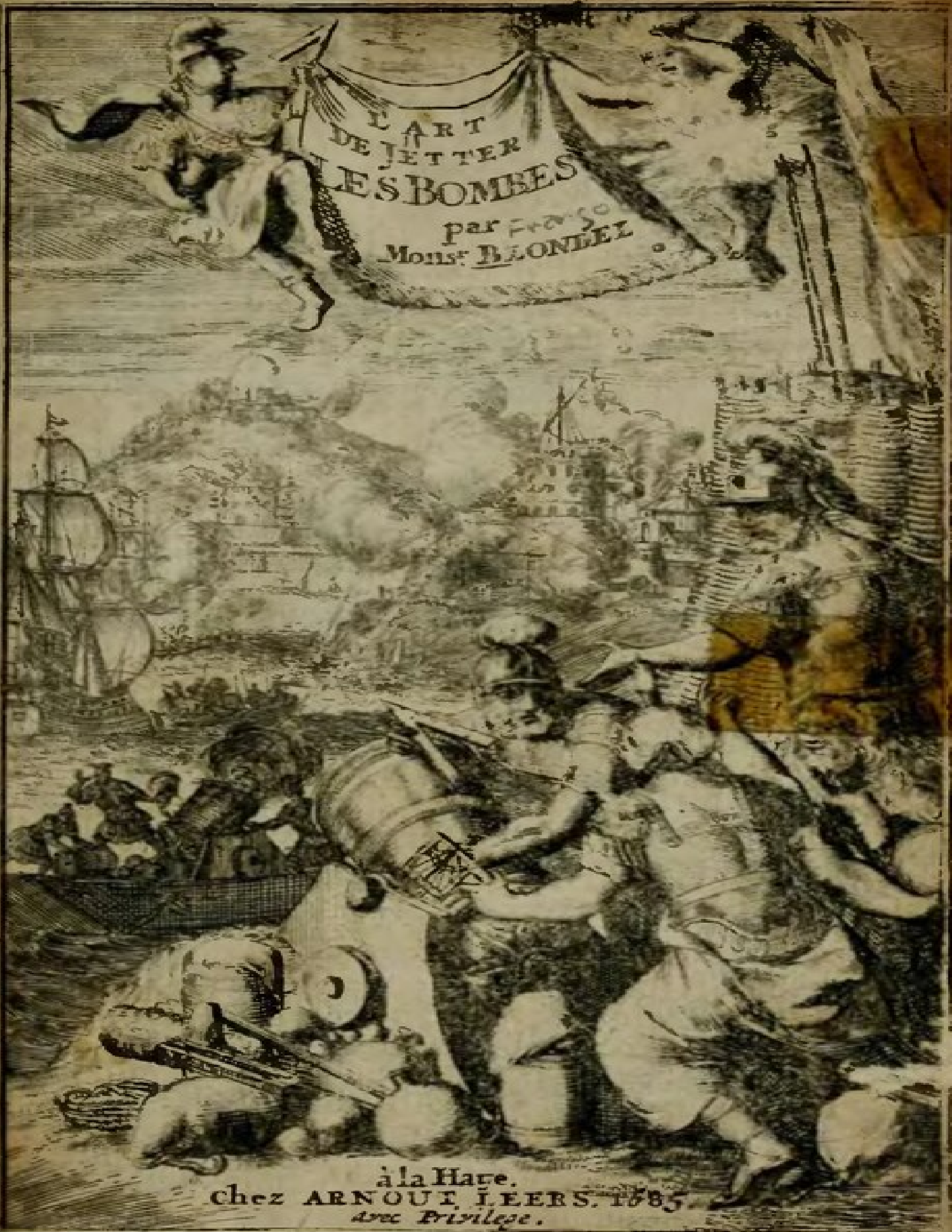




à la Hare.
Chez ARNOUT LEERS. 1785.
avec Privilège.

M. Schreiner.

L'Art de jetter les Bombes Et de connoitre l'étendue des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elevations.

François Blondel



A. Leers, La Haye , 1685

Exporté de Wikisource le 30 juin 2026



L'Imprimeur au lecteur.

Au Roi.

T A B L E
DES
LIVRES ET CHAPITRES ,
Contenus dans les quatre Parties de ce Traité
de l'Art de jeter les Bombes, & de connoître
l'étenduë des coups de volée d'un
Canon en toutes fortes d'Élévations.

PREMIÈRE PARTIE.

Opinions fausses du Jet des Bombes avant Galilée.

LIVRE PREMIER.

De l'Origine & de l'Usage des Bombes.

CHAPITR. I. Origine des Bombes.

CHAP. II. Premier usage des Bombes en France par Maltus.

CHAP. III. Il y a des règles certaines pour les Jets des Bombes inconnuës
aux Bombardiers.

CHAP. IV. Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

CHAP. V. Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

CHAP. VI. Autres découvertes de Tartag.

LIVRE SECOND.

Sentimens des Auteurs Modernes sur
la nature du jet des Bombes.

CHAP. I. Sentiment de Diégo Ufano sur les coups de volée.

CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

CHAP. IV. Pratique de Louïs Collado examinée.

CHAP. V. Sentiment de Rivaut de Florence.

CHAP. VI. Origine des Arquebuses à vent.

CHAP. VII. Pratique de Rivaut examinée.

CHAP. VIII. Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

CHAP. X. Sentiment de Galée.

CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

CHAP. XII. Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

S E C O N D E P A R T I E .

Pratiques de l'Art de jetter les Bombes.

L I V R E P R E M I E R .

Pour les jets dont l'étenduë est au niveau des
batteries par le moyen des Sinus.

CHAP. I. Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnée.

CHAP. II. Trouver l'angle de l'Élévation pour une étendue donnée.

CHAP. III. Table des Sinus servant au jet des Bombes.

CHAP. IV. Usage de la Table pour trouver l'étendue sur une élévation donnée.

CHAP. V. Pour trouver l'élévation sur une étendue donnée.

CHAP. VI. Table des hauteurs des jets d'une même force.

CHAP. VII. Table des hauteurs & sublimités des jets de même étendue.

CHAP. VIII. Table de la force des jets de même étenduë.

LIVRE SECOND.

Pratiques des jets dont l'étenduë est au
niveau des batteries, par le moyen des Instrumens.

CHAP. I. Par l'Equerre des Canopiers rectifiée.

CHAP. II. Par le demi-cercle de Torricelli.

CHAP. III. Par un autre Instrument sans le besoin des Sinus.

LIVRE TROISIÈME.

Pratiques des jets dont l'étenduë n'est pas au
niveau des Batteries.

CHAP. I. Portée de but en blanc d'une pièce élevée au-dessus du plan horizontal.

CHAP. II. Portée sur un plan incliné d'une pièce pointée sous un angle donné.

CHAP. III. Trouver l'angle de l'Élévation de la pièce.

CHAP. IV. Première pratique par les Sinus.

CHAP. V. Seconde pratique par les Sinus.

CHAP. VI. Troisième pratique par les Sinus.

CHAP. VII. Quatrième pratique par les Sinus.

CHAP. VIII. Cinquième pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifiée.

LIVRE QUATRIÈME.

Pratique Univerfelle.

CHAP. I. Construction d'un Instrument pour toutes sortes de jets.

CHAP. II. Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CHAP. III. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

CHAP. IV. Trouver l'élévation de la pièce quand l'inclination est au-dessus du niveau des batteries.

CHAP. V. Trouver l'élévation de la pièce quand l'inclination est au-deffous du niveau des batteries.

CHAP. VI. Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

LIVRE CINQUIÈME.

Application du compas de proportion
aux jets des Bombes.

CHAP. I. Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CHAP. II. Usage du Compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

CHAP. III. Trouver l'élévation de la pièce quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.

CHAP. IV. Trouver l'élévation de la pièce quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

CHAP. V. Trouver la distance horizontale, ou La longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

LIVRE SIXIÈME.

Autre Instrument Universel pour le
jet des Bombes.

CHAP. I. Construction d'un Instrument Universel pour le jet des Bombes.

CHAP. II. Usage d'un Instrument Universel pour le jet des Bombes.

CHAP. III. Autre usage de cet Instrument Universel.

TROISIÈME PARTIE.

De la Théorie du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Doctrine de Galilée sur le mouvement.

CHAP. I. Dialogues Mécaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des solides.

CHAP. II. Deux espèces de mouvement.

CHAP. III. Première pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse du mouvement accéléré.

CHAP. IV. Suites admirables de la première pensée de Galilée.

CHAP. V. Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse au mouvement accéléré.

CHAP. VI. Explication de la même pensée.

CHAP. VII. Propriétés du mouvement accéléré.

CHAP. VIII. Suites admirables des propriétés du mouvement.

CHAP. IX. Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

LIVRE SECOND.

Théorie du mouvement de projection.

CHAP. I. Espèces différentes du mouvement de projection.

CHAP. II. Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CHAP. III. Mouvement de projection horizontale.

CHAP. IV. Naissance & propriétés de la ligne Parabolique.

CHAP. V. La ligne de la projection horizontale est Parabolique.

CHAP. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

CHAP. VII. Manière de mesurer les différens degrés de la force imprimée au mobile jetté.

CHAP. VIII. Proportion des Amplitudes des Paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.

CHAP. IX. Suite de cette Proportion.

LIVRE TROISIÈME.

Démonstration des pratiques de l'Art de jetter
les Bombes. Et premièrement pour les
jets dont l'élévation est au niveau des batteries,
& par le moyen des sinus.

CHAP. I. Pour trouver l'étendue d'un coup sur une élévation donnée.

CHAP. II. Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étendue donnée.

CHAP. III. Démonstration de la Table des sinus servans au jet des Bombes.

CHAP. IV. Démonstration de la Table des jets poussés d'une même force.

CHAP. V. Démonstration de la Table des hauteurs & sublimités des jets de même étendue, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes fortes d'élévation.

LIVRE QUATRIÈME.

Démonstration des pratiques pour les jets
dont l'étendue est au niveau des batteries
& par le moyen des instrumens.

CHAP. I. Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

CHAP. II. Démonstration du demi-cercle de Torricelli.

CHAP. III. Démonstration d'un autre Instrument sans le besoin des sinus.

LIVRE CINQUIÈME.

Démonstration des pratiques pour les jets
dont l'étendue n'est pas au niveau
des batteries.

CHAP. I. Pour la portée sur un plan incliné d'une pièce pointée sous un angle donné.

CHAP. II. Pour la portée de but en blanc d'une pièce élevée au dessus du plan horizontal.

CHAP. III. Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinés.

CHAP. IV. Problème proposé pour les portées sur des plans inclinés.

CHAP. V. Résolution du Problème par Monfr. Buot.

CHAP. VI. Résolution du Problème par Monfr. Rômer.

CHAP. VII. Résolution du Problème par Monfr. de la Hire.

LIVRE SIXIÈME.

Démonstration des Pratiques par les Sinus.

CHAP. I. Démonstration de la première pratique par les sinus.

CHAP. II. Démonstration de la seconde pratique par les sinus.

CHAP. III. Démonstration de la troisième pratique par les sinus.

CHAP. IV. Démonstration de la quatrième pratique par les sinus.

LIVRE SEPTIÈME.

Démonstration des Pratiques par les
Instrumens.

CHAP. I. Démonstration de la première pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

CHAP. II. Démonstration des pratiques par un Instrument pour toutes sortes de jets.

CHAP. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont point au niveau des batteries.

CHAP. V. Démonstration des pratiques par le Compas de proportion.

CHAP. VI. Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CHAP. VII. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

LIVRE HUITIÈME.

Doctrine de M. Caffini pour le jet des
Bombes.

CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chute respective.

CHAP. II. De la ligne d'égalité.

CHAP. III. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chute respective sont trois proportionnelles.

CHAP. IV. Sur une direction & sur une distance donnée ; trouver la ligne d'égalité.

CHAP. V. La ligne d'égalité & la distance étant données : trouver la direction.

CHAP. VI. Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour les jets des Bombes.

CHAP. VII. Démonstration de ce qui s'est ajouté à l'Instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

QUATRIÈME PARTIE.

Résolution des difficultés qui se trouvent
dans la Doctrine du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la
Théorie.

CHAP. I. Explication de ce qui a été supposé dans la Théorie.

CHAP. II. Première Objection. La ligne horizontale n'est point droite, & les perpendiculaires ne sont point parallèles.

CHAP. III. Seconde Objection. La force imprimée au mobile n'est point perpétuelle, égale & uniforme.

CHAP. IV. Troisième Objection. La résistance de l'air altère la proportion du mouvement causé par la pesanteur.

CHAP. V. Quatrième Objection. Deux mouvemens différens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

CHAP. VI. Cinquième Objection. Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés des tems de la chute.

CHAP. VII. Sixième Objection. Cette Théorie est souvent contraire à l'expérience.

LIVRE DEUXIÈME.

Réponses aux Objections proposées
concernant la Théorie.

CHAP. I. Réponse à la première Objection.

CHAP. II. Réponse à la seconde Objection.

CHAP. III. Réponse à la troisième Objection.

CHAP. IV. Réponse à la quatrième Objection.

CHAP. V. Réflexions sur le sujet de l'Artillerie.

CHAP. VI. Suite de la réponse à la quatrième Objection.

CHAP. VII. Réponse à la cinquième Objection.

CHAP. VIII. Raisons de Galilée pour montrer que la vitesse du corps qui tombe ne s'acroît pas à proportion des espaces.

CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

CHAP. X. Un mobile en tombant acquiert à chaque moment un nouveau degré de vitesse.

CHAP. XI. Prouvé par diverses expériences.

CHAP. XII. Raisonnemens de Balian au même sujet.

CHAP. XIII. Raisonnemens de M. Hugens.

CHAP. XIV. Suite de la réponse à la cinquième objection.

CHAP. XV. Réponse à la sixième Objection.

LIVRE TROISIÈME.

Confirmation de la même Doctrine
par les Expériences.

CHAP. I. Explication d'une Expérience du P. Merfene.

CHAP. II. Première Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par M. Mariote.

CHAP. III. Seconde Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences, par la machine de Monsieur Perrault.

CHAP. IV. Troisième Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif-argent.

LIVRE QUATRIÈME.

Résolution des difficultés de la pratique
du jet des Bombes.

CHAP. I. Première Objection. La Théorie n'est point nécessaire pour les pratiques de la guerre.

CHAP. II. Seconde Objection. Les inégalités de la matière empêchent dans la pratique les effets des règles de la Théorie.

CHAP. III. Réponse à la première Objection.

CHAP. IV. Réponse à la seconde Objection.

CHAP. V. Avantages à espérer de l'Institution de la Compagnie des Bombardiers.

CHAP. VI. Usage des Mortiers, & de quelques autres Machines pour le jet des Bombes.

Fin de la Table.



L ' I M P R I M E U R
A U
L E C T E U R



E fut en l'année 1675 que l'Auteur de ce Livre en présenta le manuscrit au Roi qui le reçût d'un manière la plus obligeante du monde. Et comme sa Majesté avoit alors à soutenir la guerre contre les nations les plus puissantes de l'Europe qui s'étoient liguées contre la France ; elle ne jugea pas à propos que la doctrine est expliquée dans cét Ouvrage, devint publique dans un tems où ses ennemis auroient pû s'en prévaloir contre ELle. Ce Livre eut alors le même sort que celui de la Nouvelle manière de Fortifier les Places, que l'Auteur avoit présentée deux ans auparavant à S. M. Et c'est seulement après avoir donné la paix à ses ennemis, qu'elle a voulu que l'Auteur fit imprimer ces deux Ouvrages avec ceux de Mathématique qu'il avoit enseignés à MONSEIGNEUR LE DAUPHIN, voulant par ce moïen que le public pût profiter de ce qui s'est fait pour l'instruction de ce Prince.

Au reste il y a quatre parties dans ce Livre : la première est une espèce de rélation historique de ce qui s'est fait & écrit sur le sujet des Bombes & des portées du Canon jusqu'à nous : la seconde enseigne diverses pratiques sur le même sujet & particulièrement pour le jet des Bombes en toutes sortes de position du mortier tant par les Sinus que par les Instrumens, par les Tables, par le Compas de proportion, &c. La troisième est de pure Théorie qui démontre à fond tout ce qui s'est dit sur cette doctrine & ce qui s'est proposé dans les pratiques : la quatrième résout les objections que l'on peut faire tant contre la Théorie que contre les pratiques, dont elle confirme la doctrine par les expériences.



A U R O I .



S I R E ,

Peut-être que je viens un peu hors de saison, offrir à V O T R E M A J E S T É ce Traité de l'Art de jeter les Bombes, dans un tems où Elle vient de donner la paix à l'Europe, & où il semble que la science de l'Artillerie ne doive plus être employée qu'à faire des feux de joye. J'espère néanmoins que mon ouvrage ne lui sera pas tout-à-fait désagréable, & qu'Elle y verra avec quelque plaisir les règles d'un Art dont Elle s'est si utilement servie dans ses Conquêtes, & qui n'a pas été un des moindres instrumens de ses Victoires. J'ose me flater qu'Elle approuvera le dessein que j'ai d'empêcher un Art si noble de périr, en le réduisant aux Règles certaines de la Mathématique, & donnant moyen aux Eleves de s'y perfectionner. D'ailleurs, S I R E , c'est dans le tems de la paix, à bien parler, que l'on doit étudier le métier de la Guerre, & il ne faut pas attendre à en acquérir la connoissance, qu'on soit obligé de le mettre en pratique. C'est de quoi V. M. a donné Elle-même d'illustres preuves, lors-que dans le sein de la Paix, au milieu du calme & du repos, Elle aguérissoit, pour ainsi dire, ses soldats par les fréquentes revûes qu'Elle leur faisoit faire, & par les continuëls exercices où Elle les occupoit. Ainsi quand V. M. s'est mise en Campagne, Elle a trouvé des troupes toutes dressées, & a été d'abord en état d'exécuter toutes ces grandes choses qui sont à peine croyables à ceux qui les ont vûes, & dont tout l'avenir parlera avec étonnement. C'est donc, S I R E , pour seconder, en ce que je puis, de si glorieux desseins, que je mets ce Traité au jour. Heureux ! s'il peut être en effet utile à V. M. & si Elle a la

bonté de le recevoir comme un témoignage de la reconnaissance que je lui
dois pour les graces dont Elle m'a comblé. Je suis

S I R E

D E V Ô T R E M A J E S T É ,

Le tres-humble, tres-obéissant
& tres-fidèle fujet & serviteur

B L O N D E L .

L'ART DE JETTER
LES
BOMBES,

Et de connaitre l'étendue des coups
de volée d'un Canon en toutes
fortes d'Elevations.

PREMIÈRE PARTIE.

Opinions fausses du Jet des Bombes
avant Galilée.

L I V R E P R E M I E R ,

De l'Origine & de l'Usage des Bombes.

CHAPITRE PREMIER

Origine des Bombes.



'Uſage des Bombes & des Grenades n'eſt pas fort ancien : Et quoi que l'on ait quelque exemple dans l'Histoire de certains vazes de feu que l'on lançoit avec des machines les Villes des Ennemis ; il eſt conſtant que c'étoit toute autre choſe que nos Bombes que l'on charge de Poudre à Canon, dont on n'avoit alors aucune conoiſſance.

Les premieres que l'on a veuës ont été jettées dans la Ville de Wathendonch en Gueldres que le Comte de Mansfeld aſſiegeoit ſous le Prince de Parme en l'année 1588. où ces Bombes ayant en peu de temps ruiné tous les logemens, elles étonnerent tellement ceux de la Place qu'ils furent contraints de ſe rendre.

L'on dit qu'un Habitant de Venlo dans la même Province les avoit inventées quelque temps auparavant, pour ſ'en ſervir ſeulement aux feux d'artifice de plaifir : Et que pour divertir le Duc de Cleves, qui ſe trouvoit alors à Venlo, il en avoit jetté pluſieurs en ſa preſence, dont l'une par malheur tombant dans une des maiſons, elle y avoit allumé un embrasement ſi horrible, que la meilleure partie de cette pauvre Ville en avoit été conſumée, ſans que l'on pût y apporter aucun remede.

Il y a des Histoſiens Hollandois qui rapportent, que peu de mois avant ce malheur, un Ingenieur Italien avoit fait quelques experiences ſemblables à Bergopſon, pretendant rendre l'uſage de ſes bombes facile & utile pour la Guerre ; mais qu'il ſ'étoit miſerablement brûlé lui-même, mettant le feu par hazard à la compoſition qu'il faiſoit pour ce ſujet.

Quoy qu'il en ſoit, il eſt tres-veritable que l'on n'avoit rien veu de pareil en ce temps-là : Bien que l'uſage des mortiers ſoit peut-être autant ancien que celui des Canons mêmes, puisſque nous en voyons de fer & de fonte d'une fort ancienne ſtructure, & que nous ſçavons que l'on ſ'en eſt fort ſervi

dans les Guerres d'Italie au commencement du siècle passé, à jeter des pierres & des balles de Canon ardentes pour mettre le feu dans les Villes.

Il y a même le dessein d'un mortier qui lance un boulet enflammé parmi diverses autres pieces d'artillerie, qui sont figurées dans le frontispice du Livre de *Nicolo Tartaglia* Mathematicien de Bresse en Italie, imprimé en l'année 1538.

CHAPITRE II.

Premier usage des Bombes en France par Maltus.

Les Espagnols & les Hollandois se sont servi de Bombes & de Grenades dans les longues Guerres qu'ils ont eues ensemble : Mais c'est seulement en l'année 1634. au premier siege de la Motte, que nous en avons veu dans nos armées. Il n'est pas vray que l'on en ait jetté pendant le siege de la Rochelle, comme *Casimir Siemienouski* Polonois l'a dit dans son Livre du grand Art de l'Artillerie. Le feu Roy avoit fait venir d'Hollande le sieur Maltus Ingenieur Anglois pour cet effet ; Et nous l'avons veu en plusieurs sieges servir principalement aux batteries des Bombes avec beaucoup de succès. À Colioure en l'année 1642., il en jetta une qui creva la Cisterne & obligea les assiégez à se rendre plutôt qu'ils n'auroient fait sans cet accident.

Il n'avoit point dans les commencemens toute l'experience qu'il a acquise dans la suite. Au premier siege de Landreci en l'année 1637., la batterie étoit dans une redoute à l'attaque de Monsieur le Cardinal de la Valette ; Et l'on venoit se plaindre à tous momens que les Bombes qu'il pensoit jeter dans la Place, passoient par dessus & alloient tuer du monde dans la trenchée aux attaques de Monsieur de Candale & de Monsieur de la Meilleraye qui étoient aux autres côtés de la Ville.

Il lui arriva même un assez grand malheur pendant ce siege. La curiosité ayant amené dans la batterie plusieurs Officiers Generaux de l'armée, il tira quelques Bombes en leur presence ; mais enfin ayant mis le feu à la fusée d'une Bombe chargée, comme il voulut le mettre à l'amorce de la lumiere du mortier, la meche se trouva éteinte ; il en prit l'épouvante & criant, sauve qui peut, il sauta le premier par dessus le parapet de la redoute : chacun en voulut faire de même, mais la foule & le desordre furent si grands, que la Bombe crevant dans le mortier & le mettant en mille morceaux, elle tua ou estropia beaucoup de gens.

Cet Ingenieur fut tué au dernier siege de Gravelines par un malheur tout à fait extraordinaire. Il avoit remarqué un poste près de la Contr'escarpe des

Ennemis où il avoit dessein de pousser son travail à l'entrée de la nuit, & voulant le faire voir à l'Officier General, il fit un saut dans la tranchée pour en reconnoître la situation ; l'Officier en fit un après luy & n'ayant pas assez bien reconnu l'endroit, il pria Maltus de sauter encore une fois pour le lui faire mieux remarquer : Maltus le fit & receut en l'air un coup de mousquet dans la tête. Ce qui fit dire par une espece de raillerie, qu'il avoit été tiré en volant.

Toute la science étoit purement d'experience. Il n'avoit aucune connoissance des Mathematiques, ni d'aucune autre science qui pût lui faire sçavoir la nature du mouvement des Bombes, & de la ligne courbe qu'elles décrivent dans l'air par leur passage, ou de la difference de leurs portées suivant les differences de leurs elevations. Il ne pointa jamais son mortier que par hazard & en tatonnant, ou pour mieux dire par l'estime qu'il faisoit de l'éloignement du lieu où il vouloit jeter la Bombe, suivant lequel il lui donnoit plus ou moins d'élévation ; prenant garde si les premiers coups étoient justes ou non, afin de baisser son mortier, si la portée étoit courte ; ou le hausser, si elle alloit au delà de son but ; se servant à cet effet d'une esquerre dont il faisoit parade ; & dont je parleray amplement cy-après.

CHAPITRE III.

*Il y a des regles certaines pour les Jets des Bombes
inconnuës aux Bombardiers.*

LA plus grande partie des Officiers, qui servent presentement aux batteries des Bombes, sont des Elevés de Maltus ; & je n'en ay encore veu aucun, qui eut autre conoissance de cet art que de l'experience de pratique. Ceux qui en ont écrit parmi nous & Maltus luy-même, n'en disent point d'avantage. Ils veulent que l'on sçache à peu près, par la pratique, l'élevation que l'on doit donner au mortier pour le faire porter à la distance que l'on souhaite ; Et que l'on ait le soin d'augmenter ou de diminuer cette elevation à proportion que la Bombe se trouve plus ou moins éloignée ou en deça ou en dela du but.

Mais comme il a des regles certaines & demonstratives, fondées sur la Geometrie & sur la conoissance que l'on a acquise de la nature du mouvement des corps jettez, & de la ligne courbe qu'ils décrivent par leur passage en l'air ; par le moyen desquelles on peut raisonner autant juste que l'on le peut humainement sur la differente étenduë des portées, non seulement des Bombes mais du Canon même en toutes sortes d'Elevation : & comme on a sur ce fondement inventé des instrumens qui peuvent donner des facilités extraordinaires à l'art de jetter les Bombes.

J'ay crû que je ferois service au public si j'approfondissois cette matiere, recherchant avec soin ce qui en a été dit par les Auteurs, & faisant remarquer ce qu'il y a de faux dans le raisonnement des uns, & ce que l'on peut recevoir pour assûré dans les pratiques des autres.

Il y a peu de matiere physique sur laquelle on ait écrit plus de volumes que sur la nature du mouvement des corps & dont pourtant on ait eu moins de conoissance par le passé. Tous les Philosophes anciens ont fort bien sçû que les mouvemens des corps qui tombent, & qu'ils ont appelé le mouvement naturel, s'augmentent incessamment à mesure qu'ils s'éloignent du commencement de leur cheute : mais personne n'a sçû dire par quelle proportion se fait cette augmentation de vitesse. Ils ont bien connu que les

corps jettez en l'air, par un mouvement qu'ils ont appelé violent, y décrivent en passant une ligne courbe ; mais il n'ont jamais dit de quelle nature est cette ligne, & quelles en font les propriétés.

CHAPITRE IV.

Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

N I C O L O T A R T A G L I A , Mathématicien de la Ville de Bresse dans l'Etat des Venitiens, duquel nous avons parlé cy-devant, & qui vivoit au commencement du siècle passé, est le premier qui a recherché l'un & l'autre, & qui en a voulu faire l'application au mouvement des boulets tirés par le Canon ou par le mortier.

Mais comme il a établi certains principes de physique, qui ne sont pas véritables ; il ne faut pas s'étonner que ses conclusions soient éloignées du véritable génie de la nature. Il a crû qu'il n'y pouvoit avoir de mouvement qui fut composé du naturel & du violent ; ce qui lui a fait dire que la ligne courbe qu'un boulet, sortant d'un mortier ou d'une pièce d'Artillerie, décrit en passant dans l'air, se faisoit en partie par le mouvement violent dont la force va toujours en diminuant, & en partie par le mouvement naturel qui augmente incessamment de vitesse à mesure qu'il s'éloigne de son principe. Ce qui est faux dans la ligne que décrivent les Corps jettés dans laquelle ils diminuent incessamment de vitesse.

Il avoit beaucoup médité sur ce sujet ; & dans le titre du livre que nous avons de lui intitulé *de la science Nouvelle*, il promet de donner l'ordre & la proportion avec laquelle les portées des coups de Canon ou de mortier s'augmentent ou diminuent suivant la différente élévation de la pièce, & le moyen de calculer toutes les différentes étendues des mêmes portées sur la connoissance d'un seul coup tiré & mesuré. Il est vrai que dans la suite de son discours il dit que, cette science pouvant contribuer à la ruine & à la perte des hommes, il avoit résolu de la supprimer, se réservant néanmoins la faculté de l'enseigner de vive voix à ceux qui s'en voudroient servir contre les Infidèles.

Il a cependant produit plusieurs choses nouvelles pour la guerre ; & nous pouvons dire en passant que c'est lui qui s'est avisé le premier d'arrondir les flancs de ses Bastions en dedans de leur demi gorge ; dont je voy que l'on a

renouvelé l'usage depuis peu parmi nous : Quoi que les raisons *de Tartaglia* soient bien différentes des nôtres.

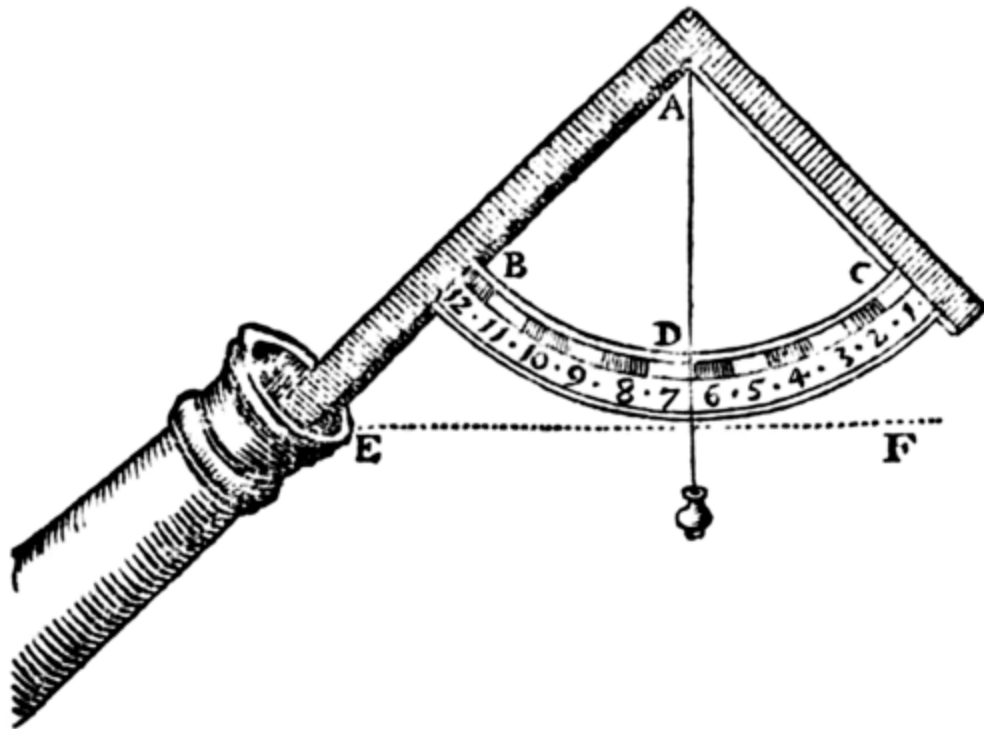
Les Courtines étoient extrêmement longues de son temps, & les Bastions très-petits. L'attaque se faisoit alors le plus souvent au milieu de la courtine : ainsi il étoit bon de disposer le flanc de cette forme, afin que ces pièces pussent non seulement les flanquer, mais tirer même dans le dos des brèches que l'on y auroit faites : à quoy les flancs arondis en dedans font un merveilleux effet, contenant plus de pièces tournées vers la Courtine que les flancs en ligne droite.

Mais à présent que les attaques se font aux faces des Bastions, il me semble que le Canon des flancs doit être principalement tourné de leur côté, & que ceux qui ne voient que la courtine ne font pas de grand usage : Auquel cas il est faux de dire qu'un flanc arondi contienne plus de Canons voyans la face opposée, qu'un flanc droit ; Et cet usage à mon sens, ne sert qu'à ôter du terrain dans la gorge du Bastion en la resserrant, à diminuer la défense en l'allongeant, & à augmenter inutilement la dépence.

CHAPITRE V.

Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

C 'Est encore le même *Tartaglia* qui est l'Inventeur de l'Equerre des Canoniers dont voici la figure.



Elle a deux bras attachez à angles droits, dont l'un est plus long que l'autre, afin de pouvoir entrer dans l'ame de la piece que l'on veut pointer. Les bras sont enfermés d'un quart de Cercle, dont le centre est au point où ils sont joints, & où il a un filet attaché avec un plomb. Le quart de Cercle est divisé en 12. parties égales à commencer du côté du plus petit bras : ces parties s'appellent des *points*, & chaque point est encore divisé en 12. autres particules que l'on appelle des minutes : & par ce moyen le quart de Cercle entier est divisé en 144. parcelles.

L'usage de l'Equerre est de mesurer les differentes elevations d'une piece d'Artillerie ou d'un mortier : car mettant le bras le plus long A E dans l'ame du Canon, le plomb tombant perpendiculairement, marque par son filet le

point de l'élevation sur le bord du Quart de Cercle. Comme si l'on suppose que la piece soit élevée suivant la ligne droite E A, & que la droite E F soit mené parallèle à l'horizon ; il est aisé de démontrer que l'angle de l'Elevation F E A, est égal à l'angle C A D qui est marqué par le nombre des points compris entre le bras C de l'Equerre & le filet A D.

Il y a apparence que *Tartaglia* a crû que les différentes étenduës des coups de Canon ou de mortier suivant leurs différentes elevations, croissoient ou décroissoient à proportion des points de son Equerre ; C'est à dire qu'un coup d'une piece pointée au quatrième point alloit quatre fois plus loin, que lors qu'elle étoit pointée au premier point ; & deux fois plus loin que lors qu'elle étoit seulement élevée au deuxième. Car je ne voy pas que la division de cet instrument puisse être d'aucun autre usage.

Mais il a été bien trompé s'il a été persuadé que les portées d'une piece s'augmentoient ou diminuoient suivant cet ordre, puisque nous sçavons par la raison & par l'experience, qu'elles suivent une proportion infiniment éloignée de celle-la.

CHAPITRE VI.

Autres découvertes de Tartaglia.

IL est néanmoins le premier qui se soit apperceu, qu'il étoit absolument impossible qu'il y eut aucun endroit dans toute l'étenduë de la ligne, que le boulet ou la bombe décrit par son passage dans l'air, fut en ligne droite, & qu'il falloit nécessairement que cette ligne fut courbe en toutes les parties.

C'est le même qui a dit le premier que les coups tirés à l'élevation du sixième point de son Equerre qui répond à l'angle de 45 degrez, étoient ceux dont la portée étoit de plus grande étenduë, & qu'ils alloient plus loin non seulement que les coups tirés lors que la piece étoit moins élevée comme au quatrième ou au cinquième point, mais que ceux même qui partoient d'une élévation au dessus comme au septième ou huitième point & même plus haut.

Il dit que les Canoniers de son temps étoient persuadés que les coups tirés à deux points en dessous du sixième, étoient plus grands que ceux du sixième ; mais qu'ils en avoient été defabusés par la doctrine & par l'expérience, après une gageure fait à Verone en l'année 1532, où l'on tira deux coups d'une Coulevrine de vingt livres chargée également de poudre & de balle, l'un sur l'élevation du sixième point, & l'autre sur celle de deux points au dessous.

Il avouë qu'il n'étoit pas présent à l'expérience & que ce qu'il dit de l'étenduë de chaque coup, n'est que sur le raport des autres, qui lui firent entendre que le premier coup au sixième point avoit porté à la longueur de 1972 perches Veroneses qui sont à peu près égales à nos toises, & l'autre coup au deuxième point au dessous du sixième, à la longueur de 1872.

Surquoy il faut cette reflexion, qu'il faut dans la supputation de ces deux nombres, qu'il y soit arrivé de trois choses l'une ; ou que l'on n'ait pas mesuré exactement l'étenduë de ces deux coups ; ou que l'on ne la lui ait pas rapportée au juste ; ou que la piece du second coup ait été plus chargée ou de meilleur poudre qu'au premier : parce, dit-il, que la raison lui fait conoitre que la portée du second coup ne devoit pas être si grande à

proportion du premier. S'il avoit marqué de combien elle devoit être moindre, nous pourrions tirer quelque connoissance de ses sentimens ; Mais il ne dit rien de plus.

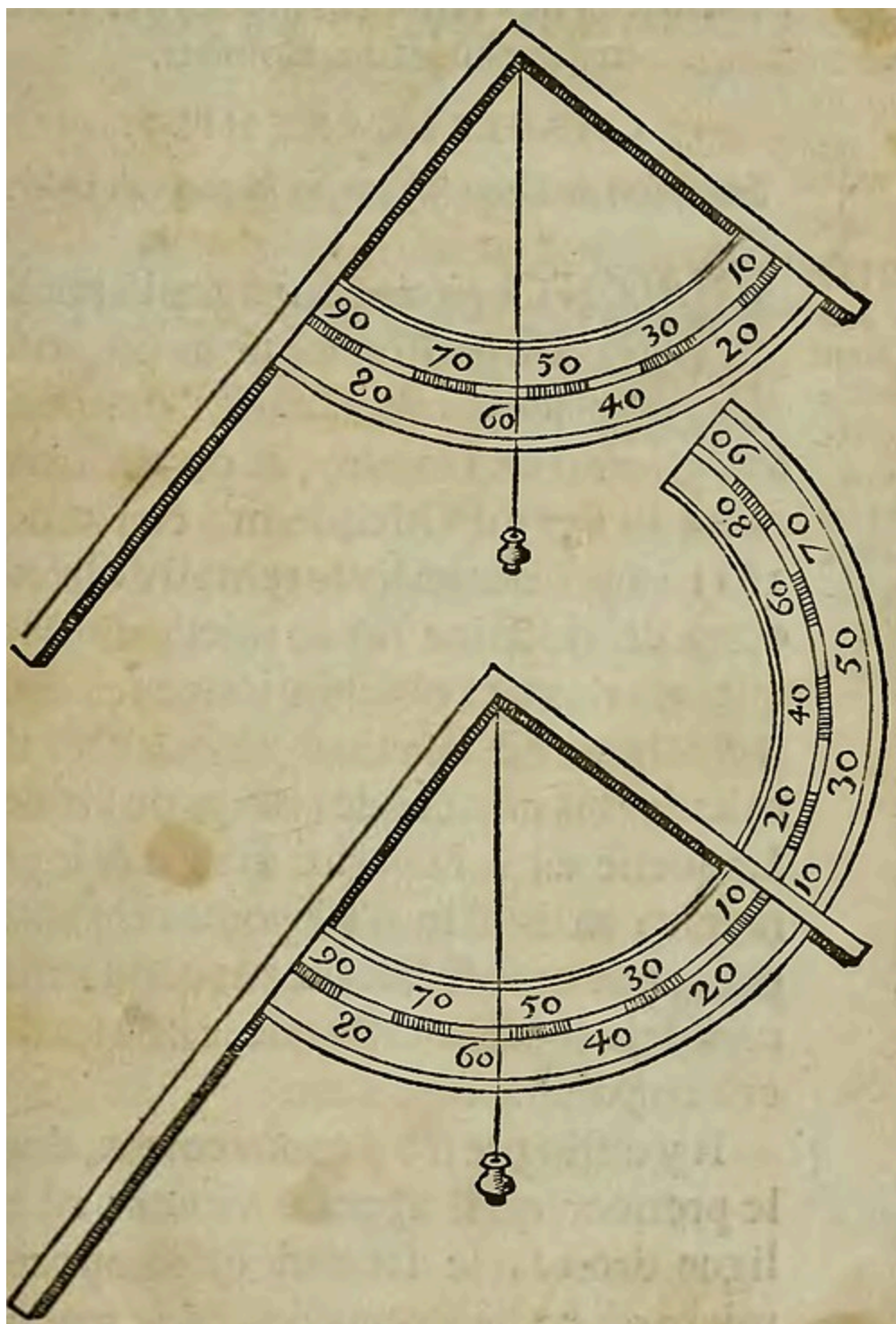
Ce qu'il dit néanmoins que le second coup ne devoit pas être si grand, est véritable ; car l'angle droit de l'Equerre étant partagé en 12. parties égales, chaque point contient $7\frac{1}{2}$. deg., & partant l'élevation à deux points au dessous du sixième est à 15. deg. sous le demy droit, c'est à dire à 30. deg. ; suivant laquelle la portée ne devoit être au vrai que de 1710. perches, si celle de 45. deg. avoit été de 1972.

Cette difference si notable me fait conjecturer qu'il y a faute au texte de l'Auteur, & qu'au lieu de deux points au dessous du sixième, il faut lire un point au dessous du sixième ; Car la portée du second coup de 1872 perches supposé que celle du premier coup à l'élevation de 45. degrés fut de 1972. demande l'élevation de près de 36. deg. qui n'est pas éloignée de celle du cinquième point de l'Equerre, qui est un point au dessous du sixième.

Supposant donc, ce qui est très véritable, que les différentes étendues des coups de volée ne suivent point du tout la proportion des points de l'Equerre de *Tartaglia* ; il paroît que pour s'en servir avec quelque utilité, il faudroit que le Canonier éprouvât sa piece élevée à tous les points & même à toutes les minutes de son Equerre, & qu'ayant exactement mesuré toutes les portées, il se souvint précisément de chacune pour s'en servir quand il auroit besoin de la faire chasser à une distance égale. Deplus il faudroit qu'il se souvint de donner toujours la même charge & la même poudre à sa piece ; autrement les experiences seroient inutiles. Et ce qui est de plus incomode, c'est qu'elles ne lui pourroient servir en aucune maniere pour les coups tirés d'une autre piece ; sur laquelle il faudroit qu'il fit de nouvelles épreuves. De sorte que comme il est moralement impossible de faire un art sur la disposition de tant & de si différentes experiences, & dont il est même très-difficile de se souvenir ; Il paroît que cet instrument ne sert à proprement parler qu'à faire parade d'une fausse capacité.

L'utilité que les plus habiles d'entr'eux ont accoutumé d'en tirer, est de remarquer au juste l'élevation des premiers coups, qu'ils tirent, comme j'ay dit, sur l'estime de la distance & sur la connoissance qu'ils ont à peu près par la pratique de la portée de leur piece ou de leur mortier. Auquel cas

l'Equerre ordinairement divisée par degrez est bien plus universelle & peut servir à beaucoup d'autres usages. Elle est, comme celle de *Tartaglia* composée de deux bras inégaux à angles droits, dont le plus grand sert à mettre dans la piece, ou dans le Mortier. Le quart de Cercle est divisé en 90. degrez à commencer du bras le plus court, & le plomb est attaché par un filet au centre. Quelques uns font passer l'arc de cercle au delà du plus petit bras, afin de



s'en servir pour les coups pointés au dessous du rés de chauffée.

LIVRE SECOND.

Sentimens des Auteurs modernes sur la
nature du jet des Bombes.

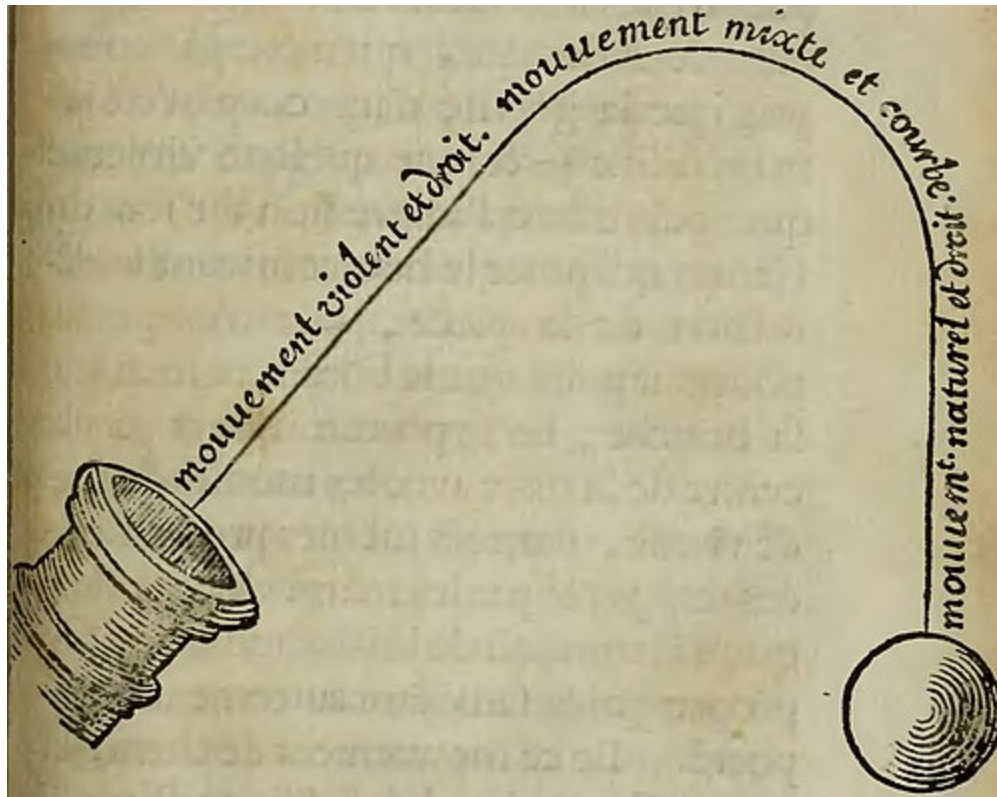
CHAPITRE PREMIER.

Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.



UN Capitaine Espagnol appelé *Diego Ufano* qui avoit long temps servi dans l'Artillerie aux guerres de Flandre, & particulièrement au siege d'Ostende fit, en l'année 1611. imprimer un livre rempli de beaucoup de doctrine sur ce sujet, dans lequel entr'autres observations curieuses, il enseigne une maniere particuliere de calculer les portées des coups de volée : Laquelle est à la verité subtile & ingenieuse ; mais elle n'est point veritable, parce que cet officier n'a pas conû la nature de la ligne courbe que le boulet décrit en passant dans l'air.

Il y distingue trois mouvemens, dont le premier qu'il appelle violent est en ligne droit, le second qu'il appelle mixte est en ligne courbe, & le troisiéme qu'il appelle mouvement pur ou naturel est aussi en ligne droite. C'est à dire qu'il conçoit que la force de la poudre communique au boulet un mouvement qui le porte en ligne droite suivant la direction de la piece tant que cette force est assez grande ; mais lors que se rallentissant elle vient à être égallée par le pesan-



teur du boulet, la direction de la ligne se change, & elle devient courbe par le mélange de deux impressions : Et cette courbe devient droite & perpendiculaire lors que la pesanteur, ayant entièrement surmonté & même effacé la force imprimée par le feu, elle se trouve en liberté de porter le boulet en ligne droite vers le centre de la terre.

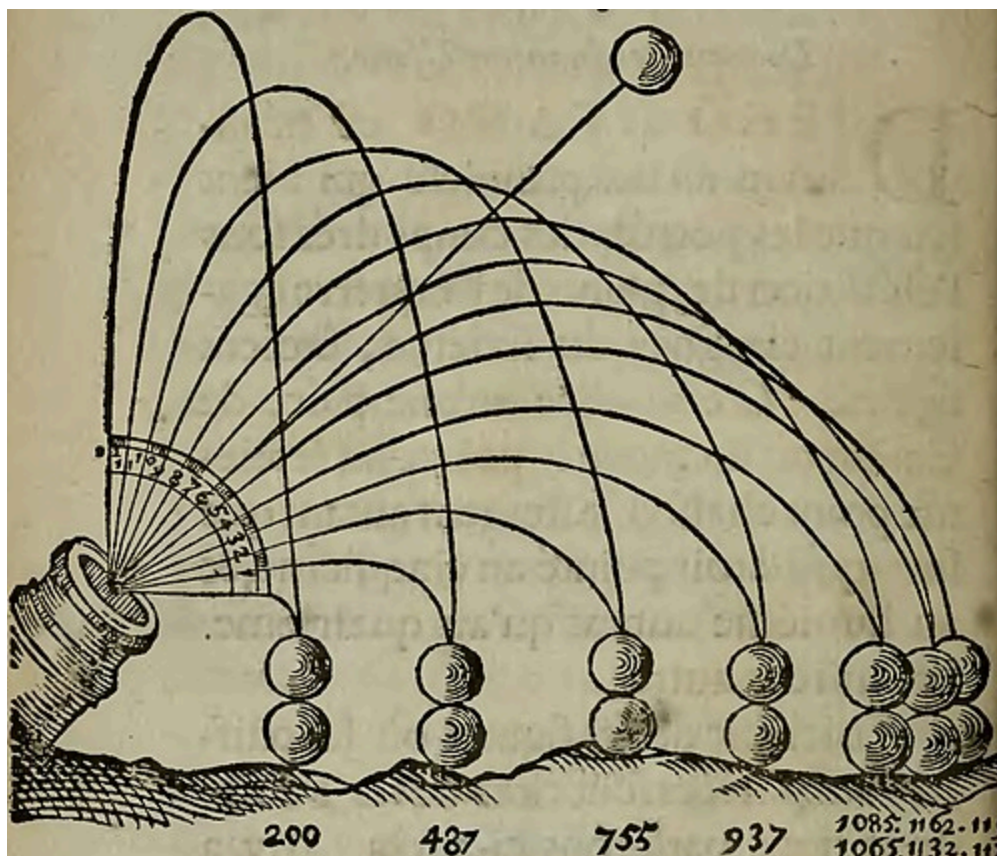
Ce sentiment lui est commun avec la plupart des Ingenieurs & Canoniers Italiens & Allemands, qui n'ont pas compris que la gravité d'un corps n'est jamais oisive ; & que quelque violente que puisse être l'impression du feu du Canon qui porte le boulet suivant la direction de la piece, elle n'empêche pourtant point que le boulet au sortir de sa bouche ne se porte toujours vers le centre de la terre avec les mêmes degrés de vitesse, dans les mêmes proportions des temps, & par les mêmes intervalles, que s'il tomboit sans être lui-même ou de son propre poids sans être autrement transporté. Et ce mouvement de cheute étant différent de celui de l'impression, il altere nécessairement la ligne de la direction du boulet, laquelle par ce moyen ne peut jamais être droite comme ils le prétendent. Mais cette matière sera ci-après expliquée plus particulièrement.

CHAPITRE II.

Découvertes du même Ufano.

DIEGO UFANO est néanmoins un des premiers qui aient sçû que les portées des coups tirés sous l'élévation des points de l'Equerre également éloignez du fixième, étoient égales. C'est-à-dire qu'une pièce de Canon ou un mortier pointé au septième point chassoit justement autant que lors-qu'il étoit pointé au cinquième, & au huitième autant qu'au quatrième. Et ainsi des autres.

Voici une de ses figures où les chiffres des portées sont tirés de ses Tables dont nous parlerons ci-après. Il y a des fautes considérables dans ceux de la figure de son livre que j'ai corrigées dans celle-ci, où j'ai mis les portées à peu près dans la distance qu'elles doivent être à proportion des nombres qui leur répondent ; ce qui n'est pas dans celle de l'Auteur où les portées sont éloignées également l'une de l'autre. Sa plus grande portée au fixième point n'est marquée que de 1170 pas, au



cinquième de 1132, & au quatriéme de 1065 ; au lieu desquels nombres j'ai mis 1190 pas pour le fixiéme point, 1162 pour le cinquiéme, & 1085 pour le quatriéme. Je dirai les raisons ce changement lors-que j'aurai expliqué la méthode générale qu'il enseigne pour calculer les portées.

T A B L E D'U F A N O .				degrez. portées.			
degrez. portées.				21	914		24
				22	937		23
				23	959		22
				24	980		21
				25	1000		20
				26	1019		19
				27	1037		18
				28	1044	*	17
				29	1056	*	16
				30	1065	*	15
0	200	pas.					
1	244		44				
2	287		42				
3	329		43				
4	370		41				

5	410	40	31	1079	*	14
6	449	39	32	1082		13
7	487	38				
8	524	37	33	1094		12
			34	1105		11
9	560	36	35	1115		10
10	595	35	36	1124		9
11	629	34				
12	662	33	37	1132		8
			38	1149		7
13	694	32	39	1155		6
14	725	31	40	1160		5
15	755	30				
16	784	29	41	1164		4
			42	1167		3
17	812	28	43	1169		2
18	839	27	44	1170		1
19	865	26				
20	890	25	45	1171		1

Outre les nombres qu'il donne pour les coups élevés aux points de l'Equerre de *Tartaglia*, il donne une fuite entière pour les élévations à chaque degré, dans laquelle supposant, comme il a fait dans sa figure, que la portée du coup de point en blanc, qu'il appelle le point de l'ame, soit de 200 pas à $2\frac{1}{2}$ piés pour pas ; il dit qu'à l'élévation d'un degré elle fera de 244 pas ; à celle de 2 degrés de 287. &c. ce que j'ai réduit en cette table ; dans laquelle il paroît, comme j'ai dit, qu'il a pris les nombres qui sont dans sa figure. Car le premier est en l'un & en l'autre pour le coup de point en blanc ; le second au premier point de l'Equerre, qui est élevé à $7\frac{1}{2}$ degrés répond seulement au 7 dégr. de la table ; le troisième au second point répond, comme il faut, au 15 degré ; le quatrième sur le troisième point qui est élevé à $22\frac{1}{2}$ dégr., répond au 22 ; le cinquième sur le quatrième point, répond aussi, comme il faut, à 30 dégr. ; le sixième sur le cinquième point élevé à $37\frac{1}{2}$ degré, répond à 37 ; & le dernier sur le sixième point élevé à 45 dégr. répond à 44 deg.

Cette table a des défauts. Le premier est que donnant une assés grande étenduë à la portée de point en blanc, il en donne autant à celle du douzième point de l'Equerre, c'est à dire lors-que la pièce est pointée perpendiculairement ; ce qui est impossible. Car quoi que l'étenduë de point en blanc puisse être aucunement considérable, tant parce que la pièce est ordinairement quelques piés au dessus du rez de chaussé, qu'à cause que la poudre élève le boulet au dedans de l'ame du Canon, & fait que sortant de la bouche il est naturellement porté en haut, comme nous l'expliquerons mieux ci-après ; l'on ne peut pas dire néanmoins que le boulet d'une pièce pointée à plomb puisse monter autrement qu'à plomb & descendre par un autre chemin que celui par lequel il est monté.

L'autre défaut est que les nombres ne se suivent pas par tout avec proportion, & particulièrement depuis le nombre qui répond au 29 dégr. car dans tous les chiffres de la table il paroît que leurs differences diminuent également & qu'ils sont moins éloignés l'un de l'autre à mesure qu'ils répondent à plus grand nombre de dégrez ; cependant la différence des deux nombres 1037 & 1044 qui répondent à 27 & 28 dégr. n'est que 7 ; celle des nombres 1044 & 1050 répondans à 28 & 29 dégr. n'est que 6 ; qui sont l'une & l'autre beaucoup moindres que la différence des deux nombres suivans 1050 & 1065 répondans à 29 & 30 dégr. qui est 15.

Un autre défaut est qu'il ne donne rien pour l'étenduë de la plus grande élévation de 45 dégr. ; il dit seulement qu'elle doit être d'un pas plus grande que celle de 44 dégr. ; & comme la différence des portées à l'élévation de 43 & 44 dégrés n'est aussi que d'un pas, il s'ensuit que ces différences sont égales, c'est à dire hors de la proportion de toutes les autres.

Tout ceci me fait présumer que ni les nombres de cette table ni la règle qui les a produits, ne sont point de l'invention de cet Auteur ; & qu'il peut être que lui ayant été communiqué d'ailleurs, il les a transcrits sans les bien entendre & avec assez de désordre ; ce qui se conoîtra encore mieux dans la suite.

CHAPITRE III.

Pratique d'Ufano examinée.

V Oici cependant cette règle ou pratique, que j'appelle fort ingénieuse, & qu'il nous donne pour calculer l'étenduë de tous les coups de volée en toutes sortes d'élévation. Il fait premièrement l'épreuve de la pièce à l'élévation d'un degré, qu'il appelle à raz de métal, dont il mesure l'étenduë. Il en divise le nombre des mesures par 50 & multiplie le quotient par 11 ; le produit est ce qu'il nomme la *totale progression*, laquelle il faut ajouter au premier nombre pour avoir l'étenduë du coup à l'élévation de 2 dégr., & ainsi de suite, en le diminuant néanmoins à chaque fois d'un autre nombre qui lui vient en divisant cette totale progression par 44.

Ainsi supposant, comme il dit, que la pièce élevée à raz de métal ou à un degré, ait porté à 1000 pas ; il divise 1000 par 50, & le quotient qui est 20 multiplié par 11, donne 220 pour le nombre qu'il appelle *la totale progression*, qu'il faut toujours ajouter de degré en degré, le diminuant toutefois à chacun du nombre de 5 qui vient de la division de 220 par 44.

Ceci posé : l'élévation d'un degré donnant 1000 pas ; celle de deux degrés donnera 1220 ; celle de 3 dégr. 1435, qui vient en ajoutant 220 moins 5 ou 215 au précédent 1220 ; celle de 4 dégr. 1645 fait en ajoutant 215 moins 5 ou 210 au précédent 1435 ; celle de 5 degrés 1850 provenant de l'addition de 210 moins 5 ou 205 au précédent 1645 ; & ainsi des autres. Dont j'ai fait la table suivante, dans laquelle j'ai mis non seulement les degrés depuis un jusqu'à 45 en montant. Mais même ceux qui leur répondent depuis 90 jusqu'à 45 en descendant. J'ai aussi mis à côté les différences qui diminuent de cinq à chaque degré.

Ta table précédente a été tirée de la même règle, ce que Ufano n'a peut-être pas compris ; il faut seulement poser que la portée de 200 pas, qu'il dit être celle de but en blanc, & qu'il appelle le point de l'ame, est celle de l'élévation d'un degré ou à raz de métal ; car par ce moyen divisant 200 par 50 & multipliant le quotient 4 par 11, vous aurez 44 pour le nombre de *la*

totale progression, lequel étant divisé par 44 donne 1 pour le nombre qu'il faut ôter de la progression à chaque degré.

Ainsi posant 200 pour 1 degré, nous aurons 244 pour 2 deg. & pour 3 deg. 287 qui vient de l'addition de la progression 44 moins 1 ou 43, au nombre précédent 244 ; pour 4 degrés 329 en ajoutant 43 moins 1 ou 42, au précédent 287 ; & pour 5 degrés 370 en ajoutant 42 moins 1 c'est à dire 41, au nombre précédent 329 ; & ainsi des autres.

Par ce moyen l'on conoît la plus grande étendue à l'élévation de 45 deg. proportionnée à toutes les autres. De plus l'on découvre l'erreur qui s'est faite dans la suite des nombres de la table de l'Auteur, qui répondent au 29 deg. car au lieu de 1044 qui n'est éloigné que de 7 du précédent 1037, il faut mettre 1054 afin que la différence soit

T A B L E sur <i>l'Hypothese d'Ufano.</i>				degrez. portées. diff.			
degrez.		portées.		diff.			
90	0	0	0	69	21	4450	125
				68	22	4570	120
				67	23	4685	115
				66	24	4795	110
89	1	1000	0	65	25	4900	105
88	2	1220	220	64	26	5000	100
87	3	1435	215	63	27	5095	95
86	4	1645	210	62	28	5185	90
				61	29	5270	85
				60	30	5350	80
85	5	1850	205	59	31	5425	75
84	6	2050	200	58	32	5495	70
83	7	2245	195				
82	8	2435	190	57	33	5560	65
				56	34	5620	60
81	9	2620	185	55	35	5675	55
80	10	2800	180	54	36	5725	50
79	11	2975	175				
78	12	3145	170	53	37	5770	45
				52	38	5810	40

77	13	3310	165	51	39	5845	35
76	14	3470	160	50	40	5875	30
75	15	3625	155				
74	16	3775	150	49	41	5900	25
				48	42	5920	20
73	17	3920	145	47	43	5935	15
72	18	4060	140	46	44	5945	10
71	19	4195	135				
70	20	4325	130	45		5950	5

T A B L E				dégrez. portées. diff.					
fur									
<i>l'Hipothese d'Ufano.</i>									
dégrez.		portées.		dégrez.		portées.		diff.	
90	0	0	0	69	21	890	25		
				68	22	914	24		
				67	23	937	23		
				66	24	959	22		
				65	25	980	21		
				64	26	100	20		
89	1	200	0	63	27	1019	19		
88	2	244	44	62	28	1037	18		
87	3	287	43						
86	4	329	42						
				61	29	1054	17		
				60	30	1070	16		
85	5	370	41	59	31	1085	15		
84	6	410	40	58	32	1099	14		
83	7	449	39						
82	8	487	38						
				57	33	1112	13		
				56	34	1124	12		
81	9	524	37	55	35	1135	11		
80	10	560	36	54	36	1145	10		
79	11	595	35						
78	12	629	34						
				53	37	1154	9		
				52	38	1162	8		
77	13	662	33	51	39	1169	7		
76	14	694	32	50	40	1175	6		
75	15	725	31						

74	16	755	30	49	41	1180	5
				48	42	1184	4
73	17	784	29	47	43	1187	3
72	18	812	28	46	44	1189	2
71	19	839	27				
70	20	865	26	45		1190	1

17 ; & au lieu de 1050 qui vient après, il faut mettre 1070 ; & 1085 au lieu de 1065 & ainsi des autres, comme on le voit dans la seconde Table que j'ai corrigée & faite pour ce sujet où les nombres & les différences sont marquées.

J'ai dit que cette règle étoit subtil & ingénieuse, mais qu'elle n'étoit point véritable ; parce que l'on a reconnu par l'expérience & par la raison, que les coups de volée d'un Canon ou d'un mortier selon les différentes élévations

<i>Portées véritables sur les Positions d'Ufano.</i>			dégrez.	portées.	
dégrez.	portées.		69	21	19175
90	0	0	68	22	19897
			67	23	20605
			66	24	21292
89	1	1000	65	25	21948
88	2	2000	64	26	22579
87	3	2991	63	27	23180
86	4	3986	62	28	23754
			61	29	24301
			60	30	24811
85	5	4974	59	31	25298
84	6	5957	58	32	25757
83	7	6931			
82	8	7897	57	33	26117
			56	34	26567
81	9	8854	55	35	26922
80	10	9799	54	36	27152
79	11	10733			
78	12	11307	53	37	27541

			52	38	27805
77	13	12559	51	39	28029
76	14	13449	50	40	28218
75	15	14327			
74	16	15186	49	41	28372
			48	42	28496
73	17	16023	47	43	28584
72	18	16842	46	44	28636
71	19	17642			
70	20	18412	45		28653

<i>Portées véritables sur les Positions d'Ufano.</i>			dégrez.	portées.	
dégrez.		portées.	69	21	3834
90	0	0	68	22	3978
			67	23	4120
89	1	200	66	24	4258
88	2	400	65	25	4388
87	3	595	64	26	4514
86	4	797	63	27	4636
			62	28	4750
85	5	994	61	29	4860
84	6	1190	60	30	4962
83	7	1386	59	31	5058
82	8	1578	58	32	5150
			57	33	5234
81	9	1770	56	34	5312
80	10	1958	55	35	5384
79	11	2146	54	36	5450
78	12	2272			
			53	37	5508
77	13	2510	52	38	5560
76	14	2688	51	39	5604
			50	40	5642

75	15	2864			
74	16	3036	49	41	5674
			48	42	5698
73	17	3204	47	43	5716
72	18	3368	46	44	5726
71	19	3528			
70	20	3682	45		5730

fuivent une proportion beaucoup éloignée de celle ci. Car posé que le coup au premier degré soit de 1000 mesures ; il fera de 2000 à deux degrés qui est bien loin de 1220 ; de 2991 au troisième dégr. au lieu de 1435 ; de 28653 au quarante cinquième dégr. qui est plus de cinq fois 5950 & ainsi des autres.

Ainsi posant que le coup au premier degré soit de 200 pas ; au second il fera de 400 & non pas de 244 ; au troisième de 595 au lieu de 287 ; au quarante cinquième de 5730 au lieu de 1190 ; & ainsi du reste, dont j'ai mis ici les deux tables par avance, afin que les comparant aux précédentes, l'on en puisse mieux reconnoître les défauts ; qui paroîtront encore plus clairement, lors-que l'on aura bien compris ce que je dirai ci-après de la nature du mouvement.

CHAPITRE IV.

Pratique de Loüis Collado examinée.

LA pratique manuelle de l'Artillerie de Loüis Collado Ingenieur du Roi d'Espagne dans le Milanois, avoit été imprimée quelque tems avant le livre de Diego Ufano dont nous venons de parler. Cet auteur fait un Chapitre dans son troisiéme livre, de la manière de tirer des balles avec le mortier ; dans lequel il explique principalement la nécessité qu'il y a d'en fortifier les affuts, à cause que les mortiers ne reculant point comme les pièces de Canon, c'est aux affuts à porter tout l'effort du coup. Puis ayant fait voir comme il faut les charger, il dit que leur usage n'est point pour battre des murailles ni pour tirer de point en blanc, mais bien pour élever de telle manière la balle en haut par un mouvement violent & forcé, que venant à tomber de son mouvement naturel, elle puisse nuire aux ennemis dans l'endroit que l'on désire ; ce qui ne se fait, dit-il, que par le moyen des *points de l'Equerre* & donnant à la pièce ou au mortier l'élévation que demande la chose à laquelle on tire, qui est une pratique que l'on laisse *au jugement d'un bon Canonier*.

Il croyoit ce que la plûpart des Canoniers ont crû devant & après lui, que le boulet au sortir de la bouche du Canon marchoit en ligne droite tant que la force de l'impression de la poudre étoit plus grande que celle de sa pésanteur, & qu'il décrivait une ligne courbe aussi-tôt que le poids pouvoit contre-balancer la force mouvante ; laquelle courbe dégénéroit enfin en ligne droite & perpendiculaire, quand le poids se trouvoit le plus fort. Il a sçû que la plus grande portée d'une pièce étoit au fixième point de l'Equerre ; mais il a crû que celles des points au dessus étoient moindres que celles des points qui leur répondent au dessous.

Il rapporte même une expérience, qu'il a faite avec un fauconneau de trois livres de balle élevé suivant les divers points de l'Equerre, sur laquelle il conseille les Canoniers de se régler pour les portées de toutes leurs pièces. Il dit donc que son fauconneau pointé à niveau de l'ame a chassé 368 pas ; au premier point de l'Equerre 326 pas au delà, qui font, dit-ili, en tout 594 ;

au second point 200 pas deplus, qui font en tout 794 ; au troisième point 160 pas deplus, & en tout 954 ; au quatrième point 56 pas au delà, & en tout 1010 ; au cinquième point 30 pas deplus, & en tout 1040 ; & au sixième point seulement 13 pas au delà, qui font en tout 1053 pas pour la plus grande portée.

Il ne rapporte point les nombres des pas des portées de son fauconneau élevé au dessus du sixième point ; il dit seulement qu'au septième point la balle chût plusieurs pas en deça de la portée du sixième ; au huitième point elle tomba entre la portée du troisième & du second point ; au neuvième point entre celle du second & du premier. Et qu'au dixième point la balle chût tout près de la pièce.

Je ne m'arrêterai pas à raisonner sur le rapport de cet Auteur & sur le peu de sûreté qu'il y a à ces expériences. Je dirai seulement en passant qu'il y a faute dans les chiffres de ses nombres, & qu'il faut qu'au premier point de l'Equerre la pièce n'ait pas chassé, comme il dit, 326 pas plus loin qu'elle n'avoit à niveau de l'ame ; mais seulement 226 pas, parce que 268 & 326 ne font pas, comme il dit, 594 mais bien 694.

CHAPITRE V.

Sentiment de Rivaut de Flurance.

IL parut au commencement de ce siècle un livre des élémens de l'Artillerie composé par un nommé Rivaut de Flurance, qui prétend démontrer la plupart des effets du Canon sur les principes de la Philosophie d'Aristote ; il y enseigne une doctrine particulière pour la différence des portées d'une pièce suivant les différentes inclinations ; laquelle est tellement éloignée de la vérité & de la raison, que je ne voudrois pas m'arrêter à y contredire ; si je ne craignois que l'autorité de celui qui l'a produite, ne pût faire impression sur l'esprit de ceux qui ne sont pas capables d'en bien juger.

Car cet Auteur est le même David Rivaut de Flurance qui nous a depuis donné une traduction Latine des ouvrages Grecs d'Archimede avec quelques commentaires, où il prend le nom de Précepteur du Roi Louis treiz, à qui, comme je crois, il avoit enseigné les Mathématiques.

C'étoit un homme d'une tres-grande Erudition, qui avoit lû une infinité de bons livres, qui avoit une connaissance parfaite de la langue Greque & des autres langues Orientales : Il avoit étudié plus que mediocrement aux Mathématiques ; & c'est un malheur pour lui d'avoir entrepris de travailler sur les ouvrages d'Archimede & de n'avoir pas connu que ses forces n'étoient pas suffisantes pour un si grand fardeau.

CHAPITRE VI.

Origine des Arquebuses à vent.

JE crois devoir dire ici en passant qu'il donne dans son livre des élémens de l'Artillerie, la figure & la construction d'un Arquebuse à vent qui avoit été inventée par un nommé *Marin Bourgeois de Lizieux* & présentée au Roi Henri le Grand ; afin de défabufer ceux qui ont crû que l'on en devoit le secret à des ouvriers d'Hollande qui en ont débité depuis lui.

Pratique de Rivaut examinée.

En-suite après avoir dit que les portées de point en blanc ne se peuvent conoître que par l'expérience & en reculant ou avançant la pièce jusqu'à ce qu'étant pointée au niveau de l'ame, elle

chasse précisément à un but déterminé ; il suppose par manière de Petition que la portée moyenne soit la même dans toutes les élévations, d'où il conclut que les portées mortes sont entr'elles comme les sinus du

complement des angles dans lesquels la pièce est élevée. C'est à dire que la portée A E de la pièce élevée en I A G, est à la portée A D de la même pièce élevée en I A C, comme le sinus du complement de l'angle I A G, est au sinus du complement de l'angle I A C.

Car supposé que les droites A C & A G, qui sont les portées moyennes, soient égales, ainsi qu'il le demande, le Cercle I G C H décrit du centre A, passera par G & par C ; & les perpendiculaires G E & C D seront les sinus des angles I A G & I A C ; & les droites G M & C F seront les sinus de leurs complemens ; mais les droites G M & C F sont égales aux portées mortes A E & A D ; donc les portées mortes sont entr'elles comme les sinus de complement des angles de leurs inclinations. Ce qui est vrai sur cette hypothese que les portées moyennes A G & A C soient égales ; mais comme c'est une supposition fautive, il ne faut pas s'étonner de la fausseté de la conclusion.

Et sans m'arrêter à une plus longue discussion, il suffit de prendre garde que par ce raisonnement toutes les portées depuis celle du niveau de l'ame jusqu'à celle du sixième point, vont toujours en diminuant ; car la portée A I du niveau de l'ame est plus grande que la portée A E qui est de la pièce élevée par exemple au troisième point ; & la portée A E plus grande que A D à l'élévation du sixième point ; & ainsi des autres. Ce qui est absolument faux : & l'expérience nous fait voir que les portées vont toujours en augmentant jusqu'au sixième point ; c'est à dire jusqu'à l'élévation de 45 degrés ; après lequel elles diminuent jusqu'à celle de 90 degrés qui est du douzième point de l'Equerre, mais avec une proportion extrêmement éloignée de celle des sinus de complement des angles de leurs inclinations.

CHAPITRE VIII.

Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

C A Z I M I R S I E M I E N O W S K I Gentil-homme Polonois & autrefois Lieutenant Général de l'Artillerie de Pologne, a recherché avec un soin incroyable ce qui pouvoit appartenir à ce sujet, dont il a fait un excellent livre en langue latine appellé *le grand Art de l'Artillerie*. La première partie en a été imprimée en Hollande en l'année 1650, & nous n'aurions peut-être rien à désirer sur cette matière si la seconde partie avoit été donnée au public. Car il dit dans son avant propos que cette partie est plein d'une infinité de belles connoissances, dont celles-ci, qui sont à notre sujet, ne sont pas les moins considérables ; promettant d'enseigner à fond l'Art de pointer le Canon & lui donner les élévations ou dépressions nécessaires pour les faire chasser à une distance donnée, & de savoir à quelle distance il portera suivant les différentes élévations

Il promet dans le second Livre une doctrine complete des mortiers, de leur origine, de leurs diverses figures, de leur usage, & des tables pour la proportion des portées en toutes sortes d'élévations. Mais toutes ces belles assurances sont vaines si cette seconde partie ne tombe un jour entre les mains de quelque personne qui veuille bien que le public en profite.

CHAPITRE IX.

Pratique de Daniel Elrich examinée.

JE pensois avoir recouvré ce trésor dans un Livre qui me fut dernièrement envoyé du Grand Art de l'Artillerie traduit en Allemand avec un supplément de la seconde partie, que je croïois être celle que l'Auteur nous avoit promise : mais je me suis trouvé bien loin de mes esperances, lorsqu'en le lisant j'ai connu que ce supplément n'étoit pas de Siemienowski, mais d'un autre appelé Daniel Elrich, Maître Canonier ou Capitaine d'Artillerie de la Ville de Francfort sur le Mein, où ce Livre a été imprimé en l'année 1676.

Ce n'est pas qu'il y ait beaucoup de bonnes choses dans cet Ouvrage ; mais au sujet des Bombes, il n'y a rien qui puisse nous satisfaire. Quoi que, dans le sixième chapitre de son sixième Livre, il dise que pour se servir utilement du mortier, il y faut employer l'Equerre, qui dans la figure est un Quart de Cercle divisé en 90 degrés qu'il appelle points de 10 en 10. Pour cet effet il veut que l'on fasse une croix de deux triangles de bois polies, à angles droits l'une sur l'autre, & égales au diamètre du mortier, pour pouvoir être placée horizontalement à fleur de la bouche ; puis ayant fait un trou dans cette croix, il y fait entrer une pointe qui est à l'un des côtes du quart de cercle continué au dessous de la circonférence, afin que ce côté de l'Instrument soit par ce moyen perpendiculaire à la bouche du mortier, & partant parallèle à la ligne de l'ame.

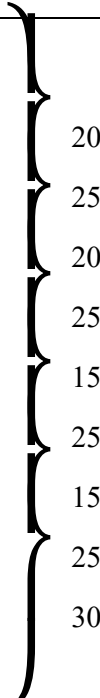
Après quoi il dit que le mortier étant situé à plomb, la balle tombera à deux ou trois pas de l'affût : quoi qu'il y en ait, dit-il, qui veulent qu'elle tombe précisément dans le mortier. Puis l'inclinant à l'angle de 10 dégr. qu'il appelle le premier point, la balle s'en éloignera à la distance de 200 pas ; parce, dit-il, qu'il faut donner 20 pas pour chaque degré. À l'onzième degré 220 pas. Au douzième 245. Au treizième 265. Au quatorzième 290. Au quinzième 305. Au seizième 330. Au dixseptième 345. Au dixhuitième 370. Au dixneuvième 400. Au vingtième 430. Car il faut, dit-il, savoir que le jet devient plus bas à mesure que le mortier est panché, & chasse par conséquent

la balle par un plus grand Arc. Au troisième point qui est à 30 dégr., la balle tombe à 775 pas. Au quatrième c'est-à-dire à 40. dégr. elle tombe à 935. Et si le Mortier est incliné à l'angle de 42 dégrez, il fait alors le plus grand des jets de la balle qui est de 1050 pas. Quand il est panché au delà de 42 dégr. jusqu'au sixième point qui est de 60 dégr. la portée en est racourcie & la balle tombera comme elle a fait au quatrième point ou à 40 dégr. à la distance de 935 pas. Au septième point comme au troisième. Au huitième comme au premier. Et si on l'incline jusqu'à 90 dégr. ; ce fera, dit-il, *un tir de noyaux*, & la balle ne s'arrêtera pas seulement dans le mortier en cette situation : comme le tir à plomb s'élève continuellement en l'air jusqu'à ce qu'il soit repoussé en arriere par la pesanteur qui le fait retomber auprès du mortier.

Voilà toute la doctrine de cet Auteur que j'ai voulu comprendre dans cette Table où les portées sont marquées comme il l'ordonne à côté des dégrez de l'Equerre. Surquoi il y a diverses choses à considérer. La première est que le jet au douzième degré surpassant celui de l'onzième de 25 pas ; celui du treizième ne surpassé son précédent au douzième que de 20 pas. Et celui du quatorzième surpassant le treizième de 25 pas ; celui du quinzième n'excède son précédent au quatorzième que de 15 pas. Ainsi le seizième surpassant le quinzième de 25 pas ; le dixseptième ne surpassé le seizième que de 15 pas. Qui sont des irrégularitez que la nature du jet des Bombes ne souffre pas ; qui veut que les distances augmentent toujours dans une certaine proportion depuis 1 degré jusqu'à 45 ; d'où elles diminuent dans le même ordre jusqu'à 90. En second lieu il établit la plus grande portée à l'angle de 42 dégr., quoi qu'en effet elle ne soit dans la plus grande étendue qu'à 45. Il paroît enfin qu'il s'est fort trompé quand il dit qu'au sixième point, que l'on ne peut pas prendre autrement qu'à l'angle de 60 dégr., la balle tombe à la même

distance où elle étoit tombée au qua

<i>Portées d'Elrich.</i>		<i>Vrayes.</i>	
Dégrez.	Pas.	Pas de 5 piés.	
	1	20	20 1½
	2	40	40 4
	3	60	61
	4	80	81 2
	5	100	101 3

1	6	120		121	3
	7	140		141	$2\frac{1}{2}$
	8	160		159	$2\frac{1}{2}$
	9	180		180	$2\frac{1}{2}$
	10	200		200	
	11	220		219	
	12	245		237	4
	13	265		256	2
	14	290		274	3
	15	305		292	2
	16	330		309	4
	17	345		327	3
	18	370		343	1
	19	400		360	
2	20	430		375	4
3	30	775		506	$2\frac{1}{2}$
4	40	935		575	4
	42	1050		581	3
	45			584	4
6	60	935		506	$2\frac{1}{2}$
7	70	775		375	4
8	80	220		200	

trième ; & au septième comme au troisième. Ce qui est manifestement contraire à la raison & aux expériences, qui marquent que la portée au quatrième point est la même que celle du cinquième ; celle du troisième égale à celle du sixième, celle du second à celle du septième ; celle du premier à celle du huitième, comme il dit ; & enfin celle du neuvième ou de 90 dég., à celle de 0 c'est-à-dire à la perpendiculaire.

Et pour faire mieux conoître de combien cette doctrine s'éloigne de la vérité, j'ai ajoûté dans cette Table les véritables portées en pas & en piés à cinq piés pour pas, que je prens pour pas Géométriques ; supposant, comme il a fait, que la portée au premier point, c'est-à-dire à 10. degrés fut de 200 pas. Où il faut remarquer que je n'ai pas été scrupuleux dans les fractions, que j'ai prises pour rien quand elles se sont trouvées moindres qu'un tiers de pié ; pour un pié quand elles ont été au dessus des deux tiers ; & pour un demi pié quand elles se sont rencontrées entre ces deux termes.

CHAPITRE X.

Sentiment de Galée.

LE Pere Merfene Minime rapporte dans un traité qu'il a fait sur cette matière, qu'il appelle *de la Balistique*, qu'un nommé Galée autrefois Ingenieur de l'Archiduc Albert & du Marquis de Spinola, lui avoit donnée un écrit de sa main qui contenoit diverses observations sur les portées du Canon.

Cet homme croyoit, comme plusieurs autres, que le boulet au sortir de la pièce faisoit beaucoup de chemin en ligne droite, ce qu'il appelloit la portée de point en blanc ; après quoi sa route se changeoit en courbe jusqu'à ce qu'il fut à terre. Il appelloit l'étenduë entière, depuis la bouche du Canon jusqu'au point de sa chute sur le plan de l'horison, la portée morte : & par les expériences qu'il avoit faites il prétendoit que la portée de point en blanc étoit à peu près la moitié de la portée morte.

Il disoit qu'aux gros Canons la portée de point en blanc de niveau, étoit à celle de la plus grande volée, qui se faisoit au fixième point de l'Equerre, c'est-à-dire sous l'angle de 45 degrés, à peu près comme 1 à 11 ; qu'aux demi Canons elle étoit comme 1 à $10\frac{1}{2}$; & qu'aux petites pièces elle n'étoit que comme 1 à 10. D'où il conclut que la portée morte de niveau est à celle de la plus grande volée dans le gros Canon à peu près comme 1 à 6, ou comme 1 à 5 aux petites pièces ; & que la portée de niveau étoit à celle qui feroit faite sur l'élévation d'un degré comme 5 à 6, ou au plus près comme 53 à 67, ou bien comme 14 à 17.

Il affûroit qu'aux coups de la plus grande volée sous l'élévation de 45 degrés, la portée de point en blanc, c'est à dire l'étenduë dans laquelle le boulet marche en ligne droite, est à la portée de point en blanc horizontale comme 5 à 1, ou au moins comme 9 à 2. Et que continuant en-suite à monter, la plus grande hauteur perpendiculaire n'est pas, ainsi que *Tartaglia* la crût, quadruple, mais bien près de quintuple de la portée de point en blanc horizontale. Deplus que cette plus grande hauteur perpendiculaire n'est pas

éloignée de la bouche du Canon d'une distance seulement sextuple, mais presque septuple de la même portée.

Cet Ingenieur s'est bien douté que la ligne que le boulet décrit dans la plus grande volée étoit ou Hyperbolique ou Parabolique, non pas qu'il eût jamais fait aucun raisonnement approchant de causes & de la nature de cette ligne, mais seulement à l'œil & par la force de ses observations.

Au reste il donne à l'étendue du plus grand coup de volée d'un Canon 16200 piés ; & comme il suppose ainsi que nous avons dit, que la portée morte horizontale est à cette plus grande portée comme 1 à 6 ; il s'enfuit par son calcul que cette portée morte qui se fait de niveau & sans aucune élévation est de 2700 piés.

CHAPITRE XI.

Pratique de Galée examinée.

Sur ce fondement il faut une table pour les portées d'une pièce en toutes sortes d'élévations, qui est encore plus ingénieuse que celle d'Ufano que nous avons expliquée ci-devant, quoi qu'elle ne soit guère plus véritable : car pour le dire en un mot, toutes ces raisons de bien-fiance ne quadrent point au génie de la nature.

Pour cet effet il ôte l'étenduë de la portée morte horizontale, qui est comme il dit que 2700 piés, de celle de la plus grande volée sous l'élévation de 45 degrés, qui est de 16200 piés, pour avoir leur différence 13500 ; laquelle il divise par la somme de tous les nombres qui se suivent depuis 1 jusqu'à 45 c'est-à-dire, par 1035 afin d'avoir $13\frac{1}{23}$ au quotient, dont il se sert pour faire des soustractions continues du nombre 16200, de degré en degré depuis 45 jusqu'à 0 en descendant ou en montant jusqu'à 90.

Ainsi donnant 16200 piés pour la portée à 45 dég., il donne à celle de 44 & de 46 degrés 16200 piés moins $13\frac{1}{23}$ c'est à dire $16186\frac{22}{23}$; & à la portée sous les angles de 45 & de 47 degrés $16186\frac{22}{23}$ moins de deux fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $26\frac{2}{23}$. C'est-à-dire $16160\frac{20}{23}$; & à celle des angles de 42 & 48 dég., $16160\frac{20}{23}$ moins trois fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $39\frac{3}{23}$ c'est-à-dire $16121\frac{17}{23}$. Et ainsi du reste ; en ôtant du nombre des piés appartenans au précédent dég. le même nombre $13\frac{1}{23}$ multiplié autant de fois qu'il y a d'unités entre 45 & le degré dont on veut avoir le nombre de piés.

Ainsi pour avoir le répondant à 15 & à 75 degrés, qui est $10134\frac{18}{23}$ piés, il faut ôter du nombre $10426\frac{2}{23}$ répondant aux degrés précédens 16 & 74, le nombre $391\frac{7}{23}$ produit de la multiplication de $13\frac{1}{23}$ par 30, (qui est celui des unités, comprises entre 15 & 45.) Et pour avoir le nombre des piés répondans à 26 & 64 degrés, il ne faut que soustraire $247\frac{19}{23}$ produit de la

multiplication de $13\frac{1}{23}$ par 19, (qui est le nombre des unitez contenuës entre 26 & 45, du nombre des piés $13869\frac{13}{23}$ répondant aux degrés précédens 27 & 63, afin d'avoir $13621\frac{17}{23}$. Et ainsi du reste.

Voici la table, dans laquelle il y a quatre colonnes, dont les deux premières contiennent les degrés de l'Equerre depuis 45 en descendant jusqu'à 0 ; & jusqu'à 90 en montant ; la seconde contient une suite de nombres en progression Arithmetique dont le moindre & la différence sont $13\frac{1}{23}$. Les nombres de main gauche tant dans cette colonne que dans la suivante, sont nombres entiers, & les derniers sont numerateurs de fractions dont le dénominateur est toujours 23 ; d'où vient que 13. 1. qui répond à 45 degrés veut dire $13\frac{1}{23}$; 26 2. répondant à 44 & à 46 degrés veut dire $26\frac{2}{23}$; 104. 8. répondant à 38 & à 52 degrés, fait $104\frac{8}{23}$; ainsi 16186. 22 répondant dans la quatrième colonne à 44 & à 46 degrés, fait $16186\frac{22}{23}$; 14104. 8. qui répond à 28 & 62 degrés vaut $14104\frac{8}{23}$. Et ainsi des autres.

Ces nombres de la troisième colonne sont les différences de ceux qui leur répondent dans la quatrième ; ils sont, comme nous avons dit, une suite continue de progression Arithmetique, dont le premier nombre & la différence est toujours $13\frac{1}{23}$; & ils naissent de la multiplication de ce nombre par celui des unitez contenuës entre 45 degrés & les degrés qui leur répondent ; ainsi le premier sous 45 deg. étant $13\frac{1}{23}$; le second sous 44 & 46 degrés est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 2 c'est à dire $26\frac{2}{23}$ le troisième sous 43 & 47 degrés est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 3 ou $39\frac{3}{23}$; le dixième sous 36 & 54 deg. est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 10 ou $130\frac{10}{23}$ le vingt deuxième sous 24 & 66 degrés est $13\frac{1}{23}$ par 22 ou $286\frac{22}{23}$. Et ainsi des autres.

dég.		differences.		portées,		dégrez.		portées.
45	45	13	1	16200	piés.	45	45	16200 pi.
44	46	26	2	16186	22	44	46	16190
43	47	39	3	16160	20	43	47	16161
42	48	52	4	16121	17	42	48	16111

41	49	65	5	16069	13		41	49	16043
40	50	76	6	16004	8		40	50	15954
39	51	91	7	15926	2		39	51	15845
38	52	104	8	15834	18		38	52	15719
37	53	117	9	15730	10		37	53	15573
36	54	130	10	15613	1		36	54	15408
35	55	143	11	15482	14		35	55	15223
34	56	156	12	15239	3		34	56	15021
33	57	169	13	15082	14		33	57	14799
32	58	182	14	14913	1		32	58	14561
31	59	195	15	14730	10		31	59	14303
30	60	208	16	14534	18		30	60	14029
29	61	221	17	14326	2		29	61	13738
28	62	234	18	14104	8		28	62	13439
27	63	247	19	13869	13		27	63	13124
26	64	260	20	13621	17		26	64	12766
25	65	273	21	13360	20		25	65	12409
24	66	286	22	13086	22		24	66	12038
23	67	300		12800			23	67	11653
22	68	313	1	12500			22	68	11254
21	69	326	2	12186	22		21	69	10839
20	70	339	3	11860	20		20	70	10413
19	71	352	4	11521	17		19	71	9974
18	72	365	5	11169	13		18	72	9509
17	73	378	6	10804	8		17	73	9059
16	74	391	7	10426	2		16	74	8584
15	75	404	8	10134	18		15	75	8100
14	76	417	9	9730	10		14	76	7606
13	77	430	10	9313	1		13	77	6902
12	78	443	11	8882	14		12	78	6589
11	79	456	12	8439	3		11	79	6069
10	80	469	13	7982	14		10	80	5540
9	81	482	14	7513	1		9	81	5006
8	82	495	15	7030	10		8	82	4161
7	83	508	16	6534	18		7	83	3919

6	84	521	17	6026	2	6	84	3368
5	85	534	18	5504	8	5	85	2812
4	86	547	19	4969	13	4	86	2255
3	87	566	20	4421	17	3	87	1699
2	88	573	21	3860	20	2	88	1131
1	89	589	22	3286	22	1	89	565
0	90		23	2700	23	0	90	0

La quatrième colonne contient le nombre de piés compris dans l'étendue de la portée d'une pièce élevée suivant les degrés qui leur répondent, posant que le coup de la plus grande volée sous 45 dégr. soit de 16200 piés, & que la portée purement horizontale soit de 2700 piés. Ainsi la pièce élevée suivant l'angle de 15 ou de 75 dégr. chassera à la longueur de $10134\frac{18}{23}$ piés, & à la longueur de $13869\frac{13}{23}$ si elle est élevée à l'angle de 27 ou 63 degrés.

Ces nombres, comme nous avons dit, naissent de la soustraction continuelle des différences qui leur répondent dans la troisième colonne ; ainsi le second $16186\frac{22}{23}$ se fait en ôtant du premier 16200 la différence qui lui répond $13\frac{1}{23}$; le troisième $16160\frac{20}{23}$ vient du second $16186\frac{1}{23}$ dont on a ôté la différence qui lui répond $26\frac{2}{23}$; le dixième $15623\frac{1}{23}$ se fait en ôtant du neuvième $15730\frac{10}{23}$ la différence $117\frac{9}{23}$; le dernier 2700 en ôtant du précédent $3286\frac{22}{23}$ la différence $586\frac{22}{23}$, & ainsi du reste.

Le même Pere Mersene dit dans la suite que plusieurs personnes sçavantes croioient que Galée avoit eu cette table d'un autre Ingenieur nommé Cognet. Mais soit qu'elle fut de lui ou d'un autre, pour faire voir de combien elle s'éloigne des véritable portées des pièces. J'ai calculé, sur la même supposition de 16200 piés pour la plus grande volée de 45 degrés, une autre table qui est sous les proportions que les portées gardent entre elles suivant leurs différentes inclinations ; afin que comparant les nombres de ces deux tables,

l'on puisse connoître de combien celle de Galée s'égloigne du vrai. Où l'on peut voir que leur différence n'est pas fort grande aux élévations des dégr. qui sont autour de 45, & qu'elle s'augmente toujours à mesure que les

élevations s'approchent de l'horizontale en diminuant, ou de la perpendiculaire en augmentant.

Surquoi il est à remarquer que cet Ingenieur donne à la pièce pointée à plomb, ou sous l'angle de 90 dég., la même portée de 2700 piés qu'il attribüe par son calcul à celle qui est pointée de niveau. Ce qui est absurde.

CHAPITRE XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

LE Roi ayant établi depuis quelques années une compagnie de Bombardiers, & voulant les faire instruire dans l'art de jeter les Bombes, a voulu qu'ils fissent, aux environs de St. Germain en Laye pendant qu'il y tenoit la Cour, diverses expériences pour ce sujet ; sur lesquelles ils ont fait à leur manière diverses observations & tiré des conséquences suivant leur raisonnement pour la construction de certaines tables, qui marquent les différentes étenduës des portées selon la différence des élévations du mortier en tous les degrés de l'Equerre depuis 1 jusqu'à 45.

Ils disent donc que le mortier chasse plus ou moins selon qu'il est plus ou moins chargé de poudre. Et qu'un mortier par exemple de douze pouces de calibre chargé dans la chambre de deux livres de poudre menuë grnée, donne de degré en degré 48 pieds de différence de portées, & pour la plus grande étenduë sous l'élévation de 45. dégr. 2160 piés. Le même mortier donnera de degré en degré 60 piés de différence, s'il est chargé de deux livres & demi de la même poudre, & 2700 piés pour la plus grande volée. Enfin il donnera 72 piés de différence de degré en degré, si la charge est de trois livres de poudre menuë grnée, qui est la charge la plus forte de la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre ; & à l'élévation de 45 degrés, qui est comme ils disent la plus grande volée, il chassera la Bombe à la distance de 3240 piés.

Sur ce fondement ils ont fait les tables que voici. La première suppose que la chambre du mortier est chargée de deux livres de poudre & est depuis 5 degrés jusqu'à 45 les nombres de piés des por-

Table des Bombardiers pour un mortier

de 12 pouces de Calibre.

1. Table à deux livres de poudre.

dég.	portées.

2. Table à deux livres & demi.

dég.	portées.

5	240	piés.
10	480	
11	528	diff.
12	576	48
13	624	
14	672	
15	720	
16	768	
17	816	
18	864	
19	912	
20	960	
21	1008	
22	1056	
23	1104	
24	1152	
25	1200	
26	1248	
27	1256	
28	1344	
29	1392	
30	1440	
31	1488	
32	1536	
33	1584	
34	1632	
35	1680	
36	1728	
37	1776	
38	1824	
39	1872	
40	1920	
41	1968	
42	2016	
43	2064	

36	2160	piés.
37	2220	
38	2280	diff.
39	2340	60
40	2400	
41	2460	
42	2520	
43	2580	
44	2640	
45	2700	

*3. Table à trois livres
de poudre.*

dég.	portées.	
37	2664	piés.
38	2736	
39	2808	diff.
40	2880	72
41	2952	
42	3024	
43	3096	

44	2112	44	3168
45	2160	45	3240

tées se trouvent en ajoutant 48. piés au précédent de degré en degré ; ainsi ajoutant 48 à 480 répondant à 10 degré, vous avez 528 pour 11 degrés, & 576 pour 12 en ajoutant 48 à 528, & 624 pour 13 degrés mettant 48 avec 576. & ainsi des autres.

La seconde à deux livres & demi de charge ne commence qu'à 36 dégr. jusqu'à 45 ; parce que le mortier avec cette charge donne autant de chasse à la bombe à 36 degrés, qu'à 45 lorsqu'il n'a que deux livres de poudre ; car l'étendue de la portée est en l'un & en l'autre de 2160 piés. Les nombres de piés des portées se surpassent l'un l'autre de 60 piés à chaque degré ; ainsi 2220 du trente septième degré vient de 2160 du trente-sixième & de 60 ajoutés ensemble, & 2280 du trente-huitième ajoutant 2220 avec 60. Et ainsi du reste.

La troisième à trois livres de poudre, qui est la plus grande charge que l'on doit donner à la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre, ne commence par la même raison qu'à 37 degrés jusqu'à 45 ; parce qu'avec cette charge il chasse presque aussi loin sous l'angle de 37 degrés, que sous celui de 45 avec deux livres & demi de poudre. Les nombres de piés des portées s'y suivent à chaque degré de 72 piés ; ainsi ajoutant 72 à 2664 du trente-septième degré, vous aurez 2736 pour le trente-huitième ; & ajoutant 72 à 2736, l'on a 2808 pour le trente-neuvième & 2880 pour le quarantième en ajoutant 72 à 2808. Et ainsi des autres.

Ils disent qu'un mortier de huit pouces de calibre chargé d'une demi livre de poudre menuë grénée, donne pour chaque degré d'élévation 42 piés de différence de portée, & pour la plus grande volée sous 45 degrés, donne 1890 piés. Le même chargé de trois quarterons de la même poudre donne 62 piés de différence de portées à chaque degré d'élévation, & pour la plus grande, qui est à 45 degrés, 2790 piés. Et enfin avec une livre de poudre qui est la plus forte charge que l'on doit donner à la chambre d'un mortier de huit pouces de calibre ; il donne 82 piés de différence de portée à chaque degré d'élévation, & 3690 piés pour la plus grande étendue sous l'angle de 45 degrés.

Voici les tables. La première à une demi livre de poudre commence à 5 degrés jusqu'à 45 & les nombres des portées se suivent en augmentant de 42 piés à chaque degré. La seconde à trois quarterons de la même poudre ne commence qu'à 31 degrés, parce qu'en cette élévation avec cette charge, la portée est plus grande que celle à 45 degrés avec une demi livre de poudre. Les nombres des portées se suivent en augmentant de 62 piés à chaque degré. La troisième à une livre de poudre commence à 35 dégr. où la portée est plus grande que celle à 45 degré avec trois quarterons de poudre : les nombres des portées s'y suivent en augmentant de 82 piés à chaque degré.

Table des Bombardiers pour un mortier

de huit pouces de Calibre.

1. Table à $\frac{1}{2}$ livre de poudre.

dég.	portées.	
5	210	piés.
10	420	
11	462	diff.
12	504	42
13	546	
14	588	
15	630	
16	672	
17	708	
18	756	
19	798	
20	840	
21	882	
22	924	
23	966	
24	1008	
25	1050	
26	1096	
27	1134	
28	1176	

2. Table à $\frac{3}{4}$ livre de poudre.

dég.	portées.	
31	1922	piés.
32	1984	
33	2046	diff.
34	2108	62
35	2170	
36	2232	
37	2294	
38	2356	
39	2418	
40	2480	
41	2542	
42	2604	
43	2666	
44	2728	
45	2790	

29	1218
30	1260
31	1302
32	1344
33	1386
34	1428
35	1470
36	1512
37	1554
38	1596
39	1638
40	1680
41	1722
42	1764
43	1806
44	1846
45	1870

3. Table à une livre de poudre.

dég. portées.

35	2870	piés.
36	2952	
37	3034	
38	3116	diff.
39	3198	82
40	3280	
41	3362	
42	3444	
43	3526	
44	3608	
45	3690	

Je pourrois ajouter ici divers autres de leurs calculs, mais comme ils sont tous faits sur un même raisonnement ; j'ai crû que ceux-ci pouvoient suffire pour faire voir que comme ils ont crû que les portées augmentoient toujours également à chaque degré d'élévations du mortier, ils ont ajusté leurs tables à leurs sentimens, plutôt que s'appliquer à faire des expériences exactes & fidèles, sans se laisser prévenir d'opinions de bienfiance, qui sont presque toujours fausses, comme est celle-ci, ainsi qu'il se verra dans la suite.

Voilà enfin tout ce que j'ai pu tirer de la lumière de ces Auteurs & de quantité d'autres de toutes Nations, qui sur cette matière remettent tout à la pratique expérimentale du bon Canonier, ou suivent aveuglement les raisonnemens de ceux qui les ont devancés & dont nous venons de parler. Reste donc maintenant à expliquer ce que l'on a reconnu de véritable & de démonstratif sur ce sujet. Ce que je vais faire dans cette seconde partie.

L'ART DE JETTER
LES
BOMBES,

Et de connoître l'étendue des coups
de volée d'un Canon en toutes
fortes d'Élévations.

SECONDE PARTIE.

Pratique de L'Art de Jetter les Bombes.

L I V R E P R E M I E R .

*Pour les jets dont l'étenduë est au niveau des
batteries par le moyen des sinus.*



Comme la Théorie de cette doctrine est d'elle-même assez difficile & suppose des connoissances dont les principes doivent être rapportés de loin ; j'ai crû que pour embarasser d'autant moins l'esprit de ceux qui voudroient s'en servir avec quelque utilité, je ferois bien de leur enseigner premièrement les Pratiques, & de remettre dans la suite à leur donner l'explication de leurs raisons & de leurs fondemens.

Ces pratiques ont été pour la plûpart inventées, sur la doctrine de Galilée premier & principal Mathematicien du grand Duc de Toscane, par Torricelli son disciple & son successeur : qui nous a premièrement expliqué que pour connoître les différentes portées des coups de volée d'une pièce d'Artillerie ou d'un mortier en toutes sortes d'élévations, il falloit avant toutes choses en afaire une épreuve bien exacte, en tirant la pièce ou le mortier élevé sous un angle bien connu, & mesurant l'étenduë de sa portée avec toute la précision possible, pour en pouvoir faire un fondement certain pour toutes les autres : car d'une seule expérience sûre & fidèle, l'on vient à la connoissance de tous les autres effets, en cette maniere.

CHAPITRE PREMIER .

*Pour trouver l'étendue d'un coup sur une
élévation donnée.*

S I vous voulez sçavoir l'étendue de la portée de votre pièce à telle autre élévation qu'il vous plaira, faites que comme le sinus du double de l'angle de l'élévation sous laquelle l'expérience a été faite, (que j'appellerai dorenavant la première élévation, est au sinus du double de l'angle de l'élévation proposée ; ainsi l'étendue de la portée connue par l'expérience, (que j'appellerai aussi désormais la première portée,) soit à un autre. Et vous aurez ce que vous demandez.

Comme si ayant fait l'expérience de votre pièce élevée sous l'angle de 30 degrés, vous avez trouvé qu'elle ait chassé précisément à la longueur de 1000 toises ou 1000 autres mesures ; pour sçavoir qu'elle fera la portée de la même pièce avec la même charge, lors-qu'elle sera élevée à l'angle de 45 degrés ; il faut prendre le sinus de l'angle de 60 degrés double de celui de la première élévation, qui est 8660, & en faire le premier terme de la règle de Trois, dont le second est sinus de l'angle de 90 degrés double de celui de l'élévation que l'on propose qui est 10000 ; & le troisième est le nombre de mesures de la première portée qui est 1000 toises, & les disposer en cette manière.

Si 8660 me donnent 10000, que me donneront 1000 ? pour avoir près de 1155 toises pour la portée de la pièce élevée sous l'angle de 45 degrés.

Où il faut remarquer que lors-que l'angle de l'inclination proposée est plus grand que 45 degrés, il ne faut pas le doubler pour avoir le sinus que la règle demande ; mais il faut à sa place prendre le sinus du double de son complément à l'angle droit. Comme si l'on propose l'élévation de la pièce à l'angle de 50 degrés, il faut prendre le sinus de 80 degrés double de 40 degrés qui font le complément à l'angle droit du proposé de 50 deg.

CHAPITRE II.

Trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

SI vous donne une étenduë déterminée à laquelle on veut que la pièce chasse, pourvû que cette étenduë ne soit pas plus grande que celle de l'élévation de 45 degrés : pour trouver l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la pièce pour lui faire faire l'effet proposé ; il faut dire que comme la première portée est à l'étenduë que l'on propose, ainsi le sinus du double de l'angle de la première élévation, soit à un autre. Et ce nombre fera le sinus du double de l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la pièce.

Comme si l'on veut que le Canon ou le mortier porte à la distance de 800 toises ou 800 autres mesures, il faut que la première étenduë de 1000 toises, soit le premier terme de la règle de Trois, la portée proposée de 800 toises soit le deuxième, & le troisième soit 8660 sinus de l'angle de 60 degrés double de celui de 30 degrés de la première élévation. En cette maniere.

Si 1000 toises font 800 to. qui feront 8660 ? pour avoir 6928 qui est le sinus de l'angle 43 degrés 52, dont la moitié, c'est-à-dire 21. 56', est l'angle de l'élévation que vous devez donner à la pièce pour faire l'effet proposé. Et si vous ôtez les 21. 56' de l'angle droit ou de 92 degrés, vous aurez l'angle du complement de 68 degrés 4' que vous pourrez prendre pour l'élévation de votre pièce ; car elle chassera également loin, soit que vous l'éleviez à l'angle de 21. 56', ou à celui de son complement 68. 4'.

C H A P I T R E I I I .

Table de finus servant au jet des Bombes.

P Our plus grande facilité & pour ôter cet embarras que l'on a de
rechercher les finus du double des angles des élévations proposées ;
Galilée & Torricelli ont

dégrez. portées.			dég. portées.		
90		0			0
89	1	349	65	25	7660
88	2	698	64	26	7880
87	3	1045	63	27	8090
86	4	1392	62	28	8290
85	5	1736	61	29	8480
84	6	2079	60	30	8660
83	7	2419	59	31	8829
82	8	2556	58	32	8988
81	9	3090	57	33	9135
80	10	3420	56	34	9272
79	11	3746	55	35	9397
78	12	4067	54	36	9511
77	13	4384	53	37	9613
76	14	4695	52	38	9703
75	15	5000	51	39	9781
74	16	5299	50	40	9848
73	17	5592	49	41	9903
72	18	5870	48	42	9945
71	19	6157	47	43	9976
70	20	6428	46	44	9994
69	21	6691	45	45	10000
68	22	6947			
67	23	7193			
66	24	7431			

fait des Tables que j'ai mises ici, dans lesquelles on voit tout d'un coup les sinus des angles que l'on recherche. C'est-à-dire que ces tables ont été tirées de celles des sinus ordinaires, dont elles ne diffèrent qu'en ce que les nombres qui répondent ici à chaque degré, sont dans les tables ordinaires ceux qui répondent aux degrés qui sont doubles de ceux-ci ; car le nombre répondant ici à 1 degré répond dans l'autre à 2 degrés ; celui qui répond ici à 2 degrés répond dans l'autre à 4 deg. ; celui de 20 deg. est de 40 degrés dans l'autre. Et ainsi du reste.

CHAPITRE IV.

Usage de la Table pour trouver l'étenduë, sur un élévation donnée.

L, Usage de cette table est facile. Car pour connoître l'étenduë sur une élévation proposée, il ne faut que prendre pour premier terme de la règle de Trois, le nombre qui répond à l'angle de la première élévation, & pour second celui qui répond à l'angle de l'élévation proposée ; & enfin le nombre des mesures de la première étenduë pour troisième terme ; afin que par la règle vous ayez pour quatrième l'étenduë que vous cherchez.

Comme si, nous servant des exemples que nous avons rapportez ci-devant, nous voulons savoir quelle sera la portée d'une pièce élevée à l'angle de 45 degrés, supposé qu'elle ait chassé à la longueur de 1000 toises lorsqu'elle étoit élevée à l'angle de 30 degrés. Je dis ainsi.

Si 8660 répondant à 30. dégr. me donnent 10000 répondant à 45 dégr., que me donneront 1000 to. de la première portée ; & j'aurai près de 1155 toises pour la portée que l'on demande.

CHAPITRE V.

Pour trouver l'élévation sur une étendue donnée

Ainsi pour savoir à quel angle je dois élever ma pièce pour la faire chasser à une distance donnée, qui ne soit pas plus grande que celle de 1155 to. qui est l'étendue de la pièce élevée à 45 degrés : je prens pour premier terme de ma règle la première étendue, pour second l'étendue proposée, pour troisième le nombre répondant dans la table à l'angle de la première élévation, & le quatrième sera le nombre répondant à l'angle de l'élévation que l'on demande.

Comme si l'on veut faire chasser la pièce à la distance de 800 toises, il faut faire ainsi.

Si 1000 toises première étendue, me donnent 800 toises étendue proposée, que me donneront 8660 répondant à la première élévation ? Et j'aurai 6928 dont le nombre le plus proche de la Table est 6947 qui répond aux angles de 22 deg. & de 68 deg. Qui sont ceux où je pourrai élever la pièce pour lui faire faire l'effet proposé.

Au reste le nombre 10000 de la plus grande portée de la Table n'a pas été pris au hazard : car outre que c'est celui que l'on donne ordinairement au sinus total dans la Table commune des sinus, d'où celle-ci a été tirée ; c'est que la moitié de ce nombre, c'est-à-dire 5000, réduite en pas Géométriques, marque assez justement la plus grande portée d'une Coulevrine de 30 livres de balle.

Nous pouvons joindre ici les autres tables que Galilée & Torricelli nous ont données, comme celle des hauteurs des jets en toutes sortes d'élévation d'une même pièce également chargée ; celle des hauteurs ou sublimitez des jets dont les longueurs horizontales sont égales en toutes élévations ; & une troisième que j'ai calculée de la proportion de la force qu'il faut imprimer au mobile pour le faire porter à une même longueur horizontale en toutes sortes d'élévations.

C H A P I T R E V I .

Table des hauteurs des jets de même force.

DAns la première, c'est-à-dire dans celle des hauteurs des jets en toutes fortes d'élévation, lorsque la force est toujours la même, (laquelle a beaucoup de liaison avec celle des étendues que nous venons d'expliquer ;) nous ne nous sommes pas servis des nombres qui se trouvent dans les tables de Galilée & de Torricelli ; parce qu'ayant donné le nombre 10000 à la moitié de leur plus grand portée, ils mettent aussi le même nombre 10000 à la plus grande hauteur à cause que celle-ci, c'est-à-dire la hauteur du jet perpendiculaire, est égale à la moitié de la plus grande portée qui est celle de la pièce pointée sous l'angle de 45 degrés. Mais comme nous avons supposé dans la table précédente que la plus grand portée étoit 10000, la plus grande hauteur sur ce pié ne peut être que de 5000. Et partant tous les nombres de nôtre table des hauteurs sont les moitiés de ceux de Galilée. Les nombres de la table des portées sont proportionels aux sinus du double des angles de l'élévation, & ceux de cette table des hauteurs, sont les quarts des sinus versés du double des mêmes angles, parce qu'ils sont les moitiés des nombres

de la Table de Torricelli qui

Table des hauteurs des Jets poussez d'une même force dont la plus grande portée est 10000.

dég.	hauteur	dég.	hauteur.	dég.	hauteur.
1	$1\frac{1}{2}$	31	1326	61	3825
2	$6\frac{1}{2}$	32	1405	62	3898
3	14	33	1483	63	3969
4	25	34	1564	64	4039
5	38	35	1645	65	4107
6	54	36	1728	66	4173
7	75	37	1810	67	4237
8	97	38	1896	68	4298

9	123	39	1981	69	4352
10	151	40	2066	70	4415
11	182	41	2151	71	4470
12	216	42	2238	72	4522
13	253	43	2327	73	4572
14	292	44	5413	74	4620
15	335	45	2500	75	4665
16	380	46	2586	76	4708
17	427	47	2673	77	4748
18	477	48	2761	78	4783
19	530	49	2849	79	4818
20	585	50	2934	80	4849
21	642	51	3019	81	4878
22	701	52	3103	82	4903
23	763	53	3189	83	4925
24	842	54	3273	84	4945
25	893	55	3355	85	4962
26	961	56	3436	86	4975
27	1030	57	3517	87	4986
28	1102	58	3595	88	4998
29	1175	59	3674	89	4999
30	1249	60	3757	90	5000

font les moities des mêmes sinus.

L'usage de cette table est tel. Connoissant l'étendue d'un jet suivant un angle d'inclination, si l'on en veut savoir la hauteur, il faut faire que comme le nombre répondant à l'angle proposé dans la table des portées est à l'étendue connue de votre jet ; ainsi le nombre répondant au même angle dans la table des hauteurs, soit à un autre ? Qui vous donnera la hauteur que vous demandez ; comme si la portée du jet sous l'angle de 22 degrés étant de 800 toises, je veux savoir la hauteur perpendiculaire, je prens pour premier terme de ma règle de Trois le nombre qui réponde à 22 dég. dans la table des portées qui est 6947, pour second terme 800 to. de la portée connue, pour troisième le nombre 701 répondant à l'angle de 22 dég. dans la table des hauteurs ; & par la règle je trouve que la hauteur du jet que je demande est de 80 toises 4 piés 4 pouces.

Mais si la même portée de 800 to. venoit d'un jet fait sous l'élévation de 68 dég. complément de l'angle de 22 dég. ; il faudroit prendre, pour troisième terme de la règle de Trois, le nombre qui répond dans la table des hauteurs à l'angle de 68 dég. qui est 4298 ; & par la règle nous aurions pour la hauteur du jet proposé 494 toises 5 piés 8 pouces.

C H A P I T R E V I I .

Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue.

V Oici la seconde Table qui est celle des hauteurs & des sublimitez des jets d'une même étendue de portée en toutes sortes d'élévations : cette étendue supposée par tout égale à celle que nous avons prise pour nôtre plus grande portée dans autres tables, c'est-à-dire à 10000 parties ; ce qui fait que tous les nombres de cette table, comme ceux des précédentes, ne sont que la moitié de ceux qui se trouvent dans celles de Galilée & de Torricelli qui ont donné

Table des hauteurs & des sublimitez des Jets dont l'étendue en toutes élévations est toujours la même, posée de 10000 parties.

dég.	haut.	subl.		dég.	haut.	subl.	
0	0	infini.	90				
1	43	143225	89	25	1166	5361	65
2	87	71593	88	26	1219	5126	64
3	131	47703	87	27	1274	4906	63
4	175	35751	86	28	1329	4702	62
5	218	28575	85	29	1386	4510	61
6	262	23786	84	30	1443	4330	60
7	307	20361	83	31	1502	4160	59
8	352	17788	82	32	1562	4001	58
9	396	15784	81	33	1623	3849	57
10	441	14178	80	34	1686	3706	56
11	486	12861	79	35	1750	3570	55
12	531	11761	78	36	1816	3441	54
13	577	10828	77	37	1884	3317	53
14	623	10027	76	38	1953	3200	52
15	670	9330	75	39	2024	3087	51
16	717	8718	74	40	2098	2979	50

17	764	8177	73	41	2173	2876	49
18	812	7694	72	42	2251	2776	48
19	856	7260	71	43	2331	2681	47
20	910	6868	70	44	2414	2589	46
21	956	6512	69	45	2500	2500	45
22	1010	6187	68				
23	1061	5889	67				
24	1113	5615	66				

fubl. haut. dég.

fubl. haut. dég.

le même nombre 10000 à l'étendue de leur demi-parabole ; au lieu que nous en faisons celle de la parabole entière ; d'où il arrive que tous les nombres des hauteurs sont chacun le quart de ceux qui sont les tangentes des angles d'élévation dans la Table ordinaire des sinus, & ceux des sublimités sont chacun le quart des tangentes du complément des mêmes angles.

Je ne m'arrêterai pas à vouloir faire comprendre ce que l'on entend par la sublimité d'une parabole ou d'un jet, parce que tout cela sera expliqué fort au long dans la troisième partie de ce Livre. Je parlerai donc seulement de l'usage de cette table, qui est tel ; que voulant savoir sur une étendue donnée, quelle doit être la sublimité & la hauteur d'un jet sur l'élévation d'un angle donné ? il faut faire que comme le nombre 10000 est à l'étendue proposée, ainsi ceux des hauteurs & sublimités qui répondent à l'angle donné dans la Table, sont à d'autres ; que seront ceux que l'on demande. Comme si l'étendue proposée étant de 800 toises, on veut savoir la hauteur & la sublimité du jet de cette longueur sous l'élévation de 26 degrés. le premier terme de la règle de Trois est 10000, le second est 800, & le troisième pour la hauteur est 1219, qui donne pour quatrième $93\frac{1}{2}$. Le même troisième pour la sublimité est 5126 qui donne pour quatrième 410. Ainsi la hauteur du jet sur cette hypothèse sera de $93\frac{1}{2}$ toises, & la sublimité de 410 toises. Ce qui est de particulier est qu'à l'élévation de l'angle de 64 degrés. qui est le complément de l'angle proposé de 26 degrés, les hauteurs & les sublimités sont réciproques, c'est-à-dire que la hauteur est de 410 to., & la sublimité de $93\frac{1}{2}$.

C H A P I T E R V I I I .

Table de la force des jets de même étendue.

LA table qui suit est faite en ajoutant ensemble les hauteurs & les sublimitez de la précédente. Son usage est pour la proportion que la force qui a chassé le mobile à une certaine distance suivant un certain angle d'élévation, doit avoir à une force qui pourra chasser le même mobile ou son égal à la même distance suivant tout autre degré d'élévation ; c'est-à-dire que la force du jet parcourant un certain espace sous l'angle de 22 dégr. ou de son complément à l'angle droit qui est de 68 dégr., sera à la force du jet parcourant le même espace sous l'angle de 35 dégr. ou de 55 dégr. qui est son complément à un droit, comme le nombre 7197 répondant à 22 dégr. est à 5321 répondant à 35 dégrez. L'on voit par cette table que de tous les jets d'une même étendue ; celui où il faut moins de force est le jet qui se fait sous l'élévation de 45 dégrez, & qu'il faut que la force augmente à mesure que l'élévation s'éloigne du demi droit vers la perpendiculaire ou vers l'horizontale ; ainsi il faudroit une force infinie pour faire parcourir un espace de niveau quel qu'il puisse être sous l'élévation de 90 & de 0

dégrez, c'est-à-dire lors-que le jet

Table de la force qu'il faut donner aux Jets de même étendue de toutes fortes d'Elévation.

dégr.

0	90	infini.			
1	89	143268		25	65 6527
2	88	71680		26	64 6345
3	87	47834		27	63 6180
4	86	35926		28	62 6031
5	85	28793		29	61 5896
6	84	24048		30	60 5773
7	83	20668		31	59 5662
8	82	18140		32	58 5563

9	81	16180		33	57	5473
10	80	14569		34	56	5393
11	79	13347		35	55	5321
12	78	12293		36	54	5272
13	77	11405		37	53	5201
14	76	10650		38	52	5153
15	75	10000		39	51	5112
16	74	9435		40	50	5077
17	73	8941		41	49	5049
18	72	8606		42	48	5027
19	71	8121		43	47	5012
20	70	7778		44	46	5003
21	69	7472		45	45	5000
22	68	7197				
23	67	6950				
24	66	6728				

est ou à plomb ou de niveau ; ce qui sera expliqué dans la quatrième partie de ce Livre.

Au reste il est bon de savoir que c'est sur la table des portées expliquée ci-devant, que j'ai calculé celles qui se voient dans la première partie de ce Livre, pour être comparées à celle de Diego Unfano, & aux autres. Je crois qu'il est inutile de dire que les angles d'élévation doivent être donnez ou mesurez sur la pièce avec l'Equerre divisée par degrés, & non pas par celle de Tartaglia qui est divisée en 12. points.

LIVRE SECOND ,

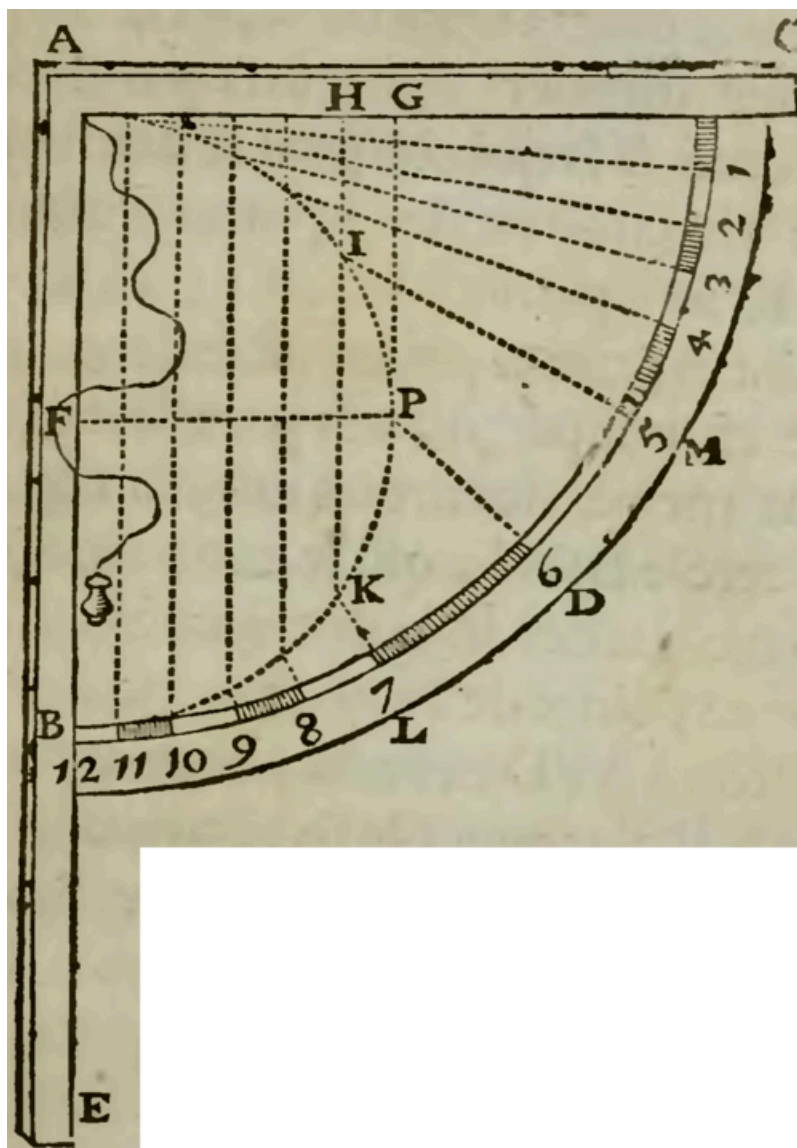
Pratiques des jets dont l'étendue est
au niveau des batteries, par le
moïen des instrumens.

CHAPITRE PREMIER .

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.



Ais parce que la plûpart des Canoniers est accoutumée à cette Equerre de 12 points, le même Torricelli a trouvé le moïen de la rectifier & de la mettre en état que l'on s'en puisse servir utilement par la connoissance des portées. Sa figure est la même que celle de Tartaglia, composée de deux bras inégaux formans un angle droit, d'un quart de cercle, & d'un plomb attaché par un filet à l'angle ; le plus grand bras se met dans la pièce & le quart de cercle est divisé en 12 points à commencer du plus petit bras de l'Equerre, & chaque point en 12 minutes. Toute la différence est en la division de ces points & de ces minutes, qui sont égaux de l'Equerre de Tartaglia & fort inégaux dans celle-ci.



Sa construction est telle. Le plus grand bras de l'Equerre est A E : & le moindre A C : le quart de cercle B D C : dont le demi diametre est A B ; sur lequel comme sur un diametre il faut decrire le demi cercle A P B sur le centre F, & mener F P perpendiculaire à A B qui sera par consequent parallele à A C ; puis du point P, élever P G parallele à A B, qui coupe A C en G ; en-suite il faut couper la droit A G en 6 parties égales comme aux points G & H &c., d'où il faut laisser tomber des droits paralleles au côté A B qui coupent le demi cercle chacune en deux points comme H K aux points I & K &c. ; enfin du point A, par les points où le demi cercle est coupé par ces paralleles, il faut mener des droits jusqu'au quart de cercle B D C, qui le couperont en douze parties inégales qui seront les douze

points de l'Equerre. Comme la droite A P D tirée du point A par le point P marquera le sixième point de l'Equerre, A I M le cinquième, A K L le septième, & ainsi des autres. Où il faut remarquer que la largeur des points, qui sont également éloignés du sixième, est égale, comme D L est égal à D M largeur du cinquième & septième point, ainsi celles du huitième & du quatrième &c.

Et comme il feroit peut-être difficile de trouver précisément le premier & le second point de l'Equerre, qui commencent toujours du côté du plus petit bras A C ; il ne faut que les faire égaux au douzième & à l'onzième qui leur répondent & dont la grandeur se trouve avec facilité.

Pour avoir les minutes, il ne faut que diviser chacune des parties égales de la ligne A G comme H G &c en 12 autres portions égales, & de chaque point de division abaisser des droites parallèles à A B, qui couperont le demi cercle chacune en deux points, par lesquels menant des lignes droites du point A jusqu'au quart de cercle B D C, elles y marqueront les minutes que l'on demande.

J'oubliois à dire que le plomb est attaché par un filet au point A de l'angle de l'équerre.

L'usage de cet Equerre est très facile : car les points y ont entr'eux la même proportion que des portées d'une pièce élevée suivant les angles qu'ils sont sur l'Equerre ; c'est-à-dire que la portée d'une pièce élevée au quatrième point est double de la portée de la même pièce élevée au second point ; & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 est double du nombre 2, & quadruple du nombre 1 &c.

Il suffit donc de mettre son plus grand bras dans l'ame de la pièce, & remarquer par le milieu du filet quel est le point de son élévation ? Et par l'expérience d'un seul coup, dont il faut mesurer exactement la portée, l'on peut assez bien juger de la portée de la même pièce avec la même charge dans toutes sortes d'élévation, en faisant une règle des trois. Comme si la portée de votre pièce élevée par exemple au deuxième point a été de 800 toises, pour savoir quelle sera sa portée lorsqu'elle sera élevée au cinquième point ? il faut dire.

Si 2 donnent 800 : que donneront 5 ? pour avoir 2000 toises pour la portée de la pièce au cinquième point. Où il faut remarquer qu'au lieu des

points qui sont au-dessus du fixième comme le septième, le huitième, le neuvième, le dixième & l'onzième ; il faut, pour faire les règles de trois, prendre ceux qui leur répondent au dessous du même fixième, comme le cinquième au lieu du septième, le quatrième au lieu du huitième, le troisième au lieu du neuvième, le second au lieu du dixième & le premier au lieu de l'onzième. Car, comme nous avons dit, les portées des points également éloignées du fixième sont égales, comme celles du septième égales à celles du cinquième, celles du huitième égales à celles du quatrième, celles du neuvième à celles du troisième, & ainsi des autres.

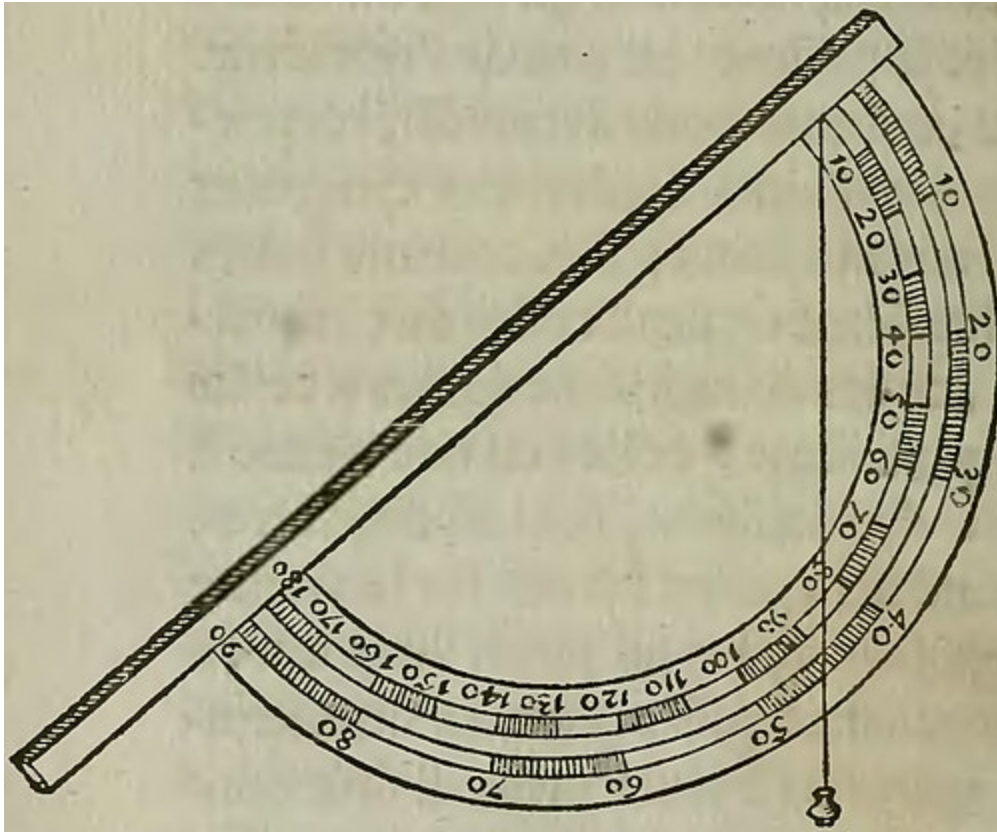
Si vous voulez savoir sur la même supposition, à quel point vous devez élever votre pièce pour lui donner une portée de 1500 toises ; il faut faire votre règle de trois en cette manière.

Si 800 donnent 2 : que donneront 1500 ? Et vous aurez $3\frac{3}{4}$; c'est-à-dire trois points & 9 minut. au-dessous du fixième, ou huit points & 3 minut. au-dessus, & ainsi du reste.

CHAPITRE II.

Par le demi cercle de Torricelli.

V Oici encore un autre instrument composé pour le même effet. C'est un demi cercle divisé sur son bord intérieur en 180 degrés à l'ordinaire, & seulement en 90 parties sur celui de dehors, dont le dia-



metre est prolongé par un bout ; & à l'autre, par lequel la division se commence, il y a un plomb attaché à un filet qui marque sur le bord extérieur du demi cercle les degrés de l'angle de l'élévation de la pièce lorsque l'on met dans l'ame le bout du diamètre prolongé, & les degrés qui leur répondent sur le bord intérieur, sont ceux dont il faut prendre les sinus.

Son usage est assez prompt, car comme dans cet instrument les sinus des degrés qui répondent à ceux des angles de l'élévation de la pièce sont en même raison que l'étendue des portées ; après avoir mesuré exactement l'une des mêmes portées suivant un certain angle d'élévation ; pour avoir

l'étenduë d'une autre suivant un autre angle, il ne fait que faire une règle de Trois dont le premier terme doit être le sinus des degrés répondans à ceux de l'angle sur lequel s'est fait l'expérience ; le second terme doit être le sinus des degrés répondant à ceux de l'angle proposé ; le troisième doit être l'étenduë de la portée connuë en mesures par l'expérience ; & le quatrième fera l'étenduë que vous cherchez. Comme si vous avez trouvé par une expérience tres-exacte que l'étenduë de la portée de vôtre pièce élevée par exemple sous un angle de 30 dégr. ait été de 1500 toises : pour savoir à combien de toises elle portera lors-que vous l'élèverez seulement sous un angle de 20. degrés ? Parce que les degrés qui répondent, sur le bord interne de l'Equerre à ceux de l'élévation de 30 degrés sont 60 dégr. qui ont 8660 pour sinus, & ceux qui répondent à l'élévation de 20 degrés sont 40 degrés qui ont pour sinus 6427 : je fais ma règle en cette manière :

Si 8660 donnent 6427 que donneront 1500 ? Et j'aurai près de 1114 toises pour l'étenduë de la portée que l'on demande.

Ainsi pour savoir quelle sera la plus grande portée de la pièce, c'est-à-dire lors-qu'elle sera élevée à l'angle de 45 dégr. qui ont pour répondans 90 dégr. dont le sinus est 10000 : je fais ainsi :

Si 8660 donnent 10000 que donneront 1500 ? pour avoir environ 1732 toises pour la plus grande portée que l'on recherche.

Mais si l'on veut sur la même hypothèse, savoir à quel angle il faut élever la pièce ou le mortier pour le faire porter à une distance proposée, pourvû qu'elle n'excède point celle à laquelle la pièce élevée l'angle de 45 degrés peut porter ; il faut faire une autre règle de trois, dont le premier terme sera l'étenduë de la portée de la pièce connuë en mesures par l'expérience que l'on en a faite ; le second terme sera l'étenduë de la portée que l'on propose ; & le troisième doit être le sinus des degrés répondans à ceux de l'élévation sous laquelle on a fait l'expérience ; afin que par la règle on ait pour quatrième terme, le sinus des dégr. décrits dans le bord intérieur de l'Equerre, dont les répondans sur le bord de dehors sont ceux de l'élévation que l'on demande.

Comme si l'on désire savoir à quel angle il faut élever la pièce pour la faire porter à la longueur de 1200 toises, supposé qu'elle ait chassé à celle de 1500 toises sous l'élévation de 30 degrés qui ont 60 degrés pour répondans

sur le bord intérieur de l'Equerre, dont le sinus est 8660. Je fais ma règle de trois en cette manière.

Si 1500 donnent 1200 : que donneront 8660 ? Et j'aurai pour quatrième terme 6928 sinus de l'angle de 43 degrés 52 min. qui ont pour correspondant sur le bord extérieur de l'Equerre 21 56' qui sont ceux de l'élévation que l'on demande ; aussi bien que 68 4'. qui sont leur complément à l'angle droit.

Si par la règle vous trouviez que votre quatrième terme fut un nombre plus grand que ceux qui sont contenus dans la Table des sinus, c'est-à-dire plus grand que celui que vous auriez pris pour sinus total ; ce seroit une marque que la distance proposée seroit plus grande que celle à laquelle elle peut porter avec la même charge. Comme si l'on demandoit à quel angle elle devoit être élevée pour la faire chasser à la longueur de 1800 toises ? faisant la règle de trois comme nous l'avons enseignée, l'on trouveroit pour quatrième terme ce nombre 10392 ; lequel étant plus grand que celui de 10000 qui est sinus total dans cette hypothèse où le sinus de 60 degrés est 8660 ; fait voir que la pièce ne peut pas chasser à cette distance : ce qui est conforme à ce que nous avons fait voir ci-devant, que la plus grande portée qui est sous l'angle de 45 degrés n'étoit que d'environ 1732 toises.

CHAPITRE III

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

Toutes ces pratiques sont faciles & assurées : mais comme il y faut avoir incessamment recours à la Table des sinus, qu'il feroit peut-être difficile d'avoir toujours présente ; le même Torricelli a recherché le moyen de s'en passer ajoutant diverses lignes dans l'Equerre dont nous venons d'enseigner la description & l'usage. Voici donc ce qu'il fait.

Il se contente de la division du bord extérieur du demi cercle en 90 dégr. ; & ayant mené un rayon perpendiculaire au diamètre, il le divise en un très grand nombre de parties égales, comme par exemple en p. 200 ; qu'il commence à compter du centre du demi cercle. En-suite de chaque degré marqué dans son bord, il tire des droites, qu'il appelle des guides, parallèles au diamètre qui passent au travers de ce rayon divisé, & vont répondre aux degrés qui sont les compléments à l'angle droit de ceux d'où elles sont parties ; c'est-à-dire que la droite tirée par exemple du 10 degré, tombe sur le 80 ; & celle qui vient du 20 tombe sur le 70. Et ainsi des autres.

Maintenant comme les portions du rayon divisé contenues entre chacune des guides & le centre du demi cercle, sont égales aux sinus du double des angles d'où les guides ont été tirées, il ne faut que prendre le nombre des parties égales du rayon divisé comprises entre le centre & les guides & s'en servir pour termes des règles de trois au lieu des sinus.

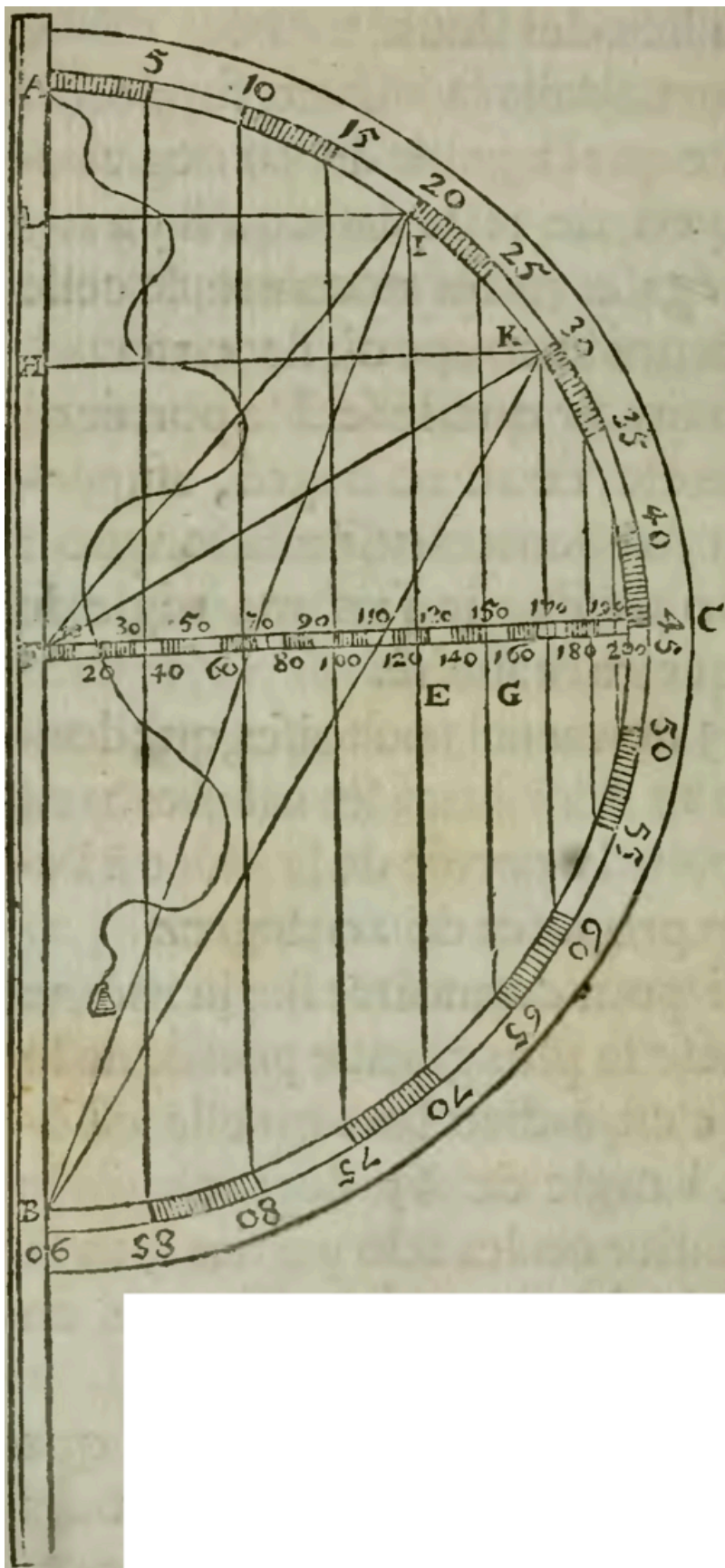
Comme dans la même supposition ; parce que la guide du 30 dégr. coupe le rayon de telle sorte qu'il y a 173 parties égales jusqu'au centre ; & celle du 20 degré le coupe où il y en a $128\frac{1}{2}$.

Pour savoir quelle fera la portée de la pièce élevée au 20 degré, supposé qu'au 30 elle ait chassé à la longueur de 1500 toises, je fais ma règle de trois en cette manière.

Si 173 donnent 1500 toises, que donneront $128\frac{1}{2}$? j'aurai les mêmes 1114 toises pour la portée de la pièce à l'élévation proposée de 20 degrés.

Ainsi pour connoître sur la même hypothèse la plus grande portée de la pièce, c'est-à-dire lorsqu'elle est élevée à l'angle de 45 degrés qui a le rayon entier ou les 200 parties sous sa guide ; je fais ma règle de trois en cette sorte.

Si 173 donnent 1500 toises : que donneront 200 ? Pour avoir toujours à peu près les mêmes 1732 toises.



Mais si l'on veut savoir à quel angle on doit élever la pièce pour la faire chasser à une distance proposée, pourvu qu'elle ne soit pas plus grande que la portée naturelle sous l'élévation de 45 degrés. Comme si l'on vouloit la faire porter à la longueur de 1200 toises ; il faudroit disposer les termes de la règle de Trois en cette manière.

Si 1500 toises donnent 173 parties : que donneront 1200 ? pour avoir $138\frac{1}{2}$ parties sur lesquelles tombe la Guide de l'angle 21 degré 56' & de son complément à l'angle droit 68 dégr. 4'. qui sont les angles de l'élévation que l'on doit donner à la pièce pour la faire chasser à la distance proposée de 1200 toises.

L'on peut par la même règle connoître si la distance proposée est dans les termes de la portée de la pièce ; car si les nombres des parties qui viennent pour quatrième terme de la règle de Trois, excèdent 200 c'est-à-dire le nombre de parties contenuës dans le rayon divisé ; l'on pourra dire que la pièce ne sauroit porter avec la même charge à la longueur que l'on a proposé.

Comme si l'on demandoit l'angle de l'élévation de la pièce pour la faire porter à la longueur de 1800 toises ? En faisant ainsi la règle de Trois.

Si 1500 donnent 173 : que donneront 1800 ?

Je trouve qu'il me vient pour quatrième terme $207\frac{3}{5}$ parties, qui surpassent les 200 parties contenuës dans le rayon divisé ; & qui me font connoître que la pièce ne peut pas porter, à cette distance. C'est ce qui convient à ce que nous avons dit ci-devant, faisant voir que la plus grand portée est seulement de près de 1732 toises.

LIVRE TROISIÈME .

Pratiques des jets dont l'étendue n'est
pas au niveau des batteries.



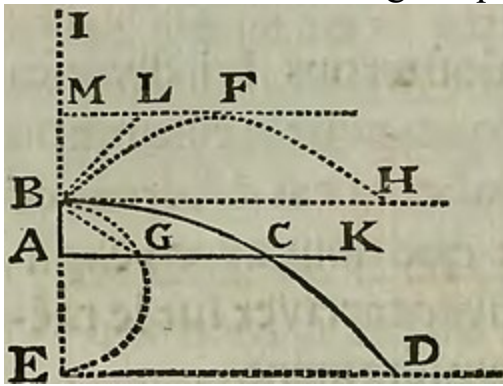
Nous ajouterons ici diverses pratiques pour la résolution de plusieurs cas différens de ceux que nous avons expliquez & qui peuvent arriver sur le même sujet, & premièrement.

CHAPITRE PREMIER.

*Portée de but en blanc d'une pièce élevée au-dessus
du plan horizontal.*

P Our favoir à quelle distance d'un plan horizontal, une pièce pointée du but en blanc & posée au dessus du niveau du même plan, pourra porter ? Comme dans cette figure où la ligne de niveau de la campagne est A K sur laquelle la pièce est élevée de la hauteur perpendiculaire A B : pour connoître le point C dans la droite A K ou le boulet arrivera partant de la pièce en B pointée du but en blanc, c'est-à-dire suivant la direction horizontale B H ?

Comme je suppose que l'on connoisse la plus grande portée de la pièce sous l'élévation de 45 degrés qui soit par exemple B H, & la hauteur A B ; je



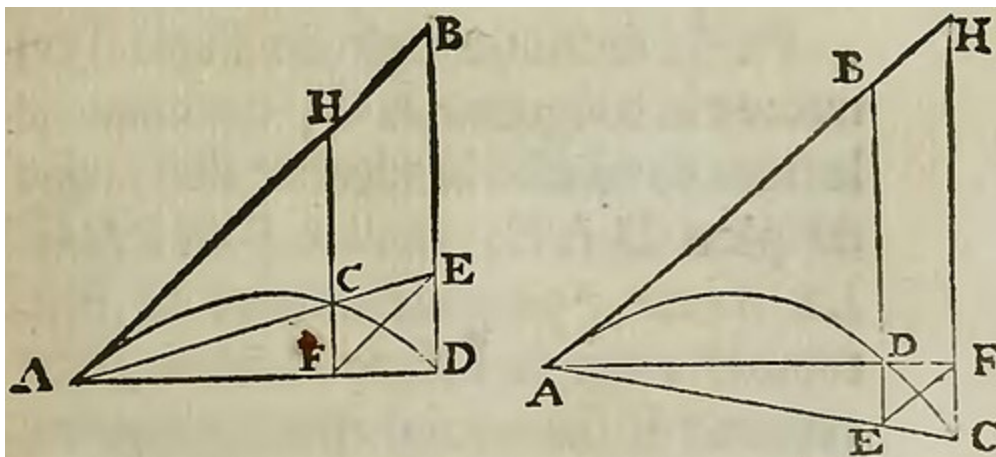
multiplie la moitié de B H par A B, & le double de la racine quarrée du produit, me donne la longueur sur le plan horizontal A C que je cherche. Comme si la hauteur perpendiculaire A B, étoit par exemple de 15 piés c'est-à-dire de $2\frac{1}{2}$ toises, & la plus grande portée de 1732 toises ; je multiplie 866 moitié de 1732 par $2\frac{1}{2}$, & du produit

2165 je prens la racine quarrée 46 dont le double 92 toifes est la longueur A C demandée. Dans la même hypothèse si la hauteur perpendiculaire A B étoit de 30 piés, c'est-à-dire 5 toifes, je multiplierois 866 moitié de la plus grande portée par 5 & du produit 4330, je prendrois la racine quarrée 65, dont le double 130 toifes me feroit la longueur demandée A C.

CHAPITRE II.

*Portée sur un plan incliné d'une pièce pointée
sous un angle donné.*

P Our savoir à qu'elle distance d'un plan incliné au dessus ou au dessous de l'horizon, le boulet d'une pièce pointée sous un angle donné, touchera ? Comme dans cette figure. Pour connoître à quel point du



plan A E incliné au dessus ou au dessous sous de l'horizon A F, arrivera le boulet d'une pièce ou d'un mortier pointé suivant l'angle de l'inclination D A B : il faut faire deux règles de Trois ?

La première pour trouver la longueur horizontale A F en faisant que comme *la tangente de l'angle* de l'inclination de la pièce D A B est à *la tangente de l'angle* de l'inclination du plan D A E ; ainsi l'amplitude A D de la parabole A C D trouvée par les tables, soit à une autre, qui sera la longueur D F ; laquelle étant ôtée de la même amplitude si le plan est incliné sur l'horizon, ou étant ajoutée s'il est au-dessous, donne la longueur horizontale A F.

Par la seconde règle de Trois, l'on trouve la longueur A C, car comme le sinus total est à la sécante de l'angle du plan D A E, ainsi A F est à A C. La hauteur perpendiculaire C F se trouve avec la même facilité ; car comme le sinus total est à la tangente du même angle du plan D A E, ainsi A F est à C F.

Comme si l'angle de l'inclination du plan D A E au-dessus ou au-dessous de l'horizon est de 25 dégr., & l'angle de l'inclination de la pièce D A B de 43 dégrez. Supposant que la plus grande portée sous l'Angle de 45 dégrez soit de 1732 toises ; la portée sous l'angle de 43 dégrez fera de 1647 ; & partant disposant nôtre première règle de Trois en sorte que comme 93252 tangent de 43 dégrez, est à 46631 tangente de 25 dégrez ; ainsi 1647 qui est l'amplitude A D est à $823\frac{1}{2}$ qui est la longueur D F : laquelle étant ôtée du nombre 1647 qui est A D donne aussi $823\frac{1}{2}$ pour la longueur horizontale A F si le plan est incliné au-dessus de l'horizon, ou bien étant ajouté à la même amplitude de 1647 donne 2470 pour la même longueur si le plan est incliné sous l'horizon.

Maintenant si je fais comme 100000 sinus total est à 110338 sécante de l'angle du plan F A C, ainsi A F longueur horizontale du plan incliné $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur l'horizon } 823\frac{1}{2} \\ \text{sous l'horiz. 2470} \end{array} \right\}$ est à un autre ; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur l'horizon 908 to.} \\ \text{sous l'horiz. 2725 to.} \end{array} \right\}$

Ainsi faisant que comme le sinus total 100000 est à 46631 tangente du même angle F A C ; ainsi la même longueur horizontale A F du plan incliné $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur l'horizon } 823\frac{1}{2} \\ \text{sous l'horiz. 2470} \end{array} \right\}$ est à un autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur l'horizon 384 toises.} \\ \text{sous l'horizon 1151 toises.} \end{array} \right\}$

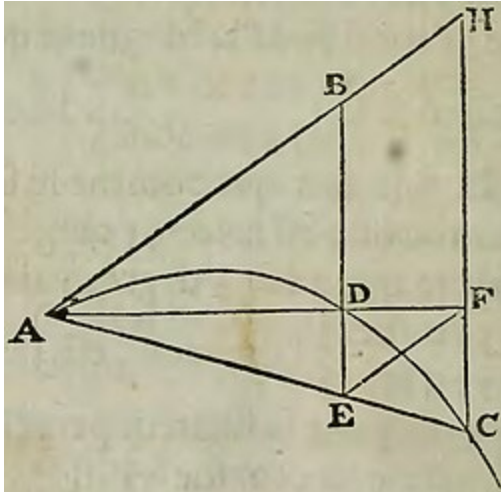
En la même manière si nous supposons que l'angle de l'inclination du plan F A C soit de 15 dégr. au dessus ou au dessous de l'horizon : celui de l'inclination du mortier F A B de 32 dégrez ; & la plus grande portée de la bombe à 45 dégr. de 600 toises, qui par conséquent à 32 dégrez donnera 539 to. : si je fais que comme 62487 tangente de l'angle de 32 dégrez est à 26795 tangente de l'angle F A C de 15 dégrez ; ainsi l'amplitude A D 539. to. est à une autre ; J'aurai 229 pour la longueur F D, qui dans le cas que l'inclination soit $\left\{ \begin{array}{l} \text{sur l'horizon étant ôtée de} \\ \text{sous l'horiz. étant ajoutée a} \end{array} \right\} 539$, donne $\left\{ \begin{array}{l} 310 \\ 768 \end{array} \right\}$ pour la longueur horizontale A F.

Maintenant si je fais que comme le sinus total 100000 est à 103528
 sécante de l'angle F A C de 15 degrés ; ainsi A F $\left\{ \begin{array}{l} 310 \text{ sur l'horizon} \\ 768 \text{ sous l'horizon} \end{array} \right\}$ est
 à un autre ; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C $\left\{ \begin{array}{l} 321 \text{ to. sur} \\ 795 \text{ to. sous} \end{array} \right\}$
 l'horizon. Et si je fais que comme le sinus total 100000 est à 26795 tangente
 du même angle de 15 degrés ; ainsi A F $\left\{ \begin{array}{l} 310 \text{ sur} \\ 770 \text{ sous} \end{array} \right\}$ l'horizon, est à un
 autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F $\left\{ \begin{array}{l} 83 \text{ to. sur} \\ 206 \text{ to. sous} \end{array} \right\}$ l'horiz.

CHAPITRE III.

Trouver l'angle de l'élévation de la pièce.

Cette pratique est de Torricelli qui n'a rien dit de la converse de la proposition qui est beaucoup plus difficile. C'est-à-dire lors-que la



longueur & l'inclination d'un plan étant donnée au-dessus ou au-dessous du niveau d'une batterie, l'on veut savoir à quel degré il faut élever sa pièce ou son mortier pour la faire chasser à cette longueur ? Comme si l'angle FAC & la longueur AC étant donnez, & parconséquent la hauteur perpendiculaire FC & la longueur horizontale AF ; l'on demande quel doit être l'angle FAB , suivant lequel la pièce ou le mortier doit être dressé pour faire

passer le boulet ou la bombe par le point C.

En voici diverses règles dont je nommerai les Auteurs dans la troisième partie de ce discours, lors-que j'expliquerai les propositions d'où les règles ont été tirées.

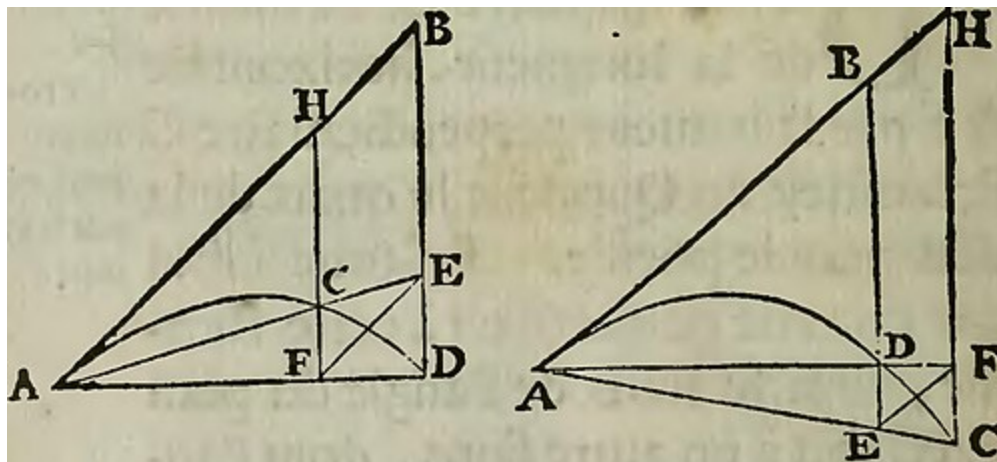
C H A P I T R E I V .

Première Pratique par les sinus.

1. **D**ivisez le carré de la moitié de la longueur horizontale A F par la hauteur perpendiculaire C F, ajoutez au Quotient le quart de la plus grande portée. En-suite faites que comme ce quart est à cette somme, ainsi le sinus de l'angle du plan F A C soit à un autre sinus, dont l'angle étant ajouté à celui de l'inclination du plan, donne le double de l'angle de l'élévation de la pièce ou du mortier que l'on demande.

Comme dans l'exemple pris ci-devant, posant que l'angle de l'inclination du plan A C au-dessus du niveau des batteries A F est de 15 dégr. ; l'élévation perpendiculaire C F de 83 toises ; longueur horizontale A F de 310 to. ; & la plus grande portée du mortier à l'angle de 45 dégr. de 600 toises. Pour trouver quel angle d'élévation il faut donner au mortier pour faire porter la bombe du point A par exemple dans un château sur une montagne en C ?

Je prens premièrement 155 qui est la moitié de la distance horizontale



A F, dont le carré 24025 divisé par la hauteur perpendiculaire C F 83, fait au Quotient 289 ; à quoi j'ajoute 150 qui est le quart de la plus grande portée, & j'ai 439. Puis je fais que comme ce même quart 150 est à cette somme 439, ainsi 25882 sinus de l'angle F A C de 15 dégr. soit à un autre, c'est-à-dire à 75747 qui est le sinus de 49. 14' & de son complément à deux droits 130. 46' ; j'ajoute 15 degrés, à l'un & à l'autre & j'ai 64. 14' & 145.

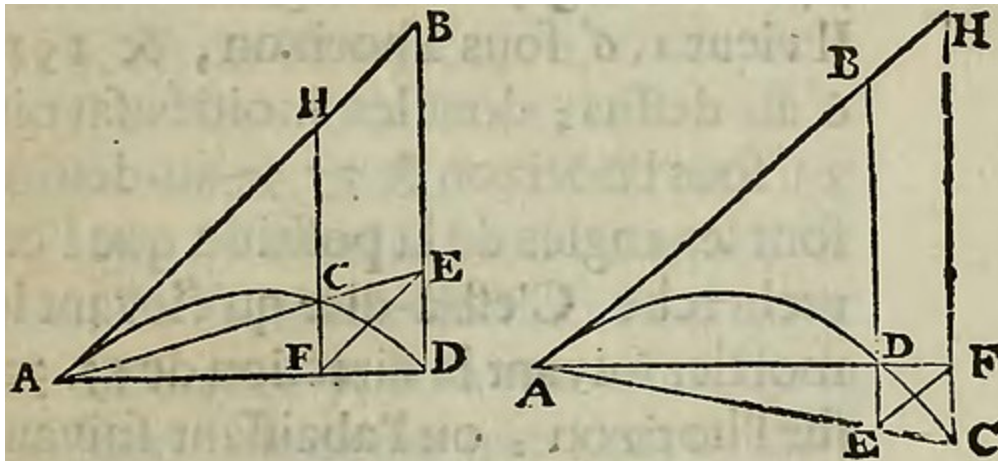
46' dont les moitiés 32. 7' & 72. 53'. sont les angles de la direction du mortier que l'on recherche. C'est-à-dire qu'élevant le mortier suivant l'un ou l'autre de ces deux angles, la bombe partant du point A avec une force capable de la porter à la longueur de 600 to. sous l'angle de 45 degrés, ira frapper au point C élevé sur l'horizon des batteries à la hauteur de 83 to. & éloigné horizontalement de 310 to.

C H A P I T R E V .

Seconde pratique par les sinus.

2. **F** Aites que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre, auquel il faut ajouter la tangente de l'inclination du plan s'il est incliné sur l'horizon, ou l'ôter s'il est incliné au-dessous. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan, ainsi cette somme ou différence soit à une autre, & vous aurez le sinus d'un angle auquel ajoutant l'angle du plan l'inclination étant au-dessus, ou l'ôtant si elle est au-dessous, & prenant la moitié de la somme ou de la différence, vous aurez l'angle de la direction du mortier que vous cherchez.

Comme dans la même hypothèse si le plan est incliné sur l'horizon : multipliant 155 moitié de la distance horizontale A F par le sinus droit 100000, & divisant le produit 15500000 par 300, qui est la moitié de la plus grande portée, j'ai 51666 : à quoi j'ajoute 16795 tangente de l'angle du plan de 15 dég. & la somme est 78455 ; que je multiplie par 96593 sinus de 75 dég. complement de l'angle du plan ; & je divise le produit 7578203815 par le sinus total



100000, pour avoir 75782 sinus de l'angle de 49. 16' & de son complement à deux droits 130 44' ; & ajoutant 15 dég. de l'angle du plan à l'un & à

l'autre, j'ai 64. 16'. & 145. 44' dont les moitiés me donnent 32. 8' & 72. 52' pour les angles que l'on demande.

Et si le plan est incliné sous l'horizon ; j'ôte 26795 tangente de l'angle du plan, de la somme trouvée 51666. Et le reste est 24865, que je multiplie par les mêmes 96593 sinus de 75 dég. complément de l'angle du plan F A C ; dont le produit 2402364503 doit être divisé par le sinus total 100000, & le Quotient 24023 est sinus de l'angle de 13. 54', & de son complément à deux droits 166. 6'. Enfin ôtant 13. 54'. de 1 dég., & 15 dég. de 166. 6'. Il vient 1. 6' sous l'horizon, & 151. 6' au-dessus ; dont les moitiés savoir 33' sous l'horizon & 75. 33' au-dessus, sont les angles de la position que l'on recherche. C'est-à-dire qu'élevant le mortier suivant la direction de 75. 33' sur l'horizon, ou l'abaissant suivant celle de 33' au-dessous, la bombe partant du point A, ira frapper au point C abaissé sous le niveau de la batterie de la hauteur perpendiculaire F C.

CHAPITRE VI.

Troisième pratique par les sinus.

3. **M**ultipliez le sinus du complement de l'angle du plan par la distance horizontale, & divisez le produit par la plus grande portée ; le Quotient sera un nombre auquel ajoutant celui de la même inclination si elle est dessous ; l'on aura le sinus d'un angle auquel il faut ajouter ou ôter l'angle de l'Inclination du plan, & prendre la moitié de la somme ou de la différence pour avoir celui de la position du mortier que l'on demande.

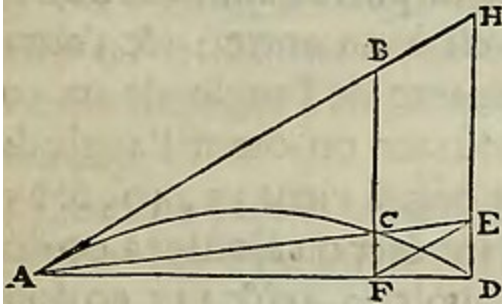
Comme si je multiplie 96593 sinus de 75 dégr. complement de l'inclination du plan sur l'horizon, par 310 longueur horizontale ; & divisant le produit 29943830 par 600 de la plus grande portée, j'ajoute au Quotient 49906 le sinus de la même inclination 25882, il viendra 75788 qui est le sinus de l'angle de 49. 16' & de son complement à deux droits 130 44', à quoi ajoutant 15 dégr. de l'élévation du plan, j'ai 64. 16', & 145. 44', dont la moitié qui est 32. 8' & 75. 52' sont les angles de l'élévation que je dois donner au mortier.

Si le plan avoit été incliné sous l'horizon, j'aurois ôté du même nombre 49906 le même sinus 25882, & le reste m'auroit donné 24024 sinus de l'angle de 13. 54' & de son complement à deux droits 166. 6' ; ainsi ôtant 13. 54' de 15 dégr., & 15 dégr de 166. 6' : il vient 1. 6' sous l'horizon & 151. 6' au-dessus, dont la moitié 33' sous l'horizon & 75. 33' au-dessus, sont les angles de position demandez.

CHAPITRE VII.

Quatrième pratique par les sinus.

4. **S** I le plan incliné sur l'horizo, ôtez de la plus grande portée la hauteur perpendiculaire, & multipliez le reste par la même hauteur ; puis ayant divisé le produit par la longueur du plan incliné, ôtez le quotient de la même longueur ; & prenez la moitié du reste, qu'il faut ajouter au même quotient. En-suite il faut faire que comme cette somme est à la moitié de la



plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre ; & vous aurez la sécante d'un angle, auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajouter à l'angle droit, pour avoir encore un autre dont la moitié est le complément de l'angle de l'élévation du

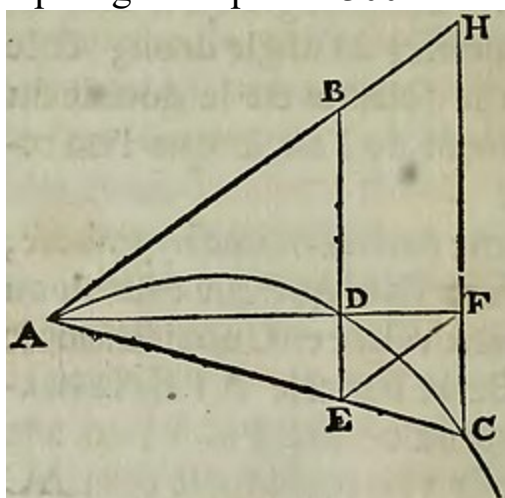
mortier que l'on recherche.

Comme si demeurant dans la même supposition, il falloit tirer dans un château sur une montagne en C élevé sur le plan de la batterie A F de la hauteur perpendiculaire F C 83 to., à la distance de 320 to. sur le plan AC incliné de 15 dég. sur le niveau de la batterie ; supposant la plus grande portée du mortier de 600 to. après avoir ôté la hauteur FC 83 to. de 600 ; je multiplie le reste 517 par FC 83 ; & je divise le produit 42911 par AC 320, pour avoir 134 au quotient, que j'ôte de AC 320, puis je prens la moitié du reste 186 qui est 93 que j'ajoute au quotient 134, & j'ai 227. En-suite je fais que comme 227 est à 300 moitié de la plus grande portée, ainsi 100000 sinus total est à un autre ; & j'aurai 132158 sécante de l'angle de 40. 50' auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan de 13 dég., il vient 55. 50', & 25. 50' qu'il faut ôter ou ajouter à 90 degrés pour avoir 43. 10' & 115. 50 dont les moitiés sont 57. 5' & 57. 55', qui sont les complemens de 72. 58' & 32. 5' angles de la position du mortier que l'on demande.

Si l'inclination du plan est sous l'horizon ajoutez la plus grande portée à la hauteur perpendiculaire & multipliez la somme par la même hauteur :

puis ayant divisé le produit par la longueur du plan incliné, ajoutez le Quotient à la même longueur & ôtez le même Quotient de la moitié de la somme ; en-suite faites que comme ce reste est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre, qui sera la sécante d'un angle, duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan, il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajouter à l'angle droit ; & le reste où la somme est le double du complement de l'angle que l'on recherche.

Comme dans la même hypothèse, il falloit tirer dans quelque endroit au fonds d'une vallée en C abaissé sous le niveau de la batterie FC 83 to. à la distance de 320 toises sur le plan AC incliné de 15 degrés, supposant toujours la plus grande portée de 600 toises. Ayant ajouté la plus grande portée 600 à la hauteur perpendiculaire 83 ; je multiplie leur somme 683 par la même hauteur 83, & je divise le produit 56689 par 320 longueur du plan incliné, qui me fait 177 au quotient ; lequel ajouté à la même longueur 320, fait 497 dont la moitié est 249, d'où j'ôte le même quotient 177, & j'ai 72 pour le reste. En-suite ayant multiplié le sinus total 100000 par la moitié de la plus grande portée 300 & divisé le produit 3000000 par 72, il vient 41666

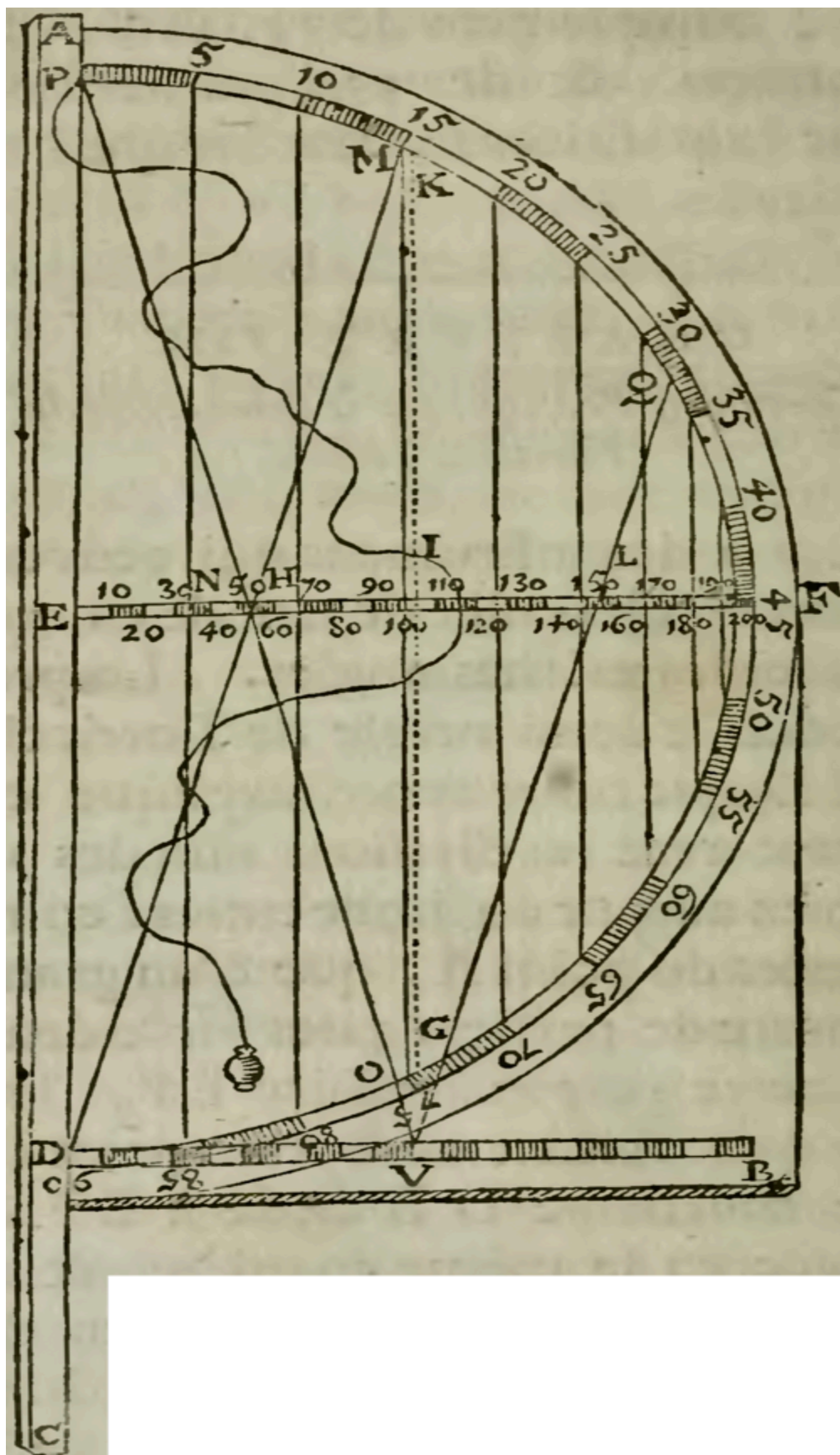


qui est la sécante de l'angle 76 7' duquel ôtant & ajoutant l'angle du plan 15 degrés j'ai 61. 7' & 91. 7'. Puis ôtant le premier & ajoutant le dernier à 90 degrés, il me vient 28. 53' & 181. 7' dont la moitié est 14. 26' $\frac{1}{2}$, & 90. 33' $\frac{1}{2}$, sur l'horizon, & de 75. 33' $\frac{1}{2}$ au-dessous, pour la position du mortier que l'on demande.

CHAPITRE VIII.

Cinquième Pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

IL y a des instrumens qui peuvent sans s'embarasser de tant de calcul, donner les mêmes angles. Le premier est le demi cercle de Torricelli A F D qui nous avons expliqué ci-devant avec les divisions tant des 90 dégrez autour du limbe entier à commencer du point A, que d'un grand nombre de parties égales sur le demi diametre perpendiculaire E F, il ne faut qu'y ajouter en bas au point D, une touchante D B égale à E F & divisée en la même manière, & avoir, outre le plomb pendant en A, un filet qui puisse couler au long de la droite D B & s'étendre de là sur toutes les parties du demi cercle.



Pour s'en servir il faut du point A conter sur le limbe autant de degrés que contient l'angle de l'inclination du plan comme de A en M ; & appliquant le filet de D en M coupant la droite E F en H, conter combien il y a de parties entre E & H. En-suite il faut prendre sur D B la droite D V & son égale E I sur E F ; de sorte que D B soit à D V, comme la plus grande portée est à la distance horizontale donnée, & contant de I en L vers le point F, (si l'inclination est sur l'horizon ;) ou de I en N vers E (si elle est au-dessous,) autant de parties qu'il y en a de E en H, dresser le filet de V par les points L ou N, qui touchera le cercle s'il n'y a qu'une solution ; ou le coupera en deux points, comme G, Q ou O, P ; s'il y en a deux, ou ne le rencontrera point du tout, si le probleme est impossible. Et les points de la rencontre G : Q : ou O : P : seront ceux que l'on recherche : en-sortre que mettant le grand bras DC dans l'ame du mortier & le dressant de manière que le plomb pendant en A tombe sur G : Q : ou O : P : la Bombe sera portée au point où l'on veut qu'elle aille.

Comme dans nôtre exemple supposé que l'angle de l'inclination du plan soit de 15 dég, la distance horizontale de 310 toises, la plus grande portée de 600 to., & les droites E F & D B partagées en 200 parties. Il faut premièrement prendre 15 dég. depuis A jusqu'en M & menant le filet D H M remarquer qu'il y a 53 p. depuis E jusqu'en H sur la droite E F ; en-suite si l'on faut que comme la plus grande portée 600 to., est à la distance horizontale 310 to., ainsi la ligne E F 200 p. est à une autre ; l'on aura D V & E I de 103 p., auxquelles ajoutant I L de 53 p., (si l'inclination est sur l'horizon,) l'on aura E L de 156 p. ; & passant le filet du point V par L, il coupera le demi cercle aux points Q de 32 degrés & G de 73 qui sont les angles de la position du mortier que l'on demande, mettant le bras de l'Equerre D C dans l'ame & élevant le mortier en-sortre que le plomb pendant en A tombe sur les points de 32 ou de 73 degrés.

Si l'inclination du plan étoit sous l'horizon, il auroit falu ôter la droite E H ou I N 53 p. de la ligne E I 103 p., afin d'avoir E N. de 50 p. ; puis faire passer le filet du point V par le point N, qui auroit coupé le demi cercle au point O $75\frac{1}{2}$ dég & au point P. $\frac{1}{2}$ degré au delà de la droite A D. Ce qui fait voir que les angles de la position du mortier sont en ce cas de $75\frac{1}{2}$ dég. sur l'horizon & d'un demi degré au-dessous. C'est-à-dire que le bras D C étant

mis dans l'ame du mortier, il faut le hauffer en-forte que le plomb tombe sur le point O de 75. 30', ou l'abaisser de manière que le même plomb coupe le demi cercle prolongé au delà du diametre A D au point P à la distance d'un demi degré depuis le point A.

LIVRE QUATRIÈME.

Pratique Univerfelle.

CHAPITRE PREMIER .

Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.



Oici encore un autre instrument qui n'est pas moins ingénieux que celui de Torricelli, & qui peut servir pour toutes sortes de portées, soit qu'on les demande dans l'étendue du niveau des batteries, soit qu'on veuille les faire porter sur des plans élevez ou abaissez au-dessus ou au-dessous du même niveau.

C'est un quarré A B C D dont l'un des côtez comme A B porte à l'un des bouts comme A le plomb attaché à un filet, l'autre B est prolongé vers E, afin que la branche B E puisse entrer dans l'ame du Canon ou du mortier. Le même côté A B est le diametre du demi cercle A H B dont le centre est en F & qui doit être premièrement divisé en 90 parties égales, ainsi que celui de Torricelli, à commencer du point A sur un des limbes ; & sur l'autre, chaque quart de cercle H A & H B doit être aussi divisé en 90 degrés à commencer du point H. Le demidiametre perpendiculaire F H continué jusqu'en G, en sorte que H G soit égale à F H, doit être aussi partagé en un tres-grand nombre de parties égales à commencer du point F, & l'on fait passer, par chacun de ses points, des Guides paralleles au diametre A B & traversant jusqu'aux deux côtez opposez A C : B D : qui par ce moïen se trouveront divisez comme la droite F G. Il faut enfin qu'il y ait un filet attaché au centre F. Voilà tout ce qu'il faut pour la construction.

CHAPITRE II.

*Son usage pour les portées qui sont au
niveau des batteries.*

L'usage en est tel. Si connoissant la portée d'un Canon ou d'un mortier sous un angle donné, l'on veut savoir quelle sera celle de la même pièce sous un autre angle ? il faut mettre la pointe du compas simple sur les degrés du premier angle donné, marquez sur le limbe qui commence du point A, & l'ouvrant de la grandeur du demi diamètre du même limbe, le tourner sur la droite F G & remarquer à quel nombre de parties il répond vers le point G. ; il en faut ensuite faire autant sur les degrés du second angle : car les parties de la droite F G coupées par le second, comme l'étendue de la portée connue sous l'élévation du premier angle, est à celle que l'on cherche sous l'élévation du second.

Comme si le côté F G étant divisé en 400 parties, l'on propose quelle sera la portée d'un mortier élevé de 40 degrés, supposé qu'il ait chassé à la longueur de 400 to. sous l'élévation de 21 dégr. ? Il faut ouvrir le compas de la grandeur du demi diamètre F A, & l'aïant posé sur le bord du demi cercle au point de 21 degrés, le tourner du côté de G sur la droite F G, & remarquer à quel point il répond de la même ligne, qui sera dans cet exemple au point 266. En-suite ayant posé la pointe du compas sur le point de 30 degrés, il faut voir où il coupe la même F G qui doit être au point 346. Enfin il faut faire que comme 266 est à 346, ainsi la portée du mortier donnée de 400 toises sous l'angle de 21 degrés est à un autre ; & l'on aura peu plus de 520 toises pour la portée du même mortier élevé sous l'angle de 30 degrés.

Si posant la portée de 400 toises sous l'élévation de 21 dégr. l'on vouloit savoir à quel angle il faudroit l'élever pour chasser à 520 to. ? Ayant mis la pointe du compas sur 21. dégr., & vû qu'il coupe 266 parties sur la droite F G, il faut faire que comme la portée de 400 to. est à celle de 520 to. ainsi 266 soit à un autre ; & il viendra 346. au point duquel sur la droite G F il faut mettre la pointe du compas toujours ouvert de la grandeur du demi

diametre F A, & voir où il coupera le demi cercle comme aux poins 30 & 60. Qui font les angles de l'élévation du mortier pour le faire chasser à la distance de 520 to., supposé qu'il ait porté à celle de 400 to. sous l'élévation de 21 degrés.

CHAPITRE III.

*Pour les portées qui ne sont pas au niveau
des batteries.*

LA difficulté n'est pas plus grande pour déterminer les portées vers les endroits élevez ou abaissez sous l'horizon ; supposé que l'on connoisse la plus grande portée de la pièce ou du mortier, l'angle de l'inclination du plan & la distance horizontale, si c'est l'angle de l'élévation du mortier que l'on cherche : ou que l'on connoisse les angles du plan & du mortier avec la plus grande portée, si c'est la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou enfin la hauteur perpendiculaire que l'on demande.

CHAPITRE IV.

Trouver l'élévation de la pièce, quand l'inclination est au-deffus du niveau des batteries.

AU premier cas, il faut faire que comme la plus grande portée est à la distance horizontale donnée, ainsi les parties contenuës dans la droite FG, soient à un nombre de parties de la même ligne. En-suite il faut étendre le filet attaché au centre F & le faisant passer par le degré de l'inclination du plan marqué sur le bord du quart de cercle de H vers B (si l'inclination est au-deffus de l'horizon,) ou de H vers A (si elle est au-deffous,) voir en quel point il coupera la Guide qui passe par le nombre de parties de la droite F G qui nous avons marquées ; car le point sera le centre d'un arc de cercle dont le rayon est ce qui reste de la même guide depuis ce point jusqu'au côté B D du quarré, & qui touchera ou coupera le demi cercle en des points qui marqueront les angles de la position du mortier que l'on demande.

Comme dans l'exemple que nous avons rapporté ci devant ; ou nous avons supposé la plus grande portée de 600 to., & que le point où l'on veut tirer est dans un plan incliné 15 dég. au-deffus ou au-deffous de l'horizon des batteries à la distance horizontale de 310 to. ; il faut premièrement faire que comme 600 to. est à 310, ainsi 400 parties de la droite FG est au nombre 206 qui répond au point I sur la même F G, par où il faut entendre que passe la Guide K I O parallele au diametre A B ; en-suite en faisant passer le filet du point F par Q où il y a 15 dég. depuis H vers B (si l'élévation est sur l'horizon,) remarquer le point L où il coupera la Guide I K ; & ce point L, sera le centre sur lequel mettant la pointe du compsa ouvert de l'étendue L K, & décrivant un arc de cercle, il touchera le demi cercle, si le probleme n'a qu'une solution ; ou le coupera en deux points comme M *m* s'il en a deux ; ou ne le rencontrera point du tout, s'il est impossible ; & les points de la rencontre M *m* marqueront sur le bord intérieur du demi cercle, dont les degrez commencent du point A, les angles de la position du mortier que l'on demande. C'est-à-dire que dans nôtre hypothèse le point M donnera l'angle

de 32 dég. & m celui de 72 ; sur lesquels il faut que le plomb pendant en A tombe, lors-que le bras B E est au dedans de l'ame du mortier.

CHAPITRE V.

Trouver l'élévation de la pièce, quand l'inclination est au-deffus du niveau des batteries.

SI sur la même supposition, l'inclination du plan étoit au-deffous du niveau de la batterie, il faudroit prendre l'arc de 15 degré de son inclination du point H vers A comme H R, & passant le filet du point F par R, voir où il coupe la Guide KIO comme en S, où mettant la pointe du compas, ouvert de l'étenduë S K, faire l'arc K P *p* qui coupera le demi cercle en P où il y a 75. 30', & en *p* au delà du point A à la distance de 30'. qui sont ceux de la position du mortier que l'on cherche. De manière que le haussant de telle sorte que le bras B E étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur 75, 30', où le baissant tellement qu'il tombe sur le point *p* au delà du point A de 30', la bombe ira frapper au lieu abaissé sous l'horizon comme on le demande.

CHAPITRE VI.

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

Maintenant supposant que l'angle de l'inclination du plan soit toujours de 15 degrés sur le niveau des batteries, la plus grande portée de 600 toises & un angle donné de l'élévation du mortier de 72 degrés. Si l'on veut savoir quelle sera la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou même la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera sur le plan ? Il faut du point Q où répond l'angle du plan sur le limbe des degrés du demi cercle qui commencent au point H, prendre avec le compas la distance Q *m*, c'est-à-dire jusqu'au point qui répond sur l'autre limbe à 72 degrés de l'angle donné de l'élévation du mortier, & la rapporter du même point Q sur l'autre côté du demi cercle comme au point M ; puis faisant passer le filet par les deux points M *m*, voir où il coupera le côté B D comme en T ; car B K double B T donnera la distance horizontale F I de 206 parties ; & par conséquent la guide I K & le point L où elle est coupée par le filet FQ ; & rapportant les droites FL & IL sur FG, vous trouverez 213 p. pour la longueur du plan incliné FL, & 55 p. pour la hauteur perpendiculaire IL. De sorte que faisant que comme les 400 parties de la droite F G sont aux 600 toises de la plus grande portée, ainsi les trois nombres de parties 206 : 213 : 55 : sont à d'autres ; nous aurons 310 to. pour la distance horizontale F I, 320 to. pour l'inclinée FL, & 83 to. pour la hauteur perpendiculaire I L.

Si le plan étoit incliné sous l'horizon & l'angle de l'élévation du mortier donné de 75. 30', il faudroit mettre le compas sur le point R où répond l'angle du plan sous l'horizon, & l'ayant étendu jusqu'en P. où sont marquées les 75. 30' de l'angle donné du mortier, le tourner de l'autre côté en *p* où il coupe le demi cercle prolongé au delà du point A ; & par les points *p* : P : faire passer le filet jusqu'à ce qu'il coupe le côté du quarré B D comme en T ; car le double de la droite B T pris sur la droite FG, donnera la longueur de la distance horizontale & la Guide qui lui répond, & par conséquent le point S, & la longueur de la distance sur le plan incliné F S, &

celle de la hauteur perpendiculaire IS ; qui sur cette hypothèse feront toujours les mêmes, c'est-à-dire que l'on aura 310 to. pour la distance horizontale FI, 83 to. pour la hauteur perpendiculaire sous le niveau de la batterie IS ; & 320 to. pour la longueur du plan incliné FS.

LIVRE CINQUIÈME.

Application du compas de proportion aux jets des Bombes.

CHAPITRE PREMIER .

Pour les portées qui font au niveau des batteries.



Eux qui favent bien l'usage du compas de proportion ordinaire, pourront utilement s'en servir pour le jet des Bombes sur toutes sortes de plans, soit qu'ils soient dans le niveau des batteries, soit qu'ils soient inclinez au-dessus ou au-dessous du même niveau, sans avoir besoin d'aucunes tables ni d'aucun autre instrument que d'un compas commun. Car prenant sur la ligne des cordes le double des sinus des angles proposés, l'on pourra leur trouver des proportionnelles sur celle des parties égales.

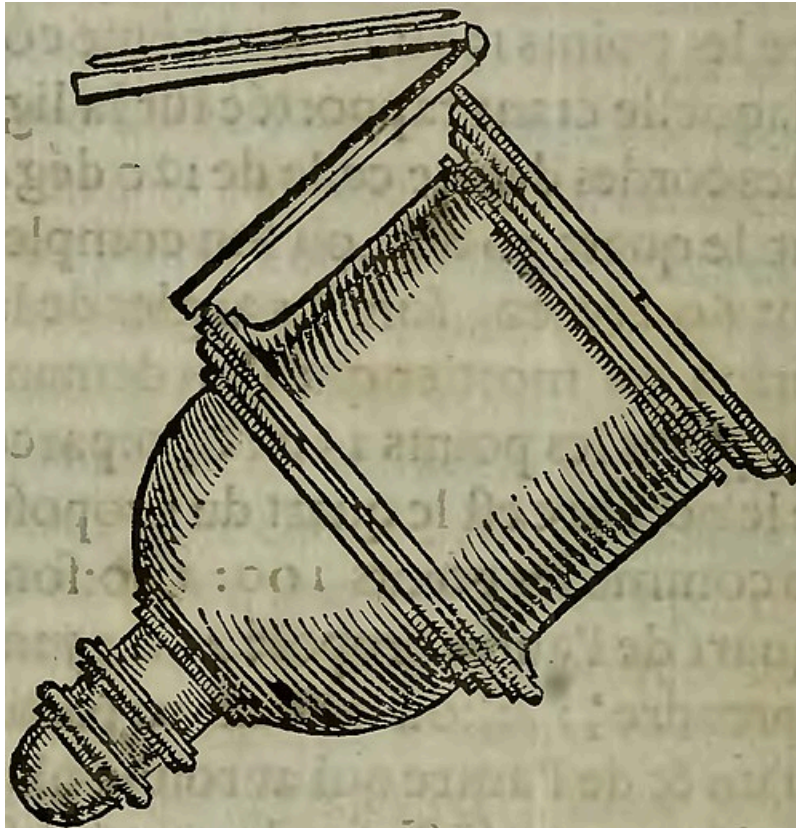
Ainsi connoissant la portée horizontale d'une pièce ou d'un mortier suivant la direction d'un angle donné ; si l'on veut sçavoir quelle sera la portée de la même pièce suivant la direction d'un autre angle ? il faut premièrement prendre sur la ligne des cordes la longueur de celle du quadruple du premier angle proposé, & la rapporter transversalement sur les parties égales aux points répondans à l'étendue de la première portée ; puis prendre sur les cordes la longueur de celle qui répond au quadruple du second angle proposé, & voir du côté des parties égales quels sont les points auxquels cette grandeur peut être appliquée transversalement ; car ce seront ceux qui marqueront l'étendue de la seconde portée que l'on demande.

Comme dans l'exemple proposé ci-devant où la portée d'une bombe tirée sous l'élévation de 21 dégr. est de 400 to. ; si l'on demande quelle sera celle du même mortier élevé sous l'angle de 30 dégrez ? Je prens premièrement sur la ligne des cordes l'étendue de celle de 84 dégr. quadruple du premier angle proposé de 21 dégr. ; puis prenant le quart des 400 to. savoir 100 (à cause que le nombre des parties égales n'est ordinairement que de 200 sur le compas de proportion,) j'applique transversalement aux points 100. 100 : des parties égales l'étendue de la corde que j'ai prise ; puis ayant pris la corde de 120 dégr. ; quadruple du dernier angle proposé de 30 dégr. ; je

cherche sur le compas ainsi ouvert à quels points des parties égales, elle peut être appliquée transversalement ; & je trouve que ce sont les points 130 : 130 : dont le quadruple qui est 520 toises me donne la portée du mortier que je recherche.

Si dans la même hypothèse où la portée est de 400 to. à 21 degrés, j'avois voulu savoir à quel degré il faut élever le mortier pour le faire chasser à la longueur horizontale de 520 to. ? Après avoir appliqué la corde de 84 degrés quadruple de 21 degrés transversalement sur les points 100 : 100 : des parties égales, j'aurois pris sur le compas ainsi ouvert la distance transversale qui est entre les points 130 : 130 : du même côté, laquelle étant rapportée sur la ligne des cordes donne celle de 120 degrés, dont le quart 30 degrés ou son complément 60 degrés, sont les angles de la position du mortier que l'on demande. Je prends les points 130 : 130 : parce que le nombre est le quart du proposé 520 comme les points 100 : 100 : cent le quart de l'autre proposé 400 : ayant pu prendre $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{5}$: ou telle autre partie de l'un & de l'autre qui auroit le plus commodement réussi sur les parties égales du compas.

Pour dresser le mortier suivant la direction d'un angle donné avec le compas de proportion ; il faut premièrement l'ouvrir de la capacité de cet angle en prenant la longueur de la corde & l'appliquant transversalement sur les points 60 : 60 : des mêmes cordes ; puis mettant un de ses bras sur le mortier en sorte que la tête du compas étant tourné vers la bouche, le même bras soit parallèle à l'axe de



l'ame, il faut élever le mortier de manière que l'autre bras devienne parallèle à l'horizon, ce qui se cōnoit en appliquant sur ce bras un de ces petits niveaux d'émail ou tel autre que l'on jugera à propos.

CHAPITRE II.

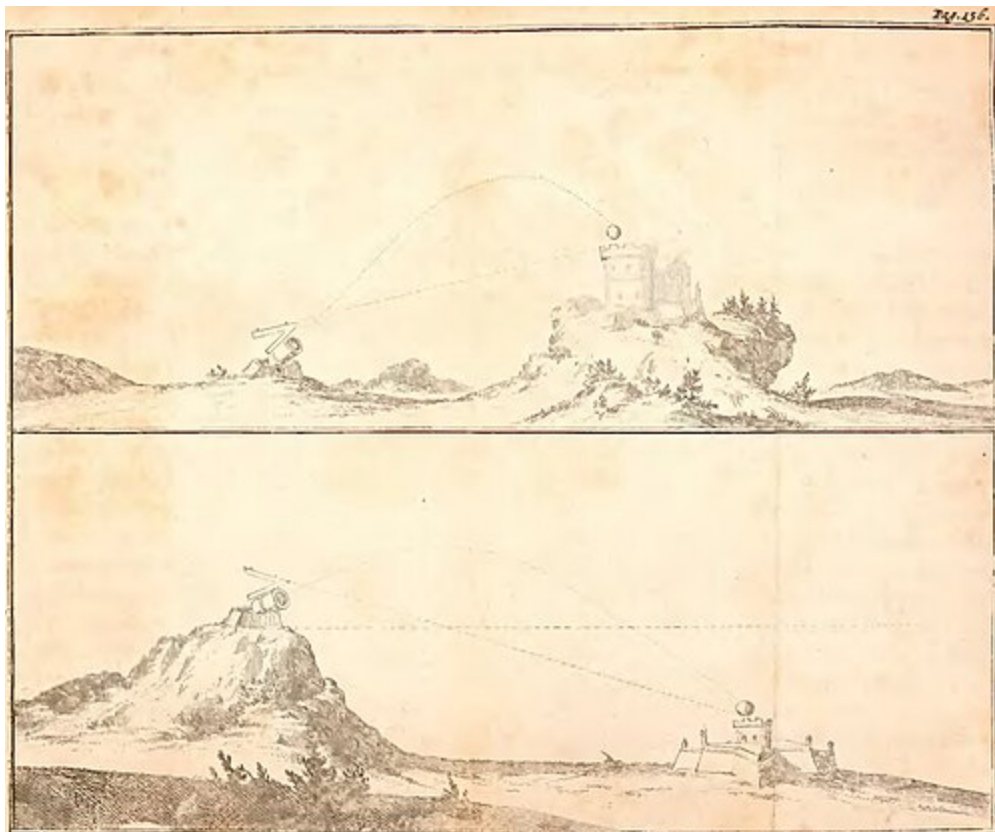
Usage du Compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

L, Usage du compas de proportion n'est pas plus difficile pour les portées sur des plans inclinez au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries ; car il ne faut que prendre la longueur de la plus grande portée sur la ligne des parties égales & y appliquer transversalement celle de la distance horizontale ; puis sur cet ouverture de Compas prendre sur la même ligne des parties égales, la longueur de la corde du double du complement de l'angle du plan proposé, & ajouter à celle qui lui répond transversalement la corde du double du même angle ; & cet agrégé fera la corde d'un angle, à la moitié duquel & à son complement à deux droits, ajoutant l'angle de l'inclination du plan, vous aurez le double des angles que l'on demande.

CHAPITRE III.

Trouver l'élévation de la pièce quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.

Comme dans nôtre exemple, supposé que la plus grande portée soit de 600 to., la distance horizontale de 310 to. & l'angle de l'inclination du plan sur l'horizon de 15 dég. : parce que le plus grand nombre des parties égales qui est sur le bras du compas de proportion ordinaire n'est que 200 qui est le tiers de 600 to. de la plus grande portée, je prens sur la même ligne la longueur de $103\frac{1}{3}$ p. qui est le tiers de la distance horizontale que j'applique transversalement sur les points 200 : 200 :, puis ayant pris la longueur de la corde de 150 dég. double de 75 qui est le complement de l'angle du plan de 15 dég., je la rapporte au long de la ligne des parties égales pour prendre la transversale sur les points ou elle répond, à laquelle ajoutant la corde de 30 dég. double du même angle du plan de 15 dég., j'ai



la corde de 98. 30' dont la moitié est 49. 15' & son complément à deux droits 130 45'. Et ajoutant 15 dégr. à l'un & à l'autre, j'ai 64. 15'. & 145. 45' dont les moitiés $32. 7\frac{1}{2}'$ & $72. 52\frac{1}{2}'$ sont les angles de la position du mortier que l'on recherche.

L'application du mortier avec le compas de proportion est la même que celle que nous venons d'enseigner : mais si au lieu de tenir le bras extérieur parallèle à l'horizon, l'on vouloit découvrir l'objet au long du même bras en y mettant des pinules ; il faudroit en ce cas diminuer l'angle trouvé de la grandeur de celui du Plan, & ayant ouvert le compas de la capacité du reste, hausser le mortier jusqu'à ce que l'on découvre au long des pinules le point où l'on veut fraper. Comme en nôtre exemple ôtant 15 dégr de $32. 7\frac{1}{2}'$ & de $72. 52\frac{1}{2}'$; l'on auroit $17. 7\frac{1}{2}'$ & $57. 52\frac{1}{2}'$, dont il faudroit appliquer la corde transversale aux points 60 : 60 : des mêmes cordes, & tenant ainsi le compas ouvert, mettre un de ses bras parallèle à l'ame du mortier, qu'il faut en-suite élever jusqu'à ce que, par les pinules posées au long de l'autre bras, l'on puisse voir l'objet élevé où l'on veut faire porter la bombe.

CHAPITRE IV.

Trouver l'élévation de la pièce quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

Si sur les mêmes hypothèses le plan avoit été incliné sous le niveau de la batterie ; après avoir ouvert le compas de proportion en-sorte que la longueur de $103\frac{1}{3}$ p., qui est le tiers de la distance horizontale, soit la transversale sur la ligne de parties égales des points 200 : 200 : qui font le tiers de la plus grande portée, & appliqué sur le même côté la corde de 150 degrés double de 75, qui est le complément de l'angle du plan de 15 degrés ; il faut ôter de la transversale la longueur de la corde de 30 degrés double du même angle du plan ; & le reste est la corde de 28. 50' ; d'où ayant ôté 15 degrés, le reste est l'angle de 13. 50' & son complément à deux droits 166. 10' ; puis prenant la différence de l'un & de l'autre & de 15 degrés ; c'est-à-dire ôtant 13. 50' de 15 dégr. ; ou 15 dégr. de 166. 10', il reste 1. 10' & 151. 10', dont les moitiés 35' & 73. 35' font les angles recherchez. De sorte qu'ouvrant le compas de la grandeur de ces angles, & disposant le mortier en-sorte que l'un des bras convenant à l'ame, l'autre soit parallèle à l'horizon ; la bombe ira fraper au point proposé.

Si ajoutant l'angle du plan qui est de 15 dégr. à chacun de ces angles, qui vous donneront par conséquent 15. 45' & 80. 35', vous ouvrez votre compas de leur grandeur ; vous pourrez élever le mortier de manière que l'un des bras convenant à l'ame, vous découvriez le point où vous voulez fraper, par les pinules posées au long de l'autre bras.

CHAPITRE V.

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

L Ors qui connoissant l'angle du plan & celui de la position du mortier, l'on veut savoir quelle est la distance horizontale ? ou la longueur du plan incliné ? ou la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera ? supposé que la plus grande portée soit de 600 to. : voici comme il faut faire.

Otez l'angle du plan du double de celui de l'élévation du mortier, puis ayant pris la corde du double du reste ou de son complement à deux droits (si ce reste, excède un angle droit,) ôtez en la corde du double de l'angle du plan. En-suite appliquez ce reste transversalement sur les parties égales aux points où se termine la corde du double du complement de l'angle du plan ; car le compas étant ainsi ouvert, la transversale sur les parties égales répondant aux points de la plus grande portée ou de quelqu'une de ses parties, vous donnera la distance horizontale, ou telle autre de ses parties semblable à celle que l'on a prise pour la plus grande portée.

En-suite si vous appliquez transversalement la corde du double de l'angle du plan sur les points des parties égales où répond la longueur de la corde du double de son complement ; la transversale répondant à la distance horizontale que vous avez trouvée vous donnera la hauteur perpendiculaire.

Enfin appliquant transversalement la corde du double de l'angle droit, c'est-à-dire celle de 180 dég. sur les mêmes points des parties égales où répond de l'angle du plan ; la transversale de la même distance horizontale fera l'étendue sur le plan incliné.

Comme dans nôtre exemple où l'angle de l'inclination du plan sur l'horizon est de 15 dég. & la plus grand portée de 600 to : si l'on demande quelle sera la distance horizontale lorsque le mortier est élevé de $72. 52\frac{1}{2}$? j'ôte les 15 dég. de l'angle du plan, de 145. 45' double de $72. 52\frac{1}{2}$. Et le reste est 130 45' : qui est plus grand qu'un droit ; ainsi je prens son

complement à deux droits 49. 15', dont le double est 98. 30', duquel je prens la corde sur le compas, d'où ôtant celle de 30 dégr. double de l'angle du plan ; j'applique le reste transversalement sur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dégr. double de 75 dégr. qui est le complement du même angle du plan ; & le compas étant ainsi ouvert je prens la transversale des points 200 : 200 : laquelle me vient de la longueur de $103\frac{1}{3}$ parties. De sorte que comme le nombre 200 est le tiers des 600 to. de la plus grande portée, ainsi je trouve que le triple de $103\frac{1}{3}$, c'est-à-dire 310. to., est l'étendue horizontale que je demande.

Cela posé : je prens la corde de 30 dégr double de l'angle du plan, & l'ayant appliquée transversalement sur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dégr double de 75, qui est le complement du même angle du plan ; je prens sur le compas ainsi ouvert, la transversale des points trouvés $103\frac{1}{3}$ $103\frac{1}{3}$: de la distance horizontale, & l'étendant sur les mêmes parties égales, je trouve $27\frac{1}{3}$ p., dont le triple est 83 to. pour la hauteur perpendiculaire recherchée.

En la même manière ouvrant le compas par l'application de la corde de 180 dégr. double de l'angle droit, sur les mêmes points des parties égales où répond celle de 150 degrés double du complement de l'angle du plan, & prenant la transversale des mêmes points trouvez de la distance horizontale $103\frac{1}{3}$: $103\frac{1}{3}$: ; je trouve $106\frac{2}{3}$ dont le triple 320 to. me donne l'étendue du plan incliné.

L I V R E S I X I È M E .

Autre instrument Universel pour le
jet des Bombes.

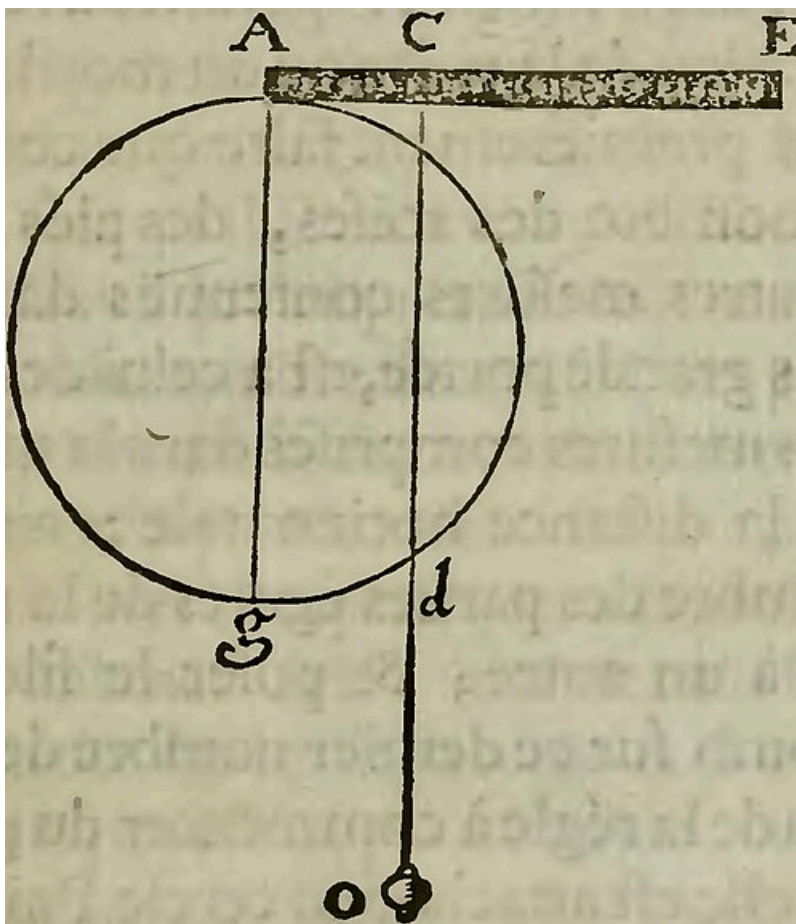


Nous ajouterons ici la construction & l'usage d'un instrument que l'on peut appeller Universel pour le jet des Bombes, parce qu'il sert en la même manière pour toutes sortes de positions, soit qu'elles soient au niveau des Batteries, ou qu'elles n'y soient pas.

CHAPITRE PREMIER .

Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SA Construction est tres simple. C'est un cercle assez grand & d'une matière solide, qui a une touchante de même matière, c'est-à-dire une règle attachée immobile perpendiculairement au bout de l'un de ses diametres, égale au même & divisée en un tres-grand nombre de parties égales. Il a deplus un plomb attaché à un filet qui peut couler librement au long de la règle & s'arrêter sur toutes les divisions. Comme en cette figure, le cercle est A d g & la règle A E attachée immobile au Cercle au point A, à angles droits sur le diametre A g, égale au même, & divisée en tres-



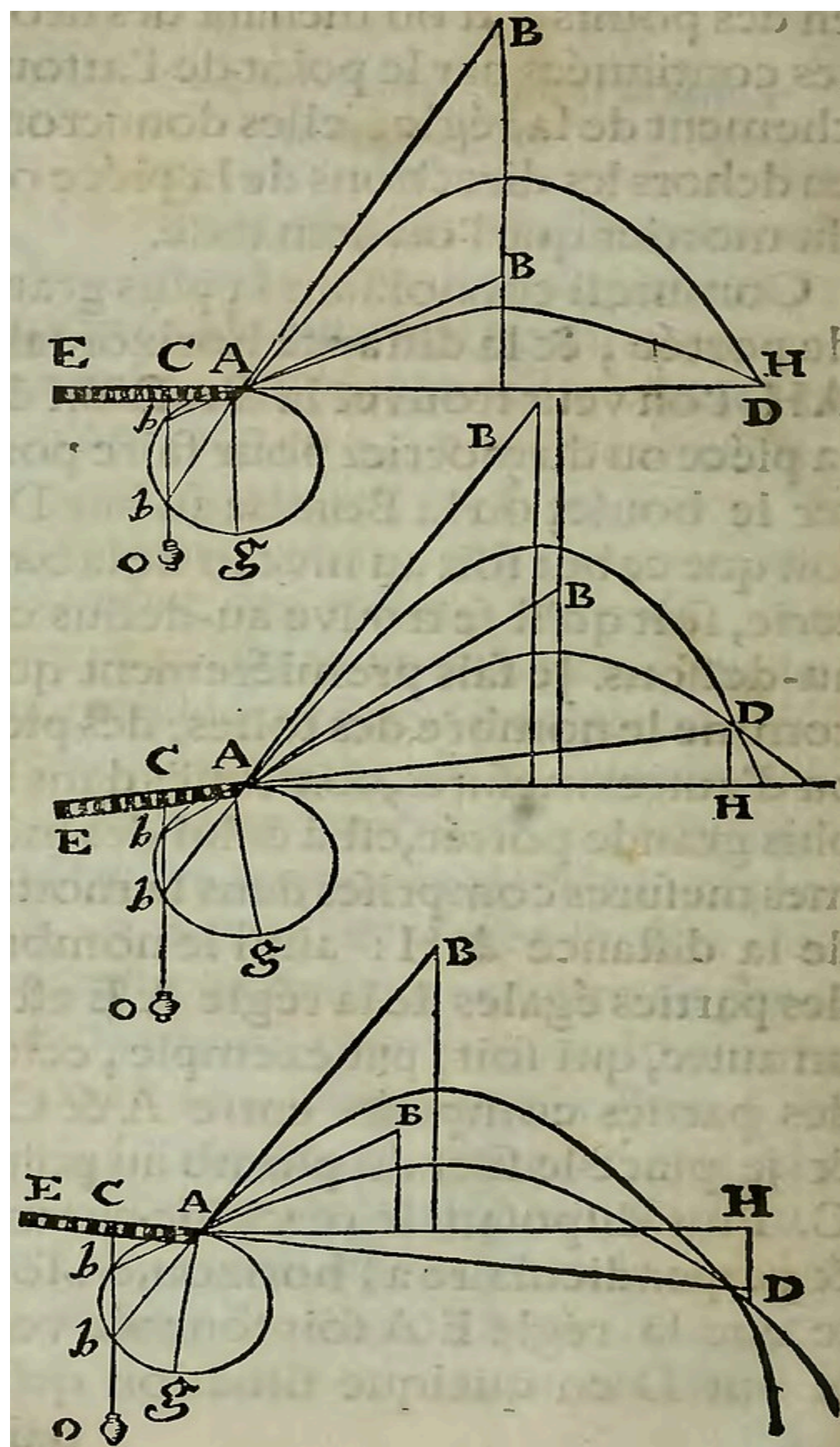
grand nombre de parties égales. Le plomb O pent au filet qui coule au long de la règle A E, & peut s'arrêter sur tous les points comme en C.

CHAPITRE II.

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

S On usage est assez facile : car connoissant la plus grande portée du Canon ou du mortier, la distance horizontale, & l'angle de l'inclination du plan s'il y en a ; pour trouver l'élévation de la pièce ou du mortier ; il faut premièrement faire que comme le nombre des toises, des piés, ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée, est à celui des mêmes mesures comprises dans la moitié de la distance horizontale : ainsi le nombre des parties égales de la règle est à un autre ; & poser le filet du plomb sur ce dernier nombre de parties de la règle à commencer du point où elle est attachée au cercle. Puis disposant l'instrument en-sorte que la veut faire passer le boulet ou la bombe ; le filet du plomb touchera ou coupera la Circonférence du cercle en des points, d'où menant des droites continuées par le point de l'attouchement de la règle, elles donneront en dehors les directions de la pièce ou du mortier que l'on demande.

Comme si connoissant la plus grande portée, & la distance horizontale A H, l'on veut trouver la direction de la pièce ou du mortier pour faire porter le boulet ou la Bombe au but D, soit que ce but soit au niveau de la batterie, soit qu'il se trouve au-dessus ou au-dessous. Je fais premièrement que comme le nombre des toises, des piés ou d'autres mesures, contenües dans la plus grande portée, est à celui des mêmes mesures comprises dans la moitié de la distance A H : ainsi le nombre des parties égales de la règle A E est à un autre, qui soit, par exemple, celui des parties comprises entre A & C ; & je place le filet du plomb au point C. Puis disposant le cercle de champ & perpendiculaire à l'horizon, en-sorte que la règle E A soit tournée vers le but D en quelque situation qu'il



puisse être à l'égard du niveau de la batterie ; je prens garde aux endroits où le filet du plomb coupe la circonférence du cercle, comme aux points $b\ b$, (car il le touchera nécessairement en un point, où il le coupera en deux points, si le probleme est possible.) Après quoi je n'ai qu'à mener par le point A les droites $b\ A\ B$, $b\ A\ B$, & j'aurai les lignes $A\ B$, $A\ B$ pour la direction du mortier ou de la pièce comme je le demande.

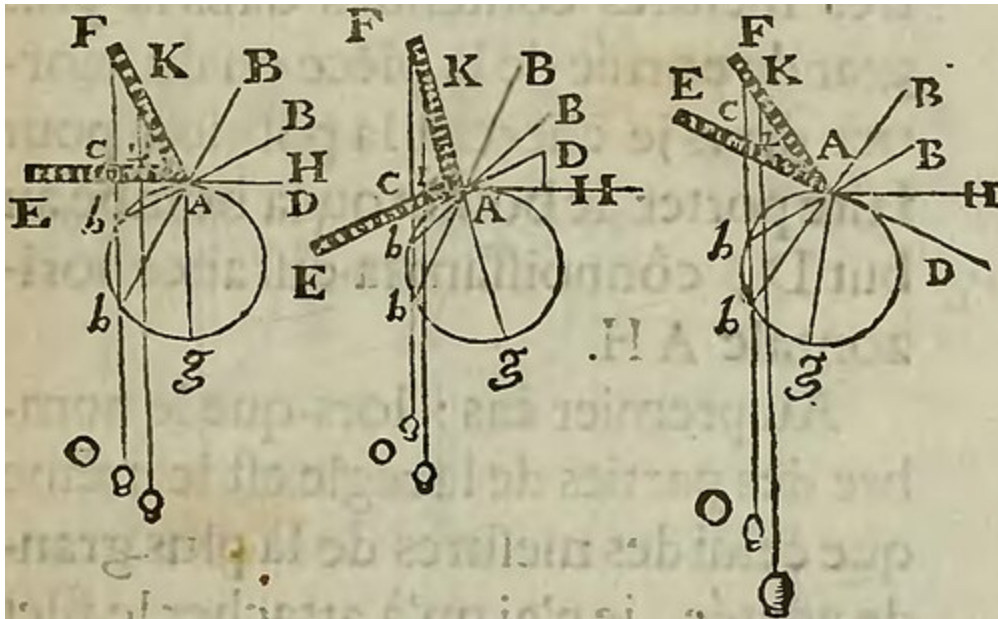
Je ne m'arrêterai pas à faire voir ce que l'on peut connoître la hauteur perpendiculaire du but $H\ D$, la longueur du plan incliné $A\ D$, & tous les autres cas qui accompagnent cette proposition, parce que cela est fort facile, si l'on a une fois bien compris la construction & l'usage de cet instrument, & ce qui s'est dit ci-devant sur cette matière.

CHAPITRE III.

Autre usage de cét instrument Universel

'Ajoûterai seulement que si la règle étoit divisée en un nombre de parties égales, qui fut ou égal au plus grand que celui des toises, des piés, ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée d'une pièce de Canon ou d'un mortier ; l'on pourroit donner plus de facilité à l'usage de cét instrument en y ajoûtant une autre règle égale à la première, divisée de même, & attachée au même point au bout du diametre du cercle, enforte néanmoins qu'elle se puisse mouvoir & faire tel angle que l'on voudra avec la règle immobile : car par ce moïen l'on n'auroit pas besoin de faire de Règle de Trois pour la pratique.

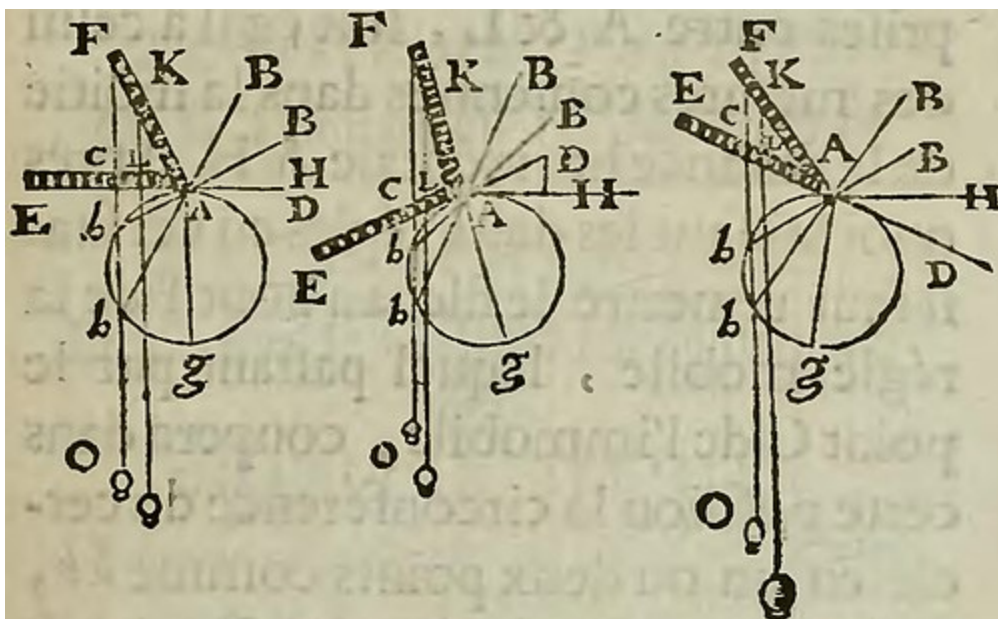
Il faudroit seulement, si le nombre des mesures de la plus grande portée étoit égal à celui des parties de la règle, attacher le filet au bout extérieur de la mobile ; puis posant l'instrument dans sa situation, enforte que le plan du cercle étant à plomb, la règle immobile fut dressée vers le but, élever la règle mobile jusqu'à ce que le filet du plomb vint à couper sur l'immobile un nombre de ses parties égal à celui des mesures contenuës dans la moitié de la distance horizontale.



Car ce même filet marqueroit sur la circonférence du Cercle un, ou deux points, d'où menant des droites par le bout du diametre où les règles sont attachées ; vous auriez en dehors les lignes de direction pour le Canon ou pour le mortier ainfi que vous le demandez.

Comme en cét exemple où j'ai joint à la règle immobile A E au point A, une autre règle A F égale à A E, également divisée, & mobile autour du même point A. Supposé que le nombre des parties égales de la règle A F ou A E soit égal ou plus grand que celui des toises, des piés ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée de la pièce ou du mortier dont je cherche la position pour faire porter le boulet ou la bombe au but D, cônnoissant la distance horizontale A H.

Au premier cas : lors-que le nombre des parties de la règle est le même que celui des mesures de la plus grande portée, je n'ai qu'à attacher le filet du plomb au bout F de la règle mobile A F ; & posant le plan du cercle dans la situation perpendiculaire à l'horizon, en sorte que la règle E A soit dressée vers le but D, j'éleve l'autre règle A F, jusqu'à ce que le filet du plomb passe comme en C, sur un nombre de parties de la règle A E égal à celui des mesures de la moitié de la distance horizontale A H. Car ce filet coupera le cercle au dessous en un ou deux points de sa circonférence comme en *b b* ; d'où menant les droites *b A B*, *b A B* ; celle donneront hors du cercle les lignes A B, A B, de la direction du Canon ou du mortier ainfi que l'on le demande.



Il n'y a pas plus de difficulté pour le second cas : c'est-à-dire lors-que le nombre des parties de la règle est plus grande que celui des mesures de la plus grande portée. Car il ne faut que prendre sur la règle mobile depuis le point A autant de parties qu'il y a de mesures dans la plus grande portée, & y attacher le filet comme au point K ; puis mettant l'instrument dans la position perpendiculaire, avec la règle E A dressée vers le but D, élever la règle A F jusqu'à ce que le filet du plomb passe du point K sur le point comme de la règle immobile A E, en sorte que le nombre de ses parties comprises entre A & L, soit égal à celui des mesures contenues dans la moitié de la distance horizontale A H. Après quoi laissant les deux règles en cet état il faut remettre le filet au bout F de la règle mobile, lequel passant par le point C de l'immobile, coupera dans cette position la circonférence du cercle en un ou deux points comme *b b*, d'où menant les droites *b A B*, *b A B* par le point A ; l'on aura les lignes A B, A B, au dehors du cercle pour les lignes de direction de la pièce du Canon ou du mortier, ainsi que l'on le demande.

L'ART DE JETTER
LES
BOMBES,

Et de connoître l'étenduë des coups
de volée d'un Canaon en toutes
fortes d'élévations.

TROISIÈME PARTIE.

De la Théorie du Jet des Bombes.

LIVRE PREMIER .

Doctrine de Galilée sur le mouvement.

CHAPITRE PREMIER.

Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la resistance des solides.



'Est sur la doctrine de Galilée que sont fondées toutes les pratiques que nous venons d'enseigner dans la seconde Partie de ce Livre. Il est le premier qui ait raisonné justement sur cette matière, & qui ait découvert la véritable nature du mouvement, tant de celui que l'on appelle mouvement naturel qui est le propre des corps qui tombent (comme on dit) par leur propre poids vers le centre de la terre, que du mouvement violent, qui est celui de corps jetés, c'est-à-dire de ceux qui sont portés par une force qui leur a été imprimée du dehors.

Toute cette *science du mouvement*, aussi bien que celle de la *résistance des solides*, que cet Auteur appelle *Sciences nouvelles*, parce qu'il en est le premier Inventeur, est contenue dans le livre de ses Dialogues intitulé *Discorsi e dimonstrazioni Mathematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica & à' movimenti locali*, imprimé en Hollande par les Elzevirs en l'année 1638 ; & c'est à la générosité de feu Monsieur le Comte de Noailles que nous avons l'obligation d'un présent si exquis.

Ce Seigneur étant Ambassadeur à Rome avoit employé efficacement ses offices pour la libération de Galilée prisonnier de l'inquisition, pour avoir dans ses Dialogues du Systeme du monde, appuyé les raisons du mouvement de la Terre que Copernique, qui vivoit sur la fin du penultième siècle, avoit tirées de la doctrine des anciens Philosophes de la secte de Pythagore. Et Galilée pour reconnoissance d'un bienfait si généreux, lui fit présent de cet ouvrage manuscrit ; que nous tenons par ce moïen de la libéralité de Monfr. de Noailles qui a voulu faire part de son trésor au public.

CHAPITRE II.

Deux espèces de mouvement.

G Alilée dans ce livre reconnoît d'abord deux espèces dans le mouvement, dont l'une est celle du mouvement *égal & uniforme*, & l'autre est celle *du mouvement inégal* qui s'augmente incessamment & qu'il appelle mouvement *uniformement accéléré*, qui est un mot dont nous nous servons, quoi qu'il soit peu en usage ; parce qu'il explique assez la nature de ce mouvement.

L'uniforme est donc celui *par lequel un mobile parcourt des espaces égaux dans ces tems égaux* ; & c'est, dit-il, celui qui est naturellement propre aux mobiles qui se meuvent en rond sur des centres, comme est celui des corps Celestes, qui n'est perpétuel que par son uniformité & par son égalité, laquelle conserve le mobile dans une unité de substance sans y apporter aucune altération ; au-lieu que le mouvement inégal ne peut jamais être de longue durée, à cause des diverses mutations qu'il apporte sur la consistance du mobile par l'inégalité de ses impressions.

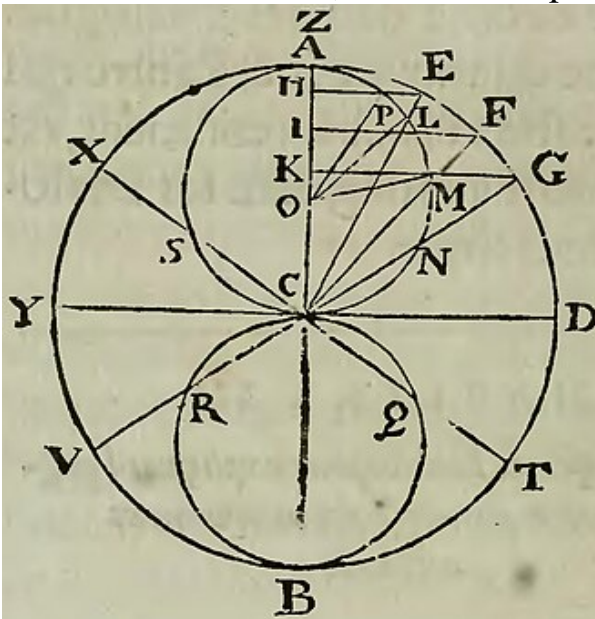
Je ne m'arrêterai point à raconter de quelle manière il refute le sentiment de ceux qui ont crû que dans le mouvement uniformement accéléré, la vitesse s'augmentoît à proportion des espaces que le mobile parcouroit dans sa chute ; & comme il fait voir qu'outre la vitesse & l'espace, il faut encore nécessairement faire considération du tems & de la durée, pour avoir une connoissance exacte de cette espèce de mouvement. Je me contenterai d'expliquer les deux pensées qui lui sont venues sur ce sujet, dont la première est décrite dans les Dialogues du Systeme du monde, & l'autre qui paroît être son véritable sentiment, est expliquée fort au long dans les Dialogues de Mécanique.

CHAPITRE III.

Première pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse du mouvement accéléré.

Dans la première il dit donc que l'accélération de vitesse dans la chute des corps, se faisoit peut-être, de telle sorte que les espaces parcourus par le mobile, étoient égaux aux sinus versés des arcs de l'Equateur de la Terre, pendant qu'elle se mouvoit sur son propre centre en 24 heures. Ce que l'on peut faire entendre en cette manière.

Soient pris sur l'arc de l'Equateur A D B Y coupé à angles droits par les diamètres A B : D Y, tant d'arcs que l'on voudra comme A E : A F : A G :



&c., dont les sinus droits, c'est-à-dire les perpendiculaires tirées de leurs extrémités sur le diamètre A B, sont E H : F I : G K : &c., & les sinus versés sont les portions du même diamètre A H : A I : A K. Puis ayant supposé d'un mouvement égal & uniforme par les points E F G D T B Y jusqu'à ce qu'il retourne au même point A au bout de 24 heures : & qu'au moment que Z part du point A, le mobile tombe aussi du même point pour descendre avec une vitesse uniformément

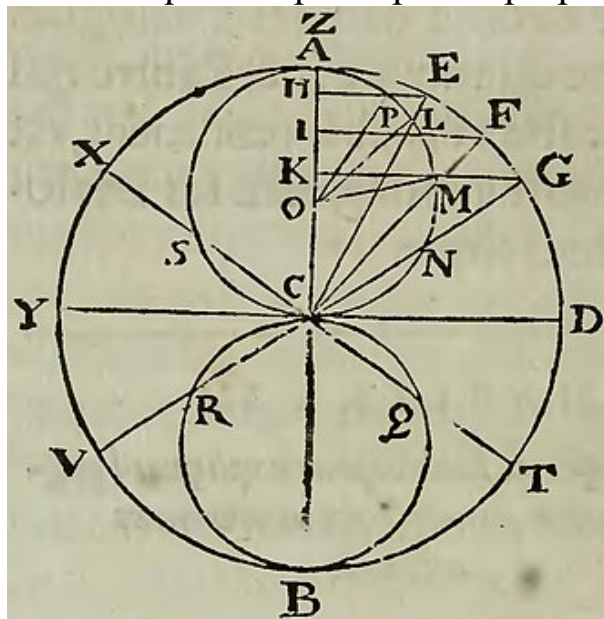
accélérée vers le centre C. Le mobile, suivant cette première opinion, parcourra dans sa chute les espaces A H : H I : I K. &c. ; au même tems que le point Z passera de son mouvement journalier égal & uniforme par les arcs de l'Equateur A E : E F : F G.

CHAPITRE IV.

Suites admirables de la première pensée de Galilée.

L Es conséquences que l'on peut tirer de ce sentiment sont admirables dont voici les principales.

Premièrement que le mouvement de ce corps tombant, composé de celui de sa chute qui est uniformément accéléré, droit & à plomb vers le centre de la terre, & de celui qui lui est communiqué par le mouvement journalier de la terre qui est circulaire, uniforme & égal, décrit aussi une ligne circulaire. C'est-à-dire que le poids tombant du point A avec un mouvement composé de celui qui l'emporte par sa propre gravité, perpendiculairement & avec



précipitation vers le centre de la terre C : & de celui qui l'emporte en rond & uniformément par le mouvement journalier de la surface de la Terre du point A par les points E : F : G : D : &c. décrira par sa chute la ligne circulaire A L M N.

Car (comme il est démontré dans la Géométrie) les sinus vertes A H : A I : A K : étant égaux aux lignes E L : F M : G N ;, le corps mobile dans le tems qu'il est emporté par le mouvement de la Terre au long des

arcs A E : A F : A G : descend par l'impression de sa gravité au long des lignes E L : F M : G N ; & lors-que le mobile Z est en E, le mobile tombant est en L ; & lors-que Z est en F, l'autre est en M : & Z étant en G, le corps tombant est en N : & ainsi des autres. Mais tous ces points A L M N sont dans la circonférence d'un cercle ; & partant la ligne que décrit un poids par sa chute, suivant cette hypothèse, est circulaire.

En second lieu. Quoi que le corps qui tombe acquière, en chacun des momens de sa chute ou de son mouvement droit, un nouveau degré d'augmentation de vitesse : il est pourtant vrai que dans son mouvement composé, dont nous venons de parler, il est porté uniformement, également, & sans aucune accélération. L'on peut dire de plus que ce mouvement de Lation ou de transport est précisément égal à celui dont il seroit porté par la seule circulation journalière de la terre, quand il seroit demeuré comme en repos au premier point de sa chute A.

Car si vous menez du point O, où est le centre du cercle A L M N, les lignes O L. O M : & la droite O P : parallele à C E. La raison des angles A O L & A O M fera la même que celle des angles A C E & A C F, (car ceux-là sont doubles de ceux-ci ; (& partant la raison de l'arc A M à l'arc A L fera la même que de l'arc A F à l'arc A E & en divisant l'arc A E fera à E F comme l'arc A L à L M. d'où il s'ensuit que posant A E égal à E F : A L fera aussi égal à L M Mais les arcs A E & E F sont parcourus en tems égaux par le mouvement journalier pendant lesquels le poids tombant passe les arcs A L & L M, ainsi que nous l'avons démontré ci-devant : donc les tems des chûtes du poids par les arcs égaux A L & L M seront égaux. Et ceci se pouvant démontrer dans tous les arcs du cercle A L M décrit par la chute du mobile ; l'on peut dire que le mouvement du mobile tombant, composé du droit accéléré & du circulaire uniforme, est égal & uniforme, puis-qu'il parcourt des Arcs égaux en tems égaux.

Maintenant comme O P est parallele à C E, l'angle A O P est égal A C E, & partant l'arc A P est au cercle A L M, comme l'arc A E au cercle A E F & en permutant & changeant l'arc A E est à l'arc A P, comme la circonférence du cercle A E F à la circonférence du cercle A L M, c'est-à-dire comme le diametre A B au diametre A C, mais A B est double de A C ; donc l'arc A E sera double de l'arc A P. Maintenant parce que l'angle A O L est double de l'angle A C E, ou de son égal A O P, l'arc A L sera aussi double de l'arc A P ; donc les arcs A E & A L seront égaux. Mais nous venons de montrer que le mobile en tombant décrit par sa chute l'arc A L au même tems que le point Z, c'est-à-dire le même mobile demeurant comme en repos, seroit porté du mouvement journalier de la Terre au long de l'arc A E ; donc le mobile en tombant est réellement porté d'un mouvement égal

à celui qui lui feroit communiqué par le seul mouvement de la Terre, s'il ne ressentait aucune impression ni de sa propre gravité ni de sa chute.

Enfin si vous supposez qu'il y ait un passage libre & perpendiculaire, par lequel le mobile en tombant de la surface de la Terre, puisse aller jusqu'au centre ; & delà jusqu'à la surface opposée ; il arrivera par cette hypothèse, que ce mobile tombant, en quelque point du diamètre de la Terre que sa chute commence, (comme sur la surface au point A, emploiera précisément six heures de tems à arriver au centre ; d'où il passera en remontant vers l'autre part en six autres heures, jusqu'à la surface opposée en B ; & de là retombant une autre fois, il fera encore six heures à retourner au centre ; & six autres heures à remonter au lieu d'où il étoit premièrement parti. De sorte qu'il parcourra deux fois le diamètre de la Terre tant en allant qu'en revenant précisément en vingt quatre heures.

Car ce mobile en tombant du point A, n'arrivera point au centre C, que le point Z, partant au même tems du même point A, ne soit arrivé par le mouvement de l'Equateur en D ; après avoir parcouru le quart du même Equateur A D, c'est-à-dire au bout de six heures : & comme les degrés de vitesse acquise au point C, diminuent en montant vers la surface opposée en B, en la même proportion inverse de celle par laquelle ils s'étoient augmentés en descendant de A vers C, en sorte que les espaces soient toujours comme les sinus versés de l'Equateur, l'on pourra démontrer par un raisonnement pareil à celui dont nous nous sommes servis, que le mobile montant de C en B avec un mouvement composé du droit uniformément diminué & d'un circulaire uniforme & égal, décrira la circonférence du cercle C Q B, & qu'il sera en Q lorsque Z sera en T, & n'arrivera point en B, que lorsque Z aura parcouru l'autre quart de l'Equateur D T B, c'est-à-dire au bout de six heures. Ainsi le mobile tombant du point B en C, décrira la circonférence B R C dans le même tems que Z partant de B parcourra le quart de l'Equateur B V Y. Et enfin le même mobile remontant de C en A, décrira la circonférence C S A pendant que le point Z passera en six heures le dernier quart de l'Equateur Y X A.

Et de cette manière un mobile parcourroit deux fois en un jour le diamètre entier de la Terre en allant & en revenant. Cette réciprocation journalière d'allées & de retours dureroit éternellement, (par ce principe de mécanique, qu'une vertu une fois imprimée dans un corps y demeure d'elle

même perpétuellement sans en sortir jamais, à moins qu'elle ne soit chassée par quelque cause externe ;) si la résistance du dehors ne l'arrêtoit, & particulièrement celle de l'air ; qui diminuant insensiblement la vitesse de la chute du mobile, la réduiroit à la fin au mouvement égal ou au néant, & le feroit arrêter au centre, où il demeureroit en repos.

Au reste il paroît que cette supposition bannit de la Nature toutes sortes de mouvemens par ligne droite.

CHAPITRE V.

Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse au mou- vement accéléré.

V Oici maintenant l'autre manière par laquelle Galilée explique la nature de cette augmentation de vitesse dans les corps qui tombent vers le centre de la terre. Il dit donc que le mouvement uniformement accéléré est celui *dans lequel le mobile acquiert en chacun des momens égaux de sa chute, des degrés égaux de vitesse*. C'est-à-dire que la vitesse du mobile au second tems, supposant que tout le tems de la chute soit divisé en parties égales,) est double de celle qu'il avoit au premier tems ; celle du troisième tems triple de celle du premier, celle du quatrième quadruple du même, & ainsi des autres.

Delà vient que les espaces parcourus, étant en raison composée de celles des tems & des vitesses, sont en raison doublée, ou comme les quarez, des uns ou des autres. C'est-à-dire que l'espace parcouru en deux tems à commencer toujours du premier point de la chute, est quadruple de l'espace qui a été passé dans le premier tems ; l'espace parcouru en trois tems sera neuf fois plus grand que l'espace passé dans le premier ; l'espace en quatre tems sera à celui du premier comme 16 à 1. Et ainsi du reste, selon la suite des premiers quarez.

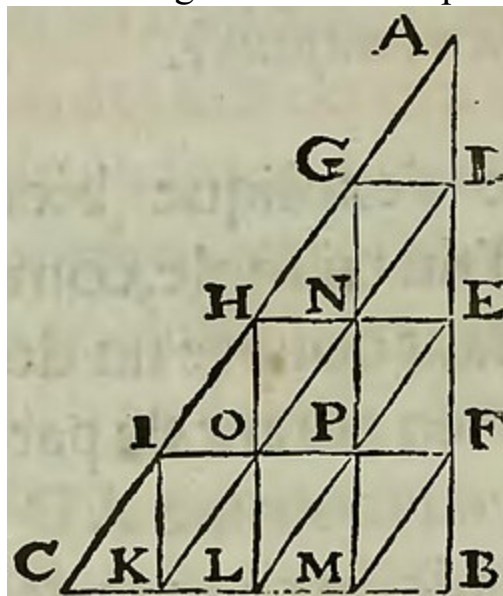
Ce qui fait que les espaces parcourus dans des tems égaux sont entr'eux dans la suite des premiers nombres impairs, 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11 : &c. qui sont les différences des premiers quarez. Comme si l'espace parcouru dans le premier tems de la chute est 1, l'espace passé dans le deuxième sera 3 ou triple du premier : & l'espace du troisième tems sera 5 ; au quatrième moment l'espace aura 7 : au cinquième 9 : & ainsi des autres à l'infini.

C H A P I T R E V I .

Explication des la meme pensée.

Cette doctrine s'explique bien par le moïen d'un triangle, comme A B C dont il faut couper un des côtez comme A B, en autant de parties égales que l'on veut comme A D : D E : E F : F B ; puis de chacun des points de division D : E : F : , l'on mène deux lignes paralleles aux deux autres côtez du triangle comme D G, D K : E H, E L : F I, F M : & enfin les droites G M : H L : I K : paralleles à A B, qui passeront nécessairement par les points N : O : P : où les autres lignes se coupent. Par cette interfection de lignes il se fait un bon nombre de triangles égaux & semblables tant entr'eux qu'au grand Triangle.

Ceci posé : l'on prend toute la ligne A B pour la mesure du tems de la chute d'un corps, & chacune des parties A D : D E : E F : F B : pour des momens égaux. Puis l'on prend la droite G D pour la mesure du premier



dégré de vitesse acquise par le corps tombant dans le premier moment A D. ET puis-que, par l'hypothèse, le mobile à chacun des momens égaux de tems acquiert des degrés égaux de vitesse, la vitesse au second moment pourra être déterminée par la ligne E H dans laquelle la ligne N H égale à G D est ajoutée à la même G D ou à son égale E N, & la vitesse du 3^{me} moment par la droite F I ; dans laquelle O I égale à G D, est ajoutée à O F égale à E H ; ainsi la vitesse du quatrième moment, sera entendue par la ligne B C où la droite K C égale à G D, est ajoutée à B K égale à la précédente I F, & ainsi des autres.

Maintenant comme l'on entend que les vitesses & les tems croissent continuellement en même proportion depuis le point de la chute A ; les produits de la composition des uns & des autres, qui font les espaces

parcourus par le mobile, s'expliqueront bien par les triangles ; en-sorte que l'espace passé dans le premier moment A D avec un degré de vitesse D G soit le triangle A D G ; & l'espace passé dans le second moment D E avec deux degrés de vitesse E H soit le trapeze G D E H ; & l'espace du troisième E F avec les trois degrés de vitesse F I soit le trapeze E H I F ; & enfin l'espace du quatrième moment F B avec les quatre degrés de vitesse B C soit le trapeze B C I F.

Car il y a trois triangles dans le trapeze G D E H égaux & semblables au premier triangle A D G, cinq triangles dans le trapeze H E F I, & sept dans le trapeze B C I F. En la même manière que l'espace du premier moment étant 1, celui du second est 3, celui du 3^{me} est 5, celui du quatrième est 7 ; & ainsi des autres. C'est-à-dire que ces triangles, aussi-bien que les espaces, sont entr'eux dans la suite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11. &c.

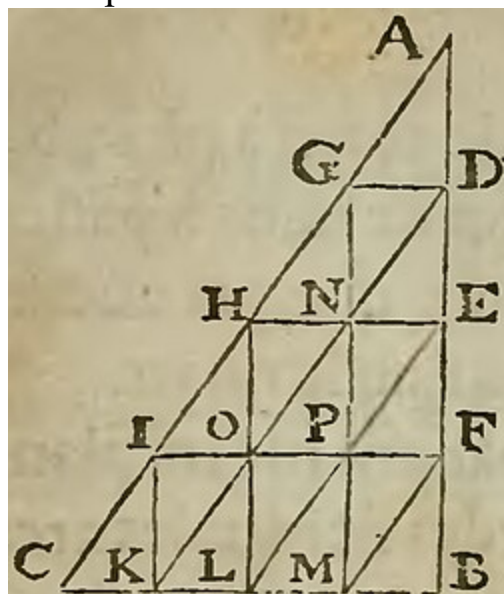
D'où l'on peut conoître pour quelle raison Galilée appelle le mouvement uniformement accéléré, *celui qui partant du point du repos, acquiert en tous les momens égaux de tems, des degrés égaux de vitesse.*

CHAPITRE VII.

Proprietez du mouvement accéléré.

C E mouvement sur cette hypothèse a des proprietez admirables, dont voici les principales.

1. Si un mobile est porté d'un mouvement égal & uniforme avec un degré de vitesse égal à celui qu'il auroit acquis par le mouvement accéléré tombant d'une certaine hauteur en un certain tems ; il parcourra dans un tems égal, un espace double de celui qu'il avoit passé en tombant depuis le commencement de sa chute.



Car l'espace D G N E que le mobile passeroit d'un mouvement égal & uniforme dans le moment D E, avec le degré de vitesse G D, est double de l'espace A D G qu'il a passé dans un moment égale, d'un mouvement accéléré depuis le point de sa chute A.

2. Un mobile porté sur des plans diversément inclinés, acquiert un même degré de vitesse par tout où il y a même hauteur perpendiculaire.

3. Les tems qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversément inclinés, & qui ont même hauteur perpendiculaire, sont entr'eux comme les longueurs des mêmes plans.

4. Les tems qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversément inclinez, sont entr'eux en raison sous doublée & reciproque de la hauteur perpendiculaire des mêmes plans.

5. Dans un cercle élevé à plomb, un mobile est autant de tems à passer par le quart de cercle que par aucun de ses arcs moindres que le quart.

6. Un mobile passera sur les plans posez suivant les cordes de tous les arcs du cercle qui commencent ou finissent à l'un des bouts du diametre

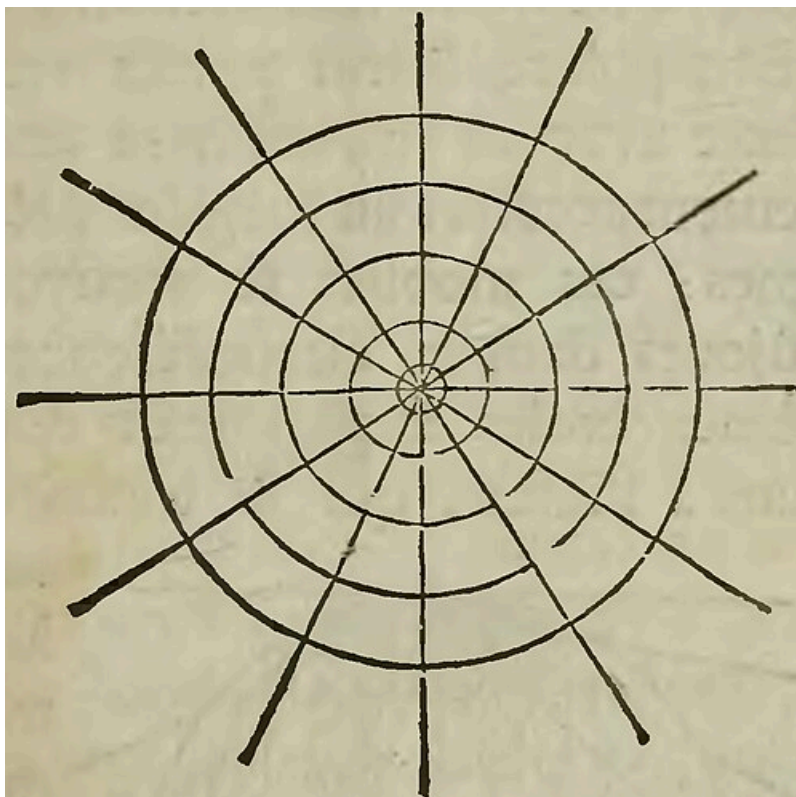
perpendiculaire, dans le même tems qu'il parcourra le même diamètre.

7. Le tems du mouvement du mobile au long de l'arc, est moindre que celui du mouvement du même mobile au long de la corde du même arc, quoi que l'arc soit plus grand que la corde ; &c.

CHAPITRE VIII.

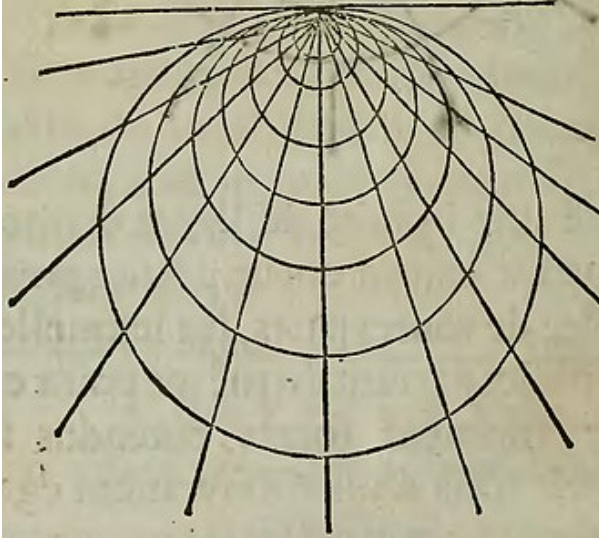
Suites admirables des propriétés du mouvement

AU reste quoi que le mouvement égal & uniforme, & celui qui est uniformement accéléré soient d'une nature si différente : l'on voit néanmoins naître d'eux les mêmes cercles & les mêmes sphères. Car si l'on



suppose une infinité de lignes droites se coupant toutes en un même point s'étendre de toutes parts, sur lesquelles des mobiles partant du même point en même moment soient entendus se mouvoir tous d'un mouvement égal & uniforme ; ces mobiles se trouveront toujours dans la circonférence de mêmes cercles qui peuvent être décrits & plus grans & plus grans à l'infini, autour de ce même point comme d'un centre ; & dont ces mêmes lignes droites feront les demi-diametres.

Mais si vous entendez que des mobiles, tombant en même moment du même point, soient portés vers le centre avec un mouvement uniformément accéléré au long des mêmes lignes ; ces mobiles se trouveront toujours dans la circonférence des mêmes cercles & plus grands & plus grands à l'infini, qui



se toucheront tous à ce même point immobile avec le plan horizontal, que l'on y fera passer ; & ces droites feront les cordes des arcs de ces cercles.

Au reste comme il est difficile de comprendre qu'un mobile puisse d'abord acquérir un degré de vitesse déterminé, sans avoir passé par tous les degrés précédens de moindre vélocité ; on peut ici juger pour quelle raison les Anciens ont été

persuadés que les sentimens de Platon avoient quelque chose de divin. Car ce Philosophe dit sur ce sujet que Dieu ayant, peut-être, créé les Astres dans un même lieu de repos, les avoit laissés dans la liberté de se mouvoir en ligne droite & vers un même point, à la manière des choses pesantes qui sont portées vers le centre de la terre, jusqu'à ce qu'ayant dans leur chute passé par tous les degrés de vitesse, ils eussent acquis celui qui leur étoit destiné, après quoi il avoit converti ce mouvement circulaire pour le rendre égal & uniforme, afin qu'ils pussent le conserver éternellement.

Ce qu'il y a de plus admirable dans cette pensée, c'est que les proportions qui se trouvent entre les distances des Astres & les différences de la vitesse de leurs mouvements, se trouvent assez conformes aux suites de ce raisonnement ; & qu'il ne seroit, peut-être, pas absolument impossible de déterminer la situation de ce premier lieu de repos, d'où ils auroient tous commencé de se mouvoir.

CHAPITRE IX.

Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

V Oilà donc en peu de discours les deux opinions rapprochées par Galilée pour expliquer la nature du mouvement des corps qui tombent, lesquelles sont fondées sur des raisons aussi également probables, & marchent sur des proportions si prochaines, qu'il est presque impossible à l'esprit humain de les discerner par l'expérience, ou de les convaincre de faux dans les hauteurs qui sont à notre connoissance.

Ce qui se confirme par la proximité des nombres dont on mesure les espaces qui se parcourent en l'une & en l'autre de ces hypothèses dans les mêmes tems. Car si l'on suppose qu'il se fasse un espace au premier moment ; il s'en fera 3 moins $\frac{1}{12}$ au second dans la première supposition, & seulement 3 dans la dernière ; au troisième moment il se parcourra 5 moins $\frac{1}{6}$ dans la première, & 5 dans l'autre ; au quatrième l'espace sera 7 moins $\frac{1}{4}$ dans l'une, & 7 dans l'autre ; au cinquième moment il fera 9 moins $\frac{1}{3}$ dans l'une, & 9 dans l'autre ; & ainsi consécutivement à l'infini. Où l'on voit que les différences sont si petites & si peu reconnoissables dans les plus grandes hauteurs où nous pouvons faire les expériences, qu'il est moralement impossible de juger avec certitude de la vérité ou de la fausseté de l'une ou de l'autre de ces deux opinions.

Il est vrai néanmoins que Galilée, après avoir parlé de la première dans ses Dialogues du Systeme du monde, d'une manière à faire croire que ce fut son véritable sentiment, s'explique affirmativement sur la dernière dans le livre du Mouvement qu'il a composé tout exprès pour ce sujet ; où il assure sans balancer que cette hypothèse est celle qu'il tient pour véritable & par la force de la raison & par la conformité de plusieurs expériences.

LIVRE DEUXIÈME .

Théorie du mouvement de projection.

CHAPITRE PREMIER.

Espèces différentes du mouvement de projection.



U reste il a faul dire la plûpart des choses que nous avons expliquées sur la nature du mouvement naturel que convient aux corps péfants qui tombent vers le centre de la Terre, pour bien comprendre ce que nous allons remarquer sur la nature du mouvement violent, qui est le propre des *Corps jettez*, c'est-à-dire de ceux qui sont portés par l'impression d'une force qui leur est communiquée par une cause externe ; & pour faire connoître quelle est la ligne que ces corps jettés décrivent dans l'air par leur passage ?

Ce mouvement donc, que nous pouvons appeller *mouvement de Projection*, se fait perpendiculairement ou vers le haut ou vers le bas, ou bien horizontalement vers les côtez, ou enfin suivant quelque ligne de direction entre la perpendiculaire & l'horizontale.

CHAPITRE II.

Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

Celui qui se fait perpendiculairement vers le haut est continuellement arrêté ou retardé par la pesanteur du corps jetté, laquelle entraînant continuellement ce corps en bas, fait que son mouvement va toujours en diminuant, & qu'il ne dure que tant que la force de l'impression qui le porte en haut, & qu'il a de la cause qui l'a jetté, se trouve supérieure à celle de se porter vers le bas, qui lui vient de la gravité : car le corps jetté cesse de monter au moment que les deux impressions deviennent égales, & il commence à tomber aussitôt que celle de la pesanteur commence à prévaloir sur l'autre.

Où il faut remarquer que les espaces parcourus par le mobile jetté vers le haut sont en proportion réciproque de ceux qui sont parcourus dans les mêmes tems par le mobile tombant. C'est-à-dire que les vitesses diminuent en montant en la même proportion inverse qu'elles augmentent en descendant ; d'où il arrive que le même corps passe par les mêmes espaces dans des tems égaux en montant & en descendant.

Car si l'on entend que tout le tems qu'un mobile employe à monter, est divisé en un certain nombre de parties égales, comme par exemple en cinq ; il est constant que si l'espace qu'il parcourt au premier tems contient 9 mesures, celui du second tems en contiendra 7, celui du troisième 5, celui du quatrième 3, & enfin l'espace parcouru au cinquième ou dernier tems, n'aura que 1 de ces mesures, jusqu'au moment où il se trouve en équilibre sans monter ni descendre : & qu'aussi-tôt qu'il descend, il parcourt par proportion inverse les mêmes espaces dans les mêmes tems ; c'est-à-dire qu'au premier tems il descend 1 mesure, au second, 3, au troisième 5, au quatrième 7, & enfin au cinquième ou dernier 9 : mettant par ce moyen autant de tems précisément à descendre qu'il en a employé à monter.

Le mouvement de projection fait à plomb vers le bas, reçoit une nouvelle impression de vitesse par l'augmentation de celle que le corps acquiert par la seule gravité en tombant.

L'une & l'autre de ces projections perpendiculaires, soit en haut soit en bas, comparée à nous, se fait toujours par une ligne droite, à laquelle la pesanteur du corps jeté n'altère rien quant à la direction ; le changement qu'elle y apporte est seulement qu'elle accourcit la droite du mouvement vers le haut, & qu'elle allonge celle du mouvement vers le bas.

CHAPITRE III.

Mouvement de projection horizontale.

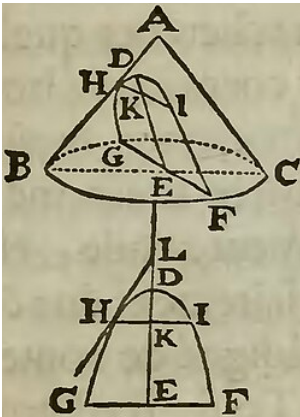
IL n'en est pas de même du mouvement des corps jettez horizontalement ou à côté ; car la pésanteur apporte beaucoup d'altération à la ligne de leur direction, laquelle ne peut pas demeurer droite ; au contraire elle devient courbe en changeant de route.

Et parce que nous ferons voir dans la suite, que cette courbe est une espèce de ligne régulière, que les Géometres appellent *ligne Parabolique*, qui se fait sur la surface d'un Cone coupé par un plan dont l'axe est parallèle au côté du même Cone ; il est nécessaire, avant de passer outre, de donner ici quelque connoissance de cette ligne & de quelques unes de ses propriétés qui font à nôtre sujet.

C H A P I T R E I V .

Naissance & proprieté de la ligne Parabolique.

Soit donc un Cone B A C, qui a le point A pour sommet & le cercle B G C F pour base, coupé premièrement par le sommet A suivant le diametre de la base B C ; il est constant qu'il naîtra de cette coup le triangle A B C que l'on appelle *le triangle par l'axe du Cone*. Soit maintenant dans le plan de la base du Cone mené, de quelque point que ce soit, la droite F G coupant le diametre B C à angles droits, comme au point E ; d'où la ligne E D soit élevée dans le plan du triangle par l'axe, parallele au côté A C, & rencontrant en D l'autre côté A D du même triangle ; & soit entendu un plan mené par les droites D E : G F, il paroît que ce plan coupera le cone & qu'il tracera par cette section sur sa surface convexe, une ligne courbe G H D I F, qui est celle dont nous parlons, que les Anciens ont appellé *ligne parabolique* ; & *Parabole* la figure comprise entre cette ligne courbe & la ligne droite G F ; dans laquelle parabole la ligne E D s'appelle *l'axe*, G F ; la *base ou l'amplitude*, & les droites comme H K & K I paralleles à la base, s'appellent les *Ordonnées*.



Les principales proprieté de cette figure, sont que les portions de l'axe sont entr'elles en raison doublée des ordonnées qui leur répondent. C'est-à-dire que la partie de l'axe E D est à la partie D K en raison doublée, ou comme le quarré de l'ordonnée G E au quarré de l'ordonnée H K. D'où vient que si G E est double de K H, la droite E D sera quadruple de D K ; & si G E est triple de K H, E D contiendra D K neuf fois, & ainsi des autres.

L'autre propriété est celle-ci : continuant l'axe E D, & prenant en dehors une portion comme D L, égale à D K ; si vous joignez les points H & L par une droite H L, elle touchera la ligne parabolique au point H.

CHAPITRE V,

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

Ceci posé : pour rechercher quelle est la ligne des corps jettez horizontalement ? Imaginons nous qu'une boule de matière uniforme, tres dure & parfaitement ronde, est mise sur un plan parfaitement dur & uni, & également éloigné de toutes parts du centre de la Terre. Il est premièrement certain que la boule ne touchera le plan qu'un seul point, qui sera dans la droite venant du centre de la Terre à celui de la boule ; & qu'elle demeurera en repos en cet état, dans lequel il n'y a point de raison qui la fasse plutôt mouvoir d'un côté que d'autre : car la matière étant égale & uniforme, les momens de pesanteur de ses parties autour du centre sont égaux.

Mais si elle reçoit impression de quelque cause externe, qui la détermine vers quelque endroit ; il est encore vrai de dire que cette boule sera muë, parce que cette force imprimée a ôté l'équilibre de ces momens des parties qui sont autour de son centre : & que son mouvement sera perpétuel si l'on suppose qu'il n'ait aucun empêchement de dehors ; parce qu'il n'y a rien au dedans qui puisse arrêter ou changer cette direction de ses parties vers un endroit déterminé, laquelle lui a été une fois imprimée.

De plus comme il est encore véritable qu'il n'y a rien de défini dans l'extension ou grandeur de cette force d'impression qui a été communiquée à la boule ; & que cette force a pu être plus grande & plus grande à l'infini : il est aussi constant que la vitesse du mouvement de cette boule a pu être en la même manière plus grande & plus grande de l'infini ; & qu'elle a pu persévérer toujours dans un mouvement uniforme, avec ce degré de vitesse.

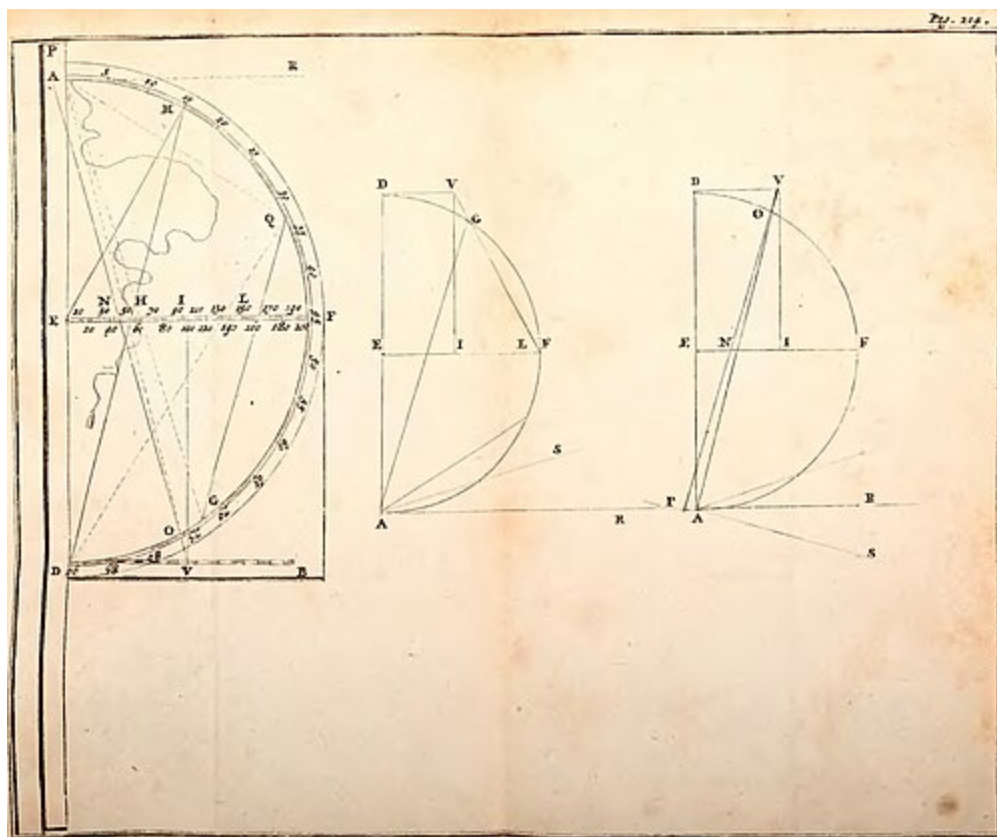
Et c'est ainsi que l'on peut expliquer avec apparence, l'uniformité, l'égalité, & la durée perpétuelle du mouvement des Corps celestes, qui, peut-être, ont reçu dans le tems de leur création cette impression de vitesse déterminée qu'ils conservent toujours également par leur mouvement circulaire, dans lequel ils ne trouvent aucun empêchement qui leur résiste.

Maintenant dans le tems que cette boule se meut suivant cette position, avec quelle vitesse que ce soit, sur ce plan horizontal ; si nous concevons que ce plan qui la soutient est ôté tout à coup, & que la boule soit laissée dans une entière liberté de se mouvoir selon son inclination : il est vrai qu'elle contiendra son premier mouvement suivant l'impression qu'elle avoit & vers la même part où elle alloit, lors-qu'elle se mouvoit sur le plan : mais qu'à l'arrivée d'une nouvelle impression que sa propre gravité lui communique & dont l'effet étoit auparavant arrêté par le plan, elle sera contrainte de se détourner de la droiture de sa direction, & de s'abaisser insensiblement dans la suite de son mouvement.

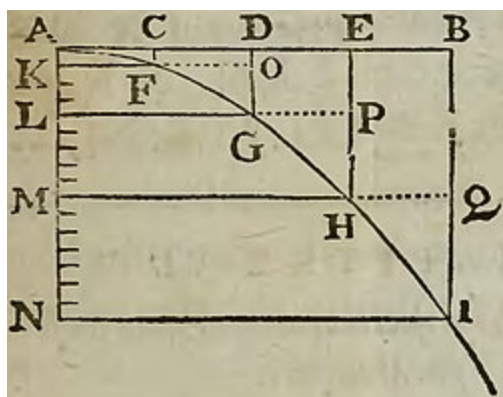
Ainsi elle décrira dans son passage une ligne formée par ces deux mouvemens, dont l'un est égal & uniforme qui lui vient de la première impression ; c'est-à-dire de l'impulsion du corps qui l'a poussée ; & l'autre est uniformément accéléré qui lui est communiqué par sa propre pesanteur.

Et comme les espaces parcourus dans un mouvement égal sont en même proportion que les tems, au lieu que ceux qui sont parcourus dans un mouvement accéléré sont en raison sous doublée des mêmes tems ; il naît de la composition de ces deux mouvemens la même proportion qui se rencontre, comme nous avons dit ci-devant, contre les portions de l'axe & les ordonnées de la Parabole, qui par conséquent est la nature de la ligne courbe que cette boule décriroit dans son passage, ou tout autre mobile qui seroit jetté horizontalement.

Comme si nous comprenons que le corps qui a été jetté horizontalement suivant la ligne de direction A B, a parcouru dans le premier moment de tems l'espace A C par le mouvement égal de l'impulsion, & l'espace C F par le mouvement accéléré de sa pesanteur ; il est constant que dans le second moment, il parcourra l'espace C D égal au premier A C par le mouvement égal, & l'espace O G triple de C F par l'accéléré ; & que la toute D G ou A L sera quadruple de C F ou A K. Ainsi dans le troisième moment il passera l'espace D E égal à A C par le mouvement égal, & l'espace P H quintuple de C F par l'accéléré ; & la ligne E H ou A M sera à C F ou A K comme 9 à 1. Enfin dans le quatrième moment il parcourra l'e-



space E B égal à A C par le mouvement égal, & Q I septuple de C F par l'accélééré ; & B I ou A N sera à C F ou A K comme 16 à 1. & ainsi des autres.



Et comme le mobile au premier moment se trouve par ces deux mouvemens au point F, au point G dans le second, au point H dans le troisième, & au point I dans le quatrième ; il paroît que la courbe A F G H I sera décrite par son passage ; dans laquelle la ligne A N étant à A K comme 16 à 1 ; & à A B à A C, c'est-à-dire N I à K F, comme 4 à 1 ; le diamètre ou l'axe A N, est à la portion A K en raison doublée de celle de l'ordonnée N I à l'ordonnée K F. Ainsi la raison de A M à A K qui est de 9 à 1, est doublée de celle M H à K F, c'est-à-dire de A E à A C qui est de 3 à 1. Et celle de A L à A K qui est de 4 à 1, doublée de celle L G à K F, c'est-à-dire de A D à A C qui est de 2 à 1. Et partant que la courbe A F G H I décrite par le passage du

mobile jetté horizontalement, est celle que l'on appelle *ligne Parabolique*, dont le sommet est A, l'axe est à A N, & les ordonnées sont K F : L G : M H : N I, &c.

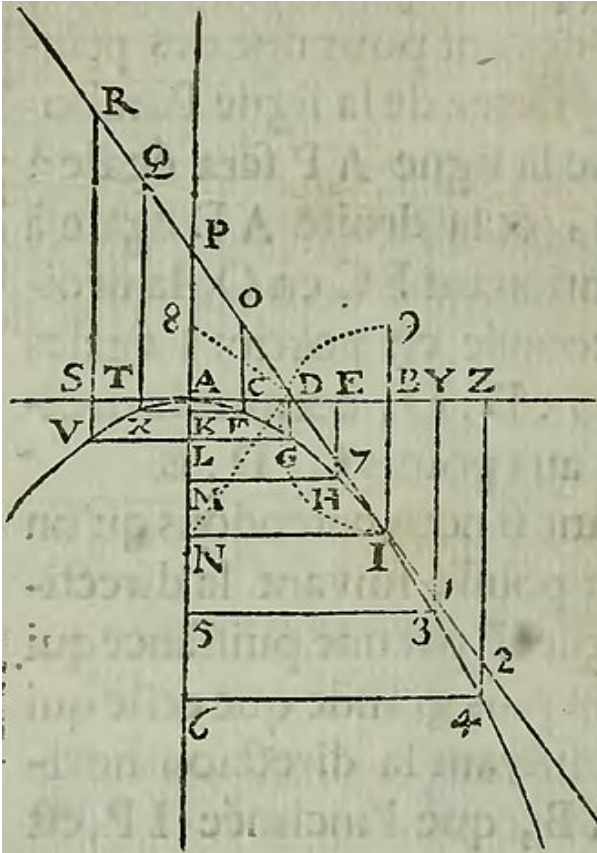
CHAPITRE VI.

*Les lignes des projections obliques sont aussi
paraboliques.*

Nous pouvons avec un raisonnement semblable faire voir que les projections qui se font obliquement & suivant des directions inclinées entre l'horizontale & la perpendiculaire, décrivent des lignes Paraboliques aussi bien que les projections horizontales.

Car nous servant de la même figure, si nous menons la droite I P continuée de part & d'autre qui touche la parabole A G I en I, & coupe son axe N A prolongé en P. Il est premièrement constant, (parce que nous avons remarqué ci-devant pour une des principales propriétés de la ligne Parabolique,) que la ligne A P sera égale à A N ou B I, & la droite A D égale à D B, & continuant F C en O, la droite I P sera coupée en portions égales aux points Γ : D : O, comme la droite A B l'est aux points C : D : E.

Maintenant si nous entendons qu'un mobile soit poussé suivant la direction de la ligne I P par une puissance qui soit d'autant plus grande que celle qui le pouffoit suivant la direction horizontale A B, que l'inclinée I P est plus grande que l'horizontale A B ; c'est-à-dire que la vitesse imprimée à ce second mobile soit à la vitesse imprimée au premier comme I P est à A B : il sera vrai de dire, en faisant abstraction de la pesanteur, que ce mobile parcourra, d'un mouvement uniforme & égal, toute la longueur I P au même tems que le premier a parcouru la longueur A B, & que le second passera par les espaces égaux I Γ : Γ : D : D O : O P : dans les mêmes tems que le premier a passé par les espaces égaux de l'horizontale A C : C D : D E : E B. Mais dans le tems que le premier de ces mobiles a passé d'un mouvement égal l'espace A C, il est descendu par sa propre gravité, d'un mouvement accéléré, de la longueur de la ligne A K ou C F. Donc, dans le tems que ce second mobile passera d'un mouvement égal par l'espace I Γ , il descendra d'un mouvement accéléré de la même hauteur perpendiculaire A K ou Γ H. Et en deux tems parcourant d'un mouvement égal les deux espaces I D, il descendra, par le mouvement accéléré de la pesanteur, à la hauteur



perpendiculaire A L ou D G. Ainfi en trois tems il passera également les trois espaces I O, & l'espace A M ou O F par l'accélééré. Et en quatre tems les quatre espaces I P par le mouvement égal, & l'espace A N ou A P par l'accélééré. C'est-à-dire que l'espace perpendiculaire 7 H égal à A K étant 1 ; D G égal à A L fera 4 ; O F égal à A M fera 9 ; A P égal à A N fera 16 ; &c. Et partant ce second mobile décrira par ces deux mouvemens la ligne courbe I H G A. Mais cette courbe est la même Parabolique que le premier des mobiles porté horizontalement, a décrite, (ainfi que je vais le faire voir.) Donc la ligne décrite par un

mobile jetté suivant une direction oblique entre la perpendiculaire & l'horizontale, comme suivant la direction de la droite I P, est une ligne Parabolique.

Pour connoître que la Courbe I H G F A est la parabole tracée par le mobile porté suivant l'horizontale A B ; il ne faut que considérer que les lignes A C : C D : D E : E B : étant égales, la droite A P étant de 16 parties, G O fera de p. 8. Mais O F est de p. 9 ; donc le reste C F fera de p. 1. Ainfi B I égal à A P est aussi de p. 16, & partant E 7 est de p. 8 ; & 7 H étant de p. 1 ; la toute E H est de p. 9. Donc C F ou A K étant p 1 ; D G ou A L est p. 4 ; E H ou A M p. 9, & B I ou A N est p. 16. Comme A C ou K F étant 1 ; A D ou L G est 2 ; A E ou M H est 3 ; & A B ou N I est 4. Où l'on voit que les portions de l'axe A N sont entr'elles comme les quarrés des ordonnées & que la courbe parabolique I H G F A, décrite par le second mobile suivant la direction oblique I P, est la même que la courbe parabolique A F G H I, décrite par le premier des mobiles suivant la direction horizontale A B. Ce qu'il falloit démontrer.

Le sommer de l'une & l'autre de ces paraboles étant en A, l'on pourra faire voir que la projection oblique suivant I P étant continuée décrira la même parabole de l'autre part. Car prenant les espaces P Q : Q R égaux à P O : O D & menant les droites Q T X : R S V parallèles à l'axe A P ; les portions A T, T S feront aussi égales aux portions A C, C D ; & la droite A P étant de p. 16 ; Q T fera de p. 24, & R S de p. 32.

Maintenant si l'on entend que le mobile partant du point I ait passé en quatre tems la droite I P par le mouvement égal, & soit descendu de toute la longueur perpendiculaire P A de p. 16 par le mouvement accéléré de la pesanteur ; il passera la droite I Q en cinq tems par le mouvement égal, & descendra cependant de la hauteur perpendiculaire Q X de p. 25 par l'accéléré ; & en six tems il parcourra I R également & la hauteur R V de p. 36 par la pesanteur. Or tant donc la longueur Q T ou p. 24, de toute Q X de p. 25, & la longueur R S ou p. 32 de R V ou p. 36 ; il restera p. 1 pour T X & p. 4 pour S V ; c'est-à-dire que TX fera égale à A K ou C F. S V à A L ou D G. Ce qui marque que la courbe qui passe par les points X & V décrite par le mobile jetté du point I suivant la direction oblique I P R ; est la même que celle qui passe par F & G c'est-à-dire la même parabole continuée.

Poisons maintenant que le mobile partant du point I suivant la direction P I, est porté en bas vers I. 2 ; je dis que la ligne courbe I. 3. 4 qu'il décrira par son passage, est aussi la même parabolique A F G I continuée.

Car prenant dans la ligne P I continuée en bas les espaces I 1, 1. 2 égaux à I 7, 7 D, & menant les droites 3. 1. Y : 4. 2. Z parallèles à I B c'est-à-dire à l'axe A N, qui couperont l'horizontale A B prolongée, & feront les portions B Y, Y Z égales aux portions B E, E D. Il est constant que le mobile poussé avec la même force en bas, parcourra d'un mouvement égal les espaces I. 1, 1. 2 en même tems qu'il a parcouru en haut les espaces égaux I 7, 7 D ; & que lors qu'il aura passé le premier espace I 1 par le mouvement égal ; il fera descendu par le mouvement accéléré de la gravité, de la hauteur perpendiculaire 1. 3 égale à 7 H où A K de p. 1, & qu'il descendra de la hauteur 2. 4 égale à D G ou A L de p. 4 par le mouvement de la pesanteur, quand il aura passé en deux tems les deux espaces I. 1, 1. 2 par le mouvement égal. Maintenant dans le triangle D 2 Z, la droite I B étant de p. 16, Y 1 fera de p. 24 ; & Z 2 de p. 32 ; & partant la toute Y 3 fera de p. 25, & Z 4 de p. 36. C'est-à-dire que les points I : 3 : 4 : feront dans la parabole

A F G H I continuée, puis-que la droite Z 4 c'est-à-dire la portion du diametre A 6 de p. 36, est à la portion A K de p. 1, comme le quarré de A Z ou de l'ordonnée 6. 4, est au quarré de A C ou de l'ordonnée K F.

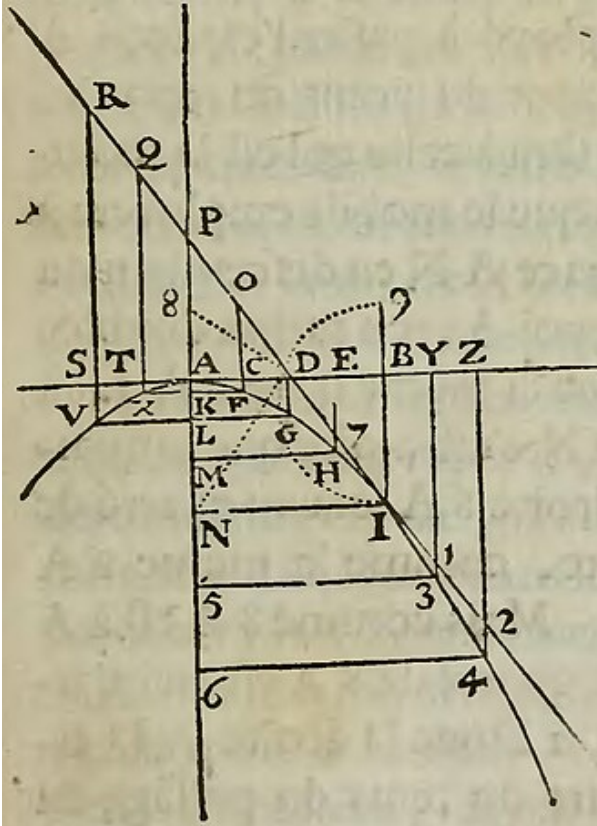
CHAPITRE VII.

Manière de mesurer les différens degrés de la force imprimée au mobile jetté.

L paroît tout ce raisonnement que les paraboles ont d'autant plus d'étenduë que la force ou la vîtessè imprimée au mobile porté suivant une direction horizontale, est plus grande. Et comme cette vîtessè peut être plus grande en une infinité de manières différentes ; Galilée n'a point trouvé de moien plus assûré pour les réduire sous des mesures connuës, qu'en supposant que le mobile a aquis cette force ou ce degré de vîtessè en tombant d'une certaine hauteur. Car puis-qu'un mobile en tombant aquiert à chaque moment de sa chute un nouveau degré de vîtessè, il n'y a point de vîtessè si grande, à laquelle le mobile ne puisse arriver, supposé qu'il n'y ait point d'empêchement du dehors ; ainsi la différence des dégrez de vîtessè peut-être commodément entenduë par la différence des hauteurs d'où l'on peut supposer que le mobile est tombé.

Pour bien entendre ceci, il faut dans la figure dont nous nous sommes servis, mener les droites ND & $D8$ en-sorte que l'angle $ND8$ soit droit, afin que AD soit moïenne Geometrique entre $8A$ & AN , & $8D$ moïenne entre $8A$ & $8N$. Ceci posé Galilée dit que si l'on entend que le mobile soit tombé perpendiculairement du point 8 en A , & que son mouvement soit ensuite converti en mouvement égal suivant la direction horizontale AB , avec le degré de vîtessè aquis par sa chute ; il décrira par son passage la parabole $AFGH I$.

Car comme les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée de celle des tems de leur chute ; si nous prenons la droite $8A$ pour mesure du tems que le mobile a employé à passer l'espace $8A$ en descendant du point du repos 8 : cette ligne fera à celle qui est la mesure du tems que le mobile emploiera à passer l'espace AN en descendant du point de repos A , en raison doublée de celle que la même ligne $8A$ a, à la droite AN : c'est-à-dire que le quarré de la droite, $8A$ fera au quarré de cette droite, comme la même $8A$ est à AN . Mais comme $8A$ est à AN , ainsi le



quarré de 8 A est au quarré de A D. 1
Donc la droite A D sera la mesure du
tems du passage du mobile par
l'espace A N.

Maintenant comme il a été
démontré par Galilée, qu'un mobile
porté d'un mouvement égal avec un
degré de vitesse acquis en tombant de
quelque hauteur, parcourt dans un
tems égal à celui de sa chute, un
espace double de celui qu'il a
parcouru en tombant : c'est-à-dire
que le mobile porté d'un mouvement
égal suivant la direction A B, avec le
degré de vitesse acquis par la chute
du point de repos 8 en A, parcourt dans
le tems 8 A un espace double de la
droite 8 A ; il s'enfuit que dans le

tems A D il parcourra avec la même vitesse une espace double de la droite
A D ; c'est-à-dire l'espace A B ou N I. Mais nous venons de faire voir que le
même mobile partant du point de repos A, passoit en descendant l'espace
A N dans le même tems A D. Donc dans le tems qu'il parcourra
horizontalement la droite A B d'un mouvement égal, il descendra de toute la
hauteur A N du mouvement accéléré ; & par la composition de ces deux
mouvemens il décrira la Parabole A F G H I ; car on ne sauroit mener
d'autre parabole que celle-là qui passe par les points A & I.

Où l'on voit que les vitesses ou les forces acquises ou imprimées étant
entr'elles en même raison que les tems, la vitesse ou la force acquise par la
chûte 8 A, c'est-à-dire la force ou la vitesse du mouvement horizontal étant
mesurée par la droite A 8, la mesure de la force ou de la vitesse acquise au
point N par la chute A N sera la droite A D.

Nous avons dit ci-devant qu'une force ou vitesse qui seroit à la force ou
vitesse horizontale comme la touchante I P est à la touchante A B ou N I ;
c'est-à-dire comme D P est à D A ; porteroit le mobile en montant ou en
descendant suivant la direction I P par les points de la même parabole

A F G H I. Pour déterminer quelle est cette force, supposé que l'horizontale A B soit mesurée par la droite A 8 ? il faut raisonner en cette manière.

La droite A N étant égale à A P, les deux D P & D N sont aussi égales ; & partant A D est à D N, comme la vitesse horizontale A B est à la vitesse suivant la touchante I P ; mais comme A D est à D N, ainsi A 8 est à 8 D. Donc A 8 est à 8 D, comme la force horizontale est à l'inclinée par I P : Maintenant posant la droite A 8 pour mesure de l'espace que le mobile a parcouru en tombant pour acquérir la force horizontale A 8, elle fera à l'espace qu'il faudra qu'il parcoure pour acquérir la force inclinée 8 D, en raison doublée de la ligne A 8 à 8 D, c'est-à-dire comme A 8 est à 8 N ; & partant l'étendue 8 N fera celle de la chute du mobile pour acquérir la force ou la vitesse 8 D. Donc la force horizontale A B ayant été acquise par la chute 8 A, la force inclinée I P sera acquise par la chute 8 N.

Galilée appelle dans cette parabole A F G H I, la droite A N *la hauteur*, N I *la moitié de son amplitude*, & 8 A *la sublimité* : où l'on voit que la hauteur & la sublimité jointes ensembles sont la mesure de l'espace qu'il faut que le mobile parcoure en tombant pour acquérir la force qu'il doit avoir pour décrire la même parabole suivant la tangente menée à l'extrémité de son amplitude. L'on voit de plus que la moyenne Géométrique entre la hauteur & la sublimité d'une parabole est égale au quart de son amplitude.

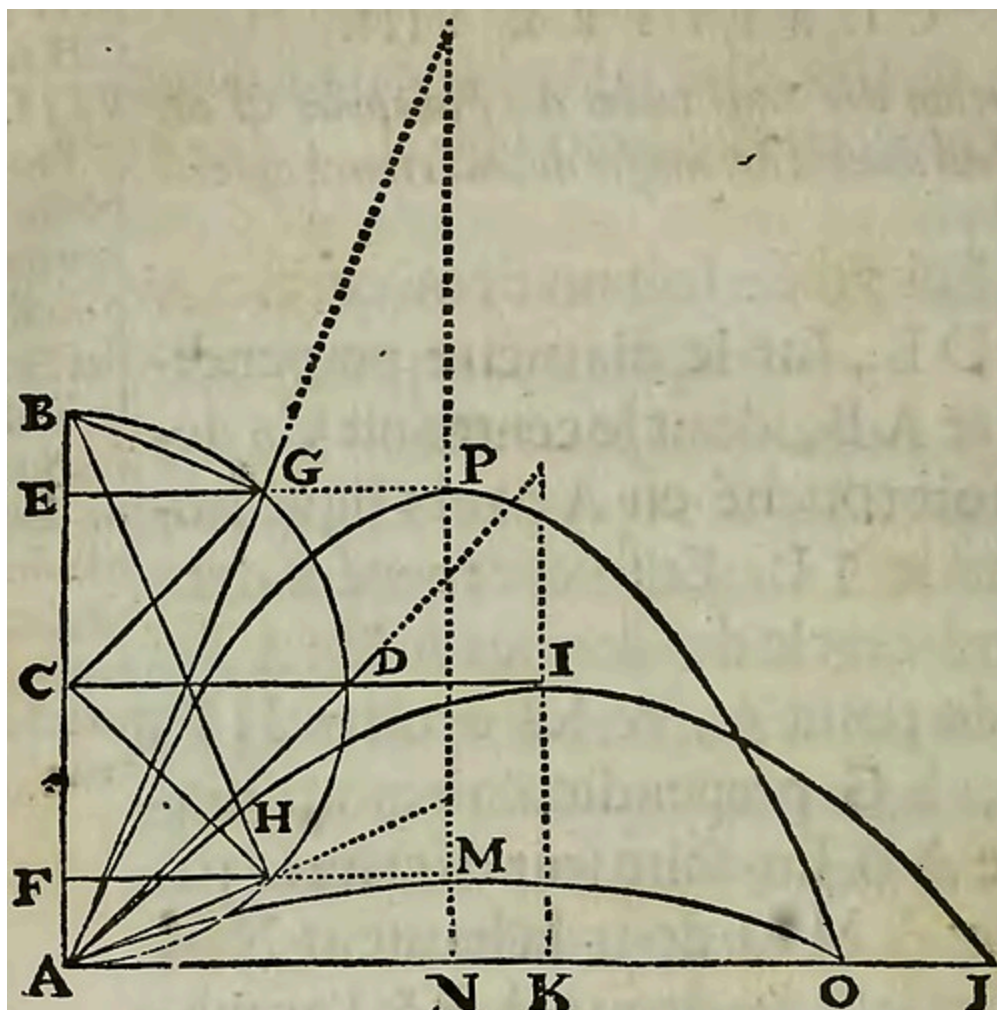
Ainsi continuant la droite I B jusqu'en 9, en sorte que B 9 soit égale à A 8 comme B D est égale à A D ; la droite B D sera moyenne entre I B & B 9 ; & le demi-cercle fait sur le diamètre I 9, passera par le point D ; & dans ce demi-cercle, B 9 sera la sublimité de la même parabole, décrite suivant la direction horizontale, B I sera la hauteur, & B D le quart de l'amplitude. Et le diamètre entier I 9 sera la sublimité de la même parabole décrite suivant la direction de la touchante I P.

CHAPITRE VIII.

*Proportion des amplitudes des Paraboles & des
sinus du double des angles de leurs touchantes.*

Ceci posé : soit un demi cercle A D B, sur le diamètre perpendiculaire A B, dont le centre est C ; lequel soit touché en A par la ligne horizontale A L. Et soient menées dans le demi-cercle des droites A H : A D : A G du point A ; & les droites H F, D C, E G perpendiculaires du diamètre A B. En-suite soit décrite la parabole A M O dont la hauteur N M soit égale à la droite A F & l'amplitude A O soit, quadruple de la droite F H ; la parabole A I L, dont la hauteur K I soit égale à A C, & l'amplitude A L quadruple de la droite D C ; & enfin la parabole A P O, dont la hauteur N P soit égale à A E, & l'amplitude A O quadruple de la droite E G. Puis soient menées dans le demi-cercle les lignes H C : H B : & G C : G B.

Il est manifeste par ce que nous avons démontré ci-devant que la ligne



B F est la sublimité & A F ou N M la hauteur de la parabole A M O ; c'est-à-dire qu'un mobile porté d'un mouvement égal du point M horizontalement avec une force acquise par la chute B F décrira la parabole A M O. Ainsi la sublimité de la parabole A I L est B C & sa hauteur à A C ou K I ; comme la sublimité de la parabole A P O est B E & sa hauteur. A E ou N P. D'où il s'enfuit que les mêmes paraboles seront décrites par des mobiles portés également avec une force acquise par la chute B A suivant les différents inclinations des touchantes A H : A D : A G. C'est-à-dire que la parabole A M O sera décrite par le mobile porté également suivant la touchante A H avec la vitesse qu'il aura acquise en tombant du point B en A. Et la parabole A I L sera décrite par le mobile porté également suivant la touchante A D avec la même vitesse B A. Et enfin la parabole A P O par le mobile suivant la touchante A G, avec la même force ou vitesse B A.

Et comme les amplitudes de chacune des paraboles font quadruples des droites $FH : CD : EG$: il s'enfuit.

CHAPITRE IX.

Suites de cette Proportion.

1 **Q**ue de toutes les paraboles faites avec une même impression de vitesse, la plus grande est celle dont le mobile est porté suivant la direction d'un angle demi droit ou de 45 degrés ; ce qui a été premièrement remarqué par Tartaglia, ainsi que nous l'avons dit ci-devant. Car si nous supposons que l'angle LAD , qui est l'inclination suivant laquelle la parabole AIL a été faite, est de 45 degrés ; la ligne DC perpendiculaire au diamètre AB , sera égale au demi diamètre du même Cercle ADB ; & par conséquent elle sera plus grande qu'aucune autre perpendiculaire au même diamètre comme HF ou GE ; d'où il arrive que le quadruple de CD , c'est-à-dire l'amplitude AL de la Parabole AIL , sera plus grande que le quadruple d'aucune autre perpendiculaire comme FH ou GE , c'est-à-dire que l'amplitude d'aucune autre Parabole comme AMO ou APO .

2. Que les Paraboles décrites suivant des inclinations également éloignées au-dessus ou au-dessous de l'angle de 45 degrés sont égales d'amplitude. Ce qui a été remarqué par plusieurs & particulièrement par Diego Ufano, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Car supposant que les arcs DH & DG soient égaux, les droites HF & GE seront aussi égales, & leurs quadruples AO ; c'est-à-dire l'amplitude de la Parabole AMO & de la parabole APO faites sur les inclinations AH & AG .

3. Comme les perpendiculaires sur le diamètre du cercle vont toujours en augmentant depuis le point A jusqu'en D , & que delà elles vont toujours en diminuant jusqu'au point B ; il s'enfuit que les Paraboles produites par les mobiles portés d'une même vitesse suivant les inclinations depuis l'horizontale AL jusqu'à celle de l'angle demi droit AD , vont toujours en augmentant d'amplitude ; comme au contraire celles qui se font suivant les inclinations depuis l'angle demi droit AC . jusqu'à la perpendiculaire AB vont toujours en diminuant.

4. La droite HF est le sinus de l'angle au centre ACH , double de l'angle à la circonférence ABH qui est égal à celui de l'inclination LAH . Ainsi la

droite C D est le sinus de l'angle droit double de celui de l'inclination L A D. Et la droite G E est le sinus de l'angle au centre A C G double de l'angle à la circonférence A B G qui est égal à celui de l'inclination L A G. Et comme les amplitudes A A O, A L, des Paraboles A M O, A P O, A I L, sont entr'elles comme les lignes F H, C D E G dont elles sont quadruples ; il s'enfuit que les amplitudes des Paraboles faites par un mobile porté d'une égale impression de vitesse, suivant des angles différens d'inclination, sont entr'elles comme les sinus du double des mêmes angles. Ainsi l'amplitude A L de la Parabole A I L faite suivant l'angle demi droit L A D, est à l'amplitude A O de la parabole A M O fait avec la même impression de force suivant l'angle L A H, comme la droite CD sinus de l'angle droit, double du demi droit L A B, est à la droite F H sinus de l'angle A C H, double de l'angle L A H. Et la même amplitude A L de la Parabole A I L est à l'amplitude A O de la parabole A P O, comme la droite C D sinus du double de l'angle L A D, est à la droite E G sinus du double de l'angle L A G, & ainsi des autres.

LIVRE TROISIÉME

Démonstration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et premièrement pour les jets dont l'étenduë est au niveau des Batteries, & par le moïen des sinus.



Cette proposition est le fondement de la plûpart des Pratiques que nous avons expliquées dans la deuxième partie de ce Livre, & que nous allons maintenant examiner l'une après l'autre.

CHAPITRE PREMIER .

*Pour trouver l'étendue d'un coup sur une
élévation donnée.*

LA première de toutes est claire d'elle-même : car supposant que l'on ait fait l'épreuve d'une pièce ou d'un mortier sous un angle d'élévation connuë, & connoissant exactement sa portée ; pour connoître celle de la même pièce ou du même mortier avec la même charge sous une autre élévation ; il ne faut, suivant la pratique expliquée au premier Chapitre du premier Livre de la seconde Partie, que faire une règle de Trois dont le premier terme soit le sinus du double de l'angle de l'élévation sur laquelle on a fait l'épreuve, le

que l'amplitude A O est à l'amplitude A L comme le sinus H F est au sinus C D.

Si l'angle de l'inclination proposée est plus grand que le demi droit, il ne faut pas le doubler pour avoir le sinus, mais il faut prendre le sinus du double de son complément à l'angle droit. Comme si l'on a proposé l'élévation de la pièce ou du mortier à l'angle L A G de 50 degrés : il faut prendre E G sinus de 50 degrés double de 40 dégr. complément à l'angle droit du proposé de 50 degrés.

CHAPITRE II.

*Pour trouver l'angle de l'élévation pour
une étendue donnée.*

S I l'on propose une étendue qui ne soit pas plus grande que celle de la pièce élevée à 45 dég. ; il faut, comme il a été dit au second Chapitre du premier livre de la seconde partie, prendre pour premier terme de la règle de Trois l'étendue de la portée connue par l'épreuve, pour second terme l'étendue que l'on demande, & pour troisième le sinus du double de l'angle de l'inclination sur laquelle l'épreuve a été faite ; afin d'avoir pour quatrième

A L C de 43. 52' double de ce que l'on demande Q A C de 21. 56', ou de son complement à l'angle droit Q A E de 68 4'. Car la pièce ou le mortier élevé en l'un ou en l'autre de ces deux angles donnera la même amplitude proposée A Q des Paraboles A K Q ou A P Q. Et par tout l'on voit que ces amplitudes A O & A Q sont entr'elles comme les droites F H & D C.

CHAPITRE III.

Démonstration de la Table des Sinus servans au jet des Bombes.

LA Table qui suit, & qui est rapportée au troisième Chapitre du premier Livre de la seconde partie, n'est que pour soulager ceux qui auroient peine à rechercher en toutes rencontres les sinus du double des angles proposés pour l'élevation du mortier ou de la pièce ; puis-qu'elle contient les mêmes sinus qui répondent aux angles proposés, sans qu'il soit besoin de rien doubler. Ce qui a été nettement expliqué dans le discours de la construction de la table, où j'ai dit que les nombres qui y répondent à chaque dégr. étoient ceux qui se trouvent dans la table ordinaire des sinus au droit des angles doubles de ceux-ci ; & que le nombre par exemple de 349 répondant au premier dégr. dans cette Table, étoit celui qui répondoit à 2 degrés dans celle des sinus ; & le nombre 698 répondant dans celle-ci à 2 dégr., étoit le sinus de 4 degrés ; ainsi le nombre 6428 répondant à 20 dégr. est le sinus de 40 dégr., & ainsi des autres.

Ce qui fait que proposant un angle & prenant le nombre qui lui répond dans cette table, vous prenez tout d'un coup le sinus de son double. Ce qui se connoît par les exemples rapportés sur ce sujet, dans lesquels les nombres sont par tout les mêmes que ceux qui sont trouvés par la pratique des sinus. Ce qui n'a point besoin de plus longue explication.

Il en est de même de la table qui répond à celle que j'ai expliquée dans la première partie de ce Traite sur la doctrine de Diego Ufano ; car j'ai calculé cette table sur celle-ci, en-sorte que tous les nombres de l'une sont proportionels aux nombres de l'autre.

CHAPITRE IV.

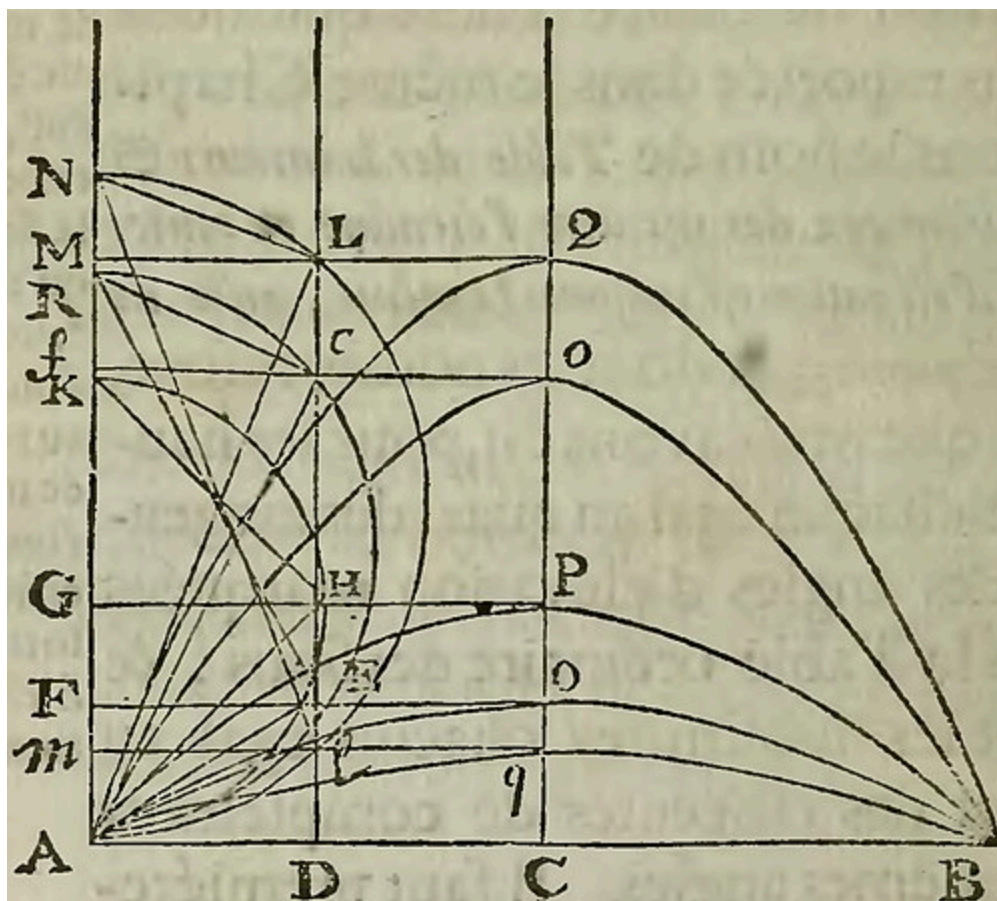
Démonstration de la Table des hauteurs des jets poussez d'une même force.

IL n'est pas plus mal aisé de démontrer la construction & l'usage de la Table que nous avons rapportée au sixième Chapitre du premier Livre de la seconde partie sous le nom de *Table des hauteurs des jets poussez d'une même force dont la plus grande portée est 10000* ; & dont les nombres sont, ainsi que nous avons dit, chacun égal au quart des sinus versés du double des angles de l'inclination du mortier. Car si dans cette figure, nous considérons que la hauteur NM de la demiparabole AM , faite sous l'angle de l'inclination NAH & avec la force acquise par la chute depuis le point B , est égale à la droite AF , qui dans le demi-cercle fait sur le diamètre AB est le sinus versé l'angle au centre ALH double de l'angle à la circonférence ABH égal à celui de l'inclination NAH : que la hauteur GK de la demiparabole AK faite sous l'inclination GAC avec la même force acquise par la chute du point B , est égale à la droite AD qui dans le même demi-cercle est le sinus versé de l'angle ALC double de celui de l'inclination GAC : & qu'enfin la hauteur GP de demi-parabole AP

CHAPITRE V.

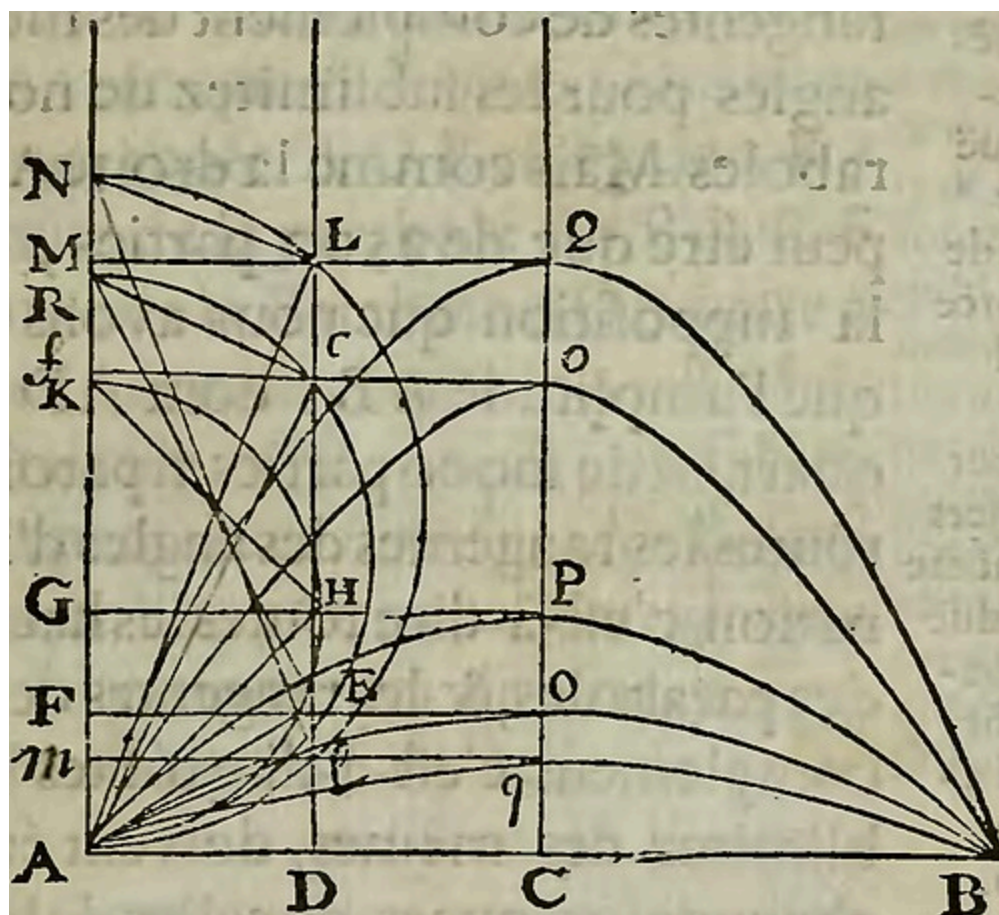
Démonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes fortes d'élévation.

P Our bien entendre la construction de l'autre Table que nous avons rapportée dans le même Chapitre sous le nom de *Table des hauteurs & des sublimitez des jets dont l'étendue en toutes fortes d'élévation est toujours la même, posée de 10000 parties* ; & dont les nombres sont, ainsi que nous avons dit, pour les hauteurs chacun égal au quart des tangentes des angles d'élévation marquées dans la Table ordinaire des sinus, & pour les sublimitez chacun égal au quart des tangentes de complement des mêmes angles. Il faut premièrement dans cette figure, où l'étenduë horizontale donnée A B est partagée également en C, & A C aussi également en D, mener des points A, D, C, des droites comme A N, D L, C Q, perpendiculaires à A B. Puis ayant pris sur A N la droite A G égale à A D, faire du centre G & intervalle G A, le cercle K H A qui touchera la ligne D C au bout H du rayon G H parallèle à A C ; & si l'on mène la droite A H ; l'angle C A H sera de 45 dég. & la parabole du point A suivant



la direction A H avec la force mesurée par A K aura la droite A B pour amplitude, A G ou C P pour sa hauteur & K G pour sa sublimité : car toutes ces choses ont été démontrées ci-devant. Par la même raison si menant du point A une autre droite A E faisant l'angle de l'inclination B A E, je tire la droite E R perpendiculaire à A E & coupant A N en R ; j'aurai A R diamètre du cercle A E R qui passera par le point E, d'où menant F E O parallèle à A B, l'amplitude de la parabole décrite par le mobile poussé du point A suivant l'inclination B A E & avec la force imprimée par la chute du point R, sera la même A B quadruple de A D, sa hauteur sera A F ou C O, & sa sublimité R F. Ainsi faisant une autre inclination B A L & menant la droite L N perpendiculaire à A L, nous aurons A N diamètre d'un cercle qui passera par le point L, d'où menant la ligne M L Q, nous pouvons dire que la parabole décrite par un mobile poussé suivant l'inclination B A L avec la force imprimée par la chute du point N, aura la même amplitude A B, la droite A M ou C Q pour sa hauteur, & N M pour sa sublimité ; & ainsi des autres.

Il faut maintenant considérer dans le triangle rectangle A H K, que posant la droite G H ou A D pour sinus total ; la ligne G A hauteur de la parabole A P B sera la tangente de l'angle G H A qui est celui de l'inclination ; & la ligne K G sublimité de la même, sera la tangente de l'angle G H K complement de celui de l'inclination G H A, ou B A H. Ainsi dans le triangle rectangle A E R, posant la droite E F égale à A D pour sinus total, la ligne A F ou C O hauteur de la parabole A O B sera la tangente de l'angle de l'inclination A E F ou B A E ; & la ligne R F sublimité de la même, sera la tangente de l'angle R E F complement de celui de l'inclination A E F. Enfin dans le triangle rectangle A L N, posant la droite L M égale à A D pour sinus total, la droite A M ou C Q hauteur de la parabole A Q B est la tangente de l'angle A L M ou de son égal l'angle de l'inclination B A L ; & la droite N M sublimité de la même, est la tangente de l'angle M L N complement de M L A ou B A L. Et comme on peut faire le même raisonnement sur tous les angles d'inclination possibles ; il est aisé de faire voir que la même droite A D pouvant toujours être posée pour sinus total, toutes les hauteurs des paraboles de même amplitude seront les tangentes de tous



les angles égaux à ceux de l'inclination ; & toutes les sublimitez des mêmes paraboles seront les tangentes de complement des mêmes angles.

Desorte que si nous avons pris la droite A D égale au sinus total de la Table ordinaire des sinus, tangentes & sécantes qui est de 10000 parties, nous aurions pû nous servir pour les nombres de nôtre Table des hauteurs & sublimitez, de ceux des tangentes des angles de la Table ordinaire des sinus pour les hauteurs, & de ceux des tangentes de complement des mêmes angles pour les sublimitez de nos paraboles. Mais comme la droite A D ne peut être que de 2500 parties, dans la supposition que nous avons faite que l'amplitude A B, dont A D est le quart, est de 10000 parties ; il paroît que toutes les tangentes des angles d'inclination ; c'est-à-dire toutes les hauteurs des paraboles, & les tangentes de leurs complemens, c'est-à-dire toutes les sublimitez des mêmes, doivent être ici chacune un quart de celles de la Table ordinaire des sinus ; ainsi que nous l'avons pratiqué dans la Table des mêmes hauteurs & sublimitez, ou celle de l'angle de 45 dég, égale au sinus total, n'est que de 2500 parties.

Au reste comme l'arc $N L$ dans le cercle $A L N$ est égal à l'arc $A l$, la droite $N M$ est aussi égale à $A m$, & $A M$ à $N m$; où l'on voit que $A M$ ou $C Q$ hauteur de la parabole $A Q B$, est égale à $N m$ ou $Q q$ sublimité de la parabole $A q B$; & $N M$ sublimité de la parabole $A Q B$ égale à $A m$ hauteur de la parabole $A q B$. Par la même raison nous ferons voir que $A F$ ou $C O$ hauteur de la parabole $A O B$ est égale à $R f$ sublimité de la parabole $A o B$ & $R F$ sublimité de la Parabole $A O B$ égale à $A f$ hauteur de la parabole $A o B$ Mais les paraboles $A Q B$, $A q B$; aussi bien que les paraboles $A O B$, $A o B$, sont celles que l'on peut appeller *reciproques*, étant faites sous des directions également éloignées de celle de 45 degrés, & dont la force de l'impulsion & l'amplitude sont égales : l'on peut dit ci-devant, *Qu'aux paraboles de même étendue sous même force, les hauteurs & les sublimités sont reciproquement égales.*

Enfin comme la hauteur $C P$ ou $A G$ de la parabole $A P B$, jointe à sa sublimité $K G$ fait la toute $A K$ mesure de la force qui l'a décrite : que la hauteur $C O$ ou $A F$ de la parabole $A O B$ & sa sublimité $R F$ font ensemble la toute $A R$ mesure de la force qui l'a pû décrire : que la hauteur $C Q$ ou $A M$ de la parabole $A Q B$ & sa sublimité $N M$ font ensemble la toute $A N$ d'où le mobile tombant auroit par sa chute aquis assez de force pour porter le même mobile suivant la direction $A L$ par la parabole $A Q B$ à la distance $A B$. Nous pouvons inférer *qu'en toutes les paraboles, la hauteur & la sublimité font ensemble la mesure de la force qu'il faut pour les décrire.* Et ceci est le fondement de la dernière Table que nous avons rapportée au septième Chapitre du premier Livre de la seconde partie, sous le nom de *Table de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes sortes d'élévation* ; ce qui n'a point besoin de plus grande explication.

L I V R E Q U A T R I É M E .

Démonstration des pratiques pour les
jets dont l'étendue est au niveau des bat-
teries & par le moyen des instrumens

CHAPITRE PREMIER

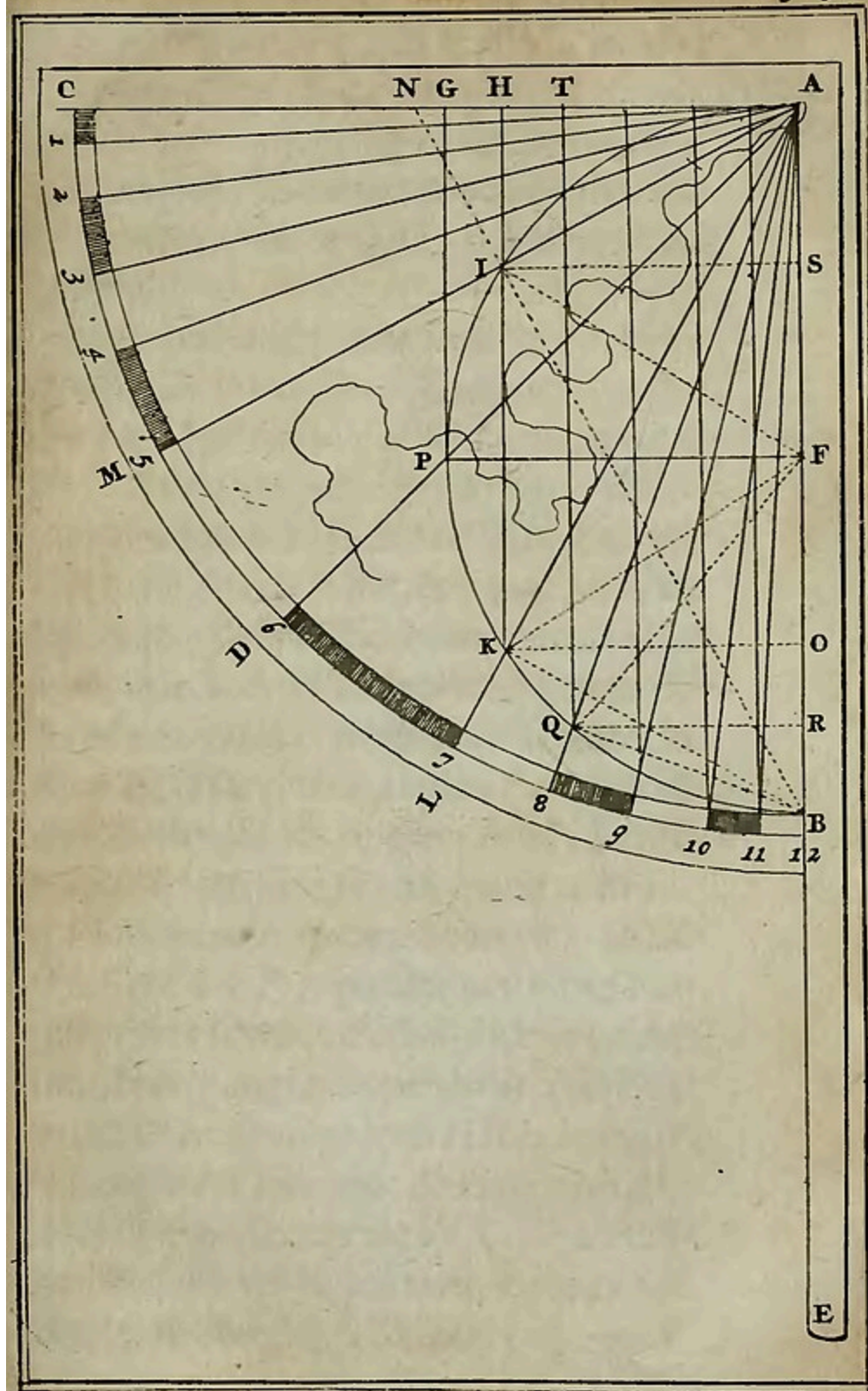
Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.



'Equerre de douze points faite à l'imitation de celle de Tartaglia rapportée au premier Chapitre du second livre de la seconde partie un peu plus de difficulté, quoi qu'elle soit sur un même principe. Pour la bien entendre il faut se souvenir de ce que nous avons expliqué dans la pratique, tant au sujet de la construction que de l'usage, dont je rapporterai seulement ici, que les points de l'Equerre y ont entr'eux la même proportion que les portées d'une pièce élevée suivant les angles qu'ils font sur l'Equerre. C'est-à-dire que la portée d'une pièce élevée au quatrième point est double de la portée de la même pièce élevée au second, & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 est double du nombre 2, quadruple de 1. Et ainsi des autres.

Voilà les termes dont je me suis servi dans la seconde partie de ce Livre. Et par la disposition de la figure on voit que le bras A E de l'Equerre étant mis dans la pièce, si le plomb attaché par le filet en A tombe sur le point 6, on peut dire que la pièce est élevée suivant l'angle 6 A C ; ainsi le plomb tombant sur le point 5, la pièce sera élevée suivant l'angle 5 A C ; & suivant l'angle 8 A C si le plomb tombe sur le point 8. Et ainsi du reste.

Pour faire donc voir qu la portée, c'est-à-dire que l'amplitude de la parabole faite au point 6, ou suivant l'angle 6 A C, est à l'amplitude de la parabole faite au point 5, ou suivant l'angle 5 A C, comme le nombre 6 est au nombre 5 ; & ainsi des autres ; il suffit de démontrer que le sinus du double de l'angle 6 A C est au sinus du double de l'angle 5 A C, comme 6 à 5 ; car par



ce moyen les mêmes amplitudes étant entr'elles comme les sinus du double des angles, elles feront aussi entr'elles comme les mêmes nombres des points.

Or pour démontrer que le sinus du double de l'angle 6 A C est au sinus du double de l'angle 5 A C comme 6 est à 5 ; il faut prendre garde qu'après avoir tiré les droites B P & B I N, l'angle 6 A C est égal à A B P, & l'angle 5 A C égal à l'angle A B I ; car dans le triangle rectangle B A N la droite A I tirée de l'angle droit A, perpendiculaire à la baze B N, fait les triangles A B I, I A N semblables, & les angles A B I, I A N égaux. Et partant si l'on mène la droite F I du centre du demi cercle, & I S parallèle à F P, posant la même F P pour sinus total, c'est-à-dire sinus du double de l'angle demi droit A B P, la droite IS ou son égale A H fera le sinus de l'angle A F I double de l'angle A B I. Mais F P ou son égale A G est à A H comme 6 à 5 : & partant le sinus du double de l'angle A B P ou de son égal A C, est au sinus du double de l'angle A B I ou de son égal 5 A C, comme 6 à 5. Nous pouvons faire le même raisonnement à l'égard des autres angles 4 A C, 3 A C, &c., & démontrer que le sinus du double de l'angle 4 A C est au sinus du double de l'angle 3 A C, comme 4 à 3. Et ainsi des autres.

Nous avons fait remarquer dans la pratique que les portées faites sur des inclinations au-dessus du sixième point, n'étoient pas entr'elles comme les nombres de leurs points, mais bien comme ceux qui sont également éloignés au-dessous du sixième : c'est-à-dire que la portée du huitième point, n'étoit pas à la portée du septième comme 8 est à 7 ; mais bien comme 4 à 5, qui sont nombres posés au-dessous du sixième point en même distance que 8 & 7 le sont au-dessus. La raison en est manifeste par cette démonstration : car l'amplitude au huitième point c'est-à-dire suivant l'angle 8 A C, étant à l'amplitude au septième point ou suivant 7 A C, comme le sinus du double de l'angle 8 A C, est au sinus du double de l'angle 7 A C ; il est aisé de faire voir que ces sinus ne sont pas entr'eux en raison de 8 à 7, mais bien en celle des nombres 4 à 5 correspondans au-dessous du sixième point. Car l'angle 8 A C étant égal à l'angle A B K ; si l'on mène les droites F K, F Q du centre F, & K O, Q R parallèles à P F ; prenant toujours F P pour sinus total, la droite R Q ou son égale A T fera le sinus de l'angle A F Q double de l'angle A B Q ou de son égal 8 A C ; & la droite K O ou son égale A H ; fera le sinus de l'angle A F K double de l'angle A B K ou de son égal 7 A C.

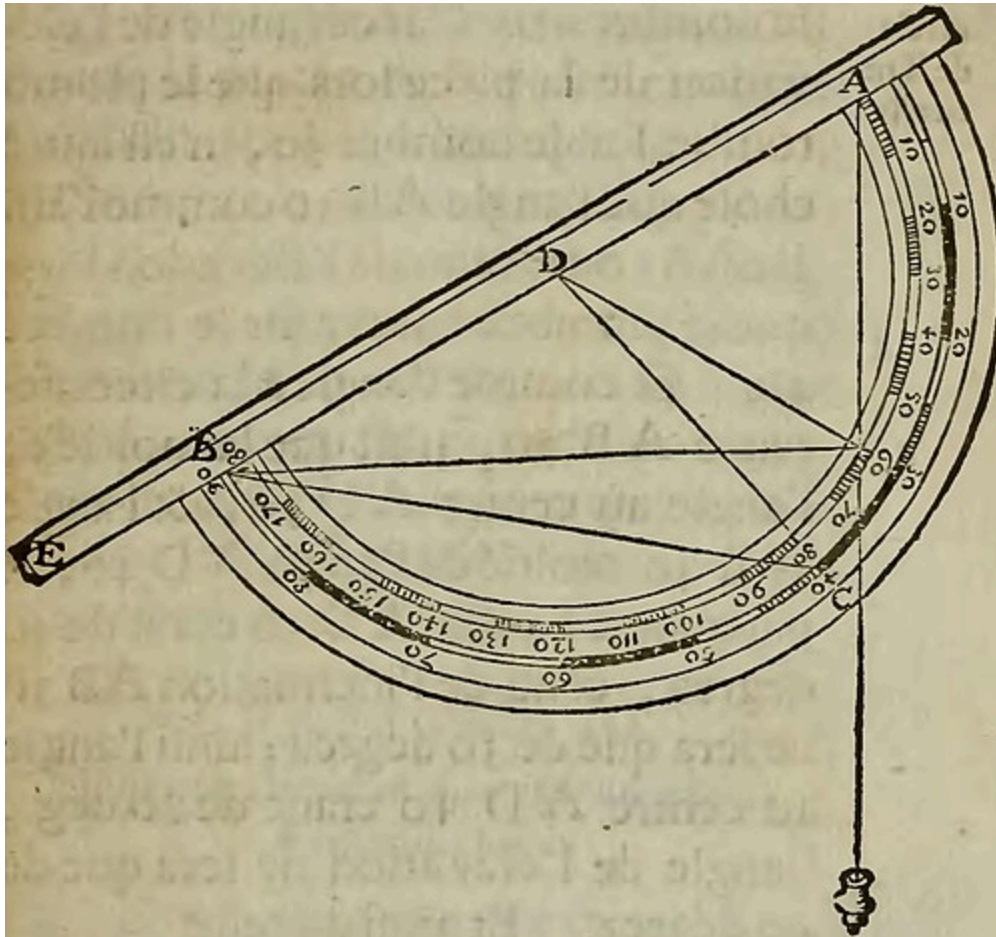
Mais AT par la construction est à AK comme 4 à 5. Donc le sinus du double de l'angle au huitième point est au sinus du double de l'angle au septième comme 4 à 5.

Je ne parlerai point des minutes, car c'est par tout le même raisonnement, puis-qu'elles se marquent sur le bord du Quart de cercle en divisant chacune des portions GH , HT &c. de la droite AG , en 12 parties égales, & tirant de chaque point de la division des droites parallèles au diamètre AB , qui couperont le demi-cercle chacune en deux points, par où l'on tire du centre A du quart de cercle des droites qui traçent les minutes sur son bord en la même manière que les 12 points principaux y ont été marquez.

CHAPITRE II.

Démonstration du demi cercle de Torricelli.

LE demi cercle dont nous avons décrit l'usage au second Chapitre du second Livre de la seconde partie, est fondé sur le même principe. Pour le comprendre il faut se souvenir que la demi circonférence A C B contenant 180 degrés, & n'étant divisée sur son limbe extérieur qu'en 90 parties ; il paroît que chacune de ses parties contient deux degrés, & que les nombres marquez sur chacun des arcs sont égaux à la moitié de ceux des degrés contenus dans le même arc. Ainsi l'arc marqué A30, c'est-



à-dire l'angle A D 30 est de 60 degrés ; l'arc A 40, c'est-à-dire l'angle A D 40 est de 80 degrés : & ainsi des autres.

Maintenant si l'on pose le bras A E dans la pièce, le plomb pendant en A marquera son élévation, qui fera par exemple de 30 dégr. si le plomb tombe sur le point 30 du limbe extérieur ; comme elle fera de 40 dégr., s'il tombe sur le nombre 40. Car cet angle de l'élévation de la pièce lors-que le plomb tombe sur le nombre 30, n'est autre chose que l'angle A B 30 comme l'angle A B 40 est celui de l'élévation lors-que le plomb se trouve sur le nombre 40. Et comme l'angle à la circonférence A B 30, n'est que la moitié de l'angle au centre A D 30, & l'angle A B 40 moitié de l'angle A D 40, il paroît que l'angle A D 30 étant de 60 dégrez, celui de l'inclination A B 30 ne fera que de 30 dégrez ; ainsi l'angle au centre A D 40 étant de 80 dégr., l'angle de l'élévation ne fera que de 40 dégrez. Et ainsi du reste.

Quant à l'usage il est tout-à-fait conforme à la Théorie que nous avons établie. Il ordonne de faire les portées proportionnelles aux sinus des dégrez marqués sur le limbe intérieur dont les nombres étant par tout doubles de ceux qui leur répondent sur l'extérieur : il paroît que c'est toujours faire les amplitudes des Paraboles proportionnelles aux sinus du double des angles de leurs inclinations. Ainsi la portée de la pièce étant élevée de 30 dégr., lorsque le plomb tombe sur le nombre 30 du bord extérieur, fera à la portée de la pièce élevée à 40 dégrez, lors-que le plomb tombera sur le nombre 40 du même bord, comme le sinus de 60 dégrez double de l'angle de la première élévation, est au sinus de 80 dégr. double de la seconde. Et ainsi des autres.

CHAPITRE III.

Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des Sinus.

ENfin pour avoir une connaissance parfaite de la dernière Equerre, ou pour mieux dire du dernier demi-cercle de Torricelli dont nous avons ci-devant expliqué la construction & l'usage au troisième Chapit. du second livre de la première partie, sous le nom d'un *instrument sans le besoin de sinus*. Il fait se souvenir qu'après avoir divisé son demi-cercle seulement en 90 parties égales comme le précédente, de chacune lesquelles il mene des lignes paralleles au diametre qu'il appelle des Guides ; & après avoir partagé le demi-diametre perpendiculaire en un très grand nombre de parties ; il dit que les amplitudes des Paraboles tirées sous les angles répondans aux dégrez marquez dans le limbe, sont entr'elles comme les nombres des parties du demi-diametre perpendiculaire comprises entre le centre du cercle & les Guides qui viennent des dégrez de l'élévation. C'est-à-dire que l'amplitude de la Parabole tirée sous l'angle de 20 dégrez est à l'amplitude de celle qui est faite sous l'angle de 30 dég., comme $128\frac{1}{2}$, qui est le nombre des parties du demi-diametre F C divisé en 200, comprises entre I E guide des 20 dégrez du limbe & le centre F, est à 172 nombre des mêmes parties comprises entre K H guide des 30 dégrez du même limbe & le même centre F. Maintenant si nous faisons voir que les parties contenuës dans l'étenduë E F sont aux parties contenuës dans l'étenduë G F, comme le sinus du double de l'angle de l'élévation de 20 dég. est au sinus du double de celui de 30 dég. ; nous pourrons dire que les amplitudes seront comme les sinus du double des angles de leur élévation.

Pour le démontrer il ne faut que considérer que le plomb tombant du point A sur I où il y a 20 dég., la pièce est élevée suivant l'angle A B I ; ainsi lors-qu'il tombe sur le point K où il y a 30 dégrez, elle est élevée selon l'angle A B K. Et que la droite I L tirée parallele à F C est le sinus de l'angle A F I double de l'angle A B I, supposé que le demi-diametre A F ou F C soit le sinus total ; ainsi la droite K H est le sinus de l'angle A F K double de

LIVRE CINQUIÈME.

*Démonstration des pratiques pour les jets dont
l'étendue n'est pas au niveau des batteries.*



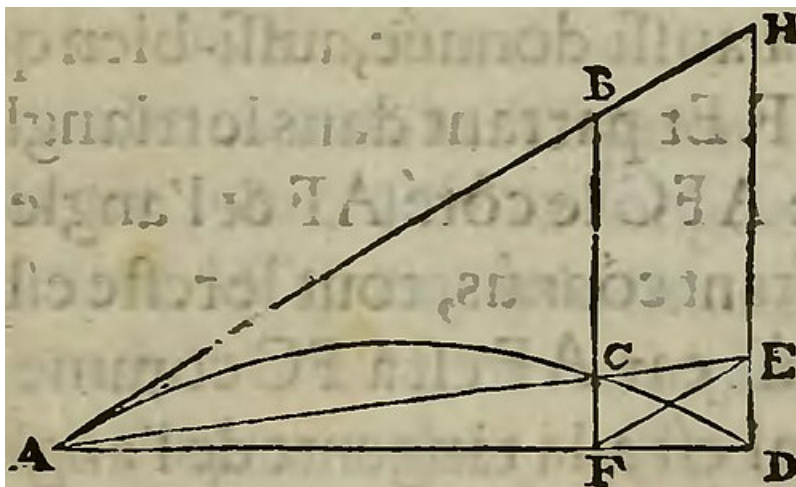
E ne m'arrêterai point davantage sur ce sujet ; car ce principe étant une fois bien entendu, tout ce qui se dit dans les pratiques sur le sujet des portées horizontales en toutes sortes de cas, lui peut être facilement rapporté : mais pour celles qui se font sur des plans inclinez au-dessus ou au-dessous de l'horizon, il faut y faire d'autres raisonnemens, avant que d'entrer dans l'explication des pratiques que nous avons enseignées dans la seconde partie de ce Livre.

CHAPITRE I.

Pour la portée sur un plan incliné d'une pièce pointée sous un angle donné.

G Alilée n'a rien dit de particulier sur cette matiere ; mais Torricelli considérant que l'on a quelque-fois besoin pour l'usage de l'Artillerie, de savoir à quelle distance un coup peut porter sur un plan incliné ? ou à quel point d'une hauteur perpendiculaire, un coup de Canon ou de Bombe peut arriver suivant une élévation déterminée ? à raisonné de cette manière.

Soit, dit-il, A D l'amplitude horizontale d'un Parabole A C D décrite par un boulet ou par une Bombe tirée suivant l'angle de l'inclination D A B ; & soit le plan incliné sur l'horizon A E. Pour savoir à quel point le boulet rencontrera le plan incliné

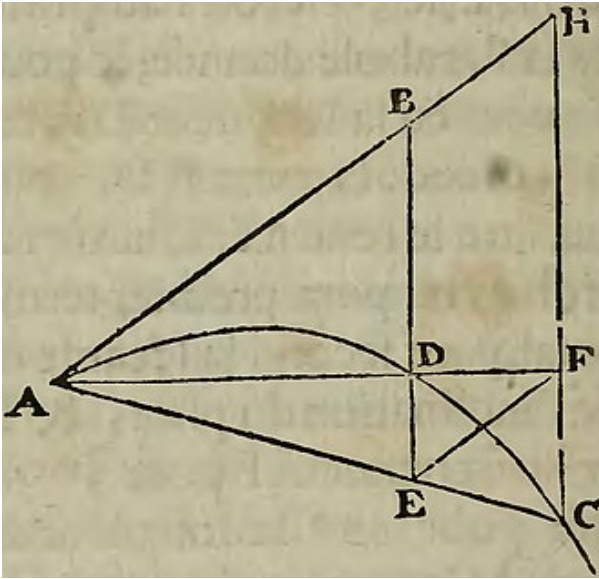


comme en C, & connoître la longueur A C & la hauteur perpendiculaire C F ; il faut du point D élever la perpendiculaire D H, à laquelle la ligne F C B doit être parallele, passant par le point C, où l'on propose que le plan incliné A E est rencontré par la ligne parabolique A C D ; puis mener la droite E F, laquelle par ce qui a été démontré par Archimede, sera parallele à A H tangente de la Parabole au point A. Et partant A D sera à D F, comme H D à D E ; mais les trois lignes A D, H D, D E sont connus ; car A D est l'amplitude de la Parabole donnée A C D ; H D & D E sont les tangentes des

angles donnés $D A H$ qui est celui de l'inclination du mortier ou de la pièce, & $D A E$ qui est celui de l'inclination du plan $A E$; & partant la droite $D F$ sera aussi donnée, aussi-bien que la ligne $A F$. Et partant dans le triangle rectangle $A F C$ le côté $A F$ & l'angle aigu $F A C$ étant connus, tout le reste est aussi connu : car $A F$ est à $F C$ comme le sinus total est à la tangente de l'angle $F A C$; & $A F$ à $A C$ comme le même sinus total est à la sécante du même angle.

Où l'on voit la raison des pratiques que nous avons enseignées au 2 Chap. du 3 livre de la 2 partie, lors-que pour trouver la longueur inclinée $A C$ ou la hauteur perpendiculaire $F C$ à laquelle le boulet arriveroit poussé suivant l'inclination $D A B$, nous avons fait deux règles de Trois. Dans la première le 1^{er} terme étoit la tangente de l'angle de l'inclination de la pièce $D A H$ c'est-à-dire $D H$, le second étoit la tangente de l'angle de l'inclination du plan $D A E$ c'est-à-dire $D E$, le 3^{me} étoit l'amplitude $A D$ de la Parabole donnée ; & pour 4^{me} nous avons eu la longueur $D F$, laquelle étant ôtée de la toute $A D$, nous a fait connoître le reste $A F$. L'autre règle de Trois avoit pour premier terme le sinus total, pour second la sécante de l'angle de l'inclination du plan, & la longueur horizontale $A F$ pour 3^{me} ; afin d'avoir pour 4^{me} la longueur du plan incliné $A C$ que nous demandions. Si au lieu de la sécante de l'angle de l'inclination du plan $F A C$, nous aviois pris pour 2^e terme de nôtre seconde règle de Trois, la tangente du même angle, nous aurions eu pour 4^{me} terme la hauteur perpendiculaire $F C$, à laquelle la bombe ou le boulet seroit arrivé.

C'est presque le même raisonnement pour les coups qui portent sur des plans inclinez au-dessous de l'horizon. Comme si $A D$ est l'amplitude de la parabole faite sous l'inclination $D A B$ & continuée en C où elle rencontre le plan $A E$ incliné sous l'horizon $A D$; il ne faut que mener par les points D & C des perpendiculaires à l'horizon $B D E$ coupant $A E$ en E , & $H F C$ coupant $A D$ continuée en F ; & joindre la droite $E F$, laquelle sera parallèle à $A H$ tangente de la Parabole $A D C$ par ce qui a été démontré par Archimede ; & partant dans les triangles semblables $A D B$ & $E D F$ la droite $B D$ tangente de l'angle donné $D A B$ qui est celui de l'inclination de la pièce, est à $D E$ tangente de l'angle aussi donné $D A E$ de l'inclination du plan $A E$, comme $A D$ qui est l'amplitude horizontale de la Parabole donnée



A D C & par conséquent aussi donnée, est à D F, laquelle ajoutée à A D donne la toute A F. Maintenant A F étant à A C comme le sinus total est à la sécante de l'angle donné F A C : & A F à F C comme le même sinus total est à la tangente du même angle ; il paroît que la longueur A C du plan incliné à laquelle le boulet ou la bombe arrivera, est donnée, aussi-bien que la profondeur perpendiculaire F C.

Ce raisonnement est le fondement de nôtre pratique dans laquelle : pour trouver les mêmes longueurs, nous avons fait deux règles de Trois, la première pour trouver la droite A F ; en faisant que comme la tangente de l'angle de l'inclination de la pièce ou du mortier est à la tangente de l'angle de l'inclination du plan, ainsi l'amplitude horizontale de la parabole est à une autre : car cette quatrième quantité étant ajoutée à la même amplitude, nous donne la longueur horizontale A F. Dans le seconde règle de Trois, nous avons fait que comme le sinus total est à la sécante de l'angle de l'inclination du plan, (pour trouver la longueur du plan incliné ;) ou à la tangente du même angle, (pour avoir sa profondeur perpendiculaire ;) ainsi la longueur horizontale A F est à une autre : car au premier cas il vient la longueur A C, & au second cas la hauteur perpendiculaire F C, pour quatrième terme.

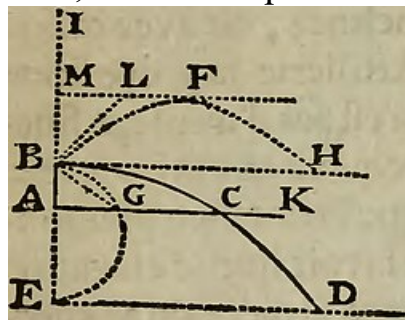
CHAPITRE II.

*Pour la portée de but en blanc d'une pièce
élevée au-deffus du plan horizontal.*

LA pratique que nous avons enseignée au premier Chapitre du troisième Livre de la seconde partie, pour connoître la portée sur le niveau d'une pièce plus haute que l'horizon, & pointée comme on dit de but en blanc, laquelle n'est autre par cette méthode que le double de la moyenne Géométrique entre la moitié de la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire de la pièce, dépend de cette proposition.

Soit la pièce en B au-deffus de l'horizon A K à la hauteur perpendiculaire A B, & pointée suivant la direction horizontale B H. Si nous concevons que la force de l'impulsion du boulet soit mesurée par une perpendiculaire comme B I, enforte que cette force soit la même que celle que le boulet auroit acquise en B en tombant du point I ; l'on fait par ce qui a été démontré par Galilée que le boulet tombé du point I en B, changeant le mouvement perpendiculaire & accéléré de sa chute en mouvement horizontal & égal comme par la droite B H, fera au long de cette droite avec le degré de vitesse acquise en B, un chemin comme B H double de B I dans un tems égal à celui qu'il a mis à parcourir B I en tombant du point de repos I. Ainsi si nous prenons B E au-deffous de B égale à B I, nous verrons que dans le tems que le boulet sortant, de la pièce en B descendra perpendiculairement par le mouvement de sa pesanteur au long de la droite B E, il parcourra par le mouvement de la force imprimée l'espace B H ou E D double de la même B E ; & que par le mouvement composé des deux impressions, il décrira la ligne Parabolique B C D, dont l'ordonnée E D fera double de l'axe E B. Et cette Parabole coupant l'horizontale A K au point C, le carré de l'ordonnée E D fera au carré de l'ordonnée A C, comme E B, c'est-à-dire la moitié de E D, est à hauteur perpendiculaire A B. Mais prenant B G moyenne Géométrique entre E B & B A, le carré E B est au quatre B G, comme la même E B est à A B. Donc le carré E D est au carré A C comme le carré E B est au carré G B & la ligne E D à A C comme E B à B G & en

permutant ; c'est-à-dire que ED étant double de EB ; AC fera aussi double de BG . Mais ED est égale à la plus grande portée de la pièce ; car si l'on élève la pièce posée en B suivant l'angle demi droit HBL , la portée sera BH double de BI ou BE . Et partant pour avoir la longueur horizontale AC , il ne faut que décrire un cercle sur le diamètre BE égal à la moitié de



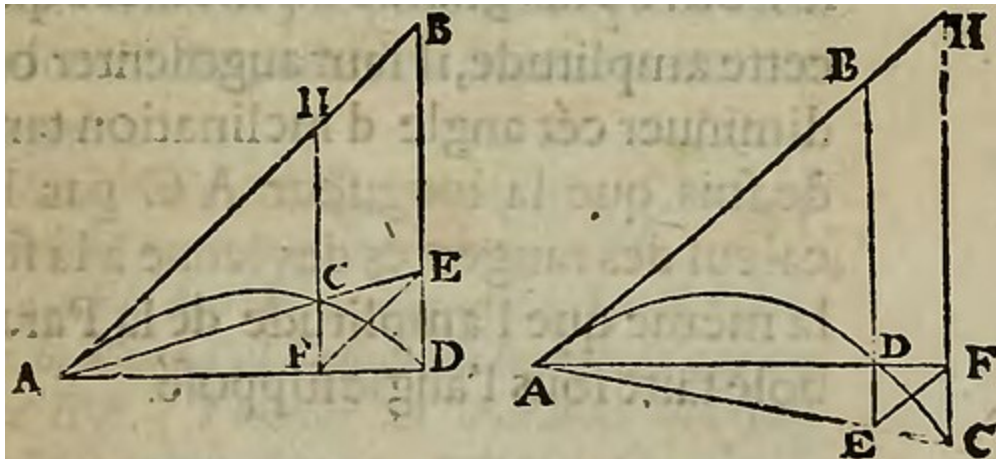
la plus grande portée, & mener BG au point G où le cercle coupe l'horizontale AK ; car le double de BG fera la droite AC que l'on demande. Pour avoir la même longueur en nombres, il faut multiplier la moitié de la plus grande portée par la hauteur perpendiculaire de l'ame de la pièce au-dessus du niveau de la campagne, & prendre le

double de la racine quarrée.

CHAPITRE III.

Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinez.

V Oilà tout ce que Torricelli nous enseigne sur cette matière. Mais le R. P. de Challes Jesuite raisonnant dans sa Pyrotechnie sur la doctrine de ce Géometre que nous venons d'expliquer au sujet des portées qui se font sur des plans inclinez, dit avec raison qu'en fait d'Artillerie la proposition de Torricelli n'est pas d'un usage si nécessaire ni si frequent que la converse. C'est-à-dire que l'on a bien eplus souvent besoin de savoir quelle élévation l'on doit donner à la pièce ou au mortier pour tirer dans des lieux plus hauts ou plus bas que le niveau des batteries & dont les distances sont connues ; que l'on n'a de savoir à quelle hauteur ou à quelle distance d'un plan élevé ou abaissé sous le même niveau, un boulet ou une bombe tirée suivant une inclination donnée peut frapper ? Ainsi dans les mêmes figures de Torricelli, il est souvent à propos de savoir quel doit être l'angle de l'élévation de la pièce ou du mortier D A B pour faire passer la bombe ou le boulet par le point C élevé ou abaissé sous l'horizon A D dans une distance connue. Ce qui au raport du R. P. de Challes est très facile.



Car supposant que l'on connoisse les lignes A F : F C : & l'angle F A C. Il ne faut, dit-il, que prendre pour l'élévation de la pièce ou du mortier tel angle que l'on jugera par l'estime être le plus approchant de celui que l'on

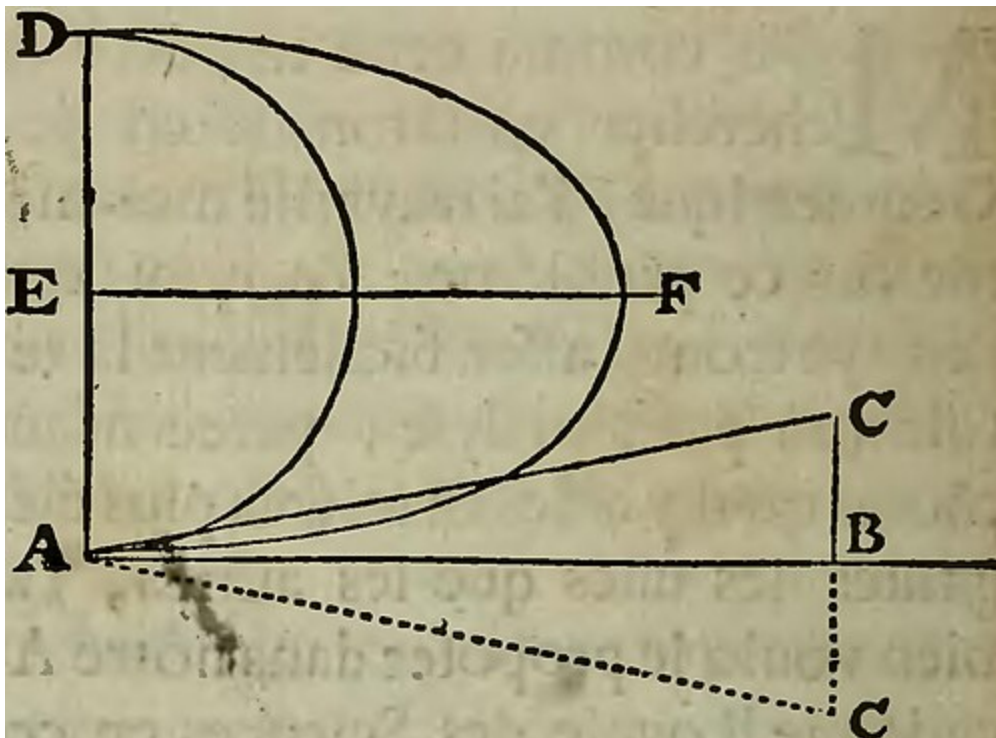
demande ; & sur cette position rechercher par la règle de Torricelli, c'est-à-dire par les proportions des tangentes, quelle est la longueur de la ligne A D ? qui se trouvant conforme à l'amplitude de la Parabole qui se fait sous l'angle de l'inclination que l'on a prise, & que l'on trouve dans les tables de Galilée ou de Torricelli ; fait voir que c'est justement sous cet angle que la pièce ou le mortier doit être élevé. Mais si cette longueur se trouve plus grande ou moindre que cette amplitude, il faut augmenter ou diminuer cet angle d'inclination tant de fois que la longueur A C par le calcul des tangents devienne à la fin la même que l'amplitude de la Parabole faite sous l'angle supposé.

CHAPITRE IV.

Probleme proposé pour les portées sur plans inclinez.

Mais comme cette manière de chercher en tatonant est peu Géométrique, j'ai travaillé moi-même sur ce probleme : & quoi que j'en aye trouvé assez facilement la résolution par l'analyse ; parce néanmoins qu'il y a des manières plus élégantes les unes que les autres, j'ai bien voulu le proposer dans nôtre Academie Royale des Sciences en ces termes.

Le Triangle $A B C$, dont la base $A B$ est parallele à l'horizon, étant donné, & la demi ellipse $A F D$ donnée, dont le petit Axe $A D$ perpendiculaire à $A B$ est égal à la moitié du grand axe $E F$. Trouver la Parabole qui passe par les points donnez A & C , & dont le sommet soit dans la ligne elliptique $A F D$. C'est-à-dire qu'ayant à jeter une bombe du point A sur le point C élevé sur l'horizon $A B$ ou abaissé au-dessous ; il faut trouver l'angle de l'inclination du mortier, qui la chassant, lui fasse décrire une parabole qui passe par le point C . Et comme l'on suppose que la charge du mortier est

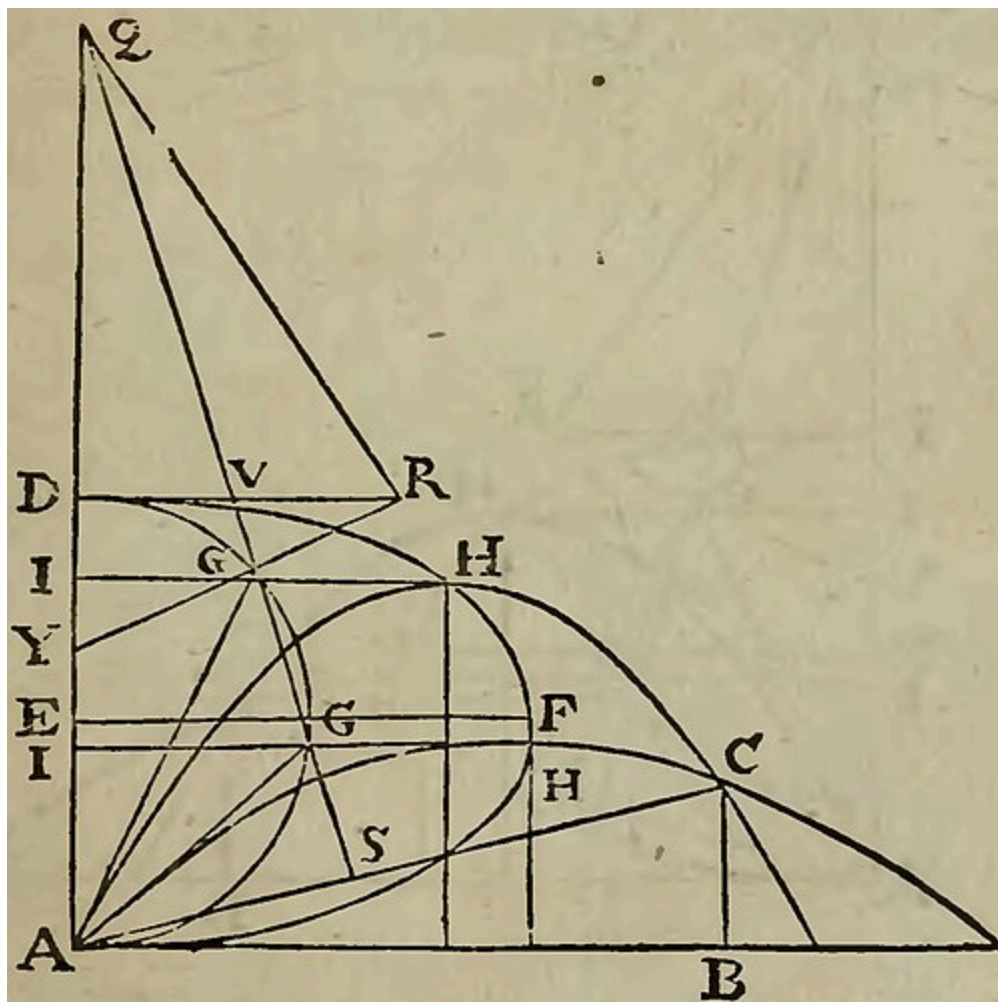


toûjours la même, & qu'il a été démontré ailleurs que toutes les paraboles, partant d'un même point avec même force en toutes sortes d'élévation, ont leur sommet dans une ellipse dont le grand axe est quadruple du petit ; l'on voit la raison que j'ai eüe de proposer ce problème comme il est dans la simplicité de ses conditions.

CHAPITRE V.

Résolution du problème de Monsieur Buot.

M Onſieur Buot a le premier apporté cette réſolution. Ayant mené du point D la droite D R, parallèle & égale à la moitié de A B & partagée en deux également en V ; & pris ſur A D la portion D Y égale à B C

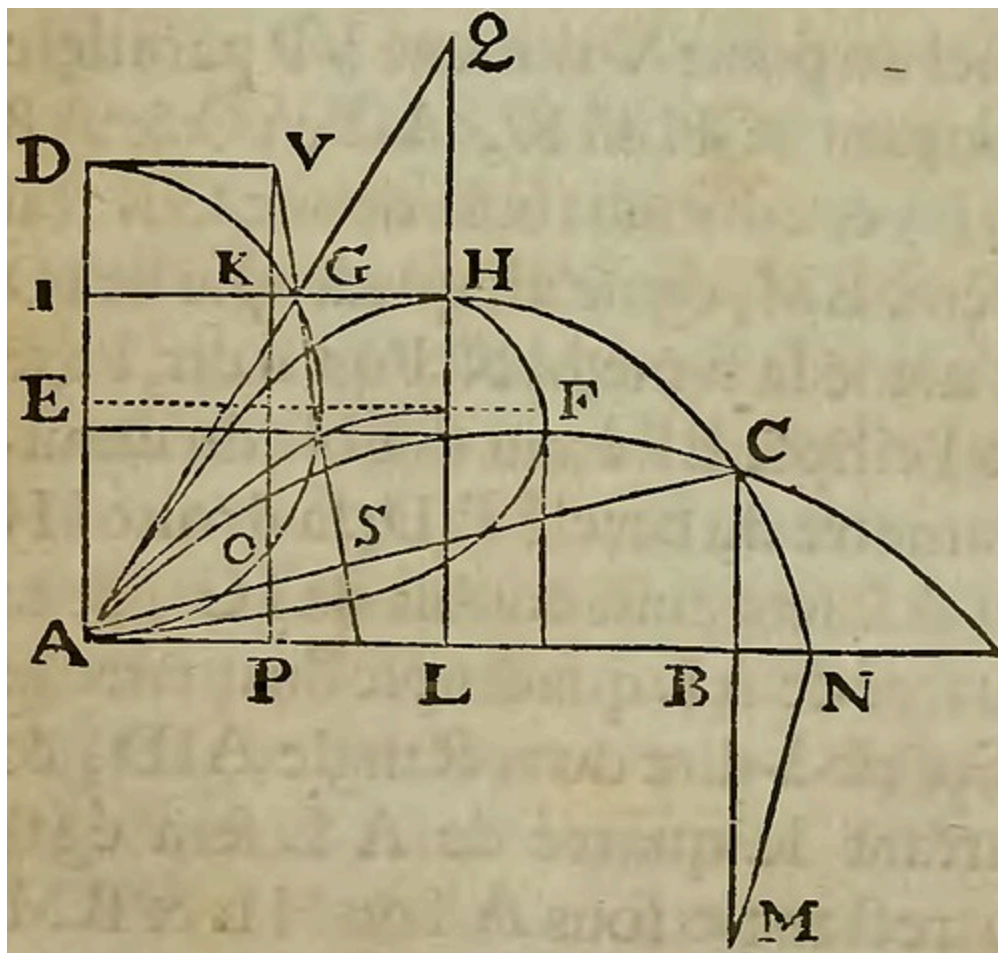


& mené Y R ; il élève au point R la droite R Q perpendiculaire à Y R qui rencontre la ligne A D prolongée en Q ; d'où par le point V, il tire la droite Q G S laquelle touchera ou coupera le demi-cercle, fait sur le diamètre A D, aux points G & si le problème est possible, par lesquels menant les droites I G H parallèles à

CHAPITRE VI.

Résolution du probleme par Monsieur Rômer.

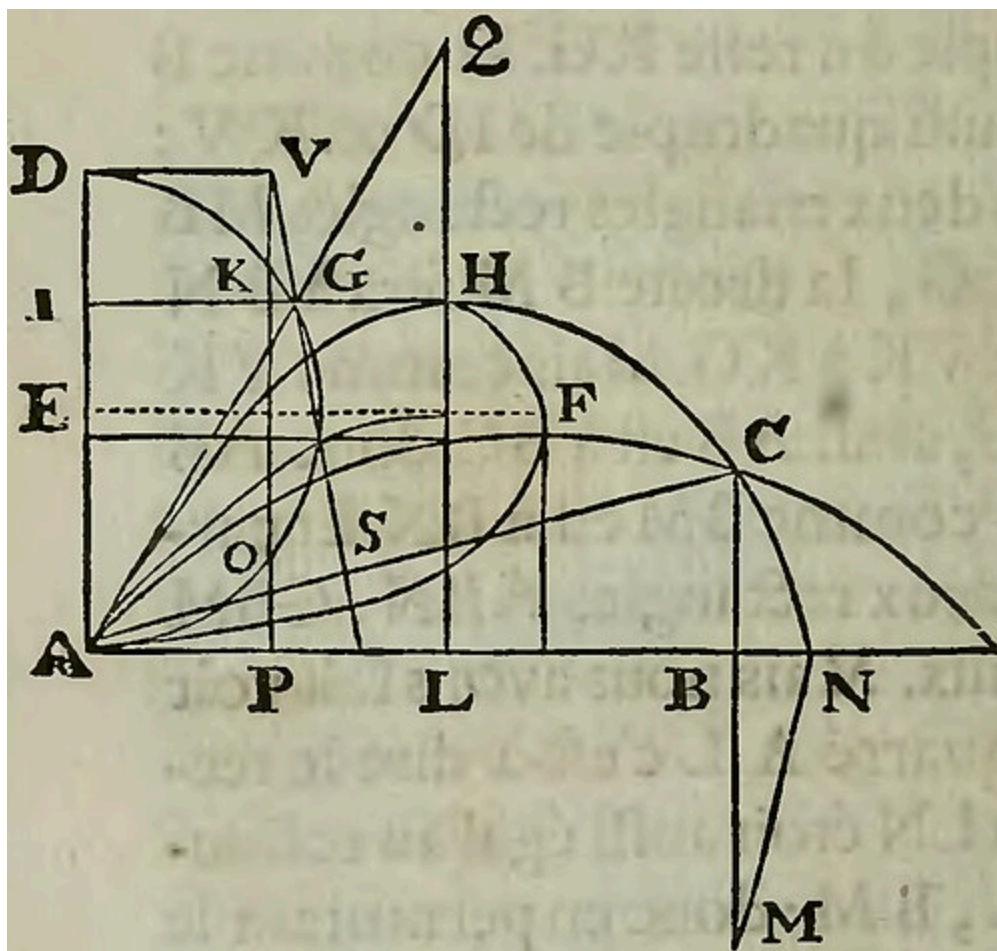
M Onſieur Rômer voïant par cette figure que la droite D V eſt le quart de A B, & V S perpendiculaire à A C ; en a de beaucoup abrégé



la construction. Car il ne fait que mener du point D la droite D V parallele & égale au quart de la ligne A B, & du point V abaisser la droite V S perpendiculaire sur A C ; car cette droite touchera ou coupera le demi-cercle dont le diametre est A D en des points comme G, par lesquels en menant des paralleles à A B jusqu'à l'ellipse, elles y marqueront en H le sommet des Paraboles.

Sa démonstration est fort aisée ; supposant la Parabole décrire A H N dont le sommet est H & l'axe H L, auquel du point V il mene V P parallèle coupant I G H en K, A C en O & A B en P ; & continuant la droite C B, il prend B M, égale au quadruple de I D & mene la ligne M N. Puis il dit, l'axe de l'ellipse E F étant double du demi-diamètre du cercle E D, la droite I H ou A L sera aussi double de I G ; & le carré de A L quadruple du carré de I G, c'est-à-dire du rectangle A I D ; & partant le carré de A L sera égal au rectangle sous A I ou H L & B M quadruple de I D. Maintenant les deux triangles rectangles V S O : V K G : ayant l'angle V commun, sont semblables ; aussi bien que les deux triangles rectangles V S O : A P O qui ont les angles égaux au sommet O ; & partant les deux V K G, A P O ou A B C sont aussi semblables : deplus comme la toute A N est quadruple de I G, ainsi que la retranchée A B quadruple de D V ou I K ; le reste B N sera aussi quadruple du reste K G. Et comme B M est aussi quadruple de I D ou K V : dans les deux triangles rectangles M B N, V K G, la droite B M sera à B N comme V K à K G. Mais comme V K est à K G, ainsi A B est à B C ; donc A B est à B C comme B M est à B N. Et partant les deux rectangles A B N, C B M sont égaux. Mais nous avons fait voir que le carré A L c'est-à-dire le rectangle A L N étoit aussi égal au rectangle H L, B M : donc en permutant le rectangle A L N sera au rectangle A B N, comme le rectangle H L, B M est à C B M, c'est-à-dire comme la droite H L est à C B ; & partant comme il a été démontré par Archimede, la parabole A H N dont le sommet est dans l'Ellipse en H & le paramètre quadruple de la ligne I D, passera par le point donné C.

L'on peut voir que A G est la touchante en A de la même Parabole A G N. Car étant continuée en Q, où elle rencontre l'axe L H prolongé, H G



étant égale à I G dans les triangles semblables Q H G, A I G, A I ou H L fera
aussi égale à H Q.

CHAPITRE VII.

Résolution du problème par Monsieur de la Hire.

Monsieur de la Hire après avoir vû par les termes de la proposition que la droite donnée AD est égale à l'axe HL ou AI de la Parabole que l'on cherche & au quart de son parametre, a envoyé cette élégante & facile solution à l'Académie.

Ayant du point D , mené la droite DG parallèle AB & rencontrant la droite BC prolongée en G , puis du point A & de l'intervalle AD décrit un arc de cercle DMm , & du point C & de l'intervalle CG ou un autre arc GMm , (qui se couperont en deux points comme Mm si le problème à deux solutions, ou se toucheront s'il n'en a qu'une, ou ne se recontreront point s'il est impossible.) Il dit que les points de leur rencontre Mm , seront foyers des Paraboles que l'on demande ; enforte que menant par ces points les droites KML , $km l$ parallèles à AD , & coupant KM , km en deux également en H , h ; en ces points seront les sommets des paraboles $AHC O$, $Ah C o$ qui du point A passeront par C & auront le quadruple de $KH : kh$: pour parametres.

Quoi que cette propriété de la Parabole ait été démontrée par d'autres ; à cause néanmoins que la démonstration peut donner une connoissance plus parfaite de cette matière, j'ai bien voulu la rapporter en cet endroit. Parce que la droite tirée du point A en M , où les cercles se coupent, est égale à AD , leurs quarrés seront aussi égaux ; mais le quarré AD où KL est égal aux deux quarrés KML ; & le quarré AM est égal aux deux quar. AL , ML . OTant le quarré ML commun ; le quarré AL sera égal au quarré KM , c'est-à-dire à quatre quarrés HM , & à deux rectangles KML c'est-à-dire à quatre rectangles HML ; mais quatre quarrés HM & quatre rectangles HML sont égaux à quatre rectangles LHM ou LHK ; donc le quarré AL est égal à quatre rectangles LHK . Par la même raison nous démontrerons que le quarré de l'ordonnée CN au même axe HL est égal à quatre rectangles NHK ; & partant dans la Parabole dont le sommet est H , l'axe HL égal à AI , & les ordonnées

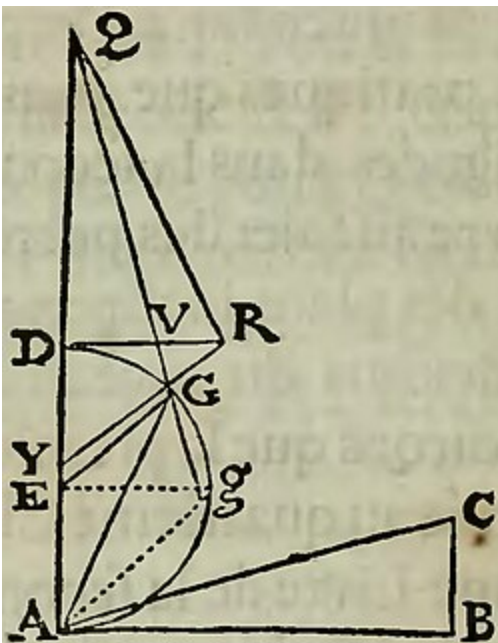
LIVRE SIXIÈME .

Démonstration des pratiques par
les Sinus.

CHAPITRE PREMIER

*Démonstration de la première pratique
par les sinus.*

POur venir maintenant à l'explication des pratiques que nous avons enseignées dans la seconde partie de ce Livre au sujet des portées qui se font sur des plans inclinez au-dessus ou au-dessous du niveau des Batteries ; nous dirons que la première de toutes, rapportée au quatrième Chapitre du troisième Livre de la seconde partie, est celle qui se fait en divisant le carré de la moitié de la distance horizontale par la hauteur perpendiculaire, & ajoutant au quotient le quart de la plus grande portée, pour faire ensuite par une règle de Trois que comme ce quart est à cette somme, ainsi le sinus de l'inclination du plan est à une autre ; laquelle nous donnera le sinus d'un angle, auquel si nous ajoutons le même angle de l'inclination du plan ; la moitié de la somme des deux nous donnera l'angle de la position du mortier que nous demandions.



Cette première pratique, dis-je, est fondée sur la figure de M^r. Buot dont nous avons parlé ci-devant, dans laquelle la droite D R étant la moitié de la distance horizontale A B, & D V moitié de D R ; la ligne D V est le quart de A B ; & le rectangle A B D V est égal au carré D R : mais l'angle Y R Q étant droit, le même carré D R est égal au rectangle Y D Q, c'est-à-dire au rectangle Q D : B C :, (car D Y a été prise égale à B C.) Donc les deux rectangles A B, D V, & Q D, B C sont égaux, & partant A B est à B C comme Q D est à D V ; & les angles aux points D & B

étant droits, les triangles A B C : Q D V sont semblables, & l'angle D Q V égal à l'angle du plan B A C.

Maintenant le carré D R étant égal au rectangle Q D, B C ; si je divise le carré D R moitié de la longueur horizontale A B par la hauteur perpendiculaire B C ? j'aurai la droite Q D ; à quoi si j'ajoute la longueur E D, qui est le quart de la plus grande portée, il me viendra la toute E Q ; & faisant dans le triangle Q E G que comme E G le quart de la plus grande portée est à la toute E Q, ainsi le sinus de l'angle E Q G égal à l'angle du plan est à un autre, j'aurai le sinus de l'angle E Q G est égal à l'angle A E G ; & celui-ci, étant au centre, est double de l'angle à la circonférence A D G ou de son égal B A G ; il paroît donc qu'il ne faut que prendre la moitié de la somme des deux angles D Q G & E G Q pour avoir l'angle B A G qui est celui de la position du mortier que l'on recherche.

CHAPITRE II.

Démonstration de la seconde pratique par le sinus.

LA seconde est de M^r. Rômer rapportée au cinquième Chapitre du troisième livre de la seconde partie. Elle ordonne que l'on fasse que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre ; auquel il faut ajouter la tangente de l'angle du plan lors-que l'inclination est sur l'horizon. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle du plan, ainsi cette somme soit à une autre, qui sera le sinus d'un autre angle ; auquel si l'on ajoute l'angle du plan, l'on aura le double de celui de la position du mortier que l'on demande. Si l'inclination est au-dessous il faut ôter ce que l'on ajoute lors-qu'elle est au-dessus.

diametre O R faifant avec D A l'angle O E D égal à celui du élan B A C & continuer la droite V D en O ; & mener V P, G Q perpendiculaires à O R. Cela poſé E D eſt à D V comme A D moitié de la plus grande portée eſt au double de D V c'eſt-à-dire à la moitié de la diſtance horizontale. Si donc l'on faut que comme la moitié de la plus grande portée eſt à la moitié de la diſtance horizontale, ainſi le ſinus total E D eſt à un autre ; nous aurons la droite D V en parties égales à celles des ſinus, & ajoutant la droite D O c'eſt-à-dire la tangente de l'angle du plan, l'on a en parties des ſinus la toute O V. Maintenant les deux triangles rectangles O P V, O D E ayant un angle commun au point O ſont ſemblables, & l'angle O V P eſt égal à O E D c'eſt-à-dire à l'angle du plan. Deplus ſi dans le triangle rectangle V P O nous prenons V P pour ſinus total, V O ſera la ſécante de l'angle O V P : mais comme la ſécante d'un angle eſt au ſinus total, ainſi le ſinus total eſt au ſinus du complement du même angle ; ſi donc nous faiſons que comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle du plan ; ainſi O V eſt à un autre, nous aurons la droite V P & ſon égale G Q ſinus de l'angle G E R ; auquel ajoutant l'angle du plan A E R, il vient l'angle du centre A E G double de l'angle à la circonſérence A D G ou de ſon égal B A G qui eſt celui que l'on recherche.

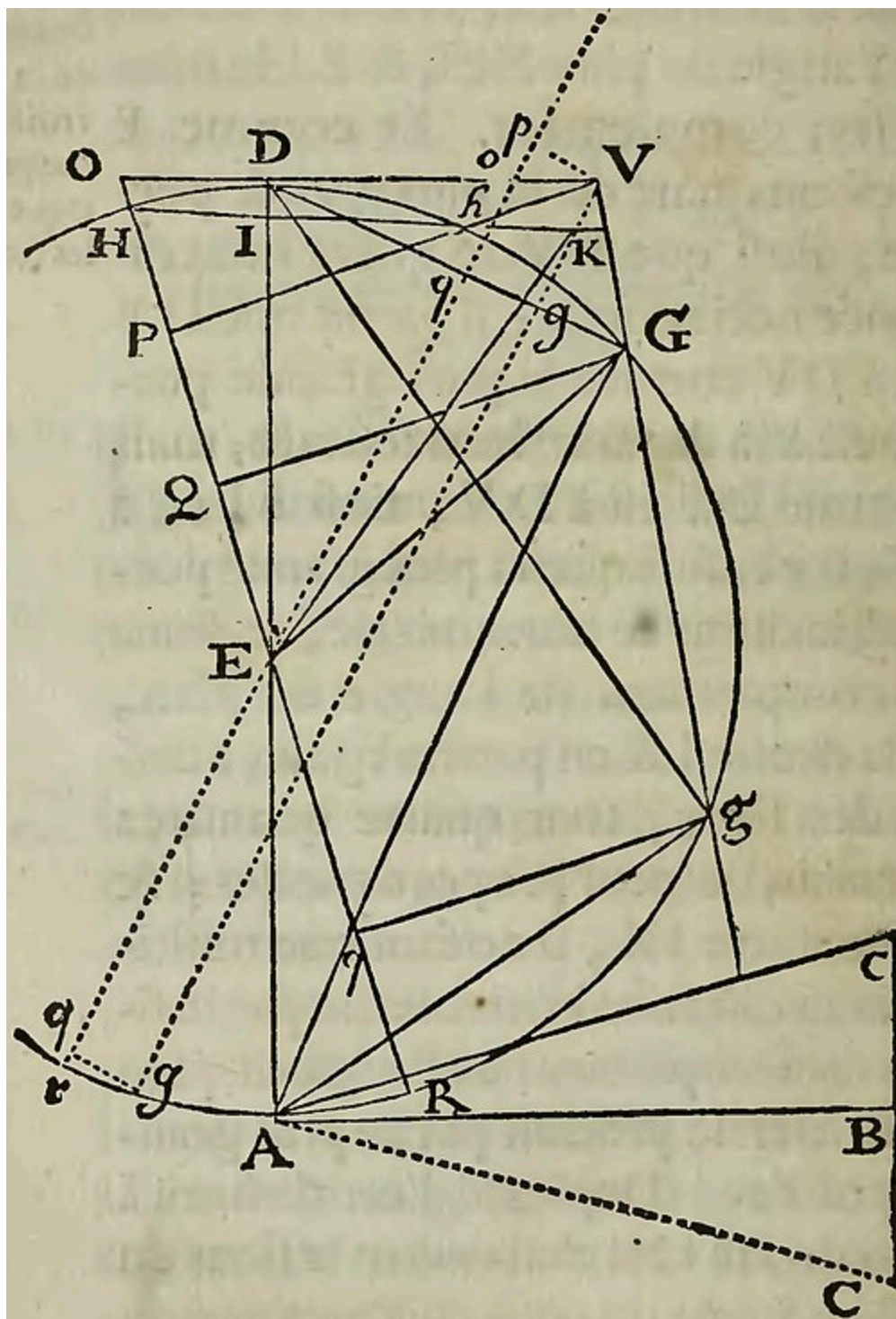
Si le plan étoit incliné ſous l'horizon, il faudroit mener la droite *o E r* de l'autre part, & lui tirer les perpendiculaires *V p* : & *g q* : puis ayant trouvé la droite D V en ôter D *o* tangente de l'angle du plan D E *o*, & par le moïen du reſte *o V* trouver la droite *V p* ou *g q* ſinus de l'angle *r E g* ; d'où ôtant le même angle du plan A E *r*, il reſte l'angle A E *g* double de B A *g* : que l'on recherche pour la poſition du mortier.

CHAPITRE III.

Démonstration de la troisième pratique par les sinus.

LA troisième est aussi de M^r. Rômer rapportée au sixième Chapitre du troisième livre de la seconde partie. Par laquelle il faut multiplier le sinus du complément de l'angle du plan par la distance horizontale, & diviser le produit par la plus grande portée, pour avoir au quotient un certain nombre ; puis ajoutant à ce nombre le sinus du même angle du plan s'il est incliné sur l'horizon, ou l'ôtant s'il est au-dessous, l'on aura le sinus d'un angle ; après quoi il faut à cet angle ajouter ou ôter l'angle du plan, pour avoir le double de celui de la position du mortier que l'on demande.

En voici la démonstration dans la même figure ; après avoir mené la droite H I K parallèles à V O, si l'on pose E D sinus total, H I fera le sinus de l'angle du plan H E I, & E I le sinus de son complément. Et comme E D est un quart de la plus grande portée, ainsi que D V le quart de la distance horizontale ; il paroît que D E est à D V comme la plus grande portée est à la distance horizontale ; mais comme D E est à D V, ainsi E I est à I K, il s'enfuit que la plus grande portée, la distance horizontale, le sinus du complément de l'angle du plan, & la droite I K en parties égales à celles des sinus, sont quatre quantitez continuellement proportionnelles ; & pour avoir I K, il ne faut que multiplier la distance horizontale par le sinus du complément de l'angle du plan & diviser le produit par la plus grande portée. Deplus si l'on ajoute à I K la droite I H, c'est-à-dire le sinus du même angle du plan (si l'inclination est sur l'horizon,) l'on aura la toute H K ; laquelle est égale à V P ; car O V est à H K comme D E ou H E est à E I ; mais comme H E est à E I, ainsi O V



est à V P, à cause que les triangles H E I ou O E D & O V P sont semblables. Donc O V à même raison à H K & à V P ; & partant H K est égale à V P c'est-à-dire à G Q : gq : sinus de l'angle R E G : R E g : auquel angle si l'on ajoute l'ang. du plan A E R, l'on aura l'angle A E G, A E g double de B A G, B A g qui est celui de la position du mortier que l'on demande. C'est

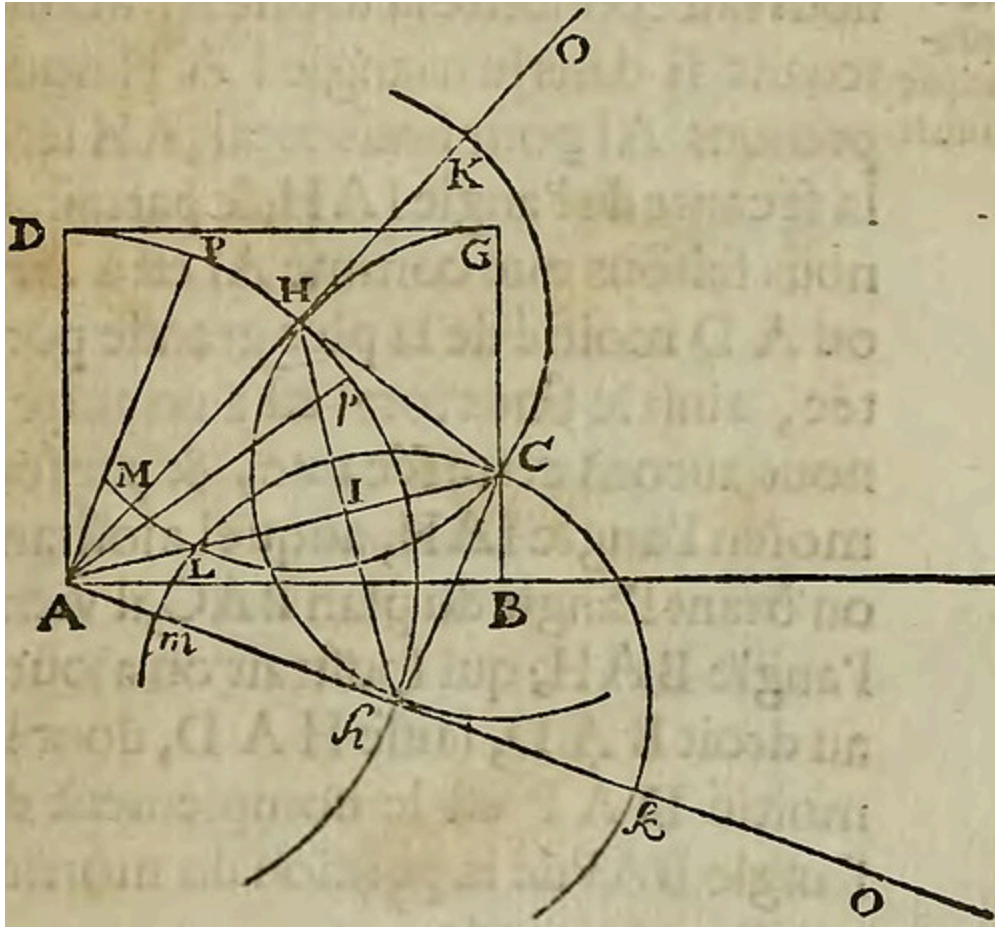
la même démonstration lors-que l'inclination du plan est au-deffous de l'horizon.

CHAPITRE IV.

Démonstration de la quatrième pratique par les sinus.

LA quatrième pratique rapportée au septième Chapitre du troisième Livre de la seconde partie veut, lors-que le plan est incliné sur l'horizon, que l'on multiplie la différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur, & que le produit soit divisé par la longueur du plan incliné ; puis ôtant le Quotient de la même longueur, il faut ajoûter la moitié du reste au même quotient, & faire que comme cette somme est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre ; qui fera la sécante d'un angle, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan, il vient un autre angle ; lequel ajoûté ou ôté de l'angle droit, produit le double du complement de celui de la position du mortier que l'on demande.

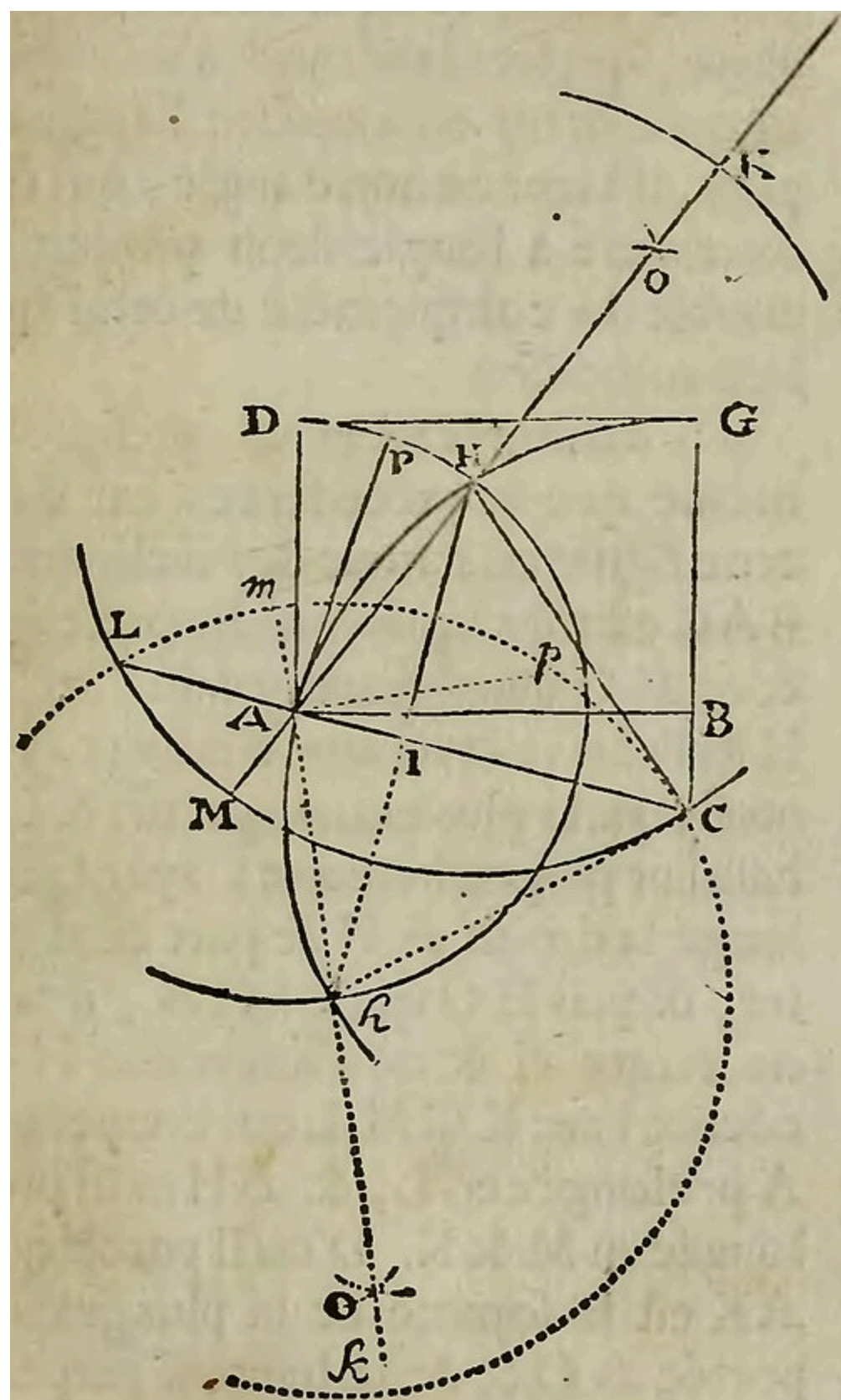
Elle est fondée sur la proposition de Monsieur de la Hire. Soit dans la figure prolongée la droite A H jusqu'en O, enforte que H O soit égale à A H ; puis du point H comme centre & de l'intervalle H C, soit fait le cercle K C L M qui coupera A C en L & A O en M & K ; puis du point H soit menée H I perpendiculaire à A C. Cela posé : comme A O est double de A D ou B G, & M K double de H C ou C G ; les droites A M, K O sont chacune égale à B C. Deplus A D étant le plus grand jet perpendiculaire, A O double de A D fera égale à la plus grande portée, & A K la différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire B C. Mais comme les deux rectangles K A M C A L



font égaux, C A est à A K comme A M où son égale B C est à A L ; & partant multipliant K A différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur perpendiculaire A M ou B C, divisant le produit par A C longueur du plan incliné ; nous aurons la droite A L, laquelle étant ôtée de la même longueur A C, donne le reste L C ; dont la moitié L I ajoutée à la même A L, nous fait connoître la droite A I. Maintenant si dans le triangle I A H nous prenons A I pour sinus total, A H fera la sécante de l'angle I A H ; & partant si nous faisons que comme A I est à A H ou A D moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre ; nous aurons cette sécante, & par son moïen l'angle I A H, auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan B A C, il vient l'angle B A H ; qui soustrait ou ajouté au droit B A D, laisse H A D, dont la moitié D A P est le complement de l'angle B A P de la position du mortier que l'on demande.

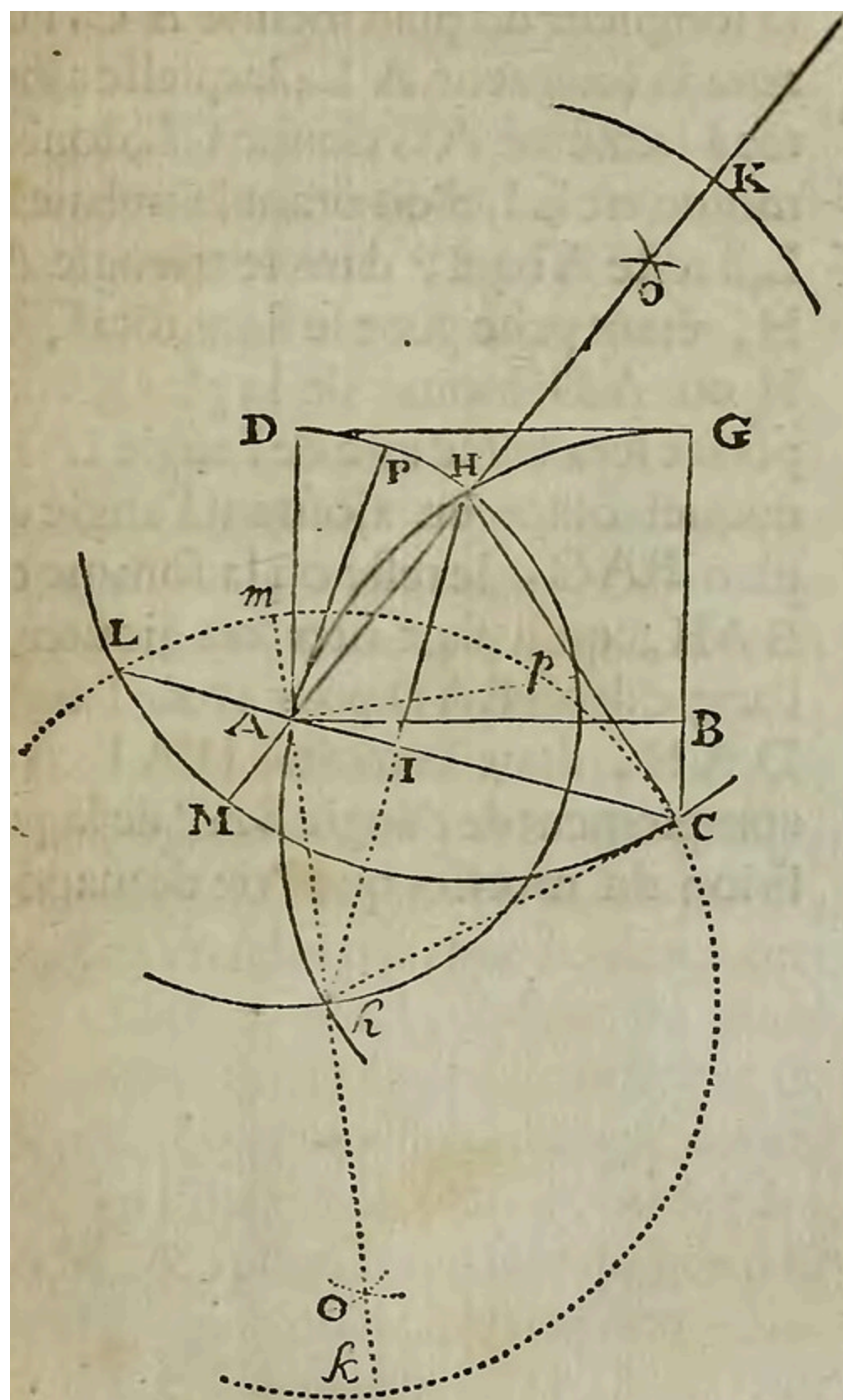
Si le plan étoit incliné sous l'horizon, il faudroit, comme nous avons dit, multiplier la somme de la plus grande portée & de la hauteur

perpendiculaire par la même hauteur ; & diviser le produit par la longueur du plan incliné ; puis ajoutant le quotient à la même longueur, prendre la moitié



de leur somme & en ôter le même quotient ; & faire que comme le reste est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total soit à un autre, qui sera la sécante d'un angle ; duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan, il vient un autre angle, qui ôté ou ajouté à l'angle droit produit le double du complément de celui que l'on recherche.

La démonstration est presque la même que la précédente ; car dans cette figure où l'angle de l'inclination BAC est sous le niveau des batteries, & où CG demi-diamètre de l'arc GHh est égal à la somme des deux AD moitié de la plus grande portée & BC hauteur perpendiculaire : ayant prolongé la droite AH de part & d'autre, & pris HO égale à HA , il faut du centre H & de l'intervalle HC décrire l'arc $KCML$ qui coupera CA prolongée en L , & AH aussi prolongée en M & K . D'où il paroît que AK est la somme de la plus grande portée AO & de la hauteur perpendiculaire OK ou BC ; & qu'à cause de l'égalité des rectangles KAM , CAL : si multipliant AK somme de la



plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur A M ou B C, l'on divise le produit par la longueur du plan incliné A C, l'on aura la longueur A L ; laquelle ajoutée à la même A C donne C L, dont la moitié est L I ; d'où ôtant la même A L, il reste A I qui, dans le triangle A I H, étant prise pour le sinus total, A H ou A D moitié de la plus grande portée sera la sécante de l'angle I A H ; duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan B A C, le reste où la somme est B A H, qu'il faut ôter ou ajouter à l'angle droit B A D pour avoir l'angle D A H, dont la moitié D A P est le complément de l'angle B A P de la position du mortier que l'on demande.

LIVRE SEPTIÈME .

Démonstration des pratiques par les
instrumens.

CHAPITRE PREMIER.

Démonstration de la première pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.



A cinquième pratique, rapportée au huitième Chapitre du troisième livre de la seconde partie est l'usage du demi-cercle de Torricelli, auquel M^r Rômer a seulement ajouté au point inférieur du diamètre D, une règle D B égale, semblablement divisée, & parallèle au demi-diamètre E F, avec un filet qui coulant au long de la même D B, puisse s'étendre par tout le demi-cercle. L'usage est tel ; il faut du point A conter sur le limbe le nombre de degrés contenus dans l'angle donné de l'inclination du plan, comme l'arc A M, & appliquant le filet du point D en M, voir qu'il coupe le demi-diamètre E F comme en H, & conter le nombre des parties contenuës depuis le centre E jusqu'en H. En-suite il faut prendre sur D B la longueur D V, enforte que comme la plus grande portée est à la distance horizontale proposée, ainsi E F ou D B soit à D V, & ayant pris sur E F la longueur E I égale à D V, y ajouter la longueur I L égale à E H pour avoir la toute E L, (si l'inclination du plan est sur l'horizon,) ou en ôter la même longueur I N pour avoir le reste E N (si elle est sous l'horizon.) Enfin du point V il faut faire passer le filet par les points L ou N & l'étendre sur le limbe du demi-cercle, qu'il coupera en des points comme en G, Q, (lors-que l'inclination est au-dessus,) ou en O, P, (lors-qu'elle est au-dessous ;) qui sont ceux où il faut que le plomb pendant en A tombe, quand le bras D C est dans l'ame du mortier pour faire porter au lieu ordonné.

Pour l'intelligence de cette pratique, il ne faut que comparer la figure de la proposition de M^r Rômer que nous avons expliquée ci-devant avec ce demi-cercle de Torricelli ; dans lequel comme il n'y a que 90 degrés marquez dans toute la circonférence A F D qui en contient 180, il paroît que chacun en vaut deux, c'est-à-dire que l'angle A E M a deux fois plus de dégr. qu'il n'y en a de marquez dans l'arc A M : mais l'angle A D M est la moitié de A E M ; & partant les degrés marqués dans l'arc AM sont ceux de l'angle

A D M, qui par ce moïen est égal à celui de l'inclination du plan proposé. Et comme dans les deux triangles semblables D E H, V I L ou V I N, les deux côtez D E, E H sont égaux au deux V I, I L ou V I, I N ; il s'enfuit que les angles E D H, I V L ou I V N sont égaux.

Maintenant comme D V est quatrième proportionnelle à ces trois quantités savoir, la plus grande portée, la distance horizontale, & le demi-diametre E F ; si nous supposons, que F E soit égale au quart de la distance horizontale ; mais du point V l'on a mené la droite V L ou V N faisant avec V I parallèle au diametre A D, l'angle I V L ou I V N égal à celui de l'inclination du plan. Donc par la proposition de M^r Rômer, cette ligne coupera le demi-cercle en des points comme G, Q ou O, P, par lesquels si on mene les droites A G, A Q, ou A O, A P & la droite A R parallèle à E F, les angles R A G, R A Q, ou R A O : R A P : sont ceux de la position du mortier que l'on recherche. Mais dans le demi-cercle de Torricelli les angles R A G, R A Q, ou R A O, R A P sont égaux respectivement aux angles A D G, A D Q, ou A D O, A D P qui sont ceux de l'inclination du mortier, lors-que le plomb tombe du point A sur les points G, Q, ou O, P ; & partant le mortier disposé de cette manière chassera la bombe au lieu ordonné.

CHAPITRE II.

Démonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

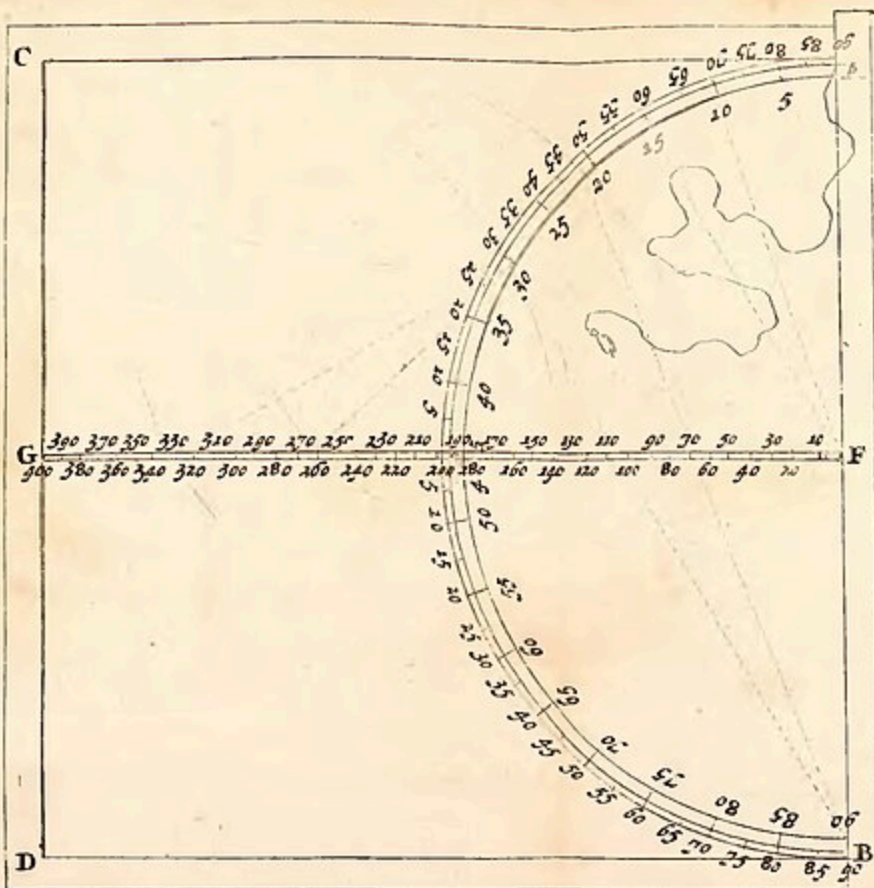
LA sixième pratique rapportée au premier Chapitre du quatrième Livre de la seconde partie est d'un autre instrument dont nous avons décrit la construction & l'usage tant pour les portées qui se font sur le niveau des batteries, que pour celles qui se doivent faire au-dessus ou au-dessous du même niveau. Elle est fondée sur la proposition de M^r de la Hire que nous avons expliquée ci-devant.

CHAPITRE III.

Pour les jets qui font au niveau des batteries.

P Our la bien entendre nous parlerons premièrement des coups étendus sur le niveau des batteries rapportées au second Chapitre du même livre : comme si connoissant la portée d'une pièce ou d'un mortier, par exemple, de 400 toises sur l'élévation de 21 dég ; l'on veut savoir quelle sera la portée sous l'élévation d'un autre angle, comme sous celle de 30 dég. ? il faut ouvrir le compas commun de la grandeur du demi-diametre F A du demi-cercle, & posant un de ses piés sur le point 21 dég. marquez sur le limbe intérieur, vour où de l'autre il coupera la droite F G, qui sera, par exemple, où elle a 266 parties ; puis posant le même pié sur le point de 30 dég. marquez au même limbe & tenant le compas ainsi ouvert, voir où de l'autre pié il rencontrera la même F G, (qui sur cette hypothése sera où elle a 346 part.) En-suite faisant que comme 266 est à 346, ainsi la longueur de 400 to. est à une autre l'on aura 520 to. pour la portée que l'on cherche sous l'élévation de 30 dég.

Ce qui est facile à concevoir si l'on se souvient que par la proposition de M^r de la Hire, le demi-cercle & l'arc fait du centre 346, ayant un même rayon, le point de leur intersection,



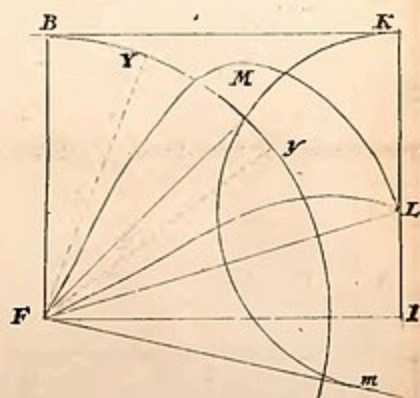
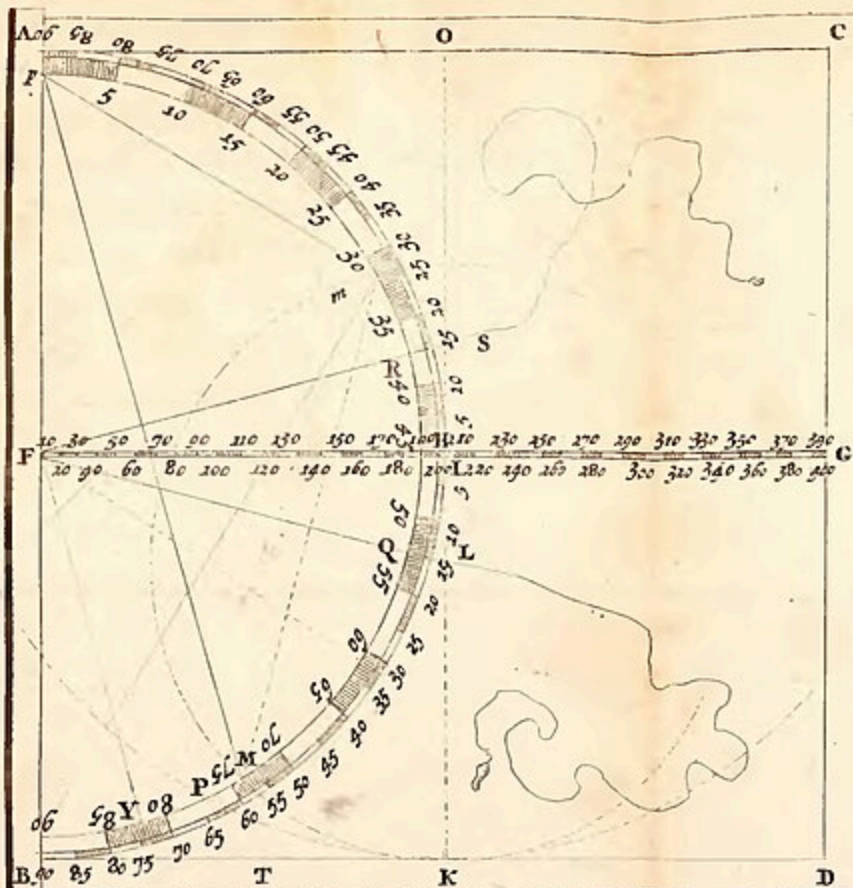
qui est 30 degrés, est le foyer d'une Parabole qui passera du point F à celui de 346, & aura pour touchante la droite F 15, où l'arc A 30 est divisé en deux également ; ainsi par la même raison le point 21 degrés de l'intersection du même demi cercle & de l'arc fait du centre F 266, est le foyer d'une autre Parabole dont l'amplitude est la droite F 266, & la touchante F $10\frac{1}{2}$ dégr., où l'arc A 21 dégr. est divisé en deux également. C'est-à-dire que supposant que le mortier posé suivant la direction de la touchante F $10\frac{1}{2}$ degrés qui est suivant l'angle A B 21 dégr., a chassé à la distance de 266 ; il chassera à celle de 346, quand on le disposera suivant la direction de la touchante F 15, c'est-à-dire suivant l'angle A B 30 : mais comme 266 est à 346, ainsi 400 est à 520 to. Donc s'il a chassé à 400 to. sous l'angle A B 21, c'est-à-dire que 21 dégr., il portera à 520 toises sous A B 30, c'est-à-dire de 30 degrés ; ou lors-que le bras B X étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur celui de 30 degrés du bord intérieur.

Mais si posant la portée de 400 toises sous l'angle de 21 degrés, l'on vouloit savoir à quel angle il faudroit poser le mortier pour chasser à 520 toises ? Après avoir posé la pointe du compas ouvert du rayon du demi-cercle sur 21 degrés du limbe intérieur, & vû que de l'autre pointe il coupe la droite F G au point 266 ; il faut faire que comme 400 est à 266, ainsi 520 à une autre, qui sera 346, qu'il faut prendre sur la même F G, & y mettre la pointe du compas toujours ouvert de la grandeur du rayon F A, pour voir où il coupera de l'autre point 30 du limbe intérieur ; ce qui marque que le mortier doit être posé suivant l'angle de 30 dégr. pour le faire chasser à 520 toises. Car les deux points du bord intérieur 21 : 30 : sont les foyers de deux Paraboles dont les amplitudes sont les longueurs F 266 : F 346 : & les tangentes F 10¹, F 15¹ ; d'où il s'ensuit que le mortier posé suivant la direction de la ligne F $10\frac{1}{2}$ c'est-à-dire élevé selon l'angle A B 21 ou de 21 dégr. ayant chassé à la longueur de 266 parties ; il chassera à celle de 346 s'il est posé suivant la direction de la droite F 15, c'est-à-dire élevé selon l'angle A B 30 ou de 30 dégr. ; mais comme 266 est à 346 ainsi 400 to. est à 520 to. ; si donc il a chassé à 400 to. à 21 dégr. ; il faut l'élever à 30 dégr. pour le faire chasser à 520 toises, ainsi qu'il est ordonné. Ce qui arrive si le bras B X étant parallèle à l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur les points marquez 21 & 30 du bord intérieur du demi-cercle.

CHAPITRE IV.

Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries

P Our s'en servir à la détermination des portées sur les plans inclinez rapportées au troisième Chapitre du quatrième Livre de la seconde partie ; il faut, ainsi que nous avons dit, lors-que connoissant la plus grande portée comme de 600 toises l'angle du plan de 15 degrés, & la distance horizontale de 310 to, l'on veut connoître à quel angle il faut élever la pièce ou le mortier pour le faire porter au lieu ordonné ; faire ainsi que nous avons fait au quatrième chapitre du même livre, que comme 600 to. est à 310, ainsi 400 qui est le plus grand nombre des parties contenues dans la droite F G est à un autre, qui sera 206 répondant au point I ; puis faisant passer le filet du centre F par le point Q où les 15 degrés sont marquez sur le bord extérieur du demi-cercle à conter du point H vers B, (si l'inclination est sur l'horizon,) marquer où il coupe la guide O I K passant par le point I, qui est au point L ; lequel doit servir de centre à l'arc K M *m* dont le rayon est L K égal à la différence du demi-diamètre F B ou I K & de la hauteur perpendiculaire I L ; car les points M *m* où cet arc coupera le demi-cercle, seront les foyers des



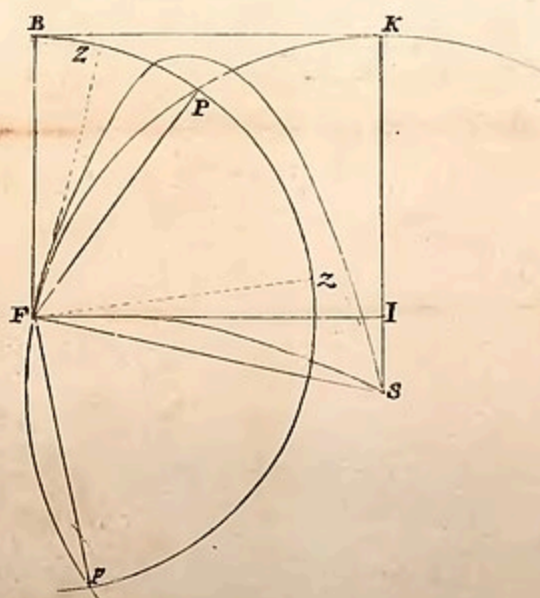
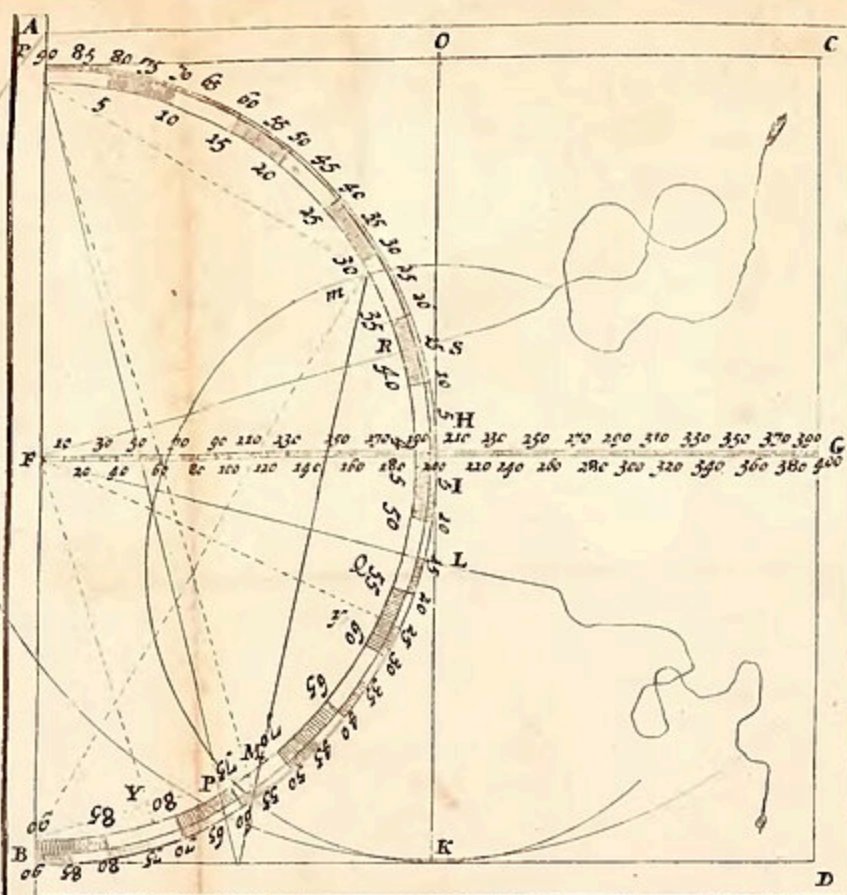
X

Paraboles qui dans la figure de M^f de la Hire passeront du point F en L , & dont les touchantes son $F Y : F y$: ainsi qu'il a été démontré ci-devant. Où l'on voit qu'un mortier élevé suivant la direction de l'angle $I F Y ; I F Y y$, c'est-à-dire dans le demi-cercle $O A M$, $O A m$ ou de leurs égaux $A B M$, $A B m$ portera sur un lieu élevé de 15 degrés sur l'horizon à la distance horizontale $F I$ de 206 parties, lors-que la plus grande portée $F G$ est de 400 parties ; & partant à celle de 310 to., si la plus grande portée est de 600 to. Mais le mortier est élevé suivant la direction de ces angles, lors-que le bras $B X$ étant parallèle à l'ame, le plomb tombe du point A sur les points M ou m ; l'on a donc la position recherchée pour le faire chasser au lieu que l'on demande.

Si l'inclination est sous l'horizon, comme en la pratique rapportée au cinquième Chapitre du quatrième livre de la seconde partie ; le filet du point F doit passer par R où les 15. degrés du plan sont marquez du point H vers A ; & le point S , où il coupe la guide $O K$ passant par le point I , doit être le centre de l'arc $K P p$, dont le rayon est $S K$ égal à la somme du demi-diametre $F B$ ou $I K$ & de la hauteur perpendiculaire $I S$: & les deux points $P : p$, où cet arc coupe le demi-cercle, sont les foyers des Paraboles qui du point F , dans la figure de M^f de la Hire, passeront par le point S abaissé de 15 degrés sous l'horizon des batteries, ainsi qu'il a été démontré ci-devant ; & leurs touchantes seront $F Z : F z$. De sorte qu'un mortier posé suivant la direction des angles $I F Z$, $I F z$ ou de leurs égaux dans le demi-cercle $O A P$, $O A p$: c'est-à-dire $A B P$, $A B p$; chassera la bombe au lieu S abaissé de 15 degrés sous l'horizon $I F$ à la distance horizontale de 206 parties, si la plus grande portée n'est que de 400 parties ; & partant à celle de 310 to. si elle est de 600 toises ; & comme le mortier est disposé suivant la direction de ces angles, lors-que le bras $B X$ étant parallèle à l'axe de l'ame, le plomb pendant en A tombe sur les points $P : p$; il s'ensuit que l'on a par ce moyen trouvé les angles de la situation que l'on demande.

Enfin pour connoître, par la pratique enseignée au sixième chapitre du même livre, la distance horizontale, la longueur du plan incliné & la hauteur perpendiculaire, lors-que la plus grande portée comme de 600 toises, l'angle du plan comme de 15 degrés sur le niveau de la batterie, & celui de l'élévation du mortier comme de 72 degrés, sont donnez, il faut, ainsi que nous avons dit, du point Q où se terminent les 15 degrés de l'angle du plan

sur le bord extérieur depuis le point H vers B, prendre avec le compas l'arc Q M, où sur le bord intérieur les 72 dégr. de l'élévation du mortier sont marquez, & le rapporter de l'autre part sur le même cercle au point m ; puis passant le filet par les deux points $m : M$: voir où il coupe la droite B D comme en T ; car B K ou F I double de B T, donnera le nombre des parties de la distance horizontale, F L celui des parties de la longueur du plan incliné, & I L celui des parties de la hauteur perpendiculaire ; supposé que la plus grande portée soit de 400 parties : ainsi faisant que comme 400 parties est à 600 toises, ainsi chacune de ces quantitez est à une quatrième, nous aurons les grandeurs que nous recherchons. La démonstration est aisée : car supposant que l'arc décrit du centre L & de l'intervalle L K ait coupé le demi-cercle aux points M : m ;, qui sont, comme nous avons dit, les foyers des Paraboles recherchées ; si l'on mène une droite M m T par les mêmes points, la droite M m sera coupée en deux également par F L qui joint les centres des deux cercles, & partant l'arc Q M sera égal à Q m . Et pour faire voir que B K est double de B T, il ne faut que remarquer que la droite B K touchant les deux cercles en B & en K, le rectangle m T M



dans l'arc $K M m$ est égal au carré de la touchante $T K$; & dans le demi-cercle le même rectangle est égal au carré de la touchante $T B$; d'où il s'enfuit que $T K$ & $T B$ sont égales, & $B K$ ou $F I$ double de $B T$. Le reste n'a point de besoin de plus grande explication.

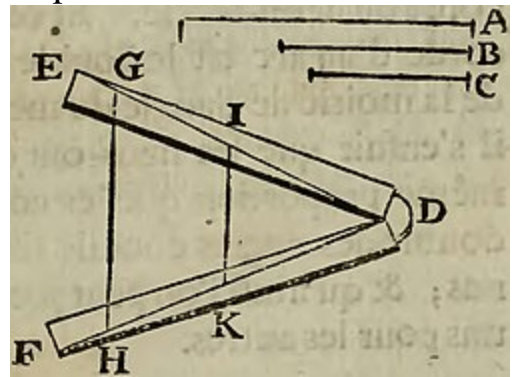
Si l'inclination du plan est au-dessous du niveau des batteries, nous pourrons par le même raisonnement faire voir que la droite $p P$ qui passe par les points de l'intersection de l'arc $K P p$ & du demi-cercle, est coupée en deux également par la droite $F S$ qui joint les centres des deux cercles, & partant que l'arc $R P$ est égal à l'arc R ; & le rectangle $p T P$ dans l'arc $K P p$ est égal au carré de la touchante $K T$ & au carré de la touchante $B T$ dans le demi-cercle ; & qu'ainsi $B K$ ou $F I$ est double de $B T$.

C H A P I T R E V .

Démonstration des pratiques par le compas de proportion.

LA septième & dernière pratique est celle qui se fait par le moyen du compas de proportion, dont l'usage se réduit à ce seul cas ; qui est à trouver une quatrième proportionnelle à trois quantités données. Ce qui se fait avec facilité prenant sur la ligne des parties égales la grandeur de la première & lui appliquant de travers la longueur de la seconde, en sorte qu'elle fasse sur le compas ouvert la base d'un triangle isocèle dont les côtés égaux sont chacun de la grandeur de la première quantité ; puis ayant pris sur les mêmes parties égales la longueur de la troisième, considérer quelle en est la transversale sur le compas ainsi ouvert ? car cette grandeur est la quatrième que l'on demande.

Comme s'il falloit trouver une quatrième proportionnelle aux trois grandeurs A, B, C ; je prendrois sur les côtés D E, D F du compas de proportion sur la ligne des parties égales, la longueur D G : D H égale à A & j'ouvrirois le compas de telle sorte que la droite G H qui fait la base du triangle isocèle G D H fût égale à la seconde quantité B. Puis aiant mesuré sur les mêmes côtés D E : D F la longueur D I : D K égale à la troisième C ; je prendrois sur la même ouverture du compas la transversale I K, qui seroit la quatrième que je recherche. Car dans les triangles semblables D G H, D I K, la droite D G est à G H, c'est à dire A à B, comme D I ou C est à la droite I K.



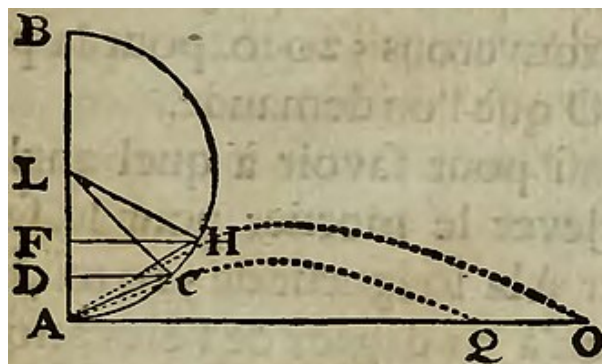
Il faut de plus considérer que les parties de la ligne que l'on appelle des angles, sont les longueurs des cordes ou soutendantes des arcs de cercle à toutes les ouvertures des angles depuis un degré jusqu'à 180 ; ainsi 60 parties sur cette ligne font l'étendue de la corde d'un arc de 60 degrés ou du demi-diamètre du cercle : 45 parties font celle de la corde de l'angle de 45

dég. : 72 celle de 72 dég. : 180 parties font le diametre entier qui est la corde du demi-cercle. Et comme la corde d'un arc est le double du sinus de la moitié de l'angle du même arc, il s'enfuit que les sinus ont entr'eux même proportion que les cordes du double des angles dont ils font les sinus ; & qu'ainsi l'on peut prendre les uns pour les autres.

CHAPITRE VI.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Ceci posé : reprenant la figure de Torricelli, il n'est pas mal-aisé de comprendre la raison de nos pratiques : car dans la première expliquée au premier Chapitre du cinquième livre de la seconde partie où, par exemple, la portée d'un mortier étant donnée suivant un angle donné, l'on demande quelle sera celle du même mortier suivant un autre angle ? comme si le mortier élevé suivant l'angle QAC de 21 dégr., a chassé à la longueur AQ de 400 toises, l'on veut savoir qu'elle est la longueur AO , à laquelle il chassera s'il est posé suivant l'angle QAH de 30 degréz ? D'autant que les portées AQ & AO sont entr'elles comme les lignes



$CD : HF$: c'est-à-dire comme les sinus des angles ALC , ALH doubles de ceux de la position du mortier QAC , QAH ; elles seront aussi entr'elles comme les doubles des mêmes lignes CD , HF , c'est-à-dire comme la corde du double de l'angle ALC est à la corde du double de l'angle ALH , ou comme la corde du quadruple de l'angle QAC , à la corde du quadruple de l'angle QAH ; & partant si nous prenons la corde de 84 dégr., quadruple du premier angle donné de 21 degréz pour premier terme ; pour second la corde de 120 dégr. quadruple du second angle donné de 30 degréz ; & pour troisième les 400 toises de la portée donnée AQ : en cherchant sur le compas à ces trois quantitez une quatrième proportionnelle, nous trouverons 520 to. pour la portée AO que l'on demande.

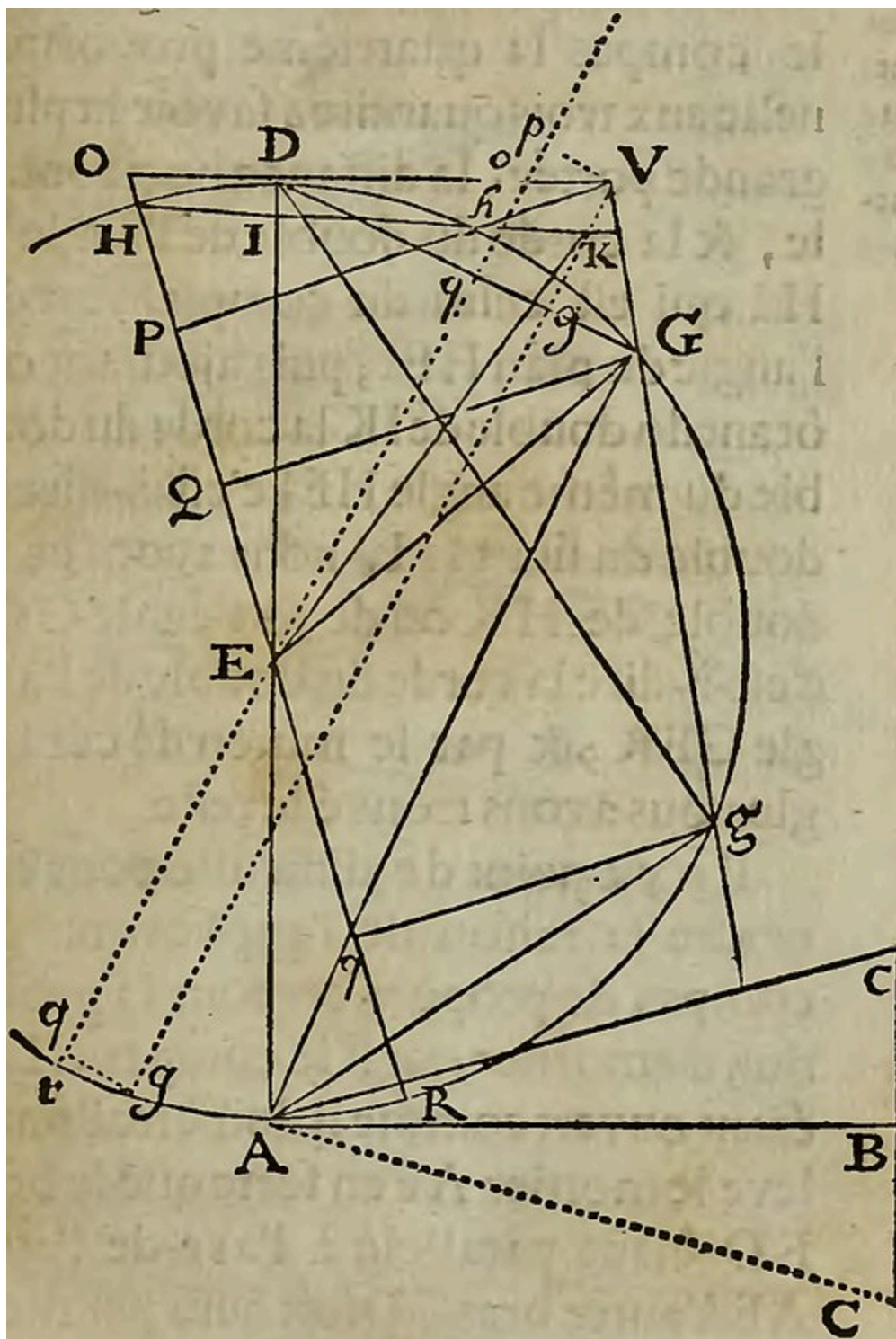
Ainsi pour favoir à quel angle il faut élever le mortier pour le faire chasser à la longueur de 520 to., supposé qu'à 21 degrés de l'élévation il ait porté à 400 to. ; je prens pour premier terme 400 to. ; pour second 520 to. ; pour troisième la corde de 84 dégr. quadruple de l'angle donné 21 dégr. ; & il me vient pour quatrième la corde de l'angle de 120 degrés, dont le quart est l'angle Q A H de 30 degrés que je recherche.

Il est, comme je crois inutile de dire que lors-que les nombres des quantités proposées ou leurs étenduës, excèdent celui des parties égales marquées sur le compas : il faut en prendre telle partie que l'on veut pourvû qu'elle soit moindre que celles du compas, & s'en servir pour trouver votre quatrième proportionnelle, qui fera la même portion de celle que vous cherchez, que celle dont vous vous êtes servi, l'est du nombre donné. Ainsi parce que le nombre de 400 to. est plus grand que celui de 200 contenu dans les parties égales du compas, je me sers du quart qui est 100 pour premier terme & il me vient 130 au quatrième, dont le quadruple 520 est celui que je demande. Si le premier nombre étoit le tiers du donné, celui qui viendrait par la pratique seroit aussi le tiers de celui que l'on recherche, & ainsi du reste.

CHAPITRE VII.

*Pour les portées qui ne sont pas au niveau
des batteries.*

Maintenant pour bien entendre l'usage du compas de proportion rapporté au second Chapitre & aux suivans du cinquième livre de la seconde partie, pour les portées sur les plans inclinez ; il faut reprendre la figure par laquelle j'ai expliqué la troisième pratique, où ED est à DV c'est-à-dire EI à IK comme la plus grande portée est à la distance horizontale ; & EI complément de l'angle du plan ; le double de EI sera la corde du double du même angle EHI ; & partant comme la plus grande portée est la distance horizontale, ainsi cette corde sera au double de IK , à quoi ajoutant ou ôtant le double de HI , c'est-à-dire la corde du double de l'angle du plan HEI , nous aurons le double de la droite HK ou de son égale GQ , c'est-à-dire la corde du double de l'angle GER ; auquel angle & à son complément à deux droits, si l'on ajoute l'angle du plan



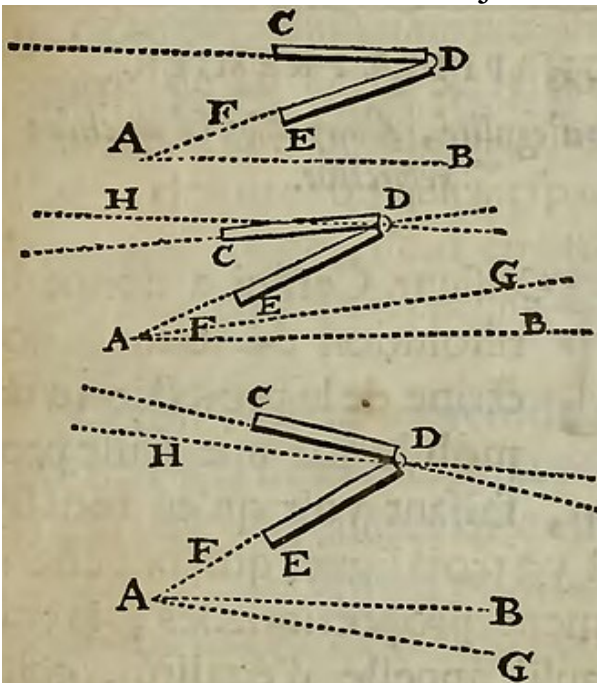
A E R, l'on aura l'angle A E G double de A D G ou de son égal B A G que l'on demande.

Or l'on voit que pour trouver le double de I K nous avons cherché sur le compas la quatrième proportionnelle aux trois quantitez favoir la plus grande

portée, la distance horizontale, & la corde du double de l'angle EHI qui est celui du complément de l'angle du plan HEI ; puis ajoutant ou ôtant du double de IK la corde du double du même angle HEI c'est-à-dire le double du sinus HI , nous avons eu le double de HK ou de son égale GQ , c'est-à-dire la corde du double de l'angle GER ; & par le moyen de cet angle nous avons trouvé le reste.

Il n'y a point de difficulté pour entendre la raison de l'application du compas de proportion pour la position du mortier ; car si le compas CDE état ouvert comme il doit être l'on élève le mortier AF en sorte que le bras ED étant parallèle à l'axe de l'ame AE , l'autre bras CD soit aussi parallèle à l'horizon AB ; le mortier sera posé suivant l'angle BAE ainsi qu'il est demandé.

Si l'on veut découvrir l'objet incliné de l'angle BAG au-dessus ou au-



dessous de l'horizon au travers des pinules posées sur le bras CD ; l'on voit que l'angle du compas, CDE est moindre (si l'inclination est au-dessus) ou plus grand (si elle est au-dessous,) que l'angle de l'élévation du mortier BAD , de la grandeur de l'angle CDH égal à celui du plan BAG ; & qu'ainsi il faut le diminuer, comme nous avons dit, au premier cas & l'augmenter en l'autre.

LIVRE HUITIÈME .

Doctrine de Monsieur Caffini pour
le jet des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

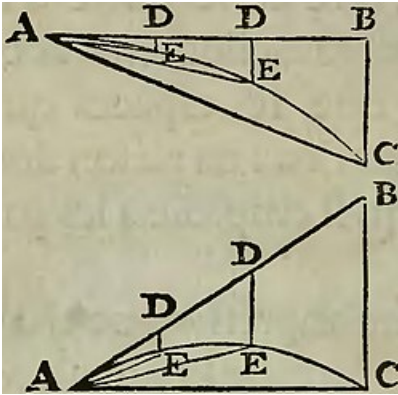
Lignes d'égalité, d'impulsion & de chute respective.



Onsieur Caffini a donné la résolution de toute la doctrine de la projection d'un mobile par une seule proposition, faisant voir qu'en tous les cas, il y a trois lignes qui sont continuellement proportionnelles, savoir celle qu'il appelle d'égalité, celle d'impulsion & celle de la chute respective.

Pour faire entendre ce raisonnement, il suppose, comme les autres, qu'un corps jetté est porté de deux impressions différentes dont l'une, qui lui vient de l'impulsion d'une cause externe, le détermine à une certaine direction ou perpendiculaire en haut ou en bas, ou horizontale, ou inclinée, & le porte d'un mouvement uniforme & égal par des espaces égaux en tems égaux : l'autre, qui lui vient de la pesanteur, le détermine par une ligne perpendiculaire en bas vers le centre de la Terre & le porte d'un mouvement continuellement accéléré, desorte que les espaces qu'il parcourt sont entr'eux en raison doublée des tems qu'il emploie à les parcourir.

Cette dernière impression ne change rien à la direction de la première, si elle est perpendiculaire en haut ou en bas : elle ne fait qu'acourcir le chemin que fait le mobile au premier cas & l'allonger en l'autre. Mais aux directions horizontales ou obliques, elle en change entièrement la droiture. Car si un mobile est, par exemple, porté d'une force externe suivant la direction de la ligne A B horizontale ou inclinée ; il est constant que si le mobile n'avoit point de poids ni d'empêchement de la résistance du milieu, il feroit porté suivant la droite A B d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir des espaces égaux en des tems égaux ; mais comme au moment du départ du ponit de repos A, l'impression de la pesanteur le tire en bas par des lignes perpendiculaires D E, B C, elle le fait changer de route ; & au lieu de le porter par la droite A B, elle le conduit au long de la courbe A E C. Où il faut remarquer que la ligne A D qui feroit celle que le mobile auroit



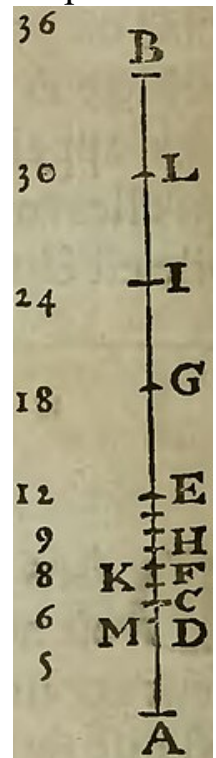
parcouru d'un mouvement égal s'il n'avoit point eu de poids, au moment qu'il se trouve en E, est cette ligne que M^r Cassini appelle *ligne d'impulsion* à l'égard du point E ; ainsi la ligne A B où le mobile sans poids se trouveroit lorsqu'il est tombé en C, est la ligne d'impulsion au respect du point C. Les lignes perpendiculaires D E, D E, sont celles qu'il appelle *lignes de chute respective*, c'est-à-dire à l'égard des points E, E &

des lignes d'impulsion A D, A D : ainsi B C est ligne de chute respective à l'égard du point C & de la ligne d'impulsion A B, & les lignes A E, A C sont appellées *lignes de distance*, parce qu'elles mesurent de combien le mobile est éloigné du point de départ.

C H A P I T R E I I .

De la ligne d'égalité.

Dans les projections verticales, où nous avons dit que la pèsanteur raccourcit le chemin du mobile, il est aisé de comprendre que le mobile monte tant que le chemin qui se fait par l'impression du dehors, est plus grand que celui de la pèsanteur ; qu'il ne monte ni ne descend au moment que ces deux impressions sont égales ; & qu'il descend aussitôt que celle de la pèsanteur est plus grande que l'autre. Ainsi dans le jet vertical A B, si nous supposons que la force du dehors puisse porter le mobile par l'espace A C, par exemple, de 6 mesures dans un certain tems, pendant lequel la pèsanteur le puisse faire descendre de l'espace C D d'une de ces mesures ; il est constant que le mobile au premier tems se trouveroit en D ; ainsi la droite A C. 6., que le mobile sans poids auroit parcouru, est la *ligne d'impulsion* à l'égard du point D ; la ligne C D. 1., celle de la *chûte respective* à l'égard de la même A D ; & la ligne A D de 5 mesures celle de la *distance*. Au second tems le mobile sans poids seroit porté en E. 12., & seroit cependant tombé de la longueur EF, 4. ; & se trouvant en F, la droite A E. 12. fera la *ligne d'impulsion*, E F. 4. celle de la *chûte respective*, & A F. 8 celle de la *distance*. Au troisième tems la ligne d'impulsion sera A G. 18., celle de la chûte G H. 9. & celle de la distance A H. 9. Au 4^{me} tems la ligne d'impulsion est A I. 24., celle de la chûte I K. 16., & celle de la distance A K. 8. Au cinquième tems celle d'impulsion est A L. 30., celle de la chûte L M. 25. & celle de la distance A M. 5. Enfin au sixième tems la ligne d'impulsion seroit A B de 36 mesures ou sextuple de la première A C, & celle de la chûte seroit aussi la même B A de 36 mesures.



Et comme la ligne A B est le chemin qu'auroit fait en montant le mobile sans poids d'un mouvement égal, pendant qu'avec le poids il est monté de A en H & descendu de H en A, & dans le tems que le même poids seroit

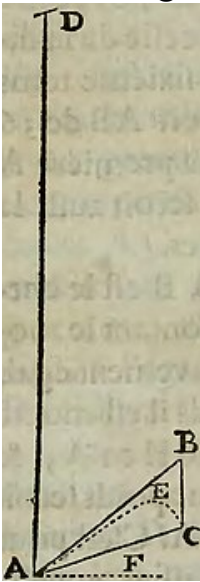
descendu du point B en A. C'est pour cette raison que M^r Cassini appelle cette droite A B *La ligne d'égalité*.

Il y auroit beaucoup de choses à considérer sur ce sujet, sur lequel je me contenterai de dire que cette ligne d'égalité A B est quadruple de la ligne du jet perpendiculaire A H, & partant double de la plus grande portée.

CHAPITRE III.

*Lignes d'égalité, d'impulsion & de chute respective
sont trois proportionnelles.*

Maintenant pour faire voir ce que nous avons dit, qu'en toute projection la ligne d'égalité, celle de l'impulsion, & celle de la chute respective sont continuellement proportionnelles ; supposons que dans le jet A E C fait suivant la direction A B, la droite A D soit la ligne d'égalité, A B celle de l'impulsion, B C celle de la chute respective & A C celle de la distance ; & disons que puis-que la droite A D est le chemin que le mobile feroit en montant par la seule impression du dehors & en descendant dans le même tems par la seule impression de la pefanteur ; si nous la prenons pour la mesure du tems de l'un & de l'autre, il est constant que la droite A B sera la mesure du tems que le même mobile emploieroit à passer la même A B, porté du seul effort de la même impression du dehors. Et comme dans le tems A B il est descendu par l'impression de son poids de la hauteur perpendiculaire B C ; cette hauteur B C fera à la hauteur D A en raison doublée du tems de la chute B C, qui est mesuré par A B, au tems de la chute A D c'est-à-dire comme le quarré de la ligne A B est au quarré A D : & partant les trois lignes B C, A B, A D sont continuellement proportionnelles.



CHAPITRE IV.

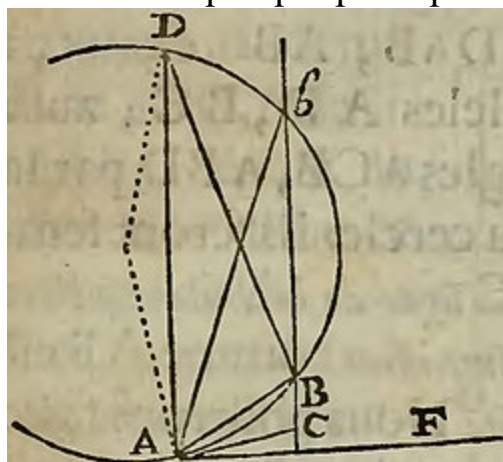
*Sur un direction & sur une distance donnée,
Trouver la ligne d'égalité.*

Maintenant pour savoir sur une direction & sur une distance donnée ; quelle est la longueur de la ligne d'égalité, comme sur l'angle de la direction DAB & la ligne de la distance AC , c'est-à-dire sur l'étendue de la portée d'une pièce ou d'un mortier, pointé l'angle FAB complément du donné DAB , sur le plan AC incliné de l'angle FAC . Il faut considérer que dans le triangle ABC , le côté AC & les deux angles ABC & BAC , sont donnés ; car ABC est égal à DAB , & BAC est la somme ou la différence des deux angles FAB , FAC qui sont ceux de l'inclination de la pièce & du plan : & partant l'on peut connoître par les sinus les longueurs des lignes d'impulsion AB & de chute respective BC ; & par leur moïen trouver une troisième proportionnelle AD qui fera la ligne d'égalité que l'on recherche.

CHAPITRE V.

*La ligne d'égalité & la distance étant données :
trouver la direction.*

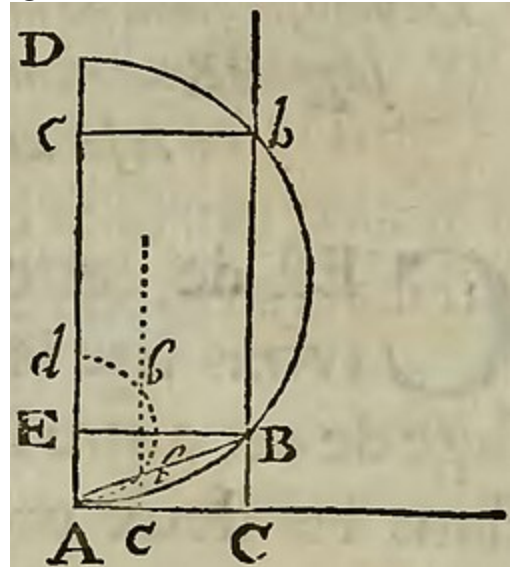
Mais si connoissant la ligne d'égalité l'on veut savoir à quel angle il faut élever la direction de la pièce pour la faire chasser à une distance donnée sur quelque plan que ce soit, horizontal ou incliné ? Voici ce qu'il



faut faire. Soit la ligne d'égalité $A D$ perpendiculaire à l'horizon, & la distance $A C$ sur le plan $A C$, faifant avec la verticale $A D$ quelque angle que ce foit $D A C$. Au point C foit élevé $C B b$ parallele à la verticale $A D$, & fur $A D$ foit décrite la portion de cercle $A B b D$ capable d'un angle égal à $A C B$, (laquelle touchera la perpendiculaire $C B$ en un point fi le problème n'a qu'une folution, ou le coupera en deux points comme en $B b$ s'il en a deux, ou ne le rencontrera point du tout s'il eft impoffible,) & les lignes menées du point A à ceux de leur rencontre comme $A B$, $A b$, feront celles de la direction que l'on demande, enforte que $F A$, étant horizontale, les angles $F A B$, $F A b$ font ceux de la pofition du mortier pour le faire porter au point C . Car les deux triangles $A B C$, $B A D$ ayant les angles $D A B$, $A B C$ égaux, à caufe des paralleles $A C B$, $A B D$ par la conffruction du cercle : ils feront femblables ; & $B C$ *ligne de la chute refpective* fera à $A B$ *ligne d'égalité*. Nous pourrons faire voir par la même raifonnement que $b C$ eft à $A b$ comme $A b$ eft à $A D$.

Si la ligne du plan A C est horizontale, la portion du cercle est un demi-cercle ; si elle est élevée sur l'horizon, elle est moindre ; & plus grande que le demi-cercle si l'inclination est au-dessous. Où il est à remarquer, au sujet des projections qui se font sur un plan horizontal, c'est-à-dire au niveau de la batterie, qu'ayant dit ci-devant que la ligne d'égalité est quadruple de celle du jet perpendiculaire laquelle détermine la force imprimée du mobile ; si

nous supposons, comme Galilée & Torricelli, que le diamètre $A d$ du demi-cercle $A b d$, soit égal au quart de la ligne d'égalité, c'est-à-dire du diamètre $A D$ du demi-cercle $A B D$, & la ligne $A c$ égale au quart de la distance horizontale $A C$; la droite $c b$ parallèle à $C B$, ou $A D$, coupera la circonférence $A b d$ aux points recherchez, b, b semblables aux points $B b$ de la circonférence $A B D$, & les droites $A b B$, $A b b$ prolongées, seront les mêmes que les lignes de la direction que l'on demande $A B$, $A b$. Ce qui fait conoître que la proposition de ces auteurs ne faut qu'un cas de celle de M^r Caffini. L'on voit de plus, ce que nous avons dit ci-devant, que la ligne d'égalité $A D$ étant quadruple de $A d$, qui détermine la force imprimée du mobile & qui par conséquent est égale à la moitié de la plus grande portée de la bombe avec la même force, est aussi double de la même plus grande portée.



CHAPITRE VI.

Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour le jet des Bombes.

C'est de cette doctrine que nous avons tiré la construction & l'usage de cet autre Instrument rapporté dans les deux premiers chapitres du sixième Livre de la seconde partie sous le nom d'Instrument Universel pour le jet des Bombes, & dont il faut ici parler plus au long & en donner la démonstration.

C'est un cercle $A b g$ dont le diamètre est $A g$, au bout duquel en A est attachée à angles droits une règle immobile $A E$ égale au même diamètre & divisée en un très grand nombre de parties égales. Pour s'en servir il faut connoître la longueur de la ligne d'égalité & celle de la distance horizontale, & faire que comme cette ligne est à cette distance ; ainsi le nombre des parties contenues dans la règle $A E$ soit à un autre, qui soit, par exemple, celui des parties comprises entre A & c . Puis dressant la règle $A E$ vers le but il faut laisser pendre un plomb du point c (dont le fil touchera la circonférence du cercle, si le problème n'a qu'une solution, ou le coupera en deux

$g A$ continué tombera sur le diametre $G A$; & comme on a fait que $E A$ soit
 $A c$ comme $D A$ est à $A H$; il s'enfuit que $E A$ ou son égale $g A$, est à $A c$
comme $A G$ est à $A C$, & le plomb $c b b$ étant parallele à $A D$ ou $C B B$, le
cercle $A b g$ sera divisé aux points, $b b$; comme le cercle $A B G$ l'est aux
points $B B$; & les droites $b A$, $b A$: continuées tomberont sur les droites
 $A B$, $A B$; c'est-à-dire qu'elles feront celles des directions que l'on
demande.

CHAPITRE VII.

Démonstration de ce qui s'est ajouté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

S I vouloit se servir de cet instrument sans être obligé de faire de règle de Trois pour trouver le point *c*, il faudroit ajouter en *A*, comme nous avons fait au troisième Chapitre du sixième Livre de la seconde partie, une autre règle mobile *A F* égale à *A E* ; & pour plus grande commodité, il seroit bon que l'une & l'autre fut divisée en autant ou plus de parties qu'il a de toises, ou de piés, ou d'autres mesures, dans la plus grande ligne d'égalité dont on peut ordinairement se servir, c'est-à-dire dans le double de la plus grande portée d'une pièce de Canon ou d'un mortier. Car si la ligne d'égalité proposée *A D* à autant de toises ou d'autres mesures qu'il y a de parties dans la règle *A F*, il ne faut que prendre autant de parties sur la règle *A E* qu'il y a de toises dans la distance horizontale *A H* comme de *A* en *c*, & l'instrument étant posé, en sorte que la règle *E A* regarde le but *C*, il faut tourner la règle *A F* de manière que le plomb tombant de l'extrémité *F* passe par le point *c* & coupe le cercle en *b*. Mais si la ligne d'égalité proposée *A D* est moindre, il faut prendre sur la règle mobile un nombre de parties égal à celui des toises qu'elle contient comme de *A* en *K*, & sur la règle immobile *A E* autant de parties qu'il y a de toises dans la ligne de distance horizontale *A H* comme de *A* en *i*, & tourner la règle *A F* en sorte que le plomb tombant du point *K* passe par *i* : car laissant le tout en cette situation, le plomb tombant du point *F* passera par *c* & coupera le cercle en *b* : *b* : comme on le demande.

La démonstration est facile à comprendre ; car *A K* ayant autant de parties que la ligne d'égalité proposée *A D* a de toises, & *A i* autant de partie qu'il y a de toises dans la ligne de distance horizontale *A H*, il paroît que *A K* est à *A i* c'est-à-dire *A F* ou *A E* à *A C* comme *A D* est à *A H* ; & l'on a par ce moïen sans règle de Trois le point par lequel le plomb doit passer pour couper le cercle au point que l'on recherche.

L'ART DE JETTER
LES
BOMBES,

Et de connoître l'étenduë des coups
de volée d'un Canon en toutes
fortes d'élévations.

QUATRIÈME PARTIE.

Résolution des difficultez qui se trouvent
dans la doctrine du jet des Bombes.



L faut maintenant parler des difficultez que l'on trouve dans la doctrine que nous avons expliquée en ces deux dernières parties : afin qu'étant une fois bien entendues, l'on puisse plus aisément faire connoître que les changemens qu'elles aportent dans les effets sont de si petite considération, qu'il n'y a point de lieu de s'y arrêter ni d'empêcher l'usage de mes pratiques.

Tous les raisonnemens dont on se sert sont de deux sortes ; les uns semblent détruire les suppositions que nous avons faites pour démontrer que la nature de la ligne courbe décrite par le passage d'un mobile jetté, étoit telle que nous l'avons expliquée dans la troisième partie ; & les autres trouvent tant de difficultez dans l'exécution, qu'ils font douter que l'on puisse attendre aucun effet assuré des règles que nous avons enseignées dans la seconde partie pour la pratique.

Pour répondre avec ordre aux uns & aux autres, nous traiterons premièrement de ceux qui combattent la Théorie, remettant à examiner ceux qui sont contre la Pratique, après que les premiers auront été résolus.

L I V R E P R E M I E R .

Solution des Objections faites contre
la Théorie.

CHAPITRE PREMIER .

Explication de ce qui a été suppose dans la Théorie.



Ors-que dans la troisième partie nous avons voulu faire voir que la ligne que le mobile poussé horizontalement, décrit par son passage est parabolique, à cause qu'il est porté de deux mouvemens qui le déterminent en différentes parts : nous avons supposé que le premier qui lui est imprimé par la force extérieure & qui se fait suivant la direction de la ligne droite horizontale, étoit égal & uniforme parcourant sur cette droite des espaces égaux en temps égaux ; & que l'autre qui lui vient de la gravité naturelle, se faisant par des droites perpendiculaires & parallèles, étoit inégal, mais uniformement accéléré, parcourant des espaces au long de ces parallèles qui sont entr'eux en raison sous doublée des temps qu'il employe à les parcourir.

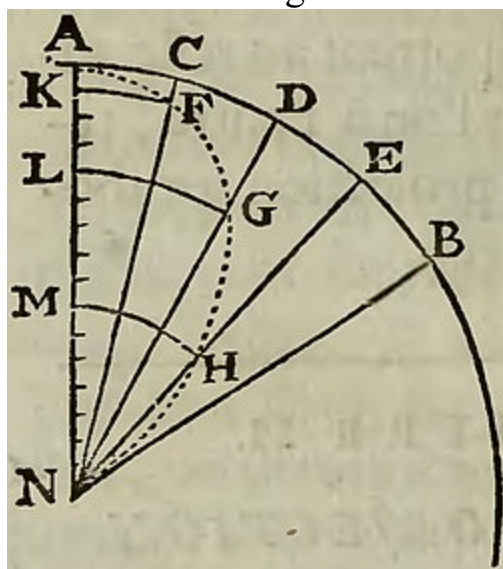
Comme dans cette figure, qui est celle dont nous nous sommes servis dans la troisième partie : pour faire voir que le mobile poussé du point A suivant la direction horizontale A B, décrivait dans sa projection la ligne parabolique A F G H I, nous avons premièrement supposé que la ligne A B étoit droite, & que le mouvement imprimé par la force externe au mobile, le déterminoit de telle sorte au long de la droite A B, que dans tout le tems de son mouvement il parcouroit les espaces égaux comme A C, C D, D E &c. en tems égaux, pendant lesquels le même mobile porté par sa pesanteur parcouroit au long des droites perpendiculaires & parallèles comme C F, D G , les espaces C F, D G, de telle sorte que l'espace D G fait à C F, comme le carré du tems A D est au carré du tems A C ; & que de la composition de ces deux mouvemens qui, changeant seulement la direction du mobile, ne s'aportent au reste aucun empêchement l'un à l'autre, résultoit la ligne de projection parabolique A F G H I.

CHAPITRE II.

PREMIERE OBJECTION.

*La ligne horizontale n'est point droite, & les
perpendiculaires ne sont point paralleles.*

O R comme il est faux de dire que l'horizontale A B soit ligne droite & que les perpendiculaires C F, D G soient paralleles ; car A B, étant supposée également distante du centre de la Terre, fait un arc de cercle ; & C F, D G étant perpendiculaires, concourent nécessairement au centre ;) il paroît de la fausseté de ces suppositions : & l'on peut voir que quand même il seroit véritable que le mouvement du dehors imprimé suivant la direction horizontale fut égal & uniforme, & que celui de la pesanteur suivant la



direction perpendiculaire, suit précisément les loix du mouvement uniformement accéléré, la ligne de projection ne peut jamais être parabolique. Car supposant le centre de la terre aux point N où concourent les perpendiculaires A N, C N, D N ; si nous concevons que le mobile partant du point A, soit porté par l'impression extérieure d'un mouvement égal au long des arcs égaux A C, C D, D E, & par celle de la pesanteur d'un mouvement uniformement accéléré au long

des perpendiculaires A N, C N, D N : il est constant que si dans le tems qu'il arriveroit en C par le mouvement égal, il se trouvoit en F par l'accéléré : il se trouveroit en G par le même accéléré, lors-que par l'égal il devoit être en D, parce que l'espace D G ou A L est quadruple de C F ou A K, comme l'arc A D est double de A C : ainsi il seroit en H au troisième tems A E, parce que E H ou A M contient neuf fois l'espace A K ou C F, comme l'arc A E contient trois fois l'arc A C. Maintenant, ayant pris une ligne comme A L moyenne Géométrique entre A N & A K, si nous faisons que comme A K est

à A L, ainsi l'arc A C soit à un autre A B ; il est constant que le mobile se trouveroit au centre de la terre N, lors-que par le mouvement égal il auroit dû parcourir l'arc A B. Où il paroît que la courbe de la projection A F G H N est une espèce de Spirale fort éloignée de la parabolique, qui de soi ne porteroit jamais le mobile au centre. Car reprenant la figure de l'hypothèse, si l'on prend le point N, pour le centre de la terre, il paroît que par la nature de la ligne parabolique, le mobile n'y arriveroit jamais, & qu'au contraire il en seroit éloignée de toute la longueur de l'ordonnée N I, lors-qu'il seroit tombé par son propre poids de la longueur du demi-diametre A N ou B I ; d'où en-suite il s'en éloigneroit davantage à l'infini. Ce qui est absurde.

CHAPITRE III.

II. OBJECTION.

La force imprimée au mobile n'est point perpétuelle, égale & uniforme.

IL n'est pas moins faux de dire que la force imprimée par la cause externe au mobile, soit perpétuelle égale & uniforme, en sorte que dans tout le tems de son mouvement elle lui fasse parcourir des espaces égaux en temps égaux : car bien que cela pût-être en quelque façon véritable au cas que le mobile fut porté dans un milieu qui n'eût point de résistance ; celle de l'air, dans lequel nos boulets & nos bombes sont portés par la violence que le feu du mortier ou du Canon leur imprime, ne peut aucunement souffrir cette uniformité de mouvement.

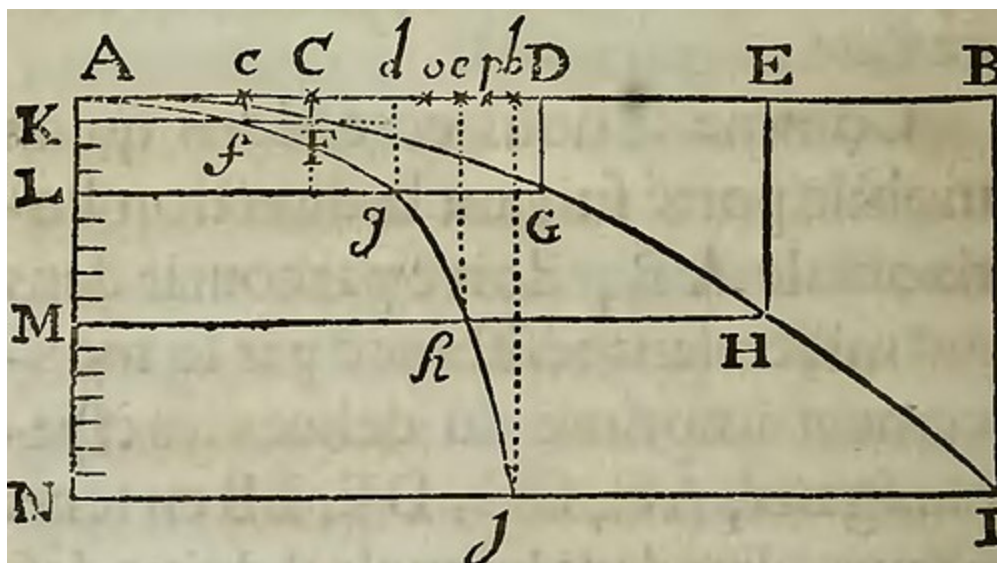
De plus si nous nous imaginons qu'un mobile ne peut point se mouvoir dans l'air, qu'il ne s'y fasse faire place, en chassant à droite & à gauche les parties de l'air qu'il rencontre dans son passage : & que ces parties ayant de la pesanteur ne changent point de situation sans être poussées par quelque force externe ; nous n'aurons point de peine à comprendre que cette force ne leur peut être imprimée que par la violence du mouvement du mobile qui les rencontre. Et comme un corps qui se meut perd autant de sa propre vitesse qu'il en communique à un autre qu'il faut mouvoir ; il paroît que le mobile porté dans l'air ne sauroit en détourner les parties pour se faire un passage ; sans leur communiquer quelque chose de la vitesse de son mouvement, laquelle par ce moyen diminue à mesure qu'il se meut, c'est-à-dire à mesure qu'il rencontre plus de parties de l'air qui s'opposent à son passage.

C'est ce qui fait cette si grande inégalité de vitesse & de durée du mouvement des mobiles, suivant la diversité des milieux dans lesquels ils sont portés, & celle de leur matière, de leur pesanteur, de leur figure & de l'impression qu'ils ont reçue. Entre ceux la même qui se meuvent dans un même milieu comme dans l'air, & qui sont de même matière & de même figure, les plus petits perdent bien plutôt la force de leur mouvement que les

plus grans, parce qu'ayant plus de surface à proportion de leur grandeur, ils rencontrent plus de parties de l'air qui leur résistent.

Pour ne point sortir de nôtre sujet, l'on peut dire qu'un même mobile pousse avec plus de violence les parties de l'air qu'il rencontre lors-qu'il a plus de vitesse que lors-qu'il en a moins ; & vrai-semblablement cette impulsion a quelque chose de proportionné à la vélocité de son mouvement : car le mobile ne se ressent de la résistance des parties du milieu qu'à proportion de la force qu'il employe à les pousser ; d'où il arrive que le déchet qu'il souffre dans la vitesse suit aussi la mesure de la même vitesse, c'est-à-dire que plus elle est grande & plus elle souffre de diminution par la résistance de l'air.

Comme si nous entendons qu'un mobile porté suivant la direction horizontale A B, doive parcourir dans un milieu sans résistance par le mouvement imprimé au dehors les espaces égaux, A C, C D, D E, E B en tems égaux ; par le mouvement accéléré de sa pesanteur au long des perpendiculaires C F, D G, E H, B I, pour décrire par sa projection la ligne parabolique A F G H I : il est constant que dans un milieu résistant comme dans l'air, le mouvement imprimé suivant la direction de la ligne A B ne lui fera point passer des espaces égaux en tems égaux ; mais qu'au contraire ces espaces diminueront d'autant plus qu'il sera porté avec plus de vitesse. De manière que si la résistance de l'air est capable de diminuer le chemin A C de la longueur par exemple C c, en sorte que le mobile au premier tems mesuré par A C, au lieu de se trouver en



C sur l'horizontale, n'arrive qu'à la distance $A c$; sa vitesse au point c en sera d'autant diminuée, & elle sera d'autant moindre que celle qu'il avoit en A que la ligne $A c$ est moindre que $A C$; d'où il arrive que s'il se mouvoit du point c sans trouver de résistance, il parcourroit dans le second tems, mesuré par $C D$, l'espace $c o$ égal à $A c$. Mais à cause de l'opposition des parties de l'air, il n'arrive qu'à celui de $c d$, si le premier déchet $c C$ est au deuxième $d o$, comme la première vitesse en A est à la seconde en c , ou comme $A C$ est à $A c$. Ainsi prenant $d p$ égale à $c d$, le mobile au troisième tems $D E$ arriveroit sans résistance en p ; mais dans l'air il ne vient qu'en e , enforte que le déchet $e p$ soit au déchet $d o$ comme la vitesse en d est à la vitesse en c , ou comme $d e$ est à $c d$. Enfin si l'on fait $e q$ égale à $d e$, l'on peut voir que le mobile avec sa vitesse en e parviendroit au quatrième tems $E B$ en q sans résistance, & que dans l'air il ne vient qu'au point b , laissant l'espace du déchet $b q$ qui a même proportion au déchet $e p$, que la vitesse en e est à la vitesse en d , ou comme $b e$ est à $d e$.

De sorte que si nous supposons que dans le premier tems $A C$ le mobile soit arrivé par le mouvement de l'impulsion externe suivant la ligne horizontale $A B$ au point c , & par celui de sa pesanteur à la longueur $A K$ ou $c f$ sur la perpendiculaire ; qu'en deux tems $A D$, il soit en d sur l'horizontale, & en L ou g sur la perpendiculaire ; qu'en trois tems $A E$, il soit parvenu horizontalement en e , & en M ou h sur la perpendiculaire ; & qu'enfin en quatre tems $A B$ il soit arrivé en b sur l'horizontale par le mouvement imprimé, & en N ou i par l'accélération de sa pesanteur : l'on peut voir que par la composition de ces deux mouvemens, il aura décrit par sa projection la ligne courbe $A f g h i$, qui est fort éloignée de la parabolique de l'hypothèse $A F G H I$.

CHAPITRE IV.

III. OBJECTION.

La résistance de l'air altère les proportions du mouvement causé par la pesanteur.

L'On peut raisonnablement conjecturer que la même résistance des parties de l'air, n'apporte pas moins de changement au mouvement de la pesanteur qui se fait sur les perpendiculaires, dont il altère considérablement les proportions. Il seroit autrement mal-aisé d'expliquer plusieurs expériences que l'on a faites : comme de dire pour quelle raison une flèche tirée perpendiculairement met moins de tems à monter qu'à descendre, & fait en tombant sur une matière molasse moins d'impression à la chute de quelque hauteur que ce puisse être, que lors-qu'elle est tirée de près sur la même matière ? D'où vient qu'une balle de pistolet tirée sur le pavé de haut en bas à plomb de la hauteur de plus de trente toises, se trouve moins écachée & moins froissée, que lors-qu'elle est tirée sur le même pavé de la hauteur seulement de huit ou dix piés ; & diverses autres de cette nature, dont on donne des raisons assez probables par la résistance de l'air.

Car si nous entendons que la flèche portée dans un milieu sans résistance avec la force qui lui a été imprimée par le décochement de l'arc, monte à une hauteur déterminée ; nous pourrons dire que tombant en-suite dans le même milieu, elle acquerra par le mouvement accéléré de la pesanteur une force pareille à celle qui lui avoit été premièrement imprimée, c'est-à-dire capable de la faire remonter à la même hauteur ; que les espaces qu'elle parcourra en montant seront réciproquement les mêmes que ceux qu'elle passera en tems égaux en descendant ; & que le tems qu'elle mettra à descendre sera précisément égal à celui qu'elle a employé à monter.

Mais si la flèche portée dans l'air perd autant de sa force imprimée qu'il faut qu'elle en communique aux parties de l'air qu'elle doit détourner pour passer, il est constant qu'en montant elle n'arrivera qu'à une hauteur qui sera moindre que la première ; & que descendant en-suite de cette hauteur, le mouvement de la pesanteur ne pourra par conséquent lui faire acquérir

qu'une force qui sera moindre que celle de l'arc, quand même elle descendrait dans un milieu sans résistance. D'où vient que celle qu'il acquiert dans l'air à la fin de sa chute doit être notablement plus petite & faire beaucoup moins d'impression sur une matière molasse, que lorsqu'elle est tirée de près avec la même impression de l'arc.

Maintenant les forces & les vitesses étant proportionnelles, si la flèche dans l'air à moins de force en descendant qu'elle n'en avoit par l'impression de l'arc en montant ; il paroît qu'elle descend avec moins de vitesse : & comme elle passe des espaces égaux en l'un & en l'autre, elle doit nécessairement employer plus de tems à parcourir celui de la descente qu'elle n'en aura mis à passer celui de la montée qu'elle aura parcouru avec plus de vitesse.

C'est aussi de cette manière que l'on peut expliquer la différence qui se trouve entre deux coups de pistolet, dont l'un est tiré en bas à plomb d'une grande hauteur comme de trente toises, & l'autre à la distance seulement de huit ou dix piés. Car s'ils passoient tous deux dans un milieu sans résistance, il y a apparence que la force qui a été également imprimée par le feu à l'un & à l'autre, dureroit toujours sans altération & passeroit des espaces égaux dans des tems égaux, & que de plus arrivant à cette force externe un nouvel accroissement de vitesse d'une balle de pistolet tirée d'une grande que celle de la balle tirée de près : car l'une & l'autre ayant toujours la même impression du feu, la première auroit encore au par dessus de la seconde, la force & la vitesse qu'elle auroit acquise dans tout le tems qu'elle auroit mis à passer un plus grand espace en tombant.

Ce qui n'arrive pas dans l'air dont les parties, devant être chassées pour donner passage à la balle, dérobent à chaque moment une portion si considérable de sa vitesse, tant de celle qui lui est imprimée par le feu que de celle qui lui vient de sa pesanteur, que le composé de l'une & de l'autre se trouve à la fin moindre que celle qu'il avoit reçu du feu dans le commencement de sa chute, c'est-à-dire que celle de la balle tirée d'une petite distance.

C'est ce qui fait présumer que cette balle de pistolet tombant dans l'air de quelque hauteur que ce puisse être, ne pourroit jamais parvenir, par la seule impression de sa pesanteur, à un degré de vitesse & de force pareil à celui que le feu du pistolet lui imprime ; y ayant peu d'apparence que la résistance de l'air lui permette jamais d'acquiescer d'elle-même une force, qui lui étant une

fois imprimée d'ailleurs, lui est si facilement & en si peu de tems ôtée par la même résistance.

Au contraire on peut dire vrai-semblablement que chaque corps selon son poids, la matière, & la figure, a dans chaque milieu un certain degré de vitesse déterminé à laquelle il peut arriver en tombant ; après quoi se trouvant pour ainsi dire, en équilibre avec la résistance du milieu, il cesse de recevoir accroissement de vitesse, & son mouvement devient peut-être alors égal & uniforme ; au moins tant qu'il trouve de l'uniformité dans les parties du milieu : qui par leur constitution peuvent à la fin devenir assez fortes pour, non seulement diminuer, mais même pour faire entièrement cesser le mouvement du corps tombant.

Et c'est en ce sens que l'on peut en quelque manière appeler surnaturelle, la vitesse qu'une force externe imprime au corps, lors-qu'elle est plus grande que celle qu'il peut naturellement acquérir en tombant ; c'est-à-dire lorsqu'elle surpasse ce deg. déterminé, au delà duquel l'action de la pesanteur ne lui donne plus d'accroissement de vitesse. Ainsi cette force & cette vélocité que le feu du pistolet confère à la balle, lui est en quelque façon surnaturelle, puis-qu'elle est plus grande que celle que la résistance de l'air lui peut permettre d'acquérir dans sa chute à quelque hauteur que ce soit.

CHAPITRE V.

IV. OBJECTION.

Deux mouvemens différens n'entre point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

Outre ces difficultez qui détruisent les hypothèses sur lesquelles la doctrine de la projection est fondée, l'on peut encore ajouter qu'il est mal-aisé de comprendre que deux mouvemens si différens comme sont l'égal & uniforme, & celui qui est uniformement accéléré, puissent entrer en composition l'un avec l'autre sans donner ni recevoir aucune altération ; c'est-à-dire que chacun d'eux agisse, dans la composition, en la même manière qu'ils agiroient s'ils étoient séparés, & que l'égal conserve son égalité dans sa direction & l'accéléré ses degrés d'accélération proportionnée selon la ligne perpendiculaire.

Ce qui est même assez contraire à l'expérience : car dans cette hypothèse un corps pesant feroit toujours autant de chemin en tombant par le mouvement accéléré sur les perpendiculaires, soit qu'il fut emporté d'un mouvement imprimé du dehors avec quelque degré de vitesse que ce puisse être, soit qu'il ne se ressentit d'aucune autre impression que de celle de sa pesanteur ; & partant un mobile mettroit justement à arriver à terre d'une certaine hauteur en tombant seulement de son propre poids, qu'il en mettroit étant emporté d'une impression horizontale par laquelle il pût faire un très grand chemin. C'est-à-dire que comme un boulet de Canon ne met, par exemple, que la moitié d'une seconde de tems à tomber de son propre poids de la hauteur de trois piés ; il devrait arriver à terre dans le même tems partant d'une pièce élevée de trois piés & pointée horizontalement, qui seroit capable de le chasser à la longueur de huit cens toises : ce qui est absurde. Car toutes les expériences font connoître que ces portées horizontales tirées d'une certaine hauteur, emploient toujours plus de tems avant que d'arriver à terre, qu'il n'en faudroit au boulet pour tomber cependant d'une hauteur quatre fois, & même en certain cas dix fois plus grande.

Ceci se reconnoit encore dans les jets d'eau, & le Pere Merfene dit à ce sujet dans les hydrauliques, que le Dragon de Ruel, (qui est un jet qui se tourne de toutes parts,) élevé de quatre piés sur l'horizon, jettoit l'eau suivant la direction horizontale à trente piés de distance en deux secondes de tems ; pendant lequel l'eau seroit descenduë par le seul mouvement de la pesanteur, de la hauteur perpendiculaire de plus de quarante huit piés. Car comme les espaces parcourus du mouvement accéléré sont entr'eux comme les quarez des tems, s'il est vrai comme on le voit par l'expérience, qu'un mobile tombe de la hauteur de trois piés perpendiculaires en une demi seconde de tems : en deux seconds c'est-à-dire en un tems quadruple du premier, il doit tomber d'une hauteur seize fois plus grande c'est-à-dire de celle de quarante huit piés.

Les arquebuses rayées tirées de but en blanc portent juste à la longueur de cent toises dans le tems d'une seconde, dont la balle devoit néanmoins tomber à terre à la moitié du chemin, si l'effet de la pesanteur n'étoit pas suspendu par la force de l'impulsion de la poudre.

CHAPITRE VI.

V. OBJECTION.

*Les espaces parcourus par le mobile tombant ne
sont peut-être pas dans la proportion des quarrés
des tems de la chute.*

LA figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection se trouveroit fort altérée, & toutes les conséquences que l'on en tire ; si les espaces qu'un mobile parcourt par le mouvement accéléré de sa pesanteur, étoient entr'eux comme les sinus versés, ou s'ils suivoient quelque autre proportion différente de celle des quarrés de tems, comme il est supposé pour produire la ligne parabolique. Et comme il n'a pas jusqu'ici paru de démonstration de cette hypothèse, il y a lieu d'en douter ; d'autant plus que ces différentes opinions ont été avancées & sont encore soutenues par des hommes de grande réputation.

CHAPITRE VII.

VI. OBJECTION.

Cette Théorie est souvent contraire à l'expérience.

Enfin ce qui peut le plus embarrasser dans ce système, c'est qu'en plusieurs cas il est fort contraire à l'expérience. Car sans s'arrêter à celles qui peuvent avoir donné lieu aux règles d'Ufano, de Galée, & des autres dont il a été parlé dans la première partie ; il est certain qu'un mousquet qui chassera par exemple à la longueur de trois cens soixante toises à toute volée, portera cent toises de but en blanc, c'est-à-dire du quart de sa plus grande portée : au lieu que suivant les tables de cette hypothèse il ne devroit point chasser du tout étant tiré horizontalement ; & qu'à l'élévation d'un degré il ne devroit porter guères plus loin qu'à la troisième partie de la même portée, & à la quinzième élevé de deux degrés ; & qu'enfin pour le faire chasser à celle de cent toises, lors-qu'à 45 degrés il porte à trois cens soixante to., il faudroit le tirer sous la direction de huit degrés. De sorte qu'un soldat qui croiroit tirer son mousquet à la hauteur de son œil, le tiendrait élevé au pardessus à la hauteur de huit degrés sans le connoître. Ce qui est absurde.

LIVRE DEUXIÈME

*Réponses aux objections proposées contre
la Théorie.*



Oilà la plus grande & la plus importante partie des raisons que l'on apporte contre les suppositions sur qui nous avons fondé là doctrine des projections que nous avons expliquée ; auxquelles nous allons répondre à peu près dans le même ordre qu'elles ont été proposées.

CHAPITRE PREMIER.

Réponse à la première Objection.

L'On ne peut rien nier dans la première ; étant tres-véritable (à le prendre à la rigueur,) que les lignes horizontales, c'est-à-dire également distantes du centre de la terre en toutes leurs parties, sont des arcs de cercle & ne peuvent jamais être lignes droites ; & que les perpendiculaires, c'est-à-dire celles qui tendent au même centre, ne sauroient jamais être parallèles. Et qu'ainsi la ligne de projection d'un corps pesant, supposé même que le mouvement imprimé fut égal & uniforme & celui de la pesanteur uniformément accéléré, ne peut être ligne parabolique, mais bien une espèce de spirale.

Il n'y a rien, dis-je, de plus certain que ce raisonnement pris dans la sévérité des démonstrations Géométriques ; mais si l'on considère la distance qu'il y a entre le centre de la terre & le lieu où nous faisons nos projections, & le peu d'étendue de ces mêmes portées en comparaison de la surface : l'on ne pourra pas trouver mauvais que nous fassions les mêmes hypothèses qu'Archimede a faites sur un sujet de pareille nature, lors-que dans son livre *des Equiponderans* & dans celui *de la Quadrature de la parabole*, il a supposé que le joug de la balance posée horizontalement sur une ligne droite, & que les cordes, auxquelles les poids pendans aux bouts de la balance sont attachez, fussent parallèles entr'elles ; quoi qu'en effet le joug horizontal soit portion de ce cercle & les cordes perpendiculaires, soient lignes qui se rencontrent au centre de terre.

Cependant comme les conséquences qu'Archimede a tirées de ses suppositions, qui sont d'une vérité incontestable dans la Théorie, rapportées à la Pratique des plus grandes mesures qui soient parmi nous ; reçoivent si peu d'altération, (pour ne pas dire point du tout, au moins qui soit sensible :) personne n'a fait difficulté de les admettre ; & c'est sur ce fondement que nous avons la plûpart de nos plus belles connoissances de Mécanique.

À son exemple nous pouvons bien supposer la même chose. Et comme on ne peut nier que les projections qui seroient faites horizontalement dans une

distance *infiniment* éloignée du centre de la terre, (dans laquelle la ligne de direction horizontale du mouvement imprimé du dehors feroit une ligne droite, & les perpendiculaires du mouvement de la péfanteur du mobile feroient des lignes paralleles,) ne foient lignes paraboliques : l'on ne peut auffi raifonablement difputer que les projections qui fe font parmi nous, mêmes les plus grandes & des plus grandes hauteurs, ne foient de la même nature ; s'il n'y a point de différence, ou fi celle qui s'y rencontre eft telle qu'il foit impoffible de s'en appercevoir.

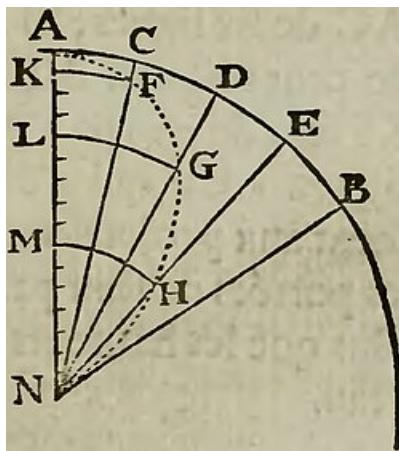
Or il eft vrai que pofant qu'il fut poffible qu'une pièce d'Artillerie, pointée horizontalement fur une montagne de cent toifes de haut au deffus du niveau d'une Campagne, chaffât à la longueur d'une de nos lieuës ordinaires de 2500 toifes, qui eft la plus grande diftance que l'on puiffe s'imaginer pour la portée d'une pièce pointée horizontalement : les perpendiculaires tirées des extrémitez de cette longueur, ne fe rapprochent pas de la grandeur de fix pouces dans toute cette étenduë d'une lieuë & dans la hauteur de cent toifes.

Ainfi je laiffe à juger fi trouvant par le calcul des tables faites fur la nature de la ligne parabolique, qu'une portée dût être de 2500 toifes ; il arrivoit que cette portée par l'expérience n'arrivât qu'à la longueur de 2499 toifes 5 piés & 6 pouces & demi ; l'on en devoit plutôt imputer la faute à l'inclination des perpendiculaires qu'à toute autre raifon : vû même qu'il eft moralement impoffible de s'affûrer jufqu'à ce point de l'exactitude de la mefure actuelle dans une fi grande étenduë.

Ce qui je dis de fix pouces dans cette fuppoftion qui ne vient peut-être jamais en pratique, ne monte pas à fix lignes aux projections de cent toifes de longueur fur vingt toifes de hauteur, & vient abfolument à rien dans nos portées ordinaires.

C'eft-à-dire que bien que la ligne de la projection d'un mobile foit véritablement une helice ou fpirale du fecond genre dans toute fon étenduë, à le prendre depuis le point du départ jufqu'à celui du centre de la terre, (au cas que le chemin lui fut ouvert ;) il eft auffi tres vrai que la portion de cette helice, qui eft coupée dans fon commencement par la furface de la terre que nous habitons, eft tellement femblable à la ligne parabolique, que l'on peut hardiment prendre l'une pour l'autre, fans craindre de faire erreur qui puiffe jamais devenir fenfible dans nos pratiques.

Comme dans la figure qui a été rapportée ci-devant. Quoi que toute la ligne A F G H N de la projection d'un mobile depuis le point du départ A élevé, par exemple, de la hauteur A K sur l'horizon K F, jusqu'au centre de la terre, N, soit une helice ou spirale ; la portion néanmoins A F coupée dans son commencement par la surface de la terre K F, sur laquelle la projection est terminée, est tellement semblable à la ligne parabolique que, même supposé que la hauteur A K fut de cent toises, & l'horizontale A C d'une lieuë ou de 2500 toises ; la portée K F qui, dans l'hypothèse que A F soit parabolique, est aussi de 2500 to., n'en est pas éloignée de six pouces dans l'helice, dans laquelle elle est de 2499 to. 5 piés $6\frac{1}{2}$ pouces. La même K F ne sera point différente de l'horizontale A C de six lignes, si A C est supposée de cent toises & A K de vint to. ; car K F sera de 999 to. 5 piés 11 pouces $6\frac{1}{2}$ lignes. Ce qui s'évanoüit entièrement aux projections ordinaires dont les portées ne sont pas si grandes, non plus que les hauteurs au dessus du niveau.



CHAPITRE II.

Réponse à la seconde objection.

IL ne feroit pas plus raisonnable de contester la seconde des raisons, que l'on apporte contre notre hypothèse ; pour expliquer les altérations que la résistance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile poussé d'une force externe, dont nous avons supposé les espaces égaux qui sont parcourus dans des tems égaux. Car il est vrai qu'un mobile ne sauroit détourner les parties de l'air qu'il rencontre dans son passage, sans leur imprimer du mouvement & sans diminuer par conséquent la vitesse de celui qui lui a été imprimé du dehors.

Il est donc très véritable que, (raisonnant à toute rigueur,) les espaces qu'ils parcourent dans des tems égaux, avec une vitesse qui diminue continuellement, ne peuvent point être égaux : & que, supposé même que le mouvement de la pesanteur qui se fait par les perpendiculaires, suit toujours les loix du mouvement uniformément accéléré ; la ligne néanmoins de la projection, qui naît de la composition de ces deux mouvemens, ne sauroit être ligne parabolique. Reste donc à considérer de combien les projections qui se font parmi nous, où la résistance de l'air s'oppose au passage du mobile & en altère le mouvement, sont différentes de celles qui se feroient avec la même direction & les mêmes degrés de vitesse dans un milieu sans résistance.

Il est difficile, (pour ne pas dire impossible,) de parler avec science & certitude de tous les effets de la résistance en général, à cause de son irrégularité presque infinie ; agissant en mille manières différentes sur les mobiles, non seulement suivant les différences, de leur figure, de leur direction, de la vitesse & de la durée de leur mouvement, & des espaces qu'ils parcourent, ainsi que nous avons dit ci-devant ; mais même suivant la différence des parties du milieu qui la causent, leur rareté ou densité, leur dureté ou mollesse, leur ténacité, leur poids, leur configuration, leur ressort, leur situation, leur repos ou leur agitation, & la facilité ou la difficulté

qu'elles ont à recevoir l'impression des causes externes & à la conserver long-tems ou la perdre aussi-tôt qu'elles l'ont reçûë.

Toutes ces différences, qui sont cause, comme j'ai dit, que l'on ne peut pas faire une science complete sur ce sujet, n'empêchent pas néanmoins que l'on ne sache que les corps pesans, de figure ronde, & dont la vitesse n'est pas excessive, sont ceux qui se ressentent le moins de cette résistance, lorsqu'ils sont portés dans un milieu rare comme projections ordinaires, c'est-à-dire dans l'air. Et qu'ainsi ces projections & particulièrement celles des Bombes, à qui le feu du mortier n'imprime point de vitesse démesurée, qui sont rondes, d'un assez grand poids & qui ne sont pas portées dans des distances excessives, sont du nombre de celles qui se trouvent le moins altérées, & si on les examine de près, on trouvera que la ligne qu'elles tracent dans l'air par leur passage est tellement semblable à la parabolique, que l'on peut dire hardiment que l'altération qu'elles reçoivent de la résistance du milieu est absolument insensible.

Car, (à le bien prendre,) la petitesse & le peu de durée des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles & que nous pratiquons ordinairement parmi nous, sont que l'on ne se peut presque point appercevoir qu'ils sont retardez ou arrêtés par les empêchemens du dehors ; entre lesquels celui de la résistance du milieu dans lequel se fait le mouvement est le plus considérable.

La force & l'énergie de la résistance de l'air se fait principalement connoître sur les mobiles en deux rencontres ; l'une en ce qu'elle altère plutôt & plus considérablement le mouvement de ceux qui ont peu de poids, que de ceux qui sont plus pesans. L'autre est à l'égard des mobiles semblables, égaux & de même pesanteur, mais qui sont portez avec des vitesses différentes, sur qui la résistance de l'air fait d'autant plus d'impression que leur mouvement se fait avec plus de vélocité. Voici néanmoins deux observations de Galilée, qui font voir que même dans ces deux cas, ce que la résistance de l'air peut changer aux mouvemens que nous pouvons imprimer par nos artifices aux mobiles qui se meuvent dans les distances & avec les vitesses qui sont ordinaires parmi nous, est tres-peu de chose.

La première est de deux corps de même figure & de même grandeur, mais de différentes pesanteurs comme sont deux balles de même grosseur dont

l'une soit de bois & l'autre de fer où de plomb, qui sera par conséquent, dix ou douze fois plus pesante que l'autre ; lesquelles il faut laisser tomber en même tems d'une même hauteur, comme de celle de cinquante toises, qui est un espace assez grand pour donner lieu à la résistance de l'air de faire remarquer la différence de son action sur des pesanteurs tellement éloignées l'une de l'autre. Car s'il est vrai qu'elle agisse peu sur le plomb, & beaucoup sur le bois, le plomb doit en tombant laisser le bois beaucoup en arrière, & être à terre un tems considérable avant l'autre. Ce qui n'arrive pourtant point, car lors-que le plomb touche à terre, le bois n'en est pas éloigné de la hauteur de dix ou douze pouces, c'est-à-dire de plus de la trois centième partie de toute la hauteur de la chute, bien loin d'en être éloigné de la dixième, comme il arriveroit si les vitesses & les espaces étoient, comme di Aristote, proportionnez aux pesanteurs des mobiles qui tombent.

Cependant la vitesse que ces deux mobiles acquierent par le mouvement uniformement accéléré tombant de la hauteur de cinquante toises, & qui est à peu près la même en l'un & en l'autre, est assez grande pour faire parcourir à chacun d'eux un espace de cent toises d'un mouvement égal & uniforme dans un tems égal à celui de leur chute, c'est-à-dire dans le tems d'environ cinq secondes. Elle est même assez grande pour être comparée à celle des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles, puis-que celle-là même que le feu donne à la balle d'une arquebuse qui lui fait parcourir près des mêmes cent toises en une seconde, n'est pas cinq fois plus grande que celle-ci. Ce qui fait voir que puis-que, dans une si grande vitesse, dans un si grande espace & dans une si grande différence de pesanteur, il y a si peu de différence d'étendue de portée dans un même tems ; l'on ne doit pas présumer que la résistance de l'air apporte de grans changemens dans les mouvemens de nos projections ordinaires.

L'autre est pour faire voir que l'empêchement qu'un mobile reçoit de la résistance de l'air, lors-qu'il se meut avec beaucoup de vitesse, n'est guères plus grand que celui qu'il ressent quand il est mû plus lentement. Suspendez, dit-il, deux balales de plomb égales & de même figure à deux filets de même longueur comme de six ou sept piés, dont les bouts soient attachez au plancher ; puis éloignez en même tems les deux balles de leur état perpendiculaire où elles se trouvent quand elle sont en repos, mais en manière que l'une s'en éloigne de 80 degrés ou même plus, & l'autre seulement de 4

ou 5 degrés : enforte que les laissant dans la liberté de leur mouvement, la première décrive de tres-grans arcs comme de 160 : de 150 : de 140 : degrés & ainsi de suite en diminuant peu à peu ; l'autre au contraire ne passe que de petits arcs comme de 8 : de 6 : de 4 : degrés en les diminuant aussi petit à petit.

Vous remarquerez, dit-il, premièrement que la vitesse de l'un est seize ou dixhuit fois plus grande que celle de l'autre ; & que si la résistance de l'air retardoit beaucoup plus le mobile lorsqu'il se meut plus lentement, elle devrait se faire ressentir davantage sur la balle qui passe de si grans arcs, & rendre par conséquent ses vibrations (c'est-à-dire les allées & les retours) plus rares & moins fréquentes que ne sont les vibrations de la balle qui passe des petits arcs. Ce qui pourtant, n'arrive point : car l'expérience nous fait connoître que ces vibrations des balles pendantes à des filets de même longueur se font si justement dans les mêmes tems, soit que l'une passe des arcs cent fois, pour ainsi dire, plus grans que l'autre, que si deux personnes se donnent le soin de les compter chacune à part, elles se trouveront toujours ensemble dans les mêmes nombres, sans trouver aucune différence non seulement après les avoir comptées par centaines, mais même dans celles qui sont réperées mille & mille fois.

Ce n'est pas que l'on n'y puisse à la fin trouver du changement : car nous savons par l'expérience des horloges à pendules, que leurs vibrations sont un peu plus fréquentes & quelles vont tant soit peu plus vite lorsque le ressort est à la fin & {{corr|qn'il|qu'il}} ne peut donner que tres-peu de mouvement à la pendule, que lorsqu'étant dans la force il lui fait décrire des grans arcs ; mais cela ne se connoît qu'avec beaucoup de temps. Et l'on peut de ces expériences, tirer une conséquence assurée, que l'effet de la résistance de l'air sur les mouvemens que nous pratiquons ordinairement parmi nous, est peu de chose.

J'ajouterai à ces raisonnemens que posé même qu'il fut vrai, que l'air pût apporter une altération considérable au mouvement des projections, & qu'il y eut beaucoup de différence entre l'étendue d'un jet fait dans un milieu sans résistance & celle d'un autre jet fait dans l'air avec la même impression de vitesse : l'on ne pourroit pas pour cela tirer aucune conséquence contraire aux pratiques que nous avons enseignées dans la seconde partie de ce discours. Ce que l'on feroit avec justice si la résistance de l'air n'agissoit pas

uniformement & de la même manière sur tous les mobiles égaux semblables & de même poids, & poussez d'une même vitesse sous quelque angle de direction que ce puisse être : ou si dans les règles que nous avons proposées, nous avons comparé les portées qui se font dans l'air avec celles qui se feroient dans un milieu sans résistance.

Mais il n'y a rien de semblable dans nos suppositions ; & toutes nos règles & les Tables mêmes qui sont construites pour cet effet, ne considèrent que les étendues des projections des mobiles qui se font dans un même milieu c'est-à-dire dans l'air, avec la même impression de force ; sans relation à ce qui leur arriveroit dans quelque autre milieu que ce puisse être. Car nous avons toujours supposé que l'on fit une épreuve de la pièce ou du mortier dont on veut se servir sous la direction d'un angle connu, & que l'on mesurât l'étendue de la portée avec toute la justesse & la précision possible, en sorte que l'on pût s'appuyer assurément sur la certitude de cette expérience ; appelant cette portée *première & fondamentale* ; à laquelle il faut rapporter tous les autres jets que l'on auroit à faire avec la même pièce ou mortier, chargé de la même manière, & sous la direction de tout autre angle proposé.

Ainsi l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que ces mobiles se ressentant également de la résistance du milieu, conservent entr'eux de fort près la même proportion pour la figure, la durée & l'étendue de la ligne qu'ils décrivent dans leur passage, qu'ils auroient s'ils ne trouvoient aucun obstacle dans leur chemin. Ce qui est si conforme à l'expérience que dans les jets d'eau même qui par le peu de pesanteur & par la fluidité de la matière, se ressentent beaucoup de l'effort de la résistance de l'air, l'on remarque que l'étendue de ceux qui se font sous l'angle de 45 degrés, est double de la hauteur des perpendiculaires, ou s'approche de si près de ces mesures que dans les jets de six piés de haut la différence ne sera pas de quatre lignes.

Ce n'est pas que l'on ne puisse appercevoir de cette différence dans les autres jets dont les portées devroient, suivant les règles, être égales, quoi que le chemin qui se fait dans l'un soit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre ; je veux dire dans les portées des projections qui se font sous des angles également éloignés au-dessus ou au-dessous du demi-droit. Car il est vrai que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire & dont les élévations sont au-dessus, ayant plus de chemin à faire que celles qui

s'approchent plus de l'horizontale & dont les élévations sont au-deffous, se ressentent plus de la résistance de l'air, & sont par conséquent tant soit peu plus courtes que les autres.

À quoi l'on doit peut-être rapporter les expériences que Louis Collado Ingénieur du Roi d'Espagne dont nous avons parlé dans la première partie de ce discours, raconte des portées d'un fauconneau de trois livres de balle tirées suivant les différens points de l'Equerre ; parmi lesquelles, quoi que tres-défectueuses ; l'on ne laisse pas de remarquer qu'au septième point la balle chût, comme il dit, plusieurs pas en deçà de la portée du sixième ; au huitième elle tomba entre les portées du troisième & du quatrième point, & au neuvième entre celles du second & du troisième ; qui selon les règles devoient tomber le septième sur le cinquième, le huitième sur le quatrième, & le neuvième sur la portée du troisième point.

CHAPITRE III.

Réponse à la troisième objection.

E me servirai de toutes ces raisons pour répondre à la troisième objection
J que j'ai rapportée ci-devant, par laquelle on prétend que dans la projection d'un mobile, la même résistance de l'air change beaucoup les proportions du mouvement uniformement accéléré que la pesanteur lui imprime. Car quoi qu'il soit vrai que chaque corps, suivant son poids, sa figure & sa grandeur, doive avoir dans chaque milieu un degré borné de vitesse, qu'il est capable d'acquies en tombant d'une hauteur déterminée ; qu'au de-là de cette hauteur il ne peut plus recevoir d'accroissement de vitesse ; & que tout autre vitesse plus grande, imprimée par quelque cause externe au mobile, lui est en quelque façon surnaturelle : l'on ne peut néanmoins nier que les corps solides, ronds & pesans comme sont nos bombes & nos boulets de Canon, ne soient ceux d'entr'eux dont le dernier terme de l'accroissement de vitesse est le plus éloigné du commencement de leur chute, & sur qui l'effet de la résistance de l'air doit moins paroître dans les petites hauteurs comme sont celles de nos projections.

Ainsi, quoi qu'il arrive, comme on dit & comme il y a beaucoup d'apparence qu'un de ces mobiles en tombant perde à la fin, par la résistance de l'air, la vertu que la pesanteur lui donne d'augmenter incessamment sa vitesse : comme cela ne lui doit arriver qu'après un grand tems & après être tombé d'une hauteur extraordinaire, il seroit mal-aisé de s'appercevoir sitôt de ce changement, qui ne sauroit être grand dans les hauteurs où nous faisons ordinairement nos projections.

Ce qui se confirme par les expériences dont le Pere Merfene parle dans sa Balistique & qui sont rapportées dans cette objection : car après avoir dit, qu'une flèche qui monte en trois seconde de tems à la hauteur de 50 toises, met en-suite cinq secondes à descendre ; & que montant en cinq secondes à une plus grande hauteur, lors-que la force de l'arc est plus grande, elle employe sept secondes dans la descente ; il assure qu'il a reconnu par des épreuves répétées plus de cent fois que les bombes qui peuvent s'élever à la

hauteur perpendiculaire de plus de cent toises, mettent précisément autant de tems à monter qu'à descendre.

D'où l'on peut conjecturer que ce qu'il rapporte des flèches, (s'il est vrai qu'il ait pû remarquer si justement la hauteur de leur jet perpendiculaire & le tems de leur montée & de leur descente,) peut provenir, non seulement de la résistance de l'air dont l'effet sur les flèches a été suffisamment expliqué dans la troisième objection, mais même parce que la pointe de la flèche ayant plus de poids, se porte toujours en avant la première tant qu'elle est en mouvement ; de sorte que lors-qu'en parvenüe à la hauteur perpendiculaire où la force imprimée la peut faire monter, il lui fait du tems pour se renverser & pour faire que la pointe se tourne du côté qu'elle doit se mouvoir en descendant, c'est-à-dire vers le bas. Et quoi que dans ce moment la flèche, à bien parler, ne descende pas encore, ne faisant que changer la situation de ses parties : ce tems néanmoins étant pris pour celui de la descente, que l'on a accoutumé de compter du moment qu'elle cesse de monter, le fait paroître plus grand que celui de la montée ; quoi qu'en effet ils ne soient pas fort différens l'un de l'autre, non plus que dans le mouvement des Bombes & des autres mobiles ronds, qui étant également pesans en toutes leurs parties, n'ont point de changement à faire entr'elles, & mettent par conséquent autant de tems à monter qu'à descendre. D'où l'on peut enfin nécessairement inférer que le changement que la résistance de l'air apporte à leur mouvement, n'est point sensible.

L'on voit par l'une des observations de Galilée que, dans les mobiles de même grandeur & de même figure & qui tombent ensemble de même hauteur, la différence du poids ne fait pas beaucoup de différence de mouvement, puis qu'une balle de bois tombant de la hauteur de trente toises arrive presque aussi-tôt à terre qu'une de plomb, quoi que celle-ci soit dix ou douze fois plus pesante que l'autre. Ce que nous reconnoissons encore mieux par les jets perpendiculaires des liqueurs comme de l'eau & du vif argent, qui partant d'une même hauteur de source remontent presque à la même hauteur du jet, comme nous l'expliquerons mieux ci-après, quoi que l'eau soit plus de treize fois moins pesante que le vif argent. D'où nous pouvons conclure que l'effet de la résistance de l'air quelque considérable qu'il puisse devenir sur le corps qui tombent de fort haut, n'est pas fort sensible dans les

hauteurs où nous pouvons porter les mobiles à qui nous donnons le mouvement par nos artifices.

Au reste, si l'on suppose, comme il est vrai-semblable, que la résistance du milieu agit également sur des mobiles égaux, semblables & de même poids, pourvu qu'ils soient portés d'une même vitesse ; & que la différence de ses effets dépend principalement de la différence du tems que le mobile emploie à se mouvoir, en sorte qu'elle se fasse plus ou moins ressentir selon que le corps même fait plus ou moins de chemin en quelque direction que ce puisse être : l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que nos bombes & nos boulets de Canon, (que nous supposons toujours égaux, semblables, de même poids, & portés d'une même vitesse, qui lui est imprimée par le feu d'une même pièce ou d'un même mortier chargé de la même poudre & de la même manière,) conservant dans l'air les mêmes proportions, pour la différence des portées suivant les différentes inclinaisons de direction, qu'ils auroient dans un milieu sans résistance : & que l'on peut par conséquent se servir des règles & des tables que nous avons rapportées, quoi qu'à le prendre à la rigueur, elles supposent que le mobile ne ressent aucune altération par les empêchemens externes dans son mouvement.

Pour regarder la chose de plus près, il faut considérer que la résistance de l'air agissant sur la projection d'un mobile en deux manières savoir, en retardant l'effet du mouvement uniformément accéléré que la pesanteur lui imprime suivant les perpendiculaires, & en retardant par celui du mouvement égal qui lui a été donné la force de dehors selon la ligne de sa direction : par la première cette résistance agrandit l'étendue de la portée du jet, & par l'autre au contraire elle la diminue ; ainsi l'on peut raisonnablement conjecturer que ces deux empêchemens se détruisent réciproquement l'un l'autre, & que le dernier ôtant de l'étendue ce que le premier lui ajoute, elle demeure par une espèce de compensation dans sa légitime grandeur, & telle à peu près qu'elle seroit dans un milieu sans résistance.

Comme si le mobile partant du point A suivant la direction A C parcourroit dans un milieu sans résistance toute la ligne A C d'un mouvement égal pendant le tems qu'il descendroit par le mouvement uniformément accéléré de toute la hauteur perpendiculaire A B ; il est constant que par la composition des deux mouvemens, il se trouveroit au point D où la

perpendiculaire E F égale à A B rencontre l'horizontale B D continuée ; & par ce moïen l'étenduë de la projection B F se trouveroit agrandie par la résistance de l'air & plus longue que l'étendue B D qui se feroit dans un milieu sans résistance.

Puis donc que la résistance de l'air lors-qu'elle agit seulement sur le mouvement uniformement accéléré, agrandit l'étendue du jet, comme au contraire elle la diminue lors-qu'elle retarde seulement l'effet du mouvement égal, & qu'il y a grande apparence que cette résistance agit uniformement sur un même mobile. L'on peut, ce me semble, dire avec quelque fondement de raison que ces deux effets, qui agissant ensemble feroient considérables sur l'étendue du mobile s'ils se faisoient sentir de même part, deviennent par leur contrariété insensibles sur la même étendue ; & que l'un lui rendant ce qui lui est ôté par l'autre, elle demeure par cette compensation dans une espèce d'équilibre & à peu près au même état qu'elle feroit si elle n'étoit aucunement altérée.

CHAPITRE IV.

Réponse à la quatrième objection.

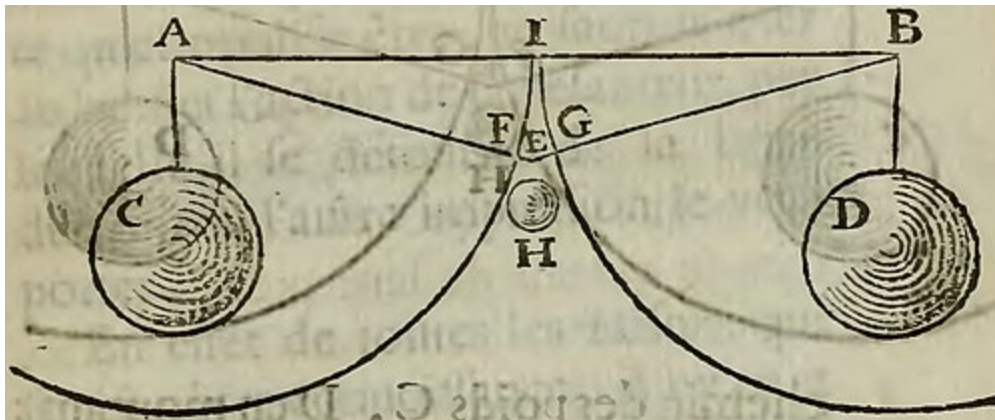
LA difficulté qui vient de la composition des deux mouvemens dont il est parlé dans la quatrième objection est plus grande. Car bien que l'on puisse assez bien comprendre ce qui arrive sur ce sujet lors-que les mouvemens sont purement mathématiques, c'est-à-dire lors que l'on les suppose parfaitement réglés & incapables d'aucune altération : il n'en est pas de même de ceux qui se font parmi nous, lesquels dépendant de mille causes physiques qui nous sont pour la plupart inconnues, sont par conséquent sujets à plusieurs changemens dont il n'est pas facile de rendre raison.

Ainsi Gallilée pour répondre à la même objection qu'il se fait lui-même, excepte premièrement des règles de la Théorie, les effets prodigieux du mouvement que le feu de la poudre imprime aux balles d'Artillerie, dont la vitesse est, dit-il, surnaturelle, parce que le mobile en tombant de quelque hauteur que ce puisse être, ne pourroit jamais naturellement en acquérir une pareille. Il avoue même qu'il y a quelque apparence que la ligne que décrit la balle d'un mousquet ou d'un Canon, est au moins dans son commencement plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne seroit effectivement si l'impression de sa vitesse n'étoit pas si violente.

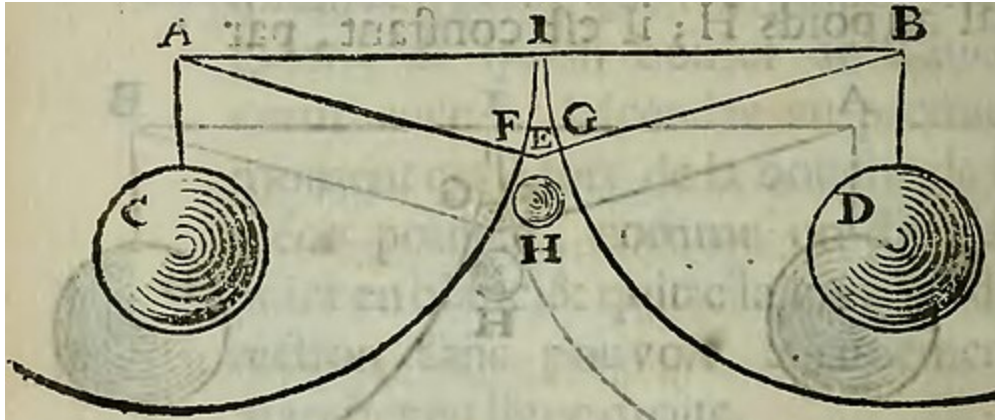
Dans un autre endroit, faisant réflexion sur la table des amplitudes des paraboles, que nous avons rapportée ci devant, & dans laquelle il met un 0 sous les angles de 0 & de 90 dégr. c'est-à-dire pour l'étendue du jet horizontal aussi-bien que du perpendiculaire ; il fait dire à *Sagredo*, (qui est un de ceux qui parlent dans ses Dialogues,) qu'il n'a point de peine à comprendre ce qu'il dit pour le jet perpendiculaire parce qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui puisse, en portant le mobile suivant cette direction à l'infini donner au jet aucune autre étendue que la perpendiculaire : mais qu'il ne peut pas si bien concevoir, qu'une force quelque grande qu'elle puisse être, ne puisse point porter un mobile horizontalement en ligne droite à une distance si petite que l'on puisse s'imaginer ; & qu'un boulet de Canon commence à descendre au premier

moment qu'il sort de la bouche de la pièce pointée, comme on dit, de point en blanc, & quitte la ligne de direction sans pouvoir aucunement marcher en ligne droite.

J'assûrerois même que cela est, dit-il, absolument impossible, si je n'en étois retenu par un autre accident de la nature, qui n'est pas moins bigearre ni moins surprenant que celui-ci ; dont il y a néanmoins une démonstration Géométrique : c'est qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui soit capable d'étendre une corde posée horizontalement en ligne droite. Comme si l'on attache aux extrémités de la corde A B, deux poids C, D quelque grans qu'ils soient ; je dis qu'ils ne pourront jamais étendre la corde horizontalement de telle sorte qu'elle fasse une ligne droite A B. Car si l'on entend que le poids de la corde, agissant en I soit égal au poids H ; il est constant, par



les règles de la Mécanique, que le poids H descendra & fera monter les deux poids C & D toutes les fois que le chemin I E que le poids H fera en descendant aura plus grande raison au chemin E F que les poids C, D feront au même tems en montant, que les mêmes poids C, D ensemble n'ont au poids de la corde H. Et comme la raison des poids, C, D ensemble au poids H, ne sauroit jamais être si que l'on ne puisse faire un angle comme E A I dont la tangente comme I E n'ait encore une plus grande raison à la partie de la sécante E F ; c'est-à-dire le chemin du poids de la corde H en descendant, au



chemin des poids C, D en montant : il paroît que ces poids ne sauroient jamais empêcher que le poids de la corde ne descende, ni jamais par conséquent l'étendre en ligne droite.

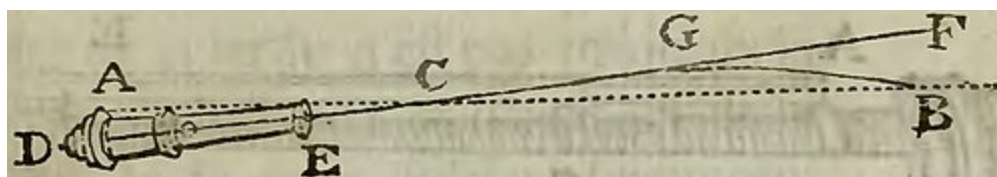
Galilée prend, en-suite de ce raisonnement, occasion de dire que ces deux cas sont si semblables, que ce que l'on démontre de l'un peut être entendu de l'autre sans difficulté : car les deux poids sont à l'égard de la corde qu'ils tirent, comme la vitesse de l'impression est à l'égard du boulet qu'elle emporte horizontalement. Et comme ces poids, quelques pèsans qu'ils soient, ne peuvent jamais empêcher que le poids de la corde n'agisse & ne la détourne de la ligne droite, où les deux poids la veulent étendre : ainsi cette impression, quelque violente qu'elle puisse être, ne sauroit ôter au boulet l'action de sa pesanteur, par laquelle il se détourne de la ligne droite, où l'autre impression le veut porter.

En effet de toutes les raisons qui sont à nôtre connoissance, il ny en a aucune qui détruise cette propriété de la nature : il faut pour la combattre avoir recours aux expériences comme on a fait dans la quatrième objection. Surquoi je dirai premièrement au sujet de celles que l'on rapporte des boulets de Canon qui tirez horizontalement mettent, comme on dit, beaucoup plus de tems à arriver à terre, qu'ils ne feroient s'ils tomboient seulement de leur poids de la hauteur de la bouche la pièce ; que ces expériences sont extrêmement suspectes particulièrement en deux choses, dont l'une est pour ce qui regarde la justesse de la direction horizontale de la pièce, & l'autre est au sujet de la conduite de la balle qui ne suit pas toujours précisément cette direction.

La plupart des Canoniers s'imaginent que leur Canon est pointé justement de but en blanc, lors-qu'ayant remarqué quelque endroit opposé dans le

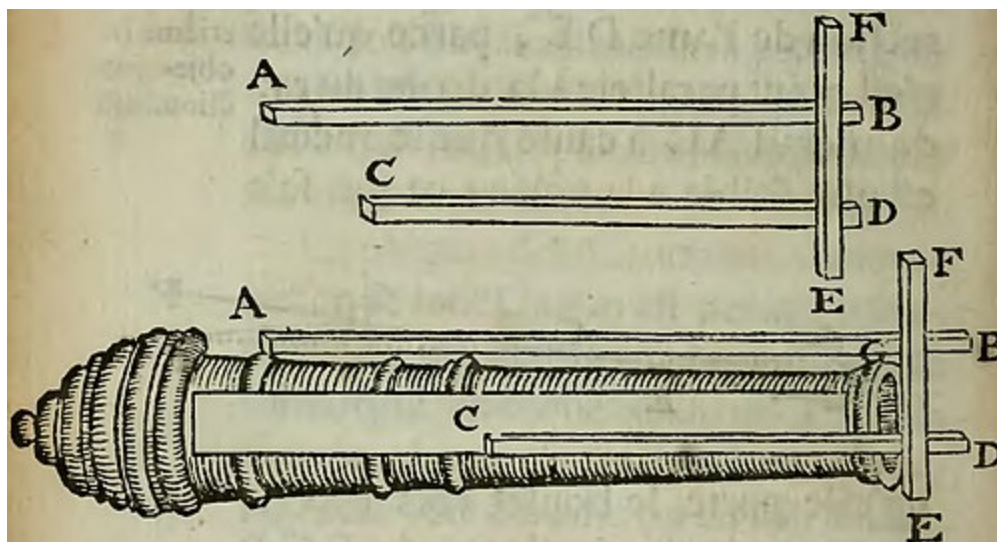
niveau de leur pièce, ils la pointent vers cet endroit en mirant au long du métal, & font enforte que la ligne de leur vûë passant de la culasse au bourlet, découvre le but où ils visent : en quoi ils se trompent de beaucoup ; car le niveau de l'ame porte plus haut que cette mire, & fait par conséquent monter le boulet au dessus de la ligne horizontale.

Comme si la pièce A E est pointée vers un point das le niveau de la pièce comme B, enforte que la ligne de la mire qui passe de la culasse A au haut du bourlet E découvre le but B ; il ne faut pas attendre que la balle marche au long de la droite horizontale A B, s'il est vrai qu'il suive la direction de l'ame D E, parce qu'elle n'est point parallele à la droite du raz de métal A C à cause que le métal est plus foible à la volée ; ce qui fait



qu'elle porte le boulet vers F & le contraint de décrire la courbe E G B pour arriver au point B.

Je fai bien que ceux qui veulent pointer juste selon la direction de l'ame de la pièce, se servent d'une espèce d'Equerre faite de trois règles bien droites A B, C D, F E disposées desorte que C D & F E étant attachées à angles droits, la règle A B se haussant & baissant au long de la règle F E, demeure toujours parallele à C D. Car mettant C D dans l'ame de la pièce & haussant ou baissant A B jusqu'à ce que le point A soit sur la mire de la culasse, la direction du point A par B



fera la même que celle de l'ame ; desorte que si l'on met quelque chose de stable sur le bourlet en G qui réponde à la hauteur du point B, l'on aura la ligne de mire A B parallèle à celle de l'ame de la pièce.

Mais je sai aussi que lors-que la pièce est pointée de cette manière, il n'arrive jamais qu'elle porte droit au but proposé dans la distance de sa portée ordinaire de niveau, & qu'il arrive au contraire que le boulet frappe beaucoup plus bas.

CHAPITRE V.

Réflexions sur le sujet de l'Artillerie.

V Oici quelques réflexions que j'ai faites sur le sujet de l'Artillerie, par lesquelles on verra que la conduite de la balle n'est pas toujours la même que celle de la direction de la pièce. Je dis donc qu'il y a beaucoup d'apparence que le feu prenant à la poudre de la charge ne l'embrase pas subitement toute entière & toute à la fois pour donner au boulet, par une seule & unique impulsion, cette force & cette impétuosité de vitesse avec laquelle il se meut. Au contraire il est bien plus probable que la véhémence de cette impression lui est plutôt & plus sûrement communiquée par une infinité de percussions que les petits grains de la poudre allumés successivement lui font ressentir, soit en le poussant directement à mesure qu'ils s'enflamment auprès de lui, soit qu'en frappant contre les côtes de l'ame & se réfléchissant une infinité de fois dans toute son étendue, ils viennent aussi se faire sentir au boulet autant de fois qu'ils le rencontrent. Car il n'y a point d'épaisseur de métal qui fut capable de résister à un si grand effort, s'il se faisoit sentir tout à la fois, & en un même endroit : & les Canons au premier coup se mettoient en pièces. Outre que leur longueur seroit inutile pour leur portée : car le boulet ayant une fois reçu toute la force imprimée, seroit toujours porté à la même distance, soit qu'il sortît d'un Canon ou plus long ou plus court. Ce qui est contraire à l'expérience.

Ceci peut servir de règle pour la proportion que la longueur du Canon doit avoir avec son diamètre, laquelle doit être disposée de telle manière que la poudre de la charge y puisse être précisément allumée tout entière au moment qu'il vient à en sortir : car si le Canon est trop court, une bonne partie de la poudre sort avec le boulet sans faire effet, ainsi qu'il arrive souvent & principalement aux pièces qui sont échauffées : & si la pièce est plus longue qu'il ne faut, en sorte que la poudre soit toute enflammée avant que le boulet soit arrivé à la bouche ; la force peut être considérablement diminuée par le frottement qu'il fait tout le long du haut de l'ame avant que de sortir.

Comme les Canons qui ont de la longueur ont plus de portée que ceux qui sont courts, à cause que le boulet, avant que de sortir, y donne tems à une plus grande quantité de poudre de s'allumer : l'on peut augmenter de beaucoup la force des Canons courts, en creusant des petits canaux tournez en forme de spirale au dedans de leur ame, & poussant avec violence sur la poudre une balle de plomb un peu plus grosse que le diamètre du Canon, afin qu'en sortant elle soit contrainte de suivre le contour des canaux de la spirale : car par ce moyen la balle mettant autant de tems à sortir du Canon quoi que court, qu'elle mettroit à sortir d'un autre Canon qui seroit aussi long qu'un de ces canaux étendus ; elle fera qu'il s'y allumera autant de poudre qu'il s'y en allumeroit dans l'autre, & que la force y fera également augmentée.

L'on peut encore donner beaucoup de force aux Canons courts en creusant en rond le fonds de leur culasse en forme de campane ou de cloche : car comme l'action de la poudre qui prend feu, se fait en rond de sphère & tout alentour, il n'y a que cette partie qui regarde la bouche de la pièce qui pousse le boulet en avant, & celle qui regarde la culasse tombe dans le creux de la campane qui, étant à peu près fait de figure parabolique, la rassemble & la réfléchit tout entière avec la même vélocité vers le boulet ; de sorte qu'il ne se perd rien de l'action de la poudre, qui par ce moyen se trouve employée tout entière sur le boulet. Au lieu qu'aux autres Canons le boulet ne ressent que cette partie de l'action de la poudre qui se porte directement en avant, la plupart du reste se perdant sans effet sur le derrière & vers la culasse.

CHAPITRE VI.

Suite de la réponse à la quatrième objection.

Mais pour retourner à nôtre sujet, l'on peut inférer de ce raisonnement que le boulet au sortir de la pièce ne va jamais droit au but vers lequel elle est pointée, & qu'il se détourne notablement de la ligne de la direction en montant dès le moment qu'il sort de la bouche ; car les grains qui sont les plus proches de la culasse s'allumant les premiers poussent par leur mouvement précipité non seulement le boulet, mais même les autres grains de la poudre, qui par leur propre pésanteur suivent le boulet, au long du fonds de l'ame, où s'alumant l'un après l'autre, ils frappent quasi tous le boulet vers le dessous qui n'étant pas de calibre, à cause du jeu qu'il doit nécessairement avoir dans la pièce, est élevé insensiblement vers le bord supérieur de la bouche, contre lequel il frotte tellement en sortant qu'aux pièces qui ont beaucoup servi & dont le métal est un peu doux, l'on remarque un canal considérable que le boulet en sortant y a à la fin creusé par ce frottement.

Deforte que le boulet, comme il paroît de tout ce discours, n'étant jamais portée en ligne droite vers le but, quelque soin que l'on prenne de pointer la pièce horizontalement, il ne faut pas s'étonner s'il emploie plus de tems à monter & à descendre dans toute l'étenduë de la courbe qu'il décrit, qu'il n'en mettroit à tomber seulement de son poids à la hauteur de la bouche de la pièce.

Je joindrai ici la même expérience que le Pere Mersene rapporte dans sa balistique, pour montrer que la nature fait toujours observer ses règles dans ses jets en la manière que nous les avons expliquées. C'est celle que M^r Petit a faite autrefois au Havre de Grace avec une pièce de 33 livres de balle, élevée huit toises sur le niveau de la campagne qui, pointé sous la direction de l'angle de 22 degrés, a chassé à la longueur de 1900 toises dans le tems de 20 ou 21 secondes. Car par le calcul on peut faire voir sur cette hypothèse que la balle s'est élevée à la hauteur de près de deux cens toises au-dessus du niveau de la batterie, & qu'il lui a falu dix secondes pour monter à certe

hauteur & près d'onze secondes pour en descendre. Où il paroît que la pesanteur de la balle, dans toute l'étendue de cette portée, a fait le même effet pour le mouvement uniformement accéléré, qu'elle auroit fait quand elle n'auroit point eû d'autre impression, parcourant en descendant environ douze piés en une seconde & le reste à proportion.

Je ne crois pas que l'on doive faire beaucoup de cas de l'expérience du jet du Dragon de Ruel rapportée par le Pere Merfene ; pour le peu d'exactitude avec laquelle elle a été faite : mais sur celles des arquebuses rayées, on peut dire que quand il seroit même véritable, ce que dit le même auteur, qu'une balle porte juste de but en blanc à la longueur de cent toises en une seconde de tems ; il ne seroit pas mal-aisé de répondre que pour peu que l'on donnât de latitude à ce qu'il appelle de but en blanc, son expérience se trouveroit entièrement conforme à nos hypothèses. Il ne faut que supposer que la direction de l'arquebuse ait été seulement d'un demi degré ou de 35 minutes au plus, au-dessus de la ligne horizontale, dont il est impossible de reconnoître la différence à la vûë, ou que la balle par l'impression du feu de la poudre ait été portée suivant cette direction : car par ce moïen l'on peut voir par le calcul qu'elle se fera élevée dans le milieu de sa courbe à la hauteur perpendiculaire de trois piés ; ce qui suffit pour emploïer une demi-seconde de tems pour arriver en montant à cette hauteur & autant pour en descendre, conformément aux loix naturelles du mouvement uniformement accéléré.

Que si l'on dit, comme il y a grande apparence, que la vitesse de la balle sortant d'un arquebuse rayée est beaucoup plus grande, puis qu'à la longueur de plus de cent cinquante pas elle est presque égale à celle du son qui fait douze cens toises de chemin en sept secondes, c'est-à-dire peu moins de cent toises en une demi seconde de tems : il faudra beaucoup moins de déviation de la direction horizontale ; & il suffira que la balle dans le milieu de sa course s'élève seulement à la hauteur perpendiculaire de neuf pouces pour faire quadrer le mouvement de sa pesanteur aux loix de la nature que nous avons expliquées. Auquel cas il est moralement impossible que l'on puisse connoître la différence d'un jet de cette nature & de celui qui seroit purement horizontal.

Quoi que tout ce que je viens d'expliquer fasse assez connoître, que ce que l'on dit contre nôtre hypothèse au sujet de la composition des deux

mouvemens, dont l'un est égal & l'autre est uniformement accéléré, n'est pas capable de la détruire ; je ne voudrois pas néanmoins m'opiniâtrer à soutenir aveuglement, que par ce mélange il n'arrive jamais aucune mutation ni à l'un ni à l'autre. Car bien qu'il fût véritable que la pesanteur ne soit jamais oisive & qu'elle agisse toujours également sur un corps, soit qu'il soit en repos, soit qu'il soit emporté de quelque rapidité que ce puisse être ; il ne s'ensuit pas pour cela que les espaces qu'elle lui fait parcourir sur les perpendiculaires soient toujours les mêmes dans les mêmes tems, quoi que peut-être ils soient toujours dans les mêmes proportions.

Nous voyons dans notre air & dans le mouvement ordinaire des corps qui sont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois piés huit lignes & demie au commencement de sa chute dans le tems d'une demi seconde, & environ douze piés deux pouces dix lignes dans celui d'une seconde entière, & ainsi du reste en faisant les espaces proportionels aux quarrés de tems. Mais qui peut nous assurer que dans un air beaucoup plus élevé ou plus abaissé vers le centre de la terre, plus pesant ou plus léger, ou même agité d'une autre manière que le nôtre, un corps en tombant ne parcoure pas un espace plus grand ou moindre que celui de trois piés demi seconde du tems de sa chute, & que les autres espaces dans la suite de leur mouvement soient entr'eux en proportion des quarrés des tems.

Et si l'air, comme nous le voyons par les expériences admirables du Barometre, ne pèse jamais plus que lorsqu'il est le plus pur, le plus serain & le moins agité ; comme au contraire il ne paroît jamais plus léger que lorsqu'il est battu des vents ou chargé de nuages épais, lesquels y font apparemment des mutations, qui pour nous être inconnues, ne laissent pas de suspendre en quelque manière l'effet de sa pesanteur naturelle : pourquoi ne pourrions nous pas, par la même raison, présumer que la violente rapidité de l'impression que le feu de la poudre communique à un boulet de Canon, ne puisse au sortir de la pièce interrompre l'effet ordinaire de sa pesanteur ; & faire que les espaces qu'il parcourt sur les perpendiculaires dans le commencement de son mouvement, ne soient pas si grans qu'ils seroient, si le boulet n'avoit point d'autre impression que celle de sa gravité, quoi que ces espaces fussent toujours dans la proportion des tems du mouvement ?

Quoi qu'il en soit néanmoins, cette différence ne sauroit tout au plus faire autre effet sur la ligne de projection des mobiles, que de les rendre peut-être

un peu plus droites au commencement de leur course qu'il ne faudroit pour être exactement paraboliques, ainsi que Galilée l'a fort bien remarqué : sans que pour cet effet les proportions de leurs étendus suivent la différence de leurs directions, & suivant les nombres qui leur sont assignez dans les tables que nous avons proposées ci-devant, se trouvent aucunement altérées.

CHAPITRE VII.

Réponse à la cinquième objection.

L'On ne fauroit apporter trop de rigueur à l'examen des propositions de cette partie de Mathématique que l'on appelle pure, c'est-à-dire de celle qui considère la quantité absolument détachée de la matière. Et c'est en ce sens qu'il faut prendre cette belle maxime d'Aristote qui dit, *qu'il est également impertinent d'exiger des démonstrations dans les raisonnemens de l'Orateur & de se rendre aux raisons probables & vrai-semblables du Mathématicien.*

Mais on ne doit pas avoir tant de sévérité pour celles qui sont tirées de la Mathématique que l'on appelle Mixte, dont le sujet est la quantité compliquée & attachée à la matière ; parce qu'étant pour la plupart fondées sur des principes de physique, dans la considération desquels l'esprit humain se confond environné de ténèbres épaisses : il ne faut pas s'étonner s'il ne les débrouille que sur des conjectures, & s'il ne les appuie que de raisons tirées de ses expériences.

Il croit beaucoup faire en ces matières, si les principes qu'il établit n'ont rien d'absurde, s'ils sont conformes aux manières ordinaires d'agir de la nature, c'est-à-dire s'ils sont simples, aisez & débarassez, s'ils servent à expliquer tout ce qui se fait sur ce sujet, & si l'on ne peut pas tirer de leur position, aucune conséquence impertinente ou impossible.

En effet l'on n'a rien à reprocher en un système de physique, lors-que toutes ces conditions se rencontrent dans ses hypothèses ; & c'est en-suite à la Mathématique à en tirer les conséquences nécessaires, dont les démonstrations ne doivent pas être moins rigoureusement examinées que celles de la Mathématique pure ; parce que le même art qui sert à la Géométrie à former les conclusions sur les premiers principes que la Métaphysique lui fournit, sert aussi à la Mécanique à prouver ses propositions par les principes posés sur les hypothèses physiques.

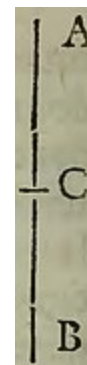
C'est donc sur ce pié qu'il faut examiner les diverses définitions que l'on donne à l'accélération du mouvement des corps qui tombent, & voir si étant

uniforme elle se fait de telle sorte que le mobile acquiert à tous les momens égaux de la chute des degrés égaux de vitesse suivant le sentiment de Galilée que nous avons posé pour fondement de toute cette doctrine, ou si cet accroissement de vitesse se fait à proportion des espaces que le mobile parcourt en tombant, ainsi que d'autres l'ont cru.

CHAPITRE VIII.

*Raisons de Galilée pour montrer que la vitesse
du Corps qui tombe ne s'accroît pas
à proportion des espaces.*

G Galilée assure d'abord que cette dernière opinion enferme une absurdité, & que pour être véritable il faudroit que le mouvement de la chute des corps se fit en un instant. Car posant, comme il dit, que le mobile parcourt en tombant l'espace A B ; s'il est vrai qu'étant divisé comme en C : la vitesse acquise au point C soit à la vitesse acquise au point B, comme l'espace A C est à l'espace A B : l'on pourra dire que l'espace A B sera parcouru dans le même tems que l'espace A C ; car toutes les fois que les espaces sont entr'eux comme les vitesses mobile qui les parcourt, les espaces sont parcourus dans les mêmes tems. Or il ne se peut faire, que la toute A B soit passée dans le même tems que la partie A C, ailleurs que dans le mouvement qui se fait en un instant ; il est donc faux de dire que les vitesses s'augmentent à proportion des espaces parcourus.



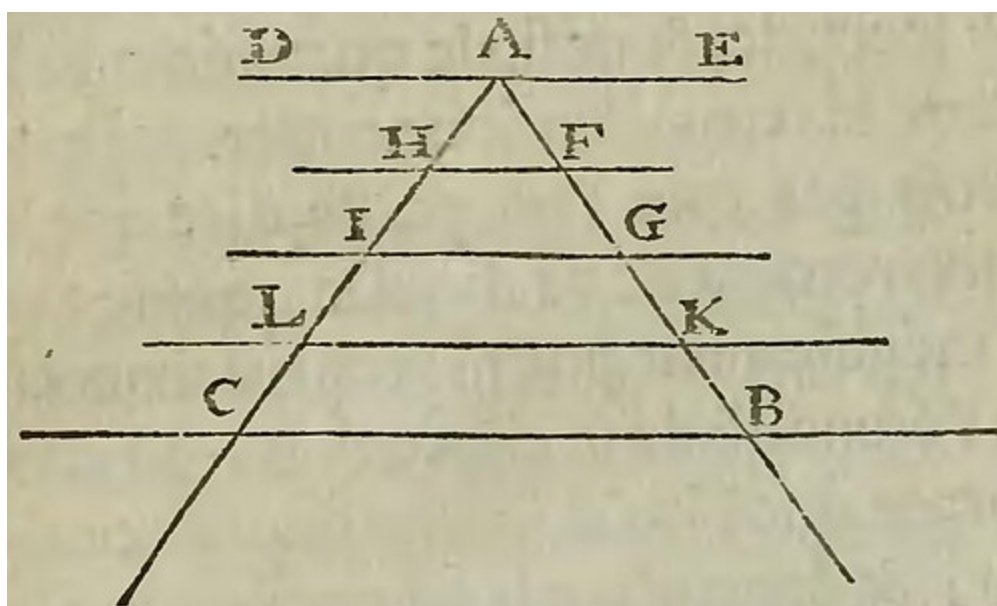
Mais ce raisonnement quoi que vrai, comme on dit, dans la matière est paralogistique dans sa forme. Car cette proposition, par laquelle il dit que les espaces sont parcourus en même tems lors-qu'ils sont entr'eux en même proportion que les vitesses, est claire d'elle-même dans le mouvement égal & uniforme : mais elle peut être absolument niée dans le mouvement accéléré ; nonobstant mêmes toutes les raisons dont Gassendi se sert pour la confirmer, lesquelles quoi que véritables & ingénieuses, n'ôtent pas entièrement l'obscurité de cette position.

C H A P I T R E I X .

Raifons de Gaffendi au même fujet.

IL eft bien plus sûr pour détruire cette opinion de fe fervir des raifonnemens que le même Gaffendi rapporte dans les Epîtres contre le Pere le Cazre Jefuite & contre un certain Michel Varron, qui eft apparament le premier qui l'a produite fur la fin du fiécle paffé, & de montrer qu'il s'enfuit plufieurs abfurdités fi l'on dit que les vîteffes s'augmentent à proportion des efpaces.

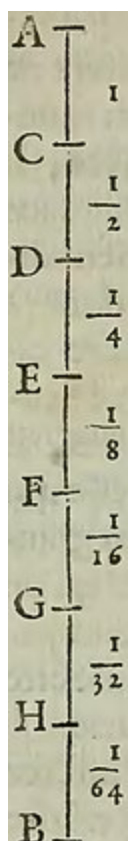
Car l'on peut premièrement faire voir fur cette hypothéfe que le mouvement peut être continuellement accéléré fans qu'il foit aucunement uniforme, ce qui eft peu conforme aux loix de la nature. Il ne faut que prendre deux lignes A B & A C fe rencontrant en A à tel angle que l'on veut comme B A C, & une troifième D E, qui faifant avec les deux autres les angles C A D, B A E égaux, foit entenduë descendre au long des mêmes A B, A C demeurant toujourns parallele à elle-même : car fi la droite A B étant divifée en parties égales comme aux points F, G, K, l'on prend ces mêmes parties pour la mefure des efpaces parcourus par la chute d'un



mobile ; les lignes F H, G I, c'est-à-dire les portions de la droite D E comprises entre les deux A B, A C, pourront être prises pour mesures des vitesses acquises, enforte que F H soit la vitesse acquise lors-que le mobile a parcouru l'espace A F, G I, celle qu'il a après avoir passé l'espace A G, & ainsi des autres ; & par ce moyen les vitesses s'augmenteront suivant la proportion des espaces. Maintenant si nous posons que l'espace A F ait été parcouru par exemple dans le tems d'une minute d'heure, au bout de laquelle le mobile sans interruption de mouvement employe une heure entière à passer le second espace F G, & le troisième espace G K en moins d'une seconde, & enfin le quatrième K B dans le tems d'un jour entier. Je ne crois pas que l'on puisse dire que le mouvement de ce mobile, qui se fait si inégalement pour le tems dans toute l'étendue de la chute A B, est uniforme quoi qu'il soit toujours continu ; & cependant il est conforme à la définition, la vitesse en quelque endroit que l'on la prenne étant à la vitesse comme l'espace passé est à l'espace ; car la droite K L qui mesure la vitesse acquise en K, est toujours à la droite B C qui mesure celle que le mobile a acquise en B, comme l'espace A K est à l'espace A B ; & la vitesse en I marquée par G I est à la vitesse en F marquée par H F, comme l'espace A G est à l'espace A F, quelque difformité qu'il y puisse avoir dans la suite de ce mouvement.

L'origine de tout le mal vient de ce que dans cette définition du mouvement uniformément accéléré, il n'est point parlé du tems, sans qu néanmoins on ne peut rien distinguer dans les vitesses, dont à bien parler il faut le caractère essentiel : car lors-qu'elles sont seulement comparées aux espaces, il est naturel de dire que la vitesse qui passe un grand espace est plus grande que celle qui n'en parcourt qu'un petit, quoi que cette dernière comparée au tems du mouvement puisse être infiniment plus grande que l'autre.

C'est ce qui donne lieu d'inférer comme une conséquence nécessaire de cette position que le mobile doit parcourir un espace infini en un moment : car prenant pour la mesure de la chute d'un mobile un espace comme A B divisé en parties égales aux points C, D, E, F, &c. Si l'on entend que le mobile ait parcouru le premier espace A C dans un certain moment de tems ; il est constant que la vitesse en D étant double de la vitesse en C comme l'espace A D est double de l'espace C D, il ne faudra pour passer l'espace C D que la moitié du tems qu'il a falu pour passer A C. Par la même raison



la vitesse en E étant double de la vitesse en D comme l'espace C E est double de D E, l'espace D E sera passé dans la moitié du tems qu'il a falu pour passer C D, c'est-à-dire dans le quart de celui de A C. Ainsi E F se passera dans la moitié du tems de D E, c'est-à-dire dans la huitième partie du tems de A C, & F G dans la seizième partie du même premier tems A C : & ainsi du reste à l'infini en continuelle progression sous-double. Mais toutes ces fractions $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16} : \&c.$ ne composent un moment entier égal au premier que dans l'infini : posant donc l'espace A C ayant été parcouru dans un moment, il s'ensuit que le mobile parcourra un espace infini dans le tems d'un second moment égal au premier.

Si l'on dit que les vitesses dans chaque espace ne doivent pas être comparées à celle de l'espace immédiatement précédent, mais bien à tous les espaces passés depuis le commencement de la chute, enforte que celle du second espace soit double de celle du premier, celle du troisième triple, celle du quatrième quadruple &c. Il sera toujours vrai de dire si le premier espace est parcouru dans un certain tems, qu'il ne faudra que la moitié de ce tems pour passer le second espace où la vitesse est double de celle du premier, & un tiers du même tems pour passer le troisième espace où la vitesse est triple, & un quart pour le quatrième comme la vitesse est quadruple, un cinquième au cinquième, un sixième au sixième, & ainsi des autres. Desorte qu'ajoutant ces fractions comme $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ qui font un peu plus d'un moment entier de tems égal au premier, pendant que le mobile passe le second, le troisième & le quatrième espace. Et celles-ci $\frac{1}{5} : \frac{1}{6} : \frac{1}{7} : \frac{1}{8} : \frac{1}{9} : \frac{1}{10} : \frac{1}{11} :$ qui font encore un peu plus d'un moment entier égal au premier, pendant quoi le mobile passe le cinquième, le sixième, le septième, le huitième, le neuvième, le dixième, & l'onzième espace & ainsi des autres ; nous pourrons dire que le mobile parcourant un de ces espaces au premier tems, il passera un peu plus de trois espaces suivans au second tems, & peu plus de sept espaces au troisième, & par la même raison plus de vingt espaces au quatrième, plus de cinquante deux au cinquième, plus de huitante quatre au sixième, & ainsi à l'infini suivant la progression de ces nombres $1 : 3 : 7 : 20 : 52 : 84 :$ qui est près de

la triple & fort éloignée de celle qui se voit par l'expérience dans la chute des corps.

L'expérience même que le Pere le Cazre rapporte pour confirmer son opinion, la détruit & sert principalement à établir celle de Galilée. Prenés, dit-il, une balance dont un des bassins soit posé sur une table & l'autre en l'air ; & laissez tomber dans celui-ci une balle de plomb : vous verrez que tombant de la hauteur d'un de ses diamètres, elle élèvera le double de son poids mis dans l'autre bassin, & le triple si elle tombe de la hauteur de deux de ses diamètres, comme le quadruple si elle tombe de trois fois sa hauteur & ainsi des autres. D'où il s'en suit que les percussions étant les mêmes que les vitesses, & celles-là étant proportionnées aux espaces parcourus par la chute du mobile, les vitesses seront aussi comme les espaces.

Mais cette expérience est fautive ; & une balle de plomb tombant de la hauteur d'un de ses diamètres n'élèvera pas seulement le double de son poids mais plus de six ou sept fois autant. Et ce qui est de plus remarquable, c'est qu'ayant déterminé ce que cette balle peut élever tombant d'une certaine hauteur : si l'on veut qu'elle en élève le double, il faut la faire tomber du quadruple de la même hauteur ; & pour en élever le triple, la hauteur de la chute doit être neuf fois plus grande que celle de la première, & seize fois plus grande pour élever le quadruple du premier poids & ainsi du reste ; en sorte que les hauteurs soient toujours en raison doublée de celle des poids. Ce qui sert à confirmer la définition de Galilée, ainsi que nous dirons ci-après.

CHAPITRE X.

Un mobile en tombant acquiert à chaque moment un nouveau degré de vitesse.

Nous pourrions tirer mille autres conséquences absurdes de cette position, aussi-bien que de toutes les autres de la même nature : comme de celles qui veulent que le mobile parcoure des espaces dans les tems égaux en raison double ou triple &c. ; dont la fausseté se connoît par l'expérience. Mais pour ne point nous arrêter plus long-tems inutilement sur cette matière, nous allons expliquer les raisons qui servent à établir la définition de Galilée, & faire voir qu'elle a seule toutes les conditions qui nous ont ci-devant paru nécessaires à un principe de physique : c'est-à-dire qu'elle n'a rien d'absurde ; qu'elle est conforme aux loix ordinaires de la nature, étant simple, uniforme, aisée ; & que tout ce qui arrive au mouvement accéléré des corps qui tombent, peut-être facilement expliqué par son moïen, sans que sa position l'on puisse tirer aucune conséquence impossible ou impertinente.

Galilée après avoir dit qu'il n'y a rien de plus uniforme, de plus facile ni de plus conforme aux manières ordinaires de la nature, que de dire au sujet de l'accélération du mouvement des corps qui tombent, *qu'un mobile en tombant acquiert en tous les momens égaux de sa chute, des degrés égaux de vitesse* ; & après avoir supposé par forme de pétition (qui a depuis été démontrée par Torricelli,) *que le mobile en tombant sur des plans diversement inclinez acquiert un même degré de vitesse par tout, où il y a même hauteur perpendiculaire* : il fait voir qu'il suit nécessairement de sa définition que les espaces, que le mobile parcourt, sont entr'eux en raison doublée des tems qu'il emploie à les parcourir ; enforte que l'espace qu'il parcourt en deux tems, est quadruple de celui qu'il a passé dans le premier tems, & celui qu'il parcourt en trois tems, est neuf fois plus grande que le même. D'où il arrive que ces espaces parcourus dans des tems égaux se suivent, à commencer du point de repos, en continuelle progression des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. Enforte que si le mobile passe

un espace au premier tems, il en parcourra trois au second, cinq au troisième, sept au quatrième, neuf au cinquième, & ainsi des autres : ainsi que nous l'avons expliqué ci-devant.

CHAPITRE XI.

Prouvé par diverses expériences.

ET comme par l'expérience que Galilée propose en-suite de ce raisonnement, il paroît que les mouvemens des corps qui tombent, observent exactement ces proportions ; il conclut hardiment, par une espèce de démonstration, que l'on appelle dans les écoles à *posteriori*, que la définition est véritable.

Voici son expérience. Dans une pièce de bois de la longueur de dixhuit ou vint piés & de la largeur de neuf ou dix pouces en un sens & de trois pouces en l'autre, j'ai, dit-il, fait creuser dans toute l'étenduë de la pièce un canal d'un pouce de largeur sur le côté le plus étroit, que j'ai fait tirer le plus droit & le plus uni qu'il a été possible, colant même au dedans du parchemin tres-fin & bien lissé afin d'y pouvoir faire librement couler une balle de bronze parfaitement ronde & polie. Puis élevant cette pièce de bois plus ou moins pour lui donner diverses inclinations, j'ai remarqué le tems juste que la balle employoit à descendre tantôt dans toute la longueur, tantôt dans la moitié, dans le quart, dans d'autres de ses différentes parties : & des expériences répétées plus de cent fois en tous les cas, il s'est toujours trouvé que les espaces parcourus en toutes sortes d'inclination, étoient entr'eux comme les quarez des tems de leur passage ; & que les tems de la chute suivant les diverses inclinations, étoient en raison sous-doublée & réciproque, ainsi que nous l'avons dit ci-devant ; sans qu'il y soit jamais arrivé la moindre chose au contraire.

Et pour être parfaitement assuré de la mesure du tems : ayant, dit-il, fait attacher en haut un grand vaisseau plein d'eau avec un tuyau très-fin soudé au fond, par lequel il découloit un petit filet d'eau, l'on la recevoit avec grand soin dans un verre pendant le passage de la balle : puis la pèsant dans la dernière justesse avec une balance tres-exquise, l'on connoissoit par la différence des poids de l'eau, la différence des tems que la balle employoit à parcourir les différens espaces. Et cela avec tant de précision que les tems

de la chute dans toutes ces observations répétées infinies de fois, ne se sont jamais trouvées avec une différence qui fut sensible dans un même cas.

Nous pouvons joindre à ceci les expériences qui se sont faites depuis Galilée par Gassendi, par le Pere Merfene & par d'autres ; & particulièrement celle que l'on a faite au long d'un mur de quarante huit piés de haut marquées par des lignes bien connoissables à la hauteur premièrement de vint-un piés à commencer du pié de la muraille, puis à celle de quinze piés au-dessus, puis de neuf & enfin à celle de trois piés : & ayant premièrement considéré qu'un corps qui tombe passe un espace de trois pouces dans le tems d'un demi seconde qui se trouve souvent égal à un battement d'artere ; l'on a vû par une expérience répétée plusieurs fois que laissant tomber une balle assez grosse de toute cette hauteur de quarante huit piés, si elle se trouvoit précisément au droit de la première marque en descendant de la hauteur de trois piés au premier battement d'artere ou d'une pendule de neuf pouces de longueur, elle répondoit justement vis à vis de la seconde marque en descendant de la hauteur de neuf piés au second battement, & vis à vis de la troisième marque en descendant de la hauteur de quinze piés au troisième battement, & qu'enfin elle touchoit à terre après être descenduë de vint-un piés au quatrième. D'où vient que si nous prenons les premiers 3 piés pour le premier espace parcouru dans le premier tems ; le second espace de 9 piés sera triple du premier au second tems, le troisième de 15 piés au troisième tems sera quintuple ; & enfin le quatrième de 21 piés au quatrième tems sera septuple ; & ainsi des autres dans la suite des premiers nombres impairs.

Ainsi appliquant par un bout, au bas du diametre perpendiculaire d'un grand cercle décrit sur une muraille, une règle bien droite creusée dans sa longueur, comme celle dont Galilée s'est servi dans son expérience, & haussant l'autre bout en toutes sortes d'inclination au long de la circonférence du cercle ; si on laisse tomber ceux balles dans un même tems, l'une de l'extrémité supérieure du même diametre perpendiculaire & l'autre dans le canal de la règle, du point où elle touche la circonférence en quelque angle d'élévation que ce puisse être ; elles se trouveront toutes deux ensemble précisément au même tems à terre.

Ceci se confirme par divers autres effets de la nature qu'il est malaisé de bien expliquer par autre voye que par cette supposition. Ce que nous avons

dit, par exemple, de l'expérience du P. Le Cazre, c'est-à-dire d'une balle de plomb qui, tombant d'une certaine hauteur dans le bassin d'une balance, & élevant un certain poids mis dans l'autre bassin, doit tomber d'une hauteur quadruple de la première si l'on veut qu'elle élève le double du premier poids, & d'une hauteur 9 fois plus grande pour élever le triple, & 16 fois plus grande pour le quadruple, 25 fois pour le quintuple. Et ainsi des autres, enforte que les hauteurs soient toujours en raison doublée des poids.

Cela, dis-je, ne peut être facilement entendu, si l'on ne dit que la différence des poids élevez marque la différence des percussions de la balle tombant dans le bassin : & ces percussions n'étant différentes qu'à proportion des vitesses acquises par la chute du mobile, comme les différentes hauteurs ne sont que les espaces que le mobile parcourt pour les acquérir ; il s'ensuit que les espaces parcourus sont entr'eux en raison doublée ou comme les quarrés des vitesses acquises, conformément à la définition de Galilée.

Celle-ci est encore de la même nature. Prenez un tuyau debout dans lequel il y ait de l'eau qui demeure toujours à une certaine hauteur comme à celle d'un pié, & recevez celle qui en découle pendant un certain tems par un petit trou comme d'une ligne de diametre creusée dans le fond du tuyau, (qui soit par exemple d'une demi livre d'eau dans le tems de 13 secondes.) Si vous voulez en avoir deux fois autant, c'est-à-dire un livre qui coule dans le même tems & par le même trou, il faudra que l'eau soit toujours dans le même tuyau à la hauteur de 4 piés, à celle de 9 piés si l'on veut en avoir le triple ou une livre & demie, & de 16 piés pour le quadruple ou pour deux livres, & ainsi du reste, enforte que les hauteurs de l'eau dans le tuyau, soient toujours comme les quarrés des poids de l'eau qui s'écoule dans un même tems.

Or comme la différence de la quantité de l'eau qui passe par un même trou en même tems, ne vient que de la différence vitesse avec laquelle elle s'écoule ; & comme cette différence de vitesse ne provient que de la quantité de l'eau qui pèse au dessus & qui se fait sentir à la proportion de sa hauteur dans le tuyau : il paroît que ces mêmes hauteurs sont entr'elles en raison doublée des vitesses qu'elles impriment à l'eau de dessous ; lesquelles étant les mêmes que celles que l'eau auroit acquises en tombant des mêmes hauteurs, c'est-à-dire en parcourant les mêmes espaces ; il s'ensuit toujours que les espaces parcourus sont entr'eux en raison doublée des vitesses.

Si le tuyau étant plein jusqu'au sommet vous laissez écouler toute l'eau par le même trou, vous verrez avec plus de facilité que les espaces que l'eau parcourt en diminuant dans le tuyau dans des tems égaux se suivent en progression des nombres impairs. Comme si le tuyau étant de trois piés de haut ou de 36 pouces, vous remarquez que l'eau descende de la hauteur d'onze pouces en trois battemens d'artere ou d'une pendule, elle descendra précisément de 9 pouces, puis de 7, puis de 5, de 3, & enfin de la dernière hauteur d'un pouce. Et toujours dans le même tems de trois battemens ; conformément à la nature du mouvement expliqué par Galilée.

Or pour montrer que l'eau qui pèse dans le tuyau imprime à celle du fond, la même vitesse qu'elle auroit acquise si elle étoit tombée de la hauteur où sa surface supérieure se trouve dans le même tuyau : il ne faut que faire enforte que l'eau sortant par le fonds puisse rejaillir vers le haut à plomb ; car on la verra remonter à la même hauteur de cette surface supérieure, (si l'air & les autres empêchemens de dehors ne lui ôtoient rien de sa vitesse,) ainsi qu'elle feroit si c'étoit un corps solide, & qui pût-être reflêchi, lequel en tombant de la même hauteur auroit aquis un degré de vitesse capable de le faire remonter au lieu d'où il feroit parti.

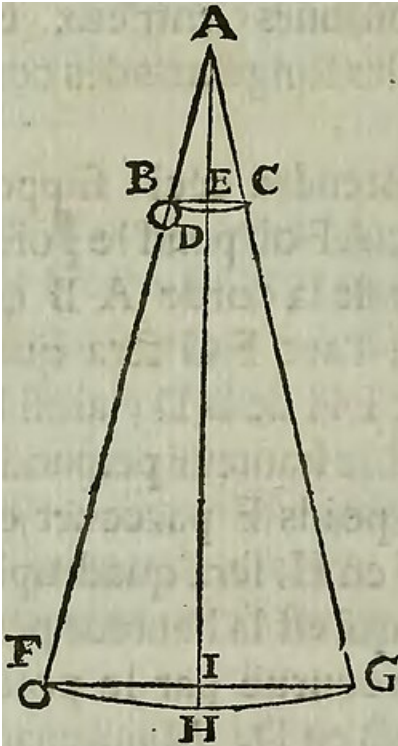
Attachez deux cordes de même longueur & grosseur sur un ligne horizontale à un mur comme à la hauteur de trois piés, les faisant soutenir sur un appui parallele au mur à la même hauteur ; faites pendre à chacune à l'autre bout un poids égal, comme d'une liver, qui les tienne l'un & l'autre en situation horizontale mollement, mais également bandées & paralleles entr'elles. En-suite les tirant toutes deux ensemble horizontalement par leur milieu, laissez les aller en même tems, & vous verrez premièrement qu'elles feront diverses allées & venuës horizontales qui seront toutes dans des tems égaux soit dans le commencement ou dans la fin de leur mouvement. Cela posé : si vous voulez que les vibrations de l'une, comme de la première, se fassent deux fois plus vite que celles de la seconde, enforte que celle-là en fasse deux dans le tems que celle-ci n'en fera qu'une ; il ne faut que bander la première deux fois plus que la seconde en lui attachant un plus grand poids : & ce poids pour cet effet ne doit pas être seulement de deux livres, c'est-à-dire double du premier poids que nous avons supposé d'une livre, mais bien de quatre livres ou quadruple, & de 9 livres si l'on veut que les vibrations soient triples, de 16 livres si on les veut quadruples, & ainsi des

autres ; enforte que les poids soient toujours en raison des quarrés des vitesses des vibrations.

Or comme cette différence de poids pour produire cette différence de vitesse, fait le même effet qu'un même poids qui tomberoit de différentes hauteurs : il paroît que ces hauteurs étant proportionnées au poids feroient toujours entr'elles en raison doublée des vitesses.

Toutes ces expériences font voir cette admirable uniformité de la nature dans ses actions, qui se rencontrent par tout si conforme à la position de Galilée : à quoi nous allons encore ajouter l'expérience des pendules. Attachez en haut des cordes de différentes longueurs avec des poids pendans au bout ; enforte néanmoins que les longueurs soient comme les nombres quarrés 1, 4, 9, 16, &c. Comme si celle de la première est d'un pié, que la seconde soit de 4 piés, la troisième de 9 piés, la quatrième de 16 piés, &c. puis éloignant les poids de leur position de repos, c'est-à-dire de la perpendiculaire, laissez les aller toutes en même tems ; & vous verrez que les vibrations ou allées & venues de la plus petite ou de celle d'un pié, iront quatre fois plus vite que celles de la plus grande de 16 piés, trois fois plus vite que celles de 9 piés, & deux fois plus vite que celle de 4 piés ; c'est-à-dire que dans le tems que la pendule de 16 piés fera un de ses vibrations, celle de 4 piés en fera deux, & celle d'un pié en fera quatre ; & dans le tems d'une des vibrations de celle de 9 piés, celle d'un pié en fera trois ; & cela dans une justesse admirable, enforte que les nombres des vibrations soient toujours entr'eux en raison doublée des longueurs des cordes.

Pour bien entendre ceci : supposant que la corde A F où pend le poids F soit quadruple de la corde A B où pend le poids B ; l'arc F G sera quadruple de A C & F H de B D ; ainsi la droite I H qui est la hauteur perpendiculaire que le poids F parcourt en descendant de F en H, sera quadruple de la droite E D qui est la hauteur perpendiculaire parcourue par le poids B descendant de B en D. Maintenant comme on fait par l'expérience que les vibrations de la pendule B sont doubles de celle de la pendule F, le tems du passage de F en H sera égal au tems du passage de B en C, c'est-à-dire double du tems du passage de B en D : mais dans le tems du passage de F en H, le mobile F a parcouru l'espace perpendiculaire I H quadruple de l'espace perpendiculaire E D que le mobile B a parcouru dans le tems du passage de B en D ; il paroît



donc que les espaces parcourus par les mobiles sont entr'eux en raison doublée des tems de leur passage.

Ces mêmes espaces sont aussi comme les quarrés des vîtesses des mêmes mobiles : car le poids F parcourant l'espace F H dans le même tems que le poids B parcourt l'espace B C ; & l'espace F H étant double de l'espace B C ; (car il est quadruple de B D :) il s'ensuit de la vîtesse du poids F est double de la vîtesse du poids B, & qu'elle est par conséquent à la vîtesse du poids B en raison sous doublée de l'espace perpendiculaire H I qu'il parcourt ; à l'espace perpendiculaire E D parcouru par le poids B.

L'on peut encore montrer par une autre expérience que la vîtesse du poids F est seulement double de la vîtesse du poids B, quoi que la longueur de la corde A F soit quadruple de la longueur A B : il ne faut que mettre une balle en H sur une règle qui pend en F la puisse frapper bien à plein en tombant de F en H ; & un autre au point D qui puisse recevoir l'impression de la balle B tombant de B en D ; car faisant l'expérience avec soin, & supposé que les balles soient égales par tout, on trouvera que la balle en H fera chassée deux fois plus loin si la corde A F étoit neuf fois plus longue, que A B, & quatre fois si elle étoit seize fois plus longue, & ainsi des autres.

CHAPITRE XII.

Raisonnemens de Balian au même sujet

IE ne veux pas oublier que Balian Sénateur de la République de Gènes dans son livre du mouvement, qui a paru dans le même tems que celui de Galilée, se sert de l'expérience des pendules pour démontrer ce que Galilée tire en conséquence de sa définition ; c'est-à-dire que les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée des tems qu'il employe à les parcourir.

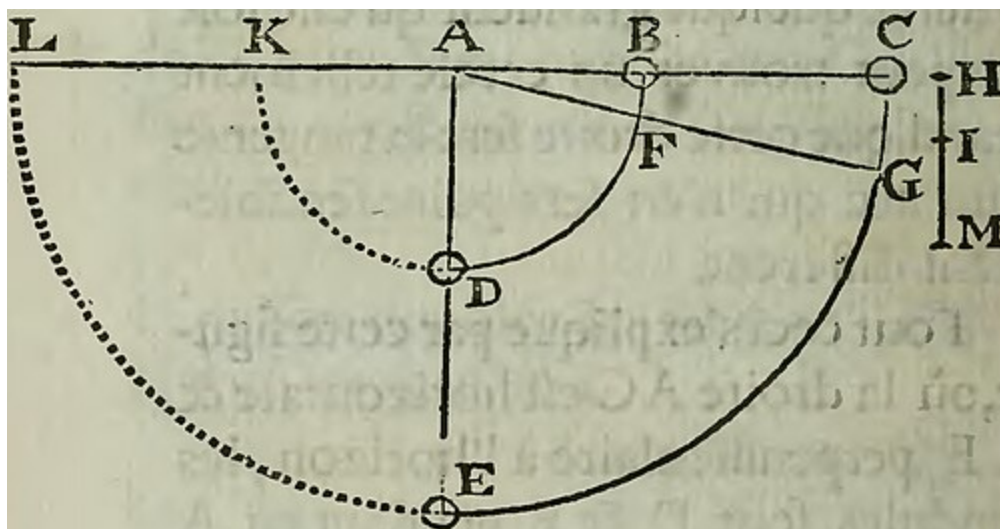
Pour cet effet il suppose. 1. Que l'on peut prendre dans la circonférence d'un cercle un arc tellement petit qu'il ne sera point différente de sa tangente au moins sensiblement, & que ce que l'on dira de l'un pourra être entendu de l'autre sans erreur.

2. Que le mouvement des pendules dans leur commencement n'est point différent du commencement de celui des corps qui tombent.

3. Que les tems du passage de deux pendules par des arcs semblables & semblablement posez, sont entr'eux comme les tems de leurs vibrations entières, c'est-à-dire en raison sous-doublée des longueurs de leurs cordes.

4. Et qu'enfin une ligne droite étant prise, de quelque grandeur qu'elle soit on peut trouver un cercle tellement grand, que cette droite sera la tangente d'un arc qui n'en sera point sensiblement différent.

Tout ceci s'explique par cette figure, où la droite A C est horizontale & A E perpendiculaire à l'horizon, les pendules sont D & E pendant en A aux deux cordes A D, A E : il dit premièrement que dans le cercle B F D décrit par la pendule D élevée jusqu'à l'horizontale A B, l'on peut prendre un arc tellement petit à commencer du point B, qu'il ne différera point sensiblement de la ligne droite, qui au même point B seroit tangente du même arc : & comme cette tangente seroit perpendiculaire à l'horizon ; il s'enfuit en second lieu, que le mouvement du poids de la pendule B par ce petit arc ne sera point différent du mouvement du même poids B qui tomberoit librement par cette tangente. En troisième lieu si l'on mene



du point A la droite A F G qui coupant la circonférence B D en F & C E en G, fasse les arcs B F, C G semblables & semblablement posez à l'égard du commencement de la chute : il dit que le tems du passage de la pendule B par l'arc B F est au tems du passage de la pendule C par C G en même raison que le tems de la vibration entière B D K est à celui de la vibration C E L c'est-à-dire, comme il se voit par l'expérience, en raison sous-doublée de celle de la ligne A D à A E. Soit enfin l'arc B F si petit qu'il ne diffère point sensiblement de sa tangente qui soit H I ; il est constant que si l'on fait que le rayon A B soit à un autre comme A C, ainsi que la droite H I est à un autre droite H M de quelque grandeur qu'elle puisse être, l'arc C G dans la circonférence de ce grand cercle ne sera point différent sensiblement de la droite H M qui en sera la tangente, comme H I est la tangente de l'arc B F ; & ce que l'on dira que l'arc C G pourra être entendu de la droite H M sans aucune erreur. Cela posé, il fait ce Théorème.

Les espaces parcourus par un mobile tombant à commencer du point de repos, sont entr'eux comme les quarrés des tems que le mobile employe à les parcourir.

Soient, dit-il, deux espaces H I & H M parcourus par un mobile tombant du point de repos H. Je dis que la droite H I est à H M comme le quarré du tems que le mobile employe à passer l'espace H I, est au quarré du tems de son passage par H M. Soit A B demi-diametre d'un cercle tellement grand que l'arc comme B F, dont la tangente au point B sur l'horizontale A C est égale à H I, soit si petit à l'égard de toute la circonférence, qu'il ne soit point différent sensiblement de la perpendiculaire H I ; & comme H I est à H M,

ainsi le rayon A B soit à un autre comme A C, dont la circonférence sera par conséquent si grande que l'arc C G coupé par la droite A F continuée, sera aussi tellement petit à l'égard de toute la circonférence qu'il ne différera point sensiblement de la tangente, laquelle sera égale à H M & perpendiculaire au point C. Il n'y aura donc point, par la seconde supposition, de différence entre le mouvement de la pendule B par l'arc B F & celui du poids tombant librement du point B par la tangente perpendiculaire égale à H I, ni entre le mouvement de la pendule C par l'arc C G & celui du poids tombant de C par la tangente perpendiculaire & égale à H M ; & le tems de l'un sera égal au tems de l'autre. Or comme les arcs B F, C G sont semblables & semblablement posés, le tems du passage de B par l'arc B F est par la troisième supposition, au tems du passage de C par l'arc C G, comme le tems de la vibration entière B D K est au tems de la vibration C E L : & ces tems étant par l'expérience en raison sous doublée des longueurs des cordes A B, A C ; il s'ensuit que le tems du mobile tombant par la perpendiculaire H I est au tems de son passage par la perpendiculaire H M, en raison sous doublée des longueurs A B, A C. Mais A B par la construction est à A C comme H I est à H M ; donc H I est à H M comme le carré du tems du mobile tombant par H I est au carré du tems de son passage par H M.

CHAPITRE XIII.

Raisonnemens de Monsieur Hugens.

Monsieur Hugens dans son livre des horloges à pendules a voulu démontrer ce que Galilée prend pour principe dans sa définition, disant dans sa première proposition de la chute des poids, *qu'en tems égaux il s'accroît au corps qui tombe des parties égales de vitesse*. Et pour le démontrer voici comme il argumente.

Posons qu'un mobile tombant du point A passe au premier tems l'espace A B, & qu'arrivant en B il y ait acquis un degré de vitesse qui lui fasse parcourir, au second tems d'un mouvement égal, un autre espace comme B D. Or nous savons que l'espace qui doit être parcouru au second tems, doit être plus grand que B D, parce que cet espace seroit parcouru cessant même toute action de la pesanteur : mais comme le mobile est porté d'un mouvement composé du mouvement égal par lequel il passeroit l'espace B D & de celui des poids qui tombent *par lequel il est nécessaire qu'il soit porté en bas par l'espace D E égal à A B* ; ajoutant donc à B D l'espace D E égal à A B, nous savons que le mobile au second tems arrivera en E.

Mais si nous cherchons, dit-il, quelle est la vitesse que le mobile doit avoir en E à la fin du seconde tems, nous trouverons qu'elle est double de celle qu'il avoit en B à la fin du premier. Car nous avons dit qu'il étoit emporté d'un mouvement composé du mouvement égal avec la vitesse acquise en B & de celui qui lui vient de sa pesanteur, *lequel au second tems étant absolument le même qu'au premier, doit dans le cours du second tems conférer au mobile une vitesse égale à celle qu'il lui a imprimée dans la fin du premier tems*. Partant comme le mobile a conservé entièrement la vitesse acquise à la fin du premier tems, il paroît qu'il a dans la fin du second tems deux fois, c'est-à-dire le double de cette même vitesse.

Voilà la démonstration dans les mêmes termes que j'ai traduits du latin, dans laquelle la manière de raisonner a quelque chose qui fait peine ; car il ne paroît pas bien que nous sachions, comme il dit, *qu'il est nécessaire que le mobile au second tems soit porté par le mouvement de sa pesanteur au*

long de l'espace D E égal à l'espace A B qu'il a passé dans le premier tems ; à moins que l'on ne pose que le mouvement des graves est uniforme, & l'on ne voit pas clairement que ce mouvement qui lui vient de sa pesanteur soit, comme il dit, absolument le même au second tems qu'au premier, ni qu'il doive conférer au mobile dans le cours du second tems une vitesse égale à celle qui lui a été imprimée à la fin du premier, si l'on ne suppose le principe de Galilée, c'est-à-dire que le mobile en tombant acquiert dans les tems égaux de la chute des degrés égaux de vitesse. Qui est pourtant ce qu'il falloit démontrer.

Cette défectuosité dont je viens de parler n'est que dans la forme du syllogisme, & elle n'ôte rien à la vérité de l'hypothèse, sur laquelle il démontre fort bien, (supposé que la vitesse en E au second tems, soit double de la vitesse en B, & celle que le mobile a acquise en G au troisième tems triple de la même,) que les espaces B D, E F, G H étant parcourus d'un mouvement égal, l'espace E F passé avec la vitesse en E est double de l'espace B D passé avec la vitesse en B, & l'espace G H passé avec la vitesse en G triple du même espace B D, & ainsi du reste.

En-suite il fait voir que l'espace passé dans un certain tems par un mobile tombant du point de repos, est la moitié de celui qu'il passeroit d'un mouvement égal en même tems & avec la vitesse acquise au dernier moment de la chute : c'est-à-dire que l'espace B D passé d'un mouvement égal au second tems avec la vitesse acquise en B, est double de l'espace A B passé dans le premier tems par le mobile tombant du point de repos A. Car comme les espaces parcourus dans les quatre premiers tems égaux sont A B, B E, E G, G K. qui ont entr'eux une certaine proportion ; si nous prenons les doubles des mêmes tems, enforte que nous ayons pour premier tems, les deux pendant lesquels le mobile a parcouru les deux espaces A B, B E & pour second les deux autres pendant lesquels les deux espaces E G, G K ont été passés. Il faut que les deux espaces A E, E K parcourus dans des tems égaux par le mobile tombant du point de repos A, soient entr'eux comme les espaces A B, B E qui sont aussi passés dans des tems égaux partant du même point de repos A ; & en changeant que B E ou son égal D A soit à A B comme E K à A E, & en



divisant DB à AB comme EK moins AE est à AE . Mais EK étant égal à cinq DB & deux AB , & AE égal à BD & deux AB ; EK moins AE fera égal à quatre DB ; & partant DB est à AB ou quatre DB à quatre AB , comme quatre DB est à DB & deux AB ; donc DB est égal à deux AB .

D'où il s'enfuit que les espaces parcourus dans des tems égaux à commencer du point de repos, sont entr'eux comme les quarrés des tems de leur chute ou comme les quarrés des vitesses acquises. Car puis-que les espaces AB , BE , EG , GK passent dans des tems égaux, se surpassent l'un l'autre d'un même excez qui est égal à BD ; il paroît que BD étant double de AB , l'espace BE fera triple du même ; & EF étant double de BD , EG fera quintuple de AB ; ainsi GH étant triple de BD , GK fera septuple du même AB & ainsi des autres dans la suite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. qui sont les différences des premiers quarrés.

CHAPITRE XIV.

Suite de la réponse à la cinquième objection.

L'On pourroit maintenant dire avec quelque raison que tout ce que nous venons d'expliquer pour établir nôtre hypothèse sur la nature du mouvement des corps qui tombent suivant le sentiment de Galilée, peut également convenir à celle qui veut que l'accroissement de vitesse se fasse suivant la progression des sinus versés, supposé, comme il a été dit ci-devant, que ces deux opinions soient de telle nature qu'elles ne puissent être convaincues de faux par les expériences que nous pouvons faire. Et qu'ainsi la difficulté en la cinquième objection reste toujours en son entier à cet égard, par laquelle il est dit que suivant cette dernière hypothèse, la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection des corps se trouveroit fort altérée & toutes les conséquences que l'on en tire.

Mais il est très facile d'y répondre, en niant seulement la conséquence de la proposition : car quand il seroit même véritable que l'accroissement de vitesse dans le mouvement des corps qui tombent, se fit suivant la proportion des sinus versés ; la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection ne s'en trouveroit pas pour cela si fort altérée, que l'on n'en pût tirer les mêmes conséquences ; puisque la courbe décrite par le mobile tombant suivant cette hypothèse, seroit tellement conforme dans son commencement à nôtre ligne parabolique, que tout ce que nous avons dit, de celle-ci pourroit être hardiment prononcé de l'autre, sans craindre de faire aucune erreur qui pût devenir sensible dans des projections vingt fois plus grandes que celles qui se font ordinairement parmi nous. Outre que cette opinion des sinus versés, quelque ingénieuse qu'elle soit, est suspecte par ses conséquences : parce que ce qui suit de cette hypothèse, (supposant le mouvement de la terre,) qu'un mobile en tombant arriveroit au centre en six heures de tems, se trouve peu conforme aux suites de nos expériences par lesquelles nous savons qu'un corps qui tombe, parcourt peu plus de deux toises dans le tems d'une seconde. Car si nous faisons que comme le sinus versé d'une seconde est au sinus total, ainsi l'espace de deux toises parcourus pendant une seconde est à un quatrième proportionel, c'est-à-dire au demi-

diametre de la terre ; nous trouverons plus de vint-quatre millions de toises pour la longueur de ce demi-diametre, que nous favons néanmoins n'en avoir pas plus de trois millions.

CHAPITRE XV.

Réponse à la sixième objection.

Nous pouvons répondre à la sixième objection ce que dit Galilée & que nous avons expliqué ci-devant dans la réponse à la quatrième objection ; c'est-à-dire en exceptant des règles de nôtre Théorie les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux balles d'artillerie, dont la vitesse est, dit-il, surnaturelle ; & avouant comme lui, que la ligne que décrit la balle d'un mousquet est, au moins dans son commencement, plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne feroit en effet si l'impression n'étoit pas si violente : ce qui peut être cause que la portée de but en blanc & celles qui se font avec peu d'élévation sur l'horizontale, sont plus grandes qu'elles ne sont marquées dans les tables. Mais comme cela n'arrive pas aux autres projections, & principalement à celles des Bombes, qui ne sont pas poussées avec tant de violence, & dont les tirs les plus ordinaires se font sur des angles de plus grande élévation : nous n'avons pas de sujet de nous plaindre de ces petites exceptions, qui ne nuisent point du tout au dessein principal de cet Ouvrage, lequel n'est fait que pour faciliter les pratiques de l'artillerie qui sont communes & ordinaires parmi nous.

Ce n'est pas que l'expérience rapportée dans cette objection ne soit suspecte, c'est-à-dire celle d'un mousquet qui, chassant à toute volée à la longueur de 360 toises, porté de but en blanc à celle de 100 toises ; ce qui ne devroit arriver suivant les tables qu'à l'élévation de huit degrés. Car dans toutes ces sortes d'expériences, il y a un concours de tant de causes différentes qui peuvent altérer la précision des effets, que le plus souvent ce que l'on impute à l'une dépend de l'autre, & même de celle à laquelle on n'aura point fait de réflexion.

Ainsi l'on peut dire dans celle-ci par exemple, que la plus grande portée que l'on détermine à 360 to., est ici beaucoup moindre qu'elle ne devroit être, parce qu'ayant plus de chemin à faire que les autres, elle trouve plus d'obstacle par la résistance du milieu : & que la violence de l'agitation de l'air, que celle de la balle lui imprime en passant, suspend peut-être en

quelque manière l'effet de la pèsanteur & lui donne par ce moïen plus d'étenduë de portée dans les petites élévations.

Outre que ces tirs de but en blanc, quelque précaution que l'on prenne, s'élèvent toûjours au dessus du niveau du but, tant parce que mirant au long du mousquet qui est plus fort de métal à la culasse qu'à la bouche, la direction de l'ame se trouve élevée de quelques dégrez, que par la raison que nous avons aportée ci-devant de l'action de la poudre qui, s'enflammant successivement sous la balle, la fait hauffer considérablement. Desorte que si l'on assemble toutes ces causes & d'autres encore que nous ne conoißons pas : ne peut-on pas dire que pensant tirer horizontalement, il arrive souvent que la balle est portée notablement en haut, & même jusqu'à l'élévation de sept ou huit dégrez, dont il n'est pas si facile de reconoître la différence, & bien moins encore de distinguer la cause à la quelle on la doive imputer.

Ce qui fait que je crois que l'on peut assûrer avec beaucoup d'apparence de raison que la nature agissant toûjours d'une manière, les coups de mousquet dans leurs portées ne sortent point des règles qu'elle a établies pour tous les autres corps jettez ; & que lors-qu'il se trouve de la différence dans l'exécution, cela vient ordinairement du faux jugement que nous faisons de la direction de la balle & de l'estime de la véritable portée.

LIVRE TROISIÈME.

Confirmation de la même doctrine
par les expériences.

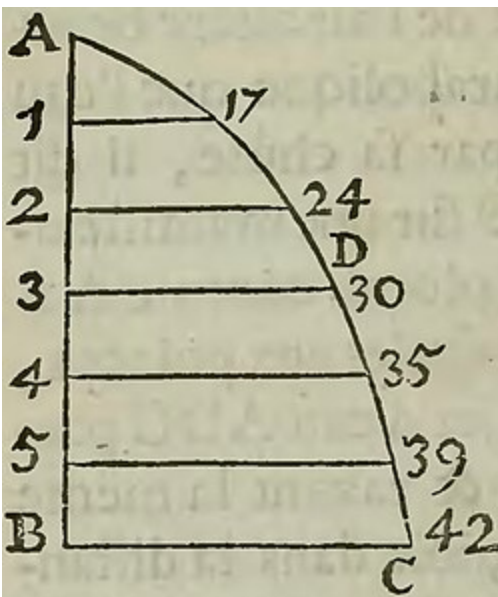
CHAPITRE PREMIER.

Explication d'une expérience du Pere Merfene.



Oici l'expérience d'un jet d'eau tirée des Hydrauliques du P. Merfene, par laquelle voulant montrer que la résistance de l'air altère beaucoup la ligne parabolique que l'eau devoit décrire par sa chute, il dit qu'ayant marqué sur une muraille une ligne droite à plomb comme A B divisée en parties égales aux points 1, 2, 3, 4, &c., le jet d'eau A D C partant du point A & razant la même muraille, s'éloignoit dans la distance de la première de ces parties à la longueur horizontale de dixsept pouces ; à la seconde de vint-quatre pouces ; à la troisième de trente ; à la quatrième de trente cinq ; à la cinquième de trente neuf : à la sixième de quarante deux : dont les quarez, dit-il, ne sont pas entr'eux comme les parties de la droite A B qui leur répondent, ainsi qu'ils devroient être, si ces nombres étoient les ordonnées d'une ligne parabolique A D C dont l'axe est la droite A B & le sommet au point A.

En-suite il s'embarasse dans des réflexions de Géometrie, assez subtiles, mais qui ne sont rien au sujet, sans



s'appercevoir que ces nombres ne sont pas tant éloignez qu'il dit de nôtre hypothèse. Car si l'on suppose qu'à

1	17	17	$17\frac{1}{2}$
2	24	24 1	24 6
3	30	29 6	30
4	35	34	34 8
5	39	38	9
6	42	41 8	42 5

la première partie la première ordonnée soit, comme il dit, de dixsept pouces ; la seconde suivant nôtre Théorie doit être de vint-quatre pouces & une ligne ; la troisième de vint-neuf pouces six lignes ; la

quatrième de trente quatre pouces ; la cinquième de trente huit, & la sixième

de quarante & un pouces huit lignes. Où l'on voit que les différences de nombres qu'il pose & de ceux que demande la ligne parabolique sont si petites, qu'il y a raison de douter de la justesse de son calcul ; outre qu'il y a peu d'apparence que les ordonnées se trouvent si justes en nombres entiers & même plus grans sur la fin qu'ils ne devoient être, quand même il n'y auroit point de résistance dans l'air, laquelle devoit bien plutôt en diminuer l'étendue que l'augmenter. Ce qui me fait croire que le jet d'eau s'élargissant, comme il dit, en forme d'ellipse à mesure qu'il s'éloigne du point de la chute, il a pris pour la fin de ses ordonnées l'étendue des gouttes les plus éloignées au lieu de celle du milieu. Si l'on pose que la troisième des ordonnées soit justement de trente pouces, les différences n'en seront pas si grandes ; comme l'on voit par les nombres de la table dont les premiers sont ceux de l'expérience du Pere Merfene ; les seconds sont ceux qui devoient être, supposé que la première ordonnée fut de dixsept pouces ; & les derniers, supposé que la troisième ordonnée fut de trente pouces. Et partout on voit que le jet d'eau suit assez exactement la ligne de nôtre hypothèse, c'est-à-dire la parabolique.

CHAPITRE II.

Première expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par Monsieur Mariote.

Monsieur Mariote après avoir fait diverses expériences particulières des jets d'eau, en a fait voir une dans l'Académie Royale des Sciences qui convient précisément à la Théorie de Galilée. Ayant fait élever un tonneau plein d'eau à la hauteur de sept ou huit piés, percé dans le fond par un tuyau perpendiculaire de six piés de long & d'environ deux pouces de diametre, avec un ajutoir ou robinet perpendiculaire & un autre incliné suivant l'angle de 45 degrés : il a fait voir que l'eau, sortant par deux robinets en même tems, faisoit deux jets dont le perpendiculaire étoit toujours moindre de quelques pouces que la hauteur de l'eau contenuë dans le tonneau ; & l'autre s'étendoit au loin, enforte néanmoins que sa longueur horizontale étoit toujours double de la hauteur du jet perpendiculaire ; l'un & l'autre diminuant avec une admirable uniformité à mesure que l'eau du tonneau se vuidoit, & conservant toujours cette proportion double du grand jet à la hauteur du petit.

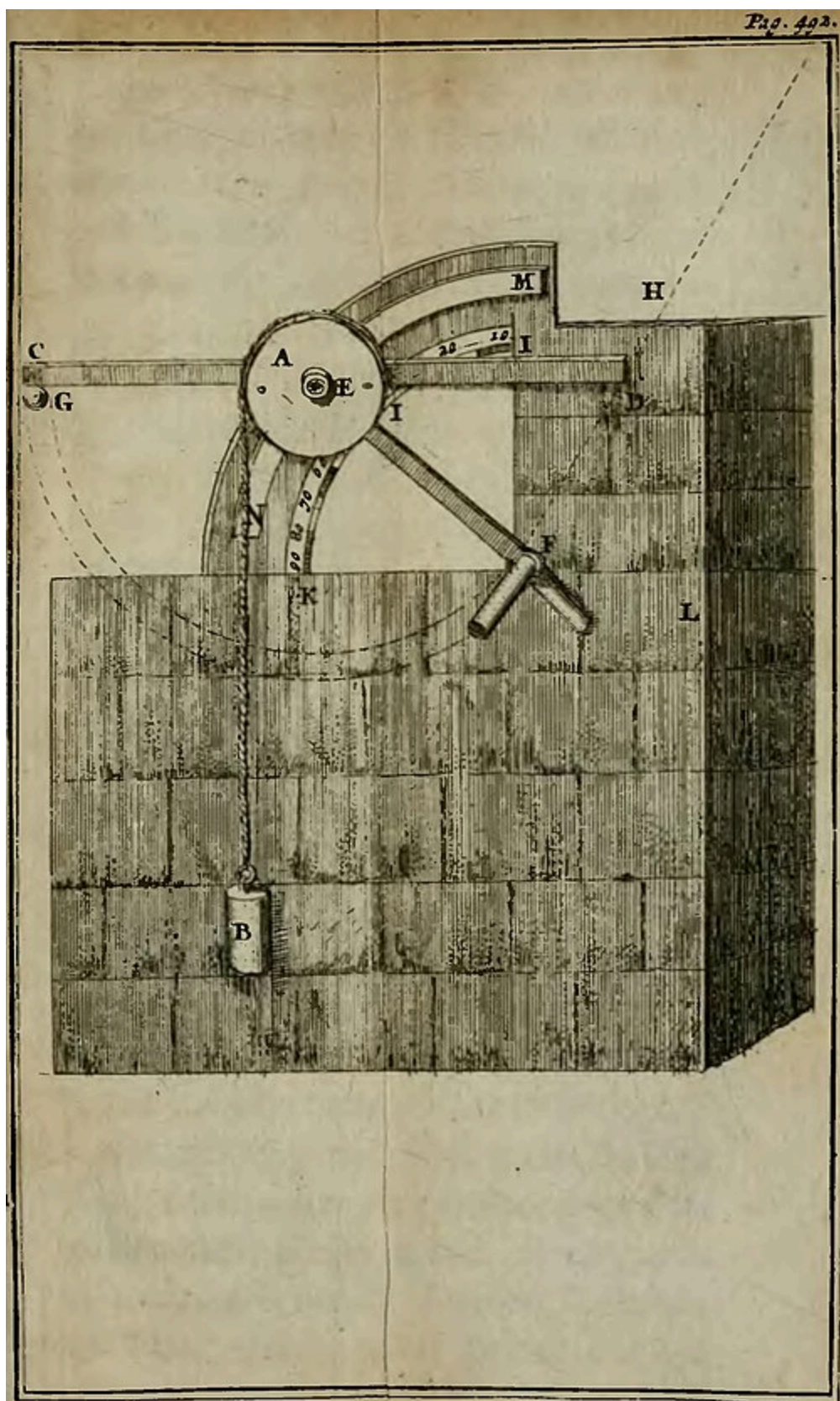
Les autres expériences qui se sont faites & répétées plusieurs fois dans la même Académie, & même à l'Observatoire en présence de Monseigneur le Dauphin, ne permettent pas que l'on puisse douter davantage de la vérité de nôtre supposition, à laquelle elles se sont trouvés conformes en tous les cas avec autant de précision & de justesse que l'on sauroit attendre des expériences humaines.

CHAPITRE III.

*Seconde expérience faite à l'Académie Royale
des Sciences, par la machine de
Monsieur Perrault.*

ET sans parler de celles que j'ai faites en mon particulier avec de l'eau, avec un arc, une arbaletre, un arc à jaler, un trébuchet fait à l'imitation des Balistes des Anciens ; & même avec un pistolet chargé toujours également & de même poudre, (quoi qu'elles ayent toutes réussi assez juste ;) j'expliquerai seulement celles-ci qui ont été faites publiquement, dont la première est par le moyen de cette Machine de l'invention de M^r. Perrault.

C'est une roüe ou tambour A, autour duquel est roulée la corde qui porte le poid B, la barre C D passe



derrière le tambour & elle est attachée à son pivot E, enforte que le pois B, faifant par fa chute tourner le tambour donne auffi le mouvement à la barre, qui décrivant l'arc de cercle C F & frappant contre un autre pivot folide & bien attaché au point F, fait partir la balle G, avec la vîteffe que le mouvement du poids lui imprime fuivant la direction de la droite F H qui touche l'arc C F au point F. Ce pivot au point F est posé au centre du quart de cercle I K fitué verticalement & divifé en 90 dégrez à commencer du haut de la perpendiculaire I F ; & le tambour A peut tourner dans le creux M N fur le même centre F par le moïen de la barre ou rayon A F, afin de pouvoir donner tel degré d'élévation que l'on veut au jet de la balle : car posant la barre A F fur le degré propofé du quart de cercle, & attachant le tambour en cette fituation par le moïen d'une viz & d'un écrouë qui est derrière la rouë, en forte qu'il y foit ferme ; l'angle L F H de la direction de la balle est le même que l'angle I F A de l'inclination de la Machine. Par ce moïen amenant le bout D de la barre C D au-deffus du pivot F, le poids tombant lui fera faire un demi tour en toutes sortes de fituation : & partant l'impreffion fera toujours la même ; & la différence des portées ne viendra que de la différence des angles de pofition. L'on pourroit lui faire faire un tour entier & augmenter par ce moyen la force de l'impreffion, en ôtant la queuë A D de la barre C D, & amenant le point C au-deffus du point F.

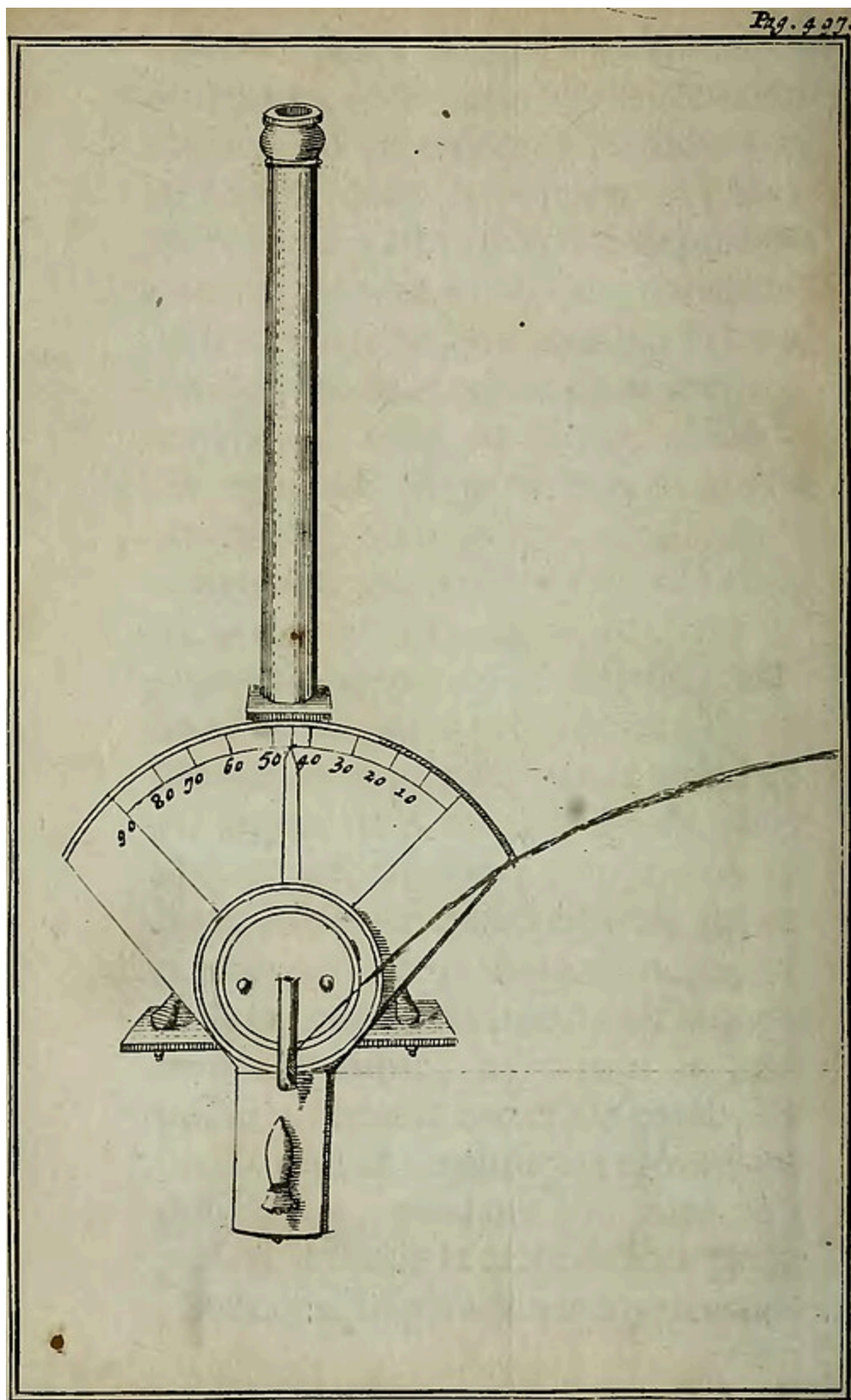
Cette réflexion m'ayant fait dire à M^r Perrault que fa machine, étant affez forte, pourroit avoir fon utilité à jetter des Grenades & des petites Bombes dans les logemens des ennemis, lors-qu'on en est affez près ; il m'a donné le deffein d'une autre machine qu'il a faite à l'imitation des Catapultes antiques, laquelle peut être de tres grand ufage & dont je parlerai ci-après.

CHAPITRE IV.

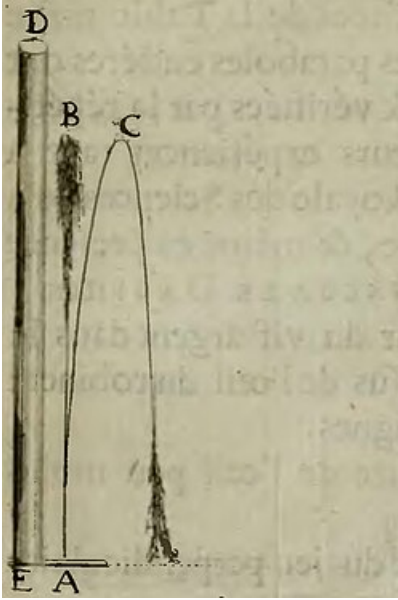
Troisième expérience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

LA difficulté que j'avois trouvée dans les expériences que j'ai faites avec de l'eau, qui s'épanouït sur la fin du jet en forme d'ellipse, & se résout même en gouttes menuës lorsque le jet est un peu long ; me fit penser qu'une liqueur sur qui l'air ne pourroit point agir avec tant de force, seroit plus propre à nous déterminer : & faisant réflexion que le vif argent est quatorze fois plus pésant que l'eau ; je proposai d'en faire l'expérience à Messieurs de l'Académie Royale des sciences, qui donnerent ordre à M^r Rômer de l'exécuter ; ce qu'il a fait par le moyen de cette machine.

C'est un tuyau de bois de vint six pouces de hauteur & de huit ou neuf lignes de diametre, fermé par le bout inférieur au moïen d'un robinet attaché au tuyau avec une peau d'anguille pour pouvoir sûrement contenir le vif argent & se mouvoir en toutes sortes de position. L'œil du robinet n'est que d'une demi-ligne, & l'on peut lui donner tel angle d'élévation que l'on veut par le moïen d'un quart de cercle situé verticalement au long du tuyau. Tout cét appareil est posé sur un auget horizontal bien poli & divisé dans sa longueur, qui est de quatre à cinq piés, en pouces, lignes & demi lignes avec beaucoup de justesse, afin de pouvoir juger précisément de la longueur des portées par la chute du vif argent dans cét auget : & pour plus de précaution, l'on a mis de beaut une carte teinte en noir sur le même auget dans toute sa longueur, & de la hauteur du tuyau, sur laquelle on a marqué, avec tout le soin possible, le cours entier des paraboles du vif argent en plusieurs élévations différentes, pendant que dans son passage il razoit la carte de fort près. Sur cette préparation le tuyau ayant



été rempli à la hauteur de vint quatre pouces & deux lignes avec du vif argent bien épuré : l'on a premièrement remarqué que lors-que le robin est mis perpendiculairement vers le haut, le vif argent ne rejallit qu'à la hauteur de vint-deux pouces trois lignes ; quoi que suivant l'inclination de deux dégr. & demi, il monte à celle de vint deux pouces huit lignes & demi. D'où l'on peut nécessairement inférer, que le jet perpendiculaire A B ne monte pas à la



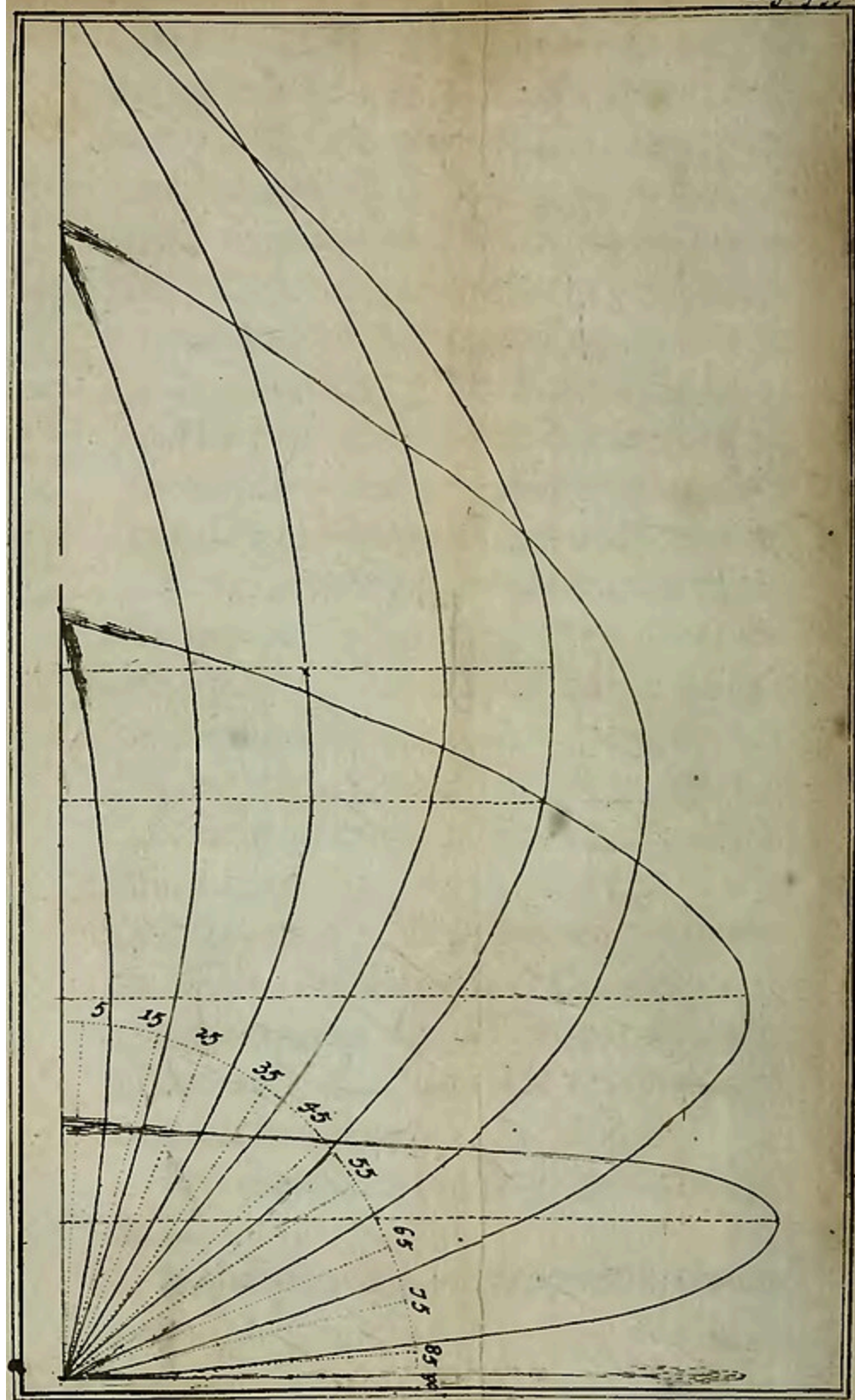
hauteur qu'il devoit A D, tant à cause de la résistance de l'air, ainsi que nous l'avons dit ci-devant, que parce que les gouttes en B, tombant sur celles qui viennent après, les arrêtent & interrompent la force de leur impression. Ce qui n'arrive point au jet incliné A C E où les gouttes en C ne retombent point vers A, & n'altèrent rien à l'impression de celles qui les suivent. Ce qui fait que l'on peut sûrement prendre pour la véritable hauteur du jet perpendiculaire celle de vint-deux pouces neuf lignes.

Voici les longueurs & les hauteurs des portées du vif argent en diverses élévations, tirées de la Table noire sur laquelle les paraboles entières ont été décrites, & vérifiées par la répétition de plusieurs expériences tant à l'Académie Royale des Sciences qu'à l'Observatoire, & même en présence de MONSIEUR LE DAUPHIN.

La hauteur du vif argent dans le tuyau au dessus de l'œil du robinet : 24 pouces 2 lignes.

Le diametre de l'œil peu moins de $\frac{1}{2}$ l.

La hauteur du jet perpendiculaire 22 p. 9 l.



T A B L E

A M P L I T U D E S .

H A U T E U R S .

dég.	vrayes		felon le calc.			vrayes		felon le calc.	
0	Pouc.	lign.	Pouc.	lign.		Pouc.	lign.	Pouc.	lig.
5	7	10	7	$10\frac{1}{2}$		0	2	0	2
15	22	7	22	9		1	8	1	$6\frac{1}{2}$
25	34	$7\frac{1}{2}$	34	10		4	2	4	1
35	42	$4\frac{1}{2}$	42	9		7	6	7	6
45	45	$3\frac{1}{2}$	45	6		11	5	11	$4\frac{1}{2}$
55	42	9	42	9		15	$3\frac{1}{2}$	15	3
65	34	10	34	10		18	$8\frac{1}{2}$	18	8
75	23	0	22	9		21	$2\frac{1}{2}$	21	$2\frac{1}{2}$
85	7	10	7	$10\frac{1}{2}$		22	$6\frac{1}{2}$	22	7
90	0		0			22	9	22	9

La première colonne de cette Table marque les degrés des différentes élévations sur lesquels les expériences ont été faites. La seconde marque en pouces & lignes, l'étendue des jets du vif argent mesurez sur la ligne horizontale. La troisième marque les amplitudes des paraboles suivant les mêmes élévations calculées sur les tables de Galilée & de Torricelli. La quatrième est celle des hauteurs perpendiculaires des mêmes jets du vif argent, mesurées sur la carte noire ; sur laquelle ils ont été soigneusement dessinés dans tout leur cours. La cinquième marque les hauteurs des mêmes jets calculées sur les Tables de Galilée & de Torricelli.

Où l'on voit en général que l'expérience est tellement conforme à la Théorie, que leur plus grande différence ne monte pas à la centième partie de l'étendue du jet ; ce qui doit être bien plutôt attribué à quelque une des causes que nous avons expliquées ci-devant, qu'à aucun défaut de l'hypothèse. D'autant plus que les portées qui se font autour du fixième

point de l'équerre, c'est-à-dire aux environs de l'angle demi-droit, qui sont les plus ordinaires pour les jets des Bombes, sont les plus justes & les plus proches de celles que l'on trouve par le calcul.

Il est à remarquer dans cette expérience que le filet du vif argent, mêmes aux jets les plus obliques & les plus inclinez à l'horizon, est plus gros quatre fois que n'est l'œil du robinet d'où il sort ; ce qui vient, peut être, de la disposition des parties qui composent le vif argent, qui dans leur sortie par l'œil du robinet se trouvent comprimées & resserrées par le poids du liquide qui est au-dessus dans le tuyau & se remettent dans leur état ordinaire aussitôt qu'elles ont la liberté de le faire dans l'air ; d'où l'on pourroit inférer en quelque manière, que ces parties sont une espèce de ressort entr'elles. Mais ce n'est pas ici le lieu de discourir à fond sur cette matière.

LIVRE QUATRIÈME .

Résolution des difficultez de la pratique du jet des Bombes.



Près avoir examiné les raisons qui sembloient devoir entièrement détruire la Théorie que nous avons supposée dans tout ce discours, il ne reste plus maintenant qu'à résoudre les difficultés que l'on peut proposer contre la pratique, à laquelle on donne ordinairement ou trop ou trop peu.

CHAPITRE PREMIER

Première objection. La Théorie n'est point nécessaire pour les pratiques de la guerre.

C Ar la plus grande partie de ceux qui font profession de porter les armes, mêmes des Officiers & particulièrement de ceux qui n'ont pas été cultivez par l'étude des lettres dans leur jeunesse, disent hardiment qu'il ne faut que de la pratique pour la guerre ; que c'est un métier qui ne s'apprend point dans les livres ni par les règles ; que ceux qui n'ont que de la Théorie se trouvent bien empêchez à prendre leur parti dans l'action ; & que cet appareil d'étude de Mathématique ne sert le plus souvent qu'à donner de la présomption. Que sur le fait dont il s'agit, la haute capacité de ceux qui servent maintenant le Roi dans l'Artillerie, & même dans l'Art de jetter les Bombes, qui se trouve présentement au plus haut point où l'on sauroit humainement parvenir, marque suffisamment qu'il est fort inutile de vouloir les charger de cette quantité de préceptes & d'opérations de Mathématique si difficiles à comprendre par le bon sens & par la seule pratique, ils exécutent ponctuellement ce qui leur peut être proposé sur cette matière, sans être assujettis à aucunes règles ni de mesures ni de calcul.

CHAPITRE II.

Seconde objection. Les inégalités de la matière empêchent dans la pratique les effets des règles de la Théorie.

Les autres au contraires assûrent, que bien que ces règles puissent avoir quelque justesse dans la Théorie, elles ne sauroient néanmoins réussir dans la pratique, à cause des irrégularitez & des inégalitez qui se trouvent dans la matière sur laquelle elles doivent être appliquées, & qui ne peut jamais être si heureusement maniée qu'elle ne corrompe presque toujours les effets des opérations les mieux conçûes & les plus soigneusement exécutées.

En effet il est, disent ils, mal-aisé de comprendre que l'impression, que la Bombe ou le boulet reçoit par le feu du mortier ou du Canon dans chaque coup, soit toujours la même, comme il faut néanmoins qu'elle soit nécessairement pour tirer quelque utilité de la doctrine du jet des Bombes ; & que cette force ne change point se servant de tant de sortes de poudres si différentes en leur composition & en leurs effets. Qui ne fait que la même poudre, c'est-à-dire celle qui est faite de la même composition, fait effort à proportion de ce qu'elle est plus grosse ou plus menuë grénée, qu'elle est plus humide ou plus sèche, plus nouvelle ou plus vieille ? & qui peut assûrer que par le poids ou par la mesure, la charge soit toujours la même ; & qu'il y ait même quantité de poudre en tous les coups dans la pièce ou dans la chambre du mortier ; y ayant plus de poudre dans un même poids quand elle est sèche que quand elle est humide, & plus de poudre menuë grénée que de poudre à gros grains dans une même mesure.

Quel changement n'arrive-t-il pas à l'étenduë des portées par la seule différence des manières de charger la pièce ou le mortier ; comme lors-que la bombe est posée (comme on dit) à nud sur la poudre, ou lors-que la chambre est bouchée d'un tampon poussé à force ; si la poudre est fort ou peu battuë, si elle s'allume par tout également ou à reprises ; si la pièce ou le mortier est échauffé ou s'il est froid ; si elle recule ou si elle ne sort point de sa place ? & qui peut dire que l'on a pointé la pièce ou le mortier dans la

précision qu'il doit être, quelque soin que l'on y ait pris & quelque justes que puissent être les instrumens dont on se sert ?

Qui peut répondre que l'ame de la pièce ou du mortier soit parfaitement droite, égale & bien arrondie au dedans ? Que la bombe y convienne précisément, & qu'elle soit parfaitement ronde ? Que la ligne qui fait l'axe de la chambre du mortier étant continuée rencontre précisément le centre de la bombe, afin que l'action de la poudre embrazée se fasse uniformément autour de sa circonférence, & ne lui donne pas plus d'impression d'un côté que d'autre ? Que la bombe étant chargée ait un même centre de grandeur & de pesanteur ; Que le plan de la batterie soit égal, également fort, uni, & parfaitement de niveau ? Que le mortier soit si bien monté sur son affût que l'axe de ses tourillons traverse celui de l'ame & soit toujours parallèle à l'horizon ; & mille autres particularités de cette nature, dont la moindre est capable d'altérer la direction de la balle & de rendre par conséquent inutiles toutes les ingénieuses précautions de la Théorie ; & que fera-ce enfin si toutes ou la plûpart y concourent par leur irrégularité ?

Voilà, ce me semble, ce que l'on peut apporter contre le dessein de ce livre au sujet de la pratique ; à quoi il faut essaïer de satisfaire, ainsi que nous avons fait aux difficultez proposées contre la Théorie.

CHAPITRE III.

Réponse à la première objection.

Ainsi je dirai à ceux qui donnent tout à la pratique, qu'il est vrai-qu'elle est tres-nécessaire en tous les Arts, & particulièrement à la guerre ; où l'on ne devient ordinairement habile que par un long usage & par une suite d'observations faites avec grande application & jugement ; & où ceux qui n'ont que de la Théorie se peuvent trouver empêchez à l'abord & jusqu'à ce qu'ils se soient reconûs, & qu'ils aient appris à distinguer les tems & les lieux où les règles qu'ils ont apprises, peuvent être employées utilement. Mais qu'il est aussi tres-faux de dire que la Théorie leur soit inutile ; puisqu'il n'y a rien de plus certain que cette pratique judicieuse & appliquée, dont je viens de parler, ne contribuë jamais mieux à perfectionner un homme de guerre, que lors-qu'elle est fondée sur une étude solide de préceptes. Et sans m'amuser à rechercher de grans raisonnemens pour appuyer cette pensée, ni à faire un grand dénombrement des fautes considérables où tombent tous les jours ceux qui sont dépourvûs du secours des règles, lors-qu'ils se trouvent dans des rencontres extraordinaires : il suffit de dire que c'est le sentiment du plus grand Roi du monde & du plus habile dans le métier, qui ne voudroit pas que l'on fit perdre le tems à MONSIEUR LE DAUPHIN, en lui enseignant ce qui se peut apprendre de Théorie sur ce sujet, & qui ne voudroit pas se donner la peine de le faire travailler en sa présence & corriger lui-même, en Pere & en bon Maître, les fautes qu'il fait sur les desseins des places irrégulières qu'il lui propose à fortifier, comme la chose la plus importante & la plus difficile de la fortification ; s'il n'étoit bien persuadé que ces connoissances lui seront utiles à l'avenir.

C'est à cet exemple que la plûpart des personnes de qualité travaillent présentement à cette partie des Mathématiques qui sert principalement à la guerre. Et c'est sur ce fondement que les principaux Ministres de sa Majesté se sont soigneusement appliqués à cette étude, pour se mettre en état de connoître par eux-mêmes, ce qu'il y a de bon dans les propositions qui leur

sont faites ; & de bien juger & du babil des Charlatans, qui ont été en si haute réputation par le passé, & du savoir solide des gens de mérite.

Ce que l'on apporte de la suffisance de ceux qui servent présentement le Roi dans les batteries, & particulièrement dans celles des Bombes, ne détruit rien de ce que je dis : car quoi qu'il soit constant qu'ils ayent mis cet Art dans un très haut degré de perfection par la seule force de leur Génie & par leur grande application ; il est aussi très-véritable qu'ils seroient bien plus facilement parvenus à cette haute capacité, s'ils avoient été aidés des connoissances de la Théorie. À le bien prendre, leur savoir se termine à la connoissance des cas particuliers, qu'ils n'ont reconnus qu'à force de les avoir observés ; & qu'ils auroient bien plutôt, plus universellement, & plus assurément découverts dans les règles que cette doctrine leur auroit enseignées.

Je pourrois ajouter, que comme les sujets de ce mérite sont extrêmement rares, & se trouvent peu souvent à cause de la difficulté qu'ils ont d'acquérir cette suffisance par les seules observations de pratique ; l'on en devroit ce me semble estimer les règles de la Théorie d'autant plus, qu'elles facilitent les moyens de parvenir à la perfection & qu'elles peuvent par conséquent servir à former de bons Eleues dans cet Art.

CHAPITRE IV.

Réponse à la seconde objection.

L'On ne peut pas dire à ceux qui proposent les difficultez, que nous avons rapportées ci-devant contre la pratique & qui sont pour la plûpart fondées sur la résistance & l'inégalité de la matière, qu'elles ne soient tout-à-fait raisonnables, & qu'il n'y en ait peut-être une infinité d'autres que nous ne conoissions pas, à qui l'on pourroit imputer la cause de ces effets bigearres & surprenans que nous voyons si souvent arriver dans l'Artillerie : mais l'on peut au moins assûrer que ces obstacles peuvent être suffisamment surmontez par la soïn & par la méditation laborieuse de ceux qui s'appliquent tout-à-fait à ce métier, & qu'ils ne sont pas capables d'empêcher que l'on ne fasse cependant un bon usage de nos préceptes.

Ceux qui servent présentement aux batteries des Bombes, où ils n'agissent que sur les conoissances qu'ils ont acquises par l'expérience, rencontrent toutes les mêmes difficultez & trouvent par tout les mêmes obstacles ; qui cependant ne les empêchent pas de tirer juste : c'est-à-dire qu'ils savent par la pratique le moïen de les connoître & d'y remédier, & d'y appliquer ensuite les règles qu'ils se sont formées par le long usage, par le moïen desquelles ils font porter la bombe où ils veulent. Pourquoi donc, à leur exemple, ne peut-on pas dire que ceux qui se servent des préceptes de cette doctrine, ont le même avantage de pouvoir par la pratique connoître & corriger ces défauts, avant que d'y appliquer les règles de la Théorie.

En un mot on ne peut pas assûrer qu'en tous les Arts, la simple conoissancne des préceptes suffise à leur perfection ; il faut les savoir appliquer au sujet : & c'est dans cette application que l'on vroute toujours la résistance & l'opiniatreté de la matière, qui fait naître mille obstacles & mille empêchemens, que l'on ne connoît & que l'on n'apprent à vaincre que par la pratique & par l'expérience.

Quelle utilité pourroit on par exemple tirer de la Théorie de la Musique, si l'on ne s'accoûtumoit par un long usage à bien entoner les notes, à se former l'oreille à la justesse des consonances, à bien juger du bon & du mauvais

effet qu'elles font dans leur mélange, tant entr'elles que parmi les dissonances que l'on y peut inférer. La science des ordres d'Architecture & la parfaite connoissance de ses préceptes ne peut pas être de grand fraut à un Architecte, s'il ne fait par la pratique quel choix il doit faire des ornemens propres à l'édifice qu'il entreprend ? Quelle est la nature des matériaux qu'il y doit emploïer, & quel mélange il en doit faire pour leur donner de la fermeté ? Quelle est la qualité du terrain sur lequel il veut bâtir, de quelle manière & de quelles mesures il doit faire les fondemens pour les rendre solides ; & mille autres particularitez qui rendent les édifices imparfaits & défectueux quand elles sont ignorées ou négligées.

Ces difficultez néanmoins se peuvent vaincre par le courage & par le travail de ceux qui s'y appliquent serieusement : les superbes Bâtimens anciens & modernes, & les concerts admirables qui nous ravissent tous les jours, nous aprennent que l'on peut devenir excellent Musicien & parfait Architecte. Enfin après ce que nous avons vû par le retour heureux de ceux qui voyageant, pour ainsi dire, jusqu'en l'autre monde, ont eû la rage des vents, de la mer & des ennemis à combattre, celle de la faim & de la soif, mille périls des rochers, des courans, du feu ; & qui ont été obligez de mettre en pratique ce qu'il y a de plus fin dans l'astronomie & dans les mécaniques : nous pourrons assûrer qu'il n'y a rien d'impossible aux soins, au travail & à l'industrie de l'esprit de l'homme.

Il est vrai que c'est dans ces grandes occasions que l'on reconoît le mieux les avantages considérables que l'on tire de la science de la Théorie, qui dresse la pratique & perfectionne l'expérience ; qui toutes ensemble font heureusement prendre le bon parti dans les périls les plus présens & les plus pressans.

C'est aussi pour cet effet que le Roi entretient libéralement sur les ports de mer de son Royaume, des personnes intelligentes qui enseignent aux gens de Marine ce qu'ils doivent savoir de Théorie pour la navigation : & qu'il n'a rien épargné dans l'établissement qu'il a fait de ces Académies Illustres pour servir à l'avancement de ses sujets, je veux dire de celle des Sciences, de celle d'Architecture, & de celles de peinture & de Sculpture tant à Paris qu'en Italie ; étant persuadé que la gloire de faire refleurir les Arts & les Sciences dans ses États, n'étoit pas indigne de ces mêmes soins & de cette laborieuse application qui lui donnent tant de victoires.

CHAPITRE V.

Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

L'Institution de la Compagnie des Bombardiers & les expériences qu'ils font pour le jet des bombes, fera sans doute que dans peu cet Art aura toute la perfection : pourvû qu'ils ne se laissent pas prévenir de pensées de bien-séance, & qu'ils attendent à raisonner sur les proportions de leurs jets, lors-qu'ils auront un bon nombre d'épreuves exactes & fidèles en toutes sortes d'élévation du mortier ; dans lesquelles ils doivent remarquer soigneusement les justes longueurs des portées suivant la différence des angles, ainsi qu'elles se trouvent dans leurs expériences, sans s'amuser à les vouloir corriger par avance sur des faux principes, comme il semble qu'ils ont fait par le passé sur ce qui se voit dans leurs Tables.

Sur tout il feroit bon qu'ils s'accoutumassent à l'usage juste & précis des élévations. Que par une suite d'épreuves ils pussent se faire des règles pour la différence de la poudre, & déterminer si les longueurs des jets faits avec des poudres différentes sur une même élévation sont proportionnelles aux différens points qu'elles font courir sur une même éprouvette. Qu'ils apprissent à bien juger de la différence des mêmes portées suivant la différente quantité de la charge, & suivant la différente manière de la charger avec tampon ou sans tampon, avec la poudre plus ou moins battue, & selon que le mortier est plus ou moins échauffé.

Ces expériences étant bien faites & répétées plusieurs fois, pourroient donner de grandes lumières pour la sûreté de l'application des règles de la Théorie, & produire par ce moïen des effets merveilleux pour l'Art de jeter les Bombes ; dont les difficultés, quoi qu'en assez grand nombre en apparence, ne sont pas néanmoins de grande conséquence. Après tout l'on ne veut pas, comme je pense, exiger d'un Bombardier que ses tirs suivent toujours cette précision Mathématique qui se voit dans les mesures du calcul des Tables, & les faire passer pour défectueux & déréglés lors-qu'ils s'éloignent seulement de quelques piés, ou même d'une toise ou de deux, du

lieu où l'on lui auroit ordonné de faire porter la Bombe : & cela est néanmoins le plus grand détraquement que les difficultés qui naissent de la résistance de la matière, peuvent produire sur l'étendue des tirs d'un mortier, lors-que l'on y a apporté toutes les précautions nécessaires.

Je dirai à ce propos que Moretti Ingénieur de la Republique de Venise dit dans son livre de l'Artillerie, que dans deux épreuves qu'il a faites avec beaucoup de soin du jet d'une Bombe de 100 livres pèsant en raze campagne à l'élévation de 45 dég. ; il a remarqué qu'à la première avec la charge de $5\frac{1}{2}$ livres de poudre, & à la chambre du mortier fermée d'un tampon de bois poussé à force, la Bombe a porté à la longueur de 600 pas Géométriques ; mais qu'à la seconde avec la même charge, la chambre étant fermée seulement d'un étoupillon de filasse, elle n'a porté qu'à la longueur de 480 pas, c'est-à-dire $\frac{1}{5}$ moins que la portée de la première.

L'on pourroit tirer quelques conjectures avantageuses des tables faites sur les observations des Bombardiers du Roi dont nous avons parlé dans la première partie : lesquelles marquent qu'un mortier de douze pouces de diametre chargé de 2 livres de poudre chasse à toute volée, c'est-à-dire à l'élévation de 45 dég. à la longueur de 2160 piés ; à la même longueur chargée de $2\frac{1}{2}$ livres sous l'angle de 36 dég., & à celle de 2700 piés sous l'angle de 45 degrés avec la même charge ; à celle de 2664 piés chargé de 3 livres sous l'angle de 37 degrés, & à celle de 3240 sous l'angle de 45 degrés avec la même charge.

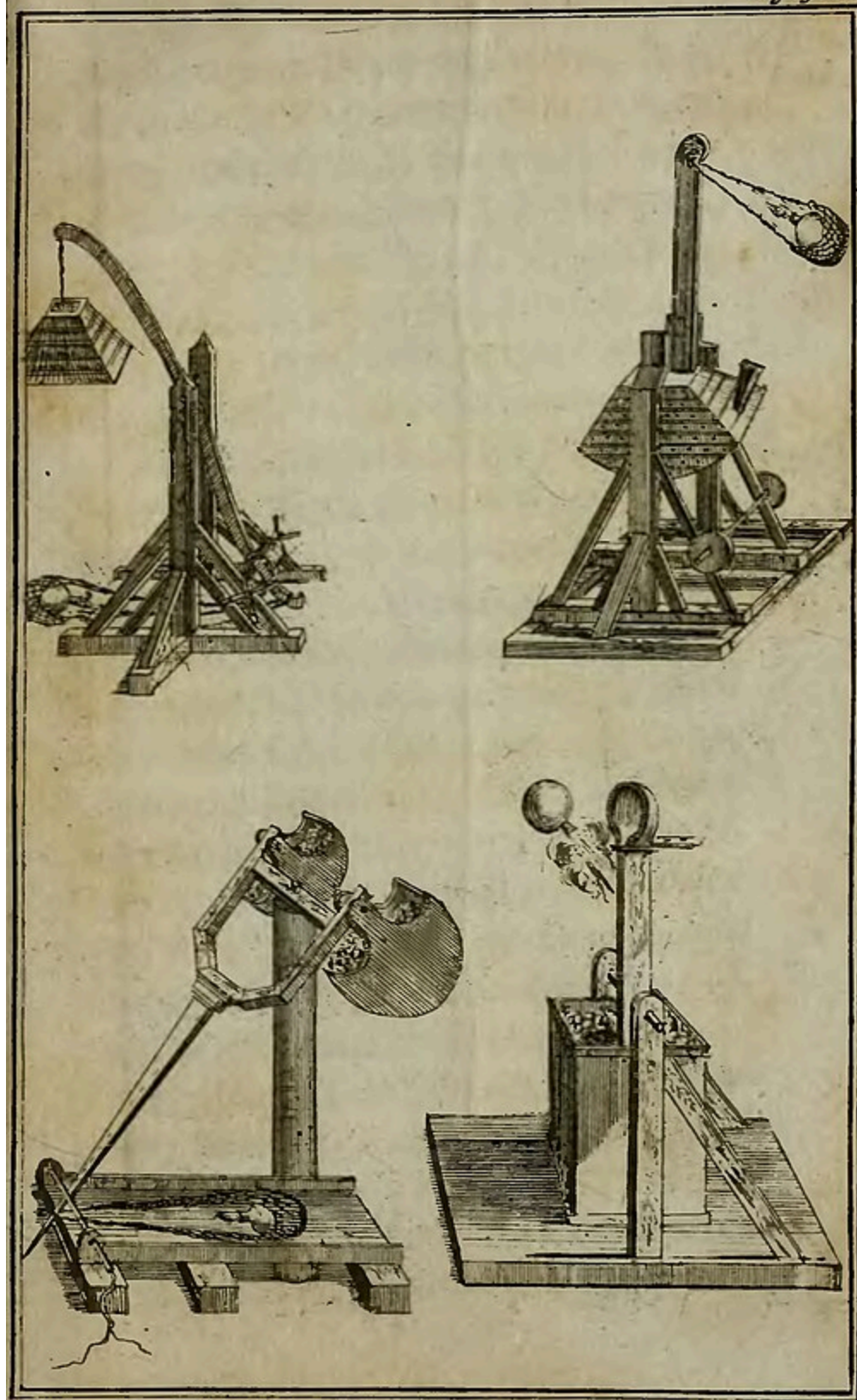
Ainsi un mortier de 8 pouces de diametre chargé de $\frac{1}{2}$ livre de poudre chasse à la longueur de 1870 piés sous l'angle de 45 degrés ; à celle de 1922 chargé de $\frac{3}{4}$ livres sous l'angle de 32 degrés, & à celle de 2790 sous celui de 45 degrés avec la même charge ; à celle de 2870 chargé de 1 livre de poudre sous l'angle de 35 degrés, & enfin à celle de 3690 piés à toute volée avec la même charge.

Mais ces proportions sont suspectes, à cause de la fausse estime qu'ils ont faite par prévention, comme j'ai dit, de bien-féance pour les augmentations de leurs tirs à chaque degré.

CHAPITRE VI.

Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

AU reste les mortiers ne servent pas seulement à jeter des Bombes de toutes sortes de grosseurs, ils font aussi les grands effets avec les pierres, dont on a vu beaucoup d'exemples au siège de Candie ; les Italiens les appellent *Batterie de j Saffi*. L'on jette avec les mortiers des boulets rouges, des pots à feu, des barils ardans, des carcasses qui sont des boîtes, faites de bandes de fer, de la grosseur des Bombes, couvertes de grosse toile goderonnée, & remplies de grenades & de composition à mettre le feu ; il y en a plusieurs descriptions dans le



livre du grand Art de l'Artillerie de Cazimir Siemienowski dont nous avons parlé dans la première Partie.

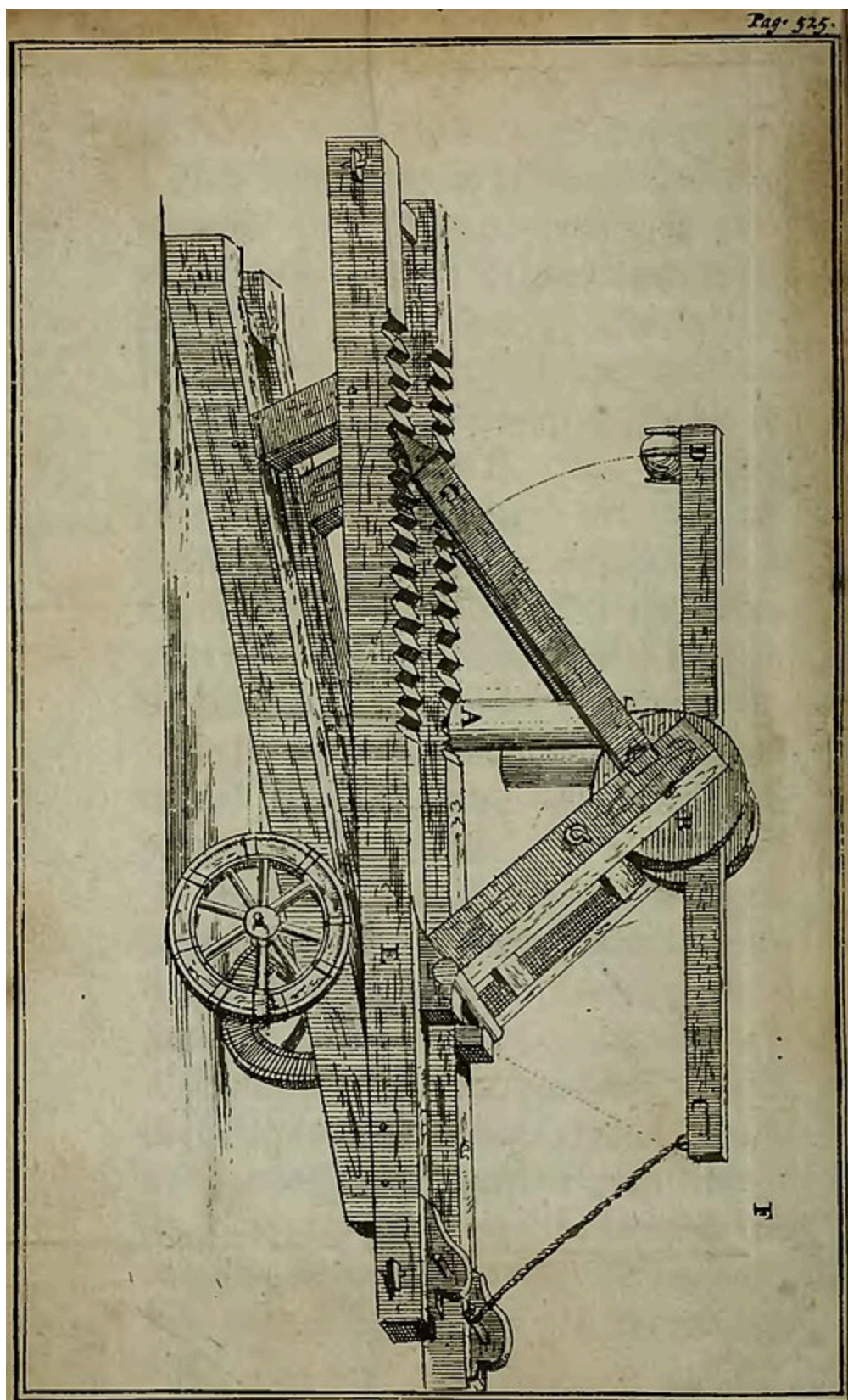
Cét Auteur promet d'enseigner, dans la seconde Partie, diverses inventions de jeter les Bombes sans mortier ; mais cette partie n'a point été imprimée. Il ne laisse pas de dire en passant que les frondes pourroient être fort utiles, au moins pour jeter les Grénades, si lon s'en rendoit l'usage familier. À quoi je puis ajoûter que dans les desseins des Machines antiques, il y a des grandes frondes attachées à des Trébuechez qu'ils appelloient *Fundibala* ; & qui servoient aux anciens à jeter dans les villes assiégées des pierres plus pésantes que nos Bombes ; ce qui me fait dire que l'usage n'en feroit peut-être pas à mépriser. En voici quelque desseins.

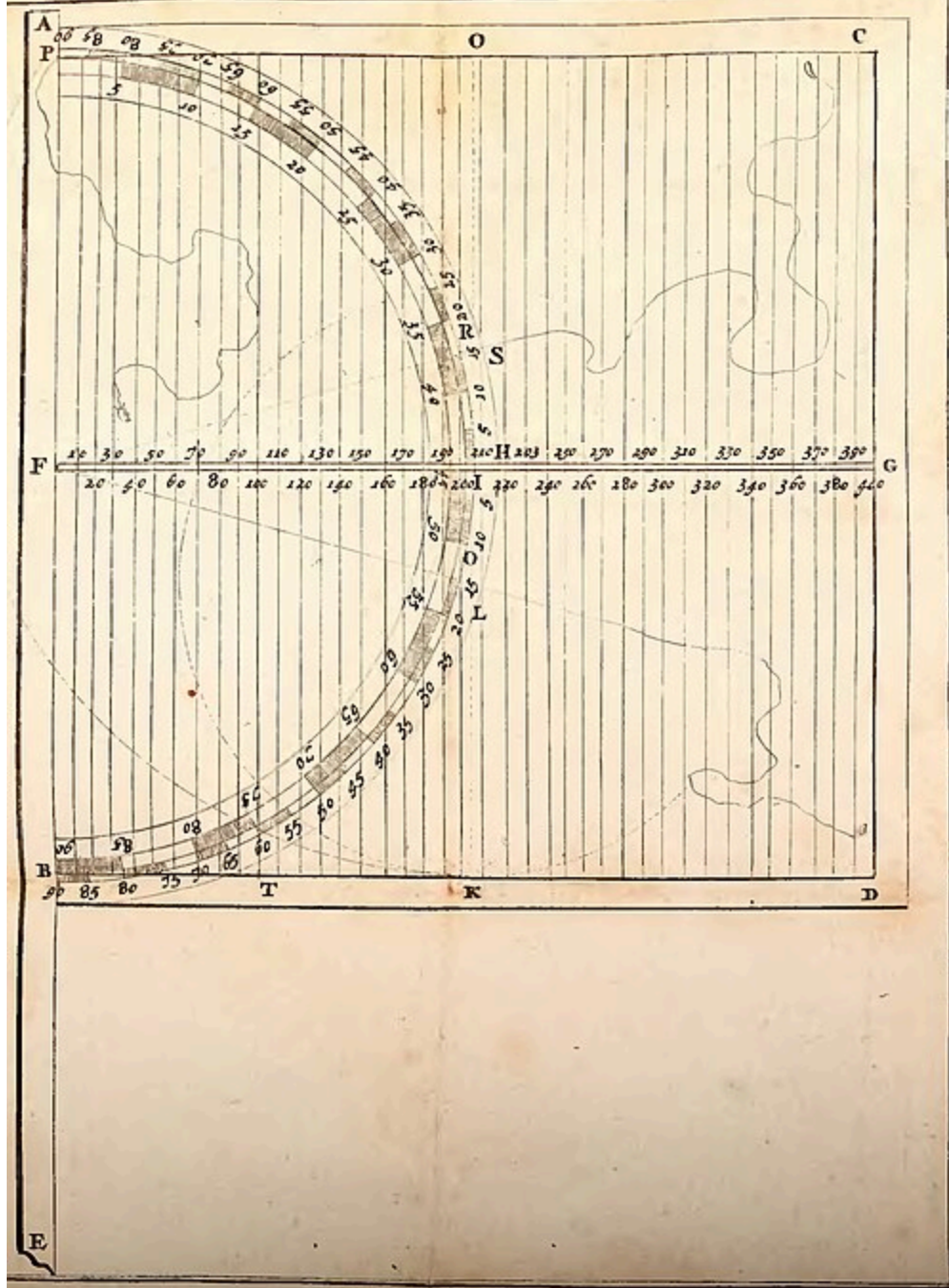
Celle-ci est de l'invention de Monsieur Perrault, dont nous avons parlé ci-devant.

Les deux poids A A font tourner les roües B & la barre C D quand on lâche la corde qui la retient en C. Cette barre, après avoir fait le demi-tour D E, frappe contre la traverse posée en E, & donnant l'impression à la Bombe D, elle la fait partir avec violence suivant la direction de la droite E F qui touche le demi-cercle D E en E. La branche mobile G arrêtée près ou loin du point E sur les dents marquées en E G, donne telle élévation que l'on veut au jet de la Bombe en haussant ou baissant la machine.

Je finis par l'explication d'une manière extraordinaire de jeter des pierres sans mortier.

Les Polonois assistez des troupes auxiliaires de l'Empereur sous la conduite du Comte de Souches, assiégeoient en l'année 1659 la ville de Torn en Prusse tenuë par les Suedois ; dans laquelle ils jettoient tres-souvent des pierres d'une grosseur monstrueuse, des gros quartiers de meules de moulin & des Carreaux de plus de 800 pésant sans se servir de mortiers,





en cette manière. Dans le terrain rassis près de la contr'escarpe ils creusent des trous justement de la grandeur & de la figure de la pierre qu'ils vouloient jetter, dont le fond plat & uni étoit tourné vers la ville avec tel angle d'inclination qu'ils jugeoient par l'estime qu'il falloit donner pour la direction de leur jet ; & dans le milieu du même fond, ils creusent un autre trou plus profond en forme de chambre, & de telle sorte que l'axe de ce

dernier trou passant par le centre de gravité de la pierre se trouvât perpendiculaire à son lit & fut le même que la ligne de sa direction. Ils emplissoient le trou avec de la poudre si la terre étoit assez ferme, ou bien il y faisoient entrer un pétard d'une grandeur proportionnée au poids de la pierre, qui posant sur le plan du madrier du pétard ou du tampon de la chambre, recevoit l'impression entière du feu de la poudre que l'on allumoit par le moïen d'un filet trempé dans l'eau de vie & de la composition d'artifice, & s'élevant en l'air à une tres-grande hauteur, elle alloit retomber dans la ville aux endroits où elle étoit destinée, & où elle écrasoit tout ce qui se rencontroit à sa chute.

F I N.



À propos de cette édition électronique

Ce livre électronique est issu de la bibliothèque numérique [Wikisource](#)^[1]. Cette bibliothèque numérique multilingue, construite par des bénévoles, a pour but de mettre à la disposition du plus grand nombre tout type de documents publiés (roman, poèmes, revues, lettres, etc.)

Nous le faisons gratuitement, en ne rassemblant que des textes du domaine public ou sous licence libre. En ce qui concerne les livres sous licence libre, vous pouvez les utiliser de manière totalement libre, que ce soit pour une réutilisation non commerciale ou commerciale, en respectant les clauses de la licence [Creative Commons BY-SA 3.0](#)^[2] ou, à votre convenance, celles de la licence [GNU FDL](#)^[3].

Wikisource est constamment à la recherche de nouveaux membres. N'hésitez pas à nous rejoindre. Malgré nos soins, une erreur a pu se glisser lors de la transcription du texte à partir du fac-similé. Vous pouvez nous signaler une erreur à [cette adresse](#)^[4].

Les contributeurs suivants ont permis la réalisation de ce livre :

- Susuman77
- Favete linguistis
- Cunegondel
- Danÿa
- Psephos
- Etienne M
- Nalou
- Aristoi
- Tylwyth Eldar
- VIGNERON
- Sicarov
- FocalPoint

-
1. [↑ http://fr.wikisource.org](http://fr.wikisource.org)
 2. [↑ http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr](http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr)
 3. [↑ http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html](http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)
 4. [↑ http://fr.wikisource.org/wiki/Aide:Signaler_une_erreur](http://fr.wikisource.org/wiki/Aide:Signaler_une_erreur)