

Principes mathématiques de la philosophie naturelle

1. [Notice](#)

This book was produced in EPUB format by the Internet Archive.

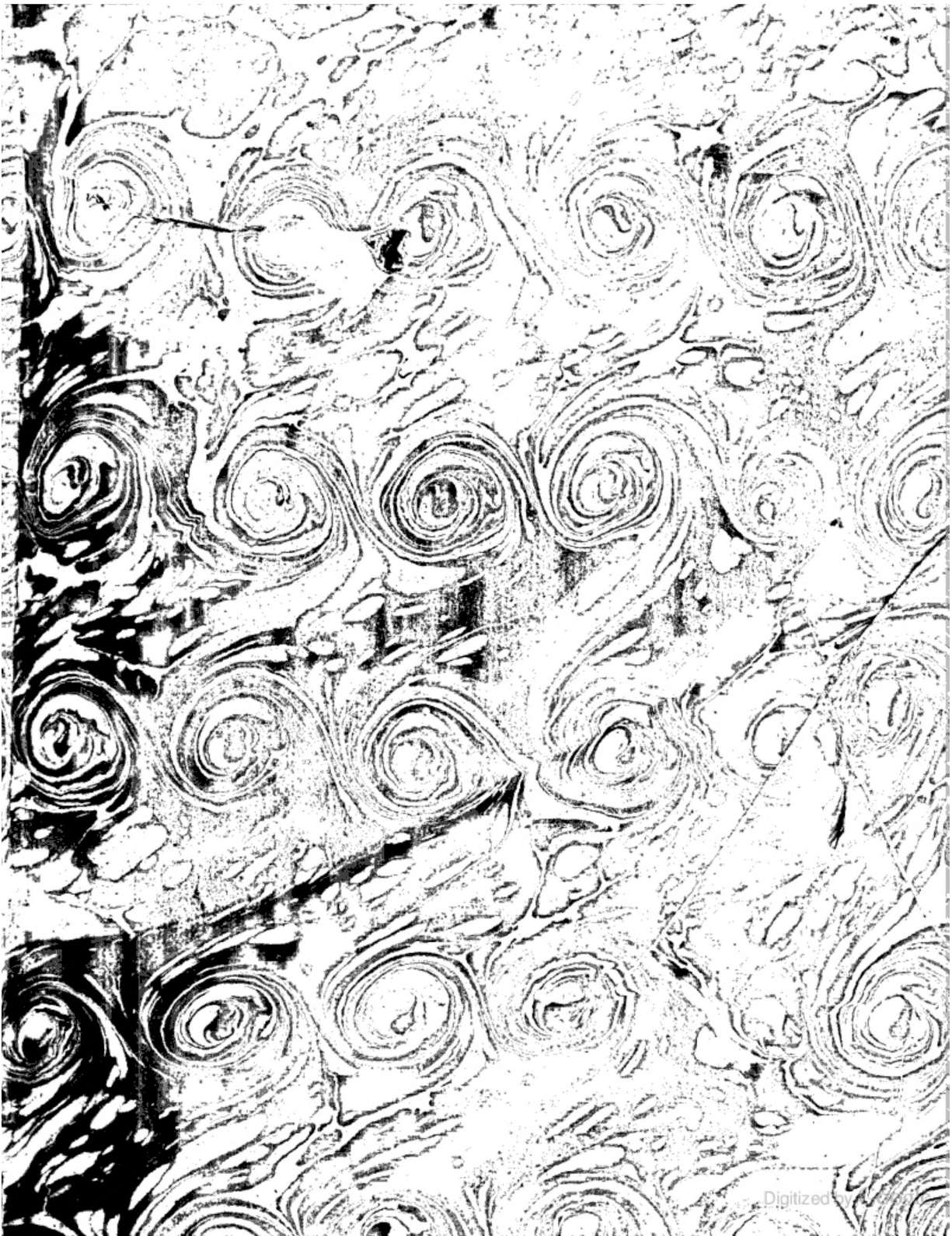
The book pages were scanned and converted to EPUB format automatically. This process relies on optical character recognition, and is somewhat susceptible to errors. The book may not offer the correct reading sequence, and there may be weird characters, non-words, and incorrect guesses at structure. Some page numbers and headers or footers may remain from the scanned page. The process which identifies images might have found stray marks on the page which are not actually images from the book. The hidden page numbering which may be available to your ereader corresponds to the numbered pages in the print edition, but is not an exact match; page numbers will increment at the same rate as the corresponding print edition, but we may have started numbering before the print book's visible page numbers. The Internet Archive is working to improve the scanning process and resulting books, but in the meantime, we hope that this book will be useful to you.

The Internet Archive was founded in 1996 to build an Internet library and to promote universal access to all knowledge. The Archive's purposes include offering permanent access for researchers, historians, scholars, people with disabilities, and the general public to historical collections that exist in digital format. The Internet Archive includes texts, audio, moving images, and software as well as archived web pages, and provides specialized services for information access for the blind and other persons with disabilities.

Created with hocr-to-epub (v.1.0.0)







The text on this page is estimated to be only 5.75% accurate

\ s -s V \ tified by Google

The text on this page is estimated to be only 22.67% accurate

Digitized by Google



The text on this page is estimated to be only 6.25% accurate

uigiize d by Google

The text on this page is estimated to be only 23.50% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES DE LA PHILOSOPHIE
NATURELLE.

The text on this page is estimated to be only 13.65% accurate

-• I « v t. • ». . f Y ' r I. l i .t l Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.66% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES DE LA PHILOSOPHIE
NATURELLE, Par feu Madame la Marquise du Chastellet TOME
SECOND.. A PARIS, Chez Desaint & Saillant, rue S. Jean de Beauvais. | ET
Chez Lambert, rue & à côté de la Comédie Française,) au Parnasse. M.
D, CC, LVI. AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU. ROY
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 1.00% accurate

uigm

The text on this page is estimated to be only 21.48% accurate

DU SYSTEME DU MONDEi i — g . LITRE TROISIÈME. 'A I
donne dans les Livres précédons les principesde la Philo fophie naturelle ,
& je les ai traités plutôt en Mathématicien qu'en Phyficien, car les vérités
mathématiques peuvent fervir de bafe à ■ "f plufieurs recherches
philofophiques, telles que les Tbnc du mouvement Se des forces motrices.
Et afin de rendre les matières plus inrcréflàntcs , j'y ai joint quelques
fchorres dans lefquels j'ai traité de la denfité des corps 6V de leur
réfrflance, dtv vuide , du mouvement du fon &: de celui de la lumière ; qui.
font, à proprement parler, des recherches plus phyfiques. Il me refte à
expliquer par les mêmes principes mathématiques le fyllemc général du
monde. J'avois d'abord traité l'objet de ce troifième Livre par une Méthode
moins mathématique , afin qu'il pût Être à la portée de plus de perfonnes.
Mais de crainte de donner lieu aux chicaner Tome II, A

The text on this page is estimated to be only 25.73% accurate

i PRINCIPES MATHÉMATIQUES, de ceux qui ne voudraient pas quitter leurs anciens préjuges , parce qu'ils ne fentiroient pas la force des conféquences que je tire de mes principes , faute d'avoir aflez médité les Propofitions que j'ai données dans les Livres précédens, j'ai rédigé ce Livre en plufieurs Propofitions , félon la méthode des Mathématiciens , pour ceux qui auront lu les deux premiers Livres , car c'eft pour eux que ce troificme Livre cil deftinéi & comme il y a dans les deux premiers Livres plufieurs Propofitions qui pourraient arrêter longtemps , même les Mathématiciens , je ne prétends pas exiger qu'ils lifent ces deux premiers Livres entiers} il leur fuffira d'avoir lu attentivement tes Définitions , les Loix du Mouvement , 6c les trois premières Scétions du premier Livre , & ils pourront palier enfukeà ce troifième Livre, qui traite du Syftème du Monde, & avoir foin feulement de confulter les autres Propofitions des deux premiers Livres lorqu'ils les trouveront citées & qu'ils en auront befoin. REGLES QU'IL FAUT SUIVRE DANS UEÏUDE de la Physique. REGLE PREMIERE. // ru faut admettre de caufes , que celles qui font nicejfares pour expliqueras Phinoaunes. La nature ne fait rien en vain , 6c ce ferait faire des chofes inutiles que d'opérer par un plus grand nombre de caufes ce qui peut fc faire par un plus petit. REGLE IL Les effets du même genre doivent toujours être attribués , autant qu'il efl pojfible , à la même caufe.. Ainfi la refpiration de l'homme 6c celle des bêtes ; la chute d'une pierre en Europe & en Amérique } la lumière du feu d'ici-bas Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.84% accurate

DE LÀ PHILOSOPHIE NATURELLE. » & celle du Soleil } la réflexion de la lumière sur la terre & dans les Planètes , doivent être attribuées respectivement aux mêmes causes. REGLE 1 I I. Les qualités des corps qui ne sont susceptibles ni d'augmentation ni de diminution , & qui appartiennent à tous les corps sur lesquels on peut faire des expériences , doivent être regardées comme appartenantes à tous les corps en général. On ne peut connaître les qualités des corps que par l'expérience » ce , ainsi on doit regarder comme des qualités générales celles qui se trouvent dans tous les corps , & qui ne peuvent souffrir de diminution , car il est impossible de dépouiller les corps des qualités qu'on ne peut diminuer. On ne peut pas opposer des rêveries aux expériences , si on ne doit point abandonner l'analogie de la nature qui est toujours simple & semblable à elle-même. L'étendue des corps ne se connaît que par les sens , & elle ne se fait pas sentir dans tous les corps : mais comme l'étendue appartient à tous ceux qui tombent sous nos sens , nous affirmons qu'elle appartient à tous les corps en général. Nous éprouvons que plusieurs corps sont durs : or la dureté du tout vient de la dureté des parties , ainsi nous admettons cette qualité non seulement dans les corps dans lesquels nos sens nous la font éprouver , mais nous en inférons , avec raison, que les particules indivisibles de tous les corps doivent être dures. Nous concluons de la même manière , que tous les corps sont impénétrables. Car tous ceux que nous touchons étant impénétrables , nous regardons l'impénétrabilité comme une propriété qui appartient à tous les corps. Tous les corps que nous connaissons étant mobiles , & doués d'une certaine force (que nous appelions force d'inertie) par laquelle ils persévèrent dans le mouvement ou dans le repos , nous concluons que tous les corps en général ont ces propriétés, l'étendue , la dureté , l'impénétrabilité , la mobilité , & l'inertie Aj

The text on this page is estimated to be only 29.23% accurate

4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES >BoU ïï»» ^u 10111 vient donc ^e l'extcnfi°n » de la dureté , de l'impénétra■ ■ bilité , de la mobilité , &: de l'inertie des parties : d'où nous concluons que toutes les petites parties de tous les corps font étendues, dures , impénétrables, mobiles, & douées de la force d'inertie. Et c'est-là le fondement de toute la Phyfique. De plus , nous feavons encore par les phénomènes , que les parties contigues des corps peuvent fc féparer , & les Mathématiques font voir que les parties indivifées les plus petites peuvent être diftinguées l'une de l'autre par l'elprit. On ignore encore fi ces parties diftinétes,& non divifées , pourroient être féparées par les forces de la nature -, mais s'il étoit certain, par une feule expérience, qu'une des parties , qu'on regarde comme indivifibles , eût fouffert quelque divifion en féparant ou brifant un corps dur quelconque : nous conclurons par cette règle, que non feulement les parties divifées font réparables , mais que celles qui font indivifées peuvent fe divifer à l'infini. Enfin , puifqu'il eft conftant par les expériences Se par les obfervations aftronomiques , que tous les corps qui font près de la furface de la terre pèlent fur la terre , félon la quantité de leur matière } que la lune pefe fur la terre à raifon de fit quantité de matière , que notre mer pète à fon tour fur la lune , que toutes les plancttes péfent mutuellement les unes fur les autres , & que les comètes péfent auffi fur le foleil , on peut conclure , fuivant cette troifième règle que tous les corps gravitent mutuellement les uns vers les autres. Et ce rationnement en faveur de la gravité univerfelle des corps , tiré des phénomènes, fera plus fort que celui par lequel on conclut leur impénétrabilité: car nous n'avons aucune expérience ni aucune obfervation qui nous aflure que les corps céleftes font impénétrables. Cependant je n'affirme point que la gravité (bit eûentielle aux corps. Et je n'entends par la force qui réfide dans les corps , que la feule force d'inertie , laquelle eft immuable ; au» lieu que la gravité diminue lorfqu'on s'éloigne de la terre.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.50% accurate

The text on this page is estimated to be only 26.63% accurate

6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES ou sr«rw» Les élongations des fatellites de Jupiter & son diamètre ont été déterminées tres-exactement par le Docteur Pound avec d'excellents micromètres de la manière suivante. La plus grande élongation héliocentrique du quatrième fatellite au centre de Jupiter fut prise avec un micromètre placé dans un tube de 11 j. pieds, & elle fut trouvée de $8^{\circ} 16''$ environ dans la moyenne distance de Jupiter à la terre. Celle du troisième fatellite fut prise avec un télescope de 11 $\frac{1}{2}$ pieds armé d'un micromètre, où elle fut trouvée à la même distance de Jupiter à la terre, de $4^{\circ} 41'$ Les plus grandes élongations des autres fatellites, à la même distance de Jupiter à la terre, sont, par les temps périodiques, de $6^{\circ} 47'''$, & de $1^{\circ} 51' 10''$. Le diamètre de Jupiter fut pris souvent avec un micromètre placé dans un télescope de 11 j. pieds, & ce diamètre étant réduit à la moyenne distance de Jupiter au Soleil ou à la terre, il fut trouvé toujours avoir moins de $40''$, mais jamais moins que il en avait souvent $39''$. Avec des télescopes moins grands ce diamètre est de 40° ou de $41''$. Car la lumière de Jupiter à cause de l'inégale réfrangibilité des rayons, est un peu dilatée, & cette dilatation a une moindre raison au diamètre de Jupiter dans les grands télescopes qui sont faits avec exactitude, que dans ceux qui sont plus petits ou moins parfaits. Dans les observations des passages du premier & du troisième fatellite sur le disque de Jupiter, par lesquelles on déterminait les temps écoulés depuis le commencement de l'entrée sur le disque jusqu'au commencement de la sortie, & depuis l'entrée totale jusqu'à la sortie totale, on employa un télescope de la même longueur. Et le diamètre de Jupiter dans la moyenne distance à la terre fut trouvé, par le passage du premier fatellite, de 37° & par le passage du troisième, de 37° . Mais le temps que l'ombre (du premier fatellite) employa à traverser le disque de Jupiter ayant été observé, il donna le diamètre de Jupiter de 37° Digitized by LaOOQle

The text on this page is estimated to be only 23.74% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7 environ, dans la
moyenne distance de Jupiter à la terre. Prenant donc environ. 57V Pour ce
diamètre, les plus grandes élongations du premier , du fécond , du troisiéme
, & du quatrième fuel« lité mesurées en demi diamètres de Jupiter font de 5
, 96 j. 9, 4*4. 15,141. te respectivement. PHÉNOMÈNE II. Les fatellites de
Saturne décrivent autour de cette P lunette des aires proportionnelles aux
temps ; & leurs temps périodiques , (les étoiles fixes étant supposées en
repos) font en raison inverse de leurs distances au centre de Saturne, Les
observations de Caffini donnent les distances de ces planètes au centre de
Saturne , & leurs temps périodiques, tels qu'ils sont marqués dans la table
suivante. Temps périodiques des fatellites de Saturne. iThi8'i7*. i,i7h4i'iz*.
V uk 15' 11". ij1 iih 41' 14*. 79 ' 7 h 4&' 00". Distances des fatellites au
centre de Saturne en demi diamètres de son anneau. Par les observations.
i*£ x\ 5 { . g. 24. Par les temps périodiques. t,*j. 1,47. 3.4\$. 8. af,jj. Les
observations donnent ordinairement pour la plus grande élongation du
quatrième fatellite au centre de Saturne environ huit demi diamètres. Mais
cette plus grande élongation prise avec un excellent micromètre adapté à un
télescope à'Hughens de ii} pieds, a été trouvée de huit demi diamètres 6c ~.
Par cette observation & par les temps périodiques , les distances des
satellites au centre de Saturne font en demi diamètres de son anneau de 1, i.
1,^9- } , 75- 8, 7. & *c , jj. Le diamètre de Saturne , par le même télescope,
étoit au diamètre de son anneau, comme 3 à 7 , & le diamètre de l'anneau

The text on this page is estimated to be only 27.57% accurate

» V M 0 M » B8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES 'us^temi les
z8 & 19 May de l'année 171?. fut trouvé de 4\$", ce qui donne 41* pour le
diamètre de l'anneau dans la moyenne distancc de Saturne à la terre , & 18"
pour le diamètre de Saturne. Ccft ainfi qu'on les trouve avec les meilleurs &
les plus grands telefcopes , car dans les grands telefeopes , les grandeurs
apparentes des corps céleftes ont une plus grande proportion à la dilatation
de la lumière vers les bords de leurs difques , que dans les petits. Si on ôte
toute la lumière ewatique, le diamètre de Saturne fera à peine de 16".

PHÉNOMÈNE III. Les cinq principales planetus , Mercure, Venus, Mars,
Jupiter & Saturne enferment le Soleil dans leurs orbes. Il cft prouvé par les
phafes de Mercure & de Venus que ces planettes tournent autour du Soleil.
Lorfque tout leur difque eft éclairé elles font au-delà d» Soleil i quand leur
difque eft à moitié obfcurei elles font en quadrature avec le Soleil i & quand
elles paroiffent en croiffant elles font entre le Soleil &c nous i &
quelquefois elles paflent fur fon difque fur lequel elles paroiffent alors
comme des efpecs de taches. On eft certain que Mars enferme le Soleil
dans fon orbe , parce que fon difque cft entièrement éclairé lorfqu'il eft prêt
d'être en conjonction avec le Soleil , & qu'il cft gibbeux dans les-
quadratures. La même chofe cft prouvée pour Saturne & pour Jupiter parce
qu'ils nous paroiffent toujours entièrement éclairés : & la projection des
ombres de leurs fatellites fur leur globe prouve que ces planettes
empruntent leur lumière du Soleil. PHÉNOMÈNE IV. Les temps
périodiques des cinq principales planettes autour du Soleil ,0 celui de la
terre autour du Soleil , ou du Soleil autour de la terre , (enfuppofant les
étoiles fixes en repos) font en raifon ftfquiplie de leur moyenne diftance au
Soleil. Tout le monde fçait que cette Proportion a été découverte par

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.71% accurate

. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, par Kepler. Les temps périodiques & les dimensions des orbites font les mêmes, soit que le Soleil tourne autour de la terre soit que la terre tourne autour du Soleil. Tous les Astronomes conviennent de la raison dans laquelle font les temps périodiques. Mais pour les grandeurs des orbites, Kepler & Bouillant font ceux qui les ont déterminées avec le plus de soin d'après les observations : 6c les distances moyennes, qui répondent aux temps périodiques, ne diffèrent pas sensiblement des distances qu'ils ont trouvées, & elles font pour la plupart moyennes entre ce que donnent leurs observations & comme on le peut voir dans la table suivante. Temps périodiques de la terre & des planètes autour du Soleil par rapport aux fixes, en Jours & en parties décimales de jour.

Planète	Temps périodiques (Jours)	Distance moyenne (Selon Kepler)	Distance moyenne (Selon Bouillant)
Venus	224.7	71400	71398
Mercury	87.97	38585	38585
Jupiter	11.86	51350	51350
Saturn	29.46	95100	95100

Il n'y a point de disputes sur les distances de Venus & de Mercure au Soleil, car elles sont déterminées par leurs elongations au Soleil. Et les éclipses des satellites de Jupiter ôtent toute espèce de doute sur les distances au Soleil des planètes supérieures. Car par ces éclipses on détermine la position de l'ombre que Jupiter projette, & par-là on a la longitude héliocentrique de Jupiter. Et ces longitudes comparées entre elles déterminent la distance de Jupiter. Tome II

TIOMIBMI. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.25% accurate

§ PRINCIPES MATHÉMATIQUES ; phénomène v. Si l'on prend la terre pour centre des révolutions des planètes principales, les aires qu'elles décrivent ne feront point proportionnelles aux temps ; mais si on regarde le Soleil comme le centre de leurs mouvements, on trouvera alors leurs aires proportionnelles aux temps. Dans la première de ces suppositions on trouverait que les planètes avancent quelquefois, que quelquefois elles (ont) Actionnaires, & que d'autres fois elles font rétrogrades : mais dans la seconde elles avancent toujours, & cela d'un mouvement à peu près uniforme, qui est cependant un peu plus prompt dans leurs périhélies, & plus lent dans leurs aphélies, en sorte que les aires sont toujours égales en temps égaux. Cette Proposition est très-connue des Agronomes, & elle est démontrée surtout avec une grande évidence pour la planète de Jupiter par les éclipses de ses (satellites, lesquelles, comme nous avons déjà dit, déterminent les longitudes héliocentriques de cette planète & ses distances au Soleil. PHÉNOMÈNE VI. La Lune décrit autour de la terre des aires proportionnelles aux temps. Cela se prouve par le mouvement angulaire de la Lune, & par son diamètre apparent. Les mouvements de la Lune (ont) à la vérité un peu troublés par la force du Soleil, mais je néglige dans ces Phénomènes ces petites erreurs insensibles. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.65% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1 1 PROPOSITIONS.

PROPOSITION I. THÉORÈME I. Les forces par le/quelles Us fatellites dt Jupiter font retirés perpétuellement du mouvement rcHiligne & retenus dans leurs orbites , tendent au centre de Jupiter & font en raifon réciproque des quarrés dt leurs dijlances à ce centre. La première partie de cette Propofition eft prouvée par le Phénomène i. &c par la féconde & la troifième Propofition du premier Livre : & la dernière l'cft par le premier Phénomène , & par le Cor. 6. de la Prop. 4. du même Livre. Il en eft de même des fatellites de Saturne par le Phénomène 1. PROPOSITION II. THÉORÈME II. Les forces par le/quelles les planettes principales font perpétuellement retirées du mouvement recliligne , & retenues dans leurs orbites , tendent au Soleil , & font réciproquement comme h quarré dt, leurs dijlances à fon centre. La première partie de cette Propofition fc prouve par le Phénomène s-& par la féconde Propofition du Livre 1. l'autre partie fe prouve par le Phénomène 4.. 8c la Prop. 4. du même Livre. Cette féconde partie de la Propofition fc démontreroit encore trèsrigoureufement par la fixité des aphélies. Car pour peu que les planettes s'écartaflent de cette loi le mouvement des apfides feroic remarquable à chaque révolution , (par le Cor. 1. de la Prop. 45. Liv. 1.) & deviendrait très-confidérable au bout de plufieurs révolutions. PROPOSITION III. THÉORÈME III. La force qui retient la Lune dans fon orbite > tend vers la terre , (r

The text on this page is estimated to be only 30.00% accurate

==5 11 PRINCIPES MATHÉMATIQUES o"d«. *fi tn ra*J°n
réciproque du quant de la dijanct des IUux de la, — ~~ Lune au centre de
la terre. La première partie de cette Propofition fe prouve par le Phénomène
6. &c par les Propofitions 1. 6c j. du premier Livre, & la dernière par le
mouvement très-lent de l'apogée lunaire. Car ce mouvement, qui à chaque
révolution n'eft que de trois degrés Ce de trois minutes en conféquence ,
peut être négligé. Or il eft clair (par le Cor. i. de la Prop. 45. Liv. 1.) que fi
on prend le rapport de D à 1. pour exprimer celui delà diftance de la Lune
du centre de la terre au demi diamètre de la terre ; la force qui produit ce
mouvement , fera réciproquement comme D 1 c'eft-à dire, en une raifon un
peu plus grande que la raifon doublée inverfc de la diftance, mais qui
approche plus de y^9 parties de la doublée que de la triplée; ôc comme la
différence de cette force à celle qui feroit exactement en raifon inverfc du
quarré , vient de l'action du Soleil , (comme je l'expliquerai dans la fuite)
on peut la négliger ici. L'action du Soleil en tant qu'il détourne la Lune de la
terre , eft à peu près comme la diftance de la Lune à la terre ; donc (par ce
qui a été dit dans le Cor. 1. de la Prop. 45. du Liv. 1.) elle eft à la force
centripète de la Lune comme 2. à 3 57 , 45 à peu près , ou comme 1 à 178
Et en négligeant cette petite action du Soleil , la force reftante par laquelle
la Lune eft retenue dans fon orbite , fera réciproquement comme D 1 , ce
qui paroîtra clairement en comparant cette force avec la force de la gravité ,
comme dans la Propofition fuivante. Cor. Si la force centripète médiocre
par laquelle la Lune eft retenue dans fon orbite eft premièrement augmentée
dans la raifon de 177 H , à 178 g , & enfuite en raifon doublée du demi
diamètre de la terre à la moyenne diftance du centre de la Lune au centre de
la terre : on aura la force centripète de la Lune près de la furface de la terre ,
en fuppofant que cette force , eo Digitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i, descendant vers la surface de la terre, augmente continuellement en raison doublée inverse de la hauteur. PROPOSITION IV. THÉORÈME IV. La Lune gravite vers la terre, & par la force de la gravité elle est continuellement retirée du mouvement rectiligne & retenue dans son orbite. La moyenne distance de la Lune à la terre dans les syzygies est; suivant Ptolomée & plusieurs Astronomes, de $\frac{1}{2}$ diamètres de la terre, Vendelinus & Hughens la font de 60 > Copernic de 60 $\frac{1}{2}$ Street de 60 \ & Ticho de 60?. Mais Ticho & tous ceux qui suivent ses tables de réfraction, supposent que les réfractions du Soleil & de la Lune sont plus grandes que celles des étoiles fixes, de 4 ou 5 minutes environ, (ce qui est entièrement contraire & ce qu'on connoît de la lumière) & par-là ils ont augmenté la parallaxe de la Lune d'autant de minutes, c'est-à-dire, presque de la douzième ou de la quinzième partie de toute sa parallaxe. En corrigeant cette erreur, on trouvera cette distance déterminée par Ticho de 60 \ demi diamètres de la terre environ, c'est-à-dire, telle à peu près que les autres Astronomes l'avoient trouvée. Prenons $\frac{1}{2}$ To demi diamètres de la terre pour la distance moyenne dans les syzygies -, & supposons que la révolution de la Lune autour de la terre, par rapport aux étoiles fixes, s'achève en 27 jours 7 heures 43 minutes, comme les Astronomes l'ont déterminé: enfin prenons 149600 pieds de Paris pour la circonférence de la terre, suivant les mesures prises en France: on aura 15! pieds de Paris pour l'espace que la Lune parcoureroit en une minute, si elle étoit privée de tout autre mouvement & qu'elle descendit vers la terre par la seule force qui la retient (selon le Cor. de la Prop. j.) dans son orbite: ce qui est aisé à tirer, par le calcul, soit de la Prop. 6. du Liv. 1. ou (ce qui revient au même) du Cor. 9. de la quatrième Proposition du même Livre. Car le sinus versé de l'arc que la

The text on this page is estimated to be only 28.20% accurate

■ _ i4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »« svsiuit Lune parcoun
en une minute , dans fon mouvement moyen , >g MOM,>' - à la diftance de
60 demi diamètres de la terre , cft de 1 j pieds de Paris environ , ou plus
exactement de 1 j pieds un pouce & 1 j lignes. Or , comme cette force doit
augmenter ea approchant de la terre en raifon doublée inverfe de la diftance
, Si que par conféquent elle doit être 60 x 60 fois plus grande à la furface de
la terre qu'à la diftance où cft la Lune -y un corps qui tomberoit avec cette
force , devroit parcourir ici-bas dans pne minute 60 x 60 x 1 5 ît pieds de
Paris , & dans une fcon~ de i(n pieds de Paris , ou plus exactement 1 5
pieds 1 pouce & j | lignes. Et c'eft en effet l'efpace que les corps décrivent
dans une féconde en tombant vers la terre. Car la longueur du pendule qui
bat les fécondes dans la hititnde de Paris , eft de } pieds de Paris & 8 lignes
Si demie, félon que M. Hughtns l'a déterminer & la hauteur qu'un corps
grave parcourt en tombant pendant une féconde , cft à la demi longueur de
ce pendule en raifon doublée de la circonférence du cercle à fon diamètre (
comme Af. Hughtns l'a auffi déterminé) c'eft-à-dire, que cette hauteur eft de
1 j pieds de Paris 1 pouce Se 1 f lignes. Donc la force par laquelle la Lune
cft retenue dans fon orbite , feroit égale à la force de la gravité ici-bas, fi la
Lune étoit près de la furface de la terre, donc (félon les Règles 1 & 2.) c'eft
cette même force que nousappelions gravité. Car fi cette force étoit autre
que la gravité , les corps en s'approchant de la terre par ces deux forces
réunies defeendroient deux fois plus vîte, & ils parcoureroient en tombant
pendant une féconde un efpace de jo \ pieds de Paris : ce qui cft entièrement
contraire à l'expérience. Ce calcul eft fondé fur l'hypotcfè que la terre eft en
repos , car fi la terre Si la Lune fc meuvent autour du Soleil , Si qu'elles
tournent en même temps autour de leur commun centre de gravité : la
diftance rcfpécitive des centres de la Lune & de la terre fera de 60 x demi
diamètres de la terre environ , la loi de la gravité demeurant la même ; c'eft
ce qu'on verra clairement fi on en veut faire le calcul r lequel ne demande
que la Prop. 60. du Livre 1Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.47% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 15 S C H O L I E. On peut rendre la démonstration de cette Propoûtion plus fenfible, par le raifonnement fuivant. Si plufieurs Lunes faifoient leurs révolutions autour de la terre , ainfi que dans le fyftême de Jupiter ou de Saturne, leurs temps périodiques, par l'induction, fuivroient la loi découverte par Kepler, 6c par contèquent leurs forces centripètes (Prop. 1. de ce Livre) feroient réciproquement comme les quarrés de leurs diftances au centre de la terre. Et fi celle de ces Lunes qui feroit la plus proche de la terre étoit petite , & qu'elle touchât prefque le fommet des plus hautes montagnes : la force centripète, par laquelle cette Lune feroit retenue dans fon orbite , feroit, fuivant le calcul précédent , à peu près égale à celle des corps graves placés fur le fommet de ces montagnes. Enforte que fi cette même petite Lune étoit privée de tout le mouvement par lequel elle avance dans fon orbe,, 6c qu'elle n'eût plus par confequent de force centrifuge , elle dcfcendroic vers la terre avec la même vîteffe que les corps graves placés au fommet de ces montagnes tombent vers la terre , 6c cela à caufe de l'égalité qui feroit entre la gravité 6c la force qui agiroit alors fur cette petite Lune. Or fi la force par laquelle cette petite Lune defeend étoit autre que la gravité, & que cependant elle pefât fur la terre comme les corps graves placés au fommet de ces montagnes, cette petite Lune devoit par ces deux forces réunies defeendre deux fois plus vite. Donc, puifque ces deux forces, c'eA- à-dire, celles des corps graves 6c celles de ces petites Lunes, font dirigées vers le centre de la terre , 6c qu'elles font égales 6c fembla-, blcs cmr*elles, ces forces font les mêmes 6c par confequent elles doivent avoir (Règles t cV ».) une même caufe. Donc la force, qui retient la Lune dans fon orbite, eft celle-là même que nous appelions gravité : puifque fans cda cette petite Lune n'auroit point de gravité au fommet de cette montagne, ou bien elle tom- . beroit deux fois plus vite que les graves.

!* PRINCIPES MATHÉMATIQUES • oSrstiMi , , pu MoKtii

PROPOSITION V. THEOREME V. Les fatellitcs de Jupiter gravitent vers Jupiter , ceux de Saturne vers Saturne , & Us planettes principales vers U Soleil, & c'cft par la force de leur gravité que ces corps rivilvans font retirés à tout moment de la lient droite & qu'ils font retenus dans des orbites curvilignes. Car les révolutions des fatellitcs de Jupiter autour de Jupiter, celles des fatellitcs de Saturne autour de Saturne , 6c celles de Mercure , de Venus 6c des autres planettes principales autour du Soleil , font des Phénomènes du même genre que celui de la révolution de la Lune autour de la terre ; 6c par confëquent , par la féconde Règle , ils doivent dépendre de caufes du même genre : furtout puifqu'il eft démontré, que les forces dont dépen• dent ces révolutions tendent au centre de Jupiter , de Saturne & du Soleil , & qu'en s'éloignant de Jupiter , de Saturne 6c du Soleil , ces forces décroiffent dans la même railbn , dans laquelle la force de la gravité décroît en s'éloignant de la terre. Cor. i. Toutes les planettes font donc pelantes. Car perfonne ne doute que Venus, Mercure 6c toutes les autres planettes ne (oient des corps du même genre que Jupiter 6c Saturne. Et comme toute attraction eft mutuelle par la troifième loi du mouvement , Jupiter doit graviter vers tous fes fatellites , Saturne vers tous les liens , la terre vers la Lune , & le Soleil vers toutes les planettes principales. Cor. x. La gravité vers chaque ptanette eft réciproquement comme le quarré de la diftanec à fon centre. Cor. 3. Par les Cor. i. & 1. toutes les planettes gravitent les unes vers les autres , ainfi Jupiter & Saturne en s'attirant mutuellement , troublent fenfiblement leurs mouvemens vers leur conjonction , le Soleil trouble ceux de la Lune , 6c le Soleil & la Lune ceux de notre mer, comme je l'expliquerai dans la fuite SCHOUÉ. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.63% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. , 7 S C H O L I E. Nous avons appelé jusqu'ici la force qui retient les corps célestes dans leur orbite force centripète. On a prouvé que cette force est la même que la gravité , ainsi dans la suite nous l'appellerons gravité. Car la cause de cette force centripète , qui retient la Lune dans son orbite , doit s'étendre à toutes les planètes par les Règles 1. 1 & 4. • PROPOSITION VI. THÉORÈME VI. Tous les corps gravitent vers chaque planète & sur la même planète quelconque leurs poids , à égale distance du centre , sont proportionnels à la quantité de matière que chacun d'eux contient. Tous les corps descendent vers la terre dans des temps égaux (en faisant abstraction de l'inégale retardation causée par la petite résistance de l'air) c'est ce que plusieurs Philosophes avoient déjà observé , & ce qu'on peut connaître avec précision par l'égalité des temps dans lesquels se font les oscillations des pendules. J'en ai fait l'expérience avec des pendules d'or , d'argent , de plomb, de verre, de fable , de fer commun , de bois, d'eau, éc de froment. Pour y réussir , je fis faire deux boîtes de bois rondes & égales , j'en remplis une de bois , & je mis un poids égal d'or dans l'autre , en le plaçant au-dessus exactement que je le pus dans le point qui répondait au centre d'oscillation de la première boîte. Ces boîtes étoient suspendues à deux fils égaux de 1 1 pieds chacun , ainsi j'avois par-là deux pendules entièrement pareils quant au poids , à la figure , & à la résistance de l'air. Ces pendules , dont les poids étoient placés à côté l'un de l'autre firent des oscillations qui se suivirent pendant un très-long-temps. Donc, la quantité de matière de l'or , étoit à la quantité de matière du bois (par les Cor. 1. & 6. de la Prop. 14. du Liv. 1.) comme l'action de la foccenaotrice sur tout l'or à cette même action sur tout le Tome, II. C

The text on this page is estimated to be only 28.18% accurate

gggit PRINCIPES MATHÉMATIQUES »Y İ.T" bo,s, C'est-Hire»
comme le poids au poids. Il en fut de même ■ ■ dans les autres pendules.
Dans ces expériences une différence d'un millièbre dans la matière des
corps de même poids étoit aifée à appercevoir. Il n'y a donc aucun doute que
la nature de la gravité ne foit la même dans les planètes & fur la terre. Car
fuppofé que quelque corps. te rrcltre fut élevé^ jufqu'à l'orbe de la lune, &
que la lune & ce corps , étant privés de tout mouvement , fuflent
abandonnés à leur gravité, &: tombaient enfemble vers la terre ; il eft
certain , par ce qu'on a déjà dit , que ce corps & la lune parcoureroient des
efpaces égaux en temps égaux , 6c que par conféquent (on poids feroit à
celui de la lune en même raifon que leurs quantités de matière. De plus y
comme les fatellites de Jupiter font leurs révolutions autour de cette planète
dans des temps qui font en raifon fcCquiplée de leurs diftances à Ton centre
, leurs gravités accélératrices vers Jupiter feront réciproquement comme le
quarré de leurs diftances à fon centre ; & par conféquent , à égales diftances
de Jupiter , elles feront égales. Ainfi ils parcoureroient des efpaces égaux en
temps égaux en tombant vers Jupiter de hauteurs égales > comme il arrive
aux graves fur notre terre. Et par le même raifonnement les planètes qui
tournent autour du Soleil, étant abandonnées à la force qui les porte vers cet
aftre , parcoureroient en defeendant vers lui des efpaces égaux en temps
égaux s'ils tomboient de hauteurs égales. Or les forces qui accélèrent
également des corps inégaux font comme ces corps -, c'eft-à-dire , que les
poids des corps fur les planètes font comme la quantité de matière qu'ils
contiennent. De plus , les poids de Jupiter & de fe£ fatellites fur le Soleil
font proportionnels à leur quantité de matière , c'eft ce qui eft prouvé (Cor.
\$. Prop. 65. Liv. 1.) par le mouvement très-régulier des fatellites de Jupiter
; car fi l'un de ces fatellites étoit plus attiré que les autres vers le Soleil ,
parce qu'il contient plus de Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.43% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. „ matière , le mouvement des fatellites (Cor. 1. Prop. 65. Liv. 1.) feroit dérangé par cette inégale attraftion. Si , à diftance égale du Soleil , un de ces fatellites étoit plus pefant fur le Soleil à raifon de fa quantité de matière que Jupiter à raifon de la fienne, dans une raifon quelconque donnée , comme , par exemple , dans la raifon de d à t , la diftance entre le centre du Soleil & le centre de l'orbe de ce fatellite feroit toujours plus grande que la diftance entre le centre du Soleil & le centre de Jupiter à peu près en raifon foudoublée , comme je l'ai trouvé en faifant le calcul. Et fi le fatellite étoit moins pefant vers le Soleil dans cette raifon de d à t , la diftance du centre de l'orbe du fatellite au centre du Soleil feroit moindre que la diftance du centre de Jupiter au centre du Soleil dans cette même raifon fonfdoublée. Donc , fi $d > t$ à diftances égales du Soleil , la gravité accélératrice d'un fatellite quelconque vers le Soleil étoit plus grande ou plus petite que la gravité accélératrice de Jupiter vers le Soleil , feulement de la millièame partie de fa gravité totale ; la diftance du centre de l'orbe du fatellite au Soleil feroit plus ou moins grande que la diftance de Jupiter au Soleil de $\sim s$ partie de la diftance totale , c'eft-à-dire , de la cinquième partie de la diftance du fatellite le plus éloigné du centre de Jupiter , ce qui readroit cet orbe trcs-fcnfiblcmnt excentrique. Mais les orbes des fatellites font concentriques à Jupiter , ainfi les gravités accélératrices de Jupiter & de fes fateUites vers le Soleil font égales entr'eUes. Par le même raifonnement , les poids de Saturne & de fes fatellites fur le Soleil font, à des diftances égales du Soleil, comme la quantité de matière que chacun d'eux contient : & la lune & la terre ou ne pèlent point fur le Soleil , ou bien y péfenc dans la proportion éxaéte de leurs mafles : or par les Cor. 1. & j. de la Prop. j. on voit qu'ils y doivent péfer. Ainfi les poids de chacune des parties d'une planète quelconque fur une autre planète font entr'eux comme la quantité de matière^{ue} chacune de ces parties contient. Car fi quelquesC ij

S=B 10 PRINCIPES MATHÉMATIQUES •« J**"! 0DCS ^C

CeS Partics gfav»o»ent plus fie d'autres moins que félon ' leur quantité de matière : la planette totale graviteroit dans une raifon plus ou moins graude que celle de fa quantité de matière , fuivant la nature des partics dont elle contiendrait une plus grande quantité -, 6c il n'importe que ces partics fuflent extérieures ou intérieures à la planette. Qu'on fuppose, par exemple, que les corps d'ici-bas foient élevés jufqu'à l'orbe de la Lune, & qu'on les compare avec le corps de la Lune : fi leurs poids étoient aux poids des parties externes de la Lune comme les quantités de matière , & qu'ils fuflent aux poids de les parties internes dans une plus grande ou une moindre raifon , ces mêmes corps feroient au poids de la Lune entière dans une plus grande ou une moindre raifon : ce qui feroit contraire à ce qu'on vient de prouver. Cor. i . Ainfi , les poids des corps ne dépendent point de leur forme 6c de leur texture. Car fi ces poids varioient avec la forme, ils (croient tantôt plus grands, & tantôt moindres, félon les différentes formes, quoique la quantité de matière fut la même: ce qui eft entièrement contraire à l'expérience. Cor. x. Tous les corps qui font autour de la terre péfent fur la terre , 6c leurs poids , lorfqu'ils font également éloignés de Ton centre , (ont comme la quantité de matière que chacun d'eux contient. Ce II ce que les expériences ont fait voir dans tous les corps fur lefquels on a pu en faire. Ainfi , par la troifième régie, on doit affirmer la même chofe de tous les corps en général. Si l'Ether ou quelqu'autre corps étoit entièrement privé de gravité , ou qu'il gravitât dans une moindre raifon que celle de fa quantité de matière : comme cette efpece de corps ne feroit différente des autres , fuivant Ariftote , Defcartes 6c d'autres , que par la forme de fes partics, il pourrait arriver, que ces corps , en changeant peu à peu de forme , fc changeroient dans l'efpece des corps qui gravitent en raifon de leur quantité de matière; 6c au contraire les corps graves pourraient perdre par la fuite des temps leur gravité en prenant la même forme que les premic* Aioû

The text on this page is estimated to be only 28.19% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. xi les poids dépendraient des formes. Se pourroient varier avec elles, contre ce qui a été prouvé dans le Cor. précédent. Cor. j. Tous les corps ne sont pas également pleins. Car s'ils étoient, toute matière feroit également dense, ainsi la gravité spécifique du fluide qui remplirait la région de l'air, ne céderoit point à la gravité spécifique du vif argent, de l'or, ou de quelque autre corps, quelque dense qu'il fut; ainsi l'or ni aucun autre corps quelconque ne pourroit descendre dans l'air. Car les corps ne descendent dans les fluides que parce qu'ils sont spécifiquement plus pesants. Or si la quantité de matière peut diminuer par la raréfaction jusqu'à un certain point dans un espace donné, pour* quoi ne pourra-t-elle pas diminuer à l'infini) Cor. 4. Si les parties solides de tous les corps (ont de la même densité, & qu'elles ne puissent se raréfier (sans pores, il y a du vuide. Je dis que les parties ont la même densité lorsque leurs forces d'inertie sont comme leur grandeur. Cor. j. La force de la gravité est d'un autre genre que la force magnétique. Car l'attraction magnétique n'est point comme la quantité de matière attirée. Certains corps sont plus attirés par l'aiman, d'autres moins: & plusieurs ne le sont point du tout. La force magnétique d'un même corps peut être augmentée ou diminuée, elle est quelquefois beaucoup plus grande par rapport à la quantité de matière que la force de la gravité, elle ne décroît point en s'éloignant de l'aiman en raison doublée de la distance, mais presque en raison triplée, autant que je l'ai pu déterminer par des expériences assez grossières. PROPOSITION VII. THÉORÈME VII La gravité appartient à tous les corps, & elle est proportionnelle à la quantité de matière que chaque corps contient. On a prouvé ci-dessus que toutes les planètes gravitent mutuellement les unes vers les autres: que la gravité vers une planète quelconque, considérée à part, est réciproquement comme

The text on this page is estimated to be only 26.62% accurate

as, PRINCIPES MATHÉMATIQUES »u srtTiMt le quarré de la distance au centre de cette planète : & que par Mo>"1- conféquent (Prop. 69. Liv. 1. & les Cor.) la gravité dans toutes les pknettes est proportionnelle à leur quantité de matière. Mais comme toutes les parties d'une planète quelconque A , pefent sur une autre planète quelconque S , que la gravité d'une partie quelconque est à la gravité du tout , comme la matière de la partie est à la matière totale , & que , par la troisieme loi du mouvement , l'action & la réaction sont toujours égales i la planète B gravitera à son tour vers toutes les parties de la planète A , & se grave vers une partie quelconque fera à la gravité vers toute la planète , comme la matière de cette partie à la matière totale. C. Q. F. X>. Cor. 1 . La gravité vers toute une planète , est donc composée de la gravité vers toutes les parties. Nous en avons des exemples dans les attractions magnétiques & électriques. Car l'attraction vers le tout est composée des attractions vers chacune des parties. On verra qu'il en est de même dans la gravité , en supposant que plusieurs petites planètes s'unifient en un globe , & forment une grosse planète. Car on conçoit aisément par là que la force totale doit naître de la force des parties composantes. Si quelqu'un objecte que selon cette loi tous les corps d'ici bas devraient graviter les uns vers les autres, 6c que cependant cette gravité mutuelle n'est pas sensible : je répondrai , que cette gravité mutuelle des corps étant à leur* gravité vers la terre , comme la masse (Je fdis ces corps à la masse de la terre , elle n'est pas à beaucoup près assez forte pour pouvoir être aperçue. Cor. 2. La gravité vers chaque particule égale d'un corps, est réciproquement comme le carré des distances des lieux de ces particules. Ce qui est clair par le Cor. 3. de la Prop. 74. du premier Livre. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.38% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ij PROPOSITION VIII.

THÉORÈME VIII. Si la matière de deux globes qui gravitent l'un vers l'autre est homogène à égales distances de leurs centres : U poids de l'un d*tes globes vers Vautre fera réciproquement connu U quarré de la distance qui est entre leurs centres. Après avoir trouvé que la gravité d'une planète entière est composée de celles de toutes ses parties \ soit que la force de chaque partie est réciproquement proportionnelle aux quarrés des distances : j'ai voulu savoir si cette proportion réciproque doublée croit suivie exactement pour la force totale composée de toutes les forces partiales, ou si elle ne l'étoit qu'à peu près. Car on pourroit croire que cette proportion , qui est assez exactement suivie à de grandes distances , devroit souffrir beaucoup d'altération près de la superficie des planètes , à cause de l'inégalité des distances des parties soit de leurs différentes positions. Les Prop. 75. soit 76. du premier Livre soit leurs Corollaires m'ont fait voir que cette proportion étoit encore exactement observée dans le cas dont il s'agit. Cor. 1. Par-là on peut trouver les poids des corps sur diverses planètes soit les comparer entr'eux. Car les poids des corps égaux qui font leurs révolutions dans des cercles autour des planètes font , par le Cor. 1. de la Prop. 4. du Liv. 1 . comme les diamètres de ces cercles directement , soit le quarré des temps périodiques inversement ; soit leurs poids , à la surface de ces planètes , ou à quelque'autres distances quelconques de leur centre , font , par cette présente Proposition , plus grands ou moindres dans la raison doublée inverse des distances. Ainu , le temps périodique de Venus autour du Soleil étant de 124 jours soit 16 heures $\frac{1}{2}$, celui du satellite le plus éloigné de Jupiter autour de cette planète de 16 jours soit 16 heures—, le temps périodique du satellite d'Hugbans autour de Saturne de ij jours 12 heures $\frac{7}{8}$, soit celui de la Lune autour de la terre de 17 jours 7 heures 43 minutes ,

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.69% accurate

14 PRINCIPES MATHÉMATIQUES j'ay trouvé, en employant ces temps périodiques, & de plus la *' distanc médiocre de Venus au Soleil , la plus grande élongation héliocentrique du fatellite de Jupiter le plus éloigné de cette planète au centre de Jupiter qui est 8' 16", celle du fatellite d'Hughens au centre de Saturne qui est de \$ ' 4" & celle de la Lune au centre de la terre qui est de 10' 33*, qu'à égale distanc , les poids des corps égaux vers les centres du Soleil , de Jupiter , de Saturne & de la terre , sont comme 1 —j , y— , & it»*i* re^" pedivement > à des distancs inégales ces poids varient en raifon renverfée du quarré des distancs : par exemple , les poids des corps égaux sur le Soleil, Jupiter , Saturne & la terre aux distancs îooeo, 997,791 & 109 de leurs centres , c'est-à-dire , à leurs superficies , seront comme 10000, 943 , 519 & 435 respectivement. On dira dans la suite ce que les corps présentent à la surface de la Lune. Cor. 1. On connoitra UtuB la quantité' de matière que contient chaque planète. m Car les quantités de matière dans les planètes sont comme leurs forces attractives à égales distancs de leurs centres , c'est-à-dire , que les quantités de matière du Soleil , de Jupiter > de Saturne, & de la terre sont comme 1 , & ttViii respectivement. Si on trouve la parallaxe du Soleil plus grande ou plus petite que 10" jo1" , il faudra augmenter ou diminuer la quantité de matière de la terre en raifon triplée. Cor. 3. On connoitra aussi les densités des planètes. Car les poids des corps égaux & homogènes aux surfaces des (phères homogènes étant comme leurs diamètres , par la Prop. 71. du Liv. 1 . les densités des sphères hétérogènes sont comme ces poids divisés par leurs diamètres. Or on a trouvé que les vrais diamètres du Soleil, de Jupiter, de Saturne, & de la terre, sont l'un à l'autre comme 10000 , 997 > 79 > & »°9, & que les poids sur ces planètes étoient comme 10000 , 943 , 519 & 435 respectivement. Donc leurs densités sont comme 100, 9+i *7 » & 400. La

The text on this page is estimated to be only 27.63% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. t\$ La densité de la terre que ce calcul donne ne dépend point «le la parallaxe du Soleil , mais elle est déterminée par la parallaxe de la Lune , ainsi elle l'est exactement. Le Soleil est donc un peu plus dense que Jupiter , Jupiter l'est plus que Saturne, & la terre l'est quatre fois plus que le Soleil; ce qu'il faut attribuer à la grande chaleur du Soleil, laquelle raréfie (à matière. La Lune est plus dense que la terre comme on le verra dans la suite. Cor. 4. Les planètes sont [donc d'autant plus denses , qu'elles sont plus petites, toutes choses égales. Ainsi la force de la gravité à leur surface , approche plus de l'égalité. Les planètes qui sont «plus près du Soleil sont aussi plus denses, toutes choses égales , ainsi Jupiter l'est plus que Saturne , & la terre plus que Jupiter. Les planètes devoient donc être placées à différentes distances du Soleil , afin que chacune , à raison de sa densité , fut plus ou moins échauffée par le Soleil. Si la terre étoit placée à l'orbe de Saturne , notre eau feroit perpétuellement gelée , & si la terre étoit dans l'orbe de Mercure, toute l'eau s'évaporerait dans l'instant. Car la lumière du Soleil , à laquelle la chaleur est proportionnelle, est sept fois plus dense dans Mercure que sur la terre : & j'ai éprouvé par le Thermomètre que lorsque la chaleur étoit sept fois plus forte que celle du Soleil dans notre Été, elle faisoit bouillir l'eau dans l'instant. Il n'est pas douteux que la matière de Mercure ne soit proportionnée à la chaleur qu'il éprouve , & que par conséquent elle ne soit plus] dense que celle de la terre; car plus la matière est dense, plus il faut de chaleur pour produire les mêmes effets. PROPOSITION IX. THÉORÈME IX. La gravité dans l'intérieur des planètes , décroît à peu près en raison des distances au centre. Si la matière de la planète étoit d'une densité uniforme, cette Proposition feroit vraie exactement , par la Prop. 7\$. du Liv. 1. Tome II. D

The text on this page is estimated to be only 29.56% accurate

t6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES bu sv stbmK Ainfî la loi de la pefantcûr ne peut s'écarter de la proportion pP momu. ^ diftanecs que par l'inégalité de la denfité. PROPOSITION X. THÉORÈME X. Les mouvement des planuus peuvent fe conferver tris- longtemps dans Us ejpaces céleJUs. Dans le fcholie de la Prop. 4c. du Liv. ;.ona fait voir qu'un globe d'eau gelée mû librement dans notre air , perdrait par la réfiftance de l'air -^n partie de fon mouvement en parcourant Ton demi diamètre. La même proportion doit avoir lieu à peu près, dans des globes beaucoup plus grands, & qui (è mouveroient avec beaucoup plus de vîtefle que ceux dont on a parlé alors. Mais le globe de la terre eft plus denfe que s'il étoit entièrement formé d'eau , ce que je prouve ainfi. Si le globe de la terre étoit d'eau , il y auroit des corps qui ayant moins de gravité fpécifique furnâgeroient & reviendroient d'eux mêmes à la fupercific. Et par cette raifon un globe compofé de terre qui feroit entièrement entouré d'eau , furndgeroit en quelque lieu s'il étoit plus léger que l'eau 6c cette eau s'amafleroit vers le côté oppofé. 11 en eft de même de notre terre qui eft en grande partic entourée par la mer. Si elle n'étoit pas plus denfe que l'eau , elle furnâgeroit , 6c félon le degré de fa légèreté fpécifique elle fortiroit en partie de l'eau qui fe raraaûcroit toute dans les régions oppofées. Par le même raifonnement on doit conclure, que les taches du Soleil font plus légères que la matière du Soleil fur laquelle elles nagent. Et dans la formation d'une plancttc quelconque qu'on fuppofe avoir été originairement fluide, la matière la plus pefante doit avoir été au centre. Ainfi comme la terre eft ordinairement à fa furface environ deux fois plus pefante que l'eau, & qu'en fouillant plus avant, elle eft trois, quatre, 6c même cinq fois plus denfe : il eft vraifcmblable qu'il y a enviDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.54% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17
ron cinq ou fix fois plus de matière dans le globe de la terre TL 1 Y * * que s'il n'étoit formé que d'eau ; furtout puifqu'on vient de faire voir que la terre cft environ quatre fois plus denfe que Jupiter. Si donc la matière de Jupiter eft un peu plus denfe que l'eau , ij eft clair que dans l'efpace de trente jours , dans lcfquels il parcourt la longueur de 459 de fes demi diamètres, il ne perdroit que la dixième partie environ de fon mouvement dans un milieu qui feroit de la même denfité que notre air. Or comme la réfiftance des milieux diminue avec leurs poids & leur denfité} que l'eau, par exemple, qui cft 13 } fois environ moins denfe que le vif-argent, réfifte 13 f fois moins que ce fluide i & que l'air qui cft 860 fois plus léger que l'eau réfifte B60 fois moins : dans les cieux , où le poids du milieu dans lequel les plancttes fe meuvent diminue à l'infini, la réfiftance y doit être prefque nulle. On a fait voir dans le Scholie de la Prop. ix. Liv. 1. que fi on montoit à la hauteur de deux cens milles au-deflus de la furface de la terre , la denfité de l'air à cette diftance, feroit à celle de l'air qui nous environne , comme 30 à o , 0000000000003958, ou comme 75000000000000 à 1 environ. Ainfi laplanctte de Jupiter , en faifant fa révolution dans un milieu de cette denfité , ne perdroitpas en 1 000000 ans la t-nrJ.-oT partie de fon mouvement par la réfiftance du milieu. Nous ne connoiûons que l'air , les exhalaisons fie les vapeurs , qui réfutent près de la furface de la terre puifque lorfqu'on les a ôté avec foin du récipient d'une machine pneumatique les corps y tombent librement, 6c fans éprouver aucune réfiftance fenfible ; enforte que l'or même 6c une plume très-légere étant jettes cnfcmbble tombent avec une vîteffe égale & arrivent en même temps au fond de la machine en tombant de la hauteur de 4, 6 ou 8 pieds. Il eft donc clair que les planettes pourront fe mouvoir très-longtemps (ans éprouver de réfiftance fenfible dans les cfpaces céleftes vuides d'air 6c d'exhalaisons. Dij Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.29% accurate

il PRINCIPES MATHÉMATIQUES HYPOTHESE PREMIERE.

Le centre du Jyfieme du monde eft en repos. C'eft ce donc on convient généralement , les uns feulement prétendent que la terre eft ce centre , cV d'autres que c'eft le iblcil. Voyons ce qui réfulte de cette hypothèfc.

PROPOSITION XI. THÉORÈME XL Le centre commun de gravité du Sokil , de la terre , & de toutes ies> planettes , ejl en repos. Car ce centre, par le Cor. 4. des Loix , ou fera en repos> ou fcra mû uniformément en ligne droite. Mais fi ce centre avançait toujours, le centre du monde ne feroit donc pas en repos» ce qui eft contre l'hypothcfèv

PROPOSITION XII. THEOREME XII. Le Soleil efi toujours en mouvement, mais il s'éloigne tris-peu du centre commun de gravité de toutes les planettes. Car puifque, par le Cor. 1. de ta Prop. 8. la matière dû Soleif eft à la matière dc^Jupiter comme 1067 à 1, & que la diftanec de Jupiter au Soleil eft au demi diamètre du Soleil dans une raifon un peu plus grande ; le commun centre de gravité du Soleil & de Jupiter tombera dans un point qui fera un peu au-deflus de la furface du Soleil. Par le même raifonnement, la matière du Soleil étant à la matière de Saturne comme 30x1 à 1, & la diftanec de Saturne au Soleil étant au demi diamètre du Soleil dans une raifon un peu moindre : le commun centre de gravité de Saturne & du Soleil tombera dans un point qui fera un peu au-defibus de la furface du Soleil. Et en fuivant le même calcul on trouvera que fi la terre & toutes les planettes étoient placées d'un même côté du Soleil , le commun centre de gravité de tous ces aftres s'cloignejoit à peine du centre du Soleil d'un demi diamètre de cet aftre. Comme dans les autres cas la diftanec entre le centre du- Solcii Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.71% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1* & le commun centre de gravité est encore moindre , & que ce commun centre de gravité est toujours en repos. Il arrive que le Soleil , félon la différente position des planètes , se meut successivement de tous les côtés , mais il ne s'écarte jamais que très-peu du centre commun de gravité. Cor. Le commun centre de gravité du Soleil , de la terre , & de toutes les planètes , doit donc être regardé comme le centre du monde. Car la terre, les planètes & le Soleil s'attirant mutuellement, ils sont toujours en mouvement par la force de leur gravité en vertu des loix du mouvement : ainsi leurs centres mobiles ne peuvent être pris pour le centre du monde , qui doit être en repos. Si le corps vers lequel la gravité entraîne plus fortement tous les autres devoit être placé dans ce centre , (comme c'est l'opinion vulgaire) ce privilège appartiendrait au Soleil \ mais comme le Soleil se meut , il faut choisir pour le centre commun un point immobile duquel le centre du Soleil s'éloigne très-peu , & duquel il s'éloigneroit encore moins , si le Soleil étoit plus grand & plus dense , car alors il feroit même moins fortement. PROPOSITION XIII. THÉORÈME XIII. Les planètes se meuvent dans des ellipses qui ont un de leurs foyers dans le centre du Soleil , & les aires décrites autour de ce centre sont proportionnelles au temps. Nous avons démontré précédemment ces mouvemens d'après les Phénomènes. Les principes des mouvemens une fois connus , donnent les mouvemens célestes à priori. Ayant donc trouvé que les poids des planètes sur le Soleil sont réciproquement comme le carré de leurs distances à son centre > il est évident , par les Prop. i , Se i », & par le Cor. i. de la Prop. 13. du 1. Livre , que si le Soleil étoit en repos , & que les planètes n'agissent point mutuellement les unes sur les autres, tous leurs orbites seroient des ellipses qui auraient le Soleil dans leur foyer commun , & elles décriraient autour de ce foyer des aires proportionnelles au temps. Or les

The text on this page is estimated to be only 24.62% accurate

I = 5° PRINCIPES MATHÉMATIQUES « actions mutuelles des planètes les unes % les autres font fi foibles qu'elles peuvent être négligées ,&», par la Prop. «tf. du Liv. i. elles troublent moins la description de leurs eUipfcs autour du Soleil lorsqu'on fuppofe cet aftrc mobile , que fi on le faifoit immobile. Cependant l'action de Jupiter fur Saturne ne doit pas être abfolument négligée : car la gravité vers Jupiter eft à la gravité vers le Soleil (à diftances égales) comme i à 1067 } donc , dans la conjonction de Jupiter & de Saturne, la diftance de Saturne à Jupiter étant à fa diftance au Soleil à peu près comme + à ? , la gravité de Saturne vers Jupiter fera à fa gravité vers le Soleil comme 81 à 16 x 1067 ou comme i à 2409. Et delà vient que l'orbe de Saturne eft dérangé fi fenfiblement dans chaque conjonction avec Jupiter , que les Aftronomes s'en apperçoivent. L'excentricité de cette planète eft tantôt augmentée & tantôt diminuée félon fa fituation dans fes conjonctions ; fon aphélie avance quelquefois & quelquefois recule , U fon mouvement moyen eft tour à tour accéléré & retardé. Cependant tout le dérangement que l'attraction de Jupiter caufe dans le mouvement de Saturne autour du Soleil , excepté dans le mouvement moyen, peut prefque s'éviter en fuppofant le foyer inférieur de fon orbite placé dans le centre commun de gravité de Jupiter & du Soleil (par la Prop. ^7. du Liv. 1.) alors lorsque ce dérangement eft le plus grand , il paffe à peine deux minutes. Et le plus grand dérangement dans le mouvement moyen furpaffe à peine deux minutes par an. Dans la conjonction de Jupiter & de Saturne les gravités accélératrices du Soleil vers Saturne , de Jupiter vers Saturne & de Jupiter vers le Soleil font à peu près comme ig , 81 & %6 x 81 x joli . ~ r 1 j — z ou iS6609: ainfi la différence des gravités du Soleil & de Jupiter vers Saturne eft à la gravité de Jupiter vers le Soleil comme 6S à 15*609, ou comme i à 2409. La plus

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.09% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. j i grande force de Saturne pour troubler les mouvemens de Jupiter est proportionnelle à cette différence , aussi le dérangement de l'orbe de Jupiter est-il beaucoup moindre que celui de l'orbe de Saturne. Les dérangemens qu'éprouvent les orbes des autres planettes par leurs actions mutuelles sont beaucoup moins considérables si on en excepte l'orbe de la terre que la Lune dérange sensiblement. Le commun centre de gravité de la terre & de la Lune décrit autour du Soleil une ellipse dont cet astre est le foyer , & dont les aires décrites par ce centre sont proportionnelles au temps : la terre fait sa révolution autour de ce centre commun dans un mois. PROPOSITION XIV. THÉORÈME XIV. V Aphélie & Les nœuds des orbites sont en repos. Les aphélies sont en repos par la Prop. u. du Liv. t. & par la première du même livre les plans des orbites sont aussi immobiles, & par conséquent les nœuds. Il faut avouer cependant que les actions des planettes & des comètes les unes sur les autres , peuvent causer quelques inégalités tant dans les aphélies que dans les nœuds, mais ce sont des inégalités assez petites pour qu'il soit permis de les négliger. Cor. i. Les étoiles fixes sont aussi en repos» car elles conservent les mêmes positions par rapport aux nœuds & aux aphélies. Cor. i. Donc puisqu'il le mouvement annuel de la terre ne leur cause point de parallaxe sensible , leurs forces attractives ne produisent point d'effets sensibles dans la région de notre système à cause de la distance immense de ces corps. Peut-être les étoiles fixes , qui sont également dispersées dans toutes les parties du ciel, détruisent-elles leurs forces mutuelles par leurs attractions contraires, selon la Prop. 7 c. du Liv. i.

The text on this page is estimated to be only 28.69% accurate

,i PRINCIPES MATHÉMATIQUES »v mÔjâc s c h o l j e.

Comme l'a&ion mutuelle des planettes qui font le plus près du Soleil , telles que Venus , Mercure , la terre &c Mars font prefque infenfibles à caufe de la petiteffice de ces planâtes : leurs nœuds &c leurs aphélies font en repos , à l'altération près que peut y apporter l'a&ion de Saturne , de Jupiter &c des autres corps placés audeffus d'elles. En ayant égard à cette altération, on trouve, par la théorie de la gravité , que leurs aphélies fe meuvent un peu en conféquence par rapport aux fixes , &c cela dans la proportion fefquiplée des diftances de ces planettes au Soleil. Enforte que G l'aphélie de Mars fait $jj^{\circ} 10''$ en cent ans , en conféquence par rapport aux fixes : les aphélies de la terre , de Venus > &c de Mercure feront dans le même efpace de cent ans $17^{\circ} 40''$, $10^{\circ} 5' 5''$ &c $4^{\circ} 16''$ refpe&ivement. Mais on ne fait pas attention dans cette Propofition à ces mouvemens qui font prefque infenfibles.

PROPOSITION XV. PROBLÊME I. Trouver Us diamètres principaux des orbts. Il faut les prendre en raifon fefquiplée des temps périodiques, par la Prop. 15 du Liv. $\therefore$ Enfuite, par la Prop. 60 du Liv. 1. il faut augmenter le diamètre de chacun des orbes dans la raifon qu'il y a entre la maffe de la planete ajoutée à celle du Soleil , &c la première des deux moyennes proportionnelles entre cette fomme &c le Soleil. PROPOSITION XVI.

PROBLEME II. Trouver Us excentricités & Us aphélies des orbes. Ce Problème fe réfout par la Prop. 18 du Liv. 1. PROPOSITION Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.91% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ,5 PROPOSITION XVII.
THÉORÈME XV. Les mouvemens diurnes des planètes sont uniformes , & la libration de la Lune vient de son mouvement diurne. Cela est clair par la première loi du mouvement & par le Cor. ai. de la Prop. 66. Liv. z. Jupiter par rapport aux fixes fait sa révolution diurne en 9 b. 56', Mars en 14 h. 3 j', Venus en ij h. environ , la terre en x j H. 56' & le Soleil en 12 jours fait la Lune en 17 jours 7K 43'; c'est ce que les Phénomènes prouvent. Les taches du Soleil restant sur son disque dans la même situation au bout de 17 j. i par rapport à la terre j il faut que le Soleil fasse sa révolution par rapport aux fixes en x 5 j. f environ. Et comme le jour de la Lune par sa révolution uniforme autour de son axe est d'un mois, sa même face doit regarder toujours la terre à la différence près qui est produite par l'excentricité de son orbite. C'est-là la libration de la Lune en longitude : quant à sa libration en latitude, elle dépend de la latitude de la Lune, & de l'inclinaison de son axe au plan de l'ecliptique. Mercator a amplement expliqué la théorie de cette libration de la Lune d'après mes lettres dans son Astronomie publiée au commencement de l'année 1696. Le satellite le plus éloigné de Saturne paroît tourner autour de son axe d'un mouvement semblable , & présenter toujours le même côté à Saturne ; car toutes les fois qu'il approche de la partie orientale de l'orbe de cette planète , on le voit à peine, & souvent il disparaît entièrement : ce qui peut venir de ce qu'il présente alors à la terre une partie de son disque dans laquelle il ne trouve des taches , comme Caffini l'a remarqué. Le satellite le plus éloigné de Jupiter paroît tourner aussi de même autour de son axe , car il a, dans la partie de son disque opposée à Jupiter, une tache que l'on voit comme si elle étoit dans le disque même de Jupiter , toutes les fois que ce satellite passe entre Jupiter & nos yeux. Tome II E

The text on this page is estimated to be only 18.12% accurate

— H PRINCIPES MATHÉMATIQUES pu Systems » v m o m
p £« PROPOSITION XVIII. THÉORÈME XVI. Les axes des plantttts font plus petits que les rayons de leurs ignateurs* Si les plancttes n'avoient point le mouvement journalier de rotation autour de leur axe , elles deve-oiem être fphériques à caufe de l'égle gravité dç leurs parties* Le mouvement de rotation fait que les parties qui s'éloignent de l'axe font effort pour monter vers l'équateur. Et par conféquenc , fi la matière dont elles font compoiees étoit fluide , fon élévation vers l'équateur augmenteroit le diamètre de ce cekek, & foa abbaiffement vers les Pôles diminueroit l'axe. Àufli les obfervations agronomiques nous ap* prennent-elles que dans Jupiter le diamètre qui va d'un pôle à l'autre eft plus court que celui qui va de l'Orient à l'Occident. Par le même raifonnemenc , on verra que fi, notre terre n'étoit pas un peu plus haute à l'équateur qu'aux pôles, les mers s'effaifanr vers les pôles , & s'élèveroient vers l'équateur inonderoient toutes ces régions. '
PROPOSITION XIX. PROBLEME III, Trouver la proportion des axes d'une planète, Norvoody notre compatriote , vers.l'année i6j y. trouva en mefut rant un efpacement de s>oc7y , pieds anglois entre Londres & Yorck, Se en obfervant la différence des latitudes de ces deux villes qui eft de id 18', que le degré avoit 567 196 pieds anglois , c'eft-à-dire . 57 j 00 toifes de Paris. Picart en mefurant un arc de id ai* 5j« dans le méridien entre Amhns & Malvoijînt, trou** que le degré avoit 5 7 060 toifes. de Paris, Caffini le pere mefura dans le méridien la diftance entre la: ville de CoÛioure en RoufliUan & l'obfervatoirc de Paris x & fon fils ajouta à cette mefure celle de» la diftance entre l'obfervatoirc de Paris, & la tour de Dunktrquei la diftance totale étoit de t. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.57% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. is 4\$6if6{ toifes, ôc la différence des latitudes des villes de CWlioun & àclhmkrque de 8d 3 1' 1 1 \>" , ce qui donne l'arc d'un degré de \$7061 toifes de Paris, De ces meures on conclud la circonférence de la terre de 1 a\$ 14*600 pieds de Paris , & Ton demi diamètre de 1961 \$800 pieds , en iuppofant que la terre fbit sphérique. . On a vu ci-defûis que dans la latitude de Paris les Corps graves en tombant parcourent iy pieds 1 pouces & 1 f lignes ou 217\$ £ lignes en une féconde. Mais le poids des corps diminue par le poids de l'air qui les environne > fupposons que cette diminution foitla -y»— * partie du poids total , le corps en tombant dans le vuide parcourcroit 2 1 74 lignes en une féconde. Un corps qui circulerait dans un cercle à la diftanc de 15615S00 pieds du centre, & quiferoit fa (évolution uniformément en a} h s6' 4" fidérales, décriroit un arc de 1433, 4tf pieds en une féconde, le fihus verfc de cet arc eft de o, 0523*5\$ pieds ou de 7 , \$4064 lignes. Ainfi la force avec laquelle les graves descendent à la latitude de Paris , eft à la force centrifuge des corps fous l'équateur cauféc par le mouvement de rotation de la terre, comme 2174 à 7 , \$4064. La force centrifuge des corps (bus l'équateur , eft à la force ' centrifuge par laquelle les corps tendent à s'éloigner perpendiculairement de la terre à la latitude de Paris qui eft de 48 d jo' 10" en raifow doublée du rayon au finus du complément de cette latitude, c'eft-a-dire , comme 7, 54064 à 3» 267. En ajoutant cette force i la Force qui fait defeendre les graves à. la latitude de Paris , la chute des graves produite i cette latitude par la force totale de la gravité fera dans une féconde de 1177, 167 lignes ou 1 j pieds 1 pouce , 5 , 167 lignes de Paris. Et la force totale de la gravité dans cette latitude fera à la force centrifuge det corps fous l'équateur comme a 177, 2*7 à 7 , 54064 ou comme 189 à 1. Si préfentement A ? B Q repréfente la terre non fupposéc sphérique comme auparavant , mais formée par la révolution

The text on this page is estimated to be only 27.45% accurate

-- ?<f PRINCIPES MATHÉMATIQUES »o° ĩ"m t^nne ^P**
 autour de son petit axe PQ , & que ACQfca foît * un canal plein d'eau
 depuis le pôle Q q jufqu'au centre Ce , 6c depuis ce centre jufqu'à l'équateur
 A a : le poids de l'eau dans la branche AC ea du canal , doit être au poids de
 l'eau dans l'autre branche QCcq comme 189 à 188 à caufe que la force
 centrifuge qui vient du mouvement circulaire fbutient 6c ôte du poids de
 l'eau une partie fur 189 6c que par confequent les 188parties d'eau qui font
 dans la branche A Ce a, foutiennent les 189 de l'autre. En fuivant la méthode
 du Cor. 1. de la Prop. 91. du 1. Livre , je trouve que fi la terre étoit
 compofée d'une matière homogène , qu'elle rut privée de tout mouvement ,
 6c que son axe P Q rut à son diamètre A B comme 100 à 101 : la gravité au
 lieu (£ de la terre forait à la gravité dans le même lieu Q d'une fphère
 décrite du centre C 6c du rayon PC ou QCt comme ntf à nj. Par le même
 raifonnement, on trouvera que la gravité dans 1er' lieu A d'un fphéroïde
 décrit par la révolution de rellipfc A PB Q autour de son axe A B , eft à la
 gravité au même lieu A dans une fphère décrite du centre C Se du rayon
 AC, comme 115 à né?» De plus la gravite au lieu A de la terre eft moyenne
 proportionnelle entre les gravités dans ce fphéroïde 6c dans cette fphère : à
 caufe que la fphère , en diminuant le diamètre P Q dans la raifon de 101 à
 ico , fe changerait dans la figure dç la terre ; Se que cette figure en
 diminuant dans la même raifon le diamètre: perpendiculaire aux deux
 diamètres A B , P Q , Ce changerait dans le fphéroïde décrit par la
 révolution de l'cllipfc AB PQ autour de A B j 6c dans l'un 6c l'autre cas , la
 gravité en A diminuerait dans la même raifon à peu près. Enfin la gravité en
 A dans la fphère dont le centre eft C 6c le rayon AC > eft à la gravité au
 même lieu A fur la terre , comme 1 16 à 1 25 t » & 1* gravité au lieu Q dans
 la fphère dont le centre eft C & le rayon Q C , eft à la gravité au lieu A dans
 la fphère dont le centre eft C & le rayon A C, en raifon des di&Digitized by
 Google

The text on this page is estimated to be only 22.99% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 57 mètres, (par la Prop. 7x. du Liv. 1.) c'est-à-dire , comme 100 à ici. Joignant donc ces trois raifons 1x6 à 1Z5 , \x6 à 1x5 j , & io* à 101 , la gravité fur la terre au lieu Q fera à la gravité fur la terre au lieu , comme \x6 x tt6 X 100 à 1x5 x 1x54 X 101 , ou comme 501 à 500. Or , comme (par le Cor. j . de la Prop. $\diamond 1$. du Liv. 1 .) la gravité dans l'un ou l'autre branche ACca ou QCc q du canal eft comme la diftance des lieux au centre de la terre s fi ces branches font féparées en parties proportionnelles aux tous par des furfaces tranfverfalses & équidiftantes , les poids d'un nombre quelconque de parties de l'une de ces branches , feront aux poids d'autant de parties dans l'autre branche en raifon compofée des quantités de matière & des forces accélératrices, c'est-à-dire, de la raifon de 101 à 100 Se de celle de j 00 à 501 , ou, ce qui revient au même , en raifon fimple de 505 à 501. Donc , fi la force centrifuge d'une partie quelconque de la branche ACca , laquelle vient du mouvement diurne, étoit au poids de la même partie, comme 4 à joj , enforte que du poids de cette partie diviféc en 505 , fa force centrifuge en ôtât 4. ; les poids feroient égaux dans Tune & l'autre branche , & par conféquent le fluide refteroit en équilibre. Mais la force centrifuge d'une partie quelconque eft au poids de cette même partie comme 1 à x89 , c'est-à-dire, que la force centrifuge qui devroit être la partie du poids n'en eft que la rbcPartic» a""* peut dire, par une fimple analogie , fi la force centrifuge fait que la hauteur de l'eau dans la branche ACca furpafTe la hauteur de l'eau dans la branche QCc9 d'une centième partie de toute la hauteur : la force centrifuge ^ fera que l'excès de la hauteur dans la branche ACca ne fera que »î5f partie de la hauteur de l'eau dans l'autre branche QCcq *t le diamètre de la terre qui pafTe par fes pôles fera au diamètre de l'équateur comme xi5> à x\$0. Ainii , comme le demi diamètre médiocre de la terre eft, félon la mefure de Pkarr, de

The text on this page is estimated to be only 21.45% accurate

8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES Sm"hf, 1961 5800 picds de Paris' ou de i91* * 16 MM**» (fuppofo que le mille foit de 5000 pieds) la terre fera plus haute à l'équateur qu'aux pôles de 8547* pieds, ou de .i77V milles, & fa hauteur à l'équateur fera de 1 5658600 pieds environ, & de ijj/jooo • aux pôles. Si la planette eft plus petite, ou plus grande que la terre, mais que fa denfité , & le temps périodique de fa révolution diurne foient les mêmes, la proportion de la force centrifuge à la gravité demeurera la même , & par confequent la proportion entre l'axe & le diamètre de l'équateur fera auûj la même. Mais fi le mouvement diurne eft accéléré ou retardé dans «me rai Ton quelconque , il augmentera ou diminuera la force centrifuge dans la raifon doublée de cette raifon , & par confequent la différence des diamètres augmentera ou diminuera dans cette même raifon doublée à peu près. Si la denfité de la planette augmente ou diminue dans une raifon quelconque , la gravité vers cette planette augmentera ou diminuera dans la même raifon. Mais la différence des diamètres diminuera au contraire en raifon de l'augmentation de la gravité , ou augmentera en raifon de la diminution de la gravité. Ainfi comme la terre fait fa révolution en ij b 56' cV Jupiter en ph jé', par rapport aux fixes, & que par conféquent les quarrés des temps font comme 19 à y , & les denfités comme 400 à j?4t: 1* différence des diamètres de Jupiter fera à fon petit diamètre comme i9 x x à 1 , ou comme 1 à 9 j à peu près. Le diamètre de Jupiter de l'Orient à l'Occident cil donc à fon diamètre entre les pôles comme iof à 9j à peu près. Donc, puifque fon plus grand diamètre eft de Î7», fon petit diamètre entre fes pôles fera de j j /A 1 5 & ajoutant \$ * à peu près pour la lumière erratique , les diamètres apparens de cette planette feront de 40" & 36" 15 '" à peu près : c'cfl-à-dire , qu'ils feront l'un à l'autre comme w\ à 107 à peu près. Mais ce rapport ne doit avoir lieu qu'en fuppolant toute Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.41% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 39 U matière de Jupiter d'une égale densité ; car si elle étoit plus dense vers le plan de l'équateur que vers les pôles , ses diamètres -I — ULpourroient être l'un à l'autre comme 11 à 21, ou comme 11 à 11 , ou même comme 14 à 11. Caffini a observé dans l'année 1691. que le diamètre de Jupiter de l'Orient à l'Occident surpassoit son autre diamètre environ d'une de ses quinzièmes parties. Notre compatriote Pound avec un télescope de 111 pieds et un excellent Micromètre , ayant mesuré les diamètres de Jupiter en 1719. les trouva tels qu'ils sont marqués dans la table suivante. Temps. Grand diamètre. Petit diamètre. Différence des diamètres entr'eux. Jours Heures Janv. xS 6 Mars 6 7 Mars 9 7 Avril 0 9 Parties M, 40 13 » il 1\$ » 1* il , \$» Parties ri , x8 Il , 10 n , 08 11 , 48 comme \ % à n iJt <1 ni itf i 11 11 14W M* Cette théorie s'accorde avec les Phénomènes ; car l'équateur des planètes étant beaucoup plus exposé que les autres parties à l'action du Soleil , la matière qui y est , pour ainsi dire , plus cuite doit y être plus dense que vers les pôles. Que la gravité diminue sous l'équateur par la rotation diurne de notre terre, cV que par conséquent elle doive être plus élevée • vers l'équateur qu'aux pôles , (si la matière est d'une densité uniforme) c'est ce qui paraîtra clairement par les expériences des pendules que je vais rapporter dans la Proposition suivante. PROPOS IT1 ON XX. PROBLEME IV. Trouver & comparer entr'eux les poids des corps dans les diverses régions de la terre. Comme les poids de l'eau renfermée dans les branches inégales du canal ACQejca sont égaux ;cV que les poids de ses parties, qui sont proportionnelles aux branches , & situées de même dans leur totalité , sont entr'eux comme les poids entiers, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.88% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES /» & qac P" confé<ûcnc il s
font égaux entr'eux -, les poids des par■ rics *Salcs & également fituées
dans ces branches, feront réciproquement comme ces branches, c'est-à-dire,
comme tjo à 119. Il en est de même de tous les corps quelconques
homogènes égaux, &c qui feront fituées femblablement dans les branches
de ce canal ;* leurs poids feront réciproquement comme ces branches, c'est-
à-dire , réciproquement comme les distances de ces corps au centre de la
terre. C'est pourquoi, les poids des corps fitués dans les parties supérieures
de ces canaux , ou à la surface de la terre , feront entr'eux réciproquement
comme leur distance à son centre. Par le même raisonnement, les poids ,
dans quelque région de la terre que ce soit , font réciproquement comme les
distances des lieux au centre de la terre * & par conséquent , en supposant
que la terre soit un sphéroïde , leur proportion est donnée. On tire de-là ce
théorème, que l'augmentation du poids, en allant de l'équateur vers les
pôles, doit être à peu près comme le sinus versé du double de la latitude , ou
, ce qui est la même chose , comme le carré du sinus droit de la latitude.
Les arcs des degrés de latitude augmentent à peu près dans la même raison
dans le méridien. Ainsi la latitude de Paris étant de $48^{\circ} 50'$, celle des lieux
finies sous l'équateur de $00^{\circ} 00'$, & celle des lieux finies aux pôles de 90° ,
les sinus versés des arcs doubles étant par conséquent de $\sin^2 48^{\circ} 50'$, Se
10000, pour le rayon de 10000 & la gravité aux pôles étant à la gravité
sous l'équateur comme 250 , à x^2 , ou, ce qui revient au même, l'excès , de
la gravité aux pôles étant à la gravité sous l'équateur comme 1 à 119 : on
trouvera que l'excès de la gravité dans la latitude de Paris, est à la gravité
sous l'équateur, comme 1 x à $2x^2$, ou comme 667 à 1190000. Donc les
gravités totales dans ces lieux, feront l'une à l'autre comme 1295667 à
1900000. Or comme les longueurs des pendules qui font leurs oscillations en
temps égaux , font en raison directe des gravités , tel qu'à la latitude de Paris
la longueur du pendule qui bat les secondes est de j pieds de Paris Digitized
by Google

The text on this page is estimated to be only 16.12% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 41 Paris S { lignes, ou
plutôt de j pieds S y lignes, à cause du poids de l'air : la longueur du
pendule sous l'équateur fera moindre que la longueur du pendule synchrone
à la latitude de Paris. Et cette différence fera d'une ligne & 87 millièmes de
lignes. C'est par un semblable calcul qu'on a dressé la table suivante,] - , - 'b
Lit m : l ; , i:rt> fi . riv!' l r . Latitude Longueur < Mesure d'un degré • * ■ ,
• - ■ - l i du lieu. du Méridien. 'l 'Jui f*- 1 (J Dtgîes. Liprii s. Toijis. O
3 7 » 468 56637 1 5 X 7 > 40 1 5664* 3 7 > 516 (6659 15 ' > 7 > a* O n
\$9° 56687 10 7 > 0 9 * 567x4 M ? 7 > 56769 3° X 7 » O48 568x3 35 X X
5688X 40 X J a 0 > Zr O 1 56945 1 X 8, 294 56958 z X J 8, 3*7 56971
56984 3 3 8, 8, 36. 4 3 394 56997 4S 3 8, 4x8 5701 0 3 8, 46 1 570XX • 3
8, 49« 5703 5 3 8, 518 57048 9 3 8, 561 57061 5<> 3 8, \$94 57°74 55 3 8,
756 57>37 60 3 8, 907 57196 «y 3 ?> 044 57x50 1 70 3 9> 161 57*95 75 3
9 » X58 573 31 80 3 9> 3x9 57360 »S 3 9> 3^ 57377 3 9> 387 5738i » J
•Ml =riJ On voit par cette table que l'inégalité des degrés est si petite , que
dans la géographie on peut supposer la terre sphérique : surtout si la matière
est plus dense vers l'équateur que vers les pôles. Tome II. Digitized by
Gq/^Ic

The text on this page is estimated to be only 20.91% accurate

4i PRINCIPES MATHÉMATIQUES »« st»ti«« Quelques
Astronomes envoyés dans des régions fort éloignée» ""pour faire des
observations astronomiques , observèrent que le mouvement des horloges à
pendule étoit plus lent vers l'équateur que dans nos pays. M. Ricfur fut le
premier qui fit cette observation dans rifle de Cayenne en 1671. En observant
au mois d'Août le passage des fixes par le méridien , il trouva que la
pendule recardoit sur le moyen mouvement du Soleil & que la différence
par jour étoit de $1^{\circ} 8''$. Ensuite ayant fait osciller un pendule simple «aforte
que ses vibrations fussent isochrones celles de la pendule qui étoit
excellente , il détermina la longueur du pendule simple, Se il répéta ses
expériences plusieurs fois chaque semaine pendant trois mois. Etant ensuite
retourné en France il compara la longueur de ce pendule avec celle du
pendule qui bat les secondes à Paris (lequel avoit 5 pieds de Paris & 8
lignes) & il trouva que le pendule sous l'équateur étoit plus court qu'à Paris
d'une ligne & un quart de lignes Depuis ce temps, Halley notre
compatriote trouva vers l'année 1677. qu'à l'île de Sainte Hélène le
mouvement de la pendule étoit plus lent qu'à Londres , il n'en détermina pas
la différence mais il raccourcit son pendule de plus de la huitième partie d'un
pouce , c'est-à-dire , d'une ligne & demie. Pour faire cette opération ,
comme la longueur de la vis vers le bas du pendule n'étoit pas suffisante , il
mit un anneau de bois à la boîte de la vis, & il y suspendit le poids du
pendule» Ensuite dans l'année 1681. MM. Varin & Deshayes déterminèrent
la longueur du pendule qui bat les secondes à l'Observatoire de Paris, de 5
pieds de Paris 8 lignes & dans rifle de Gorée ils trouvèrent par la même
méthode que la longueur du pendule synchrone étoit de 5 pieds 6 lignes & 6
ainsi la différence étoit de deux lignes. La même année , aux îles de la
Martinique & de Saint Martin, ils trouvèrent la longueur du pendule
synchrone de 5 pieds 6 lignes 6. M. Coupla fils en 1717. au mois de Juillet
, régla la pendule Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.50% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. +5 lùr k moyen
mouvement du Soleil à l'obfervatoirc de Paris, «nfortc que pendant un
temps aflez long , elle s'accordoit parfaitement avec le mouvement du
Soleil, & étant à Lisbonne au mois <le Novembre fuivant il trouva que cette
même pendule rctar4oit, 6c que la différence ctoit de r' nu ca 14 heures. Au
mois <ie Mars fuivant, il trouva qu'à Pauùbt foi) horloge rctardoit fur Paris
de 4' i*** eh 14 heures. Et il affure que le pendule qui battoit les fécondes à
Lisbonne ctoit plus court que celui qui les battoit à Paris de x lignes^ & que
celui qui les battoit à Paraïbc ctoit plus court que celui qui les battoit à Paris
de 3 lignes y. 11 au roi t détermine plus exactement ces différences s'il eût
fait celle de Lisbomu de 1 ligne } & celle de Paraibe de 1 lignes £ , car ces
différences répondent refpeâivement à l' ij* & i 4^ u" qui font les
différences qu'il avoit remarquées entre les temps marqués par fon horloge ,
aiafi on ne doit pas beaucoup ajouter de foi à ces observations groffières.
Les années Suivantes, c'est-à-dire, en 1699. & en 1700. M. Dtshayis étant
de nouveau en Amérique , détermina la longueur du pendule qui bat les
fecondes dans les ifles de Cayenne & de Grenade un peu moindre de j pieds
6 lignes 4-. Dans fille de S. Chriftopkt, il trouva cette longueur de j pieds 6
lignes Et dans l'ifle de S. Domingo* de \$ pieds 7 lignes. En l'année 1704. le
P. FeuillUe trouva à Portobello en Amérique, la longueur du pendule qui bat
les fécondes de 3 pieds de Paris y 5 lignes & 7V» Cest-à-dirc, près de 3
lignes moindre qu'à Paris * mais il dû y avoir de l'erreur dans fon
obfervation , car étant ailé enfui te à la Martinique , il trouva que la
longueur du pendule ifochrone n'étoit que trois pieds de Paris ; lignes & ffe.
Or la latitude méridionale de Paraïbt eft de 6A 38' , la latitude feptentrionale
de Portobello de 9 d \$3' , & les latitudes fèptentrionales des ifles de Cayenne
, de G»r/r , de la Guadeloupe , de la Martinique , de Grenade , de 5.
Chrifiophe , & de S. Dominpu, font rcfpeétivement de 4d 55', 14* 40', 14 d
00', 14 * Fi)

The text on this page is estimated to be only 23.73% accurate

44 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »v mÔ"o'. 4+» 11 d 6»]7d
iï*» & de u>d 48' » & les excès de la ton' gueur du pendule de Paris fur les
longueurs; des pendules ifochrones obfervées dans ces latitudes , font un
peu plus grands que ne les donne la table des longueurs du pendule calculée
ci-deflus. Ainfi la terre doit être un peu plus élevée à l'équateur que ce
calcul ne l'adonné, &ç fa matière doit être plus denfe i fon centre que près
de la fuperficie , fuppofé cependant que la chaleur de la Zone torride n'ait
pas un peu augmenté la longueur du pendule. M. Picare a obfervé qu'une
barre de fer , qui pendant la gelée étoit longue d'un pied, devenoit, étant
échauffée par le feu., d'un pied & un quart de ligne. Et M. de la Htrc a
remarqué depuis , qu'une barre de fer qui avoit fix pieds pendant l'hyver,
devenoit de fix pieds bc y de ligne lorſqu'elle étoit expoféc au Soleil de
l'Eté. Dans le premier cas, la chaleur fut plus grande que dans le fécond , 6c
dans celui-ci la chaleur fut plus grande que celle des parties externes du
corps humain, car les métaux acquerront une grande chaleur lorſqu'ils font
expofés au Soleil de l'Eté. Mais le pendule d'une horloge n'eſt jamais expofé
au Soleil de l'Eté , 6c n'atteint même jamais la chaleur des parties externes
du corps humain. Ainfi le pendule de l'horloge dont la longueur étoit de
trois pieds , n'a jamais pu devenir plus long l'Eté que l'Hyver , que d'un
quart de ligne , 6c par conféquent on ne peut attribuer les différences qui fe
trouvent entre les longueurs des pendules ifochrones en différentes régions
à la différente chaleur des climats. Elle ne peut être attribuée non plus aux
erreurs gliffées dans les obfervations des Agronomes françois y car
quoiqu'elles ne s'accordent pas parfaitement entr'elles , cependant les
différences font fi petites qu'on peut les négliger. Ces. obfervations
s'accordent toutes à donner les paidules ifochrones, plus courts vers
l'equateur qu'à l'obfervatoire de Paris , 6c félon. toutes <:cs «bfervations ,
cette difflçrnc neſt pas moindre queDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.62% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 4, «Tune ligne & un quart
, Se die ne pafie pas 1 ligne f. Dans les obfervations de M. Richer à
Cayenne , la différence fut d'une ligne & un quart , dans celle de M.
Deshayes la différence corrigée fut d'une ligne & demie , ou d'une ligne
trois quarts , dans les autres obfervations qui font moins exactes elle étoit
environ de deux lignes > Se ces différences doivent être attribuées, partie
aux erreurs commises dans les obfervations , partie à la difformité des
parties internes de la terre , Se à la différente hauteur des montagnes , Se
partie enfin à la différente température de l'air. Une barre de fer longue de
trois pieds eft plus courte en Angleterre l'Hiver que l'Eté de la fixième
partie d'une ligne , autant que j'en puis juger -, ainfi ôtant cette différence
caufée par la chaleur, d'une ligne Se un quart , qui eft la différence trouvée
par M. Richer , il reftera toujours une différence de 1 7-t- lii^{ne} , qui
approche affez de i ^ trouvée ci-deffus par la théorie. Richer répéta fes
obfervations à la Cayenne toutes les femaines pendant 10 mois, Se il
compara les longueurs du pendule à Cayenne avec les longueurs du même
pendule en France déterminées de même. Les autres obfervateurs n'avoient
point fait leurs obfervations avec tant de foin & de précaution , fi donc on
regarde les obfervations de M. Richer comme exactes , il s'enfuivra que la
terre doit être plus haute à l'équateur qu'aux pôles de 17 milles environ,
comme la théorie précédente l'a donné. PROPOSITION XXI. THEOREME
XVIth Les points équinoxiaux rétrogradent , & l'axe de la terre , à chaque
révolution annuelle , a une nutation par laquelle il s 'inclina deux fois vers l'
équinoxiale & retourne deux fois à fa première pofition. C'eft ce qui eft
prouvé par le Cor. 20. de la Prop. 66. du Liv. 1. mais ce mouvement de
nutation doit être très- foible, Se on peut à peine s'en appercevoir. >

The text on this page is estimated to be only 25.95% accurate

tff PRINCIPES MATHÉMATIQUES nu Syitkmi ■>«

PROPOSITION XXII. THÉORÈME XVIII. Tous Us movtmens de la Lune , & toutes /es irugatits font une fuite & fe tirent des principes qu'on a pofis ci- de fus. Pendant que les graadcs plancttes font portées autour du Soleil, elles peuvent emporter dans leur révolution d'autres plancttes plus petites, qui tournent autour d'elles dans des ellipfes dont le foyer cft placé dans le centre des grandes plancttes , ce qui cft clair par la Prop. 65. du Liv. 1. Les movemens de ces petites plancttes , doivent être troublés de pluficurs façons par l'action du Soleil qui doit caufer des inégalités dans leur mouvement telles qu'on en remarque dans notre Lune \ car dans les fyzygies cette planctte (félon les Cor. *. j. 4. & de la Prop. 66.) fc meut plus vîte Ôc décrit autour de la terre des aires plus grandes en temps égaux que dans les quadratures, & alors elle parcourt un orbe moins courbe, & approche par conféquent plus près de la terre, à moins que fon mouvement excentrique ne fafle un effet contraire. Car l'excentricité de la Lune eft la plus grande (par le Cor. f. de la Prop. 66*) lorfque Ion apogée eft dans les fyzygies , & elle eft la moindre lorfque l'apogée cft dans les quadratures t enforte que la Lune va plus vîte &c cft plus près de la terre dans fon périégée i & elle va plus lentement , & cft plus loin de nous dans fon apogée , lorfqu'elle eft dans les fyzygies que lorfqu'elle eft dans les quadratures. De plus , l'apogée avance , & les nœuds rétrogradent , mais d'un mouvement inégal : l'apogée (par les Cor. 7. & 8. de la Prop. 66.) avance plus vîte dans fes fyzygies, &r rétrograde plus lentement dans fes quadratures, & l'excès du mouvement progreffif fur la rétrogradation fc fait , pour l'année entière , en conféquence. Mais les nœuds (par le Cor. i. de la Prop. 66.) font en repos dans leurs fyzygies , & rétrogradent très-vîte dans leurs quadratures. Quant à la plus grande latitude de la Lune , clic cft plus grande dans fes quadratures (par le Cor. io. de la Prop. 66.) que dans fes fyzygies : & le

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.09% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. +7 moyen mouvement est plus lent dans le périhélie de la terre (par le Cor. 6. de la Prop. 66.) que dans son aphélie. Ce font là les inégalités les plus remarquables que les Astronomes ayent observées dans le mouvement de la Lune. Il y en a encore quelques-unes qui n'avoient pas été observées par les premiers Astronomes , & qui troublent tellement les mouvemens lunaires , que jusqu'à-présent , on n'avoit pu les réduire à aucune règle certaine. Telles sont les vîtes ou les mouvemens horaires de l'apogée & des nœuds de la Lune , &c leurs équations, ainû que la différence entre la plus grande excentricité dans les syzygies & la plus petite dans les quadratures, & l'inégalité qu'on appelle variation -, toutes ces quantités augmentent & diminuent annuellement (par le Cor. 14. de la Prop. 66.) en raison triplée du diamètre apparent du Soleil. De plus , la variation augmente ou diminue à peu près en raison doublée du temps qui s'écoule entre les quadratures (par les Cor. i. & ii. du Livre 10. & le Cor. 16. de la Prop. 66. Liv. i.) mais cette inégalité est ordinairement rapportée dans le calcul astronomique à la profthaphérese de la Lune , & est confondue avec elle. PROPOSITION XXIII. PROBLÈME V. . • " J.. •: "N j T. | • Les inégalités des mouvemens des satellites de Jupiter & de Saturne peuvent se déduire des mouvemens de la Lune. On peut déduire des mouvemens de notre Lune les mouvemens analogues des Lunes ou des satellites de Jupiter , &c: cela en cette sorte. Par le Cor. 16. de la Prop. 66. du Liv. i. le mouvement moyen des nœuds du satellite le plus éloigné de Jupiter est au mouvement moyen des nœuds de notre Lune , en raison composée de la raison doublée du temps périodique de la terre autour du Soleil , au temps périodique de Jupiter autour du Soleil, &c de la raison simple du temps périodique de ce satellite autour

Digitized by CjOOÇIc

The text on this page is estimated to be only 25.92% accurate

4» PRINCIPES MATHÉMATIQUES »v Sy iiiMB de Jupiter au temps périodique de la Lune autour de la terre ; | ainfi en cent ans les noeuds du dernier fatellite de Jupiter feront $8^{\circ} 14'$ en antccédencce. Par le même corollaire, les mouvement moyens des noeuds des latellites intérieurs font au mouvement des nœuds de ce dernier fatellite comme les temps périodiques de ces faicUites intérieurs au temps périodique du fatellite extérieur, ainfi ils font donnés. Il fuit encore du même Corollaire que le mouvement en conféquence de l'apfide la plus haute d'un fatellite eft au mouvement de fes nœuds en antécédence, comme le mouvement de l'apogée de notre Lune au mouvement de fes nœuds , te il eft par confequent donné. , r. Le mouvement de la plus haute apfide ainfi trouvé , doit être diminué dans la raifon de j à 9 ou de 1 à x à peu près , pour une raifon qu'il n'eft pas à propos d'expliquer ici. Les plus grandes équations des nœuds , & de l'apfide la plus haute d'un fatellite quelconque font , à peu près , aux plus grandes équations des nœuds & de l'apfide la plus haute de la Lune , refpeâivement , comme le mouvement des nœuds &c de l'apfide la plus haute des fateUites dans le temps d'une révolution des premières équations , au mouvement des nœuds & de l'apogée de la Lune dans le temps d'une révolution des dernières équations. La variation d'un fatellite i telle qu'on l'obferveroit de Jupiter , eft à la variation de la Lune comme font entr'eux les movcmens entiers des nœuds pendant les temps pendant lefquels ce fatellite & la Lune font leur révolution autour du Soleil, par le même Cor. Ainfi dans le fatellite le plus éloigné de Jupiter elle ne paflè pas $5^{\circ} ixw$.
PROPOSITION Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.16% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ^ _ PROPOSITION
XXIV. THÉORÈME XIX. le flux & le reflux de la mer sont causés par les actions de la Lune & du Soleil. Par les Cor. 19. & 10. de la Prop. 66. du premier Livre , on voit que la mer doit s'abaisser & s'élever deux fois chaque jour tant solaire que lunaire, & que la plus grande élévation de l'eau dans les mers libres & profondes , doit suivre le passage de l'astre par le méridien du lieu dans un espace de temps moindre que six heures. C'est en effet ce qui arrive dans la mer Atlantique & d'Ethiopie , & dans tout le trajet qui est entre la France & le Cap de bonne Espérance vers l'Orient , ainsi que dans la mer Pacifique sur les rivages du Chili & du Pérou : car dans toutes ces côtes les marées arrivent vers la 4^e , ou quatrième heure, excepté que dans les lieux où l'eau rencontre beaucoup de bancs , la marée retarde jusqu'à la 6^e , ou sixième heure , & quelquefois au-delà. Je compte les heures depuis le passage de l'un & de l'autre astre par le méridien du lieu tant au-dessus qu'au-dessous de l'horizon, & par les heures du jour lunaire j'entends la vingt-quatrième partie du temps que la Lune employé dans son mouvement diurne apparent à revenir au méridien du lieu. La plus grande force du Soleil ou de la Lune , pour élever les eaux de la mer , se trouve dans le moment même qu'ils atteignent le méridien du lieu. Cette force qu'ils impriment alors à la mer y subsiste pendant un certain temps, & s'augmente par la force nouvelle qui lui est ensuite imprimée , jusqu'à ce que la mer soit parvenue à sa plus grande hauteur , ce qui arrive dans l'espace d'une heure, de deux heures , & le plus souvent dans celui de trois heures environ vers les rivages , ou même dans un temps plus long , si la mer a beaucoup de bancs. Les deux mouvemens que ces deux astres excitent , ne peuvent pas être appercus chacun à part , mais il s'en compose un Tome. U.

G Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.47% accurate

,o PRINCIPES MATHÉMATIQUES •u système mouvement mixte. Dans la conjonction ou l'opposition de ces >w aftres , leurs actions confpirent & caufent le plus grand flux & le plus grand reflux. Dans les quadratures , le Soleil élevé l'eau lorfque la Lune l'abbaiûc , & il l'abbaiûc lorfque la Lune l'élève y & la marée étant l'effet de la différence de ces adions oppofées , elle cft alors la plus petite. Or comme l'expérience fait voir que la Lune fait plus d'effet fur la mer que le Soleil , la plus grande hauteur de l'eau arrive , à peu près , à la troifième heure lunaire. Hors des fyzygics & des quadratures , la plus grande hauteur de l'eau devroit toujours arriver à la troifième heure lunaire par la feule action de la Lune , & à la troifième heure folaire par la feule action du Soleil i 6c par ces aétions compofées elle arrive à un temps intermédiaire , mais qui cft plus près de la troifième heure lunaire que de la troifième heure folaire ; ainfi dans le paffage de la Lune des fyzygics aux quadratures , ou. la troifième heure folaire précède la troifième heure lunaire , la plus grande hauteur de l'eau précède auflî la troifième heure lunaire , & elle la précède d'un intervalle qui cft le plus grand un peu après les oékans de la Lune ; dans le paffage des quadratures aux Syzygics c'eft le contraire , la plus haute marée fuit la troifième heure lunaire avec des intervalles égaux à ceux avec lefquels clic l'avoit précédée. Telles font les loix du flux & du reflux dans les mers libres > mais aux embouchures des fleuves , les plus grandes hauteurs de l'eau arrivent plus tard , toutes Chofes d'ailleurs égales. Les effets du Soleil & de la Lune fur la mer dépendent de leurs «uftances de la terre y car dans leurs moindres diftances ils font «le plus grands effets , U dans leurs plus grandes diftances leurs effets font moindres , & cela en raifon triplée de leurs diamètres apparens. Ainfi le Soleil étant l'hyver dans fon périgée , M fait plus d'effet fur la mer , cV par conféquent , toutes chofes égales, les marées font un peu plus hautes dans les fyzygics, fit Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.61% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. un peu moindres dans les quadratures, en Hyver qu'en Été ; 1, » 1 & • la Lune étant chaque mois dans son périgée , les marées sont T*Q'''FMI plus grandes alors que iy jours avant ou iy jours après qu'elle est dans son apogée. Par ces deux causes il arrive que dans deux tyzygies continues les deux plus grandes marées ne se suivent pas exactement. Les effets du Soleil & de la Lune sur la mer dépendent aussi de la déclinaison de ces astres , ou de leur distance de l'équateur ; car si l'astre étoit dans le pôle , il attireroit d'une manière continue toutes les parties de l'eau , sans que son action fut augmentée ni diminuée , (k par conséquent elle n'exciteroit aucun mouvement de réciprocation. Donc ces astres s'éloignant de l'équateur vers le pôle , leurs effets doivent diminuer peu à peu , & C par conséquent ils doivent causer de moindres marées dans leurs syzygies solsticiales que dans leurs syzygies équinoxiales. Dans leurs quadratures solsticiales elles doivent, au contraire, être - plus grandes que dans leurs quadratures équinoxiales ; parce que les effets de la Lune , qui est alors dans l'équateur , surpassent beaucoup ceux du Soleil : ainsi les plus grandes marées arrivent dans les syzygies, Se les moindres dans les quadratures de ces astres , vers les temps de l'équinoxe de l'un & de l'autre ; & la plus grande marée dans les syzygies est toujours accompagnée de la plus petite dans les quadratures, comme l'expérience le fait voir. Le Soleil étant moins éloigné de la terre en Hyver qu'en Été , les plus grandes & les plus petites marées précèdent plus souvent l'équinoxe du Printemps qu'elles ne le suivent , & elles suivent . plus souvent l'équinoxe d'Automne qu'elles ne le précèdent. Les effets du Soleil & de la Lune sur la mer dépendent en- f; s-. *. corc de la latitude des lieux. Que ApEP représente la terre couverte de toutes parts par une mer très-profonde ; que C soit son centre , P & p (es pôles ; A E son équateur ; F un lieu quelconque de la terre pris hors de l'équateur ; Ff le parallèle G i }

The text on this page is estimated to be only 25.37% accurate

Sx PRINCIPES MATHÉMATIQUES •*u xľoTh"s **c 05 ^Ctt » ^
 ^ *c pirallcle qui lui répond de l'autre côté de lequateur ; /. le lieu où la
 Lune étoit trois heures auparavant ; Fii- »• H le lieu de la terre qui y répond
 perpendiculairement \ A le lieu oppofè à celui-là ; K , k les lieux qui en font
 diftans de 50 d > CH, Ck les plus grandes hauteurs de la mer mefiirées du
 centre de la terre \ le CK , CA Tes plus petites hauteurs : G fur les axes H h,
 Kk on décrit une ellipfe, cette cllipfe par fa révolution autour de fon grand
 axe H h décrira un fpheroïde HP K hpk i lequel repréfentera à peu près la
 figure de la mer , leCF , Cf, CD y Cd feront les hauteurs de la mer aux lieux
 F, /, D le d. De plus , fi dans la révolution de l'ellipfe dont on vient déparier,
 un point quelconque N décrit un cercle MN, lequel coupe les parallèles Ff,
 D d dans les lieux quelconques R (te T le Téquateur A E cû S ; C N fera la
 hauteur de la mer dans tous les lieux R , S , T, finies dans ce cercle. Ainfi
 dans la révolution diurne d'un lieu quelconque F, l'élévation des eaux fera la
 plus grande en Ft la troifième heure après le paflage de la Lune par le
 méridien fur l'horifon j le leur plus grand abbaiffement fera en Q la
 troifième heure après le coucher de la Lune* enfuite la plus grande
 élévation fera en / la troifième heure après le paflage de la Lune par le
 méridien fous l'horifon i le enfin le plus grand abbaifleraent en Q la
 troifième heure après le lever de la Lune -, le la dernière élévation des eaux
 en / fera moindre que la première en F. Suppofons toute la mer (eparée en
 deux flots hémipheriques , l'un boréal dans lliémifphère K Hk , le l'autre
 auftxal dans i'hémifphère oppofé Khk -, ces flots étant toujours oppolés l'un
 à l'autre viennent tour à tour au méridien de chaque lieu de la terre dans
 l'intervalle de n heures lunaires. Mais comme les régions boréales
 participent plus du flux boréal , le les auftrales du flux auftxal , il doit s'en
 compofer des marées qui feront alternativement plus grandes le moindres
 dans chacun des lieux hors de l'équateur , dans lcfquels le Soleil le la Lune
 fc lèvent le. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.59% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. J5 fc couchent. Ainft la plus grande marée, lorfque la Lune décline vers le Zenith du liau , tombera à peu près à la troifième heure après le paflage de la Lune au méridien fur l'horifon ; Se la déclinaifon de la Lune changeant , cette plus grande marée deviendra la plus petite. La plus grande différence de ces marées tombera dans le temps des fblftics; furtout fi le nœud amendant de la Lune fc trouve dans le premier point d'Aries. Ccft ce qui eft conforme à l'expérience , car en hyver les marées du matin font plus grandes que celles du foir , Se en Eté celles du foir furpaflent celles du matin. A Plimouth cette différence va prefque à un pied, Se à Briftol elle va à i; pouces : comme l'ont obfervé ColepreJJius & Sturmius. Les mouvemens de la mer dont j'ai parlé jufqu'à préfent font un peu altérés par cette force de réciprocation des eaux , par laquelle le flux pourrait fubfifter quelque temps quoique les adions du Soleil & de la Lune fur la mer vinflent à ceffer. Cette confervation du mouvement une fois imprimé diminue la différence des marées alternatives \ Se elle rend les marées plus grandes immédiatement après les fyzygies , Se plus petites immédiatement après les quadratures. Ccft pourquoi les marées alternatives à Plimouth Se à Briftol ne diffèrent pas entr'elles beaucoup plus que d'un pied ou de 1 j pouces \ en forte que les plus grandes marées dans ces ports ne font pas les premières après les fyzygies , mais les troifièmes. Tous ces mouvemens font retardés lorfque les eaux de la mer paffent fur des bas fonds, ainfi les plus grandes marées dans les détroits Se dans les embouchures des fleuves , ne font que le quatrième ou même le cinquième jour après les fyzygies. De plus, il fe peut faire que le flux fe propage de l'océan par plufieurs détroits jufqu'au même port, Se qu'il paffe plus vite par quelques-uns de ces détroits que par les autres : d'où il arrive que le même flux étant divifé en deux ou plufieurs flux qui arrivent fucccffivement , il peut compofer de nouveaux mouvemens de différons genres. Suppofons deux flux égaux qui arrivent

1+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES »uSv«tim« de deux endroits
 differens dans le même port , Se dont l'un pré- . " cède l'autre de fix heures,
 Se tombe dans la troiûème heure après le paflTagc de la Lune par le
 méridien de ce port i fi la Lune , lorfqu'elle arrive à ce méridien, étoit dans
 l'équatcur, il y auroit toutes les fix heures des flux qui feroient
 contrebalancés par des reflux égaux & l'eau feroit (lignante pendant tout
 l'efpacc de ce jour-là j mais fi la Lune déclinoit alors , les marées feroient
 tour à tour plus grandes Se moindres dans l'océan, comme on l'a dit ; &
 elles fe propageroient de l'océan dans ce port deux à deux ; ainfi il y
 arriveroit deux marées Fortes Se deux marées foibles tour à tour. Les deux
 marées fortes feroient que l'eau acquéreroit fa plus grande hauteur dans le
 milieu entre l'une & l'autre , la marée forte Se la marée foible feroient que
 l'eau acquéreroit fa hauteur moyenne entre ces deux marées, Se entre les
 deux marées foibles l'eau monteroit à fa moindre hauteur. Ainfi dans
 l'efpace de 14 heures l'eau n'acquéreroit pas deux fois, comme il arrive
 ordinairement, mais feulement une fois fa plus grande hauteur , Se une fois
 fa moindre hauteur. La plus grande hauteur de l'eau, fi la Lune décline vers
 le pôle qui cft fur l'horifon du lieu , tombera à la fixième ou à la treizième
 heure après le paflfage de la Lune au méridien , Se elle fe changera en
 reflux lorfque la declinaifon de la Lune changera. Hallty a trouvé des
 exemples de tout cela dans les obfcrvarions des pilotes faites à Batsham
 port du royaume de Tunquin , fitué à iod 50' de latitude boréale. Dans ce
 port, il n'y a point de marée le jour qui fuit le paflTagc de la Lune par
 l'equatcur , enfuite, lorfque la Lune commence à décliner vers le Nord on
 commence à s'appercevoir du flux Se du reflux , non pas deux fois par jour
 comme dans les autres ports, mais une fois feulement chaque jour \ Se le
 flux arrive lorfque la Lune fe couche, Se le reflux lorfqu'elle le levé. Le flux
 augmente dans ce port avec la declinaifon de la Lune jufqu'au feptième ou
 huitième jour. , enfuite il diminue par les

The text on this page is estimated to be only 23.79% accurate

L > V a t THOIIUM DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE.
mêmes degrés pendant sept autres jours ; Se lorsqu'on fuite la Lune passe dans les lignes opposés il cesse entierement & se change après en reflux. Le reflux arrive alors au coucher de la Lune , & le flux à son lever , jusqu'à ce que la Lune revienne dans les premiers lignes. On arrive à ce port par deux détroits , l'un qui est dans la mer de la Chine entre le continent & l'île de LaconU , l'autre dans la mer des Indes entre le continent & l'île de Bornco. De savoir si les marées, en passant par ces détroits, & venant de la mer des Indes dans l'espace de n heures , à V de la mer de la Chine dans l'espace de G heures , & en arrivant ainsi à la troisième fois à la neuvième heure lunaire , composent seules ces fortes de mouvemens , ou s'il ne s'y mêle point d'autres causes propres à ces mers , c'est ce que je laisse à déterminer par les observations qu'on pourra faire sur les côtes voisines. J'ai expliqué jusqu'ici les causes des mouvemens de la Lune & de la mer , il me reste à traiter à présent de la quantité de ces mouvemens. PROPOSITION XXV.
PROBLEME VI. Trouver les forces du Soleil pour troubler les mouvemens de la Lune. Que S représente le Soleil , T la terre , P la Lune , CADB F*, l'orbite de la Lune. Que SK prise sur S P soit égale à ST, & que S L soit à SK en raison doublée de SK à SP , enfin que L M soit parallèle à P T ; Si la gravité accélératrice de la terre vers le Soleil est exprimée par la distance S T au S K , S L fera la gravité accélératrice de la Lune vers le Soleil , laquelle est composée des parties S M , L M de lesquelles LM & la partie TM de S M troublent les mouvemens de la Lune , comme on l'a fait voir au Livre premier dans la Proposition 66. & ses Corollaires. La terre & la Lune faisant leur révolution autour de leur commun centre de gravité , le mouvement de la terre autour de

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.44% accurate

S6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »u sï«tem« ce centre est
aussi trouble par des forces semblables ; mais on ' ' peut rapporter la somme
de ces mouvemens 6c. de ces forces F_i^* »• à la Lune & représenter les
sommes de ces forces par des lignes analogues TM &c LM. La force LM,
dans la moyenne quantité, est à la force centripète , par laquelle la Lune
peut faire la révolution dans son orbite à la distance P 7, autour de la terre
supposée en repos , en raison doublée des temps périodiques de la Lune
autour de la terre & de la terre autour du Soleil , par le Cor. 17. de la Prop.
66. du Liv. 1. c'est-à-dire , en raison doublée de 17 jours , 7 h 43' à 36 y
jours 6h p' > ou, ce qui revient au même, comme 1000 à 17871 j , ou enfin
comme 1 à $i-j\%$: Or nous avons trouvé dans la Prop. 4. que si la terre 6c la
Lune tournent autour d'un commun centre de gravité , leur moyenne
distance entr'elles fera environ de 60 i demi diamètres médiocres de la terre
à peu près : & la force par laquelle la Lune peut tourner dans son orbite
autour de la terre en repos, à la distance PT, qui est de 60 { demi diamètres
de la terre , est à la force par laquelle elle peut y tourner dans le même
temps à la distance de 60 demi diamètres comme $* > \propto$ est à 60 -, de plus,
cette force est à la force de la gravité sur la terre comme 1 à 60 x 60 à peu
près. Donc la force moyenne ML est à la force de la gravité sur la surface
de la terre , comme 1 x 60 à 60 X 60 X 60 x 178 if, ou comme 1 à 680*i* ,
6. 11 n'est plus question maintenant que de connaître la proportion des
lignes TM, ML pour avoir la force TM, & par conséquent celles par
lesquelles le Soleil trouble les mouvemens de la Lune. C.Q.F.T.

PROPOSITION XXVI. PROBLEME VII Trouver l'incrément horaire de
Voire que la Lune décrit autour de la terre , en supposant que son orbite soit
circulaire. Nous avons dit que les aires que la Lune décrit autour de la terre
sont proportionnelles au temps lorsqu'on néglige l'altération Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 25.51% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ,7 •don que l'action du Soleil cause dans les mouvemens lunaires. IITIT Examinons ici quelle est l'inégalité du moment , ou de l'incrément horaire causée par cette action. Afin de rendre le calcul plus facile, (supposons l'orbe de la Lune parfaitement circulaire, &c négligeons toutes ses inégalités, excepté celle dont il est ici question. A cause du grand éloignement du Soleil , supposons que les lignes SP , ST soient parallèles entr'elles ; par ce moyen , la force LM sera toujours réduite à sa moyenne quantité TP, ainsi que la force TM à sa moyenne quantité PK. Ces forces, par le Cor. 2. des Loix, composent la force TL -, laquelle, en abaissant LE perpendiculairement sur le rayon TP, se résout dans les forces TE, EL, dont la première TE, agissant toujours selon le rayon TP , n'accélère ni ne retarde la description de l'aire TPC parcourue par le rayon TP , quant à la fécondité Lt comme elle agit selon la perpendiculaire à ce rayon , elle accélère ou retarde cette description autant qu'elle retarde ou accélère le mouvement de la Lune. Cette accélération de la Lune » qui se fait à chaque instant , dans son passage de la quadrature C à la conjonction A, est comme la force même accélérante EL • c'est-à-dire , comme $\frac{TP}{PK} > \frac{TK}{TP}$ Que le temps soit représenté par le moyen mouvement de la Lune ou (ce qui revient précisément au même) par l'angle CTP , ou encore par l'arc CP. Qu'on tire CG perpendiculaire &c égale à CT , &c: qu'on suppose le quart de cercle AC divisé en un nombre infini de petites parties égales Pp , &c. qui représentent autant de petites parties égales de temps ; qu'on mène de plus pk perpendiculaire à CT , &c qu'on tire TG qui rencontre en F Se en /ces mêmes lignes KP , kp prolongées ; il est clair que PK sera égale à TK , &c qu'on aura $Kk : PK :: Pp : Tp$, c'est-à-dire, en raison donnée; donc $FKxKk$ ou l'aire $FKk/Ccra$. $iPK \propto TK$ comme $Tp \propto \sim$, c'est-à-dire , comme EL ; & par conséquent Tome II, H

The text on this page is estimated to be only 27.01% accurate

58 PRINCIPES MATHÉMATIQUES . *« îToVr» 9ucnt Y**n
 tot^c GCKF fera comme la Comme de tontes les ! forces EL imprimées à la
 Lune pendant tout le temps CP, U * par confèquent comme la vîtefle que
 toutes ces forces ont produite , c'eft-a-dire , comme l'accélération de la
 defcription de l'aire CTP, ou comme l'incrément du moment. La force par
 laquelle la Lune peut faire là révolution autour de la terre , fupposé en
 repos , à la diftance TP, dans le temps périodique CADB de 17 jours, 7h 4\$',
 feroit qu'un corps en tombant pendant le temps CT parcourroit la longueur
 \ CT> & acquéreroit en même temps une vîtefle égale à celle de la Lune
 dans fon orbe \ ce qui eft clair par le Cor. 9. de la Prop. 4. Liv. 1. Or comme
 la perpendiculaire Kd abbaiffée fur TP eft la troificme partie de EL, Se la
 moitié de TP ou de ML dans les oftans , la force EL dans les oftans, où elle
 eft la plus grande , fupplétera la force M L dans la raifon de j à 1 , ainfi clic
 fera à la force par laquelle la Lune peut tourner autour de la terre en repos,
 dans fon temps périodique, comme 100 à f x 17871^ ou 11915, & dans le
 temps CT elle devroit produire une vîtefle qui feroit la-n-ffr Par'e de 1*
 vîtefle de la Lune, & pendant le temps CP A elle devroit produire une
 vîtefle qui feroit plus grande dans la raifon de C A à CT ou TP. Que la plus
 grande force E L dans les oclans foit représentée par l'aire FK x Kk égale au
 rectangle { T P x Pp. La vîtefle que la plus grande force peut produire dans
 un temps quelconque CP fera à la vîtefle que la plus petite force entière EL
 peut produire dans le même temps, comme le rectangle f TP x CP il l'aire K
 C G F : & les vîteffes produites pendant le temps total CP A feront cntr'elles
 comme le rectangle \T PxCA &c le triangle T CG , ou comme l'arc d'un
 quart de cercle CA &c fon rayon T P. Donc la vîteffe à la fin du temps total
 fera la rfffr partie de la vîtefle de la Lune. Si l'on ajoute , & fi l'on ôte de
 cette vîtefle de la Lune, qui eft proportionnelle à l'incrément médiocre de
 l'aire, la moitié de cette dernière vîtefle, ôc qu'on Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 79 reprélente l'incrément moyen par le nombre 1191\$, la fomme > , $n^M + y_0$ ou 1196\$ représentera le plus grand incrément de $T^{\circ}UM'$:Taire dans la fyzygie J , & la différence 1 191 j — jo ou 1 1865 FiM* le plus petit incrément de cette Même aire dans les quadratures. Donc les aires décrites en temps égaux dans les fyzygies & dans les quadratures font entr'elles, comme 119*5 & u8<?j. Ajoutant au plus petit incrément 11865 , un incrément qui foit à la différence 10c des incréments, comme le trapèze FKCC au triangle TCG t ou (ce qui eft la même chofe) comme le quarré du finus P K au quarré du rayon T P , c'eft-à-dire , comme PdkTP, la fomme représentera l'incrément de Taire , lorfque la Lune fc trouve dans un lieu intermédiaire quelconque P. Tout cela a lieu dans Thypothefe que le Soleil & la terre foient en repos , cV que la Lune rafle fa révolution dans le temps fynodique de 17 jours, 7 h 43'. Mais comme la vraie période finodique lunaire eft de 19 jours, n h 44 les incréments des momens doivent augmenter en raifon du temps, c'eft-à-dire, en raifon de 1080855 à 1000000. De cette manière , l'incrément total , qui étoit la îi—y partie du moment médiocre , deviendra fa ,) partie. Ainli Je moment de Taire dans la quadrature de la Lune fera au moment de cette même aire dans la fyzygie, comme 11013 — 50 à 1101 3 + 50, ou comme 10973 à 11073 ; 8c à Ibn moment, lorfque la Lune cil dans un lieu quelconque intermédiaire^ , comme 10973 à 10973 + P dt en (ùppofant T P sr 100. Donc Taire que la. Lune décrit autour de la terre à chaque par. ticule égale de temps , eft à peu près comme la fomme du nombre xi 9 , 46 Se du finus verfe du double de la diftanec de la Lune à la prochaine quadrature , dans un cercle dont le rayon eft l'unité. Tout ceci (uppose que la variation dans les océans fbit de grandeur médiocre. Si la variation y eft plus grande ou plus petite , ce finus verfe doit être augmenté ou diminué dans la même raifon. H ij Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.99% accurate

gt> PRINCIPES MATHÉMATIQUES BV Systime >p Mow»"
PROPOSITION XXVII. PROBLEME VIII. Bar le mouvement horaire de la Lune trouver quelle est la distance de la terre. * L'aire que la Lune décrit à chaque moment autour de la terre, est comme le mouvement horaire de la Lune, & le carré de la distance de la Lune à la terre conjointement ; & par conséquent, la distance de la Lune à la terre est en raison composée de la raison doublée de l'aire directement, & de la raison. l'inverse du mouvement horaire C.Q.F.T. Cor. i. On a, par ce moyen, le diamètre apparent de la Lune :: car il est réciproquement comme la distance à la terre. C'est aux Astronomes à voir combien cette règle s'accorde exactement avec les Phénomènes. Cor. i. On peut encore tirer de-là un moyen d'employer les Phénomènes à déterminer l'orbite de la Lune beaucoup plus exactement qu'on n'a fait jusqu'à présent. PROPOSITION XXVIII. PROBLEME IX. Trouver les diamètres de l'orbite dans lequel la Lune devoit se mouvoir en supposant qu'elle n'eût point d'excentricité* La courbure de la trajectoire qu'un mobile décriroit s'il étoit toujours tiré perpendiculairement à cette trajectoire, est en raison directe de l'attraction, & en raison inverse du carré de la vitesse. Je suppose que les courbures des courbes font entr'elles dans la dernière proportion des sinus, ou des tangentes des angles de contact qui appartiennent aux rayons égaux, lorsque ces rayons diminuent à l'infini FJj } L'attraction de la Lune vers la terre dans les syzygies est l'excès de la gravité vers la terre sur la force folle iPK, laquelle est la différence des gravités de la Lune & de la terre vers le Soleil : & dans les quadratures, cette attraction est la somme de Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.08% accurate

DE LÀ PHILOSOPHIE NATURELLE. Ci la gravité de la Lune vers la terre , & de la force folaire $K T T^{\wedge t \wedge \wedge}$ dirigée vers la terre. Ces attractions , en nommant N la quantité . $dl \pm fl$, font, à peu pr&.comme $JZ \gg JU - \& ** \blacktriangleright \_icoc\_$ ou commc $I7871c N x CT1 - zooo AT1 x CT ATx N$ & $178715 Jv * x ^7 * + 1000 CT1 x AT$. Carfi la gravite accélératrice de la Lune vers la terre etl représentée par le nombre $17S71 \$ >$ la force médiocre Aff , qui dans les quadratures cft $PTou TA$, cV qui tire la Lune vers la terre, fera $icoo$, & la force médiocre TM dans les fyzygies fera $jooo$; de laquelle, fi on ôtc la force médiocre ML , il restera la force $zooo$, par laquelle la Lune s'éloigne de la terre dans les fyzygies, &C laquelle j'ai nommée ci-devant $2 P K$. La vîteflTc de la Lune dans les fyzygies $A \& B$ cft à fa viteffe dans les quadratures $C \& D$, comme $CT \ddot{ } AT$, & comme le moment de l'aire que la Lune décrit dans les fyzygies autour de la terre , cft au moment de cette même aire dans les quadratures conjointement, c'est-à-dire , comme $1 \ 107)$ $C T$ à $105)7 \}$ AT . Cela pofé , il eft évident que la courbure de l'orbe de la Lune dans les fyzygies eft à fa courbure dans les quadratures comme $120406719 X \ 17871\$ AT^* x CT1 x AT - 110406715 X \ iooo^r^*xCr$ à $112^*11519 x \ 17S7M AT^* x CT^* x N + 111611\hat{1}9X \ 1000 CT^* x AT$, c'ert-à-dirc, comme $11519^*9 AT x CT x N - 24oSi AT]$ à $iiJMJT i AT x CTxN + 11161 CT^*$. Comme on ignore la figure de l'orbe de la Lune, nous fuppofo-
5rons que cet orbe l'oit l'ellipfc $D B C A$ dans le centre T de laquelle la terre cft placée , & dont le grand axe $D C$ paife par les quadratures, &c le pèrit axe $A B$ par les fyzygies. Et à caufe que le plan de cette cliipfe fè ment d'un mouvement angulaire autour de la terre, & que la trajectoire dont nous cherchons la courbure doit être décrite dans un plan qui foit entièrement privé de tout mouvement angulaire : il faut confidérer la figure que k

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.79% accurate

6t PRINCIPES MATHÉMATIQUES ru stst»Mi Lune , en faifant
 fa révolution dans cette cllipfe , décrit dans ce plan immobile, c'est-à-dirc, la
 figure Cpat dont chaque point F* * p eft déterminé en prenant un point
 quelconque P dans l'ellipfc pour repréfenrer le lieu de la Lune , & en
 menant Tp égale à TP, par une loi telle que l'angle PTP foit égal au
 mouvement apparent du Soleil depuis la quadrature C ; ou (ce qui revient à
 peu près au même) que l'angle C Tp foit à l'angle CTP comme le temps de
 la révolution fynodique de la Lune eft au temps de fa révolution périodique,
 ou comme 19 jours 11 h 44' à 17 jours 7 h 4J' • Prenant donc l'angle CTa
 dans cette raifon à l'angle droit C TA, & faifant Ta égale à TA ; a fera
 l'apfide la plus baffe, & C l'apfide la plus haute de cet orbe Cpa quant aux
 courbures dans ces deux points , je trouve , en faifant le calcul néceffaire ,
 que la différence entre la courbure de l'orbe Cpa au fommet a, & la
 courbure du cercle dont le centre eft T & le rayon TA eft à la différence
 entre la courbure de l'ellipfe au fommet A , & la courbure de ce même
 cercle, en raifon doublée de l'angle CTP à l'angle CTP\tc que la courbure de
 l'ellipfe en A eft à la courbure de ce cercle , en raifon doublée de TA à TC \
 de plus , que la courbure de ce cercle eft à la courbure du cercle dont le
 centre eft T & le rayon TC comme TC à TA j & que cette courbure eft à la
 courbure de l'ellipfe en C , en raifon doublée de TA à TC \ Se enfin que la
 différence entre la courbure de l'ellipfe au fommet C & la courbure de ce
 dernier cercle , eft à la différence entre la courbure de la figure Tp a au
 fommet C, & la courbure de ce même cercle, en raifon doublée de l'angle
 CTP à l'angle CTP. Ce qui fc tire aifément des finus des angles de contact ,
 & des différences de ces angles. Employant donc toutes ces raifons , on
 trouve que la courbure de la figure Cpa en a, eft à la courbure en C, comme
 $AT^* + t \& \& CT > -xAT \ddot{C} T i + H \& h AT > -xCT$. Le nombre Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.25% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *, repréfcntant la
différence des quarrés des angles CTPU C7>diviféc par le quarré du plus
petit angle CTPt Qu, ce — 1 qui eft la même chofe , la différence des
quarrés des temps 17 F'*' *' jours 7 h 4} ' & 19 jours 1 1 h 44' divifée par le
quarré du temps 27 jours 7h 43'. Donc puifque <*, repréfente la fyzygie de
la Lune, & c fa quadrature , 1* proportion qu on vient de trouver doit être la
même que celle de la courbure de l'orbe de la Lune dans les izygics à la
courbure du même orbe dans les quadratures, qui a été trouvée ci-deffus.
C'eft pourquoi , pour trouver la proportion de C T à A T , il n'y a qu'à
multiplier les extrêmes &c les moyens entr'eux \ 6c les termes qui en
viendront étant divilcs par TC x AT donneront l'équation iorfi,79 CT* — a 1
5 1 9 ^5 Nx + 16*676 N x AT x CT1 + 5*341 ^T1 xCT1362047 N X ^T* X
CT + 1191371 x^r» + 405 r , 4^74 = 0. Dans laquelle, (i au lieu de la demie
tomme jV des termes • AT , CT, on met 1 , & au lieu de leur demie
différence x , Se par conféquent 1 + x au lieu de CT,&-i-jc au lieu de AT ;
on aura a = o, C0719, c'eft-à-dire , que le demi diamètre CT fera 1 , 00713,
&: le demi diamètre A T 0,95181 : lefquds nombres font entr'eux à peu près
comme 70 ~ &: 6 y La diftanec de la Lune à la terre dans les fyzygics , eft
donc à fa diftance dans les quadratures comme 6<) ~ à 7^X4 > ou en
nombres ronds comme 6? à 70 , pourvu qu'on fafle abftraction de
rexccentricité. _ , (; ; ; . ' PROPOSITION XXIX. PROBLEME X.
Trouver la variation de la Lunt. Cette inégalité de la Lune vient en partie de
l'inégalité des ri?momens de l'aire que la Lune décrit autour de la terre , &
en partie de la forme elliptique de l'orbe lunaire. Suppofant que la Lune fc
meuve dans une ellipfe D BCA autour de la terre en jepas , placée dans le
centre de cette ellipfe , elle décrira des aires Digitized by Goôgle

The text on this page is estimated to be only 27.83% accurate

-S—— «+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES mTM. cri>
proportionnelles aux temps ; & fi le demi grand diamètre . C T de l'cilipfe
eft à fon petit demi diamètre TA comme 70 à 69 , F'* '* la tangente de
l'angle CTP fera à la tangente de l'angle du mouvement moyen calculé
depuis la quadrature C, comme 69 à 70. Mais la defeription de l'aire CTP,
lorſque la Lune parte de la quadrature à la fyzygie, doit être accélérée, en
telle forte que fon moment dans la fyzygie foit à fon moment dans la
quadrature comme 1 107\$ à 10973 , &c que l'excès du moment dans un lieu
intermédiaire quelconque P, fur le moment dans la quadrature, Ibit comme
le quarré du finus de l'angle CTP. C'eſt ce qu'on fera oflez exactement , fi on
diminue la tangente de l'angle CTP en raifon foufdoublce du nombre 10973
au nombre 11073 , c'eſt-à-dirc > en raifon du nombre 68 , 6877 au nombre
69. Par ce moyen, la tangente de l'angle CTP fera à la tangente du
mouvement moyen comme 68, 6877 à 70. Et l'angle CTP dans les o&ans,
où le mouvement moyen eft de 45 d, fera de 44 d 17» *8*. qui étant ôté de
l'angle du mouvement moyen qui eft de 45 d donnera* 31' 31* pour la plus
grande variation. Ce leroit là la plus grande variation, fi la Lune, en paſſant
de la quadrature à la fyzygie, decrivoit un angle CTA qui fût exactement de
90 degrés. Mais à caufe du mouvement de la terre , par lequel le Soleil
avance en confequence par fon mouvement apparent , la Lune , avant
d'avoir atteint le Soleil , décrit un angle CTm, qui eft plus grand qu'un angle
droit, dans la raifon du temps de la révolution finodique de la Lune au
temps de fa révolution périodique, c'eſt-à-dire, en raifon de 19 jours iah 44'
à 27 jours , 7 h 43 Il faut donc augmenter tous les angles autour du centre T
dans la même raifon, ce qui au lieu de 31' 31" pour la plus plus grande
variation donnera 35' 10". Ccft-là la grandeur de la variation dans la
moyenne diſtance du Soleil à la terre , en négligeant les différences qui
peuvent naître de la courbure du grand orbe , 6c de la quantité dont l'action
du Soleil fur la. Lune, lorſqu'elle eft nouvelle & en croiſſant Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 25.54% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. <?j = _TM. fant , furpafle
l'aâion de ce même aftre fur la Lune lorfqu'elle T[o***t cft pleine tV
gibbeufe. ■ Dans les autres diftances du Soleil à la terre , la plus grande
variation cft en railon composée de la raifon doublée directe du temps de la
révolution fynodique de la Lune (pour le temps donné de l'année) & de la
raifon inverfe triplée de la diftance du Soleil à la terre. Ainfi dans l'apogée
du Soleil , la plus grande variation eft de 14". & dans l'apogée , elle
cft de 57' n". fiippofoz que l'excentricité du Soleil foit au demi diamètre
tranfverfal du grand orbe comme 16 ^ à 1000. Nous avons trouvé jufqu'à
prêfent la variation de la Lune en ' fiippofoz que fon orbe ne foit point
excentrique , & que lorfqu'elle cft dans fes oftans elle foit toujours à fa
médiocre diftance de la terre. Mais comme la Lune par fon excentricité cft
tantôt plus près & tantôt plus loin de la terre qu'elle ne l'eft dans l'orbe
qu'on vient d'examiner, fa variation pourra être un peu plus grande , ou un
peu moindre que la précédente : j'en laiffe l'excès ou le défaut à déterminer
aux aftronomes par les Phénomènes. PROPOSITION XXX. PROBLEME
XI. Trouver le mouvement horaire des nœuds de la Lune dans un orbe
circulaire. Que S défigne le Soleil, T la terre, P la Lune, NPn l'orbe Fis. 6.
de la Lune , N p n la projection de cet orbe dans le plan de l'écliptique ; N
& C n les nœuds, nT N m la ligne de ces nœuds prolongée infiniment; PI,
PK des perpendiculaires abaiffées fur les lignes S T , Qq ; P p une
perpendiculaire abaiffée fur le plan de l'écliptique ; A 8c B les fyzygies de
la Lune dans ce plan -t AZ une perpendiculaire à la ligne des nœuds N n -y
Q tk q les quadratures de la Lune dans le plan de l'écliptique , & : p K une
perpendiculaire à la ligne Q q des quadratures. La force du Soleil pour
troubler les mouvemens de la Lune cft compofée de deux forces (par la
Prop. 15 .) l'une proportionnelle à la ligne L M de la figure de cette
Propofition , & l'autre à la Tome II. I Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.40% accurate

66 PRINCIPES MATHÉMATIQUES pV Système ligne MT de la même figure. La Lune par la première de ces fbrM'>>">'• cc\$ cft tiréc vers la terre, te par la féconde vers le Soleil , fuivaot Fig" *• une ligne parallèle à la droite S T menée du Soleil à la terre. La première force LM agiûant dans le plan de l'orbite lunaire ne fçauroit altérer la fîruation de ce plan , ainfi elle ne doit point être confiderce. Quant à la force M T par laquelle le plan de l'orbite lunaire eft dérangé , elle a pour expreffion $3 P K$ ou $\frac{1}{2} IT$. Et cette force (par la Prop. z j .) eft à celle par laquelle la Lune pourroit être mûe uniformément (dans fon temps périodique) dans un cercle autour de la terre fupposée fixe , comme j / T au rayon du cercle multiplié par le nombre 178, 715 > ou comme IT au rayon multiplié par 59, 575. Au refte dans ce calcul &c dans tout ce qui fuit , je confidère toutes les lignes menées de la Lune au Soleil comme parallèles à celles qui font tirées de la terre au Soleil , parce que l'inclinaifon de ces lignes diminue à peu près tous les cfiêts dans quelques cas, de la même manière qu'elle les augmente dans d'autres ; & que nous cherchons le» mouvemens médiocres des nœuds , en négligeant les fractions infenfibles qui rendraient le calcul trop embarraflant. P M dcignant maintenant l'arc que La Lune décrit dans ua instant donné, & ML la petite ligne dont la Lune parcoureroit la moitié dans le même temps en vertu de la force précédente) / T y foient tirées PL> P M que l'on prolonge en m &c en / , jufqu'à ce qu'elles rencontrent le plan de l'ecliptique , & foit abbaiiTée la perpendiculaire P H de P fur T m» Parce que la droite ML eft parallèle au plan de l'écliptique & que par confifquent elle ne peut rencontrer la droite m l qui eft dans ce plan , que de plus ces droites M L , m l , font dans an même plan LMP ml \ il faudra qu'elles (oient parallèles, &c par confequent qnc les triangles L M P, l m P foient fcmblables. Préfentement , comme MPm eft dans le plan de l'orbite dans lequel la Lune fe meut en P , le point m tombera fur la ligne AT* menée par les noeuds Ny « de cette orbite : & parce que la- force Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.62% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 67 qai fait décrire la moitié de la petite ligne L M, feroit décrire l , » cette ligne entière fi elle étoit imprimée en une feule fois dans le T*0' lieu P \ &c qu'elle feroit mouvoir la Lune dans l'arc dont la corde feroit LP, &c tranfporteroit par conféquent la Lune du plan MPmT dans le plan LPITyie mouvement angulaire des noeuds engendre par cette force fera égal à l'angle «77. Mais $ml : mP :: ML : MPt$ donc , à caufe que M P cft donnée par la fuppoftion du temps confiant , m l lera comme lo rcélanglc MLx mP, c'eft-à-dire , comme le rcélanglc ITxmP. Et l'angle m Tl, fi on fuppoftc l'angle Tml droit, fera comme $\wedge$ -,&:parconlequent comme — , ou , ce qui revient au meme , (à caufc / fit des proportionnelles Tmk m P , TP & P H) comme , T * p H ou comme IT x PU à caufe que TP cft donnée. Mais comme l'angle Tml ou ST M n'eft pas droit, l'angle «77 fera moindre, & cela dans la raifort du finits de l'angle S T AT au rayon , ou de A Z , à A T. Donc la vîtefle des nœuds cft comme IT x PH x AZ, c'eft-à-dire , comme le produit des finus des trois angles TPI, P T N &r S T N. Si ces angles, les nœuds étant dans les quadratures, &• la Lune dans h fyzygie, font droits, la petite droite ml fc trouvera à une diftanc infinie, & l'angle mTl deviendra égal à l'angle m Pl. Or dans ce cas, l'angle mPl cft à l'angle PTM que la Lune décrit dans le même temps par fon mouvement apparent autour de la terre , comme t à 59, ^75. Car l'angle mPl cft égal à l'angle L P M , c'eft-à-dire , à l'angle de la déflexion de la Lune du chemin rcdilignc, qui feroit produite par la feule forée folaire j / T dans ce temps donné, fi la Lune ceffbit d'etre pcfantejde plus, l'angle PTM cft égal à l'angle de la déflexion de la Lune du chemin rc&iligne caufée par la feule force qui la retient dans fon orbite , en faifant abftraétion de la force folaire \$ / T. Et ces forces , comme nous l'avons dit ci-defliis, font cntr'clles comme t à 59, 575. Donc, comme le mouvement l ij

The text on this page is estimated to be only 27.07% accurate

m PRINCIPES MATHÉMATIQUES »» mÔVpI m°ycn Horaire
de la Lune , à l'égard des fixes, est de 31' , 6" , ! nm 11 ivi, le mouvement
horaire du noeud fera, dans ce cas, Fi^{**} de $j j 9$, $i o'''$, $3 j |T$, $1 1 v$, &
dans les autres cas , ce mouvement horaire fera à 33", io^{**} , 33", nT, comme
le produit des sinus des trois angles TPI, PTN, Se STN, (c'est-à-dire , de la
distance de la Lune à la quadrature, de la distance de la Lune au noeud , Se
de la distance du noeud au Soleil) est au cube du rayon. Et toutes les fois
que le ligne d'un de ces angles passera du positif au négatif, Se du négatif au
positif, le mouvement des noeuds se changera de régressif en progressif , Se
de progressif en régressif. D'où il arrive que les noeuds avancent toutes les
fois que la Lune est entre une des quadratures Se le noeud le plus proche de
la quadrature. Dans les autres cas , les noeuds rétrogradent , & eu vertu de
l'excès du mouvement rétrograde sur le mouvement progressif les noeuds
feront portés chaque mois en antécédence. Cor. 1. De-là il suit, que si on
abaisse des extrémités P Se M d'un arc donné infiniment petit PAZ, les
perpendiculaires PKtMk à la ligne Q q qui passe par les quadratures , Se
qu'on prolonge ces perpendiculaires jusqu'à ce qu'elles coupent la ligne des
noeuds Nn en D Se en d le mouvement horaire des noeuds fera comme l'aire
M P D d & c le carré de la ligne A Z conjointement: Car soient P K , P H Se
A Z les trois sinus dont on vient de parler, PK étant le sinus de la distance de
la Lune à la quadrature, PS le sinus de la distance de la Lune au noeud, Se
AZ le sinus de la distance du noeud au Soleil : on aura pour la vitesse du
noeud le produit $PK \times PH \times AZ$. Mais $PT:PK::PM:Kk$ -, donc , a cause des
données P T Se P M, la, petite droite Kk fera proportionnelle k PK. De plus,
 $AT:PD::AZ:r PH$ Se par conséquent PH est proportionnelle $kPD \times AZ$,
Donc $PK \times PH \times AZ$ comme $Kk \times PI \times XAZ$, Se $PK \times PH \times AZ$ fera comme
 $Kk \times PD \times AZ$, c'est-à-dire, comme l'aire PD dM Se A Z conjointement. C.
Q. F. D. Cor. 2. Dans une position quelconque donnée des noeuds, se

The text on this page is estimated to be only 25.79% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 69 mouvement horaire médiocre est U moitié du mouvement horaire $r \backslash o^{\wedge} Ju$ dans les syzygies de la Lune, c'est-à-dire, que ce mouvement — ■ est à iC , 35 16 iv, 36 v, comme le carré du sinus de la $F^* 7'$ distancé des nœuds aux syzygies est au carré du rayon, ou ce qui revient au même, comme $A Z 1$ à $A Tl$. Car si la Lune parcourt d'un mouvement uniforme le demi cercle QAq , la somme de toutes les aires $PDdM$ décrites pendant le temps que la Lune va de Q à M fera l'aire $QMdE$ terminée par la tangente QE du cercle j & la somme de toutes les aires $PDdM$ pendant que la Lune va en n fera l'aire totale $EQAn$ que la ligne PD décrit, ensuite la Lune allant de b en y la ligne PD tombera hors du cercle, & décrira l'aire nqe terminée par la tangente $q e$ du cercle $-$, laquelle aire, à cause que les nœuds alloient d'abord en rétrogradant cV vont alors en avançant, doit être retranchée de la première aire, & par son égalité à l'aire $QE N$, le reste deviendra le demi cercle $NQAn$. Donc la somme de toutes les aires $PDdM$ décrites pendant le temps que la Lune parcourt un demi cercle, est l'aire du demi cercle; & la somme de toutes les mêmes aires décrites pendant le temps que la Lune parcourt le cercle entier, est l'aire du cercle entier. Mais l'aire $PDdM$, lorsque la Lune est dans les syzygies, est le rectangle sous l'arc $P M$ & le rayon PT & la somme de toutes les aires égales à celle-là, décrites pendant le temps que la Lune parcourt le cercle, est le rectangle de toute la circonférence & du rayon > & ce rectangle étant égal à deux cercles, est double du rectangle précédent. Donc les nœuds, avec une vitesse continuée uniformément & égale à celle qu'ils ont dans les syzygies lunaires, décriraient un espace double de celui qu'ils décrivent réellement; & par conséquent le mouvement médiocre, qui étant continué uniformément ferait décrire aux nœuds l'espace qu'ils parcourent réellement d'un mouvement inégal, est la moitié du mouvement qu'ils ont dans les syzygies lunaires. Et comme le plus grand mouvement horaire, lors

Digitized by

The text on this page is estimated to be only 22.21% accurate

7© PRINCIPES MATHÉMATIQUES Kg. 7» *» Me»'. <ÎUC ,CT
 nœuds font dans les quadratures , eft de j j " , 10'* , j j ii r, le mouvement
 médiocre horaire fera dans ce cas de 3fw> i** . Or le mouvement horaire
 des nœuds étant toujours comme A Z* Se Taire PDd M conjointement , il
 eft encore dans les fyzygies comme AZ» Se l'^ire PDd M conjointement ,
 ou, ce qui revient au même ,. comme AZ* (à caufe qu'alors l'aire PDd M
 eft donnée); le mouvement médiocre fera auffi comme AZ*t donc ce
 mouvement , lorfque les nœuds feront hors des quadratures , fera à i6M t j
 j** , id'*, j*» comme -rfZ1 à AT1. C.Q.F.D. PROPOSITION XXXI.
 PROFLÈME XIL Trouver l* mouvement horaire du ruuids de la. Lune dans
 un orbe elliptique. F*. 8. Que Qpmaa défigne une ellipse , Q q fon grand
 axe, a b fôn petit axe j QAq B le cercle circonferit; T la terre placée au
 centre commun de l'ellipse & du cercle ; S le Soleil ; p la Lune mue dans
 l'ellipse , Se pm l'arc qu'elle décrit dans une particule donnée infiniment
 petite de temps; Nn la ligne des nœuds; p K Se tnh les perpendiculaire»
 abbaiffices fur l'axe Qq Se prolongées jufqu'à ce qu'elles rencontrent le
 cercle en P & en M, Se la ligne des nœuds ca D Se en d. Cela pofé , je dis
 que fi la Lune décrit autour de la terre des aires proportionnelles au temps,
 le mouvement horaire du nœud dans l'ellipse fera comme l'aire pDdm & A
 Zx conjointement. Pour le démontrer, foient menées PF Se pf qui touchent
 en P Se p le cercle*& l'ellipse , qui rencontrent en F Se en /la ligne des
 nœuds T JV, Se qui fe rencontrent elles-mêmes ainfi que l'axe TQ en Y. Soit
 pris ML pour défigner l'efpace que la Lune tournant dans le cercle', pourrait
 décrire d'un mouvement tranfvcrfal par la force j / Ton)PK, pendant qu'elle
 décrit l'arc PM. Et prenant m l pour l'cfpace que la Lune, tournant dans le
 même temps dans l'ellipse , décrirait par la même force 5 / T ou j P K ;
 cnDigitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 71 fin foient prolongées
LP 6c Ip jufqu'à ce qu'elles rencontrent le l«tm « - T»01IIIM£. plan de
l'écliptique en G 6c en g ; 6c foient tirées F G 6c f g dont la première F G
prolongée coupe pf, pg 6c TQ en c, ¥ig' 6c R , rcipcétivement , 6c dont la
féconde fg prolongée coupe T Q en r. Il cft clair que la force p / T ou 5 Pi
dans le cercle , étant à la force j/T ou 5 p Ji dans l'clliplè comme PK à />iC
oa comme AT à «7"i l'clpace ML, décrit par la première force, fera à
l'cfpacc m / décrit par la dernière , comme P K à p K , c'eft-à-dirc , à caufe
des figures femblables P YK p 6c FYRc comme F R à cR. Mais , (par les
triangles femblables P L M t PGF) ML . F G:\PL.P G , c'eft-à-dirc , (à caufe
des parallèles Lk , P K , C/i) ::p l : pc , ou , ce qui revient au même, (à
caufe des triangles femblables p/m, pce) ::lm:ce. Donc LM:lm ou FR : c R
:: F G : c e. De là il fuit que fi f g étoit à ce comme /F à c F, ou comme fr à
crt, c'eft-à-dirc, en raifon compoicc de f r k F R 6c de F R i c R ou de fT k F
T 6c de FG i ce, en ôtant de part 6c d'autre la raifon de F G à ce, il y auroit
égalité entre la raifon de fg à F G 6c celle de fT à F T ; c'eft-à-dirc , que les
angles à la terre foutenus par f g 6c F G , feroient égaux : ou , ce qui revient
au même , les mouvemens des nœuds dans l'cllipre K dans le cercle feroient
égaux dans cette fuppoñtion , puifque ces angles , feroient , par ce que nous
avons vû dans la Propofition précédente, les mouvemens des nœuds dans Je
temps dans lequel la Lune parcourt l'arc PM dans le cercle 6c l'arc p m dans
l'cllipfe. Cela feroit en effet ainfi , fi fg étoit à ce comme fY à cT, c'eft-à-
dirc , fi fg étoit = c Mais à caufe des triangles femblables fgP , c ep, om f g
:cc::fp:cp; donc f g = e 6c par conféquent Pangle que/^ fouftend réellement ,
cft au premier angle que F G fouftend , c'eft-à-dire , le mouvement des

The text on this page is estimated to be only 25.95% accurate

7i PRINCIPES MATHÉMATIQUES »*u mÔ-'p i. nœu<k daos
l'ellipfe est au mouvement des noeuds dans le cercle Fu 8. comme cette
ligne fg ou iLtlf à la première valeur de fg C p qu'on a trouvé = -e , ou ce
qui revient au même , en raison composée de /> x c Y à fYx cp > c'est-à-dire
, en raison de fp à fY & de c Y à cp t ou bien encore, en menant />A
parallèle à TN & rencontrant PP en A, en raison composée de Fk iFY & de
PFàPPi ou enfin dans la raison PA à FP qui est celle de Dp à 2? P , ou de
l'aire Dpmd à l'aire .DP Af Or comme, par le Cor. i. de la Prop. \o. le
mouvement horaire des noeuds dans le cercle est: en raison composée de A
Z * & de l'aire D P Md, le mouvement horaire des nœuds dans l'ellipfe est
donc en raison composée de l'aire Dpmd & de ^Zl. C. Q. P. D. Cou Ccft
pourquoi , comme dans une position donnée des nœuds, la somme de toutes
les aires pDdm décrites pendant le temps que la Lune va d'une quadrature à
un lieu quelconque m , est l'aire mpQEd, terminée par la ligne Q_E tangente
de l'ellipfe ; & que la somme de toutes ces aires décrites dans une (évolution
entière est l'aire elliptique entière : le mouvement médiocre des nœuds dans
l'ellipfe fera au mouvement médiocre des nœuds dans le cercle , comme
l'ellipfe au cercle ; c'est-à-dire , :: Ta : TA ou :: 6? : 70. & par conséquent ,
puisque (Cor. 1. Proposition jo.) le mouvement horaire médiocre des nœuds
dans le cercle, est à 16", isM, iSiT, j<?v comme AZX à AT*, si on prend
l'angle de 16", n", jor, comme 69 à 70 , le mouvement horaire médiocre des
nœuds dans l'ellipfe fera à 16", nw, j jo", comme AZ* à AT1 ; c'est-à-dirc,
comme le carré du sinus de la distance du nœud au Soleil est au carré du
rayon. Au reste , les aires que la Lune décrit autour de la terre , étant
parcourues plus promptement dans les syzygies que dans les quadratures
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.90% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7J dratures , le temps doit diminuer dans les fyzygies & augmenter dans les quadratures , & le mouvement des nœuds doit fubir la même loy. Or le moment de l'aire dans les quadratures de la Lune , eft à fon moment dans les fyzygies comme 10975 à 1107? ; cV pat confequent, le moment médiocre dans les octans eft à l'excès dans les fyzygies & au défaut dans les quadratures , comme la demie Comme noij de ces nombres eft à leur demie diflerence 50. Ainfi à caufe que le temps dans des parties égales de l'orbe de la Lune eft réciproquement comme fa vîteffe , le temps médiocre dans les oftans fera à l'excès du temps dans les quadratures & à fon défaut dans les fyzygies, produit par cette caufe, comme 1 ioij à y o à peu près. Quant aux lieux placés entre les quadratures & les fyzygies, je trouve que l'excès des momens de l'aire à chacun des lieux fur le plus petit moment dans les quadratures , cil à peu près proportionnel au quarré du finus de la diftanec de la Lune aux quadratures ; & par conléquent , la différence entre le moment dans un lieu quelconque , & le moment médiocre dans les oclans , eft comme la différence entre le quarré du fin us de la diftanec de la Lune aux quadratures , & le quarré du lînus de 4J d ou la moitié du quarré du rayon ; 6c l'incrément du temps dans chacun des lieux entre les oftans &■ les quadratures , &: fon décrément entre les odans cV les fyzygies , font dans la même raifon. Mais le mouvement des noeuds, pendant le temps que la Lune parcourt des parties égales d'orbe , eft accéléré ou retardé en raifon doublée du temps. Car ce mouvement, pendant que la Lune parcourt l'arc P M (toutes chofes d'ailleurs égales) eft comme ML -, & ML eft en raifon doublée du temps. C'eft pourquoi le mouvement des nœuds dans les fyzygies , pendant le temps que la Lune parcourt des parties données de fon orbe, eft diminué dans la raifon doublée du nombre 11 07 3 au nombre 11 01\$ i &c le décrément eft au mouvement reftant comme 100 Tomt II. K

The text on this page is estimated to be only 22.02% accurate

74 PRINCIPES MATHÉMATIQUES du st«t£mb à 1097 j , & par conféqunt au mouvement total à peu près comme *" 100 à 1 107). Or le décrément dans les lieux entre les odans & les fyzygics & l'incrément entre les océans & les quadratures font à peu près à ce décrément en raifon compofée de la raifon du mouvement total dans ces lieux au mouvement total dans les fyzygies , & de la raifon que la différence entre le quarré du Anus de la dit tance de la Lune à la quadrature, fie la moitié du quarré du rayon, a avec la moitié du quarré du rayon. Ainfi , fi les nœuds font dans les quadratures , & qu'on prenne deux lieux également diftans de l'octant, &: deux autres également diftans de la fyzygie & de la quadrature : enfuite , que des décrémens des mouvemens dans les deux lieux entre la fyzygie 6 foclant , on retranche les incréments des mouvemens dans les deux autres lieux qui font entre l'octant & la quadrature ; le dé* crement reftant fera égal au décrément dans la fyzygie : ce dont il eft facile de voir la raifon. De- là il fuit que le décrément médiocre qui doit être retranché du mouvement médiocre des nœuds, eft la quatrième partie du décrément dans la fyzygie. Le mouvement total horaire des noeuds dans les fyzygies, lorfque kk Lune eft fuppofée décrire des aires proportionnelles au temps autour de la terre , a été trouvé précédemment de j x " 41 f 7 iT ; & le décrément du mouvement des nœuds , dans le temps que la Lune décrit plus promptement ce même cfpace , eft , fuivant ce qu'on vient de dire , à ce mouvement , comme 1 00 à 1 1 07 1 ; doac ce décrément eft de 17*' 4J ir nT dont la quatrième partie 4«* a 5" 4g* retranchée du mouvement horaire médiocre trouvé ci-deffus de i£" 11" jiv jo' donne i«* t6n J71* 4*r pour le mouvement médiocre horaire corrigé. Si les nœuds fc trouvent hors des quadratures , cV qu'on confidere deux lieux également diftans de part cV d'autre des fyirjrgies i la fomme des mouvemens des nœuds , lorfque la Lune fera dans ces lieux , fera à la fomme des mouvemens lorfque la Lune fera dans ces mêmes lieux , & que les nœuds feront dans les quaDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.36% accurate

LI VIE TR0I5I EMI. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7f
dratures , comme A Z * à ^ 7 l. Et les décrémens des mouvemens qui
viennent des caufes dont on a parle , feront l'un à l'autre comme ces
mouvemens, c'eû-à-dire , que les mouvemeni Fig B" reftans feront l'un à
l'autre comme AZtiATlt & les mouvemens médiocres comme les
mouvemens reftans. Donc le mouvement médiocre horaire corrigé, dans
une pofition quelconque donnée des nœuds, fera à i6u xôm î7iv 4* "
comme AZX à AT1, c'eft-à dire, comme le quarre du finus de U diftanec des
noeuds aux. fyzygies au quarre du rayon. PROPOSITION XXXII.
PROBLEME XIII. Trouver le mouvement moyen des nffuds de la Lune. Le
mouvement moyen annuel cft la fomme de tous les mou- Fij. ». vemens
médiocres horaires dans une année. Qu'on imagine un nœud allant vers N,
&c qu'on fuppolè de plus qu'à la fin de chaque heure il foit remplacé dans fon
premier heu , enferte que malgré fon mouvement propre, il cotiferve
toujours U même pofition par rapport aux fixes. Qu'on fuppofc encore que
pendant ce tems le Soleil , par le mouvement de la terre , s'éloigne de ce
nœud, & qu'il achève uniformément la révolution annuelle apparente. A a
étant un très-petit arc donné que la ligne T S menée au Soleil parcourt fur le
cercle N A n dans un petit temps donné : le mouvement médiocre horaire
fera , par ce qu'on a fait voir ci-devant , comme A Z 1 , c'eft-à-dire , à taule
des proportionnelles AZ , Z Y, comme le rectangle fous AZ & Z Y , ou , ce
qui revient au même , comme l'aire A Z Y a. Et la fomme de tous les
mouvemens médiocres horaires depuis le commencement fera comme la
fomme de toutes les aires aYZ A c'eft-à-dirc , comme l'aire NA Z. Or la plus
grande aire AZYa cft égale au rçrtangle fous l'arc A a Se le rayon du cercle ;
6c par conféquent , la fomme de tous les rectangles dans le cercle entier fera
à la fomme d'autant de plus grands , comme l'aire de tout le cercle cft au
rectangle fous la circonférence entière uiginze d by Gop^Te

The text on this page is estimated to be only 27.04% accurate

76 PRINCIPES MATHÉMATIQUES .cs.^iu. & le rayon, c'est-à-dire, comme i à t. Mais le mouvement tv Mo>,,• horaire, répondant au grand redangle, a été trouvé de $16 * F^9$, $16 * ' \} 7i9 4iT > q \llcorner \gg$ devient de $\$9d 58' 7 \gg 50''$ dans une année entière fidérale de jtfj jours 6h 9' : donc la moitié Ud $45 > ' \hat{i}'' 5 \hat{i}'''$ de ce mouvement est le mouvement moyen des nœuds qui repond à tout le cercle. Et le mouvement des nœuds, pendant que le Soleil va de N en A> est à $19 d 49' j'' 5jw$ comme l'aire N A Z à tout le cercle. Cela feroit ainfi dans la fupposition que le nœud rat remis k chaque heure à fon premier lieu , & que le Soleil au bout d'une année retournât au même nœud d'où il étoit parti au commencement. Mais comme le mouvement du nœud est caufe que le ' Soleil y revient plutôt , il faut compter de combien le temps de ce retour est abrégé. Le Soleil parcourant par an $\$6od$, & le nœud par fon plus grand mouvement faifant dans le même temps $\$9 d ?8' 7'' 50'''$ ou $39,6^*5$; degrés i & le mouvement médiocre de ce nœud dans un lieu quelconque N étant à fon mouvement médiocre dans fes quadratures , comme A Z 1 à A T1 , le mouvement du Soleil fera au mouvement du nœud au lieu N comme 360 AT1 à 39, 6355 AZX, c'est-à-dire, comme 9,081764g ATX à AZX. Ainfi en fupposant que toute la circonférence du cercle NA n soit divifée en petites parties égales A a , le temps pendant lequel le Soleil parcoureroit la petite partie A a si le cercle étoit en repos, fera au temps pendant lequel il parcourera la même petite partie , ce cercle & les nœuds revolvans autour du centre 7, réciproquement comme 9,0817646 AT* à 9 , 0817646 AT1 + A Z1. Car le temps est réciproquement comme la vîteffe avec laquelle cette petite partie est parcourue , & cette vîteflè est la fomme des vîteffes du Soleil & du nœud. Donc si le temps pendant lequel le Soleil parcoureroit l'arc N Ay indépendamment du mouvement du nœud , est repréfénté par le fc&cur H TA , & la petite partie de temps pendant laquelle il Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.57% accurate

DE* LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 77 _ < parcourroit un très-petit arc A a par la petite portion A Ta de ~\ ce fe&eur \ que l'on abbaiûe a Y perpendiculaire fur Nn , & qu'on **' prenne dZ fur A Z d'une longueur telle que le rcéUngic dZ x Fi* Z F foit à la petite portion AT a du fecteur comme $\frac{AZ}{Z} : \frac{AT}{Z} :: 7 : 9$, 0827646 A T1 + A Z1 ; le reâangle dZxZ Y reprefentera le décrement du temps caufé par le mouvement du nœud, pendant le temps total pendant lequel l'arc A a z été parcouru. Et fi la courbe N dGn eft le lieu des points </, l'aire curviligne NdZ fera le décrement total pendant le temps employé à parcourir l'arc AT A entier , & par conféquent l'excès du fedeur NAT fur l'aire NdZ fera ce temps total. Or comme le mouvement du nœud dans un temps plus court eft moindre dans la raifon du temps , l'aire A a Z Y devra être diminuée dans la même raifon ; ce qui fc fera en prenant fur A Z l'intervalle e Z qui foit à la ligne AZ comme $AZ^* : AZ :: 9,0817646 AT1 + A Z1$. Par ce moyen le rc&angle eZxZY fera à l'aire AZYa comme le décrement du temps employé à parcourir l'arc A a, au temps total dans lequel il feroit parcouru fi le nœud étoit en repos i & : par confequent ce rc&angle répondra au décrement du mouvement du nœud. Et fi la courbe NcFn eft le lieu des points «, l'aire totale NeZ, qui eft la fomme de tous les decréments, répondra au décrement total , pendant le temps employé à parcourir l'arc AN ; & l'aire reftame N A e répondra au mouvement reliant, qui eft le vrai mouvement du nœud, pendant le temps pendant lequel l'arc total NA eft parcouru par les mouvemens réunis du Soleil & des nœuds. Mais en employant les méthodes des fuîtes infinies, on trouve que l'aire du demi cercle eft à l'aire de la figure NcFn cherchée, environ comme 79} à 60. Donc, comme le mouvement qui répondoit au cercle entier ctoit de ipd 49' s" 5 5*" le mouvement qui répond au double de la. figure Ne F n fera de 1 à 19' 58." iM qui , étant fcmftrait du premier mouvement, don

The text on this page is estimated to be only 21.63% accurate

7S PRINCIPES MATHÉMATIQUES ,v sv.hmi ocra 1 8 d x 9 ' 5 "

j } * " pour le mouvement total du noeud par ' " MoM'>t^ rapport aux fixes entre les propres conjonctions avec le Soleil i retranchant en fuite ce mouvement du mouvement annuel du Soleil qui est de }6od, on aura j4i d 4©' 54" 7" pour le mouvement du Soleil entre ces mêmes conjonctions. Et ce mouvement est au mouvement annuel de \$6od, comme le mouvement du noeud ci -devant trouvé de 18* 19' j" j } w à l'bn mouvement annuel , qui par conséquent fera de 19 4 18' 1" xj"". Et c'est-la le mouvement moyen des noeuds dans une année fiduciale. Ce mouvement, par les tables agronomiques , est de 19* ii' ii* jow. Ainsi la différence est moindre que ^ partie du mouvement total , Se elle vient vraisemblablement de l'excentricité de l'orbe de la Lune , & de son inclinaison au plan de l'écliptique. Par l'excentricité de cet orbe le mouvement des noeuds est un peu trop accéléré , Se son inégalité le retarde un peu trop , ce qui le réduit à peu près à la juste quantité. PROPOSITION XXXIII. PROBLÈME XIV. Trouver le mouvement vrai des noeuds de U Lune, fii 9> Le temps étant représenté par l'aire NT A — NdZ l'aire NA t représenté le mouvement vrai , ainsi il est donné par les quadratures. Comme le calcul ferait pénible par cette méthode, il vaut mieux employer la construction suivante. Fig. ie. Du centre C , Se d'un intervalle quelconque CD , soit décrit le cercle BEFD , & soit prolongée CD en A , en sorte que A B soit à AC comme le mouvement moyen à la moitié du mouvement vrai médiocre , lorsque les noeuds sont dans les quadratures , c'est-à-dire , comme 19* 18' 1" » i } " * à 19 d 49' 5" 5 j w. B C fera par conséquent à A C comme la différence o d 51 9 1" 5z" de ces mouvements au dernier mouvement de 19d } M j j ///> c'est-à-dire, comme là 3 8 -^i soit en fuite tirée par le point D la ligne indéfinie G g , qui touche le cercle en D \ &c soit pris l'arc BCE ou BCF égal au double de la

The text on this page is estimated to be only 23.71% accurate

DE LA PHILOSOPHÎE NATURELLE. 79 distance du Soleil au lieu du nœud qui est trouvé par le mouvement moyen ; enfin soit tirée A E ou A F qui coupe la perpendiculaire D G en G -, se soit pris un angle qui soit au mouvement total du nœud entre les syzygies (c'est-à-dire à $9^{\circ} 53''$) comme la tangente DG à la circonférence entière du cercle BED cet angle (au lieu duquel on peut prendre l'angle DAG) étant ajouté au mouvement moyen des nœuds lorsqu'ils passent des quadratures aux syzygies , & étant soustrait de ce mouvement moyen lorsqu'ils passent des syzygies aux quadratures , on aura leur mouvement vrai. Car le résultat de cette opération s'accorde à très-peu de chose près avec ce que l'on trouverait en exprimant le temps par l'aire NTA—NdZ & le mouvement du nœud par l'aire NAc : comme on peut s'en assurer par le calcul. C'est-là l'équation générale du mouvement des nœuds. Il y a aussi une équation de ce mouvement pour chaque mois, mais elle n'est pas nécessaire pour trouver la latitude de la Lune. Car la variation de l'inclination de l'orbe de la Lune au plan de l'écliptique , éprouve une double inégalité , l'une tous les six mois , & l'autre tous les mois ; cette inégalité de tous les mois & l'équation des nœuds pour chaque mois se compensent & se corrigent tellement l'une l'autre , qu'on peut les négliger en déterminant la latitude de la Lune. Cor. Il est clair, par cette Proposition & par la précédente, que les nœuds (ont des) Actions dans leurs syzygies & dans leurs quadratures ils rétrogradent d'un mouvement horaire de $16^{\circ} 55'$. & que l'équation du mouvement des nœuds dans les siècles est de $1^{\circ} 30'$, ce qui s'accorde très-bien avec les phénomènes célestes. S C H O L I E. J. Machin professeur d'astronomie à Gresham & Henri Pemberton M. D. ont trouvé chacun de leur côté le mouvement des nœuds

So PRINCIPES "MATHÉMATIQUES 7u Sr.TtMt par une autre méthode que la précédente ,&ona fait mention de >P Mc>>""• ccttc autre méthode dans un autre lieu. L'es écrits de l'un 6c de l'autre que j'ai vûs, contenoient chacun deux Proposions & s'accordoient parfaitement. Je joindrai ici l'écrit du Docteur Machin parce qu'il m'est tombé plutôt entre les mains. DU MOUVEMENT DES NŒUDS de la Lune. PROPOSITION PREMIERE. Le mouvement moyen du Soleil depuis U nœud , fi trouve en prenant une moyenne proportionnelle géométrique entre le mouvement moyen du Soleil , & le mouvement médiocre avec lequel le Soleil s'éloigne le plus vite du nœud dans les quadratures. Fîg. u. Soient T le Heu oà ejl la terre , N n la ligne des nauds de la Lune dans un temps quelconque donné , KTMww ligne tirée à angles droits fur cette ligne , TA une droite qui tourne autour du centre avec la mime vitejft angulaire que celle avec laquelle le Soleil & le naud s'éloignent l'un de l'autre , enforte que l'angle compris entre la ligne N n qui ejl en repos , & la ligne T A qui tourne , foit toujours égal à la. dijlançe des lieux du Soleil & du naud. Cela pofé , fi on divife une ligne quelconque T K dans les parties T S & S K qui fo'unt comme le mouvement horaire moyen du Soleil au mouvement moyen horaire du naud dans les quadratures , & qu'on prenne T H moyenne proportionnelle entre la partie t S & la toute T K , cette ligne fera proportionnelle au mouvement moyen du Soleil depuis le naud. Soit décrit du centre T & du rayon T K le cercle NKMn. Du mime centre & des demi axes TH, TN foit décrue enfuite l'eUipfe HNnL,/ dans le temps que U Soleil s'éloigne du naud de la quantiti de l'arc quelconque N a , on imagine une ligne pajfant toujours par t extrémité a de cet arc , l'aire du fteteur N T a repréfentera la fortune des movtmens du naud & du Soleil dans le même temps. Soit A a le petit arc

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 81 arc que la ligne T b a décrit ainfi en tournant uniformément dans une inn petite portion de temps donnée , le petit feSeur T A a fera donc corn- $T > 0''''''''$ me la fomme des vitejfes avec laquelle le Soleil & le naud font tranf- $F' * 11^*$ portés chacun dans leur temps. La viteffè du Soleil efl pre/qu uniforme , enforte que fa petite inégalité ne produit aucune altération fenfible dans te mouvement moyen des nauds. Vautre partie de cette fomme , c'efl-à-dire $>$ la viteffè du naud dans fa médiocre quantité , augmente , en s' éloignant des fyiigies , en raifon doublée du jinus de fa diftance au Soleil , • par le Cor. de la Prop. \$ t , du troifième Livre des Principes , & comme elle efl la plus grande dans les quadratures avec le Soleil en K $>$ elle a la même raifon à la vîtejfe du Soleil que S K à S T , c' efl- a- dire , qu'elle efl comme la différence des quarrés de T K & de T H $>$ ou comme le reSangle K M H efl À T H *. Mais l'etlipfe N B H partage U feSeur A T a , qui exprime la fomme de ces deux vittjfes , en deux parties ABba & B T b proportionnelles à ces mêmes vîteffes. Soit donc prolongée BT jufqu'à ce qu'elle atteigne le cercle en fi ifoit en fuite menée par B perpendiculairement au grand axe la ligne B G , qui , prolongée des deux côtés, rencontrera le cercle aux points F & f , & Von verra que t'ejpace ABba étant au feSeur T B b comme le reSangle A B x B \$ efl à B T 1 (à caufe que ce rectangle efl égal à la différence des quarrés de TA61 ieTB, à caufe de la ligne A 0 coupée également & inégalement en T O en B) la proportion qui efl entre ces deux quantités , lorfque l'efpace ABba efl le plus grand en K , devient la même que la raifon du reSangle K M H à HT*, mais la plus grande viteffè médiocre du naud étoit à la vîteffe du Soleil en cette mime raifon : donc le feSeur A T a fera divifé dans les quadratures en parties proportionnelles aux viteffes. Et parce que le reSangle K H X H M efl à H T 1 comme FBxBf < J B G 1 , & que le reSangle A B x B a efl égal au reSangle F B X B f , la petite aire ABba, lorfqu'elle efl la plus grande, fera au feSeur refiant T B b , comme le reSangle A B X B (3 à B G * ; lis la raifon de ces petites aires aux feSeurs reflans efl en général celle Tome, U. L Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.92% accurate

81 PRINCIPES MATHÉMATIQUES su s»«itMi £S nfangics A B
x B 0 à BTl. 2?ohc A B b a /ira petite BU Mo HD Ii *> J d J — — — <ia
/«a A /'aire ftmblable dans les quadratures , en raifort doublée de f ig. u. ^ jj-
j* ^ c'efi-à-dire , «n rdi/o/* doublée du finus de la dijânce du Soleil au
noeud. Donc la fomme de toutes les petites aires A B b a , c'efi-à-dire ,
Vefpace ABN fera comme le mouvement du noeud dans U temps dans
lequel le Soleil s'éloigne du naud par l'arc N A. Et l'efpace refiant , ou, ce
qui revient au même , le feUeur elliptique N T B fera comme le mouvement
moyen du Soleil dans le même temps. Or comme le moyen mouvement
annuel du naud efi celui qui a lieu dans le temps que le Soleil achevé fa
période , le mouvement moyen du naud depuis le Soleil fera au mouvement
moyen du SoUil % comnit l'aire circulaire à faire elliptique , c'cfl-à-dirc ,
comme la droite T K à la droite TH qui efi moyenne proportionnelle entre T
K & S T ; ou , ce qui revient au même, comme cette moyenne
proportionnelle T H à la ligne TS. PROPOSITION II. Le mouvement
moyen des nœuds de la Lune étant donné , trouver leur mouvement vray. •
Xi s. ». Soit r*»gk A la diflance du Soleil au lieu moyen du naud , ou U
mouvement moyen du Soleil depuis le naud. En prenant t angle B tel que fa
tangente f it à la tangente de l'angle A , comme T H à T K , c' efi- à dire , en
raifon foufdoublée du mouvement horaire médiocre du Soleil au
mouvement horaire médiocre du Soleil depuis le naud placé dans tes
quadratures } cet angle B fera la diflance du Soleil au lieu, ■vrai du naud.
Car tirant F T , l'angle FT N fera, par la démonfiration de la Prop.,
précédente , la diflance du Soleil au lieu moyen du naud , l'angle AT N fa
diflance au lieu vrai , & les tangentes de ces angles feront entr'tles comme
T K à TH. Cor. Donc F T A tjl l'équation des nauds de la Lune , & le finusde
cet angle , lorfqu'il efl le plus grand dans les odans , efi au rayon, comme.
K H à TK + TH. Dans un autre lieu quelconque A U finus de cette équation
efl au plus grand finus y comme le finus de lajonte Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 83 des angles FTN + ATN au rayon : c'est-à-dire , environ comme «-•»»« * J TftOMIkMC le finus de iFTN double de la distance du Soleil au lieu moyen . du nctud efi au rayon. Fis* u* S C H O LIE, Si le mouvement horaire médiocre des nmuds dans Us quadratures , efi de i6w i6*f 37lr 41 r , c'efi-à-dire , qu'il fou dans une année entière JidéraU de 39d 38' 7" jo*". On aura TH a TK en rai/on fou/doublés du nombre 9,0817646 au nombre 10,0827646 , ou, ce qui revient au même , comme 18, 6714761 à 19,6714761. Et par tonjlquent on aura TH : H K : : 18 , 67*4761 : 1 , c'efi-à-dire , comme le mouvement du Soleil dons une année Jidérale au moyen mouvement du nctud qui efi de i<d 18' i" x%on,\. Mais fi le mouvement moyen des nttuds de la Lune en 10 années Juliennes efi de 386 d 51' 15"» comme on le déduit des obfervations employées dans la théorie de la Lune : le mouvement moyen des nauds dans une année Jidérale , fera de 19 d 10' 31" \$Sm , & T H fera à H K comme 360 d à 19 d i* 31" 58 w, c'efi-à-dire , comme 18,61114^ 1. Delà , on tire le mouvement horaire médiocre des nmuds dans Us quadratures de i6w i8w/ 48 l\ Et la plus grande équation dis nauds dans Us o&ans de 1 d 19' 57 *.

PROPOSITION XXXIV. PROBLEME XV. Trouver la variation horaire de Vinclinaifon de l'orbe de la Lune fur U plan de l'écliptique. 0 Soient A te a les fyzygies ; Q & q les quadratures \ N te n f*. ... les nœuds -, P le lieu de la Lune dans fon orbe ; p la projeéion de ce lieu dans le plan de l'écliptique, & mTl le mouvement momentané des nœuds calculé comme ci-deûus. Si fur la ligne Tm on abbaiûe la perpendiculaire P G , qu'on tire la ligne p G, qu'on la prolonge jufqu'à ce qu'elle rencontre Tien g, & qu'on tire Pg: l'angle PGp fera l'inclinaifon de l'orbite de la Lune» au plan de l'écliptique, lorfque la Lune cft en P ; l'angle Pgp Tinclinailbn du même orbe l'inllant d'après, & par confeLij

The text on this page is estimated to be only 26.38% accurate

S+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES »*° if ÔVpĴ. < lucnt l'angle
 G P g la variation momentanée de rinclinaifon. —^7 Or cet angle G P g eft
 à l'angle GTg en raifon compofée de TG à PG , & de Pp à PG. Donc , en
 mettant une heure pour le moment du temps } & par conféquent (par la
 Prop. 30.) 3 3 H t0W J} irxITx^ZxPG ppur 1>angle grgl>angle gpg> QU
 la variation horaire de l'inclinaifon fera à l'angle de 33" 10'" comme 77 x
 AZ x TGx j£ à AT*. C.Q.F.T. Ce qu'on vient de dire a lieu dans la
 fuppofition que la Lune tourne uniformément dans un orbe circulaire. Mais
 fi cet orbe eft elliptique , le mouvement médiocre des nœuds diminuera
 dans la raifon du petit axe au grand axe } comme on l'a fait voir ci-deû*us.
 £t la variation de l'inclinaifon diminuera. auflG dans la même raifon. Cor. 1.
 Si on élevé TF perpendiculaire fur Nnt qu'on prenne p M pour le
 mouvement horaire de la Lune dans le plan dcïccliptique } qu'on prolonge
 les perpendiculaires pK, Mk kQT, jufqu'à ce qu'elles rencontrent TF en H &
 en h j on aura ITx AT'.Kk.Mp, ôc TG.ffpiiTZ.AT i donc ITx TG fera égal à
 **xJ/f xTZ^ ^.^ k raire HpMh mul. T Z tipliée par la raifon de — } & par
 conféquent la variation horaire de l'inclinaifon fera à 3 3" 10'" 33*, comme
 Vint HpMh multipliée par A Z x j~ X p^iATK Cor. i. Donc, fi la terre & les
 nœuds étoient retirés à la fin de chaque heure de leurs lieux nouveaux , &
 qu'ils fuffent toujours ramenés à leurs premiers lieux en un infant , en forte
 que leur pofition donnée demeurât la même pendant un mois entier
 périodique , toute la variation de l'inclinaifon dans ce même temps feroit k
 a" 10'" j,* , comme le produit de la fommc de toutes les aires HpMh,
 décrites pendant la révolution Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.23% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 8, do point/», par la quantité $AZ \times TZ \times \text{fg}$ est à $Mp \times \text{i}\hat{o}$, AT^* , c'est-à-dire, comme le cercle entier $QAqa$ multiplié par $AZ \times TZ \times -p^{\wedge}$ à $Mp \times AT$ », ou, ce qui revient au même, comme la circonférence $QAqaxAZ \times TZ \times y-g$ à $iMpxATK$ Cor. j. Ainfi dans une position donnée des nœuds, la variation horaire médiocre, qui étant continuée uniformément pendant un mois, produiroit cette variation entière, est à $33'' 10''' 33''$ lr, comme $AZ \times TZ \times \text{fg} - T.\ddot{I} 1 AT1$, ou comme $Pp \times 'tG'r i AT$ à $PG \times 4 AT$, c'est-à-dire, (puisque Pp est à PG comme le finus de l'inclinaison dont on vient de parler au rayon, & que $'' f * Z Z$ est $* 4 AT$ comme le finus $^u d^{\circ}ut$ le de l'angle AT n au quadruple du rayon) comme le finus de cette même inclinaison multiplié par le finus du double de la distance des nœuds au Soleil, est au quadruple du quatre du rayon. Cor. 4. Puisque la variation horaire de l'inclinaison, lorsque les nœuds sont dans les quadratures, est (par cette Prop.) à l'angle de $5'' 10'''$, comme $1T \times AZ \times TG \times y^*$ à AT^* , c'est-à-dire, comme $X Fg$ à $xAT^* 0U >$ cc qui revient au même, comme le finus du double de la distance PD de la Lune aux quadratures multiplié par $y\text{fg}$ est au double du rayon -y la somme de toutes les variations horaires pendant le temps que la Lune passe de la quadrature à la syzygie dans cette position des nœuds (c'est-à-dire dans un espace de 177 heures & fera à la somme d'autant d'angles de $33'' 10''' 33''$ iv, laquelle est $87''$, comme la somme de tous les finus du double de

The text on this page is estimated to be only 26.20% accurate

*' PRINCIPES MATHÉMATIQUES » V\$YITtMI . • v Mo «p.. la distance de la Lune aux quadratures, multipliée par cft !Fif. I». à la somme d'autant de diamètres j c'est-à-dire , comme le diamètre multiplié par £g à la circonférence. Or cette proportion, fi l'inclinaison est supposée de , * i ', devient celle de 7 X rîlô * »i , ou de 178 à 10000. Donc la variation totale compoféc de la somme de toutes les variations horaires qui ont eu lieu dans la temps dont on vient de parler , est de 16) " ou de 1 ' 43 ". PROPOSITION XXXV. PROBLÈME XVI. Trouver pour un temps donné Vinclinûfon de Corbe de U Lune m plan de Viclîptique. fjj.,. AD étant le Gnus de la plus grande inclinaison, & AB le finus de la plus petite , soit coupée B D en deux parties égales au point C , & soit décrit du centre C & de l'intervalle B C le cercle BGD. Soit prise en suite fur AC, CE en même raifon ï EB que E B à 1 B A : soit fait l'angle AEG égal au double de la distance des nœuds aux quadratures pour le temps donné, abbaissant alors G H perpendiculaire fur A D , A H fera le finus de l'inclinaison cherchée. Car $GE^2 = GH^2 + HE^2 = BH^2 + HD^2 + SE^2 = HBD + HEX - BH^2 = HBD + B.E^2 - iBH \times BE = BE^2 + xEC \times BHzx E C \times A B + x E C \times B H = xEC \times A H$ Donc , puifque tECcù. donné , G E x fera comme ^ J5f. Que A E g reprefente le double de la distance des nœuds aux quadratures à la fin d'un moment quelconque de temps donné , l'arc Ggt à caufe que* l'angle GEg est donné fera comme la distance G E. Mais H h : G g : : G H: G C, & par conféquent /TA est comme CITx G g ou G Hx G E, c'est-à-dire , comme ~ X GE * ou x AH, ou, ce qui revient au même, en ra

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.06% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 87 _ fon compofée de A
H & c du finus de l'angle AEG. Donc » fi L« f Tuai la ligne AH tk dans
quelque cas égale au finus d'inclinaifon , elle augmentera par les mêmes
incrémens que ce finus , fuivant Fi* le Cor. 3. de la Prop. précédente, & par
conféquent elle demeurera toujours égale à ce finus. Mais la ligne AHc(t
égale à ce finus , lorfque le point G tombe en B ou en D. Donc elle lui eft
toujours égale* C. Q. F. D. J'ai fuppofé dans cette démonftration que l'angle
B EG , qui eft le double de la diftance des noeuds aux quadratures,
augmentoît uniformément , parce qu'il feroit fuperflu en cette occafioa
d'avoir égard à la petite inégalité de cette augmentation. Suppofons
maintenant que l'angle BE G Toit droit , 6c que dans ce cas G g (bit
l'augmentation horaire du double de la diftance des noeuds au Soleil , la
variation horaire de l'inclinaifon fera alors (par le Cor. 3. de la dernière
Propofition) à 33" 10'" 53'* comme le produit du finus d'inclinaifon A H &
du finus de l'angle droit BEG, qui eft le double de la diftance des noeuds au
Soleil , au quadruple du quart c du rayon » c'eft-à-dire , comme le finus AH
delà, médiocre inclinaifon eft au quadruple du rayon} ou , ce qui revient au
même , (parce que cette inclinaifon médiocre eft prefque de jd 8' £)
comme fon finus 896 , au quadruple du rayon 40000, ou comme i%+ à
10000. Mais la variation totale qui répoond à la différence B D des finus , eft
à cette variation horaire , comme le diamètre BD à l'arc G g j c'eft-à-dire, en
raifon compofée du diamètre BD à la demie circonférence B G D , & de la
raifon de 1079 & heures que le nœud employé à aller des quadratures aux
fyzygies, à une heure j joignant donc toutes ces raifons, la variation totale
BD fera à 33" to'" 33*, comme ii+ X 7 X 1079 t; à 1 10000, ou comme
196+1 à 1000 , & par conféquent cette variation BD fera de 16 ' C'eft-là la
plus grande variation de l'incîmaifon tant qu'on ne fait pas attention au lieu
de la Lune dans ion orbite. Car lorfque

The text on this page is estimated to be only 29.30% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES eu s*»»»] çs nœuds font dans les fyzygies , cette inclinaison ne change . point par la différente poutioa de la Lune t mais si les nœuds F** *!• font dans les quadratures , l'inclinaison est moindre lorsque la Lune est dans les fyzygies, que lorsqu'elle est dans les quadratures, de $4^{\circ} 11'$ i comme nous l'avons dit dans le Cor. 4. de la Prop. précédente. Et la moitié de cette différence qui est de $1^{\circ} 11'$ i étant ôtée, la variation totale médiocre BD dans les quadratures de la Lune devient de $15^{\circ} 11'$ i, & en l'ajoutant à cette variation dans les fyzygies elle devient de $17^{\circ} 45'$. Donc si la Lune se trouve dans les fyzygies , la variation totale dans le passage des nœuds des quadratures aux fyzygies fera de $17^{\circ} 45'$ y "j & par conséquent si l'inclinaison lorsque les nœuds font dans les fyzygies est de $5^{\circ} 17' 10''$ elle fera, lorsque les nœuds font dans les quadratures & la Lune dans les fyzygies, de $4^{\circ} 59' 10''$ j 5 ". C'est ce qui se trouve confirmé par les observations. Si ensuite on veut connaître cette inclinaison de l'orbe lorsque la Lune est dans les fyzygies & que les nœuds font dans un lieu quelconque \ il faut prendre AB à AD comme le sinus de $4^{\circ} 59' 10''$ au sinus de $17^{\circ} 10'$ ao", faisant ensuite l'angle AEG égal au double de la distance des nœuds aux quadratures , A H fera le sinus de l'inclinaison cherchée. L'inclinaison de cette orbite, lorsque la Lune est à 90° des nœuds , est égale à celle qu'on vient de déterminer. Et dans les autres lieux de la Lune , l'inégalité pour chaque mois , qui se trouve dans la variation de l'inclinaison , se compense dans le calcul de la latitude de la Lune , & est en quelque façon corrigée par l'inégalité du mouvement des nœuds à chaque mois ; (comme nous l'avons dit ci-deûs) ainsi on peut la négliger dans le calcul de la latitude. S C H O L I E. J'ai voulu montrer par ces calculs des mouvemens de la Lune qu'on pouvoit les déduire de la théorie de la gravité. J'ai trouvé encore Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.37% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 8> encore par la même théorie que l'équation annuelle du mouvement moyen de la Lune vient de la différente dilatation de l'orbe de la Lune par la force du Soleil, félon le Cor. 6. de la Prop. 66. liv. i. car cette force étant plus grande dans le périégée du Soleil, elle dilate l'orbe de la Lune -, & étant plus petite dans foji apogée elle fait que l'orbe de la Lune fc contrade. Or la Lune fe meut plus lentement dans l'orbe dilaté, & plus vite dans l'orbe contracté; l'équation annuelle par laquelle on compenfe cette inégalité cft nulle dans l'apogée 6V dans le périégée du Soleil; dans la moyenne diftance du Soleil à la terre elle monte jufqu'à $11'50''$ environ, & dans les autres lieux elle eft proportionnelle à l'équation du centre du Soleil i elle s'ajoute au moyen mouvement de la Lune lorlque la terre va de fon aphélie à fon périhélie, & clic s'en fouftrair dans la partie oppofée de l'orbire. •> En prenant le rayon du grand orbe de 1000 parties, Se l'excentricité de la terre de $\frac{1}{6}$, cette équation, lorlqu'elle cft la plus grande, devient par la théorie de la gravité de $u'49''$. Mais l'excentricité de la terre paroît être un peu plus grande, augmentant donc l'excentricité cette équation doit augmenter dans la nicme raifon. Ainfi fi on fuppose l'excentricité de 16 rs, la plus grande équation fera de $11'51''$. J'ai trouvé auffi que dans le périhélie de la terre, l'apogée & les nœuds de la Lune alloient plus vite, à caufe de la plus grande force du Soleil, que dans fon aphélie, &: cela en railbn triplée inverfe de la diftance de la terre au Soleil. Delà on tire que les équations annuelles de ces mouvemens font proportionnelles à l'équation du centre du Soleil. Or le mouvement du Soleil cft en railbn doublée de la diftance de la terre au Soleil invcrlement, Ôc la plus grande équation du centre, que cette inégalité produit, cft de $11'10''$ ce qui s'accorde avec l'excentricité du Soleil de dont on vient de parler. Si le mouvement du Soleil étoit en raifon triplée inverfe de la diftance, cette inégalité produiroit $45\frac{4}{30}''$ pour la plus grande

Tome II, M

The text on this page is estimated to be only 26.32% accurate

90 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »u systims équation. Donc les plus grandes équations que les inégalités des mouvemens de l'apogée & des noeuds de la Lune produisent font à id y 4 ' 30" comme le mouvement moyen diurne de l'apogée & le mouvement moyen diurne des noeuds de la Lune font au mouvement moyen diurne du Soleil. D'où il suit que la plus grande équation du mouvement moyen de l'apogée est de 19' 43" & que la plus grande équation du mouvement moyen des noeuds est de 9' 14" v la première équation est additive & la dernière soustractive lorsqu'on va de son périhélie à son aphélie : c'est le contraire lorsqu'elle est dans la partie opposée de son orbite. Par la théorie de la gravité il est certain que l'action du Soleil sur la Lune est un peu plus forte lorsque le diamètre transversal de l'orbite de la Lune passe par le Soleil , que lorsque le même diamètre est perpendiculaire à la ligne qui joint le Soleil & la terre : & par conséquent l'orbite de la Lune est un peu plus grande dans le premier cas que dans le dernier. De là on tire une autre équation du mouvement moyen de la Lune qui dépend de la situation de l'apogée de la Lune par rapport au Soleil , & cette équation est la plus grande lorsque l'apogée de la Lune est dans le même octant que le Soleil ; & elle est nulle lorsque l'apogée parvient aux quadratures ou aux syzygies : elle s'ajoute au mouvement moyen dans le passage de l'apogée de la Lune de la quadrature du Soleil à la syzygie , & elle se soustrait dans le passage de l'apogée de la syzygie à la quadrature. Cette équation , que j'appellerai équation féminine, monte jusqu'à 3' 4" environ dans les octans de l'apogée lorsqu'elle est la plus grande, autant que je l'ai pu conclure des phénomènes. C'est-là la quantité dans la médiocre distance du Soleil à la terre : mais elle doit être augmentée & diminuée en raison triplée de la distance du Soleil inversement, donc, dans la plus grande distance du Soleil elle est de 3' 34", & dans la plus petite de 3' 56" à peu près : lorsque l'apogée de la Lune est hors des octans elle

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.71% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 91 devient moindre , & elle est à U plus grande équation comme $\frac{1}{2} \frac{U}{r}$ le finus du double de la distance de l'apogée de la Lune à U — prochaine syzygie ou à la prochaine quadrature est au rayon. Par la même théorie de la gravité l'action du Soleil sur la Lune est un peu plus grande , lorsque la ligne droite menée par les nœuds de la Lune passe par le Soleil , que lorsque cette ligne coupe à angles droits la ligne qui joint la terre & le Soleil. Ce qui donne une autre équation du mouvement moyen de la Lune , que j'appellerai féconde femestre , laquelle est la plus grande lorsque les nœuds sont dans les ordres du Soleil , cV qui s'évanouit lorsqu'ils sont dans les quadratures ou dans les syzygies -, dans les autres positions des nœuds , elle est proportionnelle au finus du double de la distance de l'un ou l'autre nœud à la prochaine syzygie ou quadrature : elle doit s'ajouter au moyen mouvement de la Lune , si le Soleil s'éloigne en antécédence du nœud dont il est le plus voisin , & se retrancher s'il s'en éloigne en conséquence ; dans les ©dans, où elle est la plus grande, clic va à +7" dans la moyenne distance du Soleil à la terre, ainsi que je le trouve par la théorie de la gravité. Dans les autres distances du Soleil , cette plus grande équation , dans les 67 ans des nœuds, est réciproquement comme le cube de la distance du Soleil à la terre, 6V par conséquent, dans le périhélie du Soleil elle monte environ à 49" , & dans son apogée à 45 "environ. Par la même théorie de la gravité l'apogée de la Lune avance le plus lorsqu'il est en opposition ou en conjonction avec le Soleil , & il rétrograde le plus lorsqu'il est en quadrature avec le Soleil. Dans le premier cas l'excentricité est la plus grande , & dans le fécond elle est la moindre , par les Cor. 7. 8. &c de la Prop. 16. du Liv. 1. & ces inégalités, par ces mêmes Corollaires, sont les plus grandes , & produisent l'équation principale de l'apogée que j'appelle femestre. La plus grande équation femestre est de 1 à 18' à peu près, autant que je l'ai pu conclure des observations. Horroxius notre compatriote est le premier qui ait assuré que la Lune faisoit M ij

9i PRINCIPES MATHÉMATIQUES . *y m''' d i. ^ révolution dans une ellipse autour de la terre qui est placée — ■ — dans (on foyer inférieur. HalUy a mis le centre de cette ellipse dans un épicycle dont le centre tourne uniformément autour de la terre. Et de ce mouvement dans l'épicycle naissent les inégalités dans la progression 6c la régression de l'apogée , dont on a parlé , ainsi que la quantité de l'excentricité. F» i4. Supposant que la distance médiocre de la Lune à la terre soit divisée en 100000 parties, que T soit la terre, 6c TC l'excentricité médiocre de la Lune de 5505 parties. Soit prolongée TC en B , en sorte que S C soit le sinus de la plus grande équation femestre de nd 18 ' pour le rayon TC 6c le cercle BD A décrit du centre C & du rayon B C fera cet épicycle dans lequel le centre de l'orbe de la Lune est placé , 6c fait sa révolution selon l'ordre des lettres B D A. Soit ensuite pris l'angle B CD égal au double argument annuel, ou au double de la distance du vrai lieu du Soleil à l'apogée de la Lune corrigé en premier Heu, CT D fera l'équation de l'apogée femestre de la Lune, 6c T D l'excentricité de son orbe tendant vers l'apogée corrigé en fécond lieu. Ayant l'excentricité , le mouvement moyen , 6c l'apogée de la Lune , ainsi que le grand axe de son orbe de 200000 parties, on en tirera, par les méthodes ordinaires, le lieu vrai de la Lune dans son orbe , 6c sa distance à la terre. Le centre de l'orbe de la Lune se meut plus vite autour du centre C dans le périhélie de la terre que dans son aphélie, à cause de la plus grande force du Soleil , 6c cela en raison triplée inverse de la distance de la terre au Soleil. A cause de l'équation du centre du Soleil comprise dans l'argument annuel, le centre de l'orbe de la Lune se meut plus vite dans l'épicycle BDA en raison doublée inverse de la distance de la terre au Soleil. Afin donc d'augmenter la vitesse de ce centre dans la raison (impie inverse de la distance , du centre D de l'orbe soit tirée la droite D E vers l'apogée de la Lune , ou parallèlement à la ligne TCy 6c soit pris l'angle MVF égal à l'excès de l'argument annuel dont Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.09% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. * 9, on a parlé fur la distance de l'apogée de la Lune au périhélie du Soleil en conséquence i ou , ce qui est la même chose , soit $T^{\circ}t > 1$ pris l'angle CDF égal au complément de la vraie anomalie du Soleil à j (50 degrés. Soit fait ensuite DF à DC en raison composée de la double excentricité du grand orbe à la distance médiocre du Soleil à la terre, & du mouvement moyen diurne du Soleil depuis l'apogée de la Lune, au moyen mouvement diurne du Soleil depuis son propre apogée , c'est-à-dire , en raison composée de 3j à 1000 & de 52' 17" 16" à j* 8" 10" , ou Amplement dans la raison de j à 100. Supposé que le centre de l'orbe de la Lune (bit placé dans le point F & dans un épicycle dont le centre soit D & le rayon VF, Se qu'il fasse sa révolution tandis que le point D avance dans la circonférence du cercle DABD. Par ce moyen la vitesse , avec laquelle le centre de l'orbe de la Lune parcourra la ligne courbe décrite autour du centre C, fera , à peu près , en raison renversée du cube de la distance du Soleil à la terre , comme cela doit être. Le calcul de ce mouvement est très-difficile , mais on peut le rendre plus aisé par l'approximation suivante. Prenant toujours 100000 parties pour la distance médiocre de la Lune à la terre, & 505 pour l'excentricité TC; la ligne CB ou CD fera de 1 171 \ parties , & la ligne DF de 5 j {. Cette ligne , à la distance TC , soutient l'angle à la terre que la translation du centre de l'orbe du lieu D au lieu F produit dans le mouvement de ce centre : & cette même droite étant doublée dans une position parallèle à la ligne qui joint la terre & le foyer supérieur de l'orbe de la Lune , elle soutient le même angle, lequel est par conséquent celui que cette translation produit dans le mouvement du foyer ; & à la distance de la Lune à la terre , elle soutient l'angle que cette même translation produit dans le mouvement de la Lune , en sorte que cet angle peut être appelé la féconde équation du centre. Cette équation , dans la médiocre distance

The text on this page is estimated to be only 27.89% accurate

* PRINCIPES MATHÉMATIQUES mÔVdI de IaLwne * la terre, cft, k peu prés, comme le finus de l'angle que cette droite D F fait avec la ligne tirée du point F à la Lune, «m- lorfqu'elle eft la plus grande , elle va jufqu'à x9 xf. L'angle que cette droite DF fait avec la ligne tirée du point Fi la Lune, fe trouve ou en fouftrayant l'angle EDF de l'anomalie moyenne de la Lune , ou en ajoutant la diftance de la Lune au Soleil à la diftance de l'apogée de la Lune à l'apogée du Soleil. Et la quatrième proportionnelle au rayon , au finus de cet angle ainfi trouve, & à x9 x\$" eft la féconde équation du centre qu'il faut ajouter , fi cette fomme eft moindre qu'un demi cercle , ou fouftraire fi clic eft plus grande. C'eft ainfi qu'on aura la longitude de la Lune dans les fyzygies même des luminaires. Comme l'atmosphère de la terre réfracte la lumière du Soleil jufqu'à la hauteur de ? 5 ou 40 milles , qu'en la réfractant clic la répand autour de l'ombre de la terre , & que la lumière ainfi éparfe dans les confins de l'ombre l'étend le la dilate , j'ajoute une minute ou une minute & un tiers au diamètre de l'ombre que produit la parallaxe dans les éclipses de Lune. Au refte , la théorie de la Lune doit être examinée & établie par les Phénomènes» premièrement dans les fyzygies, enfuite dans les quadratures , &c enfin dans les octans. Dans cette vue , j'ai obfervé allez éxaétement les mouvemens moyens de la Lune & du Soleil au méridien , dans l'obfervatoire royal de Greenwich, Et (pour le dernier jour de Décembre de l'année 1700 vieux ftile) j'ai trouvé le mouvement moyen du Soleil à 20 d 43' 40" du Capricorne, & fon apogée à 7d 44' 30" du Cancer, &c le moyen mouvement de la Lune à xif 00 9t du Verfeau, fon apogée à 8d 10' 00" des Poiûons, & fon nœud afcendant \t"\" à 17 d 14' 10" du Lion. ' La différence méridienne de cet obfervatoire à l'obfervatoire 'ju" royal de Paris eft de od, 9', 10", mais on n'a pas encore le moyen mouvement de la Lune 6c de fon apogée allez éxaétement.

The text on this page is estimated to be only 23.30% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. V) [^] PROPOSITION
XXXVI. PROBLEME XVII. tLAIÎL. Trouver la foret du Soleil pour
mouvoir Us eaux de la mer. Fi6. i\$. On a vu, par laProp. ij. de ce Livre, que
la force ML ou P T du Soleil , pour troubler les mouvemens de la Lune , cft
dans les quadratures de la Lune , à la force de la gravite fur la terre, comme
x à 65809z,6. & que la force TM-LM ou zPK dans les fyzygies de la Lune
eft deux fois plus grande. Or ces forces, fi on defeendoit à la furface de la
terre, diminucroicnc en raifort des diftances au centre de la terre , c'eft-à-
dire , en raifon de 60 ± à 1 ; Donc , à la furface de la terre , la première de
ces forces cft à la force de la gravite comme 1 à \$8604600. Ccft par cette
force que la mer eft abbaiflée dans les lieux qui font éloignes du Soleil de
90 d. L'autre force, qui eft deux fois plus grande , élevé la mer dans les
régions fnuêcs fous le Soleil , cV dans celles qui lui font oppofées. Ainfi la
fomme de ces forces cft à la force de la gravité comme 1 à 1 1868200. Et
parce que la même force produit le même mouvement , foit qu'elle abbaifte
l'eau de la mer dans les régions diftantes du Soleil de 90 degrés , foit qu'elle
l'élcve fous le Soleil &: dans les régions oppofées au Soleil , cette fomme
fera la force totale du Soleil pour mouvoir les eaux de la mer , & elle fera le
même effet que li elle étoit employée toute entière à élever la mer dans les
régions Ions le Soleil ou oppolées au Soleil , & qu'elle ne produift aucun
effet dans les régions diftantes du Soleil de d. C'cftJà la force du Soleil pour
mouvoir la mer dans un lieu quelconque donné , lorfque le Soleil cft dans le
Zenith du lieu » &c dans fa moyenne diftanec à la terre i mais dans les
autres pofitions du Soleil , fa force pour élever l'eau de la mer eft
directement comme le linus verfe du double de fa hauteur fur l'hor rifon du
lieu , &: inverfement comme le cube de la diftanec du Soleil à la terre. Cor.
Comme la force centrifuge des parties de la terre produite par fon
mouvement diurne , laquelle force cft à la force de la Digitized by Gof*gle

The text on this page is estimated to be only 29.79% accurate

== 96 PRINCIPES MATHÉMATIQUES *u m""1" gravité dans la raifon de i à 189 , cft caufe que la hauteur de ° l'eau fous Téquatcur furpafle fa hauteur au pôle de 8547! pieds de Paris , ainfi qu'on l'a vu ci-defliis dans la Prop. 19. il cft clair que la force du Soleil dont il s'agit ici , laquelle cft à la force de la gravité comme 1 à nS\$8ioo & par conféquent à la force centrifuge comme 189 à ix86Sioo , ou comme 1 à +4117 , produira cet effet que la hauteur de l'eau dans les régions fous le Soleil & oppofés au Soleil furpaflera fa hauteur, dans les lieux diftans du Soleil de 90 degrés, d'un pied de Paris, 11 pouces^ puifque cette hauteur cft à 85+71 pieds comme 1 à 445 17. PROPOSITION XXXVII. PROBLÈME XVIII. Trouver la force de la Lune pour mouvoir les eaux de la mer. La force de la Lune pour mouvoir la mer lè trouve par fa proportion avec la force du Soleil , & on peut conclure cette proportion de la proportion des mouvemens de la mer qui font caufés par ces deux forces. A l'embouchure du fleuve \$Avone au-deflous de Brijlol à la troificme pierre , dans l'Automne & le Printemps , l'afeenfion totale de l'eau , au temps de la conjonction & de l'oppofition du Soleil & de la Lune , cft environ de 45 pieds félon l'obfervation de Samuel Sturmius ; dans les quadratures elle cft de 15 pieds feulement. La première hauteur vient de la fomme de ces forces , & la dernière de leur différence. Nommant donc S & L les forces du Soleil & de la Lune, lorfqu'ils font dans l'équatettr 6 dans leur moyenne diftance de la terre , on aura $L + S : L - S :: 4j : 15$ ou $1:9:5$. Dans le Port de Plimoutk , Samuel Coloprejfus a obfervé que le flux monte dans fa médiocre hauteur à peu près à 16 pieds , & qu'au Printemps & à l'Automne la hauteur du flux dans les fyzygies peut furpafler fa hauteur dans les quadratures de plus de 7 ou 8 pieds. Prenant 9 pieds pour la plus grande différence de ces hauteurs , on aura $L + S : L - S :: xo\{ : 11\}$ £ ou $:: 4\} : *3\}$ » laquelle Digitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 97 laquelle proportion se rapporte allez à la première. La grandeur du flux dans le port de Brifflol semble donner plus de poids aux observations de Sturmius, ainsi jusqu'à ce qu'on ait trouvé quelque chose de plus certain, nous nous servons de la proportion de 9 à 1. Au reste, à cause des mouvemens réciproques des eaux, les plus grandes marées n'arrivent pas précisément dans les syzygies du Soleil & de la Lune, mais ce sont les troisièmes après les syzygies, comme on l'a dit 1 ou bien elles suivent de très-près le troisième passage de la Lune par le méridien du lieu après les syzygies, ou plutôt (comme l'a remarqué Sturmius) elles arrivent le troisième jour après celui de la nouvelle Lune, ou de la pleine Lune, ou un peu plus ou un peu moins après la 1^{re} heure depuis la nouvelle ou la pleine Lune. Et par conséquent elles arrivent à peu près la quarante-troisième heure après la nouvelle ou la pleine Lune. Elles arrivent dans ce port la septième heure environ après le passage de la Lune par le méridien du lieu; ainsi elles suivent de très-près le passage de la Lune par le méridien du lieu, lorsque la Lune est éloignée du Soleil, ou de l'opposition du Soleil d'environ 80 ou 90 degrés en conséquence. L'Hiver & l'Été les marées ont plus de force, non pas dans les solstices mêmes, mais lorsque le Soleil en est éloigné de la dixième partie du cercle, ou environ de 16 à 17 degrés. De même, le plus grand flux arrive après le passage de la Lune par le méridien du lieu, lorsque la Lune est éloignée du Soleil environ de la dixième partie de tout l'espace qui est entre une marée & l'autre. Supposé que cette distance soit* d'environ 18 d x, la force du Soleil dans cette distance de la Lune aux syzygies & aux quadratures > fera moindre pour augmenter & diminuer le mouvement de la mer causé par la Lune, que dans les syzygies & dans les quadratures, & cela en raison du rayon au sinus de complément de cette distance doublée, ou de l'angle de 17d, c'est-à-dire, en raison de 1 0000000 à 79865;. Tome II N

The text on this page is estimated to be only 22.72% accurate

The text on this page is estimated to be only 23.23% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 99 de 11 pieds { &e plus ,
furtout fi le flux cft aidé par les vents qui foufflent alors. é \ * Une force de
cette nature fuffit pour caufier tous les mouvemens de la mer , &: elle
répond affez exactement à la quantité de ces mouvemens. Car dans les mers
qui ont une grande largeur de l'Orient à l'Occident , comme dans la mer
Pacifique, & dans les parties de la mer Atlantique & Ethiopique qui font
au-delà des tropiques , l'eau monte ordinairement à la hauteur de 6 , 9, uouij
pieds. Aurefte on prétend que dans la mer Pacifique qui cft plus profonde
&c plus large que la mer Atlantique & la mer d'Ethiopie , les marées y font
aufli plus grandes. Et en effet, pour que le flux foit complet la largeur de la
mer de l'Orient à l'Occident ne doit pas être moindre que de 90 d. Dans la
mer d'Ethiopie l'afce/ifion de l'eau entre les tropiques cft moindre que dans
les zones tempérées , à caufe du peu de largeur de la mer entre l'Afrique &T
la partie auftrale de l'Amérique. L'eau ne peut pas monter dans le milieu de
hftner qu'elle ne defeende en même temps vers l'un & l'autre rivage Oriental
& Occidental ; mais dans nos mers qui font plus reflerrées , l'eau s'élève à
un rivage lorfqu'cUc defeend *à l'autre par cette raifon, le flux & le reflux
font très-peu fenfibles dans les nies qui font fort loiu de la terre ferme. Dans
de certains ports , où l'eau arrive avec impétuofité après avoir rencontré
beaucoup de bancs de fable \ & où clic cft obligée de fluer &: de refluer
pour emplir èc vuider tour à tour le golfe -y le flux & le reflux doivent être
plus grands , comme à Plymouth , au pont de Chepjiown en Angleterre , au
mont Saint Michel &.' à Avranches en Normandie , à Cambaie & à Pégu
dans l'Inde Orientale. Dans ces lieux , la mer arrivant èVr fe retirant avec
une grande vîtelc, elle inonde tantôt.le rivage à plufieurs mriles & tantôt
elle le laifle à fcc. Le choc de l'eau lorfqu'elle arrive & lorfqu'elle fe retire,
nc-ceffe que lorfqu'elle s'eft élevée ou abbaiffée de 30, N ij

The text on this page is estimated to be only 23.34% accurate

I 100 PRINCIPES MATHÉMATIQUES Vu mÔmⁱ. 4° » ou jo
pieds & plus. C'est la même chose dans les détroits — — — oblongs &
dans les mers pleines de bancs de fable, comme le détroit de Magellan, &
les mers qui environnent Y Angleterre. Le flux dans ces ports & dans ces
détroits augmente beaucoup par l'impétuosité avec laquelle la mer arrive &
se retire. Mais sur les rivages près desquels la mer devient tout à coup très-
large & très-profonde, & où l'eau peut s'élever & s'abaisser sans s'y porter
se s'en retirer avec impétuosité, la grandeur des marées répond aux forces
du Soleil & de la Lune. Cor. 2. La force de la Lune pour mouvoir la mer
étant à la force de la gravité comme 1 à 1871400, il est clair, que cette force
est beaucoup moindre que ce qu'il faudroit qu'elle fût pour qu'elle pût être
aperçue, ou dans les expériences des pendules, ou dans toutes celles
qu'on peut faire dans la statique & dans l'hydrostatique. Cette force de la
Lune n'a d'effet sensible que dans les marées. Cor. 5. Puisque la force de la
Lune pour mouvoir la mer est à la force du Soleil sur la mer comme 4, 481
5 à 1, & que ces forces (par le Cor. 14. de la Prop. 66. Liv. 1.) sont en
raison composée des densités du Soleil & de la Lune & du cube de leurs
diamètres apparens-, la densité de la Lune doit être à la densité du Soleil
comme 4,4815 à 1 dircaement, & comme le cube du diamètre de la Lune
au cube du diamètre du Soleil inversement : c'est-à-dire, (les moyens
"diamètres apparens de la Lune & du Soleil étant de M' & de jz' iz") comme
48*, à 1000. Or la densité du Soleil est à la densité de la terre comme 1000 à
40*0} donc la densité de la Lune est à la densité de la terre comme 48«ji à
4000, ou comme n à 5. Ainsi le globe de la Lune est plus dense & plus
terrestre que notre terre. Cor. 4. Puisque le vrai diamètre de la Lune est,
selon les observations astronomiques, au vrai diamètre de la terre, comme
joo à 365 i la surface de la Lune sera à la surface de la terre comme 1 i 3*, 788.
Digitized by Google

T&OISIIMI. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 101 Cor. j.

La gravité accélératrice à la surface de la Lune , fera liT»i prefque 3 fois moindre que la gravité accélératrice à la surface de la terre. Cor. 6. La distance du centre de la Lune au centre de la terre , fera à la distance du centre de la Lune au commun centre de gravité de la Lune & de la terre comme 40,788 à 39, 788. Cor. 7. La médiocre distance du centre de la Lune au centre de la terre dans les oâans de la Lune fera à peu près de 60 \ demi grands diamètres de la terre. Or le demi grand diamètre de la terre a été trouvé de 15)658600 pieds de Paris : donc la médiocre distance des centres de la Lune & de la terre qui est de 60f de ces demi grands diamètres , aura 1187379440 pieds. Et cette distance (par le Cor. précédent) est à la distance du centre de la Lune au commun centre de gravité de la terre & de la Lune, comme 40,788 à 39,788. Ainsi cette dernière distance est de 1158168534 pieds. Or comme la Lune fait sa révolution , par rapport aux fixes , en 17 jours , 7 heures , 43 ' f , le sinus Versé de l'angle que la Lune décrit dans une minute, est de $71^{\circ}41'$ parties pour un rayon de 1000,000000,000000, & de 14,7706553 pieds pour un rayon de 1582685 34 pieds. Donc la Lune tombant vers la terre , par la même force qui la retient dans son orbite, parcourroit dans une minute 14, 77063 5 3 pieds. En augmentant cette force en raison de 178° à 177° , on aura la force totale de la gravité à l'orbe de la Lune par le Cor. de la Prop. 3. & la Lune tombant par cette force pendant une minute, parcourra 14,8538067 pieds. Donc, à la sixantième partie de la distance de la Lune au centre de la terre c'est-à-dire, à la distance de 197896573 pieds du centre de la terre un corps grave en tombant parcourra aussi dans une seconde 14, 8538067 pieds. Donc à la distance de 1961 5800 pieds, c'est-à-dire, à la distance du moyen demi diamètre de la terre, un corps grave en tombant parcourra dans une seconde 15 , n 175 pieds ou 15 pieds, 1 pouce, 4^ lignes. C'est-là la quantité de la chute des graves à 4Jd de latitude. Et par la table qu'on a Digitized by Google

loi PRINCIPES MATHÉMATIQUES du sttTtMs donné dans la
 Prop. xo. la quantité de cette defeente fera plus >v grande à la latitude de
 Paris de y de ligne environ. Donc , félon ce calcul , les graves en tombant
 dans le vuide à la latitude de Paris t parcoureroient i j pieds de Paris i pouce
 & 4T^ lignes environ en une féconde. Si on retranche de la gravité la force
 centrifuge que le mouvement diurne de la terre produit à cette latitude , les
 graves , en y tombant , parcoureront dans.une féconde 1 5 pieds i pouce & i
 \$ lignes. Or on a fait voir , dans les Prop. 4. & 19. que les graves parcourent
 en effet cet cfpacc en une féconde à la latitude de Paris. Cor. 8. La moyenne
 diftanec des centres de la Lune & de la terre dans les fyzygies de la Lune eft
 de foixante demi grands diamètres de la terre , moins la trentième partie
 d'un demi diamètre environ. Dans les quadratures de la Lune, la moyenne
 diftanec de ces centres, eft de 6c ^ demi diamètres de la terre. Car ces deux
 diftances font à la diftanec moyenne de la Lune dans les océans comme 69
 & 70 à 6\$ \ par la Prop. z8. Cor. 9. La moyenne diftanec des centres de la
 Lune & de la terre dans les fyzygies de la Lune eft de 60-^ demi diamètres
 moyens de la terre. Et dans les quadratures de la Lune la diftanec moyenne
 de ces centres eft de 61 demi diamètres moyens de la terre , moins la
 trentième partie d'un demi diamètre. Cor. 10. Dans les fyzygies de la Lune
 fa parallaxe horifontalc médiocre eft à o, jo, j8, 45 , ji, 60 & 90 degrés de
 latitude, de 57' 10", 57' 16", j7' M1 n\ 57* >o", 57' 8" & " 57' 4"
 rcfpectivcmnt. Dans ces calculs je n'ai point confidéré l'attraction
 magnétique de la terre dont la quantité eft très-petite & eft ignorée. Si
 jamais on parvient à la connoître , & que les mefures des degrés dans le
 méridien, la longueur des pendules ifochroncs à diverfes latitudes , les loix
 du flux & du reflux , la parallaxe de la Lune , &: les diamètres apparens du
 Soleil & de la Lune , foient exactement déterminés par les Phénomènes s on
 pourra refaire tout ce calcul plus exactement. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.80% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. io» _ PROPOSITION
XXXVIII. PROBLEME XIX. Trouver la figure de la Lune. Si la Lune étoit fluide comme notre mer, la force de la terre pour élever les parties de ce fluide les plus proches & les plus éloignées de la terre, feroit à la force avec laquelle la Lune éleve les parties des eaux de notre mer (nées (bus la Lune & opposées à la Lune, en raison composée de la raison de la gravité accélératrice de la Lune. vers la terre à celle de la terre vers la Lune, & de la raison du diamètre de la Lune au diamètre de la terre, c'est-à-dire, comme $9,788 \times 100$ à 1×5^2 ou comme 1081 à 100. Ainsi, comme la force de la Lune éleve notre mer à la hauteur de 8 pieds le fluide de la Lune feroit éleve par la force de la terre à la hauteur de 98 pieds. Et par cette cause la forme de la Lune doit être celle d'un sphéroïde dont le grand diamètre prolongé passe par le centre de la terre, & surpasse l'autre diamètre qui lui est perpendiculaire de 185 pieds. La Lune a donc cette forme & doit l'avoir prise dès le commencement. C. Q. F. T. Cor. C'est ce qui fait que la Lune présente toujours le même côté à la terre car la Lune ne peut être en repos dans une autre position, mais elle doit toujours retourner à ce lieu-là en oscillant. Cependant ces oscillations sont très-lentes, parce que les forces qui les produisent sont très-petites : en sorte que cette partie de la Lune qui devroit toujours être tournée vers la terre, peut regarder l'autre foyer de l'orbe lunaire (par la raison alléguée dans la Prop. 17.) & n'être pas ramenée en un instant vers la terre. L E M M E PREMIER. Si APE représente la terre uniformément dense, C son centre, AE son équateur & P, p ses pôles y que de plus* Pape fait la sphère inférieure, & QR représenté le plan coupé perpendiculairement Fig. 1. ». Digitized by Google

ie4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES ".«StsTtMi par la droite
 tirée du centre du Soleil au centre de la terre ,• qu'enfin *" toutes les
 particules qui composent l'excédent PapAPepE<& la terre Fi<" ,6' par-
 dtffus la sphere infcrite, tendent à s'éloigner de ce plan Q R avec un effort
 qui soit proportionnel à leur distance à ce plan : alors I». Toutes les
 particules qui sont placées dans le plan de Véquateur A E % & qui sont
 rangées également autour du globe en forme d'anneau , auront pour faire
 tourner la terre autour de son centre, une force qui sera à celle que toutes ces
 mimes particules (placées par supposition dans le lieu de Véquateur le plus
 distant du plan Q R) auraient pour faire mouvoir la terre d'un semblable
 mouvement circulaire autour de son centre , comme i. est à 1. a0. Ce
 mouvement circulaire se fera autour d'un axe placé dans la commune
 intersection de Véquateur & du plan QR. «7. Si du centre K & avec le diamètre
 IL on décrit le demi cercle INLKt qu'on suppose la demi circonférence INL
 partagée en un nombre infini de parties égales , 6c que de chacune de ces
 parties N on abaisse le finus N M sur le diamètre IL. La Somme des
 carrés de tous ces finus NM sera égale à la somme des carrés des finus K
 M ; & l'une & l'autre somme sera égale à la somme des carrés d'autant de
 demi diamètres KN-, donc la somme de tous les carrés de tous les finus
 NM sera double de la somme des carrés d'autant de demi diamètres K
 N. if. Soit à présent divisé le périmètre du cercle A E en autant de parties
 égales , & par chacune de ces particules F soit abaissée une perpendiculaire
 F G au plan QR, ainsi que du point A la perpendiculaire AH. La force par
 laquelle la particule F s'éloigne du plan QR sera comme cette
 perpendiculaire F G (par l'hypothèse) & cette force, multipliée par la
 distance C G , sera l'efficacité de la particule F pour faire tourner la terre
 autour de son centre. Ainsi l'efficacité d'une particule au lieu F , sera à
 l'efficacité d'une particule au lieu A, comme FGxGC à AHxHC , c'est-à-dire
 , : : F C 1 : A C * -y & par conséquent , l'efficacité de toutes les parties dans
 leurs lieux F sera à l'efficacité d'autant de Google

Lime Tkouiiims. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. io, de
 particules dans le lieu A, comme la somme de tous les FCX à la somme
 d'autant de A C», c'est-à-dire, par ce qui a déjà été démontré, comme un à
 deux. C. Q. F. D. »«• Et parce que ces particules agissent en s'éloignant
 perpendiculairement du plan Q R, & cela également de chaque côté de ce
 plan; elles font tourner la circonférence du cercle de l'équateur, ainsi que la
 terre qui y est attachée, au tour de l'axe qui est dans ce plan QR & dans le
 plan de l'équateur. L E M M E I I. Les mêmes choses étant posées, la force
 & V efficacité que toutes Us particules placées de toutes parts autour du
 globe, ont pour faire tourner la terre autour du même axe, est à la force
 qu'un même nombre de particules, supposées placées en forme d'anneau dans
 le cercle de l'équateur A E, auroient pour faire tourner la terre d'un
 semblable mouvement circulaire, comme deux à cinq. Soit Kl un cercle
 mineur quelconque parallèle à l'équateur, & »««. (oient £, /, deux particules
 quelconques égales (posées dans ce cercle hors du globe. Si fut le plan
 QRt qui est perpendiculaire au rayon tiré au Soleil, on abaisse les
 perpendiculaires LM, lm, toutes les forces avec lesquelles ces particules
 s'éloignent du plan Q R seront proportionnelles à ces perpendiculaires.
 Supposé à présent que la droite L l soit parallèle au plan Pape j qu'elle (bit
 coupée en deux parties égales au point X > & que par le point X on tire Nn
 qui (bit parallèle au plan QR & qui rencontre les perpendiculaires L M y l m
 , en N & en n i abaissant X Y perpendiculairement sur le plan Q R, les
 forces contraires des particules L & l, pour faire tourner la terre en sens
 contraire, seront comme $LM \times MC \div l m \times mC$ * c'est-à-dire, comme $L N$
 $\times MC + NM \times MC \div l n \times mC \sim n m \times mC$ t ou $LN \times MC + NM \times MC \&$
 $LN \times mC - NM \times mC$: & leur différence $L N \times M m - NM \times M C + mC$ fera
 la force de ces deux particules prises ensemble pour faire tourner //. O
 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.17% accurate

,*6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES du svsteME la terre. La partie pofitive IN x JW « ou x £.rVx de cette " Mo>""- différence, eft à la force xA Hx HC de deux particules de F* 181 même grandeur placées en A , comme LXX à ACX. Et la partie négative 'KM x MC + mC, ou z * rx C r eft à la force » A H x HC de ces mêmes particules placées en A , comme CAT* à AC*. Donc la différence des forces de ces parties, c'eft-à-dire, la force de deux particules L & / prises enfemble pour faire tourner la terre , eft à la force de deux particules qui leur feroient égales & qui feroient placées- dans le lieu A pour faire tourner la terre de la même manière, dans la raifon de LX1 - CX1 à AC\ Mais fi la circonférence IK eft divifée en un nombre innombrable de parties égales L, toutes les L X* feront à autant de IXX comme 1 à x (par le Lemme 1.)' & par conféquent à autant de A Cx comme IX* à xACx; 6c autant de CX*- à autant de AC1 comme x CX1 à x AC1 ; donc les forces réunies de toutes les* particules de la circonférence du cercle IK, font aux forces réunies d'autant de particules dans le lieu A i comme I Xx — x CX1 à iiCl: & par conféquent» (par le Lemme 1 .) aux forces réunies d'autant de particules dans la circonférence du cercle AE comme IXi — x CX1 à AC*. Si à préfent le diamètre Fp de la fphere eft divifé en un. nombre innombrable de parties égales fur lesquelles s'élèvent autant de cercles 1 K \ la matière du périmètre d'un de ces cercles quelconque IK fera comme IXX : ainfi la force de cette matière pour faire tourner la terre fera comme I Xx x I Xx — %CX\ Mais la force de cette même matière , fi elle étoit placée dans le périmètre du cercle AE , feroit comme I Xx x A Cx, Donc la force de toutes les particules de la matière placée dans le périmètre de tous ces cercles hors du globe, eft. à la force d'autant de particules de la matière placées dans le périmètre du grand cercle AE, comme tous Des IXX X IX 1 —xCX* à autant de / X x x:A C * , c'eft-à-dire , comme tous les ACX~ CX'xACi-zCJC* à autant de ACx-CXxxACxt ou, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.72% accurate

Fig. .8. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 107 cequixevient
 au rocme, comme tous les AC + ~+AClxCXx l,nt + j C X* à autant dc^C4
 — AÇl x C X1 , ou encore , com- * me toute la quantité fluente, dont la
 fluxion cdAC** - ^j4CX CJfl + j Cii* cft à toute la quantité fluente dont la
 fluxion cft A C* > — A x CX* -, Et par confequent , par la méthode des
 fluxions , comme A x CX — f A Cx x CX* -f { C X* à AC* x CX — -f A C1
 X CX' , c'eft-à-dire , en écrivant au lieu de CTA!" la ligne entière Cp ou AC
 , comme f\ A C[à f A C 1 , ou comme ù ;. C. Q. F. D. • L E M M E III. Les
 menus chofes étant pofées , je dis que le mouvement dont nous avons parle
 , de toute la terre entière autour de l'axe , Uquel mouvement tfl compofé des
 mouvemtns de toutes les f articules , fera au mouvement du précédent
 anneau autour du même axe , dans une rai/on compofie de la raifon de la
 matière de la terre À la matière de cet anneau , & de la raifon de trois fois le
 quarré du quart de cercle à deux fois le quarré du diamètre , c'efià-dire , en
 raifon compofee de la matière à la matière , & de 91517\$ à 1000000. Car le
 mouvement d'un cylindre tournant autour de fon axe fuppofé fixe , eft au
 mouvement de la fphère inferite , tk qui tourne en même temps, comme
 quatre quarrés égaux font à trois des cercles inferits dans ces quarrés : &e le
 mouvement du cylindre cft au mouvement d'un anneau tres-mince qui
 touche la Jphcre 6c le cylindre dans leur commun contact, comme le double
 de la matière du cylindre cft au triple de la matière de l'anneau > & le
 mouvement de cet anneau continué uniformément autour de l'axe de ce
 cylindre eft à fon mouvement uniforme autour de fon diamètre dans le
 même temps périodique , comme la circonférence du cercle cft au double de
 fon diamètre. HYPOTHESE II. Si l' anneau , dont on vient de parler , faifoit
 feul [a révolution autour du SoliU dans l'orbe de la terre par le mouvement
 annuel , tout le refle Oij Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.98% accurate

io8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »v m • V» * urre *taat 6*1
» & V* cependant il tournât par le mouvement — ■ diurne autour de fon
axe incliné au plan de Vécliptique de xj \ dégris : le Mouvement des points
équinoxiaux feroit le mime , foit que ta anneau fut fluide , foit qu'il fût
formé d'une matière folide. PROPOSITION XXXIX. PROBLÈME XX.
Trouver la préccjjion dis Eqiùnoxes. Le mouvement horaire médiocre des
nœuds de la Lune dans an orbe circulaire , lorfque les nœuds font dans les
quadratures , a été trouvé de 16" jj** 16 ir 36*, & fa moitié 8" 17** }8i,r 18
r cft le mouvement moyen horaire des nœuds dans cet 'orbe, par les raifons
ci-dcûus expliquées -, ainfi ce mouvement dans une année entière fidérale
cft de to* 11 ' +6". Or, puifque les nœuds de la Luoc dans un tel orbe
feroient tous les ans *od 1 1* 46 n en antécédence , & que s'il y avoit plu fi
eu rs Lunes , les mouvemens des nœuds de chacune feroient (par le Cor.
16, de la Prop. 66. du Liv. 1 .) comme les temps périodiques ; il s'enfuit que
fi la Lune tournoit autour de la terre près de fa furface dans l'efpace d'un
jour fidéral, le mouvement annuel de Ces nœuds feroit à 10 4 n' 46» comme
un jour fidéral qui cft de *3h \$6' au temps périodique de la Lune qui eft de
z7 jours 7h4-3'» c'eft-à- dire, comme i4jtf à \$934?. lien feroit de même des
nœuds d'un anneau de Lunes qui entourerait la terre \ foit que ces Lunes ne
fuflent pas contigues , foit qu'elles devinrent fluides & qu'elles formaſſent
un anneau continu , foit enfin que la matière de cet anneau s'endurcit & qu'il
devint inflexible. f°. 18. Suppofons donc que cet anneau foit égal en
quantité de matière à la partie de terre PapAPepE qui cft l'excédent du
fphéroïde fur le globe Papet ce globe étant à cet excédent du fphéroïde
comme aCx i AC* — aCx , c'eftVà-dirc, (à caufe que le petit demi
diamètre de la terre PCou «Ccft au demi grand diamètre AC dans la raifon
de zij à ijo) comme 5*441 à 45 s> i 0 cet anneau entouroit U terre dans le
fens de l'equateur, Digitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 109 & que l'un & l'autre tournaient enfemble autour du diamètre de l'auneau , le mouvement de l'auneau feroit au mouvement du globe intérieur (par le Lemme j. de ce Livre) comme 459 à 514.41 & 1000000 à 915175 conjointement, c'est-à-dire, comme 4590 à 485113 } & par conféquent le mouvement de l'auneau feroit à la (bmme des mouvemens de l'auneau & du globe, comme 4590 à 489813. Ainfi fi l'auneau étoit adhérent au globe, & qu'il lui communiquât Ton mouvement par lequel Tes nœuds ou les points équinoxiaux rétrogradent : le' mouvement qui refteroit à l'auneau feroit à fon mouvement primitif comme 4590 à 4898 ij -, & par conféquent le mouvement des points équinoxiaux feroit diminué dans la même raifon. Le mouvement annuel des points équinoxiaux du corps compofé de l'auneau & du globe, feroit donc au mouvement de 10 d n' 46" comme 14\$\$ à \$934\$, & 4590 à 489813 conjointement, c'est-à-dire , comme 100 à 191369. Mais les forces par lefquelles les noeuds des Lunes (comme je l'ai expliqué ci-deflus) & par conféquent les points équinoxiaux de l'auneau rétrogradent, c'est-à-dire , les forces 3 IT font, dans chaque particule , comme les diftances de ces particules au plan Q R , & c'est par ces forces que ces particules s'éloignent de ce plan } donc (par le Lemme 1.) fi la matière de l'auneau étoit répandue fur toute la fuperficie du globe , enforte qu'elle formât fur la partie fupérieure de la terre la figure PapAPepE , la force & l'efficacité de toutes les particules pour faire tourner la terre autour d'un diamètre quelconque de l'équateur , & par conféquent pour mouvoir les points équinoxiaux , deviendrait moindre qu'auparavant dans la raifon de 1 à 5. Et par conféquent, la régreffion annuelle des points équinoxiaux fera à iod 1 * 46" comme 10 à 73091 , c'est-à-dire, qu'elle fera de 9" 56'" 50*. Au relie ce mouvement doit être diminué à caufe de l'inclinaifon du plan de l'équateur au plan de l'écliptique , c'est-à-dire , «en raifon du finus 91706 (qui eft le finus de complément de 13 A\)

The text on this page is estimated to be only 22.94% accurate

«° PRINCIPES MATHÉMATIQUES »wu m 1" H au rayon
,0000° mouvement deviendra de 9» 7" 10*. !I — Et c'est-là la précession
annuelle des équinoxes causée par la force du Soleil. Mais la force de la
Lune pour élever l'eau de la mer a été trouvée à la force du Soleil comme 4,
4815 à 1 environ -, 6c la force de la Lune pour mouvoir les points
équinoxiaux , est à la force du Soleil dans la même proportion } donc la
précession annuelle des points équinoxiaux , causée par la force de la Lune,
doit être de 40" ,1" §iiv. Ainsi la précession annuelle totale des équinoxes
produite par ces deux forces , doit être de 50* 00 w nir, & ce mouvement
s'accorde avec les phénomènes, car la précession des équinoxes selon les
observations astronomiques est annuellement d'environ 50" Si la terre est
plus haute à l'équateur qu'aux pôles de plus de 17 milles £ , la matière doit
être moins dense à la circonférence qu'au centre : 6c la précession des
équinoxes devra être augmentée en vertu de cette plus grande hauteur de
l'équateur 6c diminuée à cause de cette moindre densité. ■ Nous avons
expliqué jusqu'à présent le système du Soleil , de la terre, de la Lune 6c des
planètes : il nous reste à traiter des comètes. LEMME IV. Les Comètes sont
placées au-dessus de la Lune , & viennent dans la région des Planètes. De
même que le déclin de parallaxe diurne fait voir que les comètes sont au-
dessus des régions sublunaires, leur parallaxe annuelle prouve qu'elles
descendent dans la région des planètes. Car les comètes qui vont suivant
l'ordre des signes sont toutes , vers la fin de leur apparition , de plus en plus
retardées ou même rétrogrades , si la terre est entre elles 6c le Soleil , 6c
accélérées également , si la terre est en opposition. Au contraire , les
comètes qui vont contre l'ordre des signes vont plus vite vers la fin de leur
apparition , si la terre se trouve entre elles 6c le Soleil > 6c elles vont plus
lentement ou sont rétrogrades , si la terre

The text on this page is estimated to be only 22.81% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. m se trouve en opposition avec elles. Ces mouvemens apparent des comètes viennent principalement des mouvemens de la terre dans ses différentes positions par rapport à elles, de même que les planètes nous paroissent quelquefois rétrogrades, quelquefois plus lentes & quelquefois plus promptes, selon que leur mouvement concourt avec celui de la terre, ou qu'il lui est contraire. Si la terre va du même côté que la comète, & qu'elle soit transportée autour du Soleil d'un mouvement angulaire qui surpasse celui de la comète pour que la ligne qui suivroit continuellement la terre & la comète convergeât du côté qui est par de-là la comète, la comète vue de la terre paroitra alors rétrograde à cause de son mouvement plus lent & mais si la terre est mue plus lentement, le mouvement de la comète (en retranchant celui de la terre) devient encore plus lent. Et lorsque la terre ira du côté opposé à celui de la comète, la comète paroitra plus rapide. Or de cette accélération & de ce mouvement rétrograde on tire la distance de la comète de la manière suivante. Soient TQ^A , YQS , YQF trois longitudes de la comète, Ffr . observées au commencement de son mouvement, & soit yQF la dernière longitude observée lorsque la comète cesse d'être apperçue. Soit de plus tirée la ligne ABC dont les parties AB , BC soient séparées par les lignes QA & QB , QB & QC > soient enrr'elles comme les temps écoulés entre ses trois premières observations. Soit prolongé AS jusqu'en G , en sorte que AG soit à AB comme le temps entre la première & la dernière observation, est au temps entre la première & la seconde, & soit enfin tirée la ligne QG : Si la comète étoit mue uniformément dans une ligne droite, & que la terre fut en repos ou qu'elle avançât en ligne droite d'un mouvement uniforme *> l'angle YQG feroit la longitude de la comète au temps de la dernière observation. L'angle FQG , qui est la différence de ces longitudes, est donc formé par l'inégalité des mouvemens de la terre & de la comète. Cet angle, si la terre & la comète vont vers des côtés opposés, étant ajouté à l'angle

The text on this page is estimated to be only 29.55% accurate

m PRINCIPES MATHÉMATIQUES bu sviniu yQG rendra le mouvement apparent de la comète plus prompt : > o Mowai. ^, ^ conj^cç & |a terre vont vers le même côté, il faut ibuftraire l'angle FQG de ce même angle yQ(? , & cette fouftraétion rendra le mouvement apparent de la comète plus lent , ou même rétrograde , comme je viens de le faire voir. Cet angle çft formé principalement par le mouvement de la terre , U par conféqucnt on peut le prendre pour la parallaxe de la comète , en* négligeant le petit décrement ou le petit increment de cet angle qui peut naître de l'inégalité du mouvement de la comète dans fon orbe. On tire de cette parallaxe la diftance de la comète en cette F*. »e. manière. Que S repréfente le Soleil , a c T le grand orbe , a le lieu de la terre dans le temps de la première obfervation , c fon lieu dans le temps de la troifiérac , T celui où elle fc trouve dans le temps de la dernière, & Ty la ligne droite tirée vers le commencement à'Arus. Soit pris l'angle y TV égal à l'angle yQF, c'eft-à-dire , à la longitude de la comète lorlque la terre eft en T. Soit de plus tirée ac prolongée en gt enforte que a g: a ci: A G : A € , U g fera le lieu que la terre auroit atteint au temps de la dernière obfervation par un mouvement continué uniformément dans la ligne droite ac. Donc fi on tire la ligne g y parallèle à Ty , & qu'on fafle l'angle ygV égal à l'angle yQG, cet angle y g F fera égal à la longitude de la comète vue du lieu g ; & l'angle T Vg fera la parallaxe qui vient o)c la tranflation de la terre du lieu g au lieu T : &r par conféqucnt V fera le lieu de la comète dans le plan de l'écliptique. Ce lieu V eft ordinairement inférieur à l'orbe de Jupiter. On conclut la même chofe de la courbure du chemin des comètes. Ces corps marchent à peu près dans de grands cercles pendant qu'ils fe meuvent avec leur plus grande vîteflTe ; mais dans la fin de leurs cours , où cette partie de leur mouvement apparent qui vient de la parallaxe a une plus grande proportion au mouvement total apparent, elles ont coutume de s'écarter de ces cercles, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.60% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. u, des , & lorfque la terre fe meut vers un côté du ciel , elles vont vers le côté oppofé. Cette déflexion vient principalement de la parallaxe , car elle répond au mouvement de la terre ; & la grandeur de cette déflexion prouve , félon mon calcul , que les comètes, lorfqu'elles difparoiffent, font placées aflez loin au-deffus de Jupiter. Et par conféquent dans leur périégée & leur périhélie , où elles font plus proches , elles defcendent fouvent au-deffus des orbes de Mars & des planètes inférieures. La proximité des comètes fe confirme encore par la lumière de leurs têtes. Car l'éclat d'un corps célefte , éclairé du Soleil & qui s'éloigne à de très-grandes diftances , diminue en raifon quadruplée de fa diftance : c'eft-à-dire , dans une raifon doublée à caufe que la diftance de ce corps au Soleil augmente , & dans une autre raifon doublée à caufe de la diminution de fon diamètre apparent. Ainfi fi la quantité de la lumière & le diamètre apparent d'une comète (ont donnés , on aura fa diftance , en difant que cette diftance eft à la diftance d'une planète en raifon directe du diamètre au diamètre , & en raifon fouddoublée inverfe de l'illumination à l'illumination. Flamftead obfervant le plus petit diamètre de la chevelure de la comète de 1681 le trouve de 10" avec une lunette de 16 pieds armée d'un micromètre , le noyau ou l'étoile qui étoit dans le milieu de la tête occupoit à peine la dixième partie de cette largeur , ainfi fon diamètre étoit feulement de 1 1/10 ou 1/10*. Mais l'illumination & l'éclat de fa tête furpaffoit celle de la tête de la comète de 1680, & elle étoit prefque aufli brillante que les étoiles de la première ou de la féconde grandeur. Suppofons que fa lumière fut environ foufquadruple de celle de Saturne Se de fon anneau : comme la lumière de l'anneau étoit prefque égale à celle du globe & que le diamètre apparent du globe étoit prefque de xi la lumière du globe & de l'anneau egaloient enfemble la lumière d'un globe de 10" de diamètre : ainfi la diftance de la comète étoit à la diftance de Saturne comme 1 à 10* 4 inverfement IL P

The text on this page is estimated to be only 26.33% accurate

3[^]— n4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES pu sĭ.temi fcmcnt & comme n" à iow directement, c'est-à-dire, comme ■ 24 à 30 ou comme 4 a j. La comète qui parut au mois \$ Avril \66). furpafioit par fon éclat , félon Hvtlius , prefque toutes les étoiles fixes » & même Saturne par la vivacité de fa lumière. Ainfi cette comète étoit plus brillante que celle qui avoit paru à la fin de l'année précédente. Laquelle cependant avoit été jugée auſſi brillante que les étoiles de la première grandeur. Le diamètre de fa chevelure étoit prefque de 6' & fon noyau étant comparé aux plancttes par le fecours d'une lunette , étoit fans aucun doute plus petit que Jupiter, & paroifſoit quelquefois égaler le globe de Saturne,' & quelquefois il paroifſoit plus petit. Or comme le diamètre de la chevelure des comètes paſſe rarement 8' ou 11', & que celui du noyau ou de l'étoile centrale eſt prelque la dixième ou même quelquefois la quinzième partie du diamètre de la chevelure , il eſt clair que ces étoiles ont pour la plupart la même grandeur apparente que les plancttes. Ainfi comme on peut ordinairement comparer leur lumière avec celle de Saturne & que quelquefois elle la furpaſſe ; il eſt clair que toutes les comètes dans leur périhélie font au-deſſus de Saturne ou très-peu au-deſſus. Ceux donc qui les placent dans la région des étoiles fixes , ſe trompent extrêmement : car à cette diſtance elles ne devraient pas être plus éclairées par notre Soleil que les plancttes de notre ſyſtème le font par les étoiles fixes. Eo traitant toutes ces chofes, nous n'avons pas fait attention à robſcurciſſement des comètes caufé par la fumée épaiſſe & abondante qui entoure leurs têtes , & qui fait que leur lumière paraît vue comme à travers un nuage. Plus cette fumée obſcurcit les comètes, plus il faut qu'elles approchent du Soleil afin que la lumière qu'elles réfléchifſent puifſe être prefque égale à celle des plancttes: d'où il eſt trcs-vraiſemblable que les comètes defeendent beaucoup au-deſſous de l'orbe <lc Saturne comme nous l'avons prouvé par la parallaxe. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.02% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. nf La. même chose se trouve amplement confirmée par leurs queues , ces queues sont formées ou par la réflexion de la fumée éparfè dans l'Ether, ou par la lumière de la tête des comètes. Dans le premier cas on doit diminuer la distance des comètes , car (ans cela , il faudrait supposer que cette fumée qui s'exhale sans cesse de leurs têtes est propagée dans un espace immense avec une vitesse Se une expansion incroyable. Dans le dernier cas , on attribue toute la lumière de la queue 6c de la chevelure au noyau de la tête ; or si nous concevons que toute cette lumière est rassemblée & réflerrée dans le disque du noyau, il est certain que ce noyau , toutes les fois que la comète a une queue très-grande & très-éclatante, devrait être beaucoup plus brillant que Jupiter : car donnant plus de lumière & ayant un plus petit diamètre apparent , il doit être beaucoup plus éclairé & beaucoup plus près du Soleil que Jupiter. Bien plus, lorsque leur tête est cachée sous le Soleil, & que leurs queues paroissent, ainsi qu'il arrive quelquefois, comme de grandes poutres enflammées, on doit par le même raisonnement les placer au-dessus de l'orbe de Venus ; car si toute cette lumière est supposée rassemblée en une étoile, elle doit surpasser de beaucoup Venus en clarté. On doit conclure la même chose de la lumière des têtes des comètes qui croit lorsqu'elles s'éloignent de la terre & qu'elles vont vers le Soleil , & qui décroît lorsqu'elles s'éloignent du Soleil & reviennent vers la terre. Ainsi la dernière comète de l'année 1666 . (comme l'a observé Hévelius) perdait toujours de son mouvement apparent depuis qu'il eut commencé à apercevoir, le par conséquent clic avancé le périhélie j mais cependant la lumière de sa tête n'en augmentoit pas moins de jour en jour , jusqu'à ce qu'enfin étant plongée dans les rayons du Soleil elle cessât d'être visible. Le mouvement de la comète de 1681 j (observée par le même Hevelius) étoit très-lent à la fin du mois de Juillet que l'on commença à l'apercevoir , car elle ne faisoit alors environ que 40 ou 45 minutes de son orbe par jour , depuis ce point

The text on this page is estimated to be only 24.56% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES pu" m"" temps Coa
mouvement diurne augmenta continuellement jufqu'aa J. 4 Septembre qu'il étoit prefque de j degrés ; or pendant tout ce temps la comète s'approcha de la terre ainû qu'on pouvoit s'eit aflûrer par le diamètre de fa tête mefurè avec le micromètre : car Nevelius le trouva \e6Aoufi de 6' j" feulement , y compris la. chevclurc \ mais le i Septembre il étoit de s' 7" , ce qui rendoit fa tête plus petite au commencement de fon mouvement que. vers la fin. Cependant dans le commencement comme elle étoit près, du Soleil , elle paroûtToit beaucoup plus brillante que vers la fin y comme le rapporte le même Heveliusfic pendant tout ce temps,quoiqu'clle s'approchât de la terre, fa lumière diminua toujours, parce qu'elle s'éloignoit du Soleil. Le mouvement de la comète de fut le plus prompt vers, le milieu du mois de Décembre , & celui de la comète de 1680 vers la fin du même mois , ces comètes ctoient par confèquent alors dans leur pèrigée , fie cependant leurs têtes furent les plus, brillantes environ 15 jours auparavant, lorfqu'elles fortoient des. rayons du Soleil, & le plus grand éclat de leurs queues avoit été quelque temps auparavant, lorfqu'elles étoient le plus près du Soleil. La tête de la comète de 16 i&paroiflbit , fekm les obfervations de Cyfatus faites le premier Décembre, plus grande que les étoiles de la première grandeur, & le 16 Décembre (étant alors dans (bn pèrigée) fa grandeur étoit fort diminuée, mais fa lumière & fon éclat l*étoient beaucoup davantage, & le 7 Janvier Kepler ne pouvant plus appercevoir fa tête ceflTa de l'observer. La tête de la comète de 16K0 fut obfervéc le ix Décembre par Flamftcad à la diftance de 9 degrés du Soleil , & alors fa lumière parut à peine égaler celle des étoiles de la troifième grandeur. Le ij & le 17 Déambre elle lui parut comme les étoiles de la troifième grandeur , lorfque leur lumière cft diminuée par celle des nuées vers le Soleil couchant. Le 1* Décembre elle fe mouvott beaucoup plus vîte, & par confèquent elle étoit plus près de fon pèrigée, Ce alors elle étoit plus petite que l'étoile de la troifième grandeur
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.06% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 117 S5==;= de la bouche de Pégase, le 9 Janv'ur elle paroiffbit de la quatrième , le 9 de la cinquième & le 17 elle difparut à caufe de la rTMututé de la Lune qui l'effaçoit. Le 18 Janvier elle égaloit à peine la lumière des étoiles de la première grandeur. Si on prend des temps égaux avant & après fon périégée T fa tête, qui étoit alors dans des régions très-éloignées , aurait dû paraître également brillante , puifqu'alors elle étoit également éloignée de la terre , mais elle parut beaucoup plus brillante lorsqu'elle fut du côté du Soleil , & prefque éteinte de l'autre côté du périégée. On doit donc conclure de la grande différence qui fe trouva entre fa lumière dans l'une & l'autre pofition, qu'elle étoit très-près du Soleil dans la première > car la lumière des comètes a coutume d'être régulière & de paroître plus vive , lorfque leur tête fe meut plus vite , & qu'elles font par conféquent dans leur périégée , fi ce n'eft à moins que l'augmentation de leur clarté ne vienne de leur plus grande proximité du Soleil. Cor. i. Les comètes* brillent donc parce qu'elles réfléchiffent la lumière du Soleil. Cor. i. On doit voir par ce qui a été dit , pourquoi les comètes s'approchent fi fort du Soleil. Si elles étoient vûes dans les régions beaucoup au-delà de Saturne, elles devraient paroître plus foibles dans les parties du ciel oppofées au Soleil ; & celles qui feroient placées dans ces parties du ciel feroient plus voisines de la terre ; & le Soleil étant interpolé obfcurceroit les autres. Mais en parcourant l'hiftoire des comètes, j'ai trouvé qu'on en a découvert quatre ou cinq fois plus dans l'hémifphère qui eft vers le Soleil que dans l'hémifphère oppofé , outre beaucoup d'autres qu'il n'eft pas douteux que les rayons du Soleil n'ayent empêché d'être vifibles. Certainement lorfqu'elles dépendent vers nos régions , elles n'ont point de queues & par conféquent elles ne font point encore aflés éclairées du Soleil pour qu'on puiffe les appercevoir - à la fimple vûe , & l'on ne les apperçoit que lorsqu'elles font plus près de nous que Jupiter. La plus grande partie de l'efpace qu'elles décrivent autour du

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.91% accurate

n8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES •v sy.teu* soleil, lorfqu'clles
en font très- près, eft du côté de la terre qui ' regarde le Soleil ; & par
conféqueot les comètes étant alors plus près du Soleil , elles en font plus
éclairées. Cor. j. Il fuit delà, que les cfpaces céleftes font dénués de toute
réfiftanec > car les comètes fuivent des routes obliques & quelquefois
contraires à celles des planettes, U elles fe meuvent très-librement en tout
fens , & confervent très-long-tcms leurs mouvemens , même ceux qui fc
font contre l'ordre des fignes. Je me trompe beaucoup fi les comètes ne font
pas des corps de même genre que les planettes , & fi elles ne circulent pas
perpétuellement dans un même orbe , car l'opinion de quelques-uns qui
prétendent que ce font des météores, étant fondée fur les changemens
continuels qui arrivent à leur tête , tombe d'ellemême par tout ce qu'on vient
de voir. Les têtes des comètes font environnées de très-grands atmofphères ,
& ces atmofphères doivent être plus denfes en enbas. Ainfi les changemens
qu'on apperçoit dans les comètes font vûs dans les nuages de ces
atmofphères & non dans les corps mêmes des comètes. De même que la
terre vue des planettes ne renverrait la lumière que par les nuages qui
l'environnent & la cachent, il eft très-vraifemblable auffi que les bandes de
Jupiter qui font mobiles fur cet aftre font formées dans les nuées qui
l'entourent ôc qui font que nous l'appercevons plus difficilement. Or les
corps des comètes qui font environnés de nuages plus profonds & plus
denfes doivent être bien plus difficiles à appercevoir. PROPOSITION XL.
THÉORÈME XX. Les comités ft meuvent dans des feSions coniques dont
le foyer tû dans le centre du Soleil , & elles décrivent autour de cet afire des
aires proportionnelles au temps. Cette Propofition eft claire par le Cor. i. de
la Prop. i \$. Liv. i. & par les Prop. 8. 1 1 & i j. de ce troifième Livre. Cor. 1.
Delà il fuit , que fi les comètes tournent dans des orbes , Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 26.39% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. „, ces orbes font des ellipfcs , & leurs temps périodiques doivent être aux temps périodiques des planètes en raison inverse de leurs grands axes. Donc la plus grande partie des comètes faisant leur révolution dans des orbes qui renferment ceux des planètes , & qui font par conséquent plus grands que les leurs , elles doivent se mouvoir plus lentement qu'elles : en sorte que si l'axe de l'orbe d'une comète est quatre fois plus grand que l'axe de l'orbe de Saturne , le temps de la révolution de la comète fera au temps de la révolution de Saturne, c'est-à-dire, à 30 ans , comme $4^{1/4}$ (ou 8) à 1 , ainsi elle fera de 140 ans. Cor. 1. Les orbes des comètes approchent beaucoup de la parabole, en sorte même qu'on peut, sans erreur sensible , les prendre pour des paraboles. Cor. j . Et par conséquent (par le Cor. 7. de la Prop. 16 Liv. 1.) la vitesse de toute comète fera toujours, à peu près, à la vitesse d'une planète quelconque qui tourne dans un cercle autour du Soleil, en raison inverse du double de la distance de la planète au centre du Soleil , à la distance de la comète au même centre. Supposons que le rayon du grand orbe , ou le demi grand diamètre de l'ellipse dans laquelle la terre tourne ait 100000000 parties , & que la terre dans son mouvement médiocre diurne en parcourt 17101x1 parties, & 71675! parties par heure , une comète qui ferait à la même distance médiocre du Soleil que la terre , & qui aurait une vitesse qui ferait à celle de la terre comme y^2 1 à 1 , parcoureroit dans son mouvement diurne 141747 parties, & 101 364-* parties par heure, & dans les plus grandes & les plus petites distances , le mouvement tant diurne qu'horaire fera à ce mouvement diurne & horaire en raison inverse des distances réciproquement, & par conséquent il sera donné. Cor. 4. Donc , si le paramètre de la parabole est quadruple du rayon du grand orbe, & qu'on suppose que le carré de Ce rayon est de 100000000 parties, l'aire que la comète décrira autour

The text on this page is estimated to be only 20.84% accurate

====ss no PRINCIPES MATHÉMATIQUES* »i h"X*. **u ^o'ci*
 ^cra cna<îuc 'Qur ^c Ii,ôJ75i parties, &r à chaque tmmmmmmmm heure
 cette aire fera de jo68i\$ parties, fi le paramètre cft plus ou moins grand dans
 une raifon quelconque, l'aire diurne & horaire fera plus grande ou plus
 petite en la même raifon foufdoublée. - L E M M E V. Trouver la ligne
 parabolique qui pafè par un nombre quelconque de points donnés. »«•
 Soient ces points donnees A , B , C , D , E , F , &c. & foient abaiflees de ces
 points , à une droite quelconque HN donnée de pofition, les
 perpendiculaires A H, BI, CK, DL, EM, F y. Cafi. Si les intervalles HI , IK>
 KL, &c. des points H, /, K, L, M, N font égaux, raffcmblez les premières
 différences *, a*. 5*t des perpendiculaires AH, BI, CK t &c. les fécondes c\
 k, %c, + c, &c. les troifièmes d, id, &c. c'eft-à-dire , que AH-BI—b, B I-CK
 = i b , CJEZ>£ = j*, DL + ENI^+b, —EM + FNzz j b , &c. qu'en* il 4* 5*
 C iC JC 4C ' d id)d e xt fuite * — i *= c 6-r. & qu'on parvienne ainfi à la
 dernière différence fuppolce /, qu'on élevé enfin une perpendiculaire
 quelconque R S laquelle foit une ordonnée à la courbe cherchée : on aura fa
 longueur de la manière (uivante , fupposé que les intervalles HI , I K , KL ,
 LM, &c. foient des unités , 6c que A H~a, — H S = p,ipX-IS=zq,{qX+SK =
 ryirX+SL = s,{sX + SM = t -, & en continuant ainfi jufqu'à la pénultième
 perpendiculaire ME

The text on this page is estimated to be only 21.19% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. nr MEt & mettant des
 lignes négatifs aux termes HS, IS, &c. $j^{\wedge}, TM^{\wedge}$ qui font du côté de A par
 rapport à S, & des lignes positifs aux termes SK, SL, &c. qui font de l'autre
 côté du point 5. Et en ayant attention de placer ces lignes comme il convient
 , on aura $RS = a + b p + c q + d r + es + ft$, &c. Casx. Si les intervalles HI,
 IK, &c. des points H, / , Kt l, &c font inégaux , prenez les différences
 premières b , i b , 3J, 4*, 5 b des perpendiculaires JH, BI, CK, &c. divisées
 par les intervalles de ces perpendiculaires , les fécondes différences c, if, je,
 $4 < r$, &c. divisées par les féconds intervalles, les troisièmes d , xdt j d , &c.
 divisées par les troisièmes intervalles , les quatrièmes e , l l , &c. divisées
 par les quatrièmes intervalles, & ainsi de suite, c'est-à-dire, de
 sorte que $b=z - Jf/ * - Y \sim y$ &c. Ayant trouvé ces différences, soient
 nommées $AH^{\wedge} = .at$ l l ri -HS=p , $pX \sim IS = q$, $qX + SK = r$, $rx - r^{\wedge}I = J$, JX
 $4 - SM = t$, &c: ainsi de suite jusqu'à la pénultième perpendiculaire ME ,
 l'ordonnée cherchée RS fera $= a - f - bp + cq + dr + es + ft$, &c Cor. On peut
 trouver par- là, à peu près , les aires de toutes les courbes i car si oa a
 quelques points d'une courbe quelconque qu'on se propose de quarrer , &:
 qu'on imagine une parabole menée par ces mêmes points : l'aire de cette
 parabole fera à peu près la même que celle de la courbe qu'on doit quarrer ;
 or on a des méthodes très-connues par lesquelles on peut toujours quarrer
 géométriquement les paraboles. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.66% accurate

m PRINCIPES MATHÉMATIQUES »u Système _ _ _ »v m*iiii<
LEMME VI. F1* w- o*/^/ quelques-uns des lieux d'une comète , trouver
fon lieu, dans un temps quelconque intermédiaire donné. Que HI , /JT, JTZ.,
IJf représentent les temps qui fc font écoulés entre les obfervâtons ; ifAt IB
, KC , 12? , ilf £ les cinq longitudes obfervées de la comète -, H S le temps
donné entre la première obfervation & la longitude cherchée! fi on fuppoſe
une courbe régulière ABC DE qui paſſe par les points 4 , B t C, D , E , on
trouvera par le Lemme précédent fon ordonnée R St & cette ligne fera la
longitude cherchée. Par la même méthode ayant obfervé cinq latitudes, on
trouvera la latitude à un temps donné. Si les différences des longitudes
obfervées font petites, comme de 4 ou j degrés feulement } il fuffira de j ou
4 obfervâtons pour trouver la latitude &c la longitude nouvelle. Si les
différences font plus grandes, comme de 10 ou 10 degrés } il faudra
employer cinq obfervâtons. LEMME VII. Tirer par le point donné P une
ligne droite B C, dont les parties PB , PC coupées par deux droites AB , AC
> données de pojùion % ayent l'une à l'autre une raifon donnée. F*.,*. Du
point P foit menée une ligne droite PD à l'une de ces lignes comme ABt &
foit prolongée cette ligne vers l'autre droite A C jufqu'en Ey enforte que PE
foit à PD dans la raifon donnée ; foit tirée de plus E C parallèle à AD } en
menant CPB, oaznnPC'.PB::PE:PD. C.Q.F.F. LEMME VIII. F* Soit
AUCune parabole dont le foyer foit S , que la corde A C coupée en deux au
point I re tranche le fegment A B C I , dont le diamètre foit letO U fommet
p. Sou pris fur I p prolongée p O égale à la Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.79% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. It, moitié de If* » foU
 r'ré* O S tf' prolonge en \ tnforte que S ç Li,m y&iV 4 iSO. Si la comète B
 /< m«// dans l'arc C B A 6 Tfco"IMlqu'on tire f B qui coupe A C en E : le
 point E retranchera de la FiS- »î« éo/y/c A C un fegment A E à peu près
 proportionnel au temps. Car foit tire E O coupant l'arc parabolique ABC en
 f, 6V foit auffi tiré <u X qui touche le même arc à fon fommet m , &■ qui
 rencontre E O en X \ l'aire curviligne A E X fxA fera à l'aire curviligne A C
 Y** A comme A E à A C. Or comme le triangle A S E eft au triangle ASC
 dans la même raifon , l'aire totale AS EX(tA fera à l'aire totale ASC Y-f*. A
 comme A E à A C. Mais à caufe que i O eft à S O comme 5 à i, & que E O
 eft à X O dans la même raifon , S X fera parallèle à E B : & par conféquent
 fi on tire B X, le triangle SBE fera égal au triangle X E B. Donc fi à l'aire
 AS E X n A on ajoute le triangle £ X B , & que de cette fomme on ùrc le
 triangle SE B , il reftera l'aire ASBX,j.A égale à l'aire A S E X n A > & elle
 fera par conféquent à l'aire A S CYpA comme AE à AC. Mais l'aire
 ASBY^A eft égale, à peu près, à l'aire ASB X^A , & cette aire B Y^A c'ft à
 l'aire ASCYhA comme le temps employé à décrire l'arc AB eft au temps
 employé à décrire l'arc total AC : donc AE fera à A C , à très-peu de chofes
 près, dans la raifon des temps. C. Q. F. D. ■ Cor. Lorrque le point B
 devient le fommet p de la parabole, A E eft exactement a. A C dans la raifon
 des temps. S C IT O LIE. Si on tire ju\$ qui coupe ^Ccn/& qu'on prenne
 deflus qui foit à m 5 comme 17 M/ à 16 M/*: ayant tire 5/» elle coupera la
 corde A C dans la raifon des temps plus exactement qu'auparavant. Le point
 n doit tomber au-delà du point f fi le point B eft plus éloigné du fommet
 principal de la parabole que le point y. & il doit tomber au contraire cn-deca
 fi le point B eft moins éloigné de ce même fommet. uy Google

The text on this page is estimated to be only 24.10% accurate

ii4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES •v Système • u Ma m de.

LEMME IX. F* "*" les droites $I^{\wedge}/tM$ & $^{\wedge} * 1C$ font égales entrâtes. Car $4^{\wedge} / *$ cft le paramètre de la parabole pour le fomract[^] LEMME X. Si on prolonge Sf* jufqu'en N & en P , enforte que fok la troifième partie de \p , 6- fie SP:SN::SN:S/*, SP fera la hauteur à laquelle lu comité auroit une vîtejfe capable de lui faire parcourir un arc égal à la corde A C dans un umps égal à celui? qu'elle employé à parcourir l'arc $A^{\wedge}C$. Car fi cette comète dans le même temps avançpit uniformément dans la ligne droite qui touche la parabole en /-», avec la vîteflè qu'elle a en fc ; l'aire qu'elle décriroit autour du point S ferait égale à l'aire parabolique ASC p. Ainfi le produit de la partie de la tangente qu'elle décrirait alors & de la droite 5>, ferait au produit de A C par S M, comme Taire A SCp. au triangle ASC, c'eft-à-dirc , comme SN ï SM. C'eft pourquoi AC eft à la partie de là tangente qui a été décrite, comme Si* 3l SN. Or comme la vîteflè de la comète à là hauteur SP cft. (par le Cor. 6. de la Prop. 16. Liv. i.) à fa vîteffe à la hauteur S?, en raifon foufdoublée inverfe de SP à Xj*, c'eft-à-dirc, ea raifon de Sp à SN-, la droite décrite avec cette vîteflTc dans le même temps fera à la partie de la tangente qui a été décrite >. comme Sp ï SN. Donc & la droite décrite avec cette nouvelle vîtefle étant à la longueur décrite fur la tangente dans cette même raifon , elles font égales cntr'ellcs. C. Q. F.D. Cor. Donc la comète avec là vîteue qu'elle a à la hauteur 5> 44-"* décriroit dans le même temps la corde AC à peu près. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.36% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ,tJ L E M M E XL 5/ une comète privée de tout mouvement tombe vers le Soleil de la hauteur SP ou SN & que la force qui la pousse dans le commencement de cette chute fait conserver la même vitesse pendant tout le temps qu'elle tombe ; elle décrira en descendant un espace égal à la droite IN dans la moitié du temps dans lequel elle auroit parcouru dans son orbé l'arc AC Car la comète , dans le temps pendant lequel elle décrit l'arc parabolique AC , décrirait dans le même temps la corde AC avec la vitesse qu'elle avoit à la hauteur SP (par le dernier Lemme) : ainsi (par le Cor. 7. de la Prop. 16. Liv. 1.) en faisant dans le même temps , par la force de la gravité , la révolution dans un cercle dont le demi diamètre feroit SP , elle décrirait un arc 1 , . . . » .."I dont la longueur feroit à la corde AC de l'arc parabolique en raison doublée de 1 à a . Et par conséquent tombant vers le Soleil de la hauteur SP avec la même force avec laquelle elle pèsoit sur le Soleil à cette même hauteur , elle parcourroit dans la moitié de ce temps (par le Cor. 5. de la Prop. 4. du Liv. 1.) un espace égal au carré de la moitié de cette corde divisé par le quadruple de la hauteur SP , c'est-à-dire , l'espace Ainsi comme le poids de la comète sur le Soleil à la hauteur SN est à son poids sur le Soleil à la hauteur SP dans la raison de SP à SN , la comète , par le poids qu'elle a à la hauteur SN , décrira , en tombant vers le Soleil dans le même temps, un espace At^* c'est-à-dire , un espace égal à ly . ou à y .

M. C. Q. F. D. PROPOSITION XLI. PROBLÈME XXI. Déterminer par trois observations données la trajectoire d'une comète dans une parabole. J'ai tenté de beaucoup de manières la solution de ce Problème

The text on this page is estimated to be only 25.71% accurate

ixS PRINCIPES MATHÉMATIQUES du Système qui est très-
difficile \ pour y parvenir j'avois résolu les Problèmes » p MO M DE. * • . ,
- du premier Livre qui y ont rapport. Mais ensuite je suis parvenu à la
solution que je vais donner, laquelle est un peu plus simple. Soient choisies
trois observations dont les intervalles de temps soient les plus égaux qu'il est
possible \ & que cependant l'intervalle du temps où la comète se meut plus
lentement (bit un peu que l'autre , en sorte , par exemple , que la différence
Fig. i). de ces temps soit à leur somme comme leur somme à trois jours plus
ou moins : ou que le point E tombe à peu près sur le point M , & que de-là
il se détourne plus vers / que vers A. Si on n'a pas de telles observations , il
faudra trouver un nouveau lieu de la comète par le Lemme 6. r ^ Que S
désigne le Soleil ; T , f , t trois lieux de la terre dans son grand orbe; TA,
eB^ rC trois longitudes observées de U comète -, V le temps écoulé entre la
première & la seconde observation ; ^ le temps écoulé entre la seconde & la
troisième ; & X la droite que la comète peut parcourir pendant tout ce temps
avec la vitesse qu'elle a dans la moyenne distance de la terre au Soleil ,
laquelle on trouvera (par le Cor. j. de la Prop. 40. Liv. j.) & que tV soit
perpendiculaire sur la corde 7* t. Dans la longitude moyenne observée / B ,
soit pris un point quelconque B pour le lieu de la comète dans le plan de
l'écliptique, & soit tirée ensuite vers le Soleil la ligne JS E qui soit à la
flèche t V comme «S 9 X S t 1 est au cube de- rhypothénuse du triangle
rectangle dont les côtés sont B,S & la tangente de la latitude de la comète
dans la seconde observation pour le rayon t B. Par le point E soit menée (
par le Lemme 7. du Liv. 3.) la droite ACE, dont les parties A E > E C
terminées par les droites TA & r C soient l'une à l'autre comme les temps
V & W % A & C feront, à peu près, les lieux de la comète dans le plan de
l'écliptique pour la première & la troisième observation , pourvu que B , qui
est supposé son lieu dans la seconde observation , ait été pris exactement.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.05% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1x7 Elevez la perpendiculaire li fur AC partagée en deux également au point /. Par le point B tirez ,par penfée, Bi parallèle à A C, tirez, mentalement, Si qui coupe AC en x, & achevez le parallélograme ilip. Prenez It égale à $3/x$, 6V tirez , mentalement , par le Soleil .i , rf égale à $35 \gg + 3 <a$; & effaçant les lettres ^, £, Cy/, menez, par peufée, B E, du point B vers Iç point | , laquelle ligne foit a la première B £ en raifon doublée de la diftance BS ï la quantité $5M + \}ix\}$ & par le point £ tirez de nouveau la droite AEC en fuivant le même procédé qu'auparavant, c'eft-à-dirc, enforte que fes parties AEt & EC foient lune à l'autre, comme les temps écoulés entre les (obfcrVations Fèc W\ A & C feront les lieux de la comète plus exactement. Soient élevées A M, CNt ÎO perpendiculaires fur la ligne A C partagée en deux parties égales au point /. AMy CN font les tan gentes des latitudes dans la première & la troifième obfcr. varion pour les rayons & r C. Soit tirée enfultc MN qu» coufw la ligne 10 en O, & foit fait le rectangle Hk^ comme ci-devant \ fur IA prolongée, foit prife ID égale à $\$m+t^*$. Enfuitcfoitprife, fur MN vers N, la ligne MP t laquelle foit à la droite X ci-devant trouvée , en raifon foufdoubléc de la moienne diftance de la terre au Soleil (ou du demi diamètre du grand orb c) à la diftance O D, Si le point P tombe fur le point Ny les points A , B t C feront les trois lieux de la comète par lefquels Ion orbe doit être décrit dans le plan de l'écliptique. Si le point P ne tombe pas fur Je point N ; il faut prendre fur la ligne AC,CG égale à NP, enforte que les points G te P foient vers les mêmes parties de la droite NC* Par la même méthode qu'on a trouvé les points B,A,C,G en fc fervant du point B ; on trouvera de nouveaux points «» *> c* g y & «» «, *, >, en fc fervant d'autres points quelconques b & \$. Enfuitc , fi par G, g, y , on fait paûer la circonférence d'un cercle Ggy qui coupe la ligne rC en Z : le point Z fera un lieu de la comète dans le plan de lécliptique. £t fi

The text on this page is estimated to be only 29.00% accurate

,i8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES »" m o'hTe. on prent* jiC*
ac & "*" Ics droites ^*"> */ & égales ■■ refpcâivement àCC, fjf&«>,&
qu'on fafle paner lacirconF* **' férenec d'un cercle F/9 par les points F, /, 9
, te que cette circonférence coupe la ligne en Jfj le point AT fera un autre
lieu de la comète dans le plan de l'écliptique* Enfuitc élevant aux points
Xte Z les tangentes des latitudes de la comète pour les rayons T X te TZ ,
on aura deux lieux de la comète dans fa propre orbite. Enfin , (par la Prop.
19. Liv. 1.) fâifant pafler par ces deux lieux une parabole dont le foyer fok
S , elle fera ta trajectoire de la comète. C. Q. F. T. La démonftration de cette
conftruûion fuit des Lemmes précédens : car puifque (par le Lemme 7.) la
droite A C a été coupée en E , dans la raifon des temps , comme féxige le
Lemme S. & que BE (par le Lemme 1 1.) eft la partie de la ligne BS ou B |
dans le plan de l'écliptique , comprise entre l'arc ABC te la cordç AECt te
qu'enfin MP eft (par le Cor. du Lemme ro.) la longueur de la corde de l'arc
que la comète doit parcourir dans fa propre orbite entre la première te la
troifième obfervation , clic fera par conféquent égale à MN, pourvu que B
foit le vrai lieu de la comète fous le plan de l'écliptique. Au refte , il ne faut
pas prendre les points B t b te 8 à volonté , mais il faut les choifir près l'un
de l'autre. Si on coonoît à peu près l'angle A Q t fous lequel la projection de
l'orbe décrit dans le plan de l'écliptique coupe la ligne B t \ il faut mener
dans cet angle l'occulte AC qui foit à ^7*T en raifon foudoublée de SQ à S
t. Et tirant la droite SES dont la partie EB égale la droite Vt t on
déterminera le point B qu'il faut prendre pour le premier. Enfuitc effaçant la
ligne A C , te la tirant de nouveau félon la conftruétion précédente , te
trouvant de plus la droite M P \ on prendra le point b fur t B , enforte que (
Fétant l'interfeâion de TA , t C) la diftance Yb foit à la diftance YB en
raifon compofee de la raifon fbuidoublce de S B à Sb te de la raifon ûmple
de MP à 3fM De la même manière, on trouvera le troifième Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 18.83% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ,i, fième point fi fi on
veut répéter l'opération une troificme fois -, L 1 » » « mais par cette
méthode deux opérations feront plus que fuffifantes j *""""* car fi la
diftanec Bb étoit très-petite, après que les points F, f te G9g feront trouvés,
les droites Ff, G g qu'on tirera, couperont AT te tC dans les points cherchés
Xte Z. EXEMPLE. Soit propofée la comète de 1680. Son mouvement
calculé d'après les obfervations de Flamjled, te corrigé par HalUy fut les
mêmes obfervations , eft expofé dans la table fui vante. \G%q.DU,\i Temps
apparent. 4.46 11 6.}z{ 146.12 2tf 5.14 *9 7-5 S 308. 1 i6\$IJany. J5.5I
105.54 13 tf. \$6 M 7-44 308. 7 FtY. z tf.20 6.50 Temps vrai. 4-46. O
tf.3tf.j9 tf.17.ji IO.44 3. X 8-io.itf tf. 1.38 7. 0.53 tf. tf. 1 o 7. 8.j5 5. zi. 53
tf.34.y1 7- 4-4 1 Longitude du Soleil. i \$ « tf I.JI.XJ II. tf.44 14. 9.16
Longitude I Latitude | boréale, delà Comète. tf.3 1.3 c 5. 8.12 1 8.49.13 itf.
9.11 28.14.13 X ■ 3. 10.41 17.38.10 8.48.53 18.44. ao. 40.50 a5.59.48
16.45.36.0 9*35. o 11.49.58 13.19.jr 191943 1.201. 9 0.19. 2 I.27.43
4.33.10 24.4tf.59 27.49.5i M-«3-S3 itf.59. tf Tome II. R

The text on this page is estimated to be only 20.27% accurate

1JO a==aa .,v PRINCIPES MATHÉMATIQUES •V mÔVd*.

Ajoutez à ces obfcrvations quelques-unes que j'ai faites moi" iiiiiiie. t 1 68
1. Février, aj *7 Mars, i l î 7 5> I Temps de * L'appantion. Longitude dt U
Comiu. h ' -f d t ' « 8 . 30 Vl6 . 18 . Jf 8 .. 1 « 17 . 4 . } 0 11. 0 *7 • f * • 4* 8 .
0 a8 . ix . 48 ir . 30 19 . 18 . 0 | • *° U 0 . 4 . 0 8 . îo 0 • 45 . 4 Latitude
boréale dt la Comète. —3 r 11.46' ta » 36* ta . 13 I a . 19 ta . 3 II . 57 « 1 •
4i 46 1 a 40 3» ié o Ces obfcrvations ont été faites avec on télcfcope de fept
pieds & un micromètre dont les fils étoient placés dans le foyer du télescope
: &r c'eft avec ces inftrumcns que nous avons déterminé les pofitions des
fixes entre elles, & les polirions de la comète par rapport aux fixes. Que A
repréfente l'étoile de la quatrième grandeur dans le talon gauche de Perlée (
marquée 0 dans Bayer) 3 l'étoile fuivante de la troifième grandeur dans fon
pied gauche (marquée Ç dans Bayer) U C l'étoile de la fixième grandeur
dans le talon du même pied (marquée n dans Bayer) & ^, £, F, G, H, /, Kt
L, M, N, O, Z, -, >, d'autres étoiles plus petites du même pied : que pt P, Q,
j%, S, T*V>X foient les lieux de la comète dans les obfcrvations ci-dcû*us
décrites ; la diftance AB étant de 80^ parties , AC «toit de BC en avoit jgi,
AD \$7±f BD CD AE iq£, CE J7i, DE +9H> dil 17^, BI si}, CI ifi-b, DI AK
j8f. BK+,CK 3 , A , FK i9 , FB *3, FC 36 AH i%\\,DH 5o\\, BN+6-k, CN
2ÎZ, 4J A > AT£ 31 f : & /TO étoit à Hl comme 7 à 6 , & étant prolongée
elle pafloit entre les étoiles D & E enforte que la diftance de l'étoile D à
cette ligne étoit de \\ CD : &c

The text on this page is estimated to be only 21.67% accurate

DE LA PHILOSOPHIE -NATURELLE. m L M étoit i LN comme
i à 9 , & étant prolongée clic paflbit par l'étoile If. Par là les pofitions des
fixes cntr'cllcs étoient déterminées. Enfin Poumi notre compatriote , obferva
de nouveau la pofition de ces fixes cntr'cllcs , & il a donné la table (lavante
de leurs longitudes &c de leurs latitudes. LITII TftOIItSM*. Fixe s. 1
Longitudes. Latitudes horéaies. 1 i t n A A M x6 . 41 . So IX 8. 36 B x8 . 40
. *3 1 1 • 17-54 C i7 . 58 . 30 1 a . 40 . X5 p Mm? x6 . x7 . «7 IX . sx . 7 F
18 . as . 1 1 . sx • xi G x6 . \$6 . 55 IX • 4 • 58 H 17 . 11. 45 ia x . 1 I 17 • *5
• a 1 1 • 53 • M K xy . 4x . 7 n . 53-1* L Vx9 • 33 • 34 IX . 7 . 48 M X9 . 18
. 54 IX . 7 . xo N x8 . 48 • 19 IX .31.9 Z *9 • 44 • 48 1 1 • 57 . îî « 19 . 51 .
3 1 1 . 55 4» H 0 . 8 . *3 1 1 . 48 • S* y 0 . 40 . 10 1 1 • 55 • 18 / 1 f . 7 . ao
1 1 J'obfervai donc les pofitions de la comète à ces étoiles de la manière
fuivante. Le Vcndrcdy xj Février v.ft. à 8 H après mid. la comète étant en / ,
là diftanec à l'étoile E , étoit moindre que $\wedge > f^* \pounds$, & plus grande que } AE \\
ainfi elle étoit à peu près égale à $\pounds AE *$ & l'angle ApE n'étoit prcfque pas
obtus, mais approchoit beaucoup d'être droit ; enforte qu'en tirant du point A
une perpendiculaire fur p E , la diftanec de la comète à cette perpendiculaire
étoit dc\pE. La même nuit a 9 * $\pounds$, la comete étant en P , fa diftanec à Rij

The text on this page is estimated to be only 20.46% accurate

———m M* PRINCIPES MATHÉMATIQUES • v mTmTi.

l'étoile E étoit plus grande que -jV A E , te plus petite que F*>«. aiafi clle étoit à pcu près éga|c à ou A E» H +T ft la comète étoit éloignée de la perpendiculaire tirée de l'étoile A i la ligne PE de\$ P£. Le Dimanche 17 Février à 8 h £ après midi, la comète étant en Q,' fa diftance à l'étoile O étoit égale à la diftance des étoiles O &r Jf, de h ligne QO , prolongée, pafloit entre les étoiles K Se B \ je ne pus pas déterminer plus exactement la pofition de cette ligne à caufe des nuages qui furvinrent. Le Mardy premier Mars à 11 h après midi v la comète étant en R , clic étoit éxa&ement entre les étoiles K te C, te la partie CR de la ligne C R K étoit un peu plus grande que \ CK r te un peu plus petite que \ CK+±CR , ainû elle étoit égale k\$CK + £ CR,. ou à # CK. Le Mercrcdy 1 Mars à 8 h après midi , la comète étant en S , fa diftance à l'étoile C étoit à peu près de f/^C, la diftance de l'étoile F à la droite CS, prolongée , étoit de £ FC ; & la diftance de l'étoile £ à la même ligne étoit \$. lois plus grande que la diftance de l'étoile F. De plus r la ligne NS prolongée paffoit entre les étoiles H te I cinq ou fix fois plus près de l'étoile H que de l'étoile /. Le Samcdy 5 Mars à 11 h \ après midi , la comète étant en T , la ligne MT étoit égale à 7 ML, te la ligne £ ^prolongée pafloit entre B te /"quatre ou cinq fois plus près de F que de B , en retranchant de B F, fa cinquième ou fa fixième partie vers F. Et M T prolongée pafloit au-delà de l'cfpace BF du côté de l'étoile > quatre fois plus près de l'étoile B que de l'étoile F. M ctoirune* des plus petites étoiles qu'on pût à peine appercevoir par le télefcope , & L une étoile un peu plus grande te prefque de k huitième grandeur. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.76% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. iij Le Lundy 7 Mars à 9 h
t après midi , la comète étant en F, la jj^{**} ligne F<» prolongée paflbit
entre B & F, Ôc elle retranchoit de . B F vers F±BFt elle étoit à la ligne F*
comme 5 à 4 , & la diftanec de la comète à la ligne étoit { r». Le Mcrcredy
9 Mars 1 8 b £ après midi, la comète étant en X, la droite y X étoit égale à
yt , & la perpendiculaire tirée de l'étoile / à la ligne > AT étoit de \$y La
même nuit à n heures , la comète étant en T, la ligne y Y étoit égale à \ y *
ou un peu plus petite , comme > S- 1 & la perpendiculaire abbaiffée de
l'étoile f à la ligne > K étoit égale i \$ ou à 7 y / environ. Mais la comète
pouvoit à peine être vue , parce qu'elle étoit très-près de l'horifon , & on ne
pouvoit pas déterminer Ton lieu avec autant de préciution que dans les
obfervations précédentes. Par ces obfervations , par la conftruûion des
figures , & par les calculs , je déterminai les longitudes &c les latitudes de
la comète , & Pound corrigea fes lieux fur les lieux corrigés des 6xcs , & j'ai
donné ci-deflus ces lieux corrigés. Je me fervis d'un micromètre aflez
groffiérement conftruit , cependant les erreurs des longitudes & des
latitudes (en tant qu'elles peuvent venir de mes obfervations) furpaflent à
peine une minute. Au refte, la comète (félon mes obfervations) commença
à la 6n de Ion mouvement à s'éloigner conGdérablement vers le Nord du
parallèle qu'elle avoit décrit a la fin de Février. Pour déterminer enfuite
l'orbe de la comète , je eboifis trois des obfervations de Flamftid décrites ci-
deflus, celles du 11 Déumbnt du 5 & du ij Janvier, & j'ai trouvé par ces
obfervations, que S t avoit 984* » » parties , que V t en avoit 45 5 > .en
fuppofant que le demi diamètre du grand orbe en eut 1000c. Dans îa
première opération prenant tB de parties, je trouvai S B de 9747 ,B E pour
la première fois étoit de 411, Su de 5>jo\$, & ih de 41J. BE la féconde fois
en avoit 4*», QD loitttXtsxIitiMPiw^NSmtteNP xyt • Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.72% accurate

i,4 PRINCIPÉS MATHÉMATIQUES •V MÊVHi. d où >ai conc,u
 ia diftance tk de f*4° pour la féconde opéra.. "on. Et par cette opération j'ai
 trouvé enfin ia diftanec TX de 4?7W & ja diftanec tZ de 113*1. Par le
 moyen de ces distances j'ai trouvé, en déterminant l'orbe, le nœud
 defeendant dans 25 id 53' & le nœud afeendant dans >, i* L'inclinaifon du
 plan de cet orbe au plan de l'écliptique étoit de «5! * 10'»; fon fommet, ou le
 périhélie de la comète, étoit éloigné du nœud de 8d 38', & il étoit dans H
 i7d4j', ayant une latitude auftralc de 7 d & fon paramètre étoit de 136,8
 parties , & l'aire qu'elle décrivait chaque jour autour du Soleil en avoit
 fuppolc que le quarré du demi diamètre du grand orbe rut de iocoooooooo. La
 comète avançoit dans cet orbe félon l'ordre des lignes , & le 8 Décembre à o
 h 4 '. après midi elle étoit dans le fommet de fon orbite ou dans fon périhélie
 , toutes ces déterminations ont été faites graphiquement avec une échelle de
 parties égales, cV les cordes des angles ont été prifes d'après la table des
 finus naturels i& en faifant une grande figure dans laquelle le demi diamètre
 du grand orbe (qu'on fuppofc avoir 10000 parties) étoit de 16 pouces
 anglais 6c un tiers. Enfin , pour fçavoir fi la comète parcouroit
 effectivement l'orbe ainfi trouvé , je déterminai par des opérations partie
 arithmétiques & partie graphiques les lieux de la comète dans cet orbe pour
 le temps de quelques-unes des obfervations -, comme on le verra dans la
 table fuivante. DU. 11 Fivr. j Mars. 5 Difiancesde la Comète au Sol.
 Longitudes conclues. Latitudes conclues. Longitudes obftrvées. Latitudes
 cbfervies. Diff. des LongitDiffèrence des Latitudes. t79t 8403 I 6669 " a ' >
 6.\$i V17. 0 29.19\$ 1 ■ 8.18* 28. 0 , If.2j>T 12. 4 — a — v • * > 6. il] 0
 16.5519.2o| a ' 8. ié 28.10^ 12. j-f ■ + 1 + 2 + 0 — 1 1 - 7-t + + 4Digitized
 by Google

The text on this page is estimated to be only 19.62% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1,5 , Halley a déterminé cette orbite depuis plus eiaâiement par le calcul arithmétique qu'on ne le peut faire graphiquement > &c il a trouvé comme nous le lieu des noeuds dans £5 1 d ç»' & >> 1 d 5 j 1 , &r l'inclinaifon du plan de l'orbite au plan de lcclip, tique de <5id io' {. ainû* que le temps du périhélie de la corné» te le 8 Décembre oh 4'. Mais ayant roefuré la diftance du périn hélie au nœud afeendant dans l'orbite de la comète , il la trouva de 5 d 10'. Le paramètre de la parabole étant de 1450 partics, la médiocre diftance du Soleil à la terre en ayant 100000» Et employant ces élémens, il a déterminé de même par un calcul arithmétique éxacl , les lieux de la comète aux temps des obfervations, comme il fuit. Lirai Taoisibmi. Temps vrai. I Diftant Longitudes Latitudes \de "la Co- comptées, j comptées. \mète [Soleil. Jours. Dec. il. il. Mx6. 19. Janv. 5 . 9IO. '3 4.46 6.37 6.18 t. zt s- 3 8.10 18018 61076 7000 8 7557* 6.29.15] 8.16. o 5. 6.30x1.43.10 18.48. 10x5. 21.40 x8.1x.45 17. i.|6 i4Ôxijx 13.1x.40t8.10.10 86661J 17.40. 518.11.10 6. ii|oi44oY 8.49.49x6.15.15 18.44.36x4.1 x.54 xo.41. 0x3.44-10 7. o 6. 6 7- 9 3° Févr. x. 5*5« M- 7 5? >. 8. xi 6.35 1 10959 1 1 3 161 1 10000 7. 4£l66686 8.41 [101570 Bor 16. O.XI 145370 9-J3-40 M53°3 i3«7-4i 160951 15. 11. 11 16.58.1 j xx. 17-30 17 57-5 î 16.41. 7 16. 4.15 15.x9.13 x6.i 5.461 x.48. o Mars. 511-39 U16X05I 19.18.35)11. 5.40 -1. 3-0.15 -«184-0.44 |+ 1.5 9+0. 11 + 1.45J-0.33 +0.56+0. 8 +-0. 3 1+0. 5 8 +0. io(+o.i 8 +°-3 3,+o. 1 -i.xo,+ i.x5 — x. IO— O. I h -i-4x!+o.i4 -o.4i^-x.i0 - *-49+i-i4 +o.3 5l+x.i4 Cette comète avoir déjà paru des le mois de Novembre précédent ,lc elle fat obfervéeà Coburg en Saxe, par M. Gonfrud Kirch , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.06% accurate

=^== ijtf PRINCIPES MATH ÉMÀ TIQUE S suSitTiMB le 4, le
6 1 Se le ii du même mois v. ft. & de Tes polirions m v M o h d i. * par
rapport aux plus prochaines étoiles fixes , obfervées aûcz exactement ,
tantôt avec un téléleope de deux pieds , 6c tantôt avec un de dix pieds (les
lieux des étoiles fixes étant ceux que Pound avoit déterminés , & la
différence en longitudes de Coburg Se de Londres , étant de 1 1 degrés)
HaiUy a. déterminé les lieux de cette comète en cette manière. Le \$
Novembre à 17 h 1 ' du temps apparent à Londres , la comète étoit dans le
t?d 51' du Lion, &: avoit 1 d 17' 45" de latitude boréale. Le 5 Novembre à 1
j h 58 ' la comète étoit dans le 3 1 13 ' de la Vierge ayant 1 d g ' de latitude
boréale. Le 1 o Novembre à 1 6 h 3 1 ' la comète étoit également éloignée
des étoiles du Lion marquées <r Se r dans Bayer ; Se cependant elle ne
parvint jamais à la ligne qui les joint, mais elle s'en éloignoit peu. Dans le
catalogue des étoiles de FUmJled, l'étoile «• avoit alors pour longitude 14 d
1 j ' np , Se 1 d 4i ' à peu près de latitude boréale , & t étoit dans le 1 7 d 3 ' \
np , Se avoit o d 3 4 ' de latitude auftralç , & le point milieu entre ces étoiles
étoit le 1 5 d 3 9 ' \ "P avec o d 3 3 ' {• de latitude boréale. Soit la diftanec
de la comète à cette ligne de io'ou n' environ, la différence des longitudes de
la comète Se de ce point milieu fera de 7 ' Se celle des latitudes de 7 ' \
environ ; partant , la comète étoit dans le 15 d jtr rrp avec une latitude
boréale de 16 9 environ. La première obfcrvation de la pofuion de la comète
par rapport à quelques petites étoiles fixes , fut faite affez exactement ainfi
que la féconde. Dans la troifiémç qui fut moins éxa&e , l'erreur pût etre de 6
à 7 minutes , ou de très-peu de chofe plus grande, Se la longitude de la
comète, dans la première obfcrvation qui fut la plus éxaâe de toutes , étant
calculée dans l'orbe Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.61% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1,7 l'orbe parabolique dont on a parlé, étoit de Q 19 * t0' n fa latitude boréale dcidij'7", & la diftanec au Soleil de 1 1 j parties. De plus , HalUy ayant remarqué qu'il avoit paru quatre grandes comètes à 57 j ans d'intervalle, fçavoir , une au mois de Septembre après la mort de Jules Ccfar, une l'an 5 \$ 1 de Jcfus-Chrift fous le confulat de Lampadius cV d'Orefte, une l'an 1 106 de JcfusChrift au mois de Février, & enfin une fur la fin de l'année 1680. & que toutes quatre avoient une queue très-longue cV trèsbrillante , (excepté que la queue de celle qui parut à la mort de Célàr paroiflbit moins grande à caufe de la pofition de la terre) il chercha l'orbe elliptique, dont le grand axe auroit 1 58x957 parties (la moyenne diftanec du Soleil à la terre en ayant 10000) dans lequel une comète pût faire fa révolution en ^75 ans i & plaçant (on nœud afeendant dans \$ id 1'. Et faifant l'inclinaifon du plan de (on orbite au plan de l'écliptique de 61 é' 48 *s le périhélie de la comète dans ce plan fe trouvoit a nd 44' 1 j ". Et le temps corrigé du périhélie le 7 Décembre 13 h s>'> la diftanec du périhélie au nœud afeendant dans le plan de l'écliptique de 9 d 17' 35 * > & l'axe conjugué de 18481 , 1 parties , il calcula le mouvement de la comète dans cet orbe elliptique , & : fes lieux , tant ceux qui font déduits des obfervations , que ceux comptes dans cet orbe, fe trouvent dans la table fuivante. Torru IL S

The text on this page is estimated to be only 14.55% accurate

i58 PRINCIPES MATHÉMATIQUES pu Système 0C MtKDt, rr^
A'tfV. J. K.47 IO.Ié.l» K.17. o 10.17. o *} .I7. / Z>&. II. 4.4< il. *.Î7 14.
«.18 **. 8. I jo. 8.10 Janv. j. 6. il 9. 7. 1 10. (. 6 *i. 7- 9 */• 7-S9 jo. tUl
FArr. ». < ,jj /• 7- 44. 1; . 8.4' Afrdr*. 1. 11.10 J.II.JJ #• 8.|S Longitudes obftr.
vies. 1~ njp j.tj. o réales obferv. f.Jl.JO s» J. 8.11 18.49.1 j 18.141} X
IJ.IO.4i I7.J8-1 r 8.48./) • 8.44 to.40, *:«f*48|" ié.i8.j/ i7-/i*4î 19.18. o 0.4J.
4 des comp- dtscompi.t7.4/p2 19.ji.11 1. «. c 0.17. o 1 1.41.1) tj.ij. j 17.
O.Ji • }C 1J 18.II.J} itf.lj. 7 14.1 I.j6 4IJ1 17.18 Longitu téés. r J.14-Î» ij.jj.
1 8.K.4J i8.ji.ij 18.IO.J6 rqij.ii.4i 8.18. o*> < .ji.*o Latitudes, tudes. 1.17 1. «
0.1/ 7 7A| .1.4 If. .41-1 8 4 ij.17 11.4t.4tf ILIJ-40 !!• J.I6 m j. «.«4 «.44.4*
18.47-H1^1' if 17. 1. i t8.lo.jS 18.11.j7 «•I4-/7 14.H.17 M-4J-1J >.i*.J4 *.tf.
o 8.19. <B|— x.io Erreurs en Longi- LadTU -f-O.H T-Tr — o.ij +°. * 1 —
i;î 18. 9.J8 X > î-xt.14 17.38.17 f 8.48.JI I8.4J./ IO.40.1J 16. o. fhi.i4.ji O
I7.«fi.J0 H >'J4." ij. 18.18 ij.ii.J9 K-J*-«7 t6.16.S9 17- J 1*4 19.10.1 1
«i.4f.Ji|H 0.41.4 M • 1. 4 MJ '7J«. 16-40' i«. 1. f.i7. M) — l-M f -M + 0. 7 ■
o. 1 fi. * + i.tj> 4-o.jo + 1. 9 4.0.40 0.1 6 D.IO — o-'JJ + o.ii 4-o.icL^ r< —
0.49 I.1J — 1./4 + 0.1 I tudes. L4J.11 I — ■4- 1.1 I o. 1-11.18 II* l.fO 14 —
1.1 j —»/4 J ■—1.14 Lit O.ltf 17 Les obfervations de cette comète , depuis
le commencement de ion apparition jufqu'à la fin , s'accordent autant avec
Ton mouvement dans l'orbe ci-dcflùs décrit , que les mouvemens des
planettes ont coutume de s'accorder avec leurs théories, ce qui prouve que
ce fut la même comète qui parut pendant tout ce temps cV que fon orbite a
été exactement déterminée. Nous avons obmis dans la table précédente les
obfervations faites les 16 1 18 , xo & 25 Novembre parce qu'elles étoient
moins éxacles. Pontheus & Ces compagnons obferverent le 17 Novembre v.
ft. à 6 heures du matin à Rome (ce qui cft à j h io' à Londres) la comète, par
des fils appliqués aux fixes & la trouvèrent en fk Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.07% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 8d 30' ayam od 40' de latitude aufrale. On trouve leurs obfervations dans le traité que Pontheus a publié de cette comète , Cellius qui y étoit préient & qui envoya les obfervations à M. Caf~ fini y vit à la même heure la comète dans A 8d jo', ayant od jo' de latitude aufrale. Galletius obferva la comète à Avignon à l'heure qui répond à • 5 h 4z' du matin à Londres & il la vit dans A 3' fans lati-' tude , & par la théorie elle devoit être dans «£fc 8di6' 45 " avec od 53' 7" de latitude aufrale. Le 18 Novembre à 6k 30' du matin à Rome (qui répondent à 5 h 40 ' du matin à Londres.) Pontheus vit la comète dans rffe 1 j 4 30' ayant 1 d 20' de latitude aufrale , Cellius Pobferva dans «a 13 d 30' ayant id 00' de latitude aufrale, Galletius à j b 30* du matin à Avignon obferva la comète dans <û* 1 3 d 00 ' ayant 1 d 00 ' de latitude aufrale , & le R. P. Angt à la Fliche en France obferva la comète à y h du matin (qui repondent à j h 9' à Londres) dans le milieu de deux petites étoiles , dont l'une cft l'étoile du milieu des trois qui font en ligne droite dans la main aufrale de la Vierge, marquée \ dans Bayer, &c l'autre cft la dernière de fon aîle laquelle eft marquée 0 dans Bayer. Donc alors la comète étoit dans 1 1 ^46 ' ayant une latitude aufrale de jo'. Le même jour , à Bojlon dans la Nouvelle Angleterre à 42 d j de latitude à t h du matin (ce qui répond à j> h 44 ' du matin à Londres) la comète fut vjJc près £e 14 d ayant une latitude aufrale de 1 d 30', comme je l'ai appris de l'illuftre Halley. Le 1 9 Novembre à 4 h f du matin à Cambridge , un jeune homme obferva la comète diftante d'environ 2 d de l'épi de la Vierge vers le Nord-Oueft ; or cet épi étoit dans Aipdi3'47ff ayant x a 1 1 j p * c\c latitude aufrale. Le même jour à 5 h du matin à Bojlon dans la Nouvelle Angleterre, la comète étoit éloignée de 1 d de l'épi de la Vierge , & la différence des latitudes étoit de 40 ' . Le même jour dans l'Ifle de la Jamaïauctla. comète étoit éloignée de l'épi d'environ un degré. ' . . ; Sij

The text on this page is estimated to be only 20.93% accurate

—, 140 PRINCIPES MATHÉMATIQUES r.ttM, Le même jour le Dodcur Arthur-for, au fleuve du Patuxent _ ' proche Hum-ing Cruk dans le MaryUnd vers les confins de U Kirginu à 38 H de latitude , vit a 5 h du marin (qui répondent à io h à Londres) la comète au-deflus de l'épi de la Vierge , & touchant prefque a cette étoile , y ayant environ \ de degrés entre eux , & faifant ufage de toutes ces obfcrvarions , je conclus , qu'à $\sphericalangle$h 44' à Londres, la comète étoit dans a j8d 50', ayant id ij'dc latitude auftrale environ; Se par la théorie elle devoir être dans û 18 d 51 * 15 " avec 1 4 16 ' 54M de latitude auftrale. Le io Novembre , le Doâeur Montenarus profeflèur d'aftronomre à Padoue , vit à 6h du matin à Venife (qui répondent à 5 h io' à Londres) la comète dans le ijd de la balance ayant 1 d 30' de latitude auftrale. Le même jour kBoñon, la comète étoit diftante de l'épi de la Vierge de 4d de longitude vers l'Orient, & par coniequent elle étoit dans tût i\$ A x+* environ. Le 11 Novembre, Pontheus & fes compagnons, à 7 hJ du matin , obfervrent la comète dans Axyi 50 ' ayant 1 d 16 ' de latitude auftrale , Celtius l'obfcerva dans 0 18 d. Le P. Ango à 7 h du matin, l'obfcerva dans tût x-j* 4y' & Montenarus Ans le 17 d 51* de ce même figne. Le même jour dans rifle de la Jamaïque , la comète fût vûe auprès du commencement du fcorpioo, &c elle avoit à peu près la même latitude que l'épi de la Vierge, c'eft-à-dire, xd a', Le même jour à Baljbra dans l'Inde Orientale , à 5 h du matin (qui répondent à iih 10' de la nuit précédente à Londres) on prit la diftanec de la comète à l'épi de la Vierge , & elle (è trouva de 7 d j 5 9 vers l'Orient. Et elle étoit pofée dans la ligne droite qui joint l'épi & la balance, & ainfi elle étoit dans Ai 6 d 5S', & elle avoit 1 d n ' environ de latitude auftrale > & après 5 h 40 ' (qui répondent environ à 5 b du matin à Londres) elle étoit dans mi a8d ayant une latitude auftrale de 1 d u9 & parla thé©Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.71% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 141 rie clic dcvroit être dans A »Sd 10* 3*" avec 53' 35* de latitude auftraJc. Le 1 1 Novembre la comète fut vue par Monttnarus dans «*1 1 d 3 3 & à £*/fon dans la Nouvelle Angleterre elle parut dans m, 3* environ, ayant prefque la même latitude qu'auparavant, c*cft- à-dire, id 30'. Le même jour à Bal fora à 5 h du matin , la comète fut obfervéc dans «l 1 d 50' , donc à j h du matin à Londres la comète étoit dans n\ 3 d 5 ' environ. Le même jour à 6 h i du matin à Londres , Hook vit la comète dans ni 3 * 30' environ , c'eft-à-dire, dans la ligne droite qui paffè par l'épi de la Vierge & le cœur du Lion , non pas exactement à la vérité , mais s'éloignaut un peu de cette ligne vers le Nord : Montenarus remarqua de mime que la ligne menée de la comète par l'épi paflbit ce jour-là & les fuivans par le côté auftral du cœur du Lion , y ayant feulement un très-petit intervalle entre le cœur du Lion & cette ligne. La ligne droite qui pafle par l'épi de la Vierge & par le cœur du Lion , coupe l'écliptique dans tn> 3 d 46 ' fous un angle de 1 d 5 1 & fi la comète avoit été placée dans cette ligne dans n\ 3 d fa latitude auroit été de 1 d 16 Mais comme , félon les obfervations de Hook & de Montenarus qui s'accordent , la comète s'éloignoit un peu de cette ligne vers le Nord, fa latitude étoit un peu plus petite. Le 20 Novembre , fclon l'obfcrvation de Montenarus , la latitude étoit environ égale à la latitude de l'épi de la Vierge , &c par conféquent elle étoit de 1 d 30' environ, & félon Hook, Montenarus & le P. Ango t qui s'accordent, elle augmentoit toujours, elle devoit donc être fenfiblement plus grande que 1 d 30', Or entre ces deux limites trouvées de 1 d 26 #, &c 1 d 30 ' , la grandeur moyenne de fa latitude étoit d'environ s d j % La queue de la comète , fclon Hook & Montenarus ctoit dirigée à l'épi de la Vierge en déclinant cependant un peu vers le Midi fclon Hook , & ver» le Nord fclon Montenarus ; ainfi cette aéclinaifon étoit à peine fenfible , & la queue étoit à peu près

The text on this page is estimated to be only 22.72% accurate

141- PRINCIPES MATHÉMATIQUES m'''''. Parallels a l'Equateur » & elle se détournait un peu de l'opposé du Soleil vers le Nord. Le 1^{er} Novembre v. ft. à 5 heures du matin à Norberg (ce qui fait 4 heures f à Londres) le Docteur Zimmerman vit la comète dans n^o 8 d 8' ayant x d jⁱ de latitude australe, ses distances ayant été prises par rapport aux étoiles fixes. Le 14 Novembre avant le lever du Soleil , la comète fut vue par Montanarus dans « l' 1 x d j 1 ' au côté boréal de la ligne droite tirée par le cœur du Lion & par l'épi de la Vierge , ainsi elle avait un peu moins de 1 a } 8 ' de latitude , cette latitude , comme nous l'avons dit , augmentait continuellement , selon les observations de Hook , Montanarus & Anglo ; elle étoit donc alors un peu plus que de 1 d 58 ' & sa moyenne grandeur peut être fixée à * d 18' sans erreur sensible. Pontheus & Galletius ont prétendu déterminer cette latitude , CeUius & celui qui l'a observée dans la Nouvelle Angleterre l'ont trouvée à peu près de même grandeur, c'est-à-dire, d'un degré ou d'un degré & demi. Les observations les plus grossières sont celles de Pontheus & de CeUius , sur-tout celles qu'ils ont faites par les azimuts & les hauteurs , ainsi que l'ont été celles de Galletius. Les meilleures sont celles où l'on employé les portions de la comète par rapport aux fixes , comme Montanarus , Hook & Anglo ont fait dans les leurs , ainsi que l'observateur de la Nouvelle Angleterre dans les siennes, & quelquefois Pontheus & CeUius dans les leurs. Le même jour à 5 heures du matin à Balfora la comète fut observée dans n^o 1 d 45 cV par conséquent à j h du matin à Londres elle étoit dans « l' t j d environ. Et par la théorie elle devoit être dans 13 d n^o 41 ". Le 1^{er} j Novembre avant le lever du Soleil , Montanarus observa la comète dans m 1 7 d ^ environ , & CeUius observa , dans le même temps , qu'elle étoit dans la ligne droite tirée de l'étoile luifantede Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.14% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i41 Ja cuiflc gauche de la Vierge Se le baffin austral de la Balance , & cette ligne coupe le chemin de la comète dans n\ x%d ?<j/ 1 & par la théorie elle devoit être dans «1 i8d \ environ. Ces obfervations s'accordent donc autant avec la théorie, qu'elles s'accordent entr'elles , & cet accord prouve que ce fut une feule &c même comète qui fut vue depuis le 4. Novembre jufqu'au 5 de Mars, la trajectoire de cette comète coupa deux fois le plan de l'écliptique , ainfi elle ne fut point rcélilignc. Et elle ne coupa point l'écliptique dans les parties oppofées du ciel , mais à la fin de la Vierge , êc au commencement du capricorne à 98 degrés environ d'intervalle i ainfi l'orbite de cette comète s'cloignoit beaucoup d'être un grand cercle , car au mois de Novembre fon cours s'éloignoit à peine de l'écliptique de trois degrés vers le Sud, &" enfuite, au mois de Décembre elle s'éloignoit de l'écliptique vers le Septentrion de 19 d, &: ces deux parties de fon orbite dans l'une defquelles elle s'approchoit du Soleil , & s'en éloignent dans l'autre , paroiffient diftantes l'une de l'autre d'un angle de plus de jod comme l'obferva Montenams. Cette comète parcourut 9 lignes , depuis le dernier degré du Lion jufqu'au commencement des Gémeaux , outre le ligne du Lion qu'elle avoit parcouru avant qu'elle commençât à être vifible ; & il n'y a aucune autre théorie qui donne aux comètes un mouvement régulier dans une fi grande portion du ciel. Son mouvement fut fort inégal , car vers le ao Novembre elle parcourut environ y degrés par jour ; enfuite fon mouvement s'étant ralenti, entre le if Novembre & le iz Décembre, c'eft-àdire , dans un efpace de 15 jours & demi , elle ne parcourut qu'environ 40 degrés, enfuite fon mouvement étant de nouveau accéléré , elle parcourait environ 5 d par jour avant que fon mouvement recommençât à être retardé. Or la théorie qui répond exactement à un mouvement fi inégal dans la plus grande partie du ciel , qui dépend des mêmes loix qui dirigent le cours des planettes, & qui s'accorde fi bien avec les obferva

The text on this page is estimated to be only 26.67% accurate

»H PRINCIPES MATHÉMATIQUES »*« ul^Tu tions
aftronomi<lu« 1« plus exactes , ne peut manquer d'être ■ vraie. La
trajectoire que la comète décrivit , & la queue réelle qu'elle projetta dans
chacun de Tes lieux font représentés, pour le ffctf. plan de la trajectoire
même, dans la figure 17. dans laquelle ABC représente la trajectoire de la
comète , D le Soleil , D E l'axe de la trajectoire , D F la ligne des nœuds , G
H l'interfection de la sphère du grand orbe avec le plan de la trajectoire , / le
lieu de la comète le 4 Novembre de l'année 1680. K Ton lieu le 11
Novembre, L Ton lieu le 19 Novembre, M Ton lieu le 11 Décembre , N Ton
lieu le 1: Décembre , O fon lieu le 19 Décembre, P fon lieu le 5 Janvier
fuivant, Q fon lieu le 15 Janvier, R fon lieu le j Février , S fon lieu le xy
Février , Tfon lieu le 5 Mars, & F fon lieu le 9 Mars. J'ai employé les
obfervations fuivantes pour déterminer fa queue. Le 4 & le 6 Novembre fa
queue ne parut point , le 11 ATo novembre fa queue commençoit déjà à
paroître , mais par une lunette de 1 o pieds elle ne paroiflbit pas avoir plus
d'un demi degré de long , le 17 Novembre fa queue parut à Ponttuous avoir
plus de 1 j degrés de long» le iS Novembre elle étoit longue de 50 d, & dans
la Nouvelle Angleterre on la voyoit directement oppofée au Soleil , &c elle
s'étendoit jufqu'à l'étoile de Mars, qui étoit alors dans np 9* 54'Le 1 9
Novembre dans le Maryland la queue parut longue de 1 j * ou 10 4 , le 10
Décembre la queue (félon l'obfervation de Flam~ fteei) paflbit par le
milieu de la diftance entre la queue du ferpent d Ophiuichus & l'étoile /
dans l'aîte auftralc de l'aigle , & elle finiflbit vers les étoiles A,»,b dans les
tables de Bayer, fon extrémité étoit donc dans 19 d t avec une latitude
boréale de 34 d| environ. Le i 1 Décembre la queue s'élevoit jufqu'aux
étoiles de la tête de la flèche (marquées \$, dans Bayer) fle elle finiflbit
dans >> i6d 43» avec une latitude boréale de j8d 34'. Le Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 24.17% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NVrxj, ^ b »"•*« U queue pauci, I— U
«Lh. ! fc ^5 denesétendoit pas beaucoup au-delà, car ctte tuxiïroit dans 4'
avec une latitude boréale de 41 d| environ. Ce qu'on vient de dire doit
s'entendre des parties de \x ^ucuc les plus lumincufcs. Ponthtus qui
obfervoit à Rome le n o<{Wlir| à j h 40' fous un ciel peut-être plus ferein ,
& qui pouvoit diftriuer les parties plus foibles de la lumière , trouva que fa
queue s'àendoit à 1 o d par-defllis le croupion du figne \ & fon bord finiffoir
à 45 ' de cette étoile vers le Nord-Oucft , fa queue a voit ces jours-là j d de
largeur vers (on extrémité fuperieure, &c par conféquent fon milieu étoit
diftant de cette étoile de 1 \ 1 y ' vers le Midi, fon extrémité fupérieure étoit
dans X i*d ayant fid de latitude boréale , & par confoquent cette queue
avoit environ 70 d de longueur. Le 11 Décembre elle s'élevoit prefque
jufqu'à la chaife de Caffiopitt étant également éloignée de 0 & de Shedir, &
fa diftance à chacune de ces deux étoiles étoit égale à la diftance qui eft entr
elles, ainfi elle finiflbic à y *4d ayant une latitude de 47 af. Le 19 Décembre
la queue touchoit l'étoile Sckeat qui étoit Ctuée à gauche, elle rempliûoit
exactement l'intervalle des 1 étoiles du pied boréal à' Andromède , & fa
longueur étoit de ; 4 d , ainfi elle-finiflbit dans V 19 d & fa latitude étoit de
j j d. Le y Janvier la queue touchoit l'étoile » du côté droit de la poitrine d'
Andromède , & l'étoile f* du côté gauche de fa ceinture , (félon nos
oblervations) elle étoit longue de 40 d: elle étoit courbe , & fon côté
convexe étoit tourné vers le Midi ; & elle faifoit , près de la tête de la
comète , un angle de 4 d avec le cercle qui pafloit par le Soleil Se par la tête
de la comète , mais près de l'autre bord elle étoit inclinée à ce cercle fous un
angle de 10 d ou de 1 1 d & la corde de la queue faifoit avec ce cercle un
angle de sd. Le ij Janvier la lumière de la queue étoit encore aflez fenGble
entre Alamek & Algol, & elle finiûoit par une lumière aflex Tome. II, X
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.20% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES du Système foible vers l'étoile » du côté de Perfée , la distance du terme de » U M O M D E. , ' la queue au cercle qui joignoit la comète & le Soleil croit de 3 d 50' & j l'inclinaison de la corde de la queue à ce cercle étoit de 8 d Le 15 & le 16 Janvier la queue avoit une lumière assez foible à la longueur de 6 ou 7 degrés ; & tant cette nuit que la suivante , le temps étant fort ferein, elle s'étendoit à 8 degrés & un peu plus , par une lumière très-foible & à peine sensible. Son axe étoit dirigé exactement vers la croupe de l'épaule orientale du cocher , ainsi elle déclinait de l'opposition du Soleil vers le Nord sous un angle de 10 d Enfin le 20 Février , je vis avec une lunette la queue longue de 1 d , car la lumière très-foible dont j'ai parlé , ne pouvoir pas s'apercevoir à travers les verres. Ponthus marque cependant qu'il vit la queue longue de 12 d le 7 Février , le 15 Février & les jours suivants la comète n'avoit plus de queue. En examinant l'orbite ci-dessus décrit , &c en faisant attention aux autres Phénomènes de cette comète, il fera bien difficile de ne pas conclure que les comètes sont des corps solides, compactes , fixes & durables , de même que les planètes ; car si elles n'étoient autre chose que des vapeurs & des exhalaisons de la terre , du Soleil & des planètes , cette comète auroit dû se dissiper dans l'instant dans son périgée près du Soleil ; car la chaleur du Soleil est comme la distance de ses rayons, c'est-à-dire, réciproquement comme le carré de la distance des lieux au Soleil ainsi , comme la distance de la comète au centre du Soleil le 8 Décembre, qu'elle étoit dans son périhélie, étoit à la distance de la terre au centre du Soleil , comme 1 à 1000 environ , la chaleur du Soleil dans la comète étoit alors la chaleur du Soleil sur la terre en Été , comme 1000000 à 1 ou comme 1000000 à 1. Mais la chaleur de l'eau bouillante est presque triple de la chaleur que la terre reçoit en Été des rayons du Soleil,. Digitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i47 comme j'en ai fait l'expérience ; & la chaleur du fer ardent est trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante , (si je ne me trompe.) Donc la chaleur que la terre lèche de la comète dut éprouver par les rayons du Soleil dans son périhélie , étoit presque 1000 fois plus grande que celle du fer ardent * & par une telle chaleur , les vapeurs , les exhalaisons de toute la matière volatile dut être consumée &c dissipée en un instant. La comète éprouva donc une chaleur immense des rayons du Soleil dans son périhélie , & elle a pu conserver très-long temps cette chaleur ; car un globe de fer rouge d'un pouce de diamètre exposé à l'air pendant une heure , perd à peine toute sa chaleur. Et un globe d'un plus grand diamètre conserveroit la sienne plus longtemps en raison de son diamètre , parce que sa superficie (qui est la mesure du refroidissement par le contact de l'air ambiant) est moindre dans cette raison eu égard à la quantité de matière chaude qu'elle renferme. Ainsi un globe de fer rouge égal à la terre , c'est-à-dire , dont le diamètre (croit environ de 40000000 de pieds, ne se refroidiroit qu'en 40000000 de jours, & par conséquent à peine seroit-il refroidi en 50000 ans. Je soupçonne cependant, que par des causes cachées , la durée de la chaleur doit augmenter dans une moindre raison que celle du diamètre : 6c je désirerois bien en trouver la véritable raison par l'expérience. De plus il faut remarquer que la comète au mois de Décembre , où elle étoit encore toute imprégnée des rayons du Soleil, avoit une queue beaucoup plus grande Se plus brillante qu'au mois de Novembre précédent, où elle n'avoit pas encore atteint son périhélie. Et en général, toutes les comètes ont les queues les plus grandes & les plus brillantes aussitôt après leur passage par la région du Soleil. La chaleur de la comète contribue donc à la grandeur de sa queue , &c: de-là je crois qu'on doit conclure que cette queue n'est autre chose qu'une vapeur très-légère que la tête ou le noyau de la comète exhale à cause de sa chaleur* Tij

The text on this page is estimated to be only 27.39% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES par Stsimi Au refte , il y a trois opinions fur les queues des comètes , 1^{re} V^{te} celle de ceux qui croyent que ces queues ne font autre chofe que l'éclat du Soleil qu'on découvre à travers la tête tranfparente des comètes i celle de ceux qui prétendent xjuc ces queues font caufées par la réfraction de la lumière en venant de la tête des comètes à la terre , & enfin celle de ceux qui fuppofent que ces queues font une cfpèce de vapeur ou de nuage qui s'élève de la tête de la comète , & qui fe répand fans cefle dans les régions oppofées au Soleil. La première opinion ne peut être foutenuë que par ceux qui n'ont aucune teinture de l'optique , car la lumière du Soleil ne fe voit point dans une chambre obfcure , fi ce n'eft en tant qu'elle eft réfléchië par les petites particules de pouffière & par les vapeurs qui voltigent toujours dans l'air : ainfi dans un air charge de vapeurs plus groffieres, elle eft plus brillante , & frappe plus fortement les yeux \ & plus l'air eft rare, & moins il fe réfléchit de lumière , ainfi dans les deux où il n'y a aucune matière réfléchiflante , il ne peut revenir de lumière à nos yeux : car la lumière ne fe voit pas par elle-même , mais feulement lorfqu'elle eft réfléchië vers nos yeux. Il faut donc que dans les régions où l'on voit les queues des comètes, il y ait une matière qui réfléchiffe la lumière , fans quoi tout le ciel où elles font étant rempli des rayons du Soleil, il nous paroîtroit également brillant par-tout. La féconde opinion eft (ùjette à bien des difficultés , car jamais il ne paroît de couleurs dans ces queues % or les couleurs ont cependant coutume d'être les compagnes inlcparables de la réfraction : la lumière des fixes êc des planettes qui nous eft tranfmife pure & fans fe colorer , eft une preuve que les cfpaces céleftes , que cette lumière traverse , ne contiennent point de milieu réfringent. Car ce qu'on rapporte que les Egyptiens ont vû quelquefois des fixes comme des comètes, doit (ans doute ion origine à quelque réfraction fortuite des nuées. £tla radiaDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.77% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 149 tion & la scintillation des fixes doit être attribuée aux réfractions des humeurs de nos yeux &c à celles de l'air , qui a toujours un petit mouvement de tremulation , ce qui se prouve parce que cette scintillation cesse lorsqu'on regarde les étoiles à travers un télescope : car la tremulation de l'air & des vapeurs qui y sont contenues est cause que les rayons sont détournés facilement & par secouffes de la prunelle , qui est très-étroite , mais il n'en est pas de même de l'ouverture beaucoup plus grande du verre objectif, voilà pourquoi la scintillation que nous éprouvons , lorsque nous regardons les étoiles avec nos yeux seuls , cesse lorsque nous les regardons à travers un télescope -, & cette cessation prouve que la lumière est transmise dans les espaces vides sans réfraction sensible. Et qu'on ne dise pas qu'on ne voit pas toujours les queues des comètes, parce que leur lumière n'est pas assez forte , & qu'alors les rayons secondaires n'ont pas assez de force pour remuer nos yeux , & que c'est par cette raison que nous ne voyons pas de queues aux fixes : car la lumière des fixes peut être augmentée plus de cent fois par le moyen des télescopes , & cependant on ne leur voit pas de queues. Les planètes donnent beaucoup plus de lumière que les étoiles & cependant on ne leur voit point de queues, & souvent les comètes ont de très-grandes queues quoique la lumière de leur tête soit très-foible , & très-faible. La tête de la comète de 1680. par exemple , avoit au mois de Décembre une lumière qui égaloit à peine celle des étoiles de la féconde grandeur , & sa queue répandoit une lumière sensible dans un espace de 40. 50. 60. & 70 degrés & plus : ensuite le 17 & le 18 Janvier sa tête paroissoit seuls comme une étoile* de la septième grandeur , & sa queue donnoit une lumière , qui à la vérité étoit foible, mais qui étoit cependant assez sensible J'espère de 6 à 7 degrés , & elle donnoit jusqu'à 11 degrés & un peu plus une lumière très-obscur & qui se distinguoit difficilement , comme on l'a dit ci-dessus.

The text on this page is estimated to be only 27.94% accurate

.150 PRINCIPES MATHÉMATIQUES * Mais le 9 & le 10
Février que l'on ceftà entièrement de voir U - tête de la comète à la vue
fimple, je vis par le téléfeope la queue longue de deux degrés : de plus , fi la
queue étoit l'effet de la réfraction de la matière célefte , & qu'en vertu de la
forme des cieux , elle fe détournât de l'oppofnion du Soleil , cette défléxion
devrait toujours fe faire du même côté, & dans les mêmes régions du ciel;
mais cependant la comète de 1680. le 28. Décembre 1 8 4 après-midi à
Londres , étoit dans le 8 d 41 ' des poiflons , & elle avoit 18 d 6* de latitude
boréale , le Soleil étant dans le 18 d x69 du >». Et la comète de l'année 1577.
étoit le 29 Décembre dans le 8 d 41' des X avec une latitude boréale de 18 d
40'. Le Soleil étant auffi dans le 18 d 16 ' environ du >>. Dans l'un & l'autre
cas la terre étoit dans le même lieu , & la comète paroïûoit dans la même
partie du ciel ; cependant dans le premier cas la queue de la comète
déclinoit (félon mes obfervations & celles de plufieurs autres) d'un angle
de 4 d { de l'oppofuion du Solèil vers le Nord ; &: dans le dernier (félon les
ot>fervations de Tycho) la déclinaifon étoit de 1 1 d vers le Midi. Ainfi ne
pouvant pas rapporter les queues à la réfraction des cieux , il refte à
examiner fi ces queues ne font point produites par quelque matière qui
réfléchit la lumière. Les loix que les queues obfervent prouvent qu'elles
viennent de la tête des comètes , & qu'elles montent dans les régions
oppofées au Soleil t car lorsqu'elles font dans les plans des orbes des
comètes qui paûent par le Soleil , elles fe détournent toujours de l'oppofition
du Soleil vers les parties que leurs têtes abandonnent en avançant dans ces
orbes. Ce qui fait qu'elles paToiflent dans les parties directement oppofées
au Soleil à un fpectateur placé dans ce plan ; mais à mefure que le
fpectateur s'éloigne de ce plan , leur déviation fe fait fentir peu à peu , &
elle devient de jour en jour plus grande : & cette déviation , toutes chofes
égales , eft d'autant plus petite , que la queue eft plus oblique à l'orbe de la
comète , c'eft-à-dire , que la tête de la Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.48% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 151 comète approche le plus du Soleil j fur-tout fi l'angle de la déviation est vu près de la tête de la comète : de plus , les queues qui n'ont point de déviation paroissent droites , & celles qui ont une déviation paroissent courbes, & leur courbure paroît d'autant plus grande , que leur déviation est plus grande , & qu'elle est plus sensible , toutes choses égales , à mesure que la queue est plus longue , car dans les queues fort courtes la courbure est à peine sensible. Plus l'angle de la déviation est petit près de la tête de la comète , & plus il est grand vers l'autre extrémité de la queue , & par conséquent le côté convexe de la queue est tourné alors vers les parties dont elle s'écarte par la déviation , lesquelles sont dans la ligne droite indéfinie tirée du Soleil par la tête de la comète* Et enfin , les queues les plus longues , les plus larges , & qui brillent de la lumière la plus vive , sont un peu plus brillantes par leur côté convexe , & terminées plus exactement que par leur côté concave. Les Phénomènes de la queue des comètes dépendent donc du mouvement de leur tête & non de la région du ciel dans laquelle on aperçoit leur tête -, & par conséquent elles ne sont point l'effet de la réfraction des ciux , mais elles sont formées de la matière qui s'exhale de la tête des comètes. Et de même que dans notre air la Fumée d'un corps enflammé quelconque s'élève en-haut & monte perpendiculairement, si ce corps est en repos , ou obliquement , s'il se meut latéralement ; ainsi dans les cieux, où tous les corps célestes gravitent vers le Soleil , les vapeurs & la fumée doivent monter par rapport au Soleil (comme on l'a déjà dit) & s'élever en haut & en ligne droite , si le corps qui fume est en repos ; ou obliquement si ce corps, en avançant, abandonne sans cesse les lieux d'où les parties supérieures de la vapeur ont commencé à monter. Et cette obliquité est moindre lorsque les vapeurs montent avec plus de vitesse : comme dans le voisinage du Soleil , & près du corps dont la fumée s'exhale -, cette obliquité fait que la colonne composée de cette vapeur paroît

— — S lli * PRINCIPES MATHÉMATIQUES »v le o"pî. courbe
 : & comme la vapeur de la colonne du côté vers lequel ' fc fait le
 mouvement de la comète est un peu plus nouvellement exhalée , elle doit
 être aussi un peu plus épaisse dans cet endroit , & y réfléchir par conséquent
 une lumière plus abondante , & la queue y doit être terminée plus
 exactement. Je n'ajoute rien ici sur les agitations subites de ces
 queues , ni sur l'irrégularité de leurs figures dont quelques-uns ont donné la
 description } parce que ces apparences peuvent être causées par les
 changemens qui arrivent dans notre air & par les mouvemens des nuées, qui
 font paroître quelquefois de certaines parties des queues plus obscures que
 d'autres , & que les parties de la voie laquée, que l'on confond avec les
 queues qui y passent, & qu'on prend pour des parties mêmes de ces queues ,
 peuvent encore causer ces apparences. La rareté de notre air peut servir à
 nous faire comprendre comment les vapeurs qui s'exhalent de l'atmosphère
 des comètes, peuvent suffire à remplir des espaces si immenses. Car l'air
 occupe près de la surface de la terre un espace 800 fois environ plus grand
 que celui qui seroit occupé par le volume d'eau qui auroit le même poids.
 Ainsi une colonne cylindrique d'air , haute de 830 pieds est du même poids
 qu'une colonne d'eau qui auroit la même base , & un pied de hauteur. Or la
 colonne d'air qui va jusqu'à l'extrémité de notre atmosphère est égale en
 poids à une colonne d'eau de 3368 pieds de haut environ 6V de même base ;
 & par conséquent , si on ôtoit la partie inférieure de toute la colonne qui
 compose notre air jusqu'à la hauteur de 830 pieds, le poids du reste supérieur
 de cette colonne , seroit égal à celui d'une colonne d'eau de la hauteur de 830
 pieds. Ainsi, par une règle qu'une infinité d'expériences ont confirmée ,
 sçavoir , que la compression de l'air est comme le poids de l'atmosphère
 incumbent , & que la gravité est réciproquement comme le carré de la
 distance des lieux au centre de la terre , j'ai trouvé (en faisant le calcul selon
 le Cor. de la Prop. ai. du Liv. 1.) qu'à la hauteur d'un

The text on this page is estimated to be only 19.56% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. Vy? d'un demi diamètre de la terre au-deffus de fa furface , l'air doit frre plus rare qu'ici-bas en une raifon beaucoup plus grande que celle de tout i'cfpacc renfermé dans l'orbe de Saturne à un globe d'un pouce de diamètre. Donc un globe d'air d'un pouce de diamètre qui auroit la denfité qu'a notre air à un demi diamètre de la terre au-deûs de (à furface , remplirait toutes les régions des planètes jufqu'à la fphère de Saturne & bien loin encore au-delà: or {Kuifque notre air fc raréfie à l'infini , à mefure qu'on s'éloigne de la furface de la terre , les queues des comètes doivent être formées d'une matière très-rare , puifque leur chevelure ou leur atmofphère cft prefque 10 fois plus étendu que le diamètre de leur noyau , & que leurs queues vont encore beaucoup par-delà. Et quoiqu'il fc puifie faire , à caufe de la denfité de fatmofphère des comètes, de la grande gravitation de ces corps vers !c Soleil, fiede la gravité des particules de leur air, & de leurs vapeurs les unes vers les autres, que l'air qui les environne dans Jes efpaces céleftes, & par conféquent leurs queues ne fôient pas auffi raréfiées que notre air i il réfulte cependant de tout ceci , qu'une tris-petite quantité d'air & de vapeurs peut fuffire abou» damment à tous les Phénomènes des queues des comètes. D'ail» leurs l'extrême rareté de la matière de ces queues cft prouvée par les aftres qu'on voit briller à trav/ers, L'atflnofphère terreftre éclairé de la lumière du Soleil, oMcur*cit fcîf éteint par ion épai fleur prefque tous les' aftres & la Lune même, or cependant il ne s'étend qu'à quelques milles: mais à travers l'épai fleur immense des queues des .comètes qui fçot éclairées du Sc4eil de même que notre atmofphère , on voit les plus petites étoiles fans que leur lumière foir. affoiblic. L'éclat des queues de la plupart des comètes ejt comparable à peu près à celui de l'air d'une chambre obfcure qui réfléchit les rayons du Soleil reçus par un trou d'un pouce ou deux de diamètre. On peut connoître à peu près quel temps la vapeur met à s'éle» yer de la tête des comètes à l'extrémité de leur aueue , en tj

The text on this page is estimated to be only 22.55% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES

^roile ^e 1, extrcm"é de cette queue au Soleil , 6c , " remarquant le lieu où cette ligne coupe la trajectoire. Car la vapeur à l'extrémité de la queue, fi elle s'éloigne en ligne droite du Soleil , commence à s'élever de la tête , dans le temps où la tête fc trouve dans le lieu de l'interfe&ion. Mais la vapeur ne s'éloigne pas du Soleil en ligne droite, car elle retient le mouvement que la comète avoit avant que cette vapeur commençât à monter , & ce mouvement fc compofant avec celui par lequel la vapeur monte , elle monte obliquement. Ainfi la folution de ce problème fera plus exacte, fi cette ligne qui coupe l'orbe eft parallèle à la longueur de la queue , ou plutôt , (à caufe du mouvement curviligne de la comète) fi cette même ligne diverge de celle de la queue. Par ce moyen j'ai trouvé , que la vapeur qui étoit a l'extrémité de la queue de la comète de 1680. le 15 Janvier, avoit commencé à s'élever de la tête avant le 11 Diumbrt, cV que par conféquent , elle avoit mis plus de 4j jours à monter. Et toute la queue qui parut le 10 Dictmbrc étoit montée dans l'efpacc de deux jours qui s'étoient écoulés depuis le périhélie de la comète. Cette vapeur montoit donc très- vite au commencement , lorfque la comète étoit plus près du Soleil , cV enfuite elle continuoit de monter avec un mouvement que fa gravité retardoit toujours > êc en montant elle augmentait la longueur de la queue. La queue , tant qu'elle fut vifible , étoit formée de prefque toute la vapeur qui s'étoit exhalée de la comète dans le temps du périhélie i & la vapeur qui monta la première» & qui formoit l'extrémité de la queue , ne s'évanouit que lorfque fa diftance, tant du Soleil que de nous, fut fi grande, qu'on ne pût plus l'apperccvotr. Ainfi les queues des autres comètes qui font courtes ne font point formées par des vapeurs qui s'élèvent de leurs têtes par un mouvement prompt & continu , & qui enfuite fc diffipent , mais ce font des colonnes permanentes de vapeurs & d'cxhalaifo'ns qui fortent de la tête des comètes pendant plufieurs jours par un mou

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.96% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 15, vement très-lent , & gai en participant du mouvement que là tête d'où elles s'exhalent avoit lorfqu'elles ont commencé à s'exhaler , continuent enfuite a fc mouvoir avec cette tête dans les cfpaecs céleftes. Ce qui fournit encore une nouvelle preuve que les cfpaccs céleftes font privés de toute force réfiftante î puifque non feulement les corps fol ides tels que les planètes 6c les comètes, mais même des vapeurs très-rares, (comme celles qui for-» ment les queues des comètes) fc meuvent très-librement & d'utt mouvement très- rapide dans ces cfpaccs, & qu'elles y confer* vent leur mouvement pendant très-long-temps. Kepler attribue l'afcenfion des queues des comètes qui s'élèvent de l'atmosphère de leurs têtes, &r le mouvement progrefif de ces queues vers les parties oppofées au Soleil, à l'action des rayons de lumière qui emportent avec eux la matière des queues. Et il n'eft point abfurdc de penfer que des vapeurs très-rares puiffent céder Î l'action des rayons dans des efpaces libros .de toute réfiftance, quoique des vapeurs épaiffes ne puiffent être mûes fcnfiblement' par les rayons du Soleil dans notre atmosphère. Un autre Aftronyme a cru qu'il pouvoir y avoir des particu-' les de madère graves, & d'autres légères, que les queues des comètes étoient compofées de particules légères, & que C'ctoît par leur légèreté qu'elles s'éievoient en s'élôignant du Soleil. Mais la gravité des corps terreftres étant comme la matière qu'ils contiennent , la quantité de matière reftant la même , la gravité ne peut être ni augmentée ni diminuée. Je foupçonne plutôt que l'élévation des vapeurs qui forment les queues , vient de la raréfaction de cette matière : car la fumée monte dans une cheminée par l'impuiffion de l'air dans lequel elle nâ»c , cet air raréfié par la chaleur monte, parce que Ci gravité fpccifique cft diminuée , fif en montant il emporte la fumée avec lui. Pourquoi les queues des comètes ne s'éleveroient -elles pas de la même manière du côté ©ppofê an Soleil ? Car les rayons du Soleil p'agirent les milieux qu'ils traversenf. mie par la reflexion & Vi;

The text on this page is estimated to be only 20.25% accurate

H* PRINCIPES MATHÉMATIQUES * * mpVdI. ri^a<ai°n. Les particules réfléchissantes étant échauffées par cette 1 action des rayons , échauffent la matière éthérée avec laquelle elles sont mêlées : cette chaleur qu'elles lui communiquent la raréfie , & cette raréfaction diminuant la gravité spécifique par laquelle elle tendoit auparavant vers le Soleil , cette matière éthérée monte Se emporte avec elle les particules réfléchissantes donc la queue est composée. Les vapeurs qui composent les queues des comètes tournent autour du Soleil , & tendent par conséquent à s'éloigner de cet astre , ce qui contribue encore à leur affaiblissement » car l'atmosphère du Soleil, & la matière des deux est dans un repos absolu , ou bien elle tourne plus lentement que la matière des queues, puisqu'elle tourne par le seul mouvement qu'elle reçoit de la rotation du Soleil. Ce fait-là les causes de l'ascension des vapeurs qui forment les queues des comètes, lorsqu'elles sont près du Soleil où leurs orbites sont les plus courbes, & où les comètes étant dans le lieu de l'atmosphère du Soleil le plus épais, & par conséquent le plus pesant , projettent les plus longues queues. Car les queues qui commencent alors à paraître conservant leur mouvement, & gravitant cependant vers le Soleil, se meuvent autour de cet astre dans des ellipses comme les têtes des comètes & par ce mouvement elles accompagnent toujours ces têtes, & leur paraissent attachées , quoiqu'elles ne leur soient pas adhérentes. Car la gravité de ces vapeurs vers le Soleil ne les fait pas s'éloigner davantage de leurs têtes pour aller vers le Soleil que la gravité des têtes vers le Soleil ne les fait s'éloigner de leurs queues pour aller vers cet astre. Ainu elles doivent , par leur gravité commune tomber en même temps sur le Soleil , & être retardées de la même manière en remontant i ainu la gravité ne doit point empêcher la tête & la queue des comètes y de prendre facilement l'une la position quelconque qui doit fuir des causes dont nous venons de parler ou d'autres causes quelconques» ni de la conserver en fuite sans obstacle» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.39% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. t,7 Les queues qui se forment dans les périhélies des comètes, doivent donc s'en aller avec leurs têtes dans des régions très-éloignées, & en fait après une longue fuite d'années revenir vers nous avec elles, ou bien s'évanouir peu à peu par raréfaction. Car lorsque par la fuite leur tête descend vers le Soleil, de nouvelles queues très-courtes doivent s'élever de leur tête par un mouvement très-lent, & ces queues doivent augmenter immensément dans le périhélie des comètes qui descendent jusqu'à l'atmosphère du Soleil : car cette vapeur doit se raréfier & se dilater perpétuellement dans les espaces libres où elle se trouve, c'est pourquoi les queues sont toutes plus larges vers leur extrémité supérieure que près de la tête de la comète. Ces vapeurs perpétuellement dilatées par la raréfaction, doivent s'étendre & se répandre dans tout le ciel, & elles doivent ensuite peu à peu être attirées par leur gravité vers les planètes avec l'atmosphère de laquelle il est vraisemblable qu'elles se mêlent. Car de même que les mers sont nécessaires à la constitution de notre terre, afin que la chaleur du Soleil puisse en élever des vapeurs fumantes, lesquelles après s'être rassemblées en nuages retombent en pluies qui arrosent la terre, la nourrissent & la rendent capable de produire tous les végétaux & y eu bien se conçoit le sommet des montagnes par le froid qui y règne d'où (selon que quelques-uns le conjecturent avec raison) elles coulent & forment les fontaines & les fleuves. On peut croire que les comètes peuvent par leurs exhalaisons & leurs vapeurs condensées, suppléer & réparer dans ce qui se consume d'humidité dans la végétation & la putréfaction & ce qui se convertit en terre sèche dans ces opérations : afin que par ce moyen les mers & l'humidité des planètes ne soient pas consumées. Car tous les végétaux croissent par le moyen de l'humidité, & ensuite la plus grande partie s'en convertit par la putréfaction en terre sèche, puisqu'il tombe perpétuellement du limon au fond «les liqueurs qui se corrompent, Ainu la eau de la terra sèche»

The text on this page is estimated to be only 20.25% accurate

1,8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES » Jv «m ..• doit augmenter fans ceflTe , &c fi les parties fluides ne reccoïcat '. pasderaccroiffementpar quelques eau fes, elles 4evroient diminuer perpétuellement , & à ,la fin elles viendraient entièrement à manquer. Je foupçonne de plus que cet efprit qui cft la plus p«ite partie de notre air, la plus fubtile, Se en même temps la plus excellente, puifqu'cllc eft nécefl*aire pour donner la vie à toutes chofes, vient principalement des comètes, Les atmofphères des comètes, en produifant des queues dans leur defeente vers le Soleil doivent diminuer , être plus étroits ; (principalement vers la partie qui regarde le Soleil) & réciproquement lorfqu'eUcs s'éloigneut du Soleil, & que leur atmofphère ne fournit plus à la formation des queues , ils doivent devenir plus confidérables j & fi on s'en rapporte aux obfervations ÛHivilius , ces atmofphères paroiffent les plus petits, lorfque les têtes des comètes étant déjà échauffées par le Soleil , elles ont des queues très-longues & très-brillantes , &: que ces têtes font enveloppées vers les parties les plus intérieures de leur atmofphère , par la fumée très-dense & très-noire de leur noyau. Car toute fumée eau fée par une grande chaleur , doit être d'autant plus noire &c plus épaille. Auffi la tête de la comète (c'eft de celle de j680. dont nous parlons) à égale diftance du Soleil & de la terre , parut-elle plus obfcure après Coq périhélie qu'auparavant. Car au mois de Décembre on pouvoir comparer [fa lumière à celle des étoiles de la troifième grandeur, 6/ au mois de Novembre elle égaloit celles de la féconde & de la première. Et ceux qui l'ont vue dans les deux cas parfont de celui où elle étoit plus brillante comme d'une comète plus grande. Un jeune homme de Çambndp qui vit cette coinéte le 19 Novembre, trouva que fa lumière, tjuoiqu'obfcure & comme plombée , égaloit en clarté l'épi de la Vierge , & qu'elle brilloit plus qu'elle ne brilla depuis, tfontenarus le 10 Novembre v. ft. la vit plus grande que les étoiles de la première grandeur, (à queue ayant deux degrés de long, fit le jboâteur \$tort 4ans fcs lettres qui me font tombées entre lc« Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.43% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. tñ mains , marque que fa tête au mois de Décembre étoit très-petite , te qu'elle cédoit en grandeur à celle de la comète qui avoit paru au mois de Novembre avant le lever du Soleil, quoiqu'alors fa queue fut la plus grande & la plus brillante. U y conjecture que cela pouvoit être attribué à ce que , au commencement , la matière de la tête étoit en plus grande quantité , cV qu'elle s'étoit peu à peu confumée. Ccft vraifcmblablementparlamcme raiforf , que les comètes qui ont les queues les plus longues & les plus brillantes ont les têtes les plus obfcures & les plus petites. Carie 5 Mars n. ft. de l'année i66\$4 à 7 heures du loir , le R. P. Valentin Efiandus étant au Brijil vit une comète près de l'horifon vers le coucher du Soleil dont la tête étoit très- petite & à peine vifible, te qui avoit une queue fi brillante, que ceux qui étoient lür le rivage la pouvoient voir aifément fc peindre dans la mer. Elle rcflcmWoit à une poutre brillante de X3 d de long, elle s'étendoit de l'Occident vers le Midy t te elle étoit prefque parallèle à l'horifon. Cet éclat ne dura que* crois jours après lefquels il diminua confidérablement -, te à mefure que l'éclat de cette queue diminuoit , fa grandeur augmentoit, 6* on dit même qu'en Portugal elle occupoit prefque la quatrième' partie du ciel , c'eft-à-dire, 4j d de l'Occident vers l'Orient, avec on éclat trèsconûdérable -, te cependant cette comète ne parut jamais toute entière } car fa tête, dans ces régions, étoit toujours cachée fous l'horifon r L'augmentation de cette queue, lorſque fon éclat diminuoit, prouve clairement que la tête de la comète s'éloignoit du Soleil te qu'elle étoit le plus près du Soleil dans le commencement de foa apparition , comme la comète de 168©. On ht dans la Chronique Saxonne qu'il parut une comète femblable dans l'année 1106. dont V itoit itoit petite, & obfcure (comme celle de l'année 1680.) mais dont la queue itoit tris-brillante , 6* s'itendoit comme une grande poutre vers U Nord- Ejs comme le rapporte auffi MMvMùts d'après Simon moine de Danti

The text on this page is estimated to be only 22.35% accurate

t 160 PRINCIPES MATHÉMATIQUES ,7 mom'dL "^P* parut au commencement de Février & les jours fuivanf vers le (bir. Et l'on peut conclure de ia pofitio* 4e fa queue que fa tête étoit très-proche du Soleil. Elle étoit diftantt du Soleil, dit Matthieu de Paris , environ d'une coudée. Depuis la troifièmc heurt (& plus correctement depuis la fixicme) jufqu'à la neuvième elle jettoie une grande lumière qui s'éundoit fort loin. Telle étoit Cette comète toute de feu , décrite par Arifiote au Liv. i. Met. 6. fa Ute , dit- il , m fe voyoit pas U premier jour , parce qu'elle fe couchpit avant le Soleil , ou plutôt parce qu'elle fe perdoit dans fes rayons , le jour d'enfuite , c'eft tout ce qu'on put faire que de l'appercevoir , car elle ne s'éloigna du Soleil que d'une dijlançe trîf -petite , & elle fe coucha prtfcu */tu0tét après lui. Et 4 caufe defon extrême clarté (c'eft- à-dire» de fa queue) fa tltene paroijfoit pas encore étant toute couverte de feu , mais enfuite (continue Arijlote) hrfqu' elle commença, { e'eft-à-dire , la queue) à être moins ardente f on commença a voir la face de la comèu (c'eft-à-dire, fa tête ,)&f* clarté s'étendait jufqu'à la troifilmt partie du ciel. (c'eft donc à dire à 60 degrés.) Elle parut dans l'Hyver (la quatrième année de la xoif Olympiade) & après s'être élevée jufqu'à la ceinture dQrion, elle y dj/parut, La comète de qui /brtit des rayons du Soleil avec une très grande queue paroiffoit égaler ou même furpaûer un peu les étoiles de la première grandeur , mais on a vu beaucoup d'aur très comètes plus grandes qui avoient de très- petites queues. XjL y en a eu qui , au rapport de quelques- uns , égaloient Venus p d'autres Jupiter, & d'autres même Ja Lune en grandeur. Nous concluons donc de tout ceci que les comètes /ont do genre des planètes, & qu'elles tournent autour du Soleil dans des orbes très-excentriques. Et comme parmi les plancces quj n'ont point de queues , ceties qui tournent dans de plus petits orbes & le plus près du Soleil font les plus petites , il cft yraiferable que les pometes , qui dans Unr périhélie approchent le plus près du Soleil , font de beaucoup plus petites que les autres , afin que par leur gtttraâion elles ne dérangent pas le Soleil. Au refte , je lauTe à déterminer Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.36% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1^{re} déterminer les diamètres transversaux des orbites des comètes & les temps périodiques de leurs révolutions quand on pourra comparer les révolutions des comètes qui reviennent après un long espace de temps décrire les mêmes orbites : en attendant, la proposition suivante pourra répandre quelque lumière sur cette recherche. PROPOSITION XLII. PROBLÈME XXII. Corriger la trajectoire trouvée d'une comète. Opération première. Il faut prendre la position du plan de la trajectoire, laquelle position a été trouvée par la Prop. précédente, & choisir trois lieux de la comète qui aient été déterminés par des observations bien exactes, & qui soient fort éloignées les uns des autres ; que A soit le temps écoulé entre la première & la seconde observation, B celui qu'il y a eu entre la seconde & la troisième. Il faut que la comète ait été dans son périhélie dans un de ces lieux, ou que du moins elle n'en ait pas été fort éloignée. Par le moyen de ces lieux apparens soient trouvés par des opérations trigonométriques, trois lieux vrais de la comète, dans le plan choisi pour la trajectoire. Ensuite par ces lieux trouvés, soit décrite, par les opérations arithmétiques indiquées dans la Prop. ai. du Liv. i. une section conique ayant le centre du Soleil pour foyer, que les aires de cette courbe, lesquelles sont terminées par des rayons tirés du Soleil aux lieux trouvés, soient D & E : c'est-à-dire, D l'aire décrite pendant le temps écoulé entre la première & la seconde observation, & E celle qui a été décrite pendant celui qui s'est écoulé entre la seconde & la troisième, & que T soit le temps total pendant lequel l'aire totale $D + E$ doit être décrite par la comète avec la vitesse qui a été trouvée dans la Prop. 16. du Liv. t. Opération 1^{re}. Que la longitude des nœuds du plan de la trajectoire soit augmentée, en ajoutant à cette longitude io' ou jo' , que j'appelle P & que l'inclinaison de ce plan à celui de l'écliptique soit α . Tom II. X

The text on this page is estimated to be only 22.27% accurate

I _t*i PRINCIPES MATHÉMATIQUES m^hTi. ticltte rcftc la
 mémc- Enfuire par le moyen des trois lieux obfervés de la comète dcfquels
 on a parlé , foyent trouvés dans ce nouveau plan . trois lieux vrais comme
 ci-deflus ; l'orbe qui pafle par ces trois points , les deux aires de cet orbe
 décrites entre les obfervations Icrqtielles j'appelle d Se e, ainG que le temps
 total pendant lequel l'aire totale d + e doit être décrite. Opération j. Soit
 confervée la longitude des nœuds dans la première opération , & (bit
 augmentée l'inclinaifon du plan de la trajectoire au* plan de l'écliptique en
 ajoutant à cette inclinaifon ao' ou jo'Jefquellcs j'appelle Q. Enfuire par les
 trois lieux apparensde la comète, lefquels on a obfervés, Se d»nt nous avons
 déjà parlé , foieht trouvés trois lieux vrais dans ce nouveau plan ajnfî que
 l'orbite qui pafle par ces lieux , les deux aires de cette orbite décrites entre
 les obfervations , lefquelles j'appelle «P & « & le temps total t pendant
 lequel l'aire totale t doit être décrite. Maintenant, foit C : i : : A : B, & G : i :
 : D : E; (bit de plus g w : : d : t Se y : i : : / : i i S reprefentant le temps vrai
 écoulé entre la première 6c la troifième obfervation , & les figures + Se —
 étant mis comme ils le doivent être , on cherchera les nombres m Se h par
 cette loi, que i G— iCz^mG— mg+nG — & q«c x T- rS = M T-mt + n T-nr.
 Et fi dans la première opération i reprefente l'inclinaifon du plan de la
 trajectoire au plan de l'écliptique, Se K la longitude de l'un ou de l'autre
 nœud , i + n Q fera la vraie inclinaifon du plan de la trajectoire au plan de
 l'écliptique , cV K + m p la vrata longitude du nœud. Et enfin , fi dans la
 première , la féconde Se la troifième opération , les quantités R , r Se S
 reprefentent les paramètres de la trajectoire , Se les quantités4 , -J-* - les
 paraméLia très tranfverfaux rcfpctifs : le vrai paramètre de la trajectoire
 que la comete décrit, fera R + m r- m A+ nf-nR 6c fon vrai paramètre
 tranfveifal fera j— ' : or le paL -f- ml — ml + nK — n L 1 Digitized by
 Google

The text on this page is estimated to be only 23.65% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ramètre tranfverfal de la comète étant donne, Ton temps périodique le fera auflî. C. Q. F. T. Au refte les temps périodiques des comètes & les paramètres tranfverfaux de leurs orbes , ne peuvent être déterminés avec certaine précifion , qu'en comparant cntr'cUcs les comète» qui paroiffent en divers temps. Si plufieurs comètes après des intervalles de temps égaux, décrivent le même orbe, on doit en conclure que ces comètes ne font qu'une feule & même comét« qui fait fa révolution dans le même orbe. Et enfin , par les temps des révolutions on trouvera les paramètres tranfverfaux des or* bes , &: par ces paramètres on déterminera les orbes elliptiques. Pour y parvenir il faut donc calculer les trajectoires de plufieurs comètes en les fuppofant paraboliques , car cette forte de q-ajeci toire s'accordera toujours à peu près avec les Phénomènes. Ccft ce qui eft prouvé , non-feulement par la trajectoire parabolique de la comète de 1680. que j'ai comparée ci-delîus avec les observations , mais encore par celle de cette fameufe comète qui parut dans les années 1664. & i66y. cV qui a été obfervée-pai ffnetius. Cet aftronyme a calculé auflî d'après fes obfervatiôns le* latitudes & les longitudes de cette comète, mais moins exactement. HalUy a calculé de nouveau d'après ces mêmes obfervatiôns les lieux de cette comète , & enfin par le moyen de fes lieux ainfi trouvés il a déterminé fa trajectoire. Il a placé fon nœud afcènt dant dans le 11 d 1\$' jj " des fc|> l'inclinaison de (on orbite ai} plan de l'écliptique de n d 18*40 ff, la diftance du périhélie au nœud dans l'orbite de 49 d n' \$0 fon périhélie dans * d 4o ' jo * du Q, avec une latitude auftrale héliocentrique de 16 d i' 45 il a trouvé de plus, que la comète étoit dans le périhélie le 14 Novembre à 11 h y z' après midi du temps moyen à Londres t oa à Dantyg 1 j h 8' V. S. & le paramètre de la parabole de 410x86 parties, la moyenne diftance du Soleil à la terre en ayant 100000. On verra par la table fuivante qui a été calculée par Halley , combien les lieux de la comète calculés dans cet orbe , s'accordent exactement avec les obfervadons. — . A 1|

The text on this page is estimated to be only 18.87% accurate

OV «TSTIMt Si î JCIPIES MATHEMATIQUES T an p s apparent
à V. s. Dit. i6rt4. 4- !«• >T 7.17. 4« 17. 14-4} 19. 9>~! 10. u.jjj tr. 9. 9{ it. 9.
o Xi. 7. ;8 »7' <• 4/ M; 7. j? 51. «-4J 7- 7. İ7j — M- 7-»9 7- *• Î7 il. 8. 46
M*rs. 1. ». ifi 7- «• J7 Dijtances de objervées* a~r"ff <]o ccrn r du Lion.
4i.14.10 de l'épi dcla Vier^e.ii.fi.10 ducceur du Lion. 46. 1.4) de l'épi Je la
Vierge.1J.jx.40 du cœur du Lion. 44.4I. o de l'épi de la Vierge.17.f6.40 du
cœur du Lion. /)•!/.! j de l'ép. droite d'Or. 4j.43.30 le Procyon. j j.ij.jo de la
claire de la mâchoire de la Baleine, o de Procyon. 40.49- O de la claire de la
mâchoire de la Baleine. 40. 4 o obfervés. m» Long, m 7. 1. o Lat. auft.t1.3y.
o Long, *»i6.rj. o Lac. auft.ti.14. o Long), 6. O Lar. aoft.if.11. o Long. Q
t.j6. o Lac. auft.49.ty. o Lieux calculas dans l'orbe. —r-r-» •a» 7« 1.1»
1t.3i.to 1 «.16. J 11.14. O Long. 18.40.30 Lar. auft.4M«- o Long. M i|. i' o
Lac. auft.39.j4. o de l'ép. droite d'Or, 16.11.15 de la claire de la mâchoire de
la Baleine. is>-i8. o dêT'ép. droite d'Or. 19.47- 0 de la claire de la mâchoire
de la BaLong. H 1,1 0 Lat. auft.3j.4x. o Long. \S 14.14- o Lac auft.17.4j. o
leine. 10.19.30 de la claire du Bélier. 1 3 .10. o d'Aldébaran. *<-44- 0 de la
claire du Bélier. 10.4/. o d'Aldébaran. i«JQ- ° _ de _la^lahrdoBélicr.i8.i9- o
des Hyades. «M7- o de la ceinture d' And. jo.48. xo des Hyades. Ji-f 3.JQ
de la ceinture d'And.i; .ii. o des Hyades. 37.11.1; c2e latéce d'Androm.18.
7.1c .'e< Hyade*. 38.fj.10 ne uccuiturc d'And.io.ji.r j des Hyades. 40. f. —
Long. V 9. 0. 0 Lac auft.1t.36. 0 \S 9. 1.18 11.34.13 Long. 7. j.40 Lat.
auft.to.13. 0 V 7. «.4/ 10.tj.1j Long. » J.14.4/ Lac. aoft. S.ii.jo \S
J.17.J*8.13.37 Long. 1. 7.40 Lac auft. 4.13. 0 cf 1. 8.10, 4.»«ir Long. V
18.14.47 Lar. bor. 0.J4. 0 Y H.14. 0 0.J3. 0 Long. T 17. «\J4 Lar. bor. 3. 6.ro
T17. «.39 ?• 7.40 Long. Y 16. 19.1 j Lat. bor. r.if.jo Y 16.18.jo f.tf. 0 Long.
Y 17. 4.46 Lac bor. 7. j.10 Y 1714./; 7- JJf Long. Y 18.19.46 Lac bor.
8.11.36 Y 18.19.j8 8.10.1; Long. Y i9J*-ij Lac. bor. 8.36.16 Y 1y.18.10
8.36.11 Long. Y 0. 1.48 Lat. bor. S. j6. 30 0. a. 41 8.;6.;6 *• i-?}} IS.11.40
Q i«j6. o 49.1J. O tf *«.4J. 4J«4«. 39./}. H 1.18.30 Î5-J9.40 V i4-*7- o
17.46. o Digilized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.46% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i<5< Au mois de Février de l'année fuivante i66s. la première étoile d'Aries que j'appellerai dorénavant >, étoit dans Y i8d jo' j5" ayant une latitude boréale de 7 d S' 58"* La féconde d'Anes étoit dans Y xp d 17' »»" avec une latitude boréale de 8d 18* 16». Et une autre étoile de la feptième grandeur que l'appellerai A ctoit dans Y x8 d *4# 4f * aYant une latitude boréale de 8 * 18' 3}* , or la comète le 7 Ftvrier 7')o* i Paris t (c'est-à-dire, le 7 Février 8 ' 37" f. S* à Dtfurçi*) faifoit un triangle avec ces étoiles y & ^, lequel ctoit rectangle en >. Ét la diftance de la comète à l'étoile 7 , étoit égale à la diftance des étoiles y & A cntr'clles, c'est-à-dire, qu'elle étoit de 1 d 19' +6* d'un grand cercle , & par conféquent elle étoit de 1 d 10 ' %G" dans le parallèle de latitude de l'étoile y. Donc, fi de la longitude de l'étoile y, on en ôte la longitude de 1 d 10' 16", il reftera la longitude de la comète dans Y de 17 d 9 ' 49 Auzout qui avoit fait cette obfervation , en conclut que la comète étoit à peu près dans Y 17 a & P" 1* fig«« dans laquelle Hook a tracé fon mouvement, elle étoit dans Yi<id 59' x4"} ainû en prenant un milieu entre ces pofitions je l'ai mis dans Y 17 d 4' 4** Par la même obfervation Auront déterminé la latitude de la comète à 7 d 4' ou 5 ' vers le nord : clic l'auroit été plus exadement à 7 d) ' » en fapP0**0* wutesfois la différence des kttitudes de la comète 6* de l'étoile y égale à la différence des longitudes des étoiles y & A. Le xi Février à 7 h î°' * • C'est-à-dire le ai f^r à & h 46 ' à Z>a«<?g , la diftance de la comète à l'étoile A , félon Vobfervation de Hook qu'il avoit tracée même dans une figure. & félon la figure de Petit tracée d'après les obfervations d'Auzout , étoit la cinquième partie de la diftance entre l'étoile A & . ' j. j • \ n» ' " Et la diftance de la comète à la première d'Anes , ou 15 57 • El '* u,"**w la ligne qui joint l'étoile A & la première d'Aries ctoit la qua

The text on this page is estimated to be only 22.71% accurate

M PRINCIPES MATHÉMATIQUES ,Dv m omTe rri<-'mc Partic
de cctte cincluicmc Partic » c'eft-à-dire, 41' La co' mctc étoit donc dans y z8
d a* 46" ayant 8d iz' 36" de latitude boréale. Le premier Mars à 7 h o ' à
Londres , qui reviennent à 8 h i<5 ' à Danttig, la comète fut obfervéc près de
la féconde d'Arles, la diftance entre la comète & cette étoile, étant à la
diftance entre la première & la féconde à'Ar'us , c'eft-à-dire , à 1 d 3 3 '
comme 4. à 45 félon Hook, ou comme 1 à 13 félon Gottignies ; ou bien , en
prenant un milieu entre ces pofitions , de 8 ' 10". Mais la comète , félon
Gouignies , avoir alors précédé la féconde à' Arits prefque de la quatrième
ou cinquième partie du chemin qu'elle faifoit en un jour , c'eft-à-dire , de 1 '
35" environ , (en quoi il s'accorde aflés bien avec Aurout) ou un peu moins
félon Hook , comme 1 ' par exemple. Donc , fi à la longitude de la première
à'Ar'us , on ajoute l'j&S'io'àfa latitude , on aura la longitude de la comète de
19 d 1 8 ' & fa latitude boréale de 8d 36' 16" Le 7 de Mars à 7 h 30 ' à Paris
(qui font 8 h 37' à Dant{ig) la dHlancc de la comète à la féconde d'Anes
étoit, félon les obfervations & Aurout t égale à la diftance de la féconde
à'Aries à l'étoile A y c'eft-à-dire , qu'elle étoit de \$ »' x9" & la différence des
longitudes de la comète & de la féconde d'ArUs étoit de 45' ou 4«' } ou en
prenant un milieu entre ces pofitions de 4\$ ' 30*. Donc la comète étoit dans
V « d 1 9 48 ". Selon la figure conftruite par Petit fur les obfervations
d'Avoué , Hevelius * conclut la latitude de cette comète de 8d j4', mais le
graveur a courbé un peu irrégulièrement le chemin de la comète vers la fin
de fon mouvement , Hevelius a corrigé cette incurvation irrégulière dans la
figure qu'il a tracée d'après les obfervations à' Aurout, & il a fixé la latitude
de la comète à8d 55 ' 30", & en corrigeant l'irrégularité, la latitude peut aller
à 8 d j<J ' ou à 8 d J7'. Cette comète fut encore vue le 9 Mars , & alors elle
dévoit être dans V o d 1 8 ' ayant 5> d j 'î environ de latitude boréale. Cette
comète parut trois mois , elle parcourut prefque fut lignes, Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 26.93% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 167 & clic faifoit près de 10' par jour. Son orbe étoit fort différent d'un grand cercle, il étoit incurvé vers le Nord; fie fur la fin fon mouvement de rétrograde devint dired*. Ce cours fi peu ordinaire s'accorda depuis le commencement jufqu'à la fin auffi exactement avec la théorie, que le cours des planètes a coutume de s'accorder avec leur théorie, comme on le verra par la table fuivante. Il faut cependant fouffraire deux minutes environ pour le temps où la comète avoit la plus grande vîtefle -, ce qu'on fera en ôtant douze fécondes de l'angle compris entre le nœud a fondant & le périhélie, ou en faifant cet angle de 49 d 17' 18 La parallaxe annuelle de ces deux comètes (favoir de celle-ci & de la précédente) étoit très-confidérable, ce qui démontre le mouvement de la terre dans fon grand orbe. Cette théorie eft encore confirmée par le mouvement de la comète qui parut dans l'année 168 j. Celle-là fut rétrograde dans fon orbe, dont le plan faifoit avec l'écliptique un angle prefqu droit. Son nœud afeendant étoit (clon le calcul de HalUy) dans rçp *3 4 1 } ' : l'inclinaifon de fon orbe à l'écliptique étoit de 8 d 11': fon périhélie étoit dans H 15 d 19' 30", fie la dillancc de fon périhélie au Soleil étoit de 56010 parties, le rayon du grand orbe en ayant 1 00000, fie fon périhélie arriva le 1 Juillet à \$ h 59'. Les lieux de la comète dans cet orbe ont été calculés ^xxHalUy. fie on les trouve dans la table fuivante compares avec les lieux obferves par Flamftud.

The text on this page is estimated to be only 15.41% accurate

I 6 S PRINCIPES MATHÉMATIQUES bv System* _ // fours.
•> MU. ij.ii.fj!ft i. t-JojSiJ. J-41 685. Lieu du Temps moy. foleil. Lortg.caA
Lotit, culées de boréal. la cornet. 4 i // 1 j.»*-rj ij.n.tj 17. 10. toi 1/.14 ji.
9.4» H- 14. At&t. 1.14. ;< 4-»o.4> 6.10. 9 9,10,16 i;. 14. ilnp 14.IJ.IO
18.lj.44 1./J.11 4.4/-4J lo.38.x1 11.3 j. il 18. 9'it lt.x\ -S J 10.17 ns »i. i-jo
1JJ4-4J 14.jo.Ji 1-47- 'J 11.1444 1J.IJ.J1 14.14. 1 11.37. 4 *0. 7. 4 J. 10.17
J.iMJ 17.41. 7 calcul. Long, ob ferrées la cornée. d // 19.18.11 i*.J4. 0 i8.f
I.41 14.14.47 16.U.JI w- Lat.bo deréaUs obferv. d / 7 \$>)• «'41 II.J9-4J IO.
S.40 Diffé deslon- des la titud. gitui. J-17. © M 17.j4.14 14.I4.J7
1/.19.J11/.I4.I» 1). 18.10 14.IO.49 IO.41.lj 11.47. S 14. 7./710. 4.J7 17.41. «
lj.18.4* d # H 1V.i8.10 ij.i4.f/ ij. 11.19 — l.i/ 10*40. ji S-1S J.14.1 8 o-4i«//
/ J.jo.48 U.17.JJ 3.48. 1 0.41. 71 9.J4.KI /•4/ JJ «M-/»./} Mi.I/^i4*4J Auftr
J.J/.4» «». 7-U /.K./8 11. 7.11 10.34.48 7- i.«8 8.17. 9] 7. 1.17 13.31.10
Y14.4j.Jl 14'j8. o|yi4>44> OK.j8.toj — i.j + ».fj --».J4 + 3 14.11.1/i — O.JJ»
K.H.joj+o. 1 lj.17.18 —0.44 19.J4./0 19. J 4. «j.II,jo{i8.f0.l8 t8.13.40
11.49. J 10. 4.10 11. Jl. 1 9.J4.U J. 9.1 « Auftr. j.i4.j8 |.Ié.4l" _i — I.JI —t.
—4.30 — 1.11 -J.4» / -f-o. 4-O.JO +0.J0 — 1.14 — I. 7 — 0.17 — 1. 7 +
..9 + I.JO •pi. o 17 — M* • J — 1. 4 — i —0.18 -f-o. 10 La théorie
précédente cft encore confirmée par le mouvement de la comète rétrograde
qui parut l'année io"Si. Son noeud amendant, félon le calcul de HaUey ,
étoit dans M 11 d 16* 30*, l'inclinaifon de Ton orbite au plan de l'écliptique
étoit de 17* 56 9 o". Son périhélie étoit dans «s» 1 «* ji' 50 " , fa diftance
périhélie au Soleil de j8ji8 parties, le rayon du grand orbe en ayant 100000.
Et le temps corrigé de fon périhélie étoit le 4 de Septembre à 7 h 39'. L'on
trouve dans la table fuivante, la corn, paraifon de ces lieux calculés fur les
obfervarions de Flamjlead que donne U théorie. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i6> "temps apparent t
i68i. Jours. h ,19.16.38 »oi.)S il. 8.ti it. t. 19. 8. te S*pt. i. 7 }j 4* 7-n y- 7 ii
8. 7.1 9. 7-i« I«u | Long. dALadtuA Long, de Joleil. t comité des bo (culées,
calcul «g 7- °« 7 18.14.18 9-nsi 16.11.4d I*. 19.41 11.11.18 13.10.1» K. j.;8
*7- J 14.46.13 16.14-41 *»-37«»/ 16.10. *t 6.19.;» 14.18 if.fo. 7 •au«*7<;4
18.j7.47 if.jf. 1 17.16.4? 10.JO./J l).IJ. c 15.41. o tt.1j.4K 17. 0.46111.)}
19.;S.44! 9-16.46 tu-\ Long, de tor.ua comète ul. \)bfervées. ~n\ o tu 0,
18.14.40 La tic. boréal, obferv. 1 o deslon gitud. 14.46.11 i*.j8. 1 16. 8.41
-}o. j i;-49-n 1. n.fi 16.17.3 14. 7.1 18.34. »7.*7.» 7 «T. 9. 4? t1.11. 1
u.fl.f ") --T-. ' — T " — .- t; 9'l6«4 o.44-ioJ. 8.49.10 rq 0*4. 4I 8.48.1\$
""l)7-49 IJ.3/.I8 to.17. 4 1MI.J8 ».J*.i4 i9-|8.4; 0, 1 2. +0. > 0.47 —0.10
+0. ; 0.4 s 5-4> + 1. 1 + 1.11 O. I + 0. 6 des latitud, 1-0 -J-o.ii -- .50 -j-l.K "
tl.îO T.3.41 J- O.Î4 + Î.H -f-'48 rr°«4i +0. Enfin le mouvement rétrograde de
la comète qui parut en 171). confirme encore cette théorie , Ton nœud
afeendant (félon le calcul du Do&eur Bradtey. Profefleur Savilien
d'aftronomie à Oxford) ctoitdans Yii'kî', lioclinaifon de fon orbe au plan de
l'écliptique étoit de 40 0 jo'. Son périhélie étoit dans V u* 15 ' 10". Sa
diftanec périhélie au Soleil étoit de s>o8o*j 1 parties, le rayon du grand
orbe étant de 1000000 , & le temps corrigé de fon périhélie étoit le 16
Septembre à 16 h io\ Les lieux de cette comète dans cet orbe, calculés par
Bradlty , & comparés avec les lieux qui furent obfervés par lui-même , par
Pound fon grand oncle, & par le Doéteur HaM#y% fc trouvent dans la table
fuivante. Tome //.

The text on this page is estimated to be only 20.86% accurate

i7o PRINCIPES MATHÉMATIQUES BU l V Système MoNtti
1713 Temps moyen. Longit+cbftrv. â la comète. Jours. OU. 9. IO. I Z.
14»5XI. ZZ. *4Z930. t 14. zo. Déc. 7. Nov. h S. 6.21 7.12 8-17 6.35 6. i-2
6.14 8. Z S. 56 6.10 5-53 7- 6 6.2.0 7-45 6.4V S.«7.zi.i 5 6.4 1 . 1 1 4-59-49
4-47-41 43-55»- z] 3- 55-19 3.58. 9 4.16.3c 4- 19 36 55.42. zd 8. 4.13 rerv.
5. z- O 7-44- 1 i 11. 55. 0 14.43. fc I 5-40-5 ' 19.41.49 :o- 8. iz 10- Ç s - 1 ^
11- 20. 27 12- 3 1.10 i3.38.33 41. 4.IC Ll6fi4.48.46 if.Z4.45 I6.54.I (
Longit. di la comète cale. o '> ■y zi. 16 6.41.41 ç.40.1 9 5. 0.37 4-47-45 4.
î.n 3591e3.55.11 3.56.41 3.58.17 4.16.13 4- 19-54 5- i-5' .43.13 • 3-55
Latit. boréales cale. Dif. des Long. 5- 1-47 7.43.18 '1-54-55 14. 44 ► 5-
40.55 (9.41. 10. 8.17 10.55. 9 11.10.10 11.31.1 1 M- ?8. 7 14. 440 14.4.8.1
6 15.15. r7 16.53.41 3 + +49 -50 —ZI -48 r 4 1 1 - 8 + r8 -2-5 - 8 + 7 -18
-35 + 1^ des Lat. -47 + S5 + 5 - 1 1 - 4 -14 - \$ + 9 + 17 + 16 +16 — 10 +3°
-31 +3' -ii V ttir.L- iio»i ^ilirli r -» n^i m ifcn : -..< Ces exemples fumfent
pour prouver que les mou van en s des comètes fc déduifent auffi
exactement de la théorie que nous venons d'expofer que les mouvemens des
planètes fe tirent de la leur. Ainû on peut, par cette -théo rie , calculer les
orbes des comètes, & l'on pourra counoicre par la fuite le temps périodique
d'une comète révolvante dans un orbe quelconque , & parvenir par ce
moyen à connoître tant les axes de leurs orbes , fuppolès elliptiques , que
leurs diftances aphélies. La comète rétrograde qui parut en 1607. décrivit un
orbe, dont le nœud afeendant (félon le calcul de Halley) étoit dans y io° zi
' , l'inclinaifon du plan de fon orbite au plan de l'écliptique de 17 0 z'. Le
périhélie à s» i° 16', la diftance périhélie de 58680 parties , le rayon du
grand orbe en ayant 100000 ; le tems du périhélie de cette comète étoit le 16
OBobre à 3 h 50'. Cet orbe s'accorde aflez juſte avec celui de la comète qui
parut en 16S1. En fuſpofant que ces deux comètes n'a y en t été qu'une
feule / Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.01% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 171 & même comète , on trouvera que le temps de sa révolution est de 75 ans, que le grand axe de son orbe est au grand axe de l'orbe de la terre comme $\sqrt{7}$ à $\sqrt{1}$ ou comme 177g à 100 environ, & que la distance aphélie de cette comète est à la distance moyenne de la terre au Soleil comme 5 à 1 environ. Ce qui étant connu, il ne fera pas difficile de déterminer l'orbe elliptique de cette comète. Tout cela sera trouvé prouvé si cette comète revient dans ce même orbe au bout de 75 ans. Il paraît que les autres comètes emploient plus de temps à faire leurs révolutions , & qu'elles montent à de plus grandes distances. Au reste les comètes doivent troubler faiblement leurs cours par leur attraction mutuelle , tant à cause de leur grand nombre & de leur grand éloignement du Soleil dans leurs aphélies, que du temps qu'elles demeurent dans ces aphélies, ce qui doit tantôt diminuer & tantôt augmenter leurs excentricités & les temps de leurs révolutions. Ainſi il ne faut pas espérer que la même comète décrive toujours le même orbe , ni que son temps périodique soit toujours exactement le même. Il faut que les variations n'excèdent pas celles qu'on peut attribuer à ces causes. On peut trouver par-là la raison pour laquelle les comètes ne sont point renfermées dans le Zodiaque comme les planètes & pourquoi elles sont portées par des mouvemens divers dans toutes les régions du ciel & car c'est afin que dans leurs aphélies , où leur mouvement est très-lent , elles soient assez éloignées les unes des autres pour que leur attraction mutuelle ne soit pas trop sensible. C'est par cette raison que les comètes qui descendent de plus haut , & qui par conséquent se meuvent plus lentement dans leurs aphélies, doivent remonter plus haut. ' ' ■ La comète qui parut l'année 1770. étoit à peine éloignée du soleil, dans son périhélie, de la dixième partie du diamètre du Soleil & à cause de l'extrême vitesse qu'elle avoit alors & de la densité que peut avoir l'atmosphère du Soleil , elle dut éprouver quelque résistance, & par conséquent son mouvement dut s'y

The text on this page is estimated to be only 23.26% accurate

BU S_vSTEVK D v Monde» i7* PRINCIPES

MATHÉMATIQUES _# être nn peu retardé , & elle dut approcher plus près du Soleil , 6V en continuant d'en approcher toujours plus près à chaque révolution , elle tombera à la fin sur le globe du Soleil. Dans l'aphélie où son mouvement est plus lent , elle peut être retardée par l'attraction des autres comètes &: tomber tout-a-coup dans le Soleil. Ainfi les étoiles fixes qui peu à peu s'épuisent en rayons & en vapeurs, peuvent se renouveler par des comètes qui viennent y tomber , & en se rallumant par le moyen de ce nouvel aliment , paroître de nouvelles étoiles. De ce genre sont les étoiles fixes qui paroissent tout d'un coup , qui sont au commencement dans tout leur brillant, & qui ensuite disparaissent peu à peu. Telle fut l'étoile que Cornélius Gemma aperçut le 8 Novembre 1671. dans la constellation de Cassiopée , en examinant cette partie du ciel par une nuit peu claire , &: qu'il vit la nuit suivante (c'est-à-dire , le 9 Novembre) plus brillante qu'aucune étoile fixe, & le cédant à peine en lumière à Venus. Tycho-Brahé vit cette même étoile le 1^{er} du même mois dans le tems où son éclat étoit le plus vif. Depuis ce jour elle diminua peu à peu , & dans l'espace de 6 mois il la vit s'évanouir. Au mois de Novembre , où elle commença à paroître , sa lumière égaloit celle de Venus. Au mois de Décembre suivant à peine étoit-elle diminuée, & elle égaloit encore Jupiter. Au mois de Janvier 1573. elle étoit plus petite que Jupiter, & plus grande que Sirius. A la fin de Février & au commencement de Mars elle devint égale à Sirius. Aux mois d'Avril & de May elle n'étoit plus , que de la seconde grandeur. . , Aux mois de Juin , Juillet & Août elle étoit de la troisième. Aux mois de Septembre, d'Octobre & de Novembre, elle de la quatrième. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.46% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i7, Au mois de Décembre 1573. & au mois de Janvier de l'année elle ne fut plus que de la cinquième. Au mois de Février elle étoit de la fixième» Et enfin au mois de Mars elle difparut. La couleur dans le commencement fut claire , blanchâtre & très brillante , enfuite elle devint jaunâtre. Au-mois de Mars 1575. elle étoit rougeâtre à peu près comme Mars , ou l'étoile Aidé bar an. Au mois de May elle devint d'un blanc livide tel que celui de Saturne , & elle conferva cette couleur jufqu'à la fin devenant cependant toujours plus obfcure. * Telle fut auffi l'étoile que les difciples de KtpUr apperçurent pour la première fois le jo Septembre 1604 , V. S. dans le pied droit du Serpentaire, te qui furpaflbit déjà Jupiter en lumière, quoique la nuit précédente elle eut parut très-petite. Elle commença enfuite à décroître peu à peu , & on ceffa de l'appercevoir au bout de 15 ou 16 mois. . Ce fut une nouvelle étoile de cette cfpcce qui fia rut fi brillante du temps d'Hipparque , qu'elle le détermina , comme le rapporte Pline , à obfcrver les fixes, & à en donner un catalogue. Les étoiles qui paroiffent & difparoiffent tour à tour, dont la lumière s'augmente peu à peu, & qui ne paflent pas la troifième grandeur, paroiffent être d'un autre genre , 6c nous montrer dans leur révolution tantôt une partie brillante & tantôt une partie obfcure de leur difque. Les vapeurs qui s'exhalent du Soleil, des étoiles fixes, cV des queues des comètes, peuvent tomber par leur gravité dans les atmofphères des planètes, s'y condenfe*, & s'y convertir en eau & en cfprits humides , & enfuite par une chaleur lente, Ce changer peu à peu en fels, en fouffres, en teintures, en limon, en argile, en boue, en fable, en pierre,; en corail, cVcn d'autre* matières terreftres.

The text on this page is estimated to be only 21.64% accurate

i74 PRINCIPES MATHÉMATIQUES S C H O L I E G £'

NE'RjiL. L'hypothèse des tourbillons est sujette à beaucoup de difficultés. Car afin que chaque planète puisse décrire autour du Soleil des aires proportionnelles au temps, il faudroit que les temps périodiques des parties de leur tourbillon fussent en raison doublée de leurs distances au Soleil. Afin que les temps périodiques des planètes soient en raison (équilibrée de leurs distances au Soleil, il faudroit que les temps périodiques des parties de leurs tourbillons fussent en raison équilibrée de leurs distances à cet astro. Et afin que les petits tourbillons qui tournent autour de Sa* terre, de Jupiter & des autres planètes, puissent subsister & nager librement dans le tourbillon du Soleil, il faudroit que les temps périodiques des parties du tourbillon solaire fussent égaux; Or les révolutions du Soleil & des planètes autour de leur axe qui devraient l'accorder avec les mouvemens des tourbillons, s'éloignent beaucoup de toutes ces proportions* Les comètes ont des mouvemens fort réguliers, elles suivent dans leurs révolutions les mêmes loix que les planètes & leur cours ne peut s'expliquer par les tourbillons. Car les comètes sont transportées par des mouvemens très-excentriques dans toutes les parties du ciel, ce qui ne peut s'exécuter si on ne renonce aux tourbillons. Les projectiles n'éprouvent ici-bas d'autre résistance que celle de l'air, & dans le vuide de Boyle la résistance est nulle, en sorte qu'une plume & de l'or tombent avec une égale vitesse. Il en est de même des espaces célestes au-dessus de l'atmosphère de la terre, lesquels sont vides d'air : tous les corps doivent se mouvoir très-librement dans ces espaces ; & par conséquent les planètes & les comètes doivent y faire continuellement leurs révolutions dans des orbes donnés d'espèce & de position, en suivant Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.13% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i7S les loix ci deflus
expolccs. Et elles doivent continuer par les loix de la gravité à fe mouvoir
dans leurs orbes , mais la pofition primitive te régulière de ces orbes ne peut
être attribuée à ces loix. Les fix planètes principales font leurs révolutions
autour du Soleil dam des cercles qui lui font concentriques , elles font
toutes à peu près dans le même plan , te leurs mouvemens ont la même
direction. Les dix Lunes qui tournent autour de la terre , de Jupiter te de
Saturne dans des cercles concentriques à ces planètes , (è meuvent dans le
même fens & dans les plans des orbes de ces planètes à peu près. Tous ces
mouvemens fi réguliers n'ont point de caufes mécaniques i puifque les
comètes fe meuvent dans des orbes fort excentriques , te dans toutes .les
parties du ciel. Par cette elpece de mouvement les comètes traversent très-
vite & très-facilement les orbes des planètes , te dans leur aphélie , ou leur
mouvement eft rtés-icot , te où elles demeurent très -longtemps , elles font
fi éloignées les unes des aunes que leur attraction mutuelle eft prefque
infenlible. Cet admirable arrangement du Soleil , des pianotes & des
comètes, ne peut être que l'ouvrage d'un être tout-rniduTant 6e mechigenr.
Et fi chaque étoile fixe eft le centre d'un fiftème fèmlable au nôtre , il eft
certain, que tout portant l'empreinte d'un même deflein, tout doit être
fournis à un final te même Etres car la lumière que le Soleil te les étoiles
fixes fe ronvoyeec mutuellement eft de même nature. De plus, on voit que
relut qui a arrangé cet Univers , a mis les étoiles fixes à une diftance
knmenfe les unes des autres , de peur que ces globes ne tombaient les uns
fur les autres par la force de leur gravité. Cet Etre infini gouverne tout , non
comme Pamc du monde , mais comme le Seigneur de toutes chofes. Et à
caufe de cet empire, le Seigneur-Dieu S'appelle n«r7»*^T«{t c'eft-à-diré, le
Seigneur ttntyrfèt. Car Dit a eft un mot relatif te qui fe rapporte &

The text on this page is estimated to be only 28.37% accurate

— i7* PRINCIPES MATHÉMATIQUES du S..UU. des ferviteurs :
& l'on doit entendre par divinité la puissance fu• u Mo m»i. 1 - prême non pas seulement sur des êtres matériels , comme le pensent ceux qui font Dieu uniquement l'ame du monde, mais sur des êtres pensants qui lui font fournis. Le Très-haut est un Etre infini , éternel , entièrement parfait : mais un Etre , quelque parfait qu'il fût , s'il n'avoit pas de domination , ne ferait pas Dieu». Car nous difons , mon Dieu , votre Dieu , le Dieu d'Israël , le Dieu des Dieux, & le Seigneur des Seigneurs , mais nous ne difons point , mon Eternel > votre Eternel > l'Eternel d'Israël , l'Eternel des Dieux j nous ne difons point, mon infini t ni mon parfait t parce que ces dénominations n'ont pas de relation à des êtres fournis. Le mot de Dieu signifie quelquefois le Seigneur. * Mais tout Seigneur n'est pas Dieu. La domination d'un Etre spirituel est ce qui constitue Dieu : elle est vraie dans le vrai Dieu , elle s'étend à tout dans le Dieu qui est au-dessus de tout , & elle est seulement fictive &c imaginée dans les (aux Dieux : il faut de ceci que le vrai Dieu est un Dieu vivant , intelligent , & puissant ; qu'il est au-dessus de tout , & entièrement parfait. Il est éternel & infini , toutpuissant, & omni-faisant, c'est-à-dire, qu'il dure depuis l'éternité passée & dans l'éternité à venir, & qu'il est présent partout l'espace infini: il régit tout} & il connaît tout ce qui est & tout ce qui peut être. 11 n'est pas l'éternité ni l'infinité , mais il est éternel & infini } il n'est pas la durée ni l'espace , mais il dure &c il est présent ; il dure toujours & il est présent partout } il est existant toujours & en tout lieu, il constitue l'espace & la durée. Comme chaque particule de l'espace existe toujours , & que chaque moment indivisible de la durée dure partout, on ne peut pas dire que celui qui a fait toutes choses &c qui en est le Seigneur * Poëte fait dériver le mot Je Dieu du mot arabe (Du fit aa génitif Di) qui signifie Stigneur, fie c'est dans ce sens que les Princes font appelés Dieux (aa Ptcauroe «4. v. 6. fie aa 10. cb. de S. Jean ,t.i|..) Moïse est appelé le Dieu de son frère Aaroon , fie le Dieu du Roi Pharaon , (cb. 4. de l'Exod. v. r*. k ch. 7. v. 1.) fi: dans* le même sens les ames des Princes morts étaient appelées Dieux autrefois par les Gentils , mais c'étoit à tort , car après leur mort Us n'avaient plus de domination. n'est

The text on this page is estimated to be only 22.05% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. trr n'cft jamais & nulle-
part. Toute amc qui fent en divers temps, lit». par divers fens, & par le
mouvement de plufieurs organes, cft toujours une feule & même perfonne
indivifible. Il y a des parties fucceffives dans la durée , & des parties co-
extenfives dans l'efpace : il n'y a rien de femblable dans ce qui confitue la
perfonne de l'homme ou dans fon principe penfant & bien moins y en
aura t'il dans la fubftance penfante de Dieu. Tout homme , en tant qu'il cft
un Etre fentant , cft un feul & même homme pendant toute fa vie ôc dans
tous les divers organes de fes fens. Ainfi Dieu eft un feul & même Dieu
partout & toujours. Il eft préfent partout, non feulement virtuellement, mais
fubftantiellement, car on ne peut agir où Ton n'eft pas. Tout cft mêlé & *
contenu dans lui , mais fans aucune a&ion des autres êtres fur lui. Car Dieu
n'éprouve rien par le mouvement des corps: & h toute- pré fence ne leur fait
fentir aucune réfiftance, il cft évident que le Dieu fuprême exifte
néceffairement : & par la même néceffité il exifte partout & toujours. D'où
il fuit auffi qu'il eft tout femblable à lui - même , tout œil , tout oreille , tout
cerveau , tout bras, tout fenfation, tout intelligence, & tout action: d'une
façon nullement humaine , encore moins corporelle, & entière* ment
inconnue. Car de même qu'un aveugle n'a pas d'idée des couleurs , ainfi
nous n'avons point d'idées de la manière dont l'Etre fuprême fent &c
connoît toutes chofes. Il n'a point de Corps ni de forme corporelle , ainfi il
ne peut être ni vu, ni touché, ni en* Les anciens penfoient ainfi , comme U
paroît par la manière dont s'exprime Pythagore, i* n\$ le livre Je la Naraie des
Dieux de Ckttvn, Ht. i. ainfi que Thmlit Se Anoxaeort ; Virgile dan» les
Georgiques , Uv. 4. ito & dan* le 6 liv. de l'Enéide v.7ii.PA;/o»au
commencement du liv.i.de l'Allégorie. Arotus dans fes phénomènes. U en
eft de même des Auteurs facrés , S. Paul, Aûes des Apôir. ch. 17. v. 17. & 1
g." S. /«m dans fon Evangile, ch. 14. v. t. Moyfi dans le Deuteronome, ch.
4! v. >• & ch. io.v.14. David dans le Pfeaume ijj.v. 7. 8 & 9. Salomon ta 1.
liv.d:sRois ch. S. v. 17. Mt ch. at. it. 1? & 14. Jêrémie , ch. ij. v. tf & 14. Les
Payent s'imaginoient que le Soleil . la Lune , les aftres , les ames des
hommes & toutes les autres parties du monde étoient des parties de l'eue
fuprême te qu'on leur devait un culte , mais c'étoit une erreur. Tom lit Z
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.86% accurate

178 . PRINCIPES MATHÉMATIQUES »uS5f tendu, & on ne doit l'adorer sous aucune forme sensible. Nous »° M<"" avons des idées de ses attributs , mais nous n'en avons aucune de sa substance. Nous voyons les figures &c les couleurs des corps , nous entendons leurs sons, nous touchons leurs superficies extérieures, nous sentons leurs «pleurs, nous goûtons leurs saveurs : mais quant aux substances intimes , nous ne les connaissons par aucun sens, ni par aucune réflexion; & nous avons encore beaucoup moins d'idée de la substance de Dieu. Nous le connaissons seulement par ses propriétés & ses attributs , par la structure très-bonne &c très-excellente des choses , & par leurs causes finales -, nous l'admirons à cause de ses perfections > nous le révérons & nous l'adorons à cause de son empire j nous l'adorons comme fournis, car un Dieu sans providence , sans empire & sans causes finales , n'est autre chose que le destin&: la nature > la nécessité métaphysique, qui est toujours & partout la même, ne peut produire aucune diversité i la diversité qui règne en tout , quant au temps &c aux lieux , ne peut venir que de la volonté & de la bonté d'un Etre qui existe nécessairement. On dit allégoriquement que Dieu voit, entend, parle, qu'il se réjouit , qu'il est en colère , qu'il aime , qu'il hait , qu'il désire , qu'il construit, qu'il bâtit, qu'il fabrique, qu'il accepte, qu'il donne, parce que tout ce qu'on dit de Dieu est pris de 'quelque comparaison avec les choses humaines -, mais ces comparaisons , quoiqu'elles soient très-imparfaites , en donnent cependant quelque faible idée. Voilà ce que j'avois à dire de Dieu, dont il appartient à la philosophie naturelle d'examiner les ouvrages. J'ai expliqué jusqu'ici les phénomènes célestes & ceux de la Terre par la force de la gravitation , mais je n'ai assigné nulle part l'cause de cette gravitation. Cette force vient de quelque cause v qui pénètre jusqu'au centre du Soleil & des planètes, sans rien perdre de son activité ; elle n'agit point selon la grandeur des surfaces , (comme les causes mécaniques) mais selon la quantité de la matière i & son action s'étend de toutes parts à des

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.20% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 179 tances immenses, qui décroissant toujours dans la raison doublée des distances. La gravité vers le Soleil est composée des gravités vers chacune de ses particules, & elle décroît exactement, en s'éloignant du Soleil, en raison doublée des distances, & cela jusqu'à l'orbe de Saturne, comme le repos des aphélie des planètes le prouve > & elle s'étend jusqu'aux dernières aphélie des comètes, là ces aphélie font en repos. Je n'ai pu encore parvenir à déduire des phénomènes la raison de ces propriétés de la gravité, & je n'imagine point d'hypothèses. Car tout ce qui ne se déduit point des phénomènes est une hypothèse : & les hypothèses, soit métaphysiques, soit physiques, soit mécaniques, soit celles des qualités occultes, ne doivent pas être reçues dans la philosophie expérimentale. Dans cette philosophie, on tire les propositions des phénomènes, & on les rend ensuite générales par induction. C'est ainsi que l'impenétrabilité, la mobilité, la force des corps, les lois du mouvement, & celles de la gravité ont été connues. Et il suffit que la gravité existe, qu'elle agisse : selon les lois que nous avons exposées, & qu'elle puisse expliquer tous les mouvements des corps célestes & ceux de la mer. Ce ferait ici le lieu d'ajouter quelque chose sur cette espèce d'esprit très subtil qui pénètre à travers tous les corps solides, & qui est caché dans leur substance > c'est par la force, Se l'action de cet esprit que les particules des corps s'attirent mutuellement aux plus petites distances, &c qu'elles cohèrent lorsqu'elles sont contigues ; c'est par lui que les corps électriques agissent à de plus grandes distances, tant pour attirer que pour repousser les corps voisins : & c'est encore par le moyen de cet esprit que la lumière émane, se réfléchit, s'infléchit, se réfracte, &c chauffe les corps ; toutes les sensations sont excitées, & les membres des animaux sont mus, quand leur volonté l'ordonne» par les vibrations

The text on this page is estimated to be only 21.64% accurate

==_ il* PRINCIPES MATHÉMATIQUES »u Sïitimk de CCftC
fubftance fpiritueufe qui fe propage des organes extérieurs des Cens, par les
filets folidesdes nerfs, jufqu'au cerveau, & enfuite du cerveau dans les
mufcles. Mais ces chofes ne peuvent s'expliquer en peu de mots; & on n'a
pas fait encore un .nombre fuffifant d'expériences pour pouvoir déterminer
exactement les loix felon Icfquelles agit cet cfprit univerfel. EXPOSITION
Digitized by Google



The text on this page is estimated to be only 21.97% accurate

EXPOSITION ABREGÉE DU SYSTÈME DU MONDE, ET
EXPLICATION DES PRINCIPAUX Phénomènes agronomiques tirée des
Principes de M. Newton. INTRODUCTION. Les Philosophes ont
commencé par avoir sur les principes de l'Astronomie, comme sur les
autres, les mêmes idées fautes que le peuple ; mais ils les ont
rectifiées ; ainsi on a commencé par croire que la terre étoit plate, &c
qu'elle étoit le centre autour duquel tournoient tous les corps célestes. Les
Babyloniens, & ensuite Pithagore & ses Disciples, ayant découvert
Tome II a

The text on this page is estimated to be only 22.30% accurate

PRIKCIPIES MATHÉMATIQUES Bihioninu * csirainé ces idées*
des fens , reconnurent que la terre est ronde , de Puk*i*rt. ^ rCgar£icrei« le
Soleil comme le centre de l'univers { *). t I I I. On doit être surpris que
véritable système du monde ayant été découvert , l'hypothèse dans laquelle
on suppose que la terre est le centre des mouvements célestes ait prévalu ; car
bien que cette hypothèse s'accorde avec les apparences , cVr qu'elle semble
d'abord d'une extrême simplicité , il s'en faut beaucoup qu'il soit aisé d'y
rendre compte des mouvements célestes : aussi Ptolémée , & ceux qui depuis
lui ont voulu soutenir cette opinion du repos* ^Ffforsqu'on* de la terre , ont-
ils été obligés d'embarrasser les deux de différents épicycles , &
d'une quantité innombrable de cercles très-difficiles système de concevoir
& à employer, car il n'y a rien de si difficile que de mettre l'erreur à la place
de la vérité. Il y a grande apparence que l'autorité cVAriflote qui étoit
presque la seule régie de vérité du temps de Ptolémée , est ce qui a entraîné
ce grand Astronome dans l'erreur ; mais comment Aristote n'a-t'il pas lui
même suivi le véritable système qu'il connoissoit puisqu'il l'a combattu ?
cette réflexion n'est pas à l'honneur de l'esprit humain -, quoi qu'il en soit
jusqu'à Copernic on a cru la terre en reposée le centre des mouvements
célestes. rv. no^diT Vn. Ce grand homme renouvela l'ancien système des
Babyloniens iS.sî™Lĭ & de P"haSori,& l'appuya de tant de raisons & de
découvertes,. u dç qac l'erreur ne put plus prévaloir ; ainsi le Soleil fut remis
par Copernic dans le centre du monde, ou, pour m'expliquer plus
exactement, dans le centre de notre système planétaire. (<i) M. Newton dans
le Li<*rc De Syflemate mundi , attribue aussi cette opinion à Numa
Pompilius , Si il dit (paç. i.) que cetoit pour représenter le Soleil dans le
«entre des orbes célestes, que Numa avoit fait bâtir un Temple rond en
l'honneur de Vesta , Déesse du Feu , dans le milieu duquel on conservoit un
feu perpétuel. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.84% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. j V. Quoique les Phénomènes célestes s'expliquent avec une extrême facilité dans le système de Copernic , quoique les observations & le raisonnement lui soient également favorables , il s'est trouvé de son temps un Astronome très-habile, qui a voulu se refuser à l'évidence de ses découvertes : Tycho se trompé par une expérience mal synthétisée. faite (è) , & peut-être encore plus par l'envie de faire un système , en composa un qui tient le milieu entre celui de Ptolomée & celui de Copernic ; il supposa la terre en repos , & que les autres planètes qui tournent autour du Soleil tournoient avec lui autour de la terre en vingt-quatre heures , ce qui lui fit surmonter une des plus grandes difficultés du système de Ptolomée , celle que l'on tire de l'excès de rapidité du mouvement du premier mobile , & prouve seulement combien il est dangereux d'abuser de ses lumières. Si Tycho s'est égaré dans la manière dont il fait (bit mouvoir les corps célestes , il a rendu de grands services à l'Astronomie par son système l'exactitude & la longue suite de ses observations. Il a déterminé l'Astronomie. l'opposition d'un très-grand nombre d'étoiles avec une exactitude inconnue avant lui ; il a découvert la réfraction de l'air qui a tant de part aux Phénomènes astronomiques -, il a prouvé le premier par la parallaxe des comètes qu'elles remontent beaucoup au-delà de la Lune } c'est lui qui a découvert ce qu'on appelle la variation de la Lune ; & c'est enfin de ses observations sur le cours des planètes , que Kepler , avec qui il vint passer les dernières années de sa vie près de Prague , a tiré son admirable théorie des mouvemens des corps célestes. * J f ' (b) On objecte à Copernic que le mouvement de la terre doit produire des effets qui n'avoient pas lieu ; que par exemple , si la terre se meut , une pierre jetée du haut d'une tour ne doit pas retomber au pied de cette tour , parce que la terre a marché pendant le temps que la pierre a mis à tomber , & que cependant elle retombe au pied de la tour. Copernic répondait que la terre est dans le même cas , par rapport aux corps qui tombent à sa surface , qu'un vaisseau qui marche par rapport aux enfers qu'on y feroit tomber , & qu'il n'y a rien qu'une pierre jetée du haut du mât /l'un vaisseau qui marche , retomberoit au pied de ce mât. Cette expérience qui est hors de doute à présent, fut mal faite alors, & fut la cause ou le prétexte qui empêcha Tycho de s'écarter aux découvertes de Copernic. * a ij

The text on this page is estimated to be only 25.68% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES V I. Copernic avoit rendu sans doute un grand service à l'Astronomie, en montrant que le véritable Système du monde, n'est autre que celui que la vanité humaine le fût résolu à mettre la terre au nombre des simples planètes ; mais il restoit bien des choses à découvrir : on ne connoissoit encore ni la courbe que les planètes décrivent en tournant dans leur orbite , ni les lois qui dirigent leur cours , & c'en est à Kepler à qui l'on doit ces importantes découvertes. Ce grand Astronome trouva que les orbites des planètes étoient circulaires , Se il découvrit, en faisant usage des observations de Tycho , que les planètes se meuvent dans des ellipses dont le Soleil occupe un des foyers , Se qu'elles parcourent les différentes parties de leur orbite avec des vitesses différentes ; en sorte que l'aire décrite par une planète, c'est-à-dire , l'espace renfermé entre la planète, est toujours proportionnelle au temps. Quelques années après , en comparant le temps des révolutions des différentes planètes autour du Soleil avec leur différent éloignement de cet astre , il trouva que les planètes qui sont placées plus loin du Soleil se meuvent plus lentement dans leur orbite ; & en cherchant si cette proportion est celle de leur distance , il trouva enfin en 1618. après plusieurs tentatives , que les temps de leurs révolutions sont comme la racine carrée du cube de leurs moyennes distances au Soleil. VII. Kepler a non-seulement trouvé ces deux lois qui ont retenu son nom : qui dirigent toutes les planètes dans leur cours, & la courbe qu'elles décrivent, mais il avoit entrevu la force qui les leur fait décrire : on trouve les principes du pouvoir attractif dans la Préface

The text on this page is estimated to be only 24.82% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. p de Ion Commentaire fur
la planète de Mars , & il va même jufqu'à dire que le flux eft l'effet de la
gravité de l'eau vers ls Lune y mais il n'a pas tire de ce principe ce qu'on
auroit dû croire qu'un auffi grand homme que lui en auroit tiré , car -il
donne en fuite dans Ton Epitome d'Aftronomie (c) une raifon phyfique dû.
mouvement des planètes tirée de principes tous differens Y & dans ce même
Livre de la planète de Mars , il fiippofc dans les pli-* netes un côté ami &
un côté ennemi > & à Toccaflon de leurs aphélies & de leurs périhélies , il
dit , que le Soleil attire l'un de ces côtés, & qu'il repoufle l'autre. • • ■ - < " i
*•„•-' : * On trouve l'attraction des corps céleſtes bien plu* clairement
encore dans un Livre de Hook fur le mouvement de la terre ; imprimé en
1674. c'eft- à-dire, douze ans avant les principes. Voici la unduBion de fes p
croies , pag. 27. » Alors j 'expliquerai • un fyſtème du monde qui diffère à p
lutteurs égards de tous les au•» très , &c qui répond en tout aux régies
ordinaires de la mécha» nique , il eft fondé fur ces trois fuppolîtions. »» i°.
Que tous les corps céleſtes-, fans en excepter aucun , ont » une attraction ou
gravitation vers leur propre centre , par la- Anecdote finm quelle , non-
feulement ils attirent leurs propres parties & les cm- SSiî" », pèchent de
s'écarter , comme nous le voyons de la terre , mais « encore ils attirent tous
les autres corps céleſtes qui font dans la » fphère de leur activité i que
parconféquent , nori-feuicment le » Soleil & la Lune ont une influence fur
le corps Sc ie mouvement «de la terre, & la terre une influence fur le Soleil
& la Lune, » mais auffi- que Mercure, Venu*, Klars, Jupiter & Saturrte ont
»> par leur force attractive une influence confidérable fur le mou» vement
de la terre , comme auffi l'attraction réciproque de la » terre a une influence
confidérable fur le mouvement dè^ecs f> planètes. ; î (t) V. Gteg. Lîy. 1.
Pxop. e> ■*> • • : • *• ■ - 1) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.19% accurate

6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES » i°. Que tous les corps qui ont reçu un mouvement simple & n'ont point continué à se mouvoir en ligne droite, jusqu'à ce que par » quelque autre force effective ils en soient détournés & forcés à » décrire un cercle, une ellipse ou quelque autre courbe plus complexe. » 3°. Que les forces attractives sont d'autant plus puissantes d. ins » leurs opérations, que le corps sur lequel elles agissent est plus » près de leur centre. » Pour ce qui est de la proportion suivant laquelle ces forces diminuent à mesure que la distance augmente, j'avoue que je ne l'ai » pas encore vérifiée par des expériences, mais c'est une idée, qui » étant suivie comme elle mérite de l'être, fera très-utile aux Astronomes pour réduire tous les mouvements célestes à une règle » certaine, & je doute qu'on puisse jamais la trouver sans cela. » Celui qui entend la nature du pendule circulaire & du mouvement circulaire, comprendra aisément le fondement de ce principe, & voudra trouver les directions dans la nature pour l'établir exactement : je donne ici cette ouverture à ceux qui ont le » loisir & la capacité de cette recherche, &c. » . iubjīHA -il wi, >• ■ JiqttVî luuf 2iâ/ imilt vra, nn^tau 11 ne faut pas croire que cette idée jetée au hasard dans le Livre de Hook diminue la gloire de M. Newton, qui a mérité l'attention d'en faire mention dans son Livre De Sijlemate mundi. (d) L'exemple de Hook & celui de Kepler fervent à faire voir quelle «iiiitance il y a entre une vérité entrevue & une vérité démontrée, 3\$. -combien, les plus grandes lumières de l'cfprk fervent peu dans les sciences, quand elles cessent d'être guidées par la Géométrie, X. , \ Kepler qui a fait de si belles & de si importantes découvertes tant qu'il a suivi ce guide, fournit une des preuves les plus frappantes. Pag. j. Edition de 1711. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.12% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. y panées des égaremens où peuvent tomber les meilleurs esprits quand ils l'abandonnent pour (è) livrer au plaisir d'inventer des fytômesf Qui croirait , par exemple > < } uc ce grand homme eût pû donner Etr*rç« i<^« dans les rêveries des Pitbagoriçiens furies nombres ? cependant , il F croyoit que les diftances des planètes principales & leur nombre ctoient relatifs aux cinq corps (plidcs réguliers de la Géométrie (<)), 6V qu'on pouvoit les in fer ire entr* elles ; en fuite , fes observations lui ayant fait voir que les diftances des planètes ne s'accordoient pas avec cette fuppoftion , ilmagma que les mouvemens céleftes s'exécutoient dans des proportions qui repondoient à celles félon lefquelles on divife une corde , afin qu'elle donne les tons qui con> pofent l'octave (/). Kepler ayant envoyé à Ticho une copie de Ouvrage dans lequel f ^["j-^* il tachoit d'établir ces chimères, Ticho lui répondit, qu'il (g) lui confeilloit de laifler là les fpéculation tirées des premiers principes, & de s'appliquer plutôt à établir fes railbnnemcns fur le fondement folide des obfervations. Le grand Hugkens lui-même (h) croyoit que le quatrième fe_ tellite de Saturne qui porte fon nom , faifant avec notre Lune 6c les quatre de Jupiter le nombre de fix planètes fecondaires, le nombre des planètes étoit complet, & qu'il étoit inutile de chercher à en découvrir de nouvelles , parce que les planètes principales font auflî au nombre de fix, &: que le nombre de fix cft appelé iaée biunc parfait, parce qu'il cft égal à la fomme de fes parties aliquottes , i, x de Hu{hau> Se }. X I. • Cest en ne s'écartant jamais de la Géométrie la plus profonde que M. Newton a trouvé la proportion dans laquelle agit la gravité, & que le principe foupçonne par KepUr & par Hook , cft devenu 0 (*) Myfltrium Cofmoçrapfûam. if) Myflc rium Cofmographicum. . (S) • V'i fufptnfisjptculatioiùbus à priori dtfctndentibus an'tmam potlus ad obfervauones quAs fimul affertiat confdtrandas adjiecerem. (oeft Kepler qui parle) Not* i* ftcundam tdaiontm myfterii Cofmographlci. (h) Dédicace de Cou fyacme de Sacurnc. • Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.50% accurate

S PRINCIPES MATHÉMATIQUES dans- fcs mains une fourec ii
féconde de vérités admirables 8c incfpérccs. Une des chofes qui avoit
empêché Kepler de tirer da principe de l'attraction toutes les vérités qui en
font une fuite , c'eft l'ignoA' «IT^V,.v rance °" l'on étoit de fon tems des
véritables loix du mouvement. iS«r'iC- aZI i ■M* Newton a cu ,ur KepUr
l'avantage de profiter des loix du mouÎUm""TM^ vecœcQt «^blics par
HuBhtns , cV qu'il a poude beaucoup plus loia v^nu«. que lui. X I I. "■[' Le
Livrc ^cs PrinciPcs Mathématiques de la Philofophic naturelle dont on vient
de voir la traduction , contient trois Livres outre les Définitions , les Loix
du mouvement 6V leurs Corollaires ; le premier Livre efl compofe de
quatorze Sedions, le fécond en contient neuf, &c le trqifiémc contient
l'application des Proportions des deux premiers au Syftème du monde. XIII.
Le Livre des Principes commence par huit Définitions } M. Newton
Dtfc.iiiioM. fait voir dans les deux premières comment on doit mefurer la
quantité de la matière , & la quantité du mouvement ; il définit dans la
troifiémc la force d'inertie ou force réfiftante donc toute matière eft douce \
il fait voir dans la quatrième ce qu'on doit entendre par force active ^ il
définit dans la cinquième la force centripète ; &: il donne dans les fixieme,
feptième &c huitième, la manière de mefurer fa quandtc abfoluc ,fi quantité
motrice t & fa quantité accélératrice. Enluite il établit les trois Loix de
mouvement fuivantes. ,> ■■/ . ' V . 'ii ' :- ■ . : '< "... X I V. ie. Que tout
corps perfévère de lui-même dans fon état de repos ou de mouvement
uniforme en ligne droite. r.Qj c i°. Que le changement qui arrive dans le
mouvement efl toujours •lu. r proportionnel à la force motrice , & fe fait
dans la direction de cette force. j°. Que Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.02% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. s Que l'action & U
réaction font toujours égales & contraires. XV. Après avoir expliqué ces
loix & en avoir tiré plusieurs Corollaires, M. Newton commence Ton
premier Livre par onze Lemmes Premier Line, qui en font la première
Section j il expose dans ces onze Lemmes La première méthode des
premières & dernières raisons : Cette méthode est le in principe* de
fondement de la Géométrie de l'infini, & avec son secours on donne
viSS*"1* de à cette Géométrie toute la certitude de l'ancienne. Les treize
autres Sections du premier Livre des Principes, sont écrites treize employées
à démontrer des Propositions générales sur le mouve- S^Si' ment des corps,
sans avoir égard, ni à l'espèce de ces corps, ni au milieu dans
lequel ils se meuvent. C'est dans ce premier Livre que M. Newton donne
toute la théorie de la gravitation des astres, mais il ne s'y est pas borné à
examiner les questions qui y sont applicables \ il a rendu ses solutions
générales, & il a donné un grand nombre d'applications de ces. solutions.
XVI, Dans le second Livre M. Newton considère le mouvement des
Deuxième Livre*. différents corps dans des milieux résistants. Ce second Livre
, qui contient une théorie très-profonde des. »«« 4» fluides & des
mouvements des corps qui y sont plongés, paroît avoir été
destiné à détruire le système des tourbillons, quoique ce ne soit l'inten-
tion que dans le scholie de la dernière Proposition, que M. Newton
com- m. tftwton *. rt r m » i c • ■ compte ce Libat ouvertement Ltejcarus,
oc qu'il faut voir que les mouvements pourdemwe ,, ,, ,, r L-ii le*
tourbillon» d« cclctes ne peuvent s'exécuter par des tourbillons. x></Wui.
XVII Enfin le troisième Livre des Principes traite du Système du mon-
de TreiMmeUrrawde \ M. Newton applique dans ce Livre les Propositions du
premier Livre à l'explication des Phénomènes célestes i c'eût dans
cette application Tome II- b Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.87% accurate

io PRINCIPES MATHÉMATIQUES que je vais tâcher de fuivre
M. Newton , & de faire voir l'enchaînement de fes Principes , & avec quelle
facilité ils expliquent les Phénomènes aftronomiques. XVIII. ce qu'on»- Au
refte, je déclare ici, comme M. Newton a fait lui-même, r^tué p^Temot
qu'en me (èrvant du mot à' attraction , je n'entends que la force qui fait
tendre les corps vers un centre, fans prétendre affigacr la caufe de cette
tendance. CHAPITRE PREMIER. Principaux Phénomènes du Syftême du
Monde: Il ne fera pas inutile avant de rendre compte de la manière dont la
théorie de M. Newton explique les Phénomènes céleftes, de donner une idée
abrégée de notre fyftême planétaire. Il entrera néceflairement dans cette
expofition des vérités découvertes jgr M. Newton , mais on remettra aux
Chapitres fuivans à faire voir comment il cft parvenu à les découvrir ; celui-
ci ne contiendra que l'cxpoûtion des Phénomènes mêmes. I I. rremieredw-
Les corps ecleftes qui compofent notre fyftême planétaire, fc
^étefiw'dcSoM divifent en planètes principales , c'eft-à-dire, qui ont le
Soleil pour ulie^en ru*- centre de leur mouvement , & en planètes
fecondaires , qu'on apm ^L^m'fi. pelle fateUites : ces dernières planètes
tournent autour de la planète principale qui leur fert de centre. Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 20.82% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. u Il y a fix planètes principales, dont les caractères & les noms font 2 Mercure, O. Venus % g» P^P*-. \$ La Terre 9 & JVf â/v , •Çî Jupiter t T> Saturne; On a fuivi dans cette énumération des planètes principales , l'ordre de leurs diftances au Solqfc» en commençant par celles qui en font le plus près. La Terre , Jupiter & Saturne , font les feules planètes aufquelles Q<*u«« fo« * ^ le» planctc* <]«ri nous découvriens des fatellires : la terre n'en a qu'un qui eft la Lune, « des Jupiter en a quatre , & Saturne cinq outre fon anneau , ce qui tén(frî,c d« 41 " * corps celdtes compofe notre fyftcme planétaire de dix-huit corps céleftes , en jj^ "■JjggjJJ comptant le Soleil , & l'anneau de Saturne. pun*utre. Il I. Les planètes principales fe divifent en planète* fupérieures & peuiiemedir l r y&aa. des plaplanetes inférieures : on appelle planètes inférieures celles qui font "«« «• '« Jupérieurtt Se plus près du Soleil que la terre } ces planètes font Mercure & Vénus l'orbe (a) de Venus renferme l'orbe de Mercure & le Soleil , & Qu«u« f?M les planète» ml'orbe de la terre eft extérieur à ceux de Mercure & de Vénus, &que» efk leur arrange & les renferme ainfi que le Soleil. nwm. On connoît cet arrangement parce que Vénus & Mercure nous paroiffent quelquefois entre le Soleil & nous , ce qui ne pourroit pas arriver fi ces deux planètes n'étoient pas plus près du Soleil que la terre -, & l'on voit fenfiblement que Vénus s'éloigne plus du So- comment on leil que Mercure, & que fon orbite renferme par conféquent " celle de Mercure. Les planètes fupérieures*mt celles qui font plus éloignées du . ' • . , \ • • • * (a) On appelle orbe, ou orbite , la combe qu'une planète décrit en tournant autour du corps qui lui fert de centre. M

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.75% accurate

ii PRINCIPES MATHÉMATIQUES qÎd ^ ^ tCrrC » ClIeS r°nE ^
DOmt>rC d<î tf0iS » MarS > JUPIUr & dU«irâ«ngc- Saturne. On connoît
que les orbites de ces planètes renferment celle de la terre , parce que la
terre se trouve quelquefois entre le Soleil & elles. L'orbe de Mars renferme
celui de la terre , l'orbe de Jupiter & celui de Mars , & l'orbe de
Saturne celui de Jupiter & ainsi des trois planètes supérieures , Saturne est
celle qui est le plus loin de la terre , & Mars en est le plus près. On connoît
cet arrangement & avec que les planètes qui sont le plus près de la terre , nous
(b) cachent quelquefois celles qui sont plus éloignées. I V. t w rian«e»
Toutes les planètes sont des corps opaques & on est assuré de l'opacité de
l'opacité de Vénus & de Mercure, parce que, lorsque ces planètes passent
entre le Soleil & nous , elles paroissent sur cet astre comme comment on de
petites taches noires , & qu'elles ont ce qu'on appelle des phases & en est
apparu. c»c{^_Jl.cjjrc ^ qUC la quantité de leur illumination dépend de
leur position par rapport au Soleil & à nous. La même raison nous fait juger
de l'opacité de Mars , qui a aussi des phases , & on juge de l'opacité de
Jupiter & de Saturne , parce que leurs satellites ne nous paroissent point
éclairés par ces planètes lorsqu'elles sont entre le Soleil & ces satellites , ce
qui prouve que l'hémisphère de ces planètes qui n'est pas éclairé du Soleil ,
est opaque. V. In plirifteJ Enfin on connoît que les planètes sont des corps
sphériques , l° c 'mm'qUCT' Parcc C1UC » ^C SUC^UC manière qu'elles
soient placées par rapport au Soleil à nous , leur surface nous paroît
toujours terminée par une courbe. On juge que la terre est sphérique , parce
que dans les éclipses son ombre paroît toujours terminée par une courbe }
que sur la {b) Volf, Elémens d'Astronomie Digitized by Google A

The text on this page is estimated to be only 25.65% accurate

■ DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ij mer on voit
disparoître petit à petit un vaisseau qui s'éloigne , en sorte qu'on commence
par perdre de vue le corps du vaisseau , puis ses voiles , puis enfin (es mats ;
& que de plus , on ne trouve point le bord de la superficie quoique plusieurs
navigateurs en ayant fait le tour, & c'est cependant ce qui devrait arriver si
la terre étoit plane. Tout ce que nous connoissons des planètes principales
nous Toulkorp* prouve donc que ce sont des corps sphériques , opaques &
solides. ^Ap» Le Soleil paraît être d'une nature entièrement différente des
autres planètes ; nous ne savons pas s'il est composé de parties solides
ou w. fluides , nous savons seulement que ses parties brillent , qu'elles
échauffent, & qu'elles brûlent quand elles sont réunies dans une quantité
suffisante ; ainsi toutes les vraisemblances portent à nous faire croire que
le Soleil est un corps de feu à peu près semblable au feu * d'ici-bas , puisque
ses rayons produisent les mêmes effets. VII Tous les corps célestes font
leurs révolutions autour du Soleil 15804 «r»»* 1 m courbe In corps dans
des ellipses (c) plus ou moins allongées dont le Soleil occupe c'est-à-
dire un des foyers ; ainsi les planètes , en tournant autour du Soleil ,
sont tantôt plus près, & tantôt plus loin de lui ; la ligne- qui passe par le
Soleil , & qui se termine aux deux points de la plus grande proximité & du
plus grand éloignement des planètes au Soleil , s'appelle la ligne des apsidés
, le point de l'orbite le plus éloigné du Soleil s'appelle l'aphélie de
la planète , & le point qui en est le plus près s'appelle son
périhélie. kipi**iu. Les planètes principales emportent avec elles dans leur
révolution autour du Soleil , les satellites dont elles font le centre. (<)
Espèce de courbe qui est la même qu'on appelle dans le langage ordinaire
une ellipse ; les foyers sont les deux points dans lesquels les Jardiniers
placent leurs piquets* pour tracer cette espèce de figure , dont ils se servent
souvent. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.07% accurate

14 PRINCIPES MATHÉMATIQUES inqncifensiM Cette révolution des planètes autour du Soleil, se fait d'Occident en Orient. (a) Il paroît de tems en tems des aïres qui se meuvent en tout sens , & avec une extrême rapidité quand ils sont allez près de Descentes, nous pour être visibles , ce sont les comètes. On n'a pas encore assez d'observations pour connoître le nombre des comètes , on (çait feulement, & il n'y a pas longtems qu'on { r.« comètes n'en doute plus , que ce sont des planètes qui tournent autour du m. " plan c" Soleil comme les autres corps de notre monde planétaire, & qu'elles décrivent des ellipfes fi allongées , qu'elles ne sont visibles pour nous que dans une très-petite partie de leur orbite. VIII. Toutes les pb- Toutes les planètes observent, en tournant autour du Soleil, les mêmes obier mu deux loix de Kepltr, dont on a parlé dans l'Introduction. pu c " On fçait que les comètes observent la première de ces loix , je veux dire , celle qui fait décrire aux corps célestes (e) des aires égales en tems égaux ; &c on verra dans la suite qu'il est vraisemblable , par les observations qu'on a pu faire jusqu'à présent , que les comètes observent auOî la féconde de ces loix , c'est à-dire , celle des tems (") périodiques en raison fcfquipléc des distances. (d) On suppose dans tout ce qu'on dit ici , le fpeéïateur placé fur la terre. { e) Le mot aire en général veut dire une superficie , ici il fignific Yefyatt renfermi entre deux lignes tirées du centre à deux points où se trouve la planète ; ces aires sont proportionnelles au tems, c'est à-dire, qu'elles sont d'autant plus grandes ou plus petites, que les tems dans lesquels elles sont décrites sont plus longs ou plus courts. (/) Le tems périodique cil le tems qu'une planète employé à faire sa révolution dans son orbe. Il cil , je crois , plus à propos de donner un exemple de la raison fcfquipléc qu'une définition , fupposé donc que la distance moyenne de Mercure au Soleil soit 4, celle de Vénus 9 , que le tems périodique de Mercure soit de 40 jours , cV: qu'on cherche le tems périodique de Vénus , on cube les 1 premiers nombres 4 & 9 , & on a 64 & 729; on tire ensuite la racine quarrée de ces 1 nombres , & il vient 8 pour celle du premier, & *27 pour celle du lecond on fait ensuite cette régie de trois : 17 : 40 : 1) < , t'est-j dire , que la racine quarrée du cube de la moyenne alliance de Mercure au So* leil est à la racine quarrée du cube de la moyenne distance de Venus au Soleil , comme le tems périodique de Mercure autour du Soleil cil au tems périodique cherché de Venu* autour du Soleil qui se trouve être 13;

dans les fuppofitions qu'on a faites , fie t'cft-Ià ce qui s'appelle la ràfon
JefuiipUt, Qigitized py LiOOQle

The text on this page is estimated to be only 26.38% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 15 I X. En admettant ces deux loix de Kepler que toutes les observations ont confirmées, elles fournirent des argumens très-forts pour prouver le mouvement de la terre qu'on s'est obstiné si long-tems à faire être disputé; car, en prenant la terre pour le centre des mouvemens terrestres, célestes, ces deux loix ne sont point observées; les planètes ne décrivent point des aires proportionnelles au tems autour de la terre, & les tems des révolutions du Soleil & de la Lune, par exemple, autour de cette planète, ne sont point comme la racine carrée du cube de leur moyenne distance à la terre; car le tems périodique du Soleil autour de la terre étant environ 13 fois plus grand que celui de la Lune, sa distance à la terre devrait être, suivant la règle de Kepler, entre 100 & 121 fois plus grande que celle de la Lune; or, on fait que cette distance est environ 400 fois plus grande, donc, si l'on admet les loix de Kepler, la terre n'est pas le centre des révolutions célestes. De plus, la force (g) centripète que M. Newton a fait voir être la cause de la révolution des planètes, rend la courbe qu'elles décrivent autour de leur centre concave (h) vers lui, puisque son effet est de les retirer de la tangente (i); or, l'orbite de Mercure & de Vénus sont, dans quelques-unes de leurs parties, convexes à la terre, donc les planètes inférieures ne tournent pas autour de la terre. Il est aisé de prouver la même chose des planètes supérieures, car ces planètes nous paroissent tantôt (Jt) directes, tantôt rétrogrades (e) Le mot Je force centripète porte sa définition avec lui, car il ne veut dire autre chose, que la force qui fait tendre un corps à un centre. (h) Les deux cotes du verre 4, une montre peuvent servir à faire entendre ces mots concave & convexe; le côté extérieur à la montre est convexe, & celui qui est du côté du cadran est concave, (i) La tangente est la ligne qui touche une courbe, & qui ne peut jamais la couper. (A) On dit qu'une planète est directe lorsqu'elle paraît aller selon l'ordre des signes, c'est-à-dire, de l'Arctique à Taurus, de Taurus à Gemini, &c. ce qu'on appelle encore «lier Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.21% accurate

16 PRINCIPES MATHÉMATIQUES naires & tantôt rétrogrades ,
toutes inégalités apparentes qui n'auroient pas lieu pour nous, si la terre étoit
le centre des révolution» célestes. Car aucune de ces apparences n'auroit
lieu pour un spectateur placé dans le Soleil , puisqu'elles ne font qu'une fuite
du mouvement de la terre dans son orbe , combiné avec celui de ces
planètes dans le leur. Voilà pourquoi le Soleil & la Lune font les seuls corps
célestes* qui nous paroissent toujours dire à > car le Soleil ne parcourant
point d'orbe, son mouvement ne peut se combiner avec celui de la terre , 6V,
la terre étant le centre des mouvements de la Lune , elle doit toujours nous
paroître directe comme toutes les planètes le paroîtroient à un spectateur
placé dans le Soleil, ôsionne La planète de Vénus fût une des
objections que l'on faitTM m' , l'irrité Z fait à Copernic contre son système : Si
Vénus lui disoit-on , tour\j!^"e de nuit autour du Soleil, on devroit lui voir
des phases comme à la. sa r*ronc i Lune. Aussi , dit Copernic , si vos
yeux étoient assez bons pour iUi"l' distinguer ces phases , vous les verriez -,
6V peut-être les Astronomes trouveront-ils moyen quelque jour de les
apercevoir. IVc ouverte qui Galilée est le premier qui ait vérifié cette
prédiction de Copernic* 6V chaque découverte qu'on a fait depuis lui sur le
cours des astres > l'a confirmé Sous quel ». Les plans (7) des orbites de
toutes les planètes se coupent dans p LttU'ic w- ^es lignes qui passent par le
centre du Soleil , en sorte qu'un spectateur placé dans le centre du Soleil se
trouveroit dans les plans de tous ces orbites consécutives , clic est
stationnaire lorsqu'elle paroît répondre quelque tems aux mêmes points du
Ciel i & enfin elle est rétrograde lorsqu'elle paroît aller contre l'ordre des
lignes, ce qu'on appelle encore aller en antécédente, c'est-à-dire, de Gemini i
Taureau , de Taurus à Arctus , &c. (/) Le plan de l'orbite d'une planète est U
surface. dans laquelle elle est contenue ^ft * la Digitized b

The text on this page is estimated to be only 22.81% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17 La ligne dans laquelle le plan de chaque orbite coupe le plan de Ce qu'on récliptique , c'est-à dire, le plan dans lequel la terre se meut, s'appelle la ligne des nœuds , & les points de cette Section s'appellent noeuds de l'orbite. Tous ces plans sont inclinés au plan de récliptique , sous les angles différents de . . . e« plans 4 Tégles luivans. < écliptique. Le plan de l'orbite de Saturne fait avec le plan de l'écliptique un angle propofionnel de i° \ , celui de Jupiter est de i° | , celui de Mars est un peu plus grand que j° y , & ' * ' celui de Mercure , enfin , est 70 environ. X L Les orbites des planètes principales étant des ellipses dont le Soleil occupe un foyer , tous ces orbites sont excentriques , & le sont plus ou moins selon la distance qui est entre leur centre & le point où le Soleil se trouve placé. On a mesuré l'excentricité de toutes ces orbites» & on a trouvé, EwnrtrkMdti . . , ' planète» en < 2eûuc 1 excentricité mesurée de , la terre. ce Saturne est de 4.107 parties, celle de Jupiter de 15°5' celle de Mars de 141 15 celle de la Terre de 4602 celle de Vénus de 500 • & enfin celle de Mercure de 8149 parties, * en prenant le demi axe du grand orbite de la terre pour commune mesure , & en le supposant de 1 0000 parties. En rapportant l'excentricité des planètes au demi diamètre de leur grand orbite , & en supposant ce demi diamètre de 1 00000 parties, les excentricités sont , leur *rand 0,bt' celle de Saturne de 16Sj parties, celle de Jupiter de 4821 * celle de Mars de 1117 : celle de la Terre de 1700 To/ru IL c Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.72% accurate

t* . PRINCIPES MATHÉMATIQUES celle de Vénus de 69+
celle de gerçure de a 1000 parties, ; ,ainû l'excentricité de Vénus eft
prcfqu'infenGblc. XII. i 'à» Les planètes font différentes en groflTeur ; on
n'a le diamètre abftrente» plane- folu que de la terre > parce que cette
planète eft la feule dont on ait pu mefurer la circonférence : mais on connoît
le rapport qui eft entre les diamètres des autres planètes , & en prenant celui
du Soleil pour commune mefure, & le fuppofant de 1000 parties, celui de
Saturne en a 137 celui de Jupiter 181 celui de Mars 6 celui de la Terre 7
celui de Vénus tt enfin celui de Mercure 4 d'où l'on voit que Mercure eft la
plus petite de toutes les planètes, car on fçait que les volumes des fphères
font comme les cubes de leurs diamètres. XIII. \ ; • /• . * * ■ « Diurne in Les
planètes font placées à différentes diftances du Soleil: STa a" En prenant la
dillancc de la terre au Soleil pour commune mefure,& en la fuppofant de
100000 parties , les fix planètes principales fc trouvent rangées autour , du
Soleil dans l'ordre fuivant, lorfqu'elles en font à. leur moyenne diftance, '
Mercure en eft à 3«7i° Vénus à 7*3 M La Terre à 100000 Mars à Jupiter à
5*o*io Saturne enfin à 5>yj800. Digitized

The text on this page is estimated to be only 20.36% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 19 On a calculé les distances moyennes du Soleil & des planètes par rapport à la terre, en demi-diamètres de la terre ; voici celles qu'a donné K. Caffini, le Soleil, Mercure & Vénus, en sont à peu près également éloignés dans leur moyenne distance, qui est de 11000 demi-diamètres de la terre, Mars en est à 3 j 5 00, Jupiter à 1 1 5 000, & Saturne à 110000. X I V. 1^{re} Les temps des révolutions des planètes autour du Soleil sont d. tant plus courts, qu'elles en sont plus près ; ainsi Mercure qui en fait le plus près fait sa révolution en 87 jours, Vénus qui est placée la plus près fait la sienne en 114, la terre en 365, Mars en 686, Jupiter en 4333, & Saturne en 10759 qui est le plus éloigné du Soleil, employé 10759 jours à tourner autour de lui, tout cela en nombres ronds. X V. k » Outre leur mouvement de translation autour du Soleil, les planètes ont encore un mouvement autour de leur axe qu'on appelle leur révolution diurne. On ne connoît la révolution diurne que du Soleil & de quatre planètes, qui sont la Terre, Mars, Jupiter & Vénus -, ce sont les taches qu'on a remarquées sur leur disque, & qu'on a vu paroître & disparoître successivement, qui ont fait découvrir cette révolution } Mars, Jupiter & Vénus ayant des taches sur leur face, connus, & par leur disparition successive, que ces planètes tournent sur elles-mêmes, & on en a vu en quels temps font les révolutions, ainsi l'on a observé que Mars tourne en 13 h 10', & Jupiter en 9 h 56'. Les Astronomes ne sont pas d'accord sur le temps de la révolution de Vénus autour de son axe, la plus grande partie croit qu'elle en fait une en 13 heures environ ; mais M. Sianchini qui a fait une observation sur un plat de la part de la terre, a trouvé qu'elle en fait 13

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.28% accurate

xo PRINCIPES MATHÉMATIQUES étude toute particulière des apparences de cette planète , croit sa révolution sur elle-même de 14 jours. Comme il fut obligé de transporter l'instrument avec lequel il observoit pendant l'observation même , à cause d'une maison qui lui cachoit Vénus , & que cette opération dura près d'une heure, on peut croire que pendant ce temps la tache qu'il observoit changea > quoi qu'il en soit, son autorité dans cette matière mérite qu'on suspende son jugement jusqu'à ce qu'on ait de plus amples observations. M. Ddahir a observé avec un télescope de 16 pieds , des montagnes dans Vénus plus hautes que celles de la Lune. On ne put Mercure est trop plongé dans les rayons du Soleil pour que l'on s'en aperçût par l'observation s'il tourne sur lui-même-, il en est si près ni celle de même de Saturne à cause de son grand éloignement. Jovius* ' M. Caffini a observé en 1715. avec un télescope de 18 p. trois bandes dans Saturne semblables à celles qu'on remarque dans Jupiter , mais apparemment qu'on n'a pu suivre cette observation avec assez d'exactitude, pour en conclure la rotation de Saturne autour de son axe. Mercure & Saturne étant assujettis aux mêmes lois qui dirigent le cours des autres corps célestes , &c ces planètes , par-tout ce que nous en pouvons connaître , nous paroissant des corps de même manière, genre qu'eux, l'analogie nous porte à conclure que ces deux planètes ? » paraissent « » elles tournent sur leur centre comme les autres , & que peut-être un jour on Parviendra à connaître cette révolution, car en combien de temps elle s'exécute. XVI. .iSi«u.0" 11 Paroît de temps en temps des taches sur le Soleil lui ont apparu pris que cet air tourne aussi sur lui-même. Il a fallu bien des observations après la découverte de ces taches > avant qu'on en ait pu observer d'autres durables pour en pouvoir conclure le temps de la révolution du Soleil sur son axe. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.16% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. n KtILL rapporte dans fa cinquième Leçon d'Aftronomie , qu'on eu a obfervé qui employoient i j jours \ à aller du limbe occidental du Soleil à Ton limbe oriental , & qu'au bout de 15 autres jours \ elles reparoiroient de nouveau à fou bord occidental ; d'où il conclut, que le Soleil tourne fur lui-même en 17 jours environ d'Occident en Orient, c'ell-à-dirc , dans le même fens que les planètes. P^r le moyen des mêmes taches, on a trouvé que l'axe de rotation du Soleil fait, avec le plan de l'écliptique , un angle d'environ 7 degrés. * Le Perc Jaquier a fait dans Ion Commentaire une réflexion fur ces taches , qui mérite d'être rapportée. Voyant qu'aucune obfervation ne prouve l'égalité du tems de l'occultation , & qu'au contraire , par toutes les observations qu'il a parcourues , ces tems paroiffent inégaux , & que le tems de l'occultation pendant lequel elles font cachées , a toujours été plus long que celui pendant lequel elles font vifibles , il en a conclu (ainfi que M. Volft art. 4^{ie} j de fon Aftron.) que ces taches ne font pas inhérentes au Soleil , mais qu'elles en font à quelque intervalle. Jean Fabrice (») fut le premier qui découvrit ces taches (en Allemagne l'an 1611.) & qui en conclut la révolution diurne du Soleil ; enfuite le Jéfuite (o) Schtintr les obferva, & donna aufli fes obfervations , te Gailie vers le même tems fit la même découverte en Italie. Du tems de Schtintr on voyoit plus de 40 taches fur la furface du Soleil , d'où l'on peut aligner la caufed'un phénomène rapporté par quelques Hiftoriens, que le Soleil avoit paru très pale quelquefois pendant un an entier j car il ne faut que des taches allez grandes, & qui fubfiftent aflez longtems, pour caufer ce phénor mené. On ne doute plus à préfent que la terre ne tourne fur elle(n) Volf EUmenta Aftron. Cap. i (o) Ce Jéfuite ayant été dire à Ton Supérieur qu'il avoit découvert des taches dans le Soleil /celui-ci lui répondit gravement cela tfi impojfible , j'ai lû deux ou trois fois. Annoté , & jt n'y ai rien trouvé dtfcmb labU,

The text on this page is estimated to be only 23.30% accurate

ai PRINCIPES MATHÉMATIQUES même en zj h jô', ce qui
compose notre jour agronomique , &c cause l'alternative de jours & de nuits
dont tous les climats de la terre jouissent. XVII. Lvifctdumou- Ce
mouvement des corps célestes autour de leur centre altère vement roiAtoirc
a« cvcMew e« leur forme , car on fixait que le mouvement circulaire fait
acquérir aux corps qui tournent une force , qui est d'autant plus grande , le
temps de leur révolution restant le même, que le cercle qu'ils •aïmi* <blce
décrivent est Plus Srand» & on aPpeHe cette force, force centrifuge, c'est-à-
dire, qui éloigne du centre ; donc les parties des planètes acquièrent par la
rotation une force centrifuge d'autant plus grande , qu'elles sont plus près de
l'équateur de ces planètes > puisque l'équateur est le grand cercle de la
sphère , & d'autant moindre, qu'elles sont plus près des pôles -t (/) supposant
donc que les corps célestes aient été sphériques dans l'état de repos , leur
rotation autour de leur axe a dû élever les régions de l'équateur, & abaisser
celles des pôles , & changer par conséquent la forme sphérique en celle d'un
sphéroïde aplati vers les pôles, guette font Ainsi la théorie nous fait voir que
toutes les planètes doivent être sphériques*?™ ^trc aplaties vers leurs pôles par
leur rotation , mais cet aplatiu*esu. dedri^ ment n'est sensible que dans
Jupiter & dans notre globe. L'on verra dans la suite qu'on peut déterminer la
quantité de cet aplatissement dans le Soleil par la théorie , mais qu'elle est
trop peu sensible dérabable pour être sensible à l'observation. Les mesures prises
au cercle polaire, en France & à l'équateur, ont donné la proportion .des
axes i q) de la terre environ de 173 à 174. (p) On appelle pôle s le» points
autour desquels le corps révolutionne, & t^aaleur le cercle parallèle à
ces points , & qui partage la sphère révolutionnaire en deux parties égales. (q)
On appelle axe ou diamètre en général toute ligne qui passe par le centre &
se termine à la circonférence : dans le cas dont il s'agit , les axes ont deux
lignes qui passent par le centre , & dont l'une se termine aux pôles «t l'autre 4
Tcqwueur. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.40% accurate

M tA PHILOSOPHIE NATURELLE. i5 Les télescopes nous font
appercevoir l'aplatissement de Jupiter, & cet aplatissement est beaucoup plus
considérable que celui de la terre, parce que cette planète est beaucoup plus
grosse, & qu'elle tourne beaucoup plus rapidement sur elle-même que la
terre on juge que le rapport des axes de Jupiter est celui de i à $1\frac{1}{4}$. XVIII.
Les taches de Vénus, de Mars & de Jupiter étant variables. Sectioni font
»oit changeant souvent de forme, il est très-vraisemblable que ces J^{tes}
J^{tes} » planètes sont entourées comme la nôtre d'une atmosphère, dont v^{tes}
& Ê \$0* 1 leil ont des alternatives produisent ces apparences.
mofbcbf, A l'égard du Soleil comme ses taches ne sont pas inhérentes à son
dilque, & qu'elles paroissent & disparaissent très-souvent, on ne peut
douter qu'il n'ait une atmosphère qui l'entoure immédiatement, & dans laquelle
ces taches se forment & se dissipent tour à tour. XIX. Tout ce qu'on vient
d'exposer étoit connu avant M. Newton, mais on ne croyoit pas avant lui
qu'il fût possible de connoître la masse des planètes, leur densité, &c ce que
peferoit le même corps s'il étoit transporté successivement à la surface des
différentes planètes : on verra dans le Chapitre suivant, comment M.
Newton est parvenu à ces étranges découvertes ; il suffit de dire ici, qu'il a
trouvé que les masses du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre, c'est-à-dire les quantités de matière qu'ils contiennent, sont
J, e^{tes} * TucnBC * d" - respectivement comme 1. - y , $^$ & $Tjfn$ en supposant (r)
la parallaxe du Soleil de $10''$; que leurs densités sont entr'elles comme 100,
94, 6*7 & 400 ; & que les poids du même corps poid\$.io m^{tes} transporté
successivement sur la surface du Soleil, de Jupiter, de gJJ 4kur sur" (r) La
çaralldxe du Soleil est l'angle sous lequel le rayon de la terre est vu du Soleil
, ainsi la parallaxe d'un astre quelconque par rapport à la terre, est l'angle
sous lequel le rayon de la terre feroit vu de cet astre. ' Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.46% accurate

z4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES Saturne & de la Terre, feroient de 10000, 943 , 529 Se 455, refpctivemnt. M. Newton a fuppolc , pour déterminer ces proportions, les demi diamètres du Soleil , de Jupiter , de Saturne & de la Terre , comme 10000,997,791 &: 109, refpccclivemnt. Pourquoi c« Qn verra dans le Chapitre fuivant , pourquoi l'on ne peut confiopotrionî r.c » * 1 1 rcuvcr.tîcrecon- no'icrc la denfité ni la quantité de matière de Mercure , de Vénus r.ii« dons lc\$ au- * ko pijuctti. & de Mars , ni ce que pefent les corps fur ces trois planètes. X X. vroiwrotis ii« Jl fuit de toutes ces proportions que Saturne eft environ 500 f rutlti;» & in . . . iru/ics des] pia- fois plus petit auc le Soleil, cV qu'il contient îoco fois moins de W'. matière que lui ; que Jupiter eft 1000 rois plus petit que le Soleil, &: qu'il contient 1053 fois moins de matière que lui ; que la Terre n'eft qu'un point par rapport au Soleil, puifqu'elle eft 1000000 fois plus petite que lui i & qu'enfin le Soleil eft plus de 11\$ fois plus gros que toutes les planètes prifes cnfcmblc. XXI. Proportion! A** En comparant les planètes entr'clles, on trouve qu'il n'y a que EfcTde? P1" Mercure & Mars qui foient plus petites que la Terre j que Jupiter terre, & «i« au- eft non-feulement la plusgroflè de toutes les planètes , mais qu'elle ^ eft plus grofle que toutes les autres planètes prifes cnfcmblc, & que cette planète eft plus de deux mille fois plus grofle que la Terre. XXII. La Terre , outre fon mouvement annuel &: fon mouvement diurne, a encore un autre mouvement par lequel fon axe dérange fon (/) parallélifme, & répond au bout d'un certain, tems à difDe u pi**, fércriis points du ciel ; ce mouvement caufe ce qu'on appelle U SSh?" é,ui" préctjpon des équinoxes , c'eft-à-dire, la rétrogradation des points {f) On appelle parallèle une ligne qui cooferve toujours la mita* poûuon par rapport à quelque point fuppotè fixe. cquiao&iaux , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.93% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, ij équino&iaux, ou des points dans lefquels l'équateur de la Terre e|*j? ^ coupe l'écliptique j le mouvement des points équinoétiaux fc fait ^coTM* c''' contre l'ordre des figncs , & il cft fi lent , qu'il ne s'achève qu'en s. quantité a 5910 années , il cft d'un degré en 7 z ans, & de 50 " en une année *aaatSk' environ. M. Newton a trouvé, comme on le verra dans la fuite , la caufe de ce mouvement dans l'attraéUon du Soleil & de la Lune , fur la protubérance de la Terre à l'équateur. La préceffion des équinoxes fait que les Aftronomcs diftinguent Vannée tropique de Vannée fydérale ; ils appellent année tropique Année »«pîl'intervale de tems qui s'écoule entre les deux mêmes équinoxes 'dUiiuT' ' **~ dans deux révolutions annuelles de la Terre , & cette année eft un peu plus courte que l'année fydérale t qui eft compofée du tems que la terre employé à revenir d'un point quelconque de fon orbite à ce même point. XXIII. Il refte à parler des planètes fecondaires qui font au nombre de d« punet» 10, fans compter l'anneau de Saturne j ces 10 planètes font les 5 fecond" ^e, • Lunes de Saturne , les 4 de Jupiter , & celle qui accompagne la Terre. Les obfervations ont fait voir que les planètes fecondaires ob- EiietotimeiK fervent les régies de Kepler, en tournant autour de leur planète t*. principale. Il n'y a pas longtems qu'on a découvert les fatcllits de Jup iter Découverte de» fjttlJtici *ic Jupi^ ôc de Saturne , &: cette découverte étoit impoffible avant les té- ter. lefcopes i (/) Galilée découvrit les 4 fatellites de Jupiter, qu'il appella les afires de Médicis , & qui font d'une grande utilité dans la Géographie & l'Aftronomie. U. Hughens fut le premier qui découvrit un fatcllite à Saturne, (r) M. Volf dans fon Aflronomic , Chap. II. prétend que Simon Mar'uu , Mathématicien Brandbourgeois , découvrit en Allemagne trois fatellite» de Jupiter, la taéin* 1- que Galilée les découvrit en Italie* Tome //. a Et âe ceux d«

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.83% accurate

16 PRINCIPES MATHÉMATIQUES & il a retenu son nom, c'est
le 4e. M. Caffini le père découvrit les quatre autres. XXIV. En
prenant le demi diamètre de Jupiter pour commune mesure, les
distances des satellites de Jupiter sont en progression géométrique, &
sont « les 4 satellites se trouvent placés aux distances suivantes,
à savoir : le premier à 5, le second à 10, le troisième à 15, & le quatrième enfin à 20, en
nombre rond, selon les observations de M. Caffini sur les éclipses de ces
satellites. Leurs temps périodiques autour de Jupiter sont d'autant plus longs,
qu'ils sont plus éloignés de cette planète, le premier tourne en 41 h, le
second en 85, le troisième en 171, & le quatrième en 400, en négligeant
les minutes. On ne connoît ni la révolution diurne, ni le diamètre, ni la
densité, ni la masse, ni la quantité de la force attractive de
ces satellites, & jusqu'à présent les meilleurs télescopes les ont fait voir si
petits, qu'on ne peut guère espérer de parvenir à ces découvertes. Il en est
de même des cinq Lunes qui tournent autour de Saturne. XXV. En prenant
le demi diamètre de l'anneau de Saturne pour commune mesure, les
distances des satellites de Saturne à cette planète, sont dans les proportions
suivantes en commençant par le plus intérieur. Le premier est
à 1, le second à 2, le troisième à 5, le quatrième à 10, & le
cinquième à 24 en nombre rond, Se leurs temps périodiques sont
selon M. Caffini, de 45 h, 65 h, 105 h, 155 h, 255 h.
Les satellites de Saturne font tous leur révolution
dans le plan de l'équateur de cette planète, il n'y a que le cinquième qui s'en
éloigne de 15 ou 16 degrés. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.03% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17 Plusieurs Astronomes ,
& entr'autres M. Huygens , ont soupçonné l'existence de qu'on
découvrirait peut-être quelque jour , si on peut perfectionner un système
de télescopes , un sixième satellite de Saturne entre le quatrième & le
cinquième , la distance qui est entre ces deux satellites étant trop grande
proportionnellement à celle qui sépare les autres \ mais il se trouveroit alors
cette autre difficulté , que ce satellite , qui feroit le cinquième, feroit
cependant beaucoup plus petit que les quatre qui lui (croient intérieurs ,
puisque'il faudroit de meilleurs télescopes pour l'apercevoir. Les orbites des
satellites de Jupiter & de Saturne, sont presque Concentriques à ces
planètes. M. Maraldi a observé des taches sur les satellites de Jupiter-, mais
on n'a pu tirer encore aucune conséquence de cette
observation , si ce n'est qu'il y auroit , si elle étoit vraie , nous apprendre
beaucoup de choses sur les mouvemens des satellites. XXVI.
Saturne , outre ses cinq Lunes , est encore entourré d'un anneau ; De même
que cet anneau n'adhère au corps de Saturne dans aucune de ses parties, & n'est
attaché qu'à son centre par un point au centre ; » (car on voit les anneaux fixes à travers
l'aperture qui le sépare du corps « car pur effet de cette planète ; le diamètre de
cet anneau est au diamètre de Saturne environ comme 914, selon M.
Huygens, ainsi il est plus que double du diamètre de Saturne ; la distance du
corps de Saturne à son anneau est d'environ la moitié de ce
diamètre , en sorte que la largeur de l'anneau est à peu près égale
à la distance qui est entre son limbe intérieur & le globe de Saturne ;
son épaisseur est si petite, car lorsqu'il nous présente le
tranchant, il n'est pas visible pour nous, & il ne paroît alors que comme une
raie noire qui traverse le globe de Saturne; ainsi cet anneau a des phases
selon la position de Saturne dans son orbite , ce qui prouve que c'est un
corps opaque , & qui ne brille , comme les autres corps de notre système
planétaire , qu'en nous réfléchissant la lumière du Soleil. On
ne peut découvrir si l'anneau de Saturne tourne sur lui-même, Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 19.62% accurate

2S PRINCIPES MATHÉMATIQUES car il ne paroît aucun changement dans ion afpcet d'où l'on puifle conclure cette roration. Le plan Je cet anneau fait toujours , avec le plan tic l'écliptique, un angle de i° ainfi {on axe relie toujours parallèle à lui-même dans fa tranflation autour du Soleil. veS ,!c mTâ: c'cft À M. Hughtns qu'on doit la découverte de l'anneau de Sa"cc ,w on m turnc » 9ui cft un phénomène unique dans le ciel ; avant lui les If^/J:™ Aftronomes avoient obfervé des phafes dans Saturne, car ils confondoieit cette planète avec Ton anneau > mais ces phafes étoient li différentes de celle des autres planètes , qu'on ne pouvoit les expliquer : on peut voir dans Hcntlius les noms qu'il donne à ces apparences de Saturne, & combien (k) il étoit loin d'en foupçonner la vérité. M. Hughsy en comparant les différentes apparences de Saturne , a trouve qu'elles étoient caufecs par un anneau dont il eft entoure , ôc cette Tuppolition répond li bien à tout ce que les telefcopes y découvrent, qu'aucun Aftronyme ne doute à prefent de l'exiftence de cet anneau. T.kc <îe Grt-Gregori , en parlant de l'idée de M. HalUi que le globe terreftre £ II:: cet iX\-. . . , , ° 4. mu. pourroit bien n'etre qu'un aflemblage de croûtes concentriques à un noyau intérieur , a conjecture que l'anneau de Saturne ptoit formé de plufieurs croûtes concentriques qui fe font détachées du corps de la planète, dont le diamètre étoit auparavant égal à la fomme de Ion diamètre aéhiel , & de la largeur de l'anneau. On conjedture encore que l'anneau de Saturne n'eft peut-être qu'un afTcmblage de Lunes que la grande diftanc nous fait voir comme contigues , mais tout cela n'eft fondé fur aucune obfervation. Le* Sau-riires On fçait par les ombres des fatellites de Jupiter &" de Saturne tic Jupiter & de „ 5. mirnc lbnt <\n tu-rjn îphériques. i.o.nmci'.t on IplienCUCS. i'en at aflirt fur leurs planètes principales , que ces fatellites font des corps Digitized by LiOOQle

The text on this page is estimated to be only 29.72% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. XXVII. Notre terre n'a qu'un fatellite qui est la Lune, mais sa position est telle qu'on a pu (Té bien plus loin les découvertes sur ce fatellite que sur les autres. La Lune fait sa révolution autour de la terre dans une ellipse Q«"« est une courbe qu'elle dont la terre occupe un des foyers ; cette ellipse change sans cesse, à cause de la position & de l'épée, 6c on verra dans les Chapitres suivants, que le Soleil est la cause de ces variations. La Lune fait la première des deux révolutions de Kepler en tournant autour de la terre, 6c elle ne s'en dérange que par l'action du Soleil sur elle ; elle fait sa révolution autour de la terre, d'Occident en Orient, en 29 jours 12 h 44', 6c c'est ce qu'on appelle son mois synodique, périodique. Le disque de la Lune que nous voyons est tantôt entièrement éclairé du Soleil, 6c tantôt il ne l'est qu'en partie : sa partie éclairée nous paraît plus ou moins grande selon sa position par rapport au Soleil à la terre, & c'est ce qu'on appelle ses phases ; elle subit toutes ses phases dans l'espace d'une révolution qu'on appelle synodique, 6c qui est composée du temps qu'elle emploie à aller de la conjonction avec le Soleil à sa prochaine conjonction, Son mois synodique de la Lune est de 29 jours 12 h environ. Les phases de la Lune prouvent qu'elle est un corps opaque, 6c la Lune en qu'elle ne brille qu'en nous réfléchissant la lumière du Soleil. & On connaît que la Lune est un corps sphérique, parce qu'elle communique à la terre, 1^{re} découverte. nous paraît toujours terminée par une courbe. Notre terre éclaire la Lune pendant ses nuits de même que la terre est éclairée par la Lune pendant les nôtres, 6c c'est par la lumière réfléchie de la terre, qu'on voit la Lune lorsqu'elle n'est pas éclairée par la lumière du Soleil. Comme la surface de la terre est environ 14 fois plus grande que celle de la Lune, la terre vue de la Lune doit paraître 14 fois plus brillante, 6c envoyer 14 fois plus de rayons à la Lune, que Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.90% accurate

50 PRINCIPES MATHÉMATIQUES la Lune ne nous en envoyé ,
en (iippofant cependant que ces deux planètes foient également propres à
réfléchir la lumière, incimironito Le plan de l'orbite de la Lune eft incliné
au plan de l'écliptique l'orbite 1 . dciac tique fous un angle de $<^*$
environ. Le grand axe de l'ellipse, que la Lune décrit en tournant autour de la
terre , eft ce qu'on appelle la ligne des apfides {x) dt la Lu/m. La Lune
accompagne la terre dans fa révolution annuelle autour du Soleil. Si l'orbite
de la Lune n'avoit d'autre mouvement que celui de fa tranflation autour du
Soleil avec la terre, l'axe de cet orbite demeureroit toujours parallèle à lui-
même , & la Lune, étant dans l'apogée & dans fon périgée ,
feroit Toujours aux mêmes diftances de la terre, & répondroit toujours aux
mêmes points du ciel ; mais fiji. < , k- u lu:k la ligne des apfides de la Lune
te meut d'un mouvement angulaire fit r.-.u!!l«. autour de la terre félon
l'ordre des fignes, &: l'apogée & le périgée de la Lune ne reviennent aux
mêmes points qu'au bout d'environ 9 ans , qui eft le tems de la
révolution de la ligne des apfides : v - de la Lune. Rcvu!n:;, 7n<!fi L'orbite
de la Lune coupe l'orbite de la terre en deux points, nœuds Je la Lu- . n ■ r •
t « «k, qu'on appelle les nœuds ; ces points ne font pas toujours les mêmes ,
mais ils changent perpétuellement par un mouvement rétrogreffif, c'eft- à-
dire, contre l'ordre des lignes , & ce mouvement eft Temt<?ecfnt tel , que
dans l'efpace de 19 ans les nœuds ont fait une révolution entière , après
laquelle ils reviennent couper l'orbite de la terre ou. l'écliptique aux mêmes
points. F'< : : ki:c de L'excentricité de l'orbite de la Lune change auffi
continuellement ; cette excentricité eft tantôt plus grande &: tantôt moindre
enforte que la différence entre la plus petite &: la plus grande excentricité
, furpaffe la moitié de la plus petite. (x) On appelle ligne des apfides pour la
Lune, la ligne qui parte par l'apogée Bc par le périgée ; l'apofet cil le point
de l'orbite le plus loin de la terre , Si le périgée eft le point de cet orbite qui
eft le moins éloigné. On nomme en général apfides , pour rouie» les orbites
, les points les plus éloignés & les plus proches du point cornai. Digitized
by Google

The text on this page is estimated to be only 22.85% accurate

' D£ LA PHILOSOPHIE NATURELLE. », On verra dans les Chapitres fui vans comment M. Newton a trouvé la caufe de toutes ces inégalités de la Lune. Le (cul mouvement de la Lune qui (bit égal, eft fon mouve- s©n momei /> • i Oient autour de ment de rotation autour de fon axe ; ce mouvement s'exécute pre- foaue. cifément dans le même tems que fa révolution autour de la terre , ainfi fon jour eft de 17 de nos jours, 7 h 4} Cette égalité du jour &: du mois périodique de la Lune, fait En quel tenu il qu'elle nous préfente toujours le même difque à peu près. L'égalité du mouvement de la Lune autour de fon axe , combinée avec l'inégalité de fon mouvement autour de la terre , fait que la Lune nous paroît ofciller fur fon axe, tantôt vers l'Orient, & tantôt vers l'Occident, & c'eft ce qu'on appelle fa libration ; Ration de u par ce mouvement elle nous préfente quelquefois des parties qui etoient cachées , & nous en cache qui étoient vifibles. Cette libration vient du mouvement elliptique de la Lune, car s* caufe. fi cette planète fe mouvoit dans un cercle dont la terre occupât le centre, & qu'elle tournât fur fon axe dans le tems de fon mouvement -périodique autour de la terre , elle présenteroit toujours exactement à la terre la meme face fans aucune variation. On ne connoît point la forme de la partie de la furface de la Lune qui eft de l'autre côté de Ion difque par rapport à nous , & il y a même des Aftronomes qui veulent expliquer fa libration en donnant une forme conique à cette partie de fa furface que nous ne voyons point , &: qui nient fa rotation fur elle-même. ^ La furface de la Lune eft pleine d'éminences & de cavités, c'eft ce qui Elit qu'elle réfléchit de toutes parts la lumière du Soleil , car fi elle étoit unie comme un de nos miroirs, elle ne nous réfléchiroit que l'image du Soleil. La Lune eft éloignée de la terre dans fa moyenne diftance de Difbtw je u 1 Lune 4 ta tare 60 4 demi diamètres de la terre, environ. Le diamètre de la Lune eft au diamètre de la terre comme 100 wiu-^irc. à 56* , fa maffe eft à la maffe de la terre comme 1 à j «> , 788 , 6c £do£ fa denfité eft à la denfité de la terre comme 1 1 à % Digitized by Cffobgle

The text on this page is estimated to be only 24.04% accurate

ii PRINCIPES MATHÉMATIQUES ce que i« corp Enfin le
mcmc corps qui pcfe trois livres à la furface de la terre» peferu fur U Lu-
11 w. pcfcroit environ une livre à la furface de la Lune. On connoît toutes
ces proportions dans la Lune, & non dans les autres fatellites , parce que
cette planète [offre un élément qui lui eft particulier -, c'eft fon action fur les
eaux de la mer que M. Newton a fçu mefurer &c employer à la
détermination de fa mafleNous rendrons compte dans un des Chapitres
fuivans , de la méthode qu'il a fuivic pour y parvenir* =====^^
CHAPITRE SECOND. Comment la théorie de M. Newton explique les
Phénomènes des planètes principales. L Le premier Phénomène qu'il faut
expliquer quand on veut rendre compte des mouvemens céleſtes, c'eft celui
de la circulation perpétuelle des planètes autour du centre de leur
révolution. Par la première loi du mouvement , tout corps fuit de lui-même
la ligne droite dans laquelle il a commencé à fc mouvoir , donc afin qu'une
planète foit détournée de la petite ligne droite qu'elle tend à décrire à chaque
inſtant , il faut qu'une force différente celle qui la porte à décrire cette petite
ligne agiſſe l'ans ceſſe fut elle pour l'en détourner , de même que la corde
que tient la main de celui qui fait tourner un corps en rond empêche à
chaque moment ce corps de s'échapper par la tangente du cercle qu'on lui
fait décrire. Cornue» t« Les Anciens , pour expliquer ce Phénomène,
avoient imaginé des •Miens l'hilofo- r ... _ & ju* & Dtſiar- cieus lolidcs, oc
Defcarus des tourbillons ; mais l'une 6c l'autre de ** n» dernier ,. , ïcu
«piiftwicat ces explications ctoient de pures hypothcs dénuées de preuves,
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.71% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 33 &: fi celle de Défiants
étoit plus philofophique , clic n'en étoit II{tp^cu,J*}>n pas plus folidement
établie. ieut«be. I l M. Newton commence par prouver dans la première
propoGtion (a) , que les aires qu'un corps décrit autour d'un centre
immobile auquel il tend continuellement , font proportionnelles au tems ; ôc
réciproquement dans la féconde , que ti un corps décrit en tournant autour
d'un centre des aires proportionnelles au tems, ce corps eft attiré par une
force qui le porte vers ce centre : donc , puifque félon la découverte de
Kepler les planètes décrivent autour C'e» 1» <wdu Soleil des aires
proportionnelles au tems , elles ont une force $m^{\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}}$ centripète qui les fait
tendre vers le Soleil , & qui les retient dans JTpî £ft£ leur orbe. M. Newton
a fait voir , de plus , (Cor. 1 . Prop. 1.) que fi la force qui agit fur le corps
le faifoit tendre vers divers points , elle accéléreroit ou retarderoit Ja
defeription des aires qui ne feroient plus alors proportionnelles au tems :
donc , fi les aires font proportionnelles au tems , non.fculcment le corps eft
animé par une force centripète qui le porte vers le corps central , mais cette
force le fait tendre à un feul & même point. 1 1 1. De même que la
révolution des planètes dans leur orbe prouve une force centripète qui les
retire de la tangente, ainfi de ce qu'elles ne tombent pas en ligne droite vers
le centre de leur révolution , on peut conclure qu'une force, autre que la
force centripète , agit fur elles. M. New/on a cherché (*) quel tems chaque
planète , placée à la diitance où elle eft , employeroit à tomber liir le Soleil
fi elle n'obenoit qu'à l'attion du Sokil fur elle, & (a) Quand on cite des
proportions , fans citer le Livre , ce font des proroûtiops 4a Livre premier.
(*) De SyfimeU mundi, pag. ,«». cduum de z7ju Tome II. C Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 19.44% accurate

U PRINCIPES MATHÉMATIQUES il a trouvé que les différentes planètes employeroient à y tomber la moitié du tems périodique qu'un corps mettrait à faire fa révojsⁱS^{tt},ution autour du même centre à une diftance deux fois moindre cSJTreT que la lcyr , & que par conféquent ce tems devoit être à leur tems fnp, j«. p[^]iodique comme 1 à 4 V 1 : ainfi Vénus , par exemple , mettroit environ quarante jours à arriver au Soleil , car 40 : 114 :: 1 : 4, y 1. à peu près ; Jupiter employeroit deux ans &: un mois, & U terre & la Lune foixante-hx jours & dix-neuf heures, &c. Donc, puifquc les planètes ne tombent pas dans le Soleil, il faut que quelque force s'oppofe à la force qui les fait tendre vers leur centre , & cette force eft ce qu'on appelle la force projetait. IV. L'effort que font les planètes en vertu de cette force pour s'éloigner du centre de leur mouvement , eft ce qu'on appelle leur De b force cm- farce centrifuge ; ainfi dans les planètes, la force centrifuge eft la triture des plincm. partie de la force projetile qui les éloigne dirc&cment du ccutre de leur V. La force projectile a la même direction dans toutes les planètes , car elles tournent toutes autour du Soleil d'Occident en Orient. En fuppofant que la refiftance du milieu dans lequel les planètes fe meueut foit nulle , on trouve la raifon de la confervatioa du mouvement projectile des planètes dans l'inertie de la matière , 6s dans la première loi du mouvement , mais fa caufe phyfique &c U raifon de fa dircaion font encore cachées pour nous. ■ V L Après avoir prouvé que les planètes font retenues dans leur \1. Newton eft orbite par une force qui tend vers le Soleil , M. Newton démontre JrT[^]e ufim prop. 4. que les forces centripètes des corps qui décrivent des cerncteJ vert le So- clés , font entr'elles comme les quarrés des arcs de ces cercles parIril , (un U ptT C{)urus cn ég;J ^ ^ ?ifis rayon\$. d,QÛ y tirc ^ fi Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.33% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. J5 les tems périodiques des corps révoluans dans des cercles font en $JJ^{\wedge}$ $\wedge$ mraifon fcfquiplée de leurs rayons, la force centripète qui les porte "Fcrs le centre de ces cercles , cft en raifon réciproque des quarrés $\wedge J^{\wedge} J^{\wedge}$.teml de ces mêmes rayons , c'eft-à-dirc des diftances de ces corps au fl0p, 4. Cot. «. centre : or, par la féconde règle de Kepler, que toutes les planètes Etenfurpor.» obfervent , les tems de leurs révolutions lbnt cotr'çux en raifon b« «cuiaire*. fcfquipléc de leurs diftances à leur centre» donc, la force qui porte les planètes vers le Soleil décroît en raifon inverfe du quarré de leurs diftances à cet aûre , en fuppofant qu'elles tournent dans des cercles concentriques au Soleil. VII L'idée qui fe préfente le plus naturellement à l'efprit > quant aux orbes des planètes , c'eft qu'elles font leurs révolutions dans des cercles concentriques } mais leurs différens diamètres apparens , & plus d'exaétitude dans les obfervations , avoient fait connoître depuis longtems que leurs orbes ne pouvoient être concentriques au on «oyoh Soleil : on expliquoit donc leurs cours avant KtpUr par des cercles les plantas tour excentriques qui fatifaifoient aflez bien aux obfervations POUr le Soleil du» dei Soleil & les planètes , fi on en excepte Mercure & Mars. CKelMri" Ce fut le cours de cette dernière planète qui fit foupeonner à KepUr que l'orbe des planètes pourroit bien être une ellipfe dont uAK $\wedge$ m» le Soleil occupe un des foyers, & cette courbe s'accorde fi par- 40 US Faitement avec les Phénomènes , qu'il cft à préfent reconnu de tous dUpfa' les Aftronomes, que c'eft dans des ellipfes que les planètes tournent autour du Soleil , & que cet afre occupe un des foyers de ces ellipfes. VIII. En partant de cette découverte , M. Ntwn a cherché quelle cft la loi de force centripète néceflaire pour faire décrire une ellipfe aux planètes , & il a trouvé dans la prop. 1 *, que cette jforec doit fuivre la proportion inverfe du quarré des diftances du corps au foyer de cc«t ellipfe \ mais on vient de voir qu'il ayoit Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.90% accurate

5<S PRINCIPES MATHÉMATIQUES trouve dans le cor. 6. de la prop. 4. que dans les cercles , les tems périodiques des corps revolvans étant en raison fefquiplée des distances , la force étoit invcriement comme le quarré de ces mêmes diftances •> il ne reftoit plus, pour être entièrement fur que la force centripète qui dirige les corps céleftes dans leurs cours fuit la proportion inverfc du quarré des diftances , qu'à examiner fi les tems périodiques fuivenfla même proportion dans les ellipfes que dans les cercles. m. Newton * Or } M. Newton fait voir dans la prop. 1 5. que les tems périodiirt c'iipu» im ques dans les ellipfes font en raifon fefquiplée de leurs grands axes ; c'eft-à-dire , que ces tems font dans la même proportion dans que dant les ccr- les ellipfes , & dans les cercles dont les diamètres feroient égaux aux grands axes des ellipfes. Cette courbe que les planètes décrivent dans leur révolution a cette propriété , que fi l'on en prend de petits arcs parcourus en tems égal , l'efpace compris entre la ligne tirée de l'une des extrémités de cet arc & la tangente à l'autre extrémité croit à mefure que le quarré de la diftance au foyer diminue , cV cela dans la même proportion j d'où il fuit, que le pouvoir attradif qui eft proportionnel à cet efpace , fuit aufli la même proportion. ; ' - ' • ' IX. Et que perfonne M. Newton ne s'eft pas contenté d'examiner la loi qui fait décrire fé.^ent U force „,./• . , «.■.lai^csLiire- des ellipfes aux planètes , mais il a examiné fi cette même loi ne lient ks planètes «L:w icjc urbe , pouvoit pas faire décrire d'autres courbes aux corps, & il a trouvé o-.aoïc concile _ . . . 1 ic ,uarré de u (Cor. i. prop. i) qu'elle ne leur feroit jamais décrire qu'une des Sedions coniques dont le centre des forces feroit le foyer , & cela quelque fût la vitelle projectile. x^Zluĩ^ Les autres loix <lui feroient décrire des Sedions coniques , les t7one, î«l'^c- rcroient décrire autour d'autres points que le foyer \ M. Newton a d"rirc <îfT« trouvé P.E. que fi la puiffTance eft comme la diftance au centre, JSo't ic si" c,lc fera écrire au corps une Sedion conique dont le centre fera iï%«r Ua le centre des forces, ainfi M. Newton a non-feulement trouvé la Digitized by Google ,

The text on this page is estimated to be only 27.51% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. j7 loi que fuie la force centripète dans notre fiftême planétaire , mais m*. i* il a fait voir qu'une autre loi ne pouvoit avoir lieu dans notre monde tel qu'il eft. X. M. Newton a cherché en fuite prop. 17. la courbe que doit dé- Manière dedé, 4 % terminer I ott>e crire un corps dont la force centripète décroît en raifon inverfc d'une pianm, en * fuppolam la toi ou quarré des diftances , en luppofant que ce corps parte d'un point <« force ««»donné avec une vitcûe 6c une direction prifes à volonté. Il eft parti pour la folution de ce problème , de la remarque qu'il avoit fait prop. 16. que les viteftes des corps qui décrivent des Scdions coniques , (ont à chaque point de ces courbes , inverfement comme les perpendiculaires abaiflecs du foyer fur les tangentes » cV directement comme les racines quarrées des paramètres. Outre que cette propofition fait un problème intéreflant pour la feule Géométrie, il eft encore très-utile dans l'Aftonomie; car en découvrant par quelques obfervations la vitefle 6c la direction d'une planète dans quelque partie de fon orbite , on peut , à l'aide de cette propofition , trouver le refte de l'orbite , 6c la détermination de l'orbite des comètes peut être en grande partie fondée fur la même propofition. X I. Il eft aifé de s'appercevoir que d'autres lohc de force centripète Quelle» e*»»» que celle du quarré des diftances feraient décrire d'autres courbes, rbrcetcenmpétet 6c il y aurait telle loi dans laquelle les planètes , malgré la force TTpropottion projectile , dépendraient vers le Soleil , & telle autre dans laquelle, &>» malgré leur force centripète , elles s'en iroient à l'infini dans les ef- Su» cSSrÈK paecs céleftes j telle autre leur ferait décrire des fpiralles, &c. 6c M. Newton cherche dans la prop. 4*. quelles feraient les courbes TM£ leuI décrites dans toutes fortes d'hypotèfcs de force centripète. XII. On voit par tout ce qu'on vient de dire que la circulation perpétuelle des planètes dans leur orbe, dépendoit de la proportion Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.62% accurate

3« PRINCIPES MATHÉMATIQUES entre la force centripète & la force projectile, & que ceux qui demandent pourquoi, lorsque les planètes font arrivées à leur périhélie, elles remontent à leur aphélie, ne connoissent pas cette proportion; car dans la plus haute apsidc, la force centripète surpasse la force centrifuge, puisqu'alors le corps s'approche du centre, &: dans l'apsidc la plus basse, la force centrifuge surpasse à son tour la force centripète, puisqu'en remontant le corps s'éloigne du centre, donc il falloit une certaine combinaison entre la force centripète & la force centrifuge, pour que ces forces se surpassassent alternativement l'une & l'autre, & qu'elles fussent aller perpétuellement le corps de l'apsidc la plus haute à la plus basse, & de la plus basse à la plus haute. On fait encore une objection sur la continuation des mouvemens célestes, tirée de la résistance qu'ils doivent éprouver dans le milieu dans lequel ils se meuvent. M. Newton a répondu à cette objection dans la Prop. 10. du Liv. 3. où il fait voir que la résistance des milieux diminue en raison de leurs poids &: de leur densité > or, il avoit fait voir dans le Scholie de la Prop. 11. Liv. 1. qu'à la hauteur de 100 milles au-dessus de la surface de la terre, l'air y est plus rare qu'à la surface dans la raison de 30000,0000000000003998 ou de 75000000030000 à 1. environ; d'où il conclut (Prop. 10. Liv. 3.) que supposant de cette densité le milieu dans lequel se meut Jupiter, cette planète parcourant en 30 jours 5 de ses demi diamètres, elle perdrait à peine en 1 000000 ans, par la résistance d'un tel milieu, la 1 000000^{me} partie de son mouvement. On voit donc que le milieu dans lequel se meuvent les planètes peut être si subtil, que sa résistance soit regardée comme nulle, & la proportionnalité observée constamment entre les aires & les tems, nous assure qu'en effet cette résistance est insensible. XIII. • * 1 a' sc. Puisqu'on a vu ci-dessus que la proportionnalité des tems & des aires que les planètes décrivent autour du Soleil, prouve qu'elles 1 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.94% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. » tendent à cet effet
comme à leur centre, & que la raison qui est entre leurs tems périodiques &
leurs distances, fait connoître que « n'enra leur * mouvement mal* cette
force agit en raison doublée inverse des distances; si les pla- y< ia réflhnet
netes qui font leur révolution autour du Soleil se trouvent envi- «eqœi di« 6
ronnées d'autres corps qui tournent autour d'elles, & qui fuivent dans leurs
révolutions ces mêmes proportions, il fera prouvé que ces corps révoluant
éprouvent une force centripète qui les porte vers ces planètes, & que cette
force décroît comme celle du Soleil en raison du carré de la distance. Nous
ne connoissons que trois planètes qui aient des corps révoluant autour
d'elles, Jupiter, la Terre & Saturne } on fait que les satellites de ces j
planètes décrivent autour d'elles des aires proportionnelles au tems, & que
par conséquent ils sont animés par une force qui tend vers ces planètes. X I
V. Jupiter &c Saturne ayant chacun plusieurs satellites dont on con- u
comparoit les tems périodiques & les distances, il est aisé de connoître si
« * & les tems de leur révolution autour de leur planète sont à leur dis-
tance dans la proportion découverte par Kepler } & les observations
font voir que les satellites de Jupiter & de Saturne observent aussi
* KCf cette féconde loi de Kepler en tournant autour de leur planète, &
Z^ii" que par conséquent la force centripète dans Jupiter & dans Satur- ^"!l
ne, décroît en raison inverse du carré de la distance des corps au bl* centre
de ces planètes. ;, •. • ' - ■• ?; f • - x'> ..v w.>'. . vi i.iVs i.adil ,J X V. La
terre n'ayant qu'un satellite, qui est la Lune, il paroît d'abord difficile de
connoître la proportion dans laquelle agit la force qui fait tourner la Lune
autour de la terre, puisqu'on manque pour cela de terme de comparaison.
M. Newton a trouvé le moyen d'y suppléer, & voici comment il y est
parvenu. r-^uu r Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.12% accurate

'4* PRINCIPES MATHÉMATIQUES Comment m. Tous les corps qui tombent icirbas parcourent , félon la progrefZ'°l fion découverte par Galilée , des efpace qui font comme les quarré* <*e la des. tems employés à tomber. mVpr'îor'rion4" On connoît la diftanc moyenne de la Lune à la terre qui eft de 60 demi diamètres de la terre en nombres ronds , & tous les corps d'ici bas font cenfés à un demi diamètre du centre de la terre ; donc fi la même force fait tomber les corps & circuler la Lune dan* fon orbite, & fi cette force décroît comme le quarré de la diftanc, elle doit agir 5600 fois plus fur les corps placés à la furface de la terre que fur la Lune , puifque la Lune eft 60 fois plus éloignée qu'eux du centre de la terre i on connoît l'orbe de la Lune puifqu'on connoît à préfent la mefure de la terre, on feait que la Lune employé 17 jours 7 heures 45 ' à parcourir cet orbe, on connoît par conféquent l'arc qu'elle parcourt en une minute i or par le Cor. 9. de la Prop. 4 on voit que l'arc décrit en un tems donné par un corps qui tourne d'un mouvement uniforme & avec une . force centripète donnée dans un cercle eft moyen proportionne! entre le diamètre de ce cercle &c la, ligne dont ce corps eft defeendu, vers le centre dans le même tems. Il eft vrai que la Lune ne décrit pas éxaétement un cercle autour de la terre » mais on peut le fuppofer dans le cas dont il s'agit fans erreur fenfible , & cette fuppoûtion faite, on trouve alors que la ligne qui exprime la quantité- dont la Lune eft tombée vers la terre en une minute par ia force centripète eft de quinze pieds en nombres ronds. Or la Lune , félon la progreflion de Galilée , parcoureroit dans le lieu où elle eft , j 600 fois moins d'efpace en une féconde qu'en une minute , & les corps qui font à la furface de la terre parcourent , félon les expériences des pendules qu'on doit à lA. Hugfuns, 1\$ pieds environ en une féconde, c'eft-à-dire, } 600 fois plus d'efpace que la Lune, donc la force qui. les fait tomber agit 3600 foi» plus fur eux que fur la Lune , ce qui eft précifément la proportion des quarrés de leurs diftances. On Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.94% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 41 On voit par cet exemple de quelle utilité est la mesure de la terre, car pour pouvoir comparer cette flèche qui exprime la quantité dont la Lune s'est approchée de la terre, à l'espace contemporain dont la pesanteur fait tomber les corps près de la surface de la terre dans le même temps, il faut avoir la distance absolue de la Lune à la terre, réduite en pieds, ainsi que la longueur du pendule, car il ne suffit pas dans ce cas d'avoir des rapports, mais il faut des grandeurs absolues. XVI. Jupiter, Saturne & notre Terre attirent donc les corps dans la même proportion que le Soleil les attire eux-mêmes, & l'induction ce, nous porte à conclure, que la gravité suit les mêmes proportions L^2 dans Mars, Vénus & Mercure : car partout ce que nous connaissons de ces trois planètes, elles nous paraissent des corps de la même espèce que la Terre, Jupiter & Saturne \ ainsi on peut conclure, avec beaucoup de vraisemblance, qu'elles ont la force attractive, & que cette force décroît comme le carré des distances* XVII. Puisqu'il est prouvé par les observations & par l'Induction que toutes les planètes ont la force attractive en raison inverse du carré des distances, & que par la féconde loi du mouvement l'action est toujours égale à la réaction, on doit conclure, avec M. Newton, que toutes les planètes gravitent les unes vers les autres. 1. De que) raiou» autres, & que de même que le Soleil attire les planètes, il est ré- nem«« tt.tttwmm a conclu la ciproquement attiré par elles; car puisque la Terre, Jupiter & Saturne agissent sur leurs satellites en raison inverse du carré des distances, il n'y a aucune raison qui puisse faire croire que cette action ne s'exerce pas à toutes les distances dans la même proportion; ainsi les planètes doivent s'attirer mutuellement, & on voit faiblement les effets de cette attraction mutuelle dans la conjonction de Jupiter & de Saturne. Tm IL t Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.77% accurate

4i PRINCIPES MATHÉMATIQUES XVIII. L'analogie nous portant à croire que les planètes fecondaires font en tout des corps de la même cfpece que leurs planètes principales, il eft trcs-vraifèmblable qu'elles ont auffi la force attractive, 6c que par conféquent elles attirent leur planète principale de même qu'elles en font attirées, 6c qu'elles s'attirent aofli mutuellement l'une l'autre , ce qui eft confirmé encore par l'attraction de la Lune fur la- terre, dont les effets deviennent fenfibls dans les marées & dans la preceffion des équinoxes , comme on le verra dans la fuite. On peut donc conclure que la force attractive appartient à tous les corps céleftes , 6c qu'elle agit dans tout notre fyftème planétaire félon là proportion doublée inverfc des diftanecs. X I X. Qaeiie eft i» Mais quelle eft la raifon qui fait tourner un corps autour d'un ^nee ETc4t autre î Pourquoi , par exemple , fi la Lune 6c la terre s'attirent réd^ue«itreT^ ciproquement en raifon inverfe du quarré de leurs diftanecs , la IrmaLSÎ terre n« tourac-t'elle pas autour de la Lune , au lieu de faire tourM' ner la Lune autour d'elle -, il faut certainement que la loi que fuit l'attraâion ne dépende pas feulement de la diftanec , 6c qu'il y entre quelque autre élément par lequel on puifle rendre raifon de cette détermination , car la diftance eft ici infuffifante , puisqu'elle eft la même pour l'un 6c l'autre globe, cette cauiè pa. Il eft aifé , en examinant les corps qui compofent notre fyftème «tu corps cemnj. planétaire , de foupçonner que cette loi eft celle des malles -, le Soleil autour duquel tournent tous les corps céleftes nous paroît beaucoup plus gros qu'aucun d'eux , Saturne 6c Jupiter font beaucoup plus gros que leurs Cuellites, 6c notre terre l'eftplus que la Lune qui tourne autour d'elle. Mais pour s'en Or , comme la groifeur 6c la mafte (ont deux chofes différentes, s.Tortr , il 61- „ />»»t i • x « <t n r • i • > i îoit connoitre ie< pour être allure que la gravite des corps céleftes luit la loi des martel de» difR- 1 ' » • j a rr» rema piunct. mattes , il etoit donc nccellaire de connoitre ces nyafles.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.63% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 4) Mais comment connoître la masse des différentes planètes , c'est ce que la théorie de M. Newton nous apprend. X X. Voici le chemin qu'il a suivi pour parvenir à cette découverte. Puisque l'attraction de tous les corps célestes sur les corps qui les environnent suit la proportion inverse du carré des distances , il est bien vraisemblable que les parties dont ils sont composés s'attirent dans la même proportion. La force attractive totale d'une planète est composée de la somme que M. Newton appelle la force attractive de ses parties & car si l'on conçoit que plusieurs petites planètes s'unissent pour en former une grosse , la force de cette grosse planète fera composée des forces de toutes ces petites planètes , & M. Newton a prouvé dans les Prop. 74 , 75 & 76. que si les particules dont une sphère est composée s'attirent mutuellement en raison inverse du carré des distances, ces sphères entières attireront les corps qui leur sont extérieurs , à quelque distance qu'ils soient placés , dans cette même raison inverse du carré de leurs distances -, & de toutes les lois d'attraction examinées par M. Newton , il n'a trouvé que celle en raison inverse du carré des distances, & celle qui suivroit la raison de la simple distance dans lesquelles les sphères entières attirent les corps qui leur sont extérieurs «dans la même raison que leurs parties s'attirent l'une: l'autre» On voit par-là la force du raisonnement qui a fait conclure à M. Newton (Cor. 3. Prop. 74.) que puisqu'il est prouvé d'un côté par la théorie, que lorsque les particules d'une sphère s'attirent réciproquement dans la raison inverse du carré des distances , la sphère entière attire les corps extérieurs dans la même raison & que de l'autre les observations font voir que les corps célestes attirent dans cette proportion les corps qui leur sont extérieurs : il est bien simple de conclure que les parties dont les corps célestes sont composés s'attirent réciproquement dans cette même raison. '

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.11% accurate

44 PRINCIPES MATHÉMATIQUES JJ * M- Nwon cherche dans la Prop. 8. du Liv. 3. ce que peferoie poids au même [c même corps fur les différentes plaates, & il le trouve en faicorw iur Itt dit- 1 1 àé^jTdIIac? ^ant U^C du Cor' z' ^C la Pr°P" 4* ^anS ,cclucl ^ a fait voir que les poids des corps égaux qui circulent dans des cercles, font comme les diamètres de ces cercles diredement, &: comme le quarrâ de leurs tems périodiques inverfement \$ donc connoiffant les tems périodiques de Venus autour du Soleil, des fatellites de Jupiter autour de cette planète , des Lunes de Saturne autour de Saturne, & de la Lune autour de la Terre, & la diftance de ces corps aux centres autour defquels ils tournent j & fuppofant que ces corps décrivent des cercles dans leur révolution , ce qui peut fe fuppofer dans le cas dont il s'agit , on trouve quel feroit le poids du meme corps tranfporté fucccffiivement à la même diftance du centre du Soleil, de Jupiter , de Saturne & de la Terre. Et ii afaitvo>r Le poids du même corps Air les différentes planètes , à égale diftance de leur centre , étant connu, M. Newton en conclut la quan^onndi/lui titc de matière que chacune d'elles contient , car l'attraction défrj! £ i« dTf! pendant de la maûe & de la diftance , à égale diftance les forces ^teSSe attractives font comme les quantités de matière des corps qui attirent ; donc les mafles des différentes planètes font comme les poids du même corps fupposé à égale diftance de leurs centres. X X I. D'oc i) a tiré On peut connoître par le même moyen la denfité du Soleil &c des planètes qui ont des fatellites , c'eft-à-dire , la proportion qui eft entre leur diamètre & la quantité de matière qu'elles contiennent , car M. Newton (Prop. yi. Liv. 1.) a prouvé que les poids des corps égaux placés fur les fufaces des iphères homogènes Se inégales , font comme les diamètres de ces fphères ; donc fi ces fphères étoient hétérogènes & égales , les poids des corps à leurs fufaces feroient comme leur dcnlité, en fuppofant qu'il n'entre dans la loi d'attraction que la diftance & la malle du corps attirant i donc aux fufaces des fphères hétérogènes & inégales , les

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 4y poids des corps égaux
feront en raifon compofée de la denfité de ces fphercs & de leur diamètre ;
donc les denfités feront comme les poids des corps divifés par les
diamètres. .. XXII. On connoît par-là que les plus petites planètes font les
plus l« pi**** z les plu? r>cutci c^c denfes, ôc qu'elles font placées le plus
près du Soleil ; car on vû i« pj,, dent.. mnt les plus voldans k Chap. I. où
Ton a donné toutes les proportions de notre fines du soidi. fyftême , que la
terre qui eft plus petite & plus près du Soleil que Jupiter & Saturne, eft plus
denfe que ces planètes. XXIII. M. Newton tire de-là la raifon de
l'arrangement des corps céleftes (Q«ne w de notre fyftêmc planétaire, qui
eft tel que le requérait la denfité hñn^m."1 de leur matière , afin que chacun
fut plus ou moins échauffé du Soleil à proportion de fa denfité & de fon
éloignement ; car on fçait que plus un corps eft denfc, & plus il s'échauffe
difficilement , d'où M. Newton conclut que la matière de Mercure doit être
fept fois plus denfc que celle de la terre , afin que la végétation puiûe y
avoir lieu ; car on fçait que l'illumination à laquelle, toutes chofes égales, la
chaleur eft proportionnelle, eft comme le quarré des approchemens : or , on
connoît la proportion de la diftance de Mercure & de la Terre au Soleil , &
par cette proportion on fçait que Mercure eft fept fois plus éclairé & par
conféquent fept fois plus échauffé que la Terre -, &: M. Newton dit avoir
trouvé par fes expériences que la chaleur de notre été , augmentée fept fois ,
fait bouillir l'eau s donc fi la terre étoit placée où eft Mercure, toute notre
eau s'évaporerait : û elle l'étoit où eft Saturne, elle ferait toujours gelée,
dans l'un & l'autre cas toute végétation ccflerait, oc tout le genre animal
périrait. XXIV. On Toit qu'il n'y a que les planètes qui ont des fatellitej dont
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.39% accurate

4* PRINCIPES MATHÉMATIQUES wJtns\!cTc't On puiff^oc
conûôître ,a maff*c & la denfité , puifque pour y parvenir , t,u,,!Vx truiés il
faut comparer entr'eux les tems des révolutions des corps qui pU:wî qui unt
41 <«« :i.«.-i;ie» tournent autour de ces planètes, il faut cependant en
excepter la il faut «per- r r iiam en c«fKta Lune dont je parlerai dans la
fuite. b Lu:H\ - ? ' XXV. ; zuig .-•), . .1 .-. rnit:<!"*\ = «ri* -i . » » ! .;. - *?j
. ; , ; ontort^-ià La maffe des planètes étant connue , on voit que les corps
qui ;:1 Ht ic tertre ont moins de mafle tournent autour de ceux qui en ont
plus, & ■ que plus un corps a de mafle , plus il a de force attractive, toutes
choses égales ; ainfi toutes les planètes tournent autour du Soleil parce que
le Soleil a beaucoup plus de mafle qu'aucune planète , car la maffe du Soleil
eft à celles de Jupiter & de Saturne , à peu près comme i à 1 100 , & 3000
refpc&ivement * donc ces deux planètes étant celles de notre fyftême qui
ont le plus de mafle , il fuit que le folcil doit être le centre des mouve-
ments de notre fyftême. v XXVI. Si l'attraction fc proportionne aux mafles,
l'altération caufée JI^T r», *TM par l'aftion de Jupiter fur l'orbe de Saturne
dans leur conjonction doit être beaucoup plus grande que celle qui eft caufée
alors 4c iwiinufiLi. dans l'orbe de Jupiter par l'action de Saturne, puifque
Jupiter a. beaucoup plus de maffe que Saturne , & c'eft auffi ce qui arrive -,
l'altération de l'orbe de Jupiter dans fa conjonction avec Saturne» quoique
fenfible, eft cependant beaucoup moindre que celle qu'on remarque dans
l'orbe de Saturne. XXVII. Mais fi l'effet de l'attraction , ou le chemin que
fait le corps a*» tiré , dépend de la maffe du corps attirant , pourquoi ne
dépendrait-il pas auffi de la mafle du corps attiré, c'eil ce qui mérite alli**
renient qu'on l'examine. On fçait que tous les corps d'ici-bas tombent
également vite vttis la terre , quand on ôte la réfiftance de l'air i car dans la
macliine Digitized by LaOOQle

The text on this page is estimated to be only 23.35% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 47 de BoyU , quand on en a pompé l'air , de l'or &c des plumes arrivent en même tems au fond. M. Newton a confirmé cette expérience par une autre où les r«*.M.Ur.i. &Prop.6.Liv j. plus petites différences deviennent fenfibles , même à la groffiereté de nos organes ; il rapporte qu'il a fait pluficurs pendules de madère très-différente , comme d'eau , de bois , d'or , de verre , &rc& que les ayant fufpendus à des fils d'égale longueur , ils ont fait des ofcillations fenûblemeat yfochrones pendant un très-long tems. * XXVIII. Il cft donc hors de doute que la force attraûive de notre terre i/mnafanf proportionne aux fe proportionne à la maûc des corps qu'elle attire, fie qu'à la même man«fam égard diftance elle dépend uniquement de leur malle, c'eft-à-dirc, de l'efoécéd«corp» leur quantité de matière. Ainfi fi on fuppofoit les corps d'ici-bas tranfportés à l'orbe de la Lune , puifqu'on a prouvé ci-deflus que la même force agit fur la Lune & fur ces corps & qu'elle décroît comme le quarré des diftances , les diftanecs alors étant égales , il fuit qu'en fuppofant que la Lune perdit fon mouvement projectile , ces corps fie le globe de la Lune arriveroient en même tems à « la furface de la terre & parcoureroient les mêmes cipaces , en fuppofant la réfltauce de l'air nulle. XXIX. La même chofe eft prouvée pour les planètes qui ont des faillites telles que Jupiter & Saturne. Si l'on fuppofoit que les fatelluûs de Jupiter, par exemple, fuûient tous placés à la même diftanec du centre de cette planète, & qu'ils ruûent tous privés de leurs, fixes; projectiles, ils tomber oient mus vers elle, fie arriveroient à la furface dans le même tems. Cette propofiiion eft une fuite de la proportion qui eft entre les diftances des faceilites 6c les tems de leurs révolutions, •1 .XX X* j On prouve de même* pat fctfraifon qui eft entre les tems^périodiqués Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.22% accurate

41 PRINCIPES MATHÉMATIQUES & les distances des planètes principales au Soleil , que cet astr* agit sur chacune d'elles proportionnellement à sa masse , car à des distances égales leurs tems périodiques feraient égaux, & si dans cette supposition les planètes perdoient toutes leur force projectile, elles arriveroient toutes en même tems au Soleil j donc le Soleil attire chaque planète en raison directe de sa masse. X XXL La régularité de l'orbe des satellites de Jupiter autour de cette planète est encore une preuve de cette vérité , car M. Newton a prouvé, Prop. 6 s. Cor. 5. que lorsqu'un système de corps se meut dans des cercles ou dans des courbes régulières, il faut que ces corps n'éprouvent d'action sensible que de la force attractive qui leur fait décrire ces courbes •> or les satellites de Jupiter décrivent autour de cette planète des orbites circulaires sensiblement réguliers & concentriques à cette planète , les distances des satellites à Jupiter , & celle de Jupiter lui-même , au Soleil doivent être regardées comme égales , vu la petite proportion qui est entre les différences de leurs distances & la distance totale ; donc si quelqu'un ♦ des satellites de Jupiter, ou Jupiter lui-même, étoit plus attiré par le Soleil qu'un autre satellite à raison de sa masse, alors cette attraction plus forte du Soleil dérangerait l'orbe de ce Satellite i & M. Newton dit » Prop. 6. Lrv. j . que si cette action du Soleil sur un des satellites de Jupiter étoit plus ou moins grande à raison de sa masse , que celle qu'il exerce sur Jupiter à raison de la pesanteur seulement d'un millièbre de sa gravité totale, la distance du centre de l'orbe de ce satellite au Soleil , feroit plus ou moins grande que la distance du centre de Jupiter au Soleil , de sa distance totale , c'est-à-dire, de la cinquième partie de la distance du satellite le plus éloigné de Jupiter à Jupiter , ce qui rendrait son orbe sensiblement excentrique ; donc puisque ces orbites sont sensiblement concentriques à Jupiter, les gravités accélératrices du Soleil Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.49% accurate

DE 1A PHILOSOPHIE NATURELLE. 49 Soleil fur Jupiter & fur
Tes fatellites font comme leur quantité de matière. On peut faire le même
raisonnement fur Saturne & fur Tes fatellites dont les orbes font
sensiblement concentriques à Saturne. les expériences & les observations
nous portent donc à conclure que l'attraction des corps célestes est
proportionnelle aux masses, tant dans le corps attirant que dans le corps
attiré ; que c'est la masse qui détermine un corps à tourner autour d'un autre ;
qu'on peut considérer indifféremment tout corps comme attirant & comme
attiré ; qu'enfin l'attraction est toujours réciproque entre deux corps, & que
c'est la proportion qui est entre leurs masses qui décide de cette double
attraction peut être sensible. XXXII. L'attraction a encore une propriété,
c'est d'agir également sur les corps en mouvement & sur les
corps en repos, & de produire communément, des accélérations égales en
temps égaux, d'où il suit que (on action est continue & uniforme.
C'est ce que prouve la manière dont la gravité accélère les
corps qui tombent ici-bas, & ce qui suit du mouvement des planètes
qui ne font, comme nous l'avons fait voir, que de plus grands projectiles,
mais toujours fournis aux mêmes loix. XXXIII. Puisque la proportion qui
est entre les masses des corps qui s'attirent décide du chemin que l'un fait
vers l'autre, on voit que le Soleil ayant beaucoup plus de masse que les
planètes, l'attraction qu'elles exercent sur lui ne doit pas être sensible.
Cependant l'attraction des planètes sur le Soleil, quoique trop peu
considérable pour être sensible, n'est cependant pas nulle & en
la considérant, on voit que le centre autour duquel chaque planète
tourne n'est pas le centre du Soleil, mais le point où se trouve placé le
centre commun de gravité du Soleil & de l'autre dont on considère la
II, g meurent, & qu'il est en repos. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.12% accurate

4 ro PRINCIPES MATHÉMATIQUES révolution. Ainli, comme on a vu dans le Chapitre I. §. 19. que la matière du Soleil est à celle de Jupiter, par exemple, comme 1 * $\frac{1}{1000000}$ & 'a distance de Jupiter au Soleil étant au demi diamètre du Soleil dans une raison un peu plus grande, il suit que le centre commun de gravité de Jupiter & du Soleil tombe dans un point fort près de la surface du Soleil. Par le même raisonnement on trouve que le centre de gravité de Saturne & du Soleil tombe dans la surface du Soleil, & en erreur. u. Lir. j. faisant le même calcul pour toutes les planètes, M. Newton dit, que si la terre & toutes les autres planètes étoient placées du même côté, le centre commun de gravité du Soleil & de toutes les planètes feroit à peine éloigné du centre du Soleil d'un de ses diamètres. Car bien qu'on ne connoisse pas la masse de Vénus, de Mercure ni de Mars, cependant comme ces planètes sont beaucoup plus petites que Saturne & que Jupiter, qui ont elles-mêmes infiniment moins de masse que le Soleil, on peut conclure que leur masse ne dérange pas cette proportion. XXXIV. c'est-à-dire C'est autour de ce centre commun de gravité que les planètes Je f ui c'est-à-dire si-Mir du centre tournent, & le Soleil lui-même oscille autour de ce centre coravTMo»My(- tiun de gravité selon les proportions de l'attraction des planètes $\frac{1}{1000000}$ *, -unfuuc. $\frac{1}{1000000}$ ju- $c > c^2$ miproprcmnt qUC lorfqu'on considère le mouvement de deux corps dont l'un tourne autour de l'autre, on regarde le corps central comme fixe. Les deux corps, c'est-à-dire, le corps central & celui qui tourne autour de lui, tournent tous deux autour de leur centre de gravité commun, mais le chemin qu'ils font autour de ce centre de gravité étant en raison réciproque de leur masse, la courbe que décrit le corps qui a beaucoup plus de masse est presque insensible : c'est pourquoi l'on ne considère que la courbe décrite par le corps dont la révolution est sensible, & on néglige ce petit mouvement du corps central qu'on regarde comme fixe. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.70% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, ji XXXV. La Terre & la Lune tournent donc autour de leur centre commun de gravité , & ce centre tourne lui-même autour du centre de gravité de la Terre & du Soleil. Il en est de même de Jupiter & de ses Lunes , de Saturne & de ses satellites , Se enfin du Soleil & de toutes les planètes. Ainsi le Soleil , selon les différentes positions des planètes , doit se mouvoir successivement de tous les côtés autour du commun centre de gravité de notre système planétaire. » XXXVI. Ce commun centre de gravité est en repos. Car les différentes parallèles de ce système répondent toujours aux mêmes étoiles fixes ; or , si le centre n'étoit pas en repos , & qu'il se mouvit uniformément en ligne droite , on auroit remarqué , depuis le tems qu'on observe , des changemens dans les rapports des différentes parties de notre système planétaire aux étoiles fixes ; or, comme on n'y remarque aucun changement , on doit en conclure que le centre commun de gravité de notre système planétaire est en repos. Ce centre est le point dans lequel tous les corps qui composent notre système planétaire viendroient se réunir s'ils perdoient leur mouvement projectile. Le centre de gravité de notre système planétaire étant en repos, Ainsi le centre du Soleil ne peut être ce centre commun de gravité, puisqu'il n'est point le point dans lequel tous les corps qui composent notre système planétaire viendroient se réunir s'ils perdoient leur mouvement projectile. Le centre de gravité de notre système planétaire étant en repos, Ainsi le centre du Soleil ne peut être ce centre commun de gravité, puisqu'il n'est point le point dans lequel tous les corps qui composent notre système planétaire viendroient se réunir s'ils perdoient leur mouvement projectile. Le centre de gravité de notre système planétaire étant en repos, Ainsi le centre du Soleil ne peut être ce centre commun de gravité, puisqu'il n'est point le point dans lequel tous les corps qui composent notre système planétaire viendroient se réunir s'ils perdoient leur mouvement projectile. XXXVII. Puisque l'attraction se proportionne à la masse du corps attirant , & à celle du corps attiré , on en doit conclure qu'elle appartient à chaque partie de la matière, & que toutes les parties dont

• • g M Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.67% accurate

5i PRINCIPES MATHÉMATIQUES $pamLn^{*}[haqw$ un corPs $c^{^}$
composé s'attirent mutuellement : car si l'attraction mutuelle n'appartient
pas à chaque partie de la matière , elle ne fuivroit pas la raison des masses.
XXXVII. Cette Proposition de l'attraction , d'être
proportionnelle aux masses, «aiond»cl[^] fournit une réponse à l'objection
qu'on a coutume de faire contre l'attraction mutuelle des
corps. Si tous les corps ont cette propriété de s'attirer mutuellement ,
pourquoi , dit-on , ne s'aperçoit-on pas de l'attraction qu'ils exercent ici-bas
les uns sur les autres ? mais on sent aisément que l'attraction étant
proportionnelle aux masses des corps qui s'attirent, l'attraction que la terre
exerce sur les corps d'ici-bas , est beaucoup plus forte que celle qu'ils
exercent mutuellement les uns sur les autres , & : que par conséquent ces
attractions partielles sont absorbées & rendues insensibles par celle de la
terre. XXXIX. Faut-il dire Les Académiciens qui ont été mesurer un
degré du méridien au Pérou » ont cru
s'apercevoir que l'attraction de la montagne de Puy de Puy de la Caille
» la Plus haute » connotite , causoit une déviation »Ç«. sensible dans le
fil à plomb ; & il est certain , par la théorie , que l'attraction de cette
montagne doit faire un effet sur le fil & sur tous les corps : mais il relie à
savoir si la quantité de la déviation observée, est celle qui doit résulter de la
hauteur de la montagne. Car outre que ces observations ne donnent pas
exactly la quantité de la déviation , à cause des erreurs inévitables dans
la pratique , il y a encore cet inconvénient que la théorie ne donne pas de
moyen d'appréhender exactly la quantité dont cette déviation doit être , parce
qu'on ignore la figure totale de la montagne , sa densité , &c. XL. La même
raison qui empêche qu'on ne s'aperçoive des attractions des corps d'ici-bas,
fait que les attractions mutuelles des corps Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.57% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. îf céleftes font très-
rarement fenfibles. Car l'attraction beaucoup plus puiflante que le Soleil
exerce fur eux , empêche cette attraction mutuelle de paraître. Il y a
cependant des cas où l'on s'en apperçoit , comme dans la conjonction de
Saturne & de Jupiter qui dérangent alors réciproquement d'une manière
fcufible leurs orbes , pareeque l'attraction de ces deux planètes eft trop forte
pour être abforbée par celle du Soleil. X L I. A l'égard des attractions
fenfibles de quelques corps d'ici-bas , x«»«Ti«ions telles que celles de
l'aiman &: de l'élc&ricité , elles lui vent d'autres iviwvùjr- «m loix, & ont
vrairemblablement d'autres caufes que l'attraction uni TMm" • & ne(i?. * • •
ww P"* 10 m'~ vcrlelle de la matière dont on parle ici. »« proportion» que
l'iitra ion M. Newton a prouvé Prop. 66. que les attractions mutuelles de
onàvwfcnc 4a deux corps qui tournent autour d'un troifième, troublent
moins la régularité de leurs mouvemens lorfque le corps autour duquel ils
tournent eft mû par leurs attractions , que s'il étoit en repos } ainlt le peu
d'altération qu'on remarque dans le mouvement des planètes , eft encore une
preuve de la mutualité de l'attraction. X L I I. " ' Les aphélies des planètes,
ainfi que leurs noeuds, & les plans rnp.i^v^: dans lefquels elles (è meuvent
(ont en repos , en faifant abstraction u». t. de l'action des planètes les unes
fur les autres. pun«« fo« en Mars , Vénus , Mercure & la Terre étant de très-
petites planètes , îQ^iiet «cep. elles ne caufent aucune altération fenfible
dans leurs mouvemens î^,, '0i°« rcfpeaifs : ainû leurs aphélies & leurs
noeuds ne peuvent être déran- K"u^w"" ges que par l'action de Jupiter & de
Saturne. M. Newton conclut 4 de fa théorie que par cette caufe , les aphélies
de ces quatre planètes fe meuvent un peu en conféquence par rapport aux
étoiles fixes, te il prétend que ces mouvemens fuivent la proportion
fcfquiplée des diftances de -ces planètes au Soleil \ d'où il tire , Prop. 14.
Liv. j. qu'en fupposant que l'aphélie de Mars, dans lequel ce mouvement
Digitized by Google

54 PRINCIPES MATHÉMATIQUES est plus sensible, fait en cent ans ' 10 " en conséquence , les aphélies de la Terre , de Vénus & : de Mercure feront 17 ' 40" , 10 ' 5 " , & : 4' 16 " respectivement dans le même tems. Suivant M. Newton les aphélies allant en conséquence, les nœuds rétrogradent , & ■ en supposant le plan de l'écliptique en repos , il dit que cette régression est au progrès de l'aphélie dans un orbe quelconque, comme 10 à 11 à peu près, (c) A l'égard de Jupiter & de Saturne , ils dérangent l'un l'autre à tout moment le mouvement de leurs aphélies, mais il en résulte cependant un mouvement dans le même sens , dont M. Newton n'a point assigné la proportion. XLII. On ne peut pas « On néglige ces mouvemens insensibles des aphélies & des nœuds ; - L'union dont _ Hume (vict. I qui font si peu remarquables, que même plusieurs Astronomes en ont douté, non » ; r \ / ^ , , . coïncident MH jjs. nient exister , év on regarde les apheles , ainsi que les nœuds des Planètes * u planètes , comme en repos ; d'où il suit une nouvelle preuve de ce « il est si facile que la gravité qui agit sur elles soit la proportion inverse doublée par rapport à celle que l'on trouve pour les autres corps célestes. Car M. Newton a remarqué, Cor. 1. Prop. 45. que la force centrifuge des anneaux est proportionnelle à la force centripète selon la proportion doublée pour s'approcher de la triplée , seulement d'une 60^e partie , les apheles avanceroient au moins de trois degrés dans une ■ - " ° ? ' 1 . '-* » j : ■ • te- • • ! révolution ; donc, puisque le mouvement des apheles, si elles se meuvent , est presque insensible, la gravité suit sensiblement la proportion doublée inverse des distances. XLIV. Les planètes ont encore un mouvement dont je n'ai point parlé dans ce Chapitre , parce qu'il ne paroît pas dépendre de leur gravité , c'est leur rotation sur leur axe. On a vu dans le Chapitre I. qu'on n'est assuré de cette rotation que pour le Soleil , la Terre , Mars , Jupiter & Vénus , & : que les autres Planètes n'en ont aucune. édition de 1771. ; > r ^ , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.39% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. jf Aftronomcs ne font pas même encore d'accord fur le tems de la Onnccowwh point la caule ni révolution de cette dernière planète fur elle-même, bien qu'ils lanifondumou. » ornent nxatoir* conviennent tous queue y tourne. Mais quoiqu'on n'ait pas en- <i« ptonoo. core pû s'affurer par les oblèrvations que Mercure , Saturne & les fatcllites de Jupiter 6c de Saturne tournent fur leur centre , il cft bien vraifemblable , par l'uniformité que la nature obferve dans (es opérations , que ces planètes ont auffi ce mouvement de rotation autour de leur axe , & que tous les corps céleftes de notre fyftcmc éprouvent cette révolution. Ce mouvement des planètes autour de leur axe cft le féal des mouvemens céleftes qui foit uniforme ; ce mouvement , comme je Ta» dit, ne paroît pas dépendre de leur gravité, & l'on n'en connoît point encore la caufe. X L V. " La gravite mutuelle des parties qui compofent les planètes les La gravera, empêche de fc diffiper par cette rotation: car on feait que tout îi 'consent ; les p lanctc s les corps mû en rond acquiert une force centrifuge par laquelle il tend «npw* de rB à s'éloigner du centre de fa révolution } ainfi fans la gravité mu- n'iX^1"*' tacle des parties de la matière , la rotation des planètes devroic diffiper leurs parties. Car fi la gravité d'une partie quelconque de la furface d'un corps qni tourne ctoit détruite , cette partie ; au lieu de tourner avec le corps, s'échapperoit par la tangente ; donc fi la gravité ne s'oppofoit pas à l'effort de la forte centrifuge que les parties des corps céleftes acquièrent en tournant fur leur axe , cette force féparcroit leurs parties. X L V I. Si cette tendance des parties des corps céleftes , les unes vers les autres , s'oppofe à l'effet de la force centrifuge , cUe ne la détruit pas , & l'effet que produit cette force eft de rendre inégaux les diamètres des corps révoluans fuppoftB fluides. Car les planètes étant ccmpofés de maticic dont les parties tendent -également vert leur Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.90% accurate

S6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES centre à égale distance, elles feroient sphériques si elles croient en le mouvement rectiligne. Mais le mouvement rotatoire fait que leurs parties tendent par r^2 vers leur force centrifuge, à s'éloigner de leur centre avec d'autant plus de violence. de sorte que les parties les plus près de l'équateur de la sphère révolante : car on fait par la théorie des forces centrifuges, que cette force, en supposant les temps égaux, augmente en même raison que le rayon du cercle que le corps décrit ; donc, en supposant fluide la matière dont les corps célestes sont composés, la rotation augmentera le diamètre de leur équateur, & diminuera par conséquent celui de leurs pôles. XLVII. On s'aperçoit, par le moyen des télescopes, de cette différence des diamètres dans Jupiter, & on en a déterminé la quantité pour la terre par la mesure des degrés. m. N^o 10. » On voit dans ce Chapitre suivant comment M. Newton s'y est appliqué pour déduire la figure de la terre de sa théorie, & ce que les observations ont enseigné sur cette matière. CHAPITRE TROISIÈME. De la détermination de la figure de la Terre, selon les principes de M. Newton. u face cm. Puisque la force centrifuge des corps qui circulent augmente $\propto r$ en raison du cercle décrit lorsque le temps de la révolution est le même, le mouvement rotatoire doit élever les régions de l'équateur. Car en supposant que la terre ait été sphérique & composée de matière homogène & fluide, avant d'avoir acquis le mouvement rotatoire, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.08% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. j7 rotatoirc , il faut , afin que la matière qui la compofe conférée foit équilibre dans cette rotation , & que la Forme de la terre foit conf- * tante , que la colonne dont la pefanteur eft diminuée par la force centrifuge , foit plus longue que celle dont la force centrifuge n'a point altéré la pefanteur : ainfi l'axe^{dc} la terre, qui pafle par fon équateur , doit être plus grand que celui qui pafle par fes pôles. I I. M. Newton , dans la Prop. i p. de fon troifième Livre , a déterminé MM*>&t <u • lut* fat W ton poilï la quantité dont la colonne de 1 cquatcur doit être plus longue que 6got* celle de l'axe , en fuppofant comme dans tout le refte de fon Ouvrage , que la gravité qu'éprouvent les corps d'ici-bas n'eft autre ebofe que le réfultat des attractions de toutes les particules dont eft compoféc la terre qu'il regarde comme homogène. Il employé pour données dans ce Problème, i°. la grandeur du rayon de la terre prife d'abord pour fphérique, & déterminé par M. Picard de 196 1 5800. i«. la longueur du pendule qui bat les fécondes à la latitude de Paris, laquelle eft de \$ pieds 8 \ lignes. H eft prouvé par la théorie des ofcillations , & par cette mefure du pendule à fécondes, qu'un corps à la latitude de Paris parcourt dans une féconde 2,174 lignes, en faifant la correftion néceflaire pour la réfiftanec de l'air. Un corps qui fait fa révolution dans un cercle .à la diftance de \)6i 5 800 pieds du centre , qui eft le demi diamètre de la terre , en iJ h 5*' 4", qui eft le tems exa& de fa révolution diurne, parcourten une féconde, en fuppofant fon. mouvement uniforme, un arc de 143 j , 46 pieds, dont le finus verfe eft, o, o 51^655 pieds, ou 7 , \$4064 lignes ; donc la force qui fait defeendre les graves à la latitude de Paris, eft à la force centrifuge que les corps acquièrent à l'équateur par la rotation de la terre, comme 1174 à 7 , 54CS4. Ajoutant donc à la force de la gravité qui fait defeendre les graves à la latitude de Paris » ce que la force centrifuge diminue de cette force à cette latitude , afin d'avoir la force entière qui porte les Tome // * h Digitized by LiOOQle

The text on this page is estimated to be only 24.96% accurate

t 5* PRINCIPES MATHÉMATIQUES graves^ers Itf centre de la terre à la latitude de Paris , M. Newton * prouve que cette force totale est à la force centrifuge sous l'équateur, comme 189 à 1 , en sorte que (bus l'équateur la force centrifuge diminue la force centripète de M. Newton a donné dans la P<fpp< y 1 . Cor. x. la proportion qui est entre l'attraction exercée par un sphéroïde sur un corpuscule placé sur le prolongement de son axe , & celle qui ferait exercée sur le même corpuscule par une sphère dont le diamètre (croit le petit axe du (sphéroïde. Employant donc cette proportion , & supposant la terre homogène &c privée de tout mouvement , il trouve (Prop. 19. Liv. 3 .) que si sa forme est celle d'un sphéroïde dont le petit axe soit au grand comme 100 à 1 ou 1 , la gravité au pôle de ce sphéroïde doit être à la gravité au pôle d'une sphère décrite sur le petit axe du sphéroïde , comme 1 x6 à 1 1 j. Par la même raison , imaginant un sphéroïde dont le rayon de l'équateur ferait l'axe de révolution , la gravité à l'équateur , qui ferait alors le pôle de ce nouveau sphéroïde. ferait à la gravité de la sphère à ce même point, cette sphère étant supposée avoir le même axe de révolution, comme 115 4 1x6. M. Newton suppose ensuite que la moyenne proportionnelle entre ces deux gravités , exprime la gravité des parties de la terre au même lieu , c'est-à-dire , à l'équateur , & qu'ainsi la gravité des parties de la terre à l'équateur est au même lieu à la gravité^ des parties de la sphère qui aurait le même axe de révolution , comme 1 1 5 \ à 1 x6 i & en employant ce qu'il a démontré prop. 7x. que les sphères homogènes attirent à leur surface en raison directe de leurs rayons , il conclut que les attractions qu'exerce la terre au pôle &c à l'équateur dans la (supposition du sphéroïde précédent, sont en raison composée de 116 à 115 , 1x6 à nj & 100 à tôt , c'est-à-dire, comme jox à joo. Mais il avait démontré , Cor. j. P/op. 91. que si on suppose le corpuscule placé dans l'intérieur du sphéroïde , il fera alors attiré en raison de la. ûmple distance au centre j donc les gravités , dans Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.32% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. J9 les deux colonnes
répondantes à l'équateur & au pôle , feront comme les diftances au. centre
des corps qui y (ont placés * donc, en fupposant ces colonnes ou canaux
communiquans partagés par des plans tranfverfaux qui paffent à des
diftances proportionnelles à ces canaux , les poids de chacune des parties
dans l'un de ces canaux feront aux poids de chacune des parties dans l'autre
canal, comme les grandeurs de ces canaux ; & par conféquent[^]ecs poids
feront entr'eux comme chacune de ces parties, & comme leurs gravités
accélétrices conjointement, c'eft-à-dire, fc>mme loi à 100, &c comme joo
à joi , c'eft dire comme 505 à 501 ; donc fi la force centrifuge d'une partie
quelconque dans le canal qui paffè par l'équateur, eft au poids abfolu de la
même partie comme 4 ' à 505 , c'eft-à-dire , fi la force centrifuge ôte du
poids d'une partie quelconque dans la colonne qui pane par l'équateur ^
parties , les poids de chacune des parties de l'un Se de l'autre canal
deviendront égaux, & le fluide fera en équilibre. Mais on vient de voir que
la force centrifuge d'une partie quelconque fous l'équateur de la terre eft à
fon poids comme 1 à 189 , & non pas comme 4 à joy > il faut donc prendre
pour les axes un autre rapport que celui de 100 à 101 , & en prendre un tel,
qu'il en réfulte que la force centrifuge fous l'équateur ne foit que la 189*
partie de la gravité. Or , c'eft ce qu'une fimple régie de trois donne tout de
fuite : car fi le rapport de 100 à 101 dans les axes a donné celui de 4 à 505
«Vdc1 u "«« pour la proportion de la force centrifuge à la gravité, il eft clair
**' *i0' qu'il faudra celui de 119 à 130 pour donner le rapport 1 à 189 de la
force centrifuge à la gravité. 1 I I. D'où 11 a tonCelle concluôn de M.
N*wton, c'eû-à-dke', la quantité de v»v»ùfc. l'applatiflément qu'il a
déterminé, eft fondée fur fon principe de JEÎ&*S la gravité mutuelle des
parties de la matière : mais l'aplariflément rie,er«£'a réfultcroit toujours de
là théorie des fluides 6c de celle des forces Steîf«S.5«î centrifuges, quand
même on n'admeœrpit pas les découvertes de ?c"iî^*fiw h i) *Ab ptame'
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.27% accurate

60 PRINCIPES MATHÉMATIQUES M. Newton fut la pefantcur , à moins qu'on ne fit des hypothefes bien peu vraifcmblables fur la gravité primitive. 1 V. * Malgré l'autorité de M. Newton, Se quoique M. Hugfuns fut arrivé à la même conclufion de l'aplatiflément en prenant une autre hypothéfc de pefantcur que celle de M. Newton; quoique d'ailleurs les expériences faites fiir les pendules dans les différentes régions de la terre cuiïent toutes donné la diminution de la pefantcur vers requateur , & favorifé par conféquent l'aplatiflément des pôles i mSi^îrif«m on ^ait aflrez °»uc Ics mcfures Prifcs en Fr»ncc , & qui donnoient les j>«"dudow ifiH d^r" P^us Pctits en a^ant vers lc nord » avoient jetté du- doute fur n fir«c de u]a figure de la terre. On faifoit des hypothéfes fur la pefanteur primitive qui donnoient à la terre , fuppofée en repos, une forme dent l'altération s'accordoit avec la théorie des forces centrifuges , & avec la figure allongée vers les pôles qui réfultoît desmefures actuelles. * Car cette grande queftion de la figure de la terre dépend de la loi félon laquelle la pefanteur primitive agit , & il cft certain , par exemple , que fi cette force dépendoit d'une caufe qui la fit tirer tantôt d'un côté & tantôt d'un autre , qui augmentât Se diminuât fans régie, la théorie ni la pratique ne pourroient jamais déterminer cette figure. V. prifap.rİİ£*. Enfin on a été obli8é d'a,,Cf mcfurer un degré fous l'equatcur f àth « «î£'n" & un autrC *°US lc Ccrrclc Polaire » Pour décider cette queftion ; nous 0™0%*^°".' avions iccté dans yencur> mais nous avons réparé notre faute , & fera* wiaue. les mcfures des Académiciens Français ont juftifié la théorie de M. Newton fur la figure de la terre , dont l'aplatiflément vers les pôles eft à préfent généralement reconnu. Les mcfures prifes en Laponie & au Pérou donnent un plus grand aplatiûcmnt que celui qu'on vient de voir qui réfulte de r Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.06% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. fi h théorie de M. Newton
, car ces mesures donnent le rapport des axes de 173 à 174. VI. En
déterminant le rapport des axes de la terre, M. Newton outre Dec» suppose.
1 • > 11 1 • j 1 • r r > doni fj"" P" * la gravité mutuelle des parties de la
matière, a encore supposé que m. Ntuum en 1 r i" -j -i- • ni • r 1 •
^tamiamVtp. la terre étoit un sphéroïde elliptique, Or de plus que la matière
étoit parfaitement de terre. homogène. M. Clairaut, dans Ton Livre de la
figure de la terre, a m. cuima a iait voir que la première supposition étoit
légitime, ce que M. redéc«i suppose' 1 - ' j c ' 1 r • r item, ce^ueM. newton
avoit négligé de faire, quoique cela soit très important AVw«wâvoicué pour
s'assurer qu'on a le vrai rapport des axes de la terre. Il n'en est pas de même
de la féconde supposition sur l'homogénéité de la matière de la terre, car il
est très-possible (%c M. ^^La^Sk Newton l'a lui-même soupçonné Prop. 10.
Liv. 3.) que la matière qui compose la terre soit d'autant plus dense qu'on
approche plus du centre ; or, les différentes densités des couches de matière
qui composent la terre, doivent changer la loi suivant laquelle les corps .
qui la composent gravitent, & altérer par conséquent le rapport' de ses axes.
VIL . . j M. Clairaut a fait voir, dans sa théorie de la figure de la terre m.
ci*™ ■ dont je viens de parler, que dans toutes les hypothèses les plus vrais-
semblables qu'on puisse faire sur la densité des parties
intérieures mesurées de la terre, il y a toujours, en supposant
l'attraction »une telle liaison entre la fraction qui exprime la différence des
axes, & celle qui exprime la diminution de la pesanteur du pôle à l'équateur
, que si l'une des deux fractions surpasse l'autre doit être moindre
précisément de la même quantité ; en sorte qu'en supposant, par exemple,
que l'excès de l'équateur sur l'axe soit de ce qui est affTcz conforme aux
mesures actuelles, on aura rfr ' its ou m P°«f la quantité dont il faut
diminuer rfe «afin d'avoir le raccourcissement total du pendule en allant du
pôle à l'équateur, ç*cft-à-dire, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.55% accurate

Ci PRINCIPES MATHÉMATIQUES que ce raccourcissement ou , ce qui est U même chose , la diminution totale de la pesanteur , fera de xys ' *ji> c'est-à dire , d'environ $j^{\wedge}$. Or comme toutes les expériences sur le pendule font voir que la diminution de la pesanteur du pôle à l'équateur , loin d'être plus petite que $T \setminus -6$ comme il le faudroit pour s'accorder avec cette théorie, est au contraire plus grande, il suit que les mesures actuelles ne s'accordent pas en ce point avec la théorie. .i i yjj . VIII. M. m oit i:. t iJ;c xevtrn 11 ne faut pas dissimuler que M. Newton avoit tiré une conclusion toute différente de la supposition , que les parties de la terre étoient d'autant plus denses, qu'on approche plus du centre ; il croyoit qu'en ce cas, le rapport des axes devoir augmenter, puisqu'il est U'e m. Voici comment s'exprime pag. 18e'. de la deuxième édition des $w * 7^{\wedge} m \setminus V^{\wedge} \sim$ Principes : Ce retardement du pendule à l'équateur prouve la diminution $vt^{\wedge} M^{\wedge}$ de U \$ravail* dans « l'usage &ptTMt" matière y fera légère ,plus elle devra être haute afin de faire équilibre avec celle du pôle. M. Newton croyoit que la densité augmentant vers le centre, la pesanteur augmentoit de l'équateur au pôle dans une plus grande in^iiii'c'est raison que dans le cas de l'homogénéité, ce qui est vrai. Mais il pensoit que la pesanteur à chaque point du sphéroïde étoit en raison renversée des distances au centre du sphéroïde , soit que le sphéroïde fût homogène , ou que sa densité variât d'une manière quelconque -, d'où il avoit conclu , que dans le cas de la densité augmentée de la circonférence au centre , la pesanteur augmentant dans une plus grande raison que dans l'homogénéité , l'aplatissement seroit plus grand , ce qui est faux \ n'étant fondé que sur une supposition qui n'a lieu que dans le sphéroïde homogène. I X. 11 6m de la théorie de M. Cetera*

<ju*en admettant les suppositions qu'il fait sur l'intérieur de la terre les plus naturelles de celles Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.85% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $\frac{1}{2}$ qui se présentent à l'esprit, que l'aplatissement ne peut jamais être plus grand que de $\frac{1}{29}$ à $\frac{1}{20}$, puisqu'il est évident que ce rapport est celui qu'on trouve dans la supposition de l'homogénéité de la terre, & qu'il résulte de cette théorie, que dans tous les autres cas la pesanteur augmentant, l'aplatissement doit être moindre. X. Après avoir déterminé le rapport des axes de la terre dans la Q* < «*, * 1 t poid» ou corps» supposition de l'homogénéité, M. Newton cherche de la manière suivante dans la Prop. 20. du Liv. I. quel doit être le poids des corps dans les différentes régions de la terre. Puisqu'on a vu que les colonnes de matière qui répondent au pôle & à l'équateur, étoient en équilibre lorsqu'il leurs longueurs étoient entr'elles comme 119 à 120, & que les poids des parties égales & placées de même dans ces deux colonnes, doivent être en raison réciproque de ces colonnes, ou comme 230 à 229 \ on voit, par un raisonnement semblable, que dans toutes les colonnes de matière qui composent le sphéroïde, les poids des corps doivent être en raison renversée de ces colonnes, c'est-à-dire, de leurs distances au centre : donc en supposant qu'on connoisse la distance d'un lieu quelconque de la surface de la terre au centre » on aura* la pesanteur en ce lieu, & par conséquent la quantité dont la gravité augmente ou diminue en allant vers le pôle ou vers l'équateur : or comme la distance d'un lieu quelconque au centre décroît à peu près comme le carré du sinus droit de la latitude, ainsi que l'on peut s'en convaincre par le calcul, on voit comment M. Newton a formé la table de la Prop. 10. du Liv. I. où il a donné la diminution de la pesanteur depuis le pôle jusqu'à l'équateur. XL. La gravité étant la seule cause des oscillations des pendules, le ralentissement de ces oscillations prouve la diminution de la pesanteur, & leur accélération prouve que la gravité agit plus fortement) Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.61% accurate

64, PRINCIPES MATHÉMATIQUES ib font en wi- or on feait .que la vîtefle des ofcillations des pendules eft en raifort inverfc de la longueur du fil auquel ils font fufpendus; donc lorfque pour rendre les vibrations d'un pendule dans une région » yfochrones à fes vibrations dans une autre, il faut le raccourcir ou l'allonger , on doit conclure que lapcfanteur eft moindre ou plus grande dans cette région que dans l'autre : on connoît depuis M. Hughens le rapport qui cil entre la quantité dont on allonge ou raccourcit le pendule , & la diminution ou l'augmentation de la gravité ; ainli cette quantité étant proportionnelle aux augmentations ou aux diminutions des poids, M. Newton a donne dans la table les longueurs des pendules au lieu des poids. X I I. I.iiinu'c /uni J.iri Les degrés de latitude diminuant dans le fphéroïde de M. Newton i^noK^wiui- en même proportion que les poids , la même table donne la grandeur des degrés de latitude en commençant à 1 cquatcur où la latitude eft 0°. mfquau pôle où elle cil de < > 0. XIII. La table de M. Niwton donne une diminution un peu moins grande de la pefanteur vers l'équatcur, que celle qui réfultc des mefurcs aélucllcs , mais cette table n'eft formée que pour le cas de « î " c [s " " [.ciïñ~ * 'homogénéité ; & il avertit à la fin de laPropofition où il la donne, r" ' , ' : l ici. que dans le cas où la dcniàtc des parties de la terre croit de la cir^.inur^iiu- conférence au centre, il faut augmenter auflî le décrément de la u>« ne ù , -Lrwt. pel'auteur du pôle à l'équatcur. X I ri Jtrribu* cm- Quoique M. Newton paroiffe porté à croire , par les obfèrvations du-eur do ré- qu il rapporte dans cette même Prop. 10. fur l allongement du penfêw'q J âi^nge dulecaufépar les chaleurs dans les régions de l'équateur ,, que ces cei^tm.d"M différences viennent cte la différente température des lieux où l'on iu«^Ôfuïï- a- fût les obfèrvations , l'attention qu'on a eu à conferver le même degré Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.45% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ès degré de chaleur par le
moyen du thermomètre dans les expéri- e« ont feît ?oii ces qu'on a fait
depuis M. Newton fur la longueur dos pendules dans ment proVi"*!* les
différentes régions de la terre , prouve que ces différences ne rtgion^rc r"*
doivent point être attribuées à cette caufe , & qu'il y a réellement un
décroiflément de pefanteur du pôle à l'équatcur plus grand que celui que M.
Newton a donné dans fa table. : - • • . . • - • • * * • ■', * ■ - : * - * : î - ' J M. Newton
apprend à la fin de la Prop. 19. Liv. \$. à trouver le M6hod« don rapport des
axes d'une planète quelconque dont on connoît la den- wn^u^^cî fité &■ le
tems de la révolution diurne , en fe fervaht du rapport "'anne^uefecontruvé
entre les axes de la terre pour terme de comparailbn > car ,ue* foit qu'une
planète Fut plus grande ou moindre que la terre , fi fa denfué étoit la même
&c que le tems de fa révolution diurne fut égal à celui de la terre, il y auroit
la même proportion entre la force centrifuge & fa gravité , & par
conféquent entre fes diamètres, que celle qu'on a trouvé pour ceux de la
terre : mais fi fon mouvement diurne cft plus ou moins prompt que celui de
la terre dans une raion quelconque , la force centrifuge , & par conféquent
la différence des diamètres , fera plus ou moins grande dans la raion
doublée de cette vitefie, ce qui fuit de îa théorie des forces centrifuges V &
fi la denfité de cette planète eft plus grande où moindre que celle de la terre
dans une rai fon quelconque , la gravité fur cette planète augmentera ou
diminuera dans la même raion, &: la différence des diamçtres augmentera
en railbn de la gravité diminuée , & diminuera en raion de la' gravité
augmentée, ce qui luit de la théorie de Faitraétion telle que M. Newton
l'admet dans la matière. ' ' ""5 • ■ • *r » . * » x'v I. Donc ta différence des
diaraéereside Jupiter, par exemple i dont P&ermf nation on connoît la
révolution diurne 6c 4a deofité fera*, à fon petit t£J*Tc«wî££ «Uamètre en
raion comfcofcc des quarrés des tirai de la révolution Tome IL i Digitized
by Google

The text on this page is estimated to be only 19.25% accurate

U PRINCIPES MATHÉMATIQUES diurne de la Terre & de Jupiter , des densités de Jupiter & de la Terre , & de la différence des diamètres de la terre comparée au petit axe de la terre, c'est-à-dire, comme $\sim x$ — à i. S 94» c'est-à-dire, comme i à 9 j à peu près : donc le diamètre de Jupiter de l'Orient à l'Occident eu à Ton diamètre entre les pôles comme 10 f à 9 J à peu près. M. Newton ajoute qu'il a supposé dans cette détermination que la matière qui compose Jupiter étoit d'une densité uniforme , mais que comme il est très-possible que par la chaleur du Soleil il soit plus dense vers les régions de l'équateur que vers les régions du pôle, les diamètres peuvent être entrecux comme 11 à 11 , 13 à 1 % , ou même 14 à 13 , & : qu'ainsi la théorie s'accorde avec les observations , puisque les observations apprennent que Jupiter est aplati , & : que cet aplatissement est moindre qu'on le suppose , & qu'il est entre 11, & 1 j à ,4. XVII. Raifonnable Ce moyen que M. Newton prend pour expliquer un aplatissement n'est pas tant moindre que celui que donne l'homogénéité , paroît bien peu satisfaisant- vraisemblable , & : l'on doit être étonné qu'en expliquant l'aplatissement de Jupiter - - - , ... J . , , n'en est moins ment de Jupiter , u au eu recours à une cause dont l'effet seroit fluide u liKfo- bien plus sensible sur la Terre que sur Jupiter, puisque la Terre est beaucoup plus près du Soleil que Jupiter. S'il avoit connu la Proposition de M- Clairaut , je veux dire , que la densité augmentant au centre l'aplatissement diminue , il auroit trouvé une cause toute naturelle du Phénomène qu'il vouloit expliquer, en supposant Jupiter plus dense au centre qu'à sa surface / $1 \cdot i \cdot r \cdot i \cdot i \dots$ etc , ce qui est une hypothèse qui s'accorde avec toutes les lois de la mécanique. XVIII. Dihi u pré- Dans la première édition des Principes , M. Newton n'avoit pas fait entrer la densité dans la proportion des diamètres de Jupiter , "à Jupiter & il avoit conclu le rapport de ces axes de 40 à 39. en n'y faisant 1 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.53% accurate

1 DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, «f cnrrcr que la révolution diurne , 6c le rapport des axes de la m apiadfonnt * beaucoup mointerre. to.&pouniuoif Comme ce n'est que dans la Terre , Jupiter , 6c le Soleil qu'on Pourquoi on ne connott à la fois les deux élémens néceflaires pour déterminer Tes SES?*; axes,c*eft-à-dire la révolution diurne, & h denfité, on ne peut con- £*£ nôtre le rapport des axes que de ces trois corps célcftes. On vient &<K,Solciide voir celui des axes de la Terre & de Jupiter ; le rapport des axes u propomo* du Soleil fc trouveroit en prenant la raifon compofée du quarre de *7ià i , de la denfité de la Terrer à cette du Soleil, &r de zz<> à EaT**" 130 : ce qui donneroit, pour le rapport des àxes du Soleil, une quantité beaucoup trop perke pour pouvoir être obfervéc. CHAPITRE QUATRIÈME. Comment -M. Newton a expliqué la précejflon des Equinoxes. On a fuppofé longtems que l'axe de la terre gardoit toujours <*<*<*>* la même pofition pendant qu'elle fait fa révolution dans fon grand TZ™£ orbe , 6c cette fuppofition ctoit bien fimple : car la tkéorie fait voir "* ""i00"" que ce parallélifme doit réfuter des deux mouvemens qu'on connoît à la terre, je veux dire le mouvement annuel & le mouvement diurne 5 6c effeétivement ce parallélifme fc conferve fcnfibicment pendant un aflez longtems. Mais la continuité 6c l'exaâitude des obfervations , ont fait découvrir que lespôfcs delà terre ne répondoient pas toujours aux mêmes fixes, & que par conféquent fon axe ne reftoit pas touioura parallèle à lui-même. ' 19 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.58% accurate

68 PRINCIPES MATHÉMATIQUES Hippie sVft Hipparquiu fut le premier , au rapport de Ptolomu , qui foupçonna • mi«'de u Jvo- le mouvement de Taxe de la terre. Ptolomic examina ce foupçon îicu'ut". f° " d'Hipparque, & l'ayant vérifié, il fixa ce mouvement à un degré Pto[om,eù{ixé en cent ans, te qui donnoit 56500 ans pour la révolution entière u a«réT£ «ne de la fphère des étoiles fixes , qu'il fuppofoit être la caulé de cette on ^ppdîoit apparence ; &: on croyoit du tems de Ptolomu qu après cette revotent révu:t:tion 1 • ' ' ~ ■ \J . 'u mmii^- Union, qu'on appelloit la grande année, tous les corps ccelestes rcw.-. tournoient a leur première pofition. Lcs Arabes s'apperçurent que Ptolomie avoir fait ce mouvement r,;d'tdm-" Plus k'nt qu ll ne l'ert en effct» Ulu\$hbti le fit d'un degré en 72 'un^c'Vo'- ans » & lcs Aftronomcs du dernier fiécie en le fixant à 5 1" environ K"l'cVjÀ (i Zo- Par an, ont confirmé la découverte à'Ulugkbcig i ainli cette révol^X^izi lution des pôles de la Terre n'eft que de 15510 années. U:t C<>:i!];İC Uhihbti <ic w" t l I p.,: jr. ,itS. ;•««!- . . . I i < • - * '* If sVhfvf en 'cd^t Lcs Points equinodiaux changent en même tems cV de la même ?■ 'iir^iî-"" quantité que les pôles du monde , & c'eft ce mouvement des points ^,nSii,r & equinotf iaux qui s'appelle la prêcejtion des i^uinotxs. «V.lce ijd'i.n ii[v l.ifricitfinn — - « - — • . . 1 ' ti «rte rrgrif- Quoique les étoiles fixes foient immobiles, du moins pour nous, !ii*.«"«i, ^ comme la commune interfetfion de l'équateur & de l'écliptique ^ lM rétrograde , il cft néccflaire que les étoiles qui répondent à ces points paroiffent changer continuellement , &: qu'elles paroiffent avancer vers l'Orient; d'où il arrive que leurs longitudes, qu'on a coutume de compter dans l'écliptique du commencement d'^rhs, c'eft-à dire, du point d'interfection de l'equateur cV de l'écliptique au printems, augmentent continuellement, & les fixes paroiffent avancer en confuquence ; mais ce mouvement n'ell qu'apparent 6c vient de la régreffion en feus contraire du point de lequinotx du primo. . . :>,,• . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.41% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 69 V. . > Flic rit caufe
Cette régreffion eft la caufe pour laquelle toutes les confcella dons du
zodiaque ont change de place depuis les obfervations des « WeBpi've & * °
r ne I éamieur ne premiers Aftronorhcs. Car la confcellation à'Arits , par
exemple , ^njAp^"£ qui au tems d'ffipparque répondoit à l'interfection de
l'cquatcur ^^[S'I & de l'écliprique au printems , & qui a donné fon nom à
cette JJ*^ thin£' portion de l'écliptique , eft à préfent dans le ligne du
Taureau , le Taureau eft dans les Gémeaux, &c. ainfi elles ont pris la place
l'une de l'autre ; mais les parties de l'écliptique où elles étoient placées
autrefois , ont toujours retenu le même nom qu'elles avoient du tems
à'Hippar^ue. f VI. . * • » On ignoroit avant M. Newton la caufe phyfique de
la preceffion des équinoxes, &c on va voir comment il a déduit ce
mouvement, de fes principes fur la gravitation. On a vu dans le Chapitre de
la figure de la terre , que cette figure eft celle d'un fphéroïde aplati vers les
pôles & élevé vers l'équateur. M. Newton pour expliquer la préceffion des
équinoxes, com- ^temmeid'ok menec par donner trois Lcmmes dans fon
troificme Livre , pour pour »(mvuPc« préparer à la démonftration qu'il
donne dans la Prop. de ce troifième Livre , que cette révolution des points
équino&iaux eft eau fée par l'attraction réunie du Soleil & de la Lune fur la
protur bérance de la terre à l'équateur. V I I* Il fuppofe dans le premier de
ces Lerames , que toute la matière dont la terre confidérée comme un
fphéroïde excéderait le globe inferit à ce fphéroïde , foit réduite à un feul
anneau qui envelopperoit l'équateur , ôc il prend la fomme de tous les
efforts du. Soleil iur cet anneau , pour le faire tourner autour de l'axe qui eft
la commune feOion du plan de l'écliptique avec le plan qui pafleroit par
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.20% accurate

ro PRINCIPES MATHÉMATIQUES le centre de la Terre , & feroît perpendiculaire à la-droite tirée de ce centre à celui du Soleil. 11 cherche dans le fécond Lemme le rapport qui est entre la Somme de toutes ces forces , & la somme de celles que le Soleil exerce sur toute la partie de la terre qui environne le globe. Dans le troisième il compare la quantité de mouvement de cet anneau placé à l'équateur , avec celle de toutes les parties de la Terre. VI IL Pour déterminer la force du Soleil sur cette protubérance de l'équateur de la terre, M. Newton prend pour hypothèse , que si la terre étoit annihilée, ou qu'il ne restât que cet anneau qui décrivit seul autour du Soleil l'orbite annuel, & qui tournât en même temps par le mouvement diurne autour de son axe incliné à l'écliptique de $i^{\circ} 30'$ le mouvement des points équinoxiaux feroit le même , soit que cet anneau fût fluide , soit qu'il fût composé de matière solide. M. Newton y après avoir cherché en quel rapport la matière de cet anneau supposé , c'est-à-dire, de la protubérance de l'équateur, est à toute la matière qui compose la terre , &c avoir trouvé , en prenant le rapport des axes de la terre de u_{10} , que cette matière est à celle de la terre , comme $4\frac{1}{2}$ à 1441 , fait remarquer que 11 la terre & cet anneau tournoient ensemble autour du diamètre de cet anneau, le mouvement de l'anneau feroit au mouvement du globe intérieur , c'est-à-dire , au mouvement de la terre autour de son axe , comme 4^0 à 48^{115} , & que par conséquent le mouvement de l'anneau feroit à la somme du mouvement de l'anneau & du globe , dans la raison de 4590 à 48981 3. H avoir trouvé Prop. 11. du 1^{er} Liv. que le moyen mouvement des nœuds de la Lune dans un orbite circulaire, est de $11^{\circ} 46'$ par an dans une année solaire ^ & il avoir remarqué dans le Cor. 1^{re}. de la Prop^{re} 64, que s'il y avoit plusieurs Lunes , le mouvement des nœuds de chacune de ces Lunes feroit comme leurs temps périodiques. De là il conclut que le mouvement des nœuds Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.18% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7^t d'une Lune qui feroit
fa. révolution près la surface de la terre ci\ 25 k j6', feroit à zo° ii' 46", qui
est le mouvement des nœuds de notre Lune dans une année, comme ij h 56',
qui est la révolution diurne de la terre, à 17 jours 7h 4j", qui est le tems
périodique de la Lune, c'est-à-dire, comme 14} 6 à }9j4j » & ce feroient les
mêmes proportions félon les Cor. de la Prop. 66. pour les nœuds d'un
aflèmbelage de Lunes qui entoureroit la terre, soit que ces Lunes ne fussent
pas comigues, soit qu'elles le devinssent en supposant qu'elles se
liquefiaient, & qu'elles formaient un anneau continu & fluide, soit coin
que cet anneau se durcit &c devint inflexible. Donc, en considérant
l'élévation de la terre à l'équateur com[^] fidAcU, me un anneau de Lunes
adhérent à la terre, 6c revolvant avec elle, «ncdela t«n puisquela
révolution des nœuds d'un tel anneau est à celle des îomiîm^{"^} îicau de
Lunes nœuds de ULunc, comme 1[^]6 à j*j4j, félon le Cor. 16. delà [^]JTM[^]»**
Prop. 66. 6c que le mouvement de Panneau est à la somme des infadT».
mouvemens de l'anneau Bc du globe auquel il adhère, comme mmierc dont
l'auraâion du 4ç\$0 à 489811, par la Prop. j<>. du Liv. }. le mouvement
annuel soi«i fur iv.<" vaion de la terre des points équinoxiaux d'un corps
composé de l'anneau 6c du globe [^]■^{"^} cfl?uauqucl il adhère, feroit au
mouvement annuel des nœuds de la toî[^]SS.00 Lune, c'eût-à-dire, à xo° 1 1 '
4L", en raison composée des deux raisons ci-dessus trouvées, c'est-à-dire,
comme 100 à 1*15*9. Mais M. Niwton a trouvé dans le Lemme 1. du
troisième Liv. que nous venons de citer, que si la matière de l'anneau
supposé étoit répandue sur toute la superficie du globe pour produire vers
l'équateur la même élévation que celle de l'équateur delà terre la force de
toutes les particules de cette matière pour mouvoir la terre, feroit moindre
que celle de l'anneau supposé à l'équateur dans la raison de 1 à 5 : il faut
donc que la régrcfSon annuelle des points équino&ianx ne soit à celle des
nœuds de la Lune, que comme ieà7)osu,&par conséquent elle feroit de 9 "
5 6" 5 o iw dans une année fidérale, sans l'inclinaison de l'axe à
l'écliptique, laquelle fait que ce mouvement doit encore être diminué en
raison du cosinus de cette inclinailbn (qui est Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.68% accurate

7i PRINCIPES MATHÉMATIQUES de) au rayon. Ce mouvement ne doit donc être que de 5° " $\bullet$ jm îo'*, & cela en ne considérant que l'action du Soleil, -î':» . ' ! * - * *.v- . ••>: i- ■■ ■'- ■ (- • '■■ I X. Quantité Jom M. Newton donne ainsi la quantité moyenne du mouvement des T'i' îun du Soleil eor.tHUic , fui- points équino&iaux. Mais ce n'est pas sans examiner les différentes lu r^Kiion a« variétés de l'action du Soleil sur la protubérance de la terre à lcfiauT ^U1W£" qTiatcur, toujours en employant la confédération de cet anneau. Il fait voir dans les Cor. 18. 19. & 10. de la morne Prop. 66. que par l'action du Soleil les nœuds d'un anneau qui feroit fupposé entourer un globe comme la terre , (croient en repos dans les fylgies , qu'ils se mouvraient en anûUenu dans les autres lieux, & qu'ils iroient le plus vite dans les quadratures, que l'inclinaison de cet anneau varierait, que son axe oscillerait pendant chaque révolution annuelle du globe , qu'au bout de chaque révolution il reviendrait à sa première position , mais que ses nœuds ne reviendraient pas au même lieu , & qu'ils iroient toujours en antuUtncc. ■ .. ' • • . ■ •• j.i La plus grande inclinaison de l'anneau doit se trouver lorsque ses nœuds sont dans les fylgies, ensuite dans le passage des nœuds aux quadratures cette inclinaison diminuera, &: par l'effort que fait alors l'anneau pour changer son inclinaison , il imprime un mouvement au globe, &: ce globe doit retenir ce mouvement jusqu'à ce que l'anneau ou la protubérance de l'équateur (car c'est la même chose suivant M. Newton) par un effort contraire le lui ôte, & lui en imprime un nouveau dans le sens opposé. cette action On voit par -là que l'axe de la terre doit changer sa position sur le Soleil sui ta \\ ° / rrutuWfancc à par rapport à l'écliptique , deux fois dans son cours annuel , cV re«ufct ia nuea- venir deux fois à la même position. l'un annuelle de .. , . ji< m !::,,i< . / j» l,rîi jî'.yi . jî 1 .; i s.m P&>,';:.n A chaque révolution de la Lime autour de la terre, l'axe de la

The text on this page is estimated to be only 23.35% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7, U terre doit éprouver une pareille nutation, c'est-à-dire, qu'à Vm^{ut} 1 * redoit avoir auL chaque mois périodique de la Lune , Taxe de la terre doit éprouver fi chi^e mo« * une nutation par les mêmes variations que dans ion orbe annuel. ration de u X I L M. Newton a fait voir dans le Cor. u. de la Prop. 66. que l'exu- siarencerofe , , ./» *Tc»ee yer» le* berance de la matière de la terre vers l'equateur failant retrogra- r6l<* au «« de . , r . Vitt* * l'évader les nœuds , plus cet excès de matière vers l'equateur ferait t«ur . i« poima grand, plus cette régrclïon fer oit grande , & qu'elle doit diminuer vancm quand cette protubérance diminue > ainfi s'il n'y avoit aucune clé- ta. vation vers l'equateur, la régreffion des nœuds n'auroit pas lieu , & les nœuds d'un globe , qui au lieu d'être élevé à l'equateur y Ccroit abaifle , & qui aurait par confequent fa matière protubérante vers les pôles , le mouvraient en conféquenc*, XIII. Et dans le Cor. xx. de la même Prop. 66. il ajoute , que par la même raifon que la forme du globe fait juger du mouvement des nœuds , auffi on peut conclure du mouvement des nœuds la forme du globe s & par confequent , fi les nœuds vont en antkédtnu , le globe fera élevé vers l'equateur, & il y fera abaifle au contraire, p cc<gÿnnt s'ils vont en conflutnce , ce qui cft encore une preuve de l'aplatil- ^STZxu fement de la terre vers les pôles. XIV. On n'a confidéré jufqu'à préfent que l'adion du Soleil en ex- Que i. impliquant la préceflSon des équinoxes, cV on a vu que par cette ac- mou*^{TMTM} art points equinoction les points equinoûiaux ne feraient que \$6''' 54 ir en une année. Mais la Lune agit fur la terre par fa gravité, & cette ac- , Q»« «'«a*»* , % r pli j 1 delà Lune (ur Ténon cft tres-fenfible dans le phenomenc que nous examinons ici. >«wi«mdeiaie». _ - , * . _ rc i l'equateur, M. Newton trouve, par fa théorie , que l'adion de la Lune fur les «a pi* rui/imte 1 que celle du sopoints équinottiaux , cft à celle du Soleil comme 4. 48 1 5 . à 1 . envi- mi. Fc en quelle ron j & en fuivant cette proportion, on trouve que la Lune fait fi°p°«i<». II, k Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.64% accurate

point* équinoc «iinée 7f PRINCIPES MATHÉMATIQUES STjSI
r*troSrad« les noeuds dans le tems d'une révolution dans le grand i îSf *i£
orf>° de 4° " '4''' & *luc Par c°nftquenc la préceffion anlv'h'tif^ucī nucl,c
dcS éoiuinoxcs» cauféc par les deux forces réunies dc la Lune M* ^«i^ &
du Solcil» cft dc S° " °''' ,*iv> ce qui eft à peu près, comme <u« une on voit,
la quantité dont les meilleurs obfervateurs l'ont déterminée. X V. h 2X£
Ainfi ,cs P°iaK *quiooftiaui âpres une révolution entière de la «Se'^lt' tcrTC
dans ,e Srand orbe» au de revenir au même point, s'en éloignent de 5 1 *
environ , & ils ne reviennent à ce même point qu'après avoir parcouru le
cercle entier, ce qui compofe leur révolution de *f s>xo années, comme on
l'a dit XVI. ■ « « «?m«™ foî£ Quelques Aftronomcs ont foupçonné
qu'indépendamment dc la ^eTJcSê nutation dc raxc dc la terre dont j'ai parlé ,
& par laquelle fon Kk«3,fîia^ ibelinaifon à l'écliptique change & le rétablit
deux fois chaque nu^condnuei- annéc > cet axe s'éloignoit continuellement
de l'écliptique par un mouvement imperceptible. Et l'on ne fçait pas fi le
mouvement des nœuds, celui des apûdes , l'excentricité de la terre , celle dc
la Lune , EKmeu <d les adions des autres planètes lur la terre, tous élémens
oui n'enpervent «mrrr , ... * Auu la c«fe de trent point dans la détermination
des changemens qui arrivent dans la pofition de laxc de la terre pour caufer
la préceffion des équinoxes, ne pourroient apporter quelque changement
dans Taugle que l'axe dc la terre fait avec l'écliptique. XVII. wwi'oï U
cheva,icr de Lo**'IU< prétendoit que cet angle diminueoit S^Srffîv d'une
minute en cent ^ » & l'opinion dc cette diminution paroît ne minutt tn
mftifiée par les différences qui fc trouvent entre les obfervationi que
d'habiles Aftronomcs ont fait dc cette obliquité. Mais on cft bien loin de
pouvoir prononcer en faveur dc ce favant. Car li cette
o^toukion.deraagleiaiiQfaitl'aw dc la terre avec l'écliptique Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 16.44% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7f a lien , on lent , par la
lenteur dont elle s'opère, qu'il faut un plus , On n« pourra perfection qu'on a
donné aux instrumens astronomiques dans le dWeTvaMae» dernier ûccic.
tr4*oua«. CHAPITRE V. Du jûux & reflux de la mer. L On fent atfémment
quelle liaifon dok avoir le f kx &: le reflux de la mer avec la préceffion des
équinoxes. M. Niwton déduit fon ex- L', attractions de la Lune & du Soleil
iur les parties qui compofent la fciîV£ terre. faco»i*iicu I I. GëililU
pcnCbit que les phénomènes des marées pouvoient s'ex- Erreur & expliquer
par le mouvement de rotation de la terre , & par fon mou- £Md5 fliiTknZ
vement de tranfkction autour du Soleil . Mais fi ce grand homme *** avoir
fait plus d'attention aux circooftances qui accompagnent le flux & le reflux ,
il auroit vu que par le mouvement diurne les eaux doivent à la vérité
s'élever vers l'équateur , ce qui doit faire prendre à la terre la forme d'un
sphéroïde déprimé vers les pôles, mais que jamais ce mouvement rotatoire
ne pourroit caufier aux eaux de la mer aucun mouvement de réciprocarion ,
aiaû qoc M. Newton l'a démontré Cor. 15. Prop. 66. M.N<wton fait voir
aufli dans ce même Cor. ca employant çç qu'il a démontré dans ks kl)
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.91% accurate

7£ PRINCIPES MATHÉMATIQUES Cor. ç. & 6. des loix du mouvement , que la tranflation de la terre dans Ton grand orbe ne doit rien changer àrous les mouvemens qui s'exécutent à (a furfacc, &: que par confequent le mouvement tranflatifde la terre autour du Soleil, ne peut caufer le mouvement de flux &c de reflux qu'ont les eaux de la mer. u «uï & îe H ctott aifé de s'appercevoir , en faifant attention aux circonftanreflux font une d's ri&d'T CCS accomPaSnent 'c ^ux & 'c reflux, que ces phénomènes tune fui tes eaux dépendent de la pofition de la terre par rapport au Soleil & à la cîc Ij mer» Lune , mais il ne l'étoit pas de connoître la manière dont ces deux fiic «oiï^Kc'di aftres les produifent . & la quantité dont chacun y contribue. On P^r Ir.r attrac- l imnqi.Ht- suidi nc vojtt que ics effets dans lcfquels ces allions font tellement conlœtiuriamc:. fondues, que fans les principes de M. Newton on n'auroit pu parvenir à les démêler l'une de l'autre , ni à afligner leur quantité. Il croit réfervé à ce grand homme de trouver les véritables caufes du flux &: du reflux , & de foumettre ces caufes au calcul. Voici le chemin qu'il a fuivi pour y parvenir. IV. chemin qu'il II commence par examiner dans la Prop. 66. les principaux a lutvi pout par- ... - r i J J venii à afligner phénomènes qui doivent relulter du mouvement de trois corps la quaniie dont . , , , , ciiMim it «es qui s'attirent mutuellement en raon réciproque du quarre des affres contribue m à ces Ftenwut- diftances , les petits tournans autour du plus grand. Après avoir vù dans les 17 premiers Cor. de cette Prop. quels font , dans un tel fyftcme , les dérangemens que doit caufer le plus grand corps dans le mouvement du plus petit qui tourne lui-même autour du troificme , & donné par ce moyen les fondemens de la théorie de la Lune, il confidère dans le Cor. 18. plufieurs corps fluides qui tournent autour du troificme , & il fuppofc enfuite que ces corps fluides deviennent contigus &c forment un anneau qui tourne autour du corps qui lui fert de centre , & il fait voir que cet anneau doit fubir dans Ion mouvement , par l'action du plus Digitized by Google

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 77 grand corps , les mêmes dérangemens que le corps unique dont il suppose que cet anneau a pris la place ; enfin Cor. 19. il suppose que le corps autour duquel tourne cet anneau s'étende jusqu'à lui, que ce corps qui est fondé contienne l'eau de cet anneau dans un canal creusé autour de lui , & qu'il tourne autour de son axe d'un mouvement uniforme & qu'il fait voir qu'alors le mouvement de l'eau contenue dans ce canal , sera accéléré & retardé tour à tour par l'action du plus grand corps, Se que ce mouvement fera plus prompt dans les sygies de cette eau , & plus lent dans ses quadratures, & enfin que cette eau devra éprouver un flux & reflux comme notre mer. Dans la Prop. 14. du Liv. j. M. Newton applique cette Prop. 66. & ses Cor. aux phénomènes de la mer , & il y fait voir qu'ils sont une suite de l'attraction combinée du Soleil & de la Lune sur les parties qui composent la terre. V. 11 cherche ensuite à déterminer la quantité dont chacun de ces astres contribue à ces phénomènes. Comme cette quantité dépend de leurs distances à la terre, plus ils en sont près, plus les marées doivent être grandes, toutes choses égales quand leurs attractions sont trouvées & Newton suppose que les attractions sont en raison triplée des diamètres apparens de ces astres. V. 12. M. Newton démontre Prop. 15. Liv. j, que la force qui porte la Lune vers le Soleil est à la force centripète qui porte la Lune vers la terre , en raison doublée des tems périodiques de la terre autour du Soleil , & de la Lune autour de la terre, c'est-à-dire , comme 1 à 178 félon le Cor. 17. de la Prop. 66. d'où il conclut que la force centripète des parties de la terre vers le Soleil qui est proportionnelle au rayon de la terre , est à la force centripète de la Lune vers la terre , en raison directe du rayon de la terre au rayon de l'orbe de la Lune , & en raison inverse doublée du tems périodique de la terre autour du Soleil , au tems périodique de la Lune autour

The text on this page is estimated to be only 20.98% accurate

78 PRINCIPES MATHÉMATIQUES de la terre ; ainfi la force du Soleil pour troubler le mouvement des corps près de la surface de la terre est à la force avec laquelle il trouble les mouvemens de la Lune, comme le rayon de la terre est au rayon de l'orbe de la Lune , c'est- à-dire , comme 1 à 60 7. mais par cette même: Prop. ij. Liv. 3. la force du Soleil sur la Lune pour altérer ses mouvemens dans les quadratures , est à la gravité à la surface de la terre comme 1 à 638091, 6 ; d'où M. Newton tire, Prop. 36. Liv. 3. que puisque ces forces en descendant à la surface de la terre diminuent dans la raison de 60 { à 1. la force du Soleil pour déprimer les eaux de la mer dans les quadratures, c'est-à-dire à 90. sera à la force de la gravité à la surface de la terre, comme 1 à 38604600 > mais cette force est double dans les sygies de ce qu'elle est dans les quadratures , & de plus agit dans un sens opposé, c'est-à-dire, pour élever les eaux \ la somme de ces deux forces du Soleil sur les eaux de la mer dans les quadratures &: les sygies , sera donc à la force de la gravité , comme 5 à 38604600, ou comme 1 à 1 76200 : ces deux forces réunies composent la force totale du Soleil pour mouvoir les eaux de la mer , car on peut considérer leur effet comme si elles étoient toutes employées à élever les eaux dans les sygies , cV qu'elles n'eussent aucun effet dans les quadratures. V L Mais ce n'est là la force du Soleil sur les eaux de la mer, qu'en supposant le Soleil dans le zénith du lieu qu'on considère , où dans sa moyenne distance à la terre. vaine i'i- °r dans un lieu quelconque le plus grand abaissement & la plus grande élévation de l'eau causés par l'action du Soleil , sont en raison un Ik-^udw™ tirette du finis verre du double de la hauteur du Soleil sur l'horizon y&C en raison triplée inverse de la distance du Soleil à la terre. L'élévation & la dépression des eaux diminuent peu à peu à mesure que le Soleil s'élève de l'horizon ou s'abaisse vers lui , & elle* s'opèrent plus lentement quand le Soleil commence à abandonner Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.44% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 7* le point de fa
culmination & de l'horifon ; mais quand il eft vers le milieu de ces deux
points extrêmes , alors le mouvement de l'eau eft le plus vîte. V I I. On a vû
d-deflus que par le calcul de M. Newton , la force du Soleil lûr les eaux de
la mer eft à la force de la gravite ici-bas, comme 1 à 1 1808100 } & on a
vû dans le Chapitre qui traite de la figure de la terre , que la force centrifuge
acquife par la révolution de la terre fur fon axe étant à la gravité comme 1 à
189 , cette force eleve l'équatcur de 8 j 471 pieds de Paris: donc puifque la
u. N*wtm force du Soleil eft à la force centrifuge fous l'équatcur , comme
SSSÎ^uHesS *89 à 11868100 , ou comme 1 à 445 17 , cette force élèvera
l'eau u'Sfi'diS aux régions fous le Soleil, & oppofées au Soleil de deux
pieds de p,e*" Paris environ* VIII. Quant à la force de la Lune pour élever
l'eau de la mer , on ne comment *r. peut la conclure que par les phénomènes
qui accompagnent les venu à évalua r o * \r 1 < 1 % • • . ftèt-oa de la Lu*
marées ; oc M. Newton a employé pour la déterminer , la compa- ne d*m i«
m*, raifbn des plus grandes & des moindres hauteurs des marées dans
***** les fyfigies & dans les quadratures : car dans les fyfigies leur plus
grande hauteur eft l'effet de la fomme des forces du Soleil & de la Lune , &
dans les quadratures leur moindre hauteur eft l'effet de la différence de ces
forces. M. Newton fc fert pour cette détermination , des oblervations faites
par Sturminus au-deffous de Briftol Cet Auteur rapporte qu'au Printems &
à l'Automne l'eau dans la conjonction & l'oppofmon du Soleil & de la
Lune monte environ à 45 pieds, & que <lans les quadratures elle ne monte
qu'à 15. Or , la première hauteur eft produite par les forces réunies du Soleil
& de la Lune , & la dernière par leur différence } donc la fomme des forces
du Soleil & de la Lune fur la mer , lorfque ces deux aftres font dans
l'équatew & dans leur moyenne diftanc* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.00% accurate

DES PRINCIPES MATHÉMATIQUES à la terre, est à leur
différence, comme 4j à 15 , ou comme 9 à j. Les diamètres de l'orbe dans
lequel la Lune se mouveroît sans égard à son excentricité, ont été trouvés
Prop. 18. Liv. j. par M. Newton dans la raison de 69 à 70 : donc la distance
de la Lune à la terre dans les sygies est à la distance dans les quadratures ,
comme 69 à 70 , toutes choses d'ailleurs égales ; mais les forces de la Lune
pour mouvoir la mer, sont par le Cor. 14. de la Prop. 66. en raison triplée
inverse de ses distances à la terre , d'où M. Newton tire que la hauteur de
l'eau causée par la somme des forces du Soleil & de la Lune , étant à leur
hauteur causée par la différence de ces forces , comme 9 à 5 , la force du
Soleil sur les eaux de la c«« *!«« mer est à celle de la Lune, comme 1 à 4 \
environ. Or on vient de voir que la force du Soleil sur la mer
est à la force de la gravité ici-bas, comme 1 à 118*8100 : donc la force de la
Lune sur la mer sera à la force de la gravité, comme 1 à 11871400} &
puisque la force du Soleil élève l'eau à la hauteur de deux pieds environ, la
Lune l'élèvera à neuf pieds environ, (on prend les l« dcmfbitet nombres
ronds) & ces deux forces réunies la feront monter , selon réunies du Soleil
_ _ _ , , & de i* uine M. Newton , environ à 10 p. ~, ce qui même pourra
aller à 11 pieds r & demi , & lorsque la Lune sera dans son périgée. M.
Newton ajoute, Prop. 57. que la Lune Liv. 3. qu'une telle force (suffit
pour produire toutes les marées , & * °° qu'elles y répondent assez
exactement, surtout aux rivages qui sont fort voisins de la grande mer , & où
le vent peut s'élever & s'abaisser sans qu'aucune cause externe altère ses
mouvements* I X. m. Bernai M. Daniel Bernoulli dans sa Dissertation sur
les marées, qui a été remportée le prix de l'Académie de l'an 1758.
pense que les forces K'tafis'IE absolues du Soleil & de la Lune pour causer
les marées , sont beaucoup plus grandes que M. Newton ne les suppose } &
au lieu de regarder à son exemple la terre comme composée de parties
homogènes, il s'imagine que la densité des couches de la terre augmente
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.69% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ti augmente de la circonférence au centre , ce qui est très-probable par plusieurs raisons physiques , & il prétend que par cette supposition on peut augmenter les forces du Soleil & de la Lune sur la mer autant que les phénomènes le requerront. X. Ce qui a déterminé M. Bernoulli à s'éloigner en cela du sentiment de M. Newton, c'est que par la théorie qu'il a donnée dans sa pièce de 1738. il trouve dans l'hypothèse de l'homogénéité des parties de la terre que le Soleil ne peut élever les eaux de plus de deux pieds , & la Lune de plus de cinq : or ces deux forces combinées ensemble ne composeroient dans les quadratures qu'une force absolue capable de faire varier les eaux en pleine mer d'une hauteur verticale de trois pieds-pendant une marée, ce qui lui paroît insuffisant pour expliquer tous les phénomènes des marées dans les quadratures. M. Bernoulli ajoute que les hauteurs des marées dans les ports où l'on fait les observations , dépendent de tant de circonstances accidentelles, qu'elles ne peuvent être exactement proportionnelles aux hauteurs des marées dans la pleine mer } c'est ce qui fait que l'on trouve le rapport moyen entre les plus grandes & les plus petites marées, très différents dans les différents ports. Il en rapporte pour exemple une observation qu'on lui envoya de St. Malo lorsqu'il composoit sa dissertation } la plus grande & la plus petite hauteur de l'eau étoient entr'elles par cette observation , comme 10 à 3 , &c par l'observation de Sturmius au-dessous de Bristol, elles n'étoient entr'elles que comme 9 à 5 -, cependant c'est sur cette observation de Sturmius, que M. Newton a déterminé le rapport entre les forces du Soleil & de la Lune pour opérer les marées; & M. Bernoulli prétend qu'outre ces différences qui se trouvent entre les observations des plus grandes & des moindres hauteurs des marées dans les différents ports , la méthode d'estimer les forces qui les causent par ces plus grandes & ces moindres hauteurs, est encore Tome II. j Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.91% accurate

8i PRINCIPES MATHÉMATIQUES très fautive en ce que les marées font des espèces d'oscillations qui se reflètent toujours des oscillations précédentes, ce qui diminue m. sTM.}!* Jes variations des marées ; d'où M. Bernoulli conclut qu'il feroie prétend qu'il fût plus sûr d'évaluer les forces respectives du Soleil & de la Lune valuer les forces du Soleil & de la Lune par leur durée & leurs intervalles que par leurs hauteurs. La Lune par la durée & les intervalles, & en se servant de cette méthode, il trouve que la force de la Lune est que par leur hauteur de la Lune est dans une moindre proportion à celle du Soleil que celle que M. Newton a trouvé. On doit d'abord être étonné que la force de l'attraction du Soleil sur la terre étant assez puissante pour la forcer à tourner autour de lui, tandis que celle de la Lune cause dans son orbite des altérations à comment il est possible, cependant la Lune agit beaucoup plus d'influence peut faire que l'attraction de la Lune que le Soleil sur les mouvemens de la mer. Mais si l'on fait attention à la Lune agit tant ... „ d'enceinte que les mouvemens de la mer viennent de ce que les parties font & dérange si peu attirées différemment de celles du reste du globe, parce que leur mouvement est sur la Terre. fluidité fait qu'elles cèdent beaucoup plus facilement aux eaux qui agissent sur elles, on verra que l'action du Soleil, qui est très forte sur la terre entière, attire toutes les parties presque également à cause de la grande distance de la terre, au lieu que la Lune étant beaucoup plus près de la terre, doit agir plus inégalement sur les différentes parties de notre globe, & que cette inégalité doit être beaucoup plus sensible. Après avoir fait voir que l'attraction combinée du Soleil & de la Lune sur les eaux de la mer, est la cause des marées, & avoir déterminé la quantité dont chacun de ces deux astres y contribue, M. Newton entre dans l'explication des circonstances qui accompagnent les phénomènes de la mer. on distingue On a reconnu de tout tems trois espèces de mouvement dans la mer, son mouvement journalier qui fait qu'elle s'élève & s'abaisse m^u/cmeot e jeux çQls jouf ^ jcs alt^térations régulières que reçoit ce mouvement à chaque mois, & qui suivent les positions où se trouve la Lune par rapport à la terre, & enfin celles qui ont lieu chaque année, & qui sont causées par la plus grande proximité où la terre est du Soleil dans de certains tems de l'année. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.34% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. S^j La confiance la plus remarquable qui accompagne les marées, c'est que l'élévation & l'abaissement des eaux arrivent toujours $\frac{1}{2}$ & deux fois dans un jour lunaire, c'est-à-dire, dans l'intervalle de $\frac{1}{2}$ temps qui s'écoule entre le passage de la Lune au méridien, & son retour au même méridien ; car la plus grande force de cet astre sur la mer ayant lieu lorsqu'il culmine, & que son action est perpendiculaire, elle doit être égale deux fois dans 24 h quand la Lune passe au méridien du lieu au-dessus & au-dessous de l'horizon ; ainsi il doit y avoir à chaque révolution de la Lune autour de la terre deux flux distants l'un de l'autre, du même intervalle de temps que la Lune employé à aller du méridien au-dessus de l'horizon à celui au-dessous, & cet intervalle est de 11 h 44'. Cette élévation & cette dépression des eaux deux fois en 14 h, suit de ce que M. Newton a démontré Cor. 10. Prop. 66. car cette eau se trouve deux fois dans cet espace de temps dans ses syzygies, & deux fois dans ses quadratures ; ainsi son mouvement doit être deux fois accéléré, & deux fois retardé. XIII. La plus grande élévation de l'eau devrait être précisément dans le cas où le mouvement du passage de la Lune au méridien, si les eaux étoient sans inertie, & qu'elles n'éprouvaient aucun frottement du lit dans lequel elles coulent ; mais ces deux raisons font que cette hauteur n'arrive ordinairement deux heures & demie ou trois heures après le passage de la Lune au méridien dans les ports de l'océan où la mer est libre : c'est que l'inertie de l'eau fait qu'elle ne reçoit pas tout d'un coup le mouvement, & qu'elle conserve pendant quelque temps le mouvement acquis, en sorte que le mouvement de la mer n'est point perpétuellement accéléré pendant les six heures qui précèdent le passage de l'astre au méridien, par l'action de l'astre sur les eaux qui augmente à mesure que l'astre s'éloigne de l'horizon, & par le mouvement diurne de la terre qui conspire alors avec celui de l'astre : ce mouvement imprime à l'eau conserve pendant quelque temps son accélération, en sorte qu'elle s'élève de plus en plus jusqu'à

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.20% accurate

«4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES ce que le mouvement diurne qui devient contraire après le paflage de la Lune au méridien, ainli que l'action de l'aftre qui s'affoiblit fucceflîvement, diminue peu à peu la vitefle des eaux , & les force à s'abaiflèr. On ne s'apperepit de cet abahTemnt qu'environ trois heures après la culmination de l'aftre, par les mêmes raifonsqui font que leur élévation retarde fur le paflage de l'aftre au méridien. On fent aifement que le frottement des eaux contre le fond de la mer doit auffi contribuer à retarder ces effets. M. Culler, de la differtation duquel j'ai emprunté beaucoup de chofes dans ce Chapitre , dit , que II l'on ne confideroit que le mouvement vertical de l'eau , fa plus grande élévation devroit avoir lieu dans le moment même du paflage de la Lune au méridien , &r même quelquefois plutôt à caufe de l'action du Soleil , 6V il attribue la plus grande partie du retardement de l'élévation de l'eau à fon mouvement horifontal par lequel clic frotte contre le lit dans lequel elle coule. Dans les régions où la mer ne communique pas avec l'océan ; les marées retardent beaucoup davantage , enforte que ce retardement va quelquefois jufqu'à n heures, Se on a coutume de dire dans ces lieux que la marée précède le paflage de la Lune au méridien : au Port du Havre, par exemple, où la marée retarde de neuf heures , on croit qu'elle précède de trois heures le paflage de la Lune au méridien ; mais la vérité eft que cette marée eft l'effet de la précédente culmination, X I V. On vient de voir que l'effet de la Lune fur les marées, eft à celui du Soleil comme 4 * à i environ. Or on n'a fait attention en déterminant le tems auquel arrivent les marées qu'à l'action de la Lune, fi on ne faifoit de même attention qu'à l'action du Soleil, les marées devraient fuivre immédiatement le paflage du Soleil au méridien , en faifant abftraction des caufes externes qui les retardent i mais la mer, en obéiffant à ces deux aftres félon la quantité Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.86% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. -8/ de leur action fur elle , acquiert fa plus grande hauteur par une force compoléc de ces deux forces , ainfi cette plus grande hauteur arrive dans un tems intermédiaire à celui dans lequel elle auroit lieu en confidérant l'effet de chacune de ces forces féparément , & ce tems répond plus exactement au mouvement de la Lune qu'à celui du Soleil , parce que la force de la Lune fur la mer eft , comme on l'a vû précédemment , plus grande que celle du Soleil. Le plus grand abaiffement des eaux doit arriver quand la Lune eft dans l'horifon , puifque c'eft alors que fon action fur la mer eft la plus oblique , c'eft pourquoi il n'y a pas un efpace égal entre deux élévations de l'eau , comme cela devroit arriver } mais la plus grande élévation qui fuit eft d'autant plus près de celle qui l'a précédée , que .l'élévation du pôle du lieu qu'on confidère fera plus grande , & que la Lune aura plus de déclinaifon , c'eft-à-dire, d'autant plus qu'il y aura plus d'intervalc entre le lever & le coucher de la Lune, &c le cercle horaire de fix heures après fa cuimination. X V. ■ Voila les principaux phénomènes qui accompagnent les marées; & qui dépendent des pofitions des différentes parties de la terre par rapport au Soleil & à la Lune dans foa cours journalier. Il fe trouve des différences tous les mois dans les marées qui dé- l* variation* pendent des changemens de pofition de la Lune par rapport à la S^1 dan* terre, car on fçait que la Lune fait fa révolution autour de la terre dans l'cfpace d'un mois. XVI Les marées font plus grandes deux fois chaque mois lorfque la te* muét» Lune eft pleine & nouvelle, c'eft-à-dire, dans la conjonction & c«u»^bi > chaque l» r ' ai ••< <» . . . mois a la nouoppolition, ce cela parce qu alors les actions du Soleil & de la wJieatàiapictLune confpirent à élever les eaux. Dans les quadratures, ces forces "i*" p«"e* ctant contraires l'une à l'autre, on a alors Us plus petites marées, «««»• Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.18% accurate

lé PRINCIPES MATHÉMATIQUES XVII. Les Plas
Srandes & les petites marées n'arrivent cependant etnd n'arriv⁵!!
P⁸ précifément dans les fyfigies & dans les quadratures , mais ce
ccM«mi.,cn,dant font quelquefois les troiHcmcs ou quatrièmes après , & la
raifon en «>eE VïïmJauié eft s la confervation du mouvement par l'inertie ;
fi la mer étoit l MU' dans un parfait repos quand le Soleil & la Lune agiûent
fur elle de concert dans les fyfigies pour élever les eaux , elle ne prendroit
pas d'abord la plus grande vitefle ni par conféquent la plus grande hauteur,
mais elle l'acquéreroit petit à petit : or comme les marées qui précèdent les
fyfigies ne font pas les plus grandes , elles augmentent petit à petit, & les
eaux n'ont acquis leur plus grande hauteur que quelque tems après que la
Lune a palpé les fyfigies. Il en eft de même des plus petites marées qui
fuivent les quadratures, car le mouvement fe perd par degré de même qu'il
s'acquiert, & ce phénomène a la même caufe que le retardement des plus
grandes marées diurnes fur le moment de l'appulfe de l'afre au méridien. La
plus grande élévation de l'eau arrive plutôt dans le paflage des fyfigies aux
quadratures après le paflage de la Lune par le méridien , & plus tard dans le
paflage des quadratures aux fyfigies. On a déjà dit que dans les fyfigies le
flux devrait précéder le paflage de la Lune au méridien , à caufe que le
Soleil eft alors prefque dans l'horifon ; mais comme l'inertie rerarde le
mouvement des eaux , le flux doit fuivre plutôt le paflage de la Lune au
méridien après, que dans les fyfigies , &c c'eft ce que les obfer varions
confirment ; il arrive le contraire dans le paflage des quadratures aux
fyfigies , parce qu'alors le flux eft perpétuellement retardé par le Soleil.
XVIII. ■ mes font Fi« Enfin , toutes chofes égales , les marées font toujours
plus grandes 5»fa?4J«f* dans les mêmes afpcts du Soleil & de la Lune ,
fie lorfqu'ils ont la de u Lune que même déclinaifon , lorfque la Lune eft
dans fon périgée, que lorf 1 VoSéc. qu.clle çflJ çQa ap0géc f cc)a doit être
ainû par la théorie , Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.27% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, t7 puifque les forces de la Lune fur la mer décroiffent en raifon tri* plie de Tes diftanecs à la terre. XIX. Les différences annuelles des marées dépendent de la diftanec de i« • * - annuclU» la terre au Soleil, ainfi les marées (ont plus fortes, toutes chofes u* marée* font égales , en hyver dans les fyfigics, cV moindres dans les quadratures SiwfM liél qu'en été , parce qu'en hyver le Soleil cft plus près de la terre. ^«Je X/ X. v. Les effets de la Lune & du Soleil fur les marées dépendent en- l« m*** décore de la déclinaifon de ces aftres , car fi l'afre étoit placé dans le STîa dwSn pôle , il attireroit d'une manière confiante chaque particule d'eau , ■ & fon adion étant toujours égale , elle n'exciteroit dans cette eau aucun mouvement de réciprocation ; ainfi il n'y auroit ni flux ni reflux i donc l'aûion du Soleil & de la Lune , pour exciter ce mouvement , deviennent plus foibles à mefure qu'ils s'éloignent de l'équateun &c M. Newton, Prop. 57. Liv. j.dit, que la force de l'afre fur la mer décroît à peu près en raifon doublée du finus de complément de fa déclinaifon ; c'eft-là la rai fon pour laquelle les marées font moindres dans les fyfigics folftitiales , que dans les équinoétialcs : & elles doivent être plus grandes dans les quadratures folftitiales , que dans les équinoétialcs ; parce que dans le premier cas la Lune fait un plus grand effet que le Soleil. Les plus grandes marées arrivent donc dans les fyfigics , & les plus petites dans les quadratures des deux aftres vers l'equinox , &: la plus grande marée dans les fyfigics eft toujours accompagnée de la plus petite dans les quadratures , & le Soleil étant plus près de la terre en hyver qu'en été , fait que les plus grandes cV: les moindres marées précédent/plus fouvent l'équinoxe du printems , qu'elles ne la fuivent, & fuiventplus fouvent celle d'automne, qu'elles ne la précédent. Les deux plus grandes marées n'arrivent pas dans deux fyfigies Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.15% accurate

tt - PRINCIPES MATHÉMATIQUES continues , parce que s'il arrive que la Lune dans l'une des fyfigiej foie dans Ton péricée , elle fera la fyfigie fuivante dans fon apogée : or, dans le premier' cas, fon action étant la plus grande & confpirant avec celle du Soleil , elle fera monter l'eau à fa plus grande hauteur ; mats comme dans la fyfigie fuivante , où elle cft dans fon apogée , fon action eft la moindre , alors la marée ne fera plus û forte.

XXI. te tenu & ta Le flux & le reflux dépendent encore de la latitude du lieu. Car rt«eud<p",dèm en diftinguant toute la mer en deux flots hémifphériques , l'un boucili. l***** de* réal & l'autre auftral, ces deux flots qui font oppofés l'un à l'autre , arrivent tour à tour au méridien de chaque lieu à douze heures lunaires d'intervale i mais comme les régions boréales participent plus du flux boréal , & les auftrales du flux auftral , les flux feront alternativement plus grands & plus petits dans chaque lieu hors de l'équateur ; le plus grand flux, quand la déclinaifon de la Lune fera vers le lieu qu'on confidère , arrivera environ trois heures après le paflage de la Lune au méridien , & le flux t quand la Lune changera fa déclinaifbn, du plus grand deviendra le plus petit, & la plus grande différence de ces flux fera vers le temsdes folftices. Ainfi l'by ver le flux du matin doit être plus grand , & l'été ce doit être celui du foir ; & l'on apprend dans la Prop. 14. du Liv. j. qu'à Plimouth, félon l'obfervation de Colopnjfus, cette différence va à un pied , & à Brifiol, félon celle de Sturnius, à 1 5 pouces. M. Newton (dans le Livre Dt Mundi Syfitmatt > pag. 58.) dit, que la hauteur des marées diminue dans chaque lieu , en raifon doublée des Lenr hauteur finus complément de la latitude de ce lieu : or, on vient de voie fou douwee dei qUC dans l'équateur elles diminuent en raifon doublée du finus de m*™ de u là- complément de la déclinaifon de l'aûre } donc hors de l'équateur la moitié de la fomme de la hauteur à laquelle montent les marées le matin & le foir , c'eft-à dire , l'afcenfion moyenne diminue dans la même raifon à peu près , ainii on peut connoître par ce moyen la Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.87% accurate

DÊ LA PHILOSOPHIE NATURELLE. %9 la diminution des marées causée par la latitude des lieux & la déclinaison de l'ailrc. XXII. La grandeur du flux & du reflux dépend aussi de l'étendue des u gnn<!enr/« mers dans lesquelles ils arrivent , soit que les mers soient entièrement séparées de l'océan , ou qu'elles n'y communiquent que par un canal très-étroit j car si les mers ont 90° en longitude, le flux & le reflux doit être le même que s'il venoit de l'océan, parce que cet espace suffit pour que le Soleil & la Lune produisent sur les eaux de la mer leur plus grand & leur moindre effet ; mais si ces mers sont si étroites, que chacune de leurs parties soient élevées & déprimées avec la même force , il ne pourroit y avoir d'effet sensible , car l'eau ne peut s'élever dans un lieu , qu'elle ne s'abaisse dans un autre ; c'est ce qui fait que dans la mer Baltique, la mer Noire , la mer Caspienne , & dans d'autres mers ou lacs plus étroits encore , il n'y a ni flux ni reflux» XXIII, La mer Méditerranée qui n'a que soixante degrés en longitude] te* a» «l'eau éprouve des flux à peine sensibles, & M. Euler a donné une méthode pour déterminer leur grandeur -, ces marées peu sensibles peuvent encore être diminuées par les vents & par les courants qui sont très considérables dans cette mer ; c'est ce qui fait que dans beaucoup de ces ports il n'y a presque pas de flux réglé. On en faut donc • „,« excepter cependant la mer Adriatique qui a plus de profondeur, Si l'on suppose * ce qui rend son élévation beaucoup plus sensible j c'est ce qui fait, comme i{MûbUu dit M. Euler , que les Vénitiens sont les premiers qui aient fait des observations sur le flux de la Méditerranée» XXIV. Ainsi, outre les causes assignées par lesquelles on peut rendre compte des phénomènes de la mer, il y en a encore plusieurs qui s'ajoutent à elle, «

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.42% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES ?« ĩ^f caufcndcs inégalités dans fes mouvcmens , qui ne font réductible* pu »ffip«bics. 4 aucune loi , parce qu'elles dépendent d'élémens qui changent à chaque lieu ; tels font les lits fur lefquels pafient les eaux , les détroits , les différentes profondeurs des mers , leur largeur , les embouchures des fleuves, les vents , &c. toutes caufes qui peuvent altérer la quantité du mouvement de l'eau , Se par conféquent retarder le flux, l'augmenter, ou le diminuer, 6V qui ne peuvent être fommifés au calcul } c'eft pourquoi il y a des lieux où le flux arrive trois heures après la culmination de l'aftre, & d'autres oii il n'arrive que douze heures après j & en général, plus les marées font grandes, plus elles arrivent tard, & cela doit être ainfi, puifque Jes caufes qui les retardent aguTent pendant un tems d'autant plus long. Si le flux ctoit infiniment petit, il auroit lieu précifément dans le moment même de la culmination, parce que les obftacles qui le retardent agiraient infiniment peu ; c'eft en partie pourquoi les plus grandes marées qui arrivent vers la nouvelle & la pleine Lune, fuivent plus tard le paffage de la Lune au méridien , que celles qui arrivent vers les quadratures ; car ces dernières marées font les plus petites. XXV. M. Eultr rapporte qu'à S. Malo , dans le tems des fyfigies , le flux arrive la fixième heure après le paflage de la Lune au méridien , & la retardation augmente de plus en plus , jufqu'à ce qu'enfin à Dunkerqtu & à Ofitndt il n'arrive qu'à minuit. On peut par cette vitttk&atvu retardation connoître la vitefle de l'eau , & M. EuUr trouve par ces obfervations , cV par d'autres encore , qu'elle fait huit milles ▼iron en une heure i mais on fent que cette détermination ne peut être générale. XXVI. Les marées font toujours plus grandes vers les côtes qu'en pleine rendes Tti^iei mer, & plulieurs raifons y contribuent j premièrement, l'eau frappe * & i>"ur" contre lçs rivages , ce qui doit par la réaction augmenter fa hauteur -, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.09% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 9z fcondcmnt, clic y arrive avec la vitefle qu'elle avoir dans l'océan où fa profondeur eft très grande , & elle arrive en grande quantité , ce qui fait que par la grande réfiftanec que lui oppofent les rivages , clic s'élève beaucoup davantage i enfin quand elle pafle par des détroits, fa hauteur augmente beaucoup , parce qu'étant repouffee par les rivages , elle vient avec la force qu'elle a acquis par l'effort qu'elle a fait pour les inonder , c'eft pourquoi à Brifiol elle monte à une fi grande hauteur vers les fyfigies ; car fur cette côte le rivage eft plein de ûnuofités & de bancs de fable contre lefquels l'eau frappe avec une grande force , & defquels elle ne peut s'échapper auffitôt qu'elle feroit fi le rivage étoit uni. XXVII. C'eft par ces principes qu'on peut rendre raifon des flux énormes qui ont lieu dans quelques ports, comme à Plimouth, an mont S. Michel, & à Avranches , où M. Newton aflure {De Syftmate mundi) que l'eau monte jufqu'à 40 & 50 pieds, Se quelquefois plus. Il peut arriver que le flux vienne au même port par plufieurs p,^^"1^* chemins, & qu'il pafle par quelques-uns de ces chemins plus vîte ^J^u ** que par les autres , alors le flux paroîtra partage en plufieurs flux fucceflifs , qui auraient des mouvemens différens , & qui ne reflembleroient point aux flux ordinaires : fuppofons, par exemple, que de tels flux foient partagés en deux flux égaux , dont l'un précède l'autre de fix heures , &: qu'il arrive trois heures ou vingt fept heures après l'appulfe de la Lune au méridien, fi la Lune étoit alors dans l'équateur , il y aurait à fix heures d'intervale des flux égaux qui feraient détruits par des reflux de la même grandeur, & l'eau ftagneroit pendant vingt-quatre heures ce jour là. Si la Lune déclinoit , ces flux feraient dans l'océan alternativement plus grands & plus petits , ainfi dans ce port il y aurait alternativement deux plus grands & deux plus petits flux j les deux plus grands feraient acquérir à l'eau une plus grande hauteur qui fc trouverait dans le milieu de ces deux flux , & par les deux plus petits , elle acquéreroit fa moindre hauteur au milieu de ces deux m ij -* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.70% accurate

9i PRINCIPES MATHÉMATIQUES plus petits flux , & l'eau
acquéreroit dans le milieu de fa plus grande & de fa moindre hauteur une
hauteur moyenne ; ainfi dans l'cfpace «Se vingt quatre heures, l'eau, dans ce
port, ne s'éleveroit pas deux fois , coromp elle fait ordinairement , mais elle
n'acquéreroir. qu'une fois fa plus grande , & une fois (à plus petite hauteur.
Si la Lune décline vers le pôle éleyé fur l'horifon , fa plus grande hauteur
fera la je , la 6e , ou la 9e heure après l'appui fe de la Lune au méridien ; &
fi la Lune décline vers l'autre pôle, le/lux fc chanr géra en reflux. XX VII L
ides Tout cela a lieu à Batsham , dans le royaume de Tunquin s à 10»
jccompîpiwîe jo' de latitude boréale , il n'y a ni flux ni reflux le jour qui fuit
le 'Si* le pafTage de la Lune par l'cquateur } enfoite quand elle décline vers
T*^&? * *c nor<* » k nux & *c rc^ux recommencent & n'arrivent pas deux
fois par jour, comme dans les autres ports, mais une fois feulement, L'eau
arrive de l'océan dans ce port de deux côtés , l'un par la mer de la Chine par
un chemin plus droit \$r plus court entre l'iflç 4e Ltucjùt & Je rivage de
fronton , & l'autre de la mer des Indes entre la Cochinchint & l'jflc de
Bornéo , par un chemin plus long & plus tortueux. Or , l'eau arrive plutôt
par le chemin le plus court, ainli elle arrive de la mer de la Chine en fix
heures, 6c de celle des Indes en 1*. donc l'eau arrivant la *«& la 9e heure
après l'appulfç de la Lune au méridien , il en réfulte les phénomènes dont je
viens de parler, •X X I ai* emfcon. Aux embouchures des fleuves, le flux &
le reflux font encore îèrrfiotduïy différera , car le courant du fleuve qui
entre dans la mer réfifte au /kif&^uioï mouvement du flux de la mer, & aide
(on mouvement jdc reflux, & cette caufe doit par conféquenx faire durer le
reflux plus longrems que le .flux , & c'eft auJE ce qui arrive } car Sturnius
rapporte qu'au-deflus de Brijlol, à l'embouchure du fleuve de XOundaît , lç
flux dure cinq heures fip le reflux fept ; c'eft pourquoi encore , toutes
£ho£bs égales d'ailleurs, les plus grands flux arrivent plps jtar4 £ux
embouchures des fleuves qu'ailleurs, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.58% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, JJ XXX. On a dit ci-dessus que le flux & le reflux dépendoient de la déclinaison de l'astre & de la latitude du lieu, ainsi (bus les pôles il ne, Soit p⁴ il y ait y avoir ni flux ni reflux diurne, car la Lune étant à la même hauteur, mais seulement élévation sur l'horizon pendant 4 heures, elle ne passe point au zénith où elle dépasse le méridien du lieu, & par conséquent elle ne peut y élever les eaux comme elle le fait dans ces régions, la mer a le flux & le reflux qui dépendent de la révolution de la Lune autour de la terre chaque mois, ainsi la plus petite marée y arrive quand la Lune est dans l'équateur, parce qu'alors elle est toujours dans l'horizon pour les pôles ; ensuite le flux & le reflux commence peu à peu à mesure que la Lune décline vers le nord ou vers le midi, & quand elle a décliné son est la plus grande, elle n'élève l'eau que de 10 pouces au pôle vers lequel elle décline, & comme cette élévation se fait par un mouvement très lent, la force d'inertie l'augmente très peu, ainsi il est à peine sensible. XXXI, Ce n'est que sous le pôle que l'eau n'éprouve aucun mouvement mais à l'équateur, diurne ; mais dans la zone glaciale, il y a un flux chaque jour au lieu des deux qui ont lieu chaque jour dans la zone torride, & dans la zone tempérée, car dans la zone tempérée ; & il est aisé de faire voir que ce passage de y en a ira. deux flux à un ne se fait pas subitement, mais qu'il s'opère par degrés comme tous les effets de la nature. Car on doit se souvenir qu'on a dit ci-dessus que les deux flux diurnes de nos zones tempérées ne sont pas égaux : or, dans ce cas, il est certain que les plus petits flux feront plus voisins l'un de l'autre, lorsque les deux flux successifs feront inégaux, non-seulement quant à la hauteur des eaux, mais aussi quant au temps de leur durée ; or, plus le lieu éloigné de l'équateur, plus il y a d'inégalité entre deux flux successifs, tant pour leur grandeur que pour le temps pendant lequel ils durent, car le plus grand flux doit durer plus longtemps que le plus petit, 6V cependant tous deux durent environ 14 heures 14' à peu près. Donc dans les régions où la Lune passe dans cet intervalle au méridien de l'observateur, le plus petit flux. doit.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.96% accurate

54 PRINCIPES MATHÉMATIQUES paroîrrc entièrement , & il ne doit relier que le plus grand flux qui remplira feul l'intervalcde n heures 14/ ; d'où il eft clair que la Lune déclinant, l'inégalité des deux flux fucceffifs doit devenir plus grande à mefurc qu'on approche des pôles, & enfin s'évanouir entièrement fous les pôles, & alors les deux flux n'en feront plus qu'un. XXXII. Les forces du Soleil & de la Lune, telles qu'on a vû que M. Newfeibn. L Him ton les a déterminées , fuffifent pour caufer les marées , mais elles fi lenliblei fur In , _ , _ auito , ik ne ne peuvent produire d'autre effet fenûble fur la terre. Car la force du Soleil pour élever la mer étant à la gravité ici-bas comme 1 à 1 1868100 , & la fomme des plus grandes forces réunies , que le Soleil & la Lune exercent fur la mer , étant à cette même gravité comme 10 \$ 1890 à 1 , on voit que ces forces réunies ne pourraient pas déranger les pendules de leur fituation verticale d'un angle égal à la dixième partie d'une féconde, & ne changeroient pas la longueur du pendule à fécondes de -fc de ligne -, elles ne produiroient pas un effet plus fenfible fur le baromètre , ni n'auroient enfin aucun effet fenfible ici-bas. X X X 1 I I. fcCiïï*Î7£ Les effcts de l* Lanc fur nier , doivent nous faire jnger que t7«T£££ fi Jupiter a des mers, fes fatellites dans leurs conjonctions 6V dans leurs oppofitions doivent y exciter de grands mouvemens , fuppofe que ces fatellites ne foient pas beaucoup plus petits que notre Lune. Car le diamètre de Jupiter a une beaucoup plus grande raifon à la diftance du fa tel lire qui eft le plus loin de lui , que celle du diamètre de la terre à la diftance de la Lune à la terre , & on a vû que l'action de la Lune fur la mer dépend de cette proportion. Peut-être les changemens qu'on remarque dans les taches de Jupiter viennent-elles en partie des mouvemens que fes fatellites «xcitent dans les eaux de cette planète , 6c fi on obfervoit que ces changemens eunent avec les afpcés de ces fatellites l'analogie qui iûit de cette théorie, on auroit une preuve que c'en eft la véritable xiaufc. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.79% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 9f Comment M, Newton explique Us Phénomènes des planètes fécondai res , & principalement ceux de la Lune. I. Le premier phénomène que les planètes fecondaires prefentent aux Phyficiens , c'eft la tendance qu'elles ont vers leur planète principale , en fuivant la même loi que les planètes principales vers le Soleil. Nous avons fufhfamment établi cette tendance dans le fécond Chapitre, à l'occafion des planètes principales, en négligeant, comme il le faut d'abord pour Amplifier la quellion , toutes les inégalités que les planètes produifent entr elles, ou qu'elles peuvent recevoir de la part du Soleil. Mais il eft maintenant à propos d'exa* miner ces inégalités , pour voir d'une manière plus fatisfaiſante l'univerſalité du principe de l'attracTten , &: l'harmonie du fyſtème dont il eft la bafe. La Lune cil de toutes ces planètes celle dont on connoît le mieux les variations , 6c celle dont la marche peut être le plus facilement fourni fe à la théorie. Il nous manque pour l'entier examen des autres planètes fecondaires, un élément auquel il paroît comme impoffible de fuppléer, la connoiffance de leurs maffes , laquelle eft néceffaire pour meſurer leurs actions réciproques, & les dérangemens de leurs orbites qui en réfultent. Et quand même , abandonnant l'eſpérance de calculer par la feule théorie les mouvemens de ces aftres, l'on fe propoferoit feulement de faire voir à pojteriori que les phénomènes n'ont rien de contraire au principe de l attraction , on n'en feroit pas maintenant plus avancé, parce que les phénomènes mêmes, conſidérés ailronoiniquement, ne font pas allez bien déterminés. Tout fe réduit donc pour la théorie de ces planètes, à avoir vit que les forces avec leſquelles elles agiffent les unes fur les autres, ou celle avec laquelle le Soleil agit fur elles pour déranger leurs orbites , font très petite* /

The text on this page is estimated to be only 18.97% accurate

9^e PRINCIPES MATHÉMATIQUES en comparaison de
l'attraction qu'elles éprouvent vers leurs planètes principales , & que cette
attraction est comme toutes les autres* inversement proportionnelle aux
carrés des distances. Les différentes forces de mouvemens qu'on avoit
remarqué depuis longtems dans la Lune, & les loix de ces mouvemens
trouvées par de célèbres Astronomes , ont fourni à M. Newton des moyens
d'appliquer avec succès sa théorie à cette planète. Ce grand homme qui avoit
déjà tant fait de découvertes dans les autres parties du Système du Monde, a
voulu encore perfectionner celle-là -, & quoique la méthode qu'il ait suivie
en cette occasion soit moins claire & moins satisfaisante que celle qu'il avoit
employée dans les autres phénomènes , on ne peut pas s'empêcher de lui
devoir beaucoup de reconnaissance de s'y être appliqué; Nous allons donner
une légère idée de la méthode qu'il a suivie dans cette recherche.. On voit
facilement que si le Soleil étoit à une distance de la terre & de la Lune qui fut
infinie par rapport à celle qui sépare ces deux planètes, il ne troubleroit en
aucune manière les mouvemens de la Lune autour de la terre > puisque des
forces égales & dont les directions sont parallèles, qui agissent sur deux
corps quelconques , ne fauroient altérer leurs mouvemens relatifs. Mais
comme l'angle que font les lignes tirées de la Lune & de la terre au
Soleil, quoique très petit, ne faisoit être regardé comme nul
, il faut considérer à l'inégalité, & le rapport de la force du Soleil à celle de la terre, & en
dédire l'inégalité de l'action du Soleil sur la Lune & sur la terre. Pour les
deux corps à considérer. Prenant donc , ainsi que M. Newton
, sur la ligne tirée de la Lune au Soleil une droite pour représenter la force
avec laquelle le Soleil l'attire , soit regardé cette droite comme la diagonale
d'un parallélogramme dont un côté seroit sur la ligne tirée de la Lune à la
terre , & l'autre une parallèle menée de la Lune à la droite qui Digitized by
Goog

The text on this page is estimated to be only 21.97% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 97 qui joint le Soleil & la terre. Il est clair que ces deux côtés du même La fow du 5». parallélograme , représenteront deux forces qu'on peut substituer à l'énacittjuuo! La force du Soleil sur la Lune, & que la première de ces deux forces , celle qui pousse la Lune vers la terre , ne troublera en aucune l'w pour? i« manière l'observation de la région de Kepler des aires proportion- *m h tai" ne lie s aux tems , mais qu'elle changera seulement la loi de la force avec laquelle la Lune tendra vers la terre , & altérera en conséquence la forme de son orbite. Quant à la féconde force, celle qui L'wrcifUruW agit suivant la parallèle au rayon de l'orbite de la terre, si elle étoit $\propto Vu'f f f$ (gale à la force avec laquelle le Soleil agit sur la terre , on voit aisément qu'elle ne produiroit aucun dérangement à l'orbite de la Lune; mais cette égalité peut arriver que dans les points où la Lune est à une distance du Soleil égale à celle où en est la terre, dans le même tems, ce qui arrive vers les quadratures. Dans tout autre point, ces deux quantités étant inégales, c'est leur différence qui exprime la force perturbatrice du Soleil sur la Lune , tant pour déranger la description égale des aires en tems égaux, qu'elle empêche la Lune de se mouvoir toujours dans le même plan, I I I. On ne trouve dans la Proposition du premier Livre que je viens, Prof. t. j. Lir.!! de citer , que l'exposition générale de cette manière d'estimer les forces perturbatrices du Soleil sur la Lune : mais dans le troisièmé . on trouve le calcul qui mesure leur quantité -, on y apprend que la partie de la force du Soleil qui pousse la Lune vers la terre, est dans $S? f f i . 1 " 1 * *$ la médiocre quantité , la $j * g t$ de celle par laquelle la terre agit sur elle dans ses moyennes distances. On voit ensuite que l'autre partie de la même force du Soleil, celle qui agit parallèlement au rayon de l'orbite de la terre, est à la première, comme est au sinus total , le triple du cosinus de l'angle que font entr'elles les droites tirées de la Lune vers la terre au Soleil. Jim If, | Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.05% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES I V. Aec<t<fraoon M.

Newton employé cette détermination des forces perturbatn4c cent forte ces , dans les Prop. 16. 17. 28. 19. du même Livre, à calculer celle des inégalités de la Lune qu'on appelle fa variation , & dont la découverte cft dûe à Tycko. M. Newton , pour déterminer cette inégalité , fait abfracfcionde toutes les autres : il regarde même la Lune comme fi elle devoir y parcourir un cercle parfait autour de la terre fans l'action du Soleil , &: il cherche l'accélération que l'aire doit recevoir par celle des deux forces perturbatrices qui agit parallèlement an rayon tiré de la terre au Soleil. Il trouve que l'aire décrite dans chaque instant fuppofé égal , cft toujours à peu près proportionelle à la fomme du nombre z 1 9 , 46 , &T du finus verfc du double de la diftance de la Lune à la prochaine quadrature (le rayon étant l'unité); cr que la plus grande inégalité de la dans les octans où ce linus verfc ca dans fon maximum. V. Pour déterminer enfuite l'équation que doit donner au mouvement de la Lune cette accélération de l'aire , il a égard au changement de figure que recevrait l'orbite par la force perturbatrice. L'aftiondoSo- Il cherche la quantité dont la force perturbatrice doit rendre la 5? u Ldur.«'£S ligne qui pafle par les quadratures plus longue que celle qui trafyn^e..\"^^ verfc les fyfigics. Les données qu'il employé en réfolvant ce Problème , font les vitefles qu'il a montre à déterminer pour ces deux points dans la propofuion précédente , & les forces centripètes aux roèmçs points, lefquelles font compofées l'une & l'autre de la force vers la terre , & des forces perturbatrices du Soleil qui agiflent alors toutes deux dans le même fens que le rayon de l'orbite de la Lune. Or , les courbures devant être alors directement comme les attractions , & inverfement comme les quarrés des vitctles, il a par ce moyen le_rapport des courbures , & il en déduit les axes fie l'orbite Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.50% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 99 en prenant pour hypothèse que cette courbe soit une ellipse dont la terre est le centre, si le Soleil est supposé fixe pendant que la Lune va de la syzygie à la quadrature, & qu'elle soit, lorsqu'on a égard au mouvement du Soleil, une courbe dont les rayons sont les mêmes que ceux de l'ellipse pendant que l'on augmente les angles qu'ils contiennent dans la raison du mouvement périodique de la Lune à son mouvement synodique. Le premier de ces mouvements étant celui dans lequel on rapporte la Lune à un point fixe du Ciel -, l'autre étant celui où on la compare au Soleil. Par ces suppositions M. Newton parvient à trouver que l'axe qui passe par les quadratures, doit être plus grand que celui qui traverse les syzygies de $V L r \gg \bullet * ' \bullet \gg i$. Il calcule ensuite dans la même hypothèse l'équation ou correction, au mouvement moyen de la Lune, qui doit résulter tant de « t. l'accélération trouvée dans le problème précédent, en ne regardant l'orbite que comme circulaire, que celle qui viendrait de la nouvelle figure de cette orbite, par le principe des aires proportionnelles aux tems. La combinaison de ces deux causes lui donne une équation qui se trouve la plus grande dans les orbes, & qui monte alors à $\frac{1}{2} j'$ ioff. Dans les autres cas, elle est proportionnelle au sinus du double de la distance de la Lune à la prochaine quadrature. Cette quantité se trouve être celle qui convient avec les observations, & se forme celle des équations du mouvement de la Lune que l'on ajoute à cette variation ou réflexion. Il est bon d'ajouter, avec M. Newton, que la variation des orbes, n'est de cette quantité, que dans le cas où l'on suppose la terre dans la moyenne distance & que dans les autres cas, il faut prendre une quantité qui (bit à cet angle de $\frac{1}{2} \sin i$ o" en raison renversée du cube de la distance au Soleil. La raison en est que l'expression de la force perturbatrice du Soleil, laquelle est la cause de toutes les inégalités de la Lune » est divisée par le cube de la distance au Soleil. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.29% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES VII. r . ^ly- ->' i-A iJb'p? -
: , ^rrop.joflci, M Newton pafle de l'examen de la variation de la Lune à
celui mo, ^! t du mouvement de fes nœuds. Dans cette recherche il néglige ,
ainfi S1*** JIL" dedans la précédente, l'excentricité de l'orbite de la Lune.
Il fuppofe qu'elle fe mouvroit dans un cercle fans la force perturbatrice <lu
Soleil , & n'attribue à cette force d'autre effet que de changer l'orbite
circulaire en une ellipfé dont la terre cil le centre, ou plutôt dans la courbe
dont nous venons de donner la conftruétion par le moyen d'une ellipfe.
Quei'eeft «ne l)cs dcux forces perturbatrices du Soleil , il n'a befoin de
Confirmez Htm forces r ' ii'-i in'iya 'U ^rcr luc cc,,c <ll" aSic parallèlement
à la ligne tirée de la terre au Soleil : l'autre , c'eft-à-dire, celle qui pouffe la
Lune vers la terre agiifmt dans l'orbite même, ne peut être la caufe du
mouvement qu'a le plan de cette orbite. N'ayant donc que cette force à
confidérer , 6V ayant trouve qu'elle ctoit proportionnelle au cofinus de
l'angle que font les lignes tirées de la Lune au Soleil 6c à la Lune , voici
comme il employé cette force. A l'extrémité du petit arc que la Lune a décrit
dans un inftartt quelconque, il en prend un égal, qui feroit celui que la Lune
parcourroit fans la force perturbatrice ; &: par l'extrémité de ce nouvel arc
, il mène une petite droite parallèle à la diftance de la terre au Soleil , & il
détermine la longueur de cette droite , par la mefure déjà déterminée de la
force qui agit dans le même fens qu'elle. Cela fait, la diagonale du petit côté
que la Lune auroit décrit fans la force perturbatrice, & du côté que feroit
décrire cette force fi clic étoit feule, donne le vrai petit arc que doit décrire
la Lune. Il ne s agit donc plus que de voir combien le plan qui pafleroit par
ce petit arc & par la terre, diffère du plan qui pafTeparle premier côté , 6V
de même par la terre. i "S « ^ *JIL"" :''r ""^ -*' 4iJ -'• <"..rwv .j • • , ri* Les
deux petits cotes dont nous venons de parler étant prolongés jufqu'à ce
qu'ils rencontrent le plan de l'orbite de la terre , &c ayant tiré de leur
rencontre avec ce plan dcux'droncs i la terre, l'angê Digitized by

The text on this page is estimated to be only 23.20% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. féi que font ces deux droites , eft le mouvement du nœud pendant l'infant que la Lune met à parcourir ce nouveau petit arc que l'on . vient de confidérer. Mais comme nous ne pouvons pas fuivre ici le calcul par lequel M. Newton détermine ce petit angle , nous nous contenterons de dire qu'il établit d'une manière très claire , que fa mefurc & partant la vitefle ou le mouvement infstantané du nœud .ffij[^]y eft proportionnel au produit des finus des trois angles qui expriment; les diftances de la Lune à la quadrature , de la Lune au nœud , 6c du nœud au Soleil. VIII. Il fuit de-là une remarque finguliere fur le mouvement des nœuds Wgwffion & de la Lune : c'eft que lorfque l'un de ces trois finus fe trouve né- n[^]Sfd»?» cb£ gatif , le nœud, de rétrograde qu'il eft auparavant , devient direct. Ainfi lorfque la Lune eft entre la quadrature & le nœud voifin , le nœud avance fuivant l'ordre des fignes. Dans les autres cas il rétrograde, & comme l'efpacc fait, en rétrogradant, eft plus confidérable que celui qui eft parcouru- d'un mouvement direc, il arrive Ah«ndeeh»w que dans chaque révolution de la Lune , le nœud s'eft mû réelle- J^{n^}HHonc ment contre l'ordre des fignes. mû*«>«mrc. Lorfque la Lune eft dans les fyfigics & le nœud dans Ici quadra- Formule qui tures c'eft-à-dirc à >o degrés du Soleil , le mouvement horaire eft »emem de j 3" 10" 37 iT i iT. Pour avoir donc fon mouvement horaire dans toutes les autres fnuations , il faut prendre un angle qui foit à celuilà , comme le produit des trois lînus dont je viens de parler eft au cube du rayon. 1 X. Prenant le Soleil & le nœud pour fixe pendant que la Lune fe trouve ti». fucceffivement à toutes les diftances du Soleil , M. Newton cherche du mouvement le mouvement horaire du nœud qui eft le milieu entre tous les diff- 4u rens mouvemens que donneroit la formule précédente, & ce mouvement moyen , qu'il appelle le mouvement médiocre du nœud, eft de 16u ? 5 w 16 i» lorfque l'on fuppofc l'orbite circulaire, & que Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.04% accurate

toi PRINCIPES MATHÉMATIQUES Ton prend le cas où les
nœuds font en quadrature avec le Soleil Dans les autres positions il est à
cette quantité comme le carré du sinus de la distance du Soleil au nœud est
au carré du sinus total. Si on suppose que l'orbite (bit l'ellipse employée
déjà à l'article ille la variation dont la terre est le centre , le mouvement
médiocre dans les quadratures n'est plus que t^2 à 37 $\frac{1}{2}$, 41*. & dans les
autres positions il dépend également du carré du sinus de la distance au
Soleil Afin de parvenir à déterminer pour un temps quelconque proposé le
lieu moyen du nœud , M. Newton prend un milieu entre tous les
mouvements médiocres considérés comme nous venons de le dire s'écrit il se
fert pour cette recherche de la quadrature des courbes 5c de la méthode des
séries. Par ce moyen il trouve que le mouvement des nœuds dans une année
solaire doit être de $1^{\circ} 8' 1''$ à $1^{\circ} 8' 1''$ ce qui ne s'écarte que d'environ / des
déterminations faites par les Agronomes. la même courbe qui par
la quadrature de son espace entier du Soleil donne le milieu entre toutes
les vitesses médiocres du nœud , sert aussi au lieu par la quadrature de ses
parties quelconques à trouver le lieu vrai du nœud pour l'instant proposé.
Voici le résultat de son calcul en négligeant ce qui peut être négligé. Ayant
fait un angle égal au double de celui qui exprime la distance du Soleil , au
lieu moyen du nœud , on rendra les deux côtés de cet angle tels que le plus
grand soit au plus petit , comme le mouvement moyen annuel des nœuds
qui est de $19^{\circ} 49' 1''$, $19^{\circ} 49' 1''$ est à la moitié de leur mouvement vrai médiocre ,
lorsqu'ils sont dans les quadratures, laquelle est de $31' 1''$ c'est-à-dire
Comme 58, 1 à 1. Cela fait, & ayant achevé le triangle donné par cet angle
cV par (es deux côtés , l'angle de ce triangle qui se oppose à ce petit côté
représente exactement l'équation ou correction qu'il faut faire au
mouvement moyen pour avoir le vrai, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.12% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ici XI. De la recherche du mouvement des noeuds , M. ihwton pafle à P«P. «.+ la détermination des changemens que fubit l'inclinaifon de l'orbite rf»m i vuT,^ <le la Lune. Cet examen eft néceffairement lié avec le premier, & eft tout aufli indifpcnfable , puifque la connoiffance de la latitude de la Lune dépend également de ces deux élémens. En employant, comme nous l'avons vu tout-à- l'heure pour le mouvement des noeuds, celle des deux parties de la force perturbatrice du Soleil qui n'agit pas dans le plan de l'orbite de la Lune , M. Norton par» .vient facilement à mefurer le changement horaire qu'éprouve l'inclinaifon de l'orbite de la Lune , & ce changement, lorſque l'on fuppoſe l'orbite circulaire , fe trouve en diminuant premièrement Je mouvement horaire des nœuds, lequel ell de $jj'' 10''' j3iT nT$ Vuſeion **■ _ - Mire <!e l'int.i(les nœuds étant dans les quadratures & la Lune dans les fyfigies) wim, dans la raifon du finus de l'incUnaifon de l'orbite de la Lune au rayon, & en prenant enfuite une quantité qui foit au nombre donné par cette opération comme le produit du finus de la diſtanc de la Lune à la quadrature voisine , par le finus de la diſtance du Soleil au nœud & par le finus de la diſtanc de la Lune au nœud ,eft au cube du rayon. Ce changement horaire de l'obliquité de l'écliptique de la Lune n'eſt calculé que dans la fuppoſition que Ton orbite foit circulaire, mais ſi l'on veut qu'il convienne à l'orbite elliptique que M. Ntwton a tiré de la force perturbatrice du Soleil fans égard à l'excentricité , il faut le diminuer de .XII. ' Après avoir déterminé ainſi le changement horaire de TincH- Pn?: naifon de l'orbite de la Lune , M. Newton employant la même mé- «où vl£ÏLùfx thode & les mêmes fuppoſitions par laquelle il avoir trouvé le lieu SïiaèT iaM vrai du nœud dans un inſtant quelconque propolc , parvient à dc* terminer l'inclinaifon de Porbitc -pour un moment quelconque^ Voici le réfultatde fon calcul. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.68% accurate

>o+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES Soient prises sur une base à compter d'un même point trois parties en progression géométrique , dont la première représente la plus petite inclinaison & la troisième la plus grande. Soit menée ensuite par l'extrémité de la seconde une droite qui fasse avec la base un angle égal au double de la distance du Soleil au nœud pour le mouvement propre. Soit prolongée cette droite jusqu'à ce qu'elle rencontre le demi cercle décrit sur la différence de la première & de la troisième des lignes couchées sur la base. Cela fait l'intervalle compris entre la première extrémité de la base & la perpendiculaire abaissée de la commune section du cercle & du côté de l'angle dont on vient de parler, exprimera l'inclinaison pour le temps propre. XIII. , ... " ce -que Mr. M. Newton, après avoir exposé la méthode par laquelle il calcule les inégalités de la Lune appelée sa variation , est la méthode du de la Lune. ^^ déterminant le mouvement des nœuds & la variation de l'obliquité de l'écliptique, rend compte de ce qu'il dit avoir tiré de sa théorie de la gravitation par rapport aux autres inégalités de la Lune. Mais il s'en faut bien que ce qu'il donne alors puisse être très utile aux géomètres, que ce qu'il a dit auparavant par rapport aux inégalités dont je viens de parler. Dans l'examen des premières inégalités , quoique le lecteur ne soit pas extrêmement satisfait à cause de quelques suppositions & de quelques abstractions faites pour rendre le problème plus facile , il a du moins cet avantage, qu'il voit la route de l'Auteur &: qu'il acquiert de nouveaux principes avec lesquels il peut se flatter d'aller plus loin. Mais quant à ce qui regarde le mouvement de l'apogée & la variation de l'excentricité, & toutes les autres inégalités du mouvement de la Lune , M. Newton se contente des résultats qui (Conviennent aux Astronomes pour construire des tables du mouvement de la Lune, & il affine que sa théorie de la gravité l'a conduit } ces résultats, !. !• Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.37% accurate

DE XÀ PHILOSOPHIE NATURELLE. Uf X I V. HA. Horox>
célèbre aftronome Anglois avoit prévenu M. Newton i*f. tim» fur la partie
la plus difficile des mouvemens de la Lune , fur ce qui V^Î^J' régarde
îapogée 6c l'excentricité. On cft étonné que ce fçavant rc8aKri'! dénué du
fecours que fburniflent le calcul 6c le principe de l'attrac' cion fait pû
parvenir à réduire des mouvemens fi compofes fous des loix prefque
fcmblables à celles de M. Newton » & ce dernier fi rcſpectable d'ailleurs
paroît d'autant plus blâmable en cette occaſion d'avoir caché fa méthode ,
qu'il s'expoſoit à faire croire que fes théorèmes étoient comme ceux des
Aftronomes qui Tavoient précédé, le réſultat de l'examen des obſervations,
au lieu d'être une conféquence qu'il eut tirée de fon principe général. Ccft
dans le fcholie de la propoſition j j du jf. livre que M. Newton a donné ces
théorèmes qui font prefque tout le fondement des tables du mouvement de
la Lune. Voici à peu-pres en quoi ils confident. X V. Le mouvement moyen
de la Lune doit être corrigé par nne équation * * * * • noelle» du
mouvement dépendante de la diſtance du Soleil à la terre. Cette équation £J[£*
jÇ appelée annuelle cſt la plus grande dans le périhélie du Soleil & la &^
^A°6 plus petite dans fon apogée. Son maximum eſt de 1 1' 5 1 * 6c dans
les autres cas elle eſt proportionnelle à l'équation du centre du Soleil. Elle eſt
additive dans les fix premiers lignes à compter de l'apogée du Soleil , 6c
ſouſtraïve dans les fix autres lignes. Les lieux moyens de l'apogée & du
noeud doivent être auffi corrigés chacun par une équation de même eſpèce,
c'eſt- à-dire, dépendante de la diſtance du Soleil à la terre 6c proportionnelle
à l'équation du centre du Soleil. Celle de l'apogée cſt 19' 45" dans fon
maximum 6c eſt additive du périhélie à l'aphélie de la terre. L'équation
eſt ſouſtraïve de l'aphélie au périhélie pour le noeud. Elle cſt que de 9'
14" gc eſt priſe dans un ſens contraire à la première» Tom //. o Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 22.10% accurate

to< PRINCIPES MATHÉMATIQUES XVI. Pr«ni«re <qn- Le mouvement moyen de la Lune doit en suite souffrir une autre t?J££5« correction , dépendante à la fois de la distance du Soleil à la terre moy«i de la & \z f, tuation de l'apogée de la Lune par rapport au Soleil. Cette équation qui est inversement comme le cube de la distance du Soleil à la terre , & directement comme le sinus du double de l'angle qui exprime la distance du Soleil, à l'apogée de la Lune, s'appelle équation femestre. Elle est de j' 4\$" lorsque l'apogée de U Lune est en oâns avec le Soleil , pendant que la terre est dans sa moyenne distance. Elle est additive quand l'apogée de la Lune va de sa quadrature avec le Soleil à sa syfigie : & soustractive, lorsque l'apogée va de la syfigie à la quadrature. > ' XVII. setoode éw*- l*c même mouvement moyen de la Lnne demande une troî* fième correction , dépendante de la f, tuation du Soleil par rapport au nœud , ainsi que de la distance du Soleil à la terre. Cette correction ou équation que M. Newton appelle la féconde équation femestre , est inversement proportionnelle au cube de la distance de la terre au Soleil , & directement proportionnelle au sinus du double de la distance du nœud au Soleil , elle est de 47 * lorsque le nœud est en oâns avec le Solcil, & que la terre est dans ses moyennes distances. On l'ajoute lorsque le Soleil s'écarte en antécédenc du nœud le plus proche, & au contraire , on la retranche lorsqu'il s'en éloigne en conféquenec. X V I 1 L Après ces trois premières corrections du lieu de la Lune, fuit telle qu'on appelle son équation du centre. Mais cette équation» ne fauroit être prise comme celle des autres planètes dans une seule 4c même table, parceque son excentricité varie à tout moment, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.18% accurate

DÊ LA PHILOSOPHIE NATURELLE. io7 & que le mouvement de son apogée est fort irrégulier. Afin donc de parvenir à l'équation du centre de la Lune, il faut commencer par déterminer l'excentricité & le vrai lieu de l'apogée de la Lune, ce que l'on raisonne par le moyen de tables fondées sur la proposition suivante. Ayant pris une droite quelconque pour exprimer la moyenne excentricité de l'orbite de la Lune laquelle est de 5505 parties, dont l'apogée SI d« la moyenne distance de la Lune à la terre est environ 100000, on laKeauki,é4 fait à l'extrémité de cette droite que l'on prend pour base un angle égal au double de l'argument annuel 00 de la distance du Soleil au lieu moyen de la Lune corrigé une première fois comme on l'a déjà enseigné. On fixe ensuite la longueur du côté de cet angle en le faisant égal à la moitié de la différence, entre la plus petite & la plus grande excentricité, laquelle est de 1 171 {. Fermant alors le triangle» l'autre angle à la base exprime l'équation ou correction à faire au lieu de l'apogée déjà corrigé une fois pour avoir son lieu vrai, 6c l'autre côté du triangle, c'est-à-dire, celui qui est opposé à l'angle fait égal au double de l'argument annuel, exprimera l'excentricité pour le moment proposé. Ajoutant alors l'équation de l'apogée à son lieu déjà corrigé, si l'argument annuel est moindre de 90, ou entre 180 & 170, & la retranchant dans les autres cas on aura le véritable lieu de l'apogée que l'on retranchera du lieu de la Lune, corrigé par les trois équations déjà rapportées, afin d'avoir l'anomalie moyenne de la Lune. Ensuite avec cette anomalie & l'excentricité, on aura facilement par les méthodes ordinaires l'équation du centre» U partant le lieu de la Lune, corrigé pour la quatrième fois, X 1 X. Le lieu de la Lune, corrigé pour la cinquième fois, se trouve en la même manière appliquant au lieu de la Lune, corrigé pour la quatrième fois l'équation appelée variation, dont nous avons déjà parlé, laquelle Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.88% accurate

tôt PRINCIPES MATHÉMATIQUES cft toujours en raifon
direâdu finus du double de l'angle, qui exprime ha diftance de la Lune au
Soleil, & en raifon inverfe du cube de la diftance de la terre au Soleil. Cette
équation qui eft ad. ditive dans le premier, & le troifième quart de cercle,
(encore tant du Soleil) & négative dans le deuxième & quatrième , eft de
jj' 10" quand la Lune eft en oſtaus avec le Soleil & la terre dans fes
moyennes diftances. X X. La fixième équation du mouvement de la Lune
eft proportionnelle au finus de l'angle que l'on a en ajoutant la diftance de la
Lune au Soleil à la diftance de l'apogée de la Lune à celui du Soleil. Son
maximum eft de i xo" Se elle eft politive lorlque la fomme eft moindre que
180 0 &c négative , fi la fomme cft plus grande. XXI. ſepiécut i<i>xv La
feptième &c dernière équation qui donne le lieu vrai de là Lune dans Ton
orbite , cft proportionnelle à la diftance de la Lune, au Soleil ; clic cft de 1'
20" dans fon maximum. ,t :: XXII. ■ r ■ . ;. ir;j . •• .. ^.. \ • !. ■• ... • , On ne
voit guères pour retrouver le ehemin qui peut avoir con-r duit M. Newton à
toutes ces équations , que quelques corollaires de la propofition 66 du
premier livre, où il donne la manière d'eſtimer les forces perturbatrices du
Soleil, que j'ai expofé dans ce Chapitre. On fent bien à la vérité que celle
des deux forces qui agit dans le fens du rayon de l'orbite de la Lune , fe
joignant à la. force de la terre, altère la proportion inverfe du quarré des
diftai> ces, & doit changer tant la courbure de l'orbite, que le tems dans.
lequel la Lunclepafcouro; m#i&, comment M. Htwoiv art'il employé, . çts
altératieDS de la force centrale , & quels principes art'il fuivi-. - • j>ouj
éwitçr ou pour vainçK^ coinglicatiQft.çx^rcaïc ,M les.diÊrDigitized by
Google

DB LÀ PHILOSOPHIE NATURELLE. ,o, ficultés du calcul que
 présente cette recherche ? c'est ce qu'on n'a pas encore pû découvrir du
 moins d'une manière satisfaisante. On trouve, je l'avoue, dans le première
 Livre des Principes , une proposition sur le mouvement des apfides en
 général , qui promet d'abord de grands ufages pour la théorie des apfides de
 la Lune, mais quand on vient à s'en fervir, on voit bientôt qu'elle ne* mené
 pas fort avant dans cette recherche. ' La proposition dont je parlé apprend
 que si à une force qui agit inversement comme le carré des distanecs , on
 en ajoute une inversement proportionnelle au cube, cette nouvelle force ne
 changera pas la nature de la courbe décrite par la première force , mais
 donnera un mouvement circulaire au plan sur lequel elle est décrite , je veux
 dire que l'addition de la nouvelle force qui fuie la raison renversée du cube ,
 fait que le corps au lieu de décrire autour du centre des forces une ellipse sur
 un plan immobile, comme il l'auroit décrite par la seule force inversement
 proportionnelle au carré , décrira la courbe que trace un point mù dans une
 ellipse, pendant que le plan de cette ellipse tourne lui-même autour du
 centre des forces. Dans des coroll. de cette proposition M. Newton applique
 sa conclusion au cas où la force ajoutée à celle qui fuie la loi du carré* de
 la distance, n'est pas restreinte à agir comme le cube , mais comme toute
 autre quantité dépendante de la distance. Si donc la force perturbatrice du
 Soleil le trouvoit dépendre de la seule distance de la Lune à la terre , on iroit
 tout de suite & la théorie du mouvement des apfides de la Lune , par cette
 seule proposition : mais comme il entre dans l'expression de cette force
 l'élongation ou distance de la Lune au Soleil, & qu'outre cela il n'y a
 qu'une seule partie de la force perturbatrice du Soleil qui agit fuivant la
 distance de la Lune, on ne peut sans des artifices nouveaux & peut-être
 aussi difficiles à trouver que la détermination* ootière de l'orbite de la Lune,
 employer la proposition de M. Newton sur les apfides en général au cas de
 la Lune. Aussi sur cet article

The text on this page is estimated to be only 21.43% accurate

no PRINCIPES MATHÉMATIQUES comme fur tout le refte de la théorie de la Lune , les plu\$ grandi Géomètres de ce ficelé ont abandonné la rdutc battue j u I qu'a prêtent par les commentateurs de M. Ntwton , & ont crû qu'ils arriveraient plutôt au but en reprenant tout le travail dès fa première origine. Us ont cherché à déterminer directement les chemins Ô£ les vitêfles de trois corps quelconques qui s'attirent. On fc flatte de voir dans peu le fuccès de leur travail : la méthode analytique qu'ils fin vent , paroît la feule qui puuTc vraiment fatisiaire dans une recherche de cette nature. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.11% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE, ni DES COMETES⁴ I.

Uoiquac les comètes ayent attiré dans tous les tems l'attention des Philosophes , ce n'est que depuis le siècle dernier & même depuis M. Newton , que l'on peut se flatter d'avoir quelque connoissance de leur nature. Sineque sembloit avoir pressenti ce qu'on devoit découvrir un jour sur ces astres } mais le germe des vrais principes qu'il avoit semé fut étouffé par la doctrine des Péripatéticiens, de⁵* qui transmettant de siècle en siècle , les erreurs de leur maître, fou- j⁶c⁷^⁸,rg,,r renoient que les comètes étoient des météores & des feux paflagers. » Quelques Astronomes à la tête desquels on doit mettre Tycho , J⁹e¹⁰f reconnurent la fausseté de cette opinion en faisant voir par leurs JjJ¹¹ de¹²li observations , que ces astres étoient beaucoup plus près de l'orbe de la Lune. Ils détruisirent en même tems les deux folles , imaginées par les mêmes philosophes scholastiques , & proposèrent des vues sur le Système du Monde, qui convenoient beaucoup mieux à la raison & aux observations : mais leurs conjectures étoient encore bien loin du but, auquel la géométrie de M. Newton pouvoit seule atteindre. III. Descartes à qui les sciences font si redevables , n'avoit pas mieux réussi que ses prédécesseurs dans l'examen des comètes, il ne pensa point de faire des plans à employer les observations qu'il lui auroit été aisé de rassembler de tourbillon* c'est à dire , ni la géométrie à laquelle il auroit dû naturellement avoir recours. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.78% accurate

if* PRINCIPES MATHEMATIQUES recours , lui qui l'avoit portée à un fi grand point de perfection. H fe contenta de raifonnemens vagues 6c regarda les comètes comme des aftres qui flottoient entre les difflerens tourbillons , qui compofoient fuivant lui l'univers , 6c il n'imagina pas qu'elles fuiſſent aucune loi dans leurs mouvemens. J V, i Mr. Nen-ten M. Newton , éclairé par fa théorie des planètes & par les obſcrVJTc-cs Tour'' vations qui lui apprenoient. que les comètes defeendoient dans notre Suî'ni^^t^icm Syſtcmc folaire , vit bien-tôt que ces aftres dévoient être des corps fwmit'e» ſut nié- j . < ■ , a t \y i ■ r ■ r m» i<m Suc i« de même nature que les planètes, & qu elles étoient fournîtes aux Euncxa. mêmes règles. Tout corps placé dans notre Syſtème planétaire doit , fùivant la théorie du M. Newton , être attiré vers le Soleil , par une force réciproquement proportionnelle aux quarrés des diltauccs , laquelle combinée avec une impulſion primitive , donne un orbite qui eſt toujours une des feâions coniques, ayant le"olcil à fon foyer. Il faUoit donc pour confirmer cette théorie que les comètes n'eufſent aucun autre mouvement que ceux que l'on peut rapporter à ces courbes, 6c que les aires parcourues par elles autour du Soleil, ſiaient proportionnelles aux teins de leur defeription. Jjç calcul & les obſèrvations, guides fidèles de ce grand homme , m JAerm!na lui aidèrent facilement k vérifier cette conjecture. Il réſolut ce futbite d'une co«n^ir quelconque beau problème aſtronomico-géométrique : trois lieux d'une comète. que l'on ſuppote ſe mouvoir dans une orbe parabolique , en décrivant autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems , étane donnés avec les lieux de la terre pour les mêmes tems, trouver Ja poſition de l'axe , du fommet 6c le paramètre de la parabole , ou , ce qui revient au mime trouver l'orbite de la comète» Ce problème, déjà très difficile dans l'orbite parabolique, aurait été Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.81% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. n; été fi embarrassant dans le cas de l'ellipse & de l'hyperbole, qu'il étoit à propos de le réduire à ce degré de difficulté. D'ailleurs l'hypothèse de l'ellipse, la seule vraisemblable, revenoit pour la pratique à peu près au même que celle de la parabole, parce que les comètes n'ayant qu'une petite partie de leurs orbites à portée de nos observations, doivent suivre des ellipses fort allongées, & on fait que de telles courbes peuvent dans la partie la plus voisine de leur foyer être prises sans erreur sensible pour des paraboles. V L M. Newton ayant donc résolu le problème dont nous venons de parler, l'appliqua à toutes les comètes observées, & il en tira la confirmation complète de sa conjecture. Car tous les lieux déterminés par les observations terminés par le calcul d'après trois longitudes & latitudes de la comète d'un autre, se trouvèrent si proches des lieux trouvés immédiatement par les observations, qu'on est étonné de leur accord quand on connoit la difficulté d'atteindre à la précision des observations de cette nature. V I l Quant à la durée des périodes des comètes, elle ne peut pas se tirer du même calcul, parce que comme nous venons de le dire, leurs orbites étant si allongées qu'on peut les prendre sans erreur sensible pour des paraboles, des différences excessives dans leur durée ne produiroient presque pas le moindre changement à leurs apparences, dans l'arc de leur orbite que nous connoissons. Mais il n'en est pas moins satisfaisant pour la théorie de M. Newton, de voir que dans cette partie où elles sont visibles, elles observent exactement la loi de Kepler, des aires proportionnelles aux tems, & que le Soleil les attire, ainsi que tous les autres corps célestes en raison inverse du carré de leur distance. VIII. M. Halley, à qui toutes les parties de l'astronomie doivent tant, & qui a porté si loin la doctrine des comètes, a fait à l'occasion Tome /Z. p Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.07% accurate

ii4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES de la fameuse Comète de 1680, une recherche bien satisfaisante m. Hdiy * Pour M. Newton. Trouvant que trois observations de comètes dont SSTe^àedê l'hifoirc fait mention , couvenoient avec celle-ci dans des circonS/de^{cclw} û»nces remarquables , & qu'elles avoient reparu à ladiftanec de «Mu«e, ^ ^ ans yunc jc l'autre : il loupçonna que ce pouvoit être une feule &: meinc comète , faifant là révolution autour du Soleil dans cette période. Il liippofa donc la parabole changée en une ellipfc telle que la comète qui la parcourroit mettroit 575 ans à la décrire, &: que fa courbure rut allez conforme avec la parabole dans la partie de fon orbite voifinc du Soleil. Ayant en Cuite calculé les lieux de ja comète dans cette orbite elliptique , il les trouva fi •informes avec ceux où la comète fut obfêrvcc , que les variations n'excédèrent pas la différence qu'on trouve entre les lieux calculés des planètes &: ceux que l'on a par obfervation , quoique le mouvement de ces dernières ayent été l'objet des recherches des aftronomcs pendant des milliers d'années. I X. La comète de 1 6S0 ayant une période d'une durée fi confidérable, fon retour qui ne doit arriver que vers l'an 1 1 5 5 , ne fait pour nous qu'une prédidion peu intéreflante. Mais il y a une autre comète dont r ttnte de *C retour cft fi Procnain » qu'elle p/omec un fpeétacle bien agréable i^v» de» rcr». aux Aftronomes de ce tcms:c'eft la comète qui parut en 1681, laiv'rc en 175S 11. quelle offrit des circonftances h" femblables à celles de la comète qui parut en 1607 , qu'on ne fauroit gueres s'empêcher de croire que ce ne foit une leulc &■ même planète, faifant fa révolution en 7 5 ans autour du Soleil. Si cette conjecture fc trouve vérifiée , nous verrons reparoître la même comète en 175 S , & ce fera un moment bien flatcur pour les partifans de M. Newton. Cette comète fcmbic être du nombre de celles qui s'éloignent le moins de notre Syftême , car dans fa plus grande diftanec du Soleil, elle ne s'écarte pas quatre fois plus de nous que Saturne , fi elle eft vifible lorsqu'elle repafTera dans la partie inférieure de fon orbite en 1758, on ne balancera pas à la compter an nombre des planètes.

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.72% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. nr X. Les queues des comètes qui ont fait regarder autrefois l'apparition de ces astres comme des prodiges fâcheux , font mis maintenant au nombre de ces phénomènes ordinaires , qui n'excitent l'attention que des seuls philosophes. Quelques-uns ont prétendu que les rayons du Soleil passent au travers du corps de la comète , & qu'ils supposoient transparent produisoient l'apparence de leurs queues , de même que nous apercevons l'espace que traversent les rayons du Soleil , partant par le trou d'une chambre obscure. D'autres ont imaginé que les queues étoient la lumière de la comète, émanée en arrivant à nous & produisant une image allongée de la même manière que le Soleil en produit par la réflexion du prisme. M. Newton , après avoir rapporté ces deux opinions & les avoir réfutées, rend compte d'une troisième qu'il a admise lui-même. Elle consiste à regarder la queue de la comète comme une vapeur qui s'élève continuellement du corps de la comète vers les parties opposées au Soleil, par la même raison que les vapeurs ou la fumée s'élèvent dans l'atmosphère de la terre , & même dans le vase vuide de la machine pneumatique. A cause du mouvement du corps de la comète, la queue est un peu courbée vers le lieu où le noyau a passé , à peu près comme fait la fumée qui s'élève d'un charbon ardent que l'on fait mouvoir. XL ; Ce qui confirme encore cette opinion , c'est que les queues se trouvent toujours les plus grandes, lorsque la comète est de plus près du Soleil , c'est-à-dire du lieu où elle est à la moindre distance du Soleil, où elle reçoit le plus de chaleur : où l'atmosphère d'un Soleil est dans la plus grande densité. La tête paroît après cela obscurcie par la vapeur épaisse qui s'en élève abondamment , mais l'on découvre au centre une partie beaucoup plus lumineuse que le reste , qui est ce que l'on nomme le noyau, Pij Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.35% accurate

ii6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES XII. [^]!TAm [^]ne Sran[^]c
partie des queues des comètes doit fê répandre par m. tiewto». cette
raréfaétion dans le Syftêmc (blaire : une portion par fa gravité peut tomber
vers les planètes , fc mêler avec leur athmofphérc & remplacer les fluides
qui ft con fument dans les opérations de la nature. XIII. ta commet Si on
confidere tout ce qui peut agir fur les comètes dans les par5Tg"«vd« m- "es
les plus éloignées de leurs orbites , où la force du Soleil fur elles énim[^]fc0
devient extrêmement foible, & où elles peuvent être dans le voifinage
d'autres corps celeftes, on voit que la permanence de leur période n'eft pas
auffi indifpenfable que dans les planètes. Si donc il arrivoit que quelques-
unes des comètes que nous attendons ne reparuffent pas , cela ferait
beaucoup moins de tort au Syftcme Newtonien, que ce Syftêmc n'a tiré
d'illuftration par leur confiance à fuivre toutes la première règle de Kepler
% celle des efpace proportionnels aux tems. XIV. Quriaua-unet La
réGftance que les comètes, rencontrent en traversant l'athco wen[^]m-
mofphère du Soleil, lorfqu'clles font dans les parties inférieures de]' leurs
orbites peut encore altérer leurs mouvemens , les ralentir de révolution en
révolution , & les faire approcher de plus en plus du Soleil , jufqu'à ce
qu'enfin elles foient englouties dans cet immense globe de feu. La comète
de 1680 , pafla à une diftance de la furface du Soleil, qui tfexcedoit pas la
fixième partie du diamètre de ce globe, il eft vraifemblable qu'elle en
approchera encore plus près dans la révolution fuivante, & qu'elle tombera
enfin tout-à-fait fur le Soleil. X V. ConjeÉVuret de M. Newton foupçonne
que des étoiles dont la lumière a paru quelde» ebangemens quefois
[^]affciblr confidérablement , & qui ont enfuite paru brlr[°]v"l id«b[^] lantes ,
ont pu tirer leur nouvel éclat de la chute de quelque comète qui eft venue
fervir d'aliment à leur feu. Digitized by Google

SOLUTION ANALYTIQUE DES PRINCIPAUX Problèmes qui concernent le Syftême du Monde. SECTION PREMIERE. • Des Trajectoires dans toutes fortes d'hypothèses de pef auteur. I.

PROPOSITION I. THEOREME I. SI un corps part d'un point quelconque avec une vîteffe & une direction données , & qu'il fait continuellement follicité vers un centre par une force qui agiffe fuivant une loi quelconque des diftances à ce centre, tous les efpaces renfermés entre deux rayons quelconques (qu'on appelle rayons vedeurs) & l'arc de la courbe qu'ils comprennent , font égaux , lorfque les arcs qui les terminent font parcourus en tems égal. Si le corps étant parti de M , fc trouvoit en m au bout du premier Ffc. h instant , & que la force qui le porte dans la ligne Mm ny agit feule fur lui , ce corps fter fon inertie feroit en n à la fin du fécond instant égal au premier ; car on fuppose $Mm = zm$; mais le corps étant continuellement follicité vers le centre C> obéira à chacune de ces deux forces félon la quantité de leur aétion fur lui : exprimant donc la force qui le porte vers C par $n p$, le corps au lieu d'être en n à la fin du fecond instant, fera en /u, & parcourra la diagonale $m ^$ du parallélogramme mnfi fait fur les forces mn & c n fi. Les triangles CMm, Cmn ayant des bafes égales font égaux :^

The text on this page is estimated to be only 26.32% accurate

ii* PRINCIPES MATHÉMATIQUES les triangles Cmn , $Cm?$ qui ont la même bafe & qui font entre mentes parallèles font auffi égaux; donc le triangle $CM/\gg 3 =$ le triangle Cm pi or comme on peut faire le même raifonnement fur tous les triangles ou fcâeurs que le corps peut décrire autour du centre C dans des indans égaux , les fommes de ces petits triangles, ou les fe&eurs finis compofés de ces petits feéleurs feront proportionnels aux nombres des infans , ou aux tems entiers dans lesquels ils feront parcourus. C. Q. F. D. Cette proportion cil la première du Livre des Principes , & c'eft ce qu'on appelle la première analogie de Kepler^ IL PROPOSITION II. THEOREME IL Si un corps parcourt autour d'un centre des aires proportionnelles au tems , fes viteffes aux différens points de la courbe qu'il décrit feront en raifon réciproque des perpendiculaires tirées du centre furies tangentes à ces points. nt. m. Les triangles ou fcéteurs $CM m$, CNn décrits en tems égal, font égaux par la Prop. 1. Ainfi $CH^*Mm = CI^*N^*$, d'où l'on tire $Mm : Nn :: Cl : CH$; mats $Mm : Nn$ comme la vîtefle par $M m$ eft à la vîtefle par Nn , puifque ces petites portions de courbe font parcourues en tems égal par l'hypothêfe > donc les vîteffes font entr'elles en raifon inverfe des perpendiculaires. C. Q. F. D, III. # PROPOSITION 111. THÉORÈME III. Les forces par iefquelles le corps révolvant aueur du centre C ejl attir vers le centre en deux lieux quelconques m 6* P de la courbe MP -a font entr'elles comme les petites fiches n [j. & p^* , lorfque les fcBeurs $C m$ fi9 $C P w$ font égaux , & fi ces ftHeurs ne font pas de même fuperfi.de , les Jbrces feront comme Us Jiéches $n p$, $p \gg$ divifées par les quarrés des Jècxeurs $C m f \gg$, $C P w$. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.49% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i:9 La première partie de cette proposition, fçavoir que, quand les Fis. j. ie&curs font égaux, on a $F: 9 :: n^{\wedge} : p$ -n est fi claire par elle-même, & fuit avec une telle évidence de la prop. 1. qu'elle n'a pas befoin d'être démontrée. Quant à la féconde partie, c'est-à dire, que lorCque les fedeurs font inégaux, on a $F : 9 :: \_A : J^{\wedge} -2$, en voici la démonstration. Je fais le fedeur $Cm\%$ égal au fedeur & alors on auri par la première partie de cette proposition $F \backslash f \backslash thxp n \backslash$ j'ai donc 1 prouver «pe.l.,... $^{\wedge} : =^{\wedge} \sim i$ ou c'est-à-dirc, que $* fl : n /* :: C m 8 : Cm H$, ou enfin que $* \ll : \langle j * :: m \hat{o} : m (* : \text{mais à caufe des triangles fcmblables onp, h t6 on z n ju : t A :: o p. h h}$, la féconde partie de cette proposition fera donc prouvée, fi on fait voir que $o p : 6 h :: m f^* : \ll 0$, ce qui fera facile en regardant $m * t 0$ comme un petit arc de cercle. Car le» petits arcs $m /*$, $m \hat{o}$ étant pris pour leurs cordes, on fçait que leurs quarrés doivent être entr'eux comme leurs ûnus verfcS. C, Q. F. D, I V. S C H O L I E. • -»».-.». $^{\wedge} *$. Les efpaces étant proportionnels aux tems, la proposition précédente peut encore s'énoncer ainfi. Us forets en deux lieux diff. rtms d'une même courbe font tntr' elles en raïfon direde des flèches quelles font parcourir, fi» inverfe des quarrés -des tems dans Ufquels elles font par* courues. Sous cet énoncé la proposition a cet avantage qu'elle convient également au cas où l'on compare les forces en deux lieux de la même courbe, &c celui ovi il s'agit de les comparer dans deux points de différentes courbes. La démonstration en est facile en combinant ces deux propositions : car fi l'on prend les tems égaux dans les deux courbes, les forces font comme les flèches, Se Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.06% accurate

no PRINCIPES MATHÉMATIQUES si on les suppose inégaux
dans la même courbe, les flèches d*» vifces par les quarrés des tems
représentent les forces. V. PROPOSITION IV. THÉORÈME IV. Trouver
l'expression générale des fléchis n Je tire les tangentes H M, km aux points
M & m, & du centre C j'abaisse sur les tangentes les perpendiculaires C H,
Ch% ayant mené ensuite pR perpendiculaire sur mnt décrit l'arc de cercle D
d du rayon quelconque CD. Je fais CIf=zj>. ho = dp. A M=s. Mm-ds. CM—
y. mR = dy. CD=zi. £>d=zdx. Les triangles* femblables CHM, MRm
donnent CM : H M :: Mm.Rm, c'est-à-dire ty : H M :: ds: dy, donc — H M =
om : D'un autre côté les triangles femblables hom^mK^ donnent o m t h o :
t Kh> c'est-à-dire, : dp :: ds : tlill = XM. Enfin* d s ydy Pod a par les
triangles femblables MRm, Rn p-, M Ri M m :z dpds* dpd s* ydy ' yldydx
C.Q.F.T. V L Kj* : BHxCcft à-dire, .y dx: ds :: — — ; — - -; ----- =
COROLLAIRE L Les triangles femblables CHM, MRm donneront la
valeur de p ou de Cff: car on aura Mm : Af R :: CM: CH, c'est-à-dire
dsiydxiiy rZ^f=.p% donc l'expression précédente .dpds* ** yydx dy - ./ j 1 d
p d s* peut s'écrire ainsi — = n V I I» COROLLAIRE IL On 2 trouvé (Art.
3.) que l'expression de la force centripète Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.26% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. m aux différons points de la même courbe est $\propto r^{-2}$, mais les recteurs Cm n'ont pour valeur pds, donc la force centripète est proportionnelle à $clui^2$ réduit * $-pj^2$ expression générale pds de la force centripète à un point quelconque de la courbe dé-» cite. • VIII. COROLLAIRE II I. L'expression générale de la petite flèche un étant (art. 6.) *LL* J'y puisqu'on a trouvé (Article 6.) que quand on veut comparer les forces dans les courbes différentes, lorsque les temps sont différens, ces forces sont entr'elles comme les flèches divisées par les quarrés des temps » l'expression générale pour comparer les forces dans deux courbes différentes, quand les tems sont inégaux, est $dp dsx p dy dtx$ ' I X. PROPOSITION V. PROBLEME II. Trouver l'expression de la force centripète dans l'ellipse en prenant un des foyers pour centre des forces. L'équation polaire de l'ellipse par rapport au foyer, est * Voici comment on trouve cette équation. Soit l'ellipse A B H, je tire du foyer Ffc. j, C la ligne CM, j'abaisse M Q perpendiculaire sur l'axe A H Si da Tôle C comme centre, 6c da rayon C O pris à volonté je racc l'arc de cercle O P, je fais ensuite les lignes CO=i.Z)Q=a. A D = a. D B =>b. C M=y. C D = c. DE*=m ~. C Q c + u. On a par les sections coniques CM: LM :: A C : A £, c • • «est-à-direy : ±± +« :: *-c: aa~aC; ioac y » C M = ' " + ' * , J C C * il A *T af C O d'où on tire u « UL-lî : donc ûnns de l'angle O C P que je nomme Tome IL q

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.03% accurate

m PRINCIPES. MATHÉMATIQUES $dx = \sim \cdot bdy$
 .ainfidanscccas^{^i^} Z., z J * X ay—yy—bb Yxay—yy — bb donc la
 perpendiculaire p o\xyyix fera = — hy &: pards Yxay—yy conféquent dp =
 *^{^y}dy , donc ^ qui cft (art#7.) X a y y y £ P d l'expreflion générale de I4
 force centripète devient en ce cas Tf— . C.Q.F.T. bbyy On voit donc que
 dans cette courbe la force centripète agit en raifon inverfe du quarré de la
 diftanc au centre des forces, X. PROPOSITION VI. THEOREME IV. Si
 deux corps attirés par une mime foret centrale décrivent deux ellipfes, leurs
 vttejfes dans leur moyenne dijlan* du centre feront en raifon renverfle des
 racines de ces moyennes di fiances. Fî|. «. 7. Soient deux ellipfes A D B ,A'
 D* B* ayant pour centres C & C& pour foyers FtcF\ FD — AC> PDf=A *C ,
 pour moyennes dilUnces à leur foyer F 6cF;DK, DiK,y pour rayons de la
 développée au point D & D' : on fçait que eg eft troifième proportionnelle ±
 DK te à Dd, de même que e* g* à D* 10 & J> d' } faifant donc les lignes
 FD = a. F D'-J. FL = £. FL'=:b'. Dd=ds* D'd>=ds'. DK~. /yjt'=s^.ona^{ura}^ =
 — Se b b 0 a a t 'g = -Jj ' > mais les triangles fcmblables L FD , efg : VFD*a
 s, aura pour valeur ■ < , «onC ■■; l ©0 </ * fer» — «y. vi — ** <y bdy «n 7
 .3 y* xay-yy-bb Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.18% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $\ddot{ij}$ «TV donneront e g. t
 $fg :: LF :: F D Se / g0 : f^{\wedge} :: L^* P: FD \setminus$ c'est-à-dire $\sim p : fg :: b : a$, & $\sim^{\wedge} : f g$
 $:: b' : a'$, donc $fg \llcorner j- \& fg' = y$ Cequidonnnc ds1 ids l::axf g : ar x f g i nuis les
flèches &/" g proportionnelles aux forces font en* tr'elles, par ce qu'on
vient de trouver, dans la raifon de — à, ' r ^ a a a a, donc d s1: dsx : A, ou,
ce qui revient au même, d s : </ \$' : : $\sim j$: Se comme les perits efpaces ds, ds
font entr'eux dans la même raifon que les vîtefles qui les font parcourir, on
aura donc, la vîtefle en D : la vîtefle en D' : : -4- : -4-* > c'est à dire en raifon
renverfée des moyennes diftances. C. Q. F. Z7. XL PROPOSITION VU.
THÉORÈME V. Les tems périodiques dans deux courbes différentes font
entr'eux comme les racines quarrées des cubes des moyennes di ftances au
ceAtref dorfcue Vinunfitc des forces efi la même. Gardant les mêmes
dénominations que dans la propofition précédente, $\sim^{\wedge}$ fera l'expreflion du
petit triangle ou feclcur FDd, Se —çi celle de l'aire entière de l'ellipfe (c
exprimant le rapport de la circonférence au rayon.) On aura donc en
nommant dt le temps par Dd, Se T le temps total ; d t : T : *.\bds:\abci mais
au lieu de d s on peut mettre u dt j donc dt : T ::ud tiacj d'où l'on tire $T = \text{—}$,
c'est- à- dire , les temps en raifon dircète des moyennes diftances , Se en
raifon renverfée des vîtefles : (Article 10.) les vîtefles dans les ellipfes en D
Se D\ font cq

The text on this page is estimated to be only 20.86% accurate

§4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES raifon rçnverféc des racines
des moyennes diftances, lorfque l'ir* tenfité des forces eft la même ; donc
les temps périodiques font comme les racines quârrécés des cubes des
moyennes diftances, lorfque l'intcnlké des forces eft la même. C. Q. F. D.
Cette propofition démontre ce qu'on appelle la féconde analogie de Kepler,
XII. PROPOSITION VIII. PROBLÈME III. • . • - • v - * « * ■ • ■ ' - • • - »
Comparer les vîttffes dans deux courbes , lorfque VintenfiU des forces eft
differe/ife. . !.,. * i Fîl. 8. 9. je fuppofe d'abord l*ellipfc A M parcourue dans le
cas où la Force centrale a pour intenlité n , c'eft-à-dire , lorfque la force en
M eft exprimée par — (€ M=y). Je fuppofe enfuitc cette y y n' courbe
parcourue dans le cas où la force feroit — , & je comy y mence par
chercher en quelle raifon la vîtefle au point M dans le premier cas, doit être
à la vîtefle au même point dans le fécond cas. * < L'efpreffion qui defigne (
Article 4,) en général la force centripète , fera dans le premier cas — , &
dans le fécond — , y y y y ds l ou , ce qui revient au même , à caufe de dtl
= — r on aura + **ul s^ou«'« n4>t dans le premier cas, 6> ds l y y yy X
f*n u' » — — — - — dans le fécond i mais y>dst étant les mêmes y y x m n
dans ces deux cas , puifque c'eft la même courbe , on aura alors u : u' : : y n
: V ri : De plus on a vû (Prop. <f.) <jue dans deux ellipfes différentes , la
vîteffe » en M eft à la vîteflè «en M1, lorfque l'intcnfité de la force eft la
même , comme ^ ^ * ^rjj' » compolant Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.84% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. iif compofant donc ces
deux propoGiions cnfemble , on verra que dans deux courbes différentes",
&: dans lefquelles l'intenlité de la $\wedge \sim a \bullet \vee \sim n'$ force eft différente, on aura
«:«': -7= : C. Q. F. T. V C M V C M* x n l PROPOSITION IX.
PROBLÈME IV/ Trouver les temps périodiques dans deux eilipfes
différentes » Urfqut Fîg. 8. 9. Vintenfitè des forces efl aufji dijfcrentt,
Lorfque dans la a[^]cue courbe l'-inccnfité de la force eft différente , on a (
Article 1 x.) u : u' : : V n : V ri j or , puifque dtzz on aura — $\wedge : : dt : 2 r'$,
& par cônféquent : : t : * , c'eft-à-dirc que les temps périodiques font
inversement comme les racines des intenfités des forces , lorfque lès
courbes font les mêmes. Mais (Article n.) lorfque les .imcoGcés font les
mêmes & les courbes différentes, les tenas périodiques font comme CM"*
&c C Ai* 1 , compofant donc ces deux raifons , on aura les tems
périodiques dans la raifon de Ç-M- à Ç[^]-* lorfque les intenfités & les
eilipfes font différent». C. Q. F. T. XIV. COROLLAIRE. '*» • -r ■ '\ : ■ ■
% • 1 Puifque dans deux eilipfes différentes , & avec des forces d'in- Fig.8.,
: 1 i. tcnfné différente, en a T; r : on aura CM : CM w [^],777 : [^]fnr[^]i «'cft-à-
dir*, que les moyenne* diftances feront entr'eHes, comme les racines cubes
des quarrés des tems périodiques[^] multipliées par les racines cubes dc\$
maffes. ... Tomé IL x Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.23% accurate

Fî{. 10. ii* PRINCIPES MATHÉMATIQUES X V. ... ,.:ri:\> < »
 •. ■• y PROPOSITION X. PROBLEME V. Trouver l'expression de la force
 centripète dans C hyperbole , nant un foyer pour centre des forces.
 L'équation polaire * de l'hyperbole est pour le foyer d $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$, ainsi dans ce
 cas $\frac{ds^2}{dy^2} = \frac{1}{1 - \frac{y^2}{b^2}}$ Se par conséquent p ou $yyds^2 = \frac{y^2}{1 - \frac{y^2}{b^2}}$
 * $y + yy^2 = C$ luidonne $dp = \frac{abydy}{1 - \frac{y^2}{b^2}}$ qui est l'expression générale
 de la force centripète trouvée (Article 7.) devient lorsque la courbe est une
 hyperbole $y^2 - \frac{x^2}{a^2} = 1$, c'est-à-dire que dans cette courbe comme dans l'ellipse , la
 force agit dans la raison inverse des carrés des distances. XVI.
 PROPOSITION XI. PROBLEME VI. Trouver l'expression de la force
 centripète dans la parabole , lorsque U foyer est le centre des forces.
 $FM = y$. $AF = c$. $AC = \frac{1}{2}c$. $AB^2 = 4Ay$, $AE = tL$. $CF = c - y$. On * par les sections
 coniques , $FM : LM :: FC : CE$, c'est-à-dire , $y : ac - y :: cu + ac - y :: a$
 : ■ , donc $y = \frac{a^2}{2c - y}$ $F M = \frac{a^2}{2c - y}$, d où on tire $u = \frac{a^2}{2c - y}$. donc w Je fîflU, de
 l'angle FMQ que je fera — qui donne ds $\frac{1}{2}Z$, $V = \frac{1}{2}y + y > v$
 $cy = y^2$ $J^* JJ$ » </ i i d y fç partant i x ou " > - r a / - t ■ , Digitized by
 Google

The text on this page is estimated to be only 26.50% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. il7 L'équation polaire *
 de la parabole , est pour le foyer d $x = c$ d $y = y^2/c$ — — — , ainsi dans
 ce cas d $s = -/$, & par conséquent $V_{cy} = cc$ $V_{cy} = cc$ fequent / ou fera es VT}
 qui donne d $p = -^4=$, donc qui est (Art- 7-) l'expression générale de la
 force centripète à un point quelconque d'une courbe quelconque, devient ici
 — — i donc la force centripète dans la parabole, lorsque le centre des forces
 est dans le foyer, est encore en raison renversée du carré de la distance. C.
 Q. F. T. XVII. PROPOSITION XII. PROBLÈME VII Trouver la courbe
 décrite par un corps qu'on suppose parti d'un point donné avec une vitesse &
 une direction données , lorsque ce corps est continuellement sollicité vers un
 centre par une force qui agit comme une fonction quelconque de la distance
 à ce centre , & dont l'univers est donné. On a trouvé (Art. 8.) que
 lorsqu'on veut comparer la force dans deux courbes différentes, l'expression
 est j^{ti} - Lorsque p y les tems sont inégaux , il faut commencer par chaquer
 l'élément d t par les conditions du problème qu'on se propose à résoudre* Voici
 comment .on trouve cette équation. A M représente la parabole pro- Fig.
 11. pofée , FM une ligne tirée de Ton foyer à un de les points quelconques
 MmMQ une perpendiculaire abaissée de M sur l'axe A H , O P un arc de
 cercle décrit d'un rayon quelconque, on fera les lignes A Q = u. FM*=*y.
 AF=*c. FO=*t. F Q te l'on aura y ou $FM^u - CtOau^y = - c$, & par
 conséquent y jfc 00 !• (ubstituée dans M. C.Q.F.T. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.60% accurate

n« PRINCIPES MATHÉMATIQUES mcnr , qui font , que la
vîteſſe & la direction du corps ſoient données au point d'où il part. i > s. u. Je
fais les lignes $M^{\wedge} = ds$. $C A = />$. La vîteſſe au point P d'où part le corps = f.
Le rayon vcétcur en ce point $C P^* = *h$. La perpendiculiire à la tangente au
racine point C $Q = /$. Par j'Art. n les ie&curs l'ont proportionnels aux temps
: ainſi on aura $CP p' CM t^*::\sim : —^{\wedge} =$ au temps par l'arc $M p = s$ de, donc
 $^{\wedge}P^{\wedge}S$, devient $1^{\wedge}fp$. Il faut égaler à préſent cette pdydtl P^*dy° expreflion
générale d'une force quelconque , à la fonction de j, • qu'on fuppoſe
exprimer la force par les conditions du Problème. Soit pris Y pour
reprefenter cette fonction , on aura pour l'équation de la courbe cherchée $1^{\wedge}$
 $fP — Y^*$ ou $Y dy = 1 f^*P$ qu'il ne ſ'agit plus que d'intégrer , ce qui donne $^{\wedge}$
 $/j\mathfrak{f}^{\wedge},y = -p$, dans laquelle équation B eſt une conſtante ajoutée j or ' eſt -
 $\sqrt{jj\mathfrak{i}TH^{\wedge}y'}$ & partant $T^*\sim — y^{\wedge}d^{\wedge}x1 — >$ on aura donc $\bullet j-j^{\wedge}i$. - ;/ = $^{\wedge}$, ou $^{\wedge} =$
 $^{\wedge}^{\wedge}i$ Byy— zyy /Y dy , équation différentielle par laquelle on. cooftruira la
courbe , auſſi-tôt qu'on connoîtra Y. C. Q. F. T. XVIII. COROLLAIRE I. P d
S On vient de trouver i-jj- pour la valeur de l'inſtant , que le corps Digitized
by Google

The text on this page is estimated to be only 22.40% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. no corps mec à parcourir un arc infiniment petit $M p$, donc $L? dJ-$ ou $fV v d X$ fera la valeur du temps total employé à parcourir un arc fini quelconque $P M$; mettant donc dans cette valeur du temps total au lieu de $dx\%$ la valeur trouvée dy dans cette présente proposition —, on aura pour l'expression générale du temps employé à parcourir un arc fini quelconque l'intégr. de $\int n y dy^w$, ' 6 Vx $Byy-xyyfydy-l'fK X I X$. COROLLAIRE IL Pour déterminer la quantité B par les conditions du Problème, on reprendra l'équation $1 * f Y^* Y = \sim$, on mettra dans cette équation à la place de $fYdy$ la quantité qui vient après l'intégration qu'on aura fait d'abord qu'on aura connu la fonction des distancs qu'exprime $Y \setminus$ enfuitc on fera $/ = / \gg \&: y = h$, & on aura par ce moyen une équation qui ne contiendra que B te des constantes, &: qui donnera par conséquent la valeur de B . X X. PROPOSITION XII. PROBLÈME VIIL Trouver la courbe que U corps décrira $>$ en fupposant $Y = n yy^*$ On aura alors $fYdy = \dot{U}L^Z. = - \text{---}$, ainsi l'équation gé- «iy y y Tomt IL a

The text on this page is estimated to be only 19.50% accurate

ijo PRINCIPES MATHÉMATIQUES nralc $dx = , ,$ deviendra
 $\sqrt{A} \cdot y - \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} - \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A}$ Afin de Pouvoir
 comparer la lettre y qui marque la vitesse au point P d'où part le corps , avec
 la lettre n qui marque l'intensité de la gravité dans la supposition présente,
 supposons que cette vitesse y Toit celle que le corps , en partant du point
 donné P où le corps est supposé en repos , a acquis en tombant de la hauteur
 K , étant poussé constamment par la force $\sim$ que devient la force , lorsque y
 $= h$, alors en employant ce Théorème * si connu , qu'un corps qui tombe de
 la hauteur K où qui est poussé constamment par une force acquiert la vitesse
 $\sqrt{2gh}$, on aura dans le cas présent où la force est $\sim$ Si l'on exécute à présent
 l'Article dix-neuvième pour avoir la valeur de B , l'équation $\frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A}$
 dans la supposition présente de la force $\sim$ deviendra $\frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A}$
 mettant p pour y , & h pour $\sim$, on aura $\frac{1}{2} \frac{V}{h} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{h} \sqrt{A}$, donc * Voici comme
 on démontre ce Théorème. La force par l'instant dt ou (« $9dK$. étant la
 vitesse) est égale à l'incrément dy de la vitesse ; donc $\frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A}$
 « * en supposant la vitesse « $\sim$ o , au point de départ P: or de $\frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \frac{V}{y} \sqrt{A}$
 on tire « $\sim$ C. Q. F. /?. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.84% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 131 y y Par ce moyen
l'équation $dx = y \sqrt{fc^2 + y^2} + my - p - \frac{1}{2} \frac{y^2}{x^2}$ changera, en y mettant pour l
B la valeur $\frac{1}{x^2}$, en $dx = \frac{y}{x^2} \sqrt{fc^2 + y^2} + \frac{m}{x^2} - \frac{p}{x^2} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{x^4}$ mais On vient de Voir
Si $Uc \setminus jt) - i \setminus \gg / \blacksquare$ dans la supposition précédente $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2}$, donc en mettant dans
cette équation pour $\frac{1}{x^2}$ la valeur $\frac{1}{x^2}$, on aura $\frac{1}{x^2} = \frac{2}{y^2} \sqrt{fc^2 + y^2} + \frac{A}{y^2} - \frac{v}{y^2}$ Pour
réduction générale de toutes $A^4 \cdot$ les trajectoires qui peuvent être décrites
, lorsque la force centripète agit en raison inverse du carré des distances. C.
Q. F. T. XXI. PROPOSITION XIII. THEOREME VI. $\pm y$ RiduBon de
Viquon $dl = y \gg / (K - h) y$ ET 1 1 aux équations des fictions coniques. On
peut supposer $A > , =$ ou $< K$; dans le premier cas , le terme $(J \setminus h) y y$
deviendra négatif, & alors l'équation exprimera une ellipse dont le grand
axe fera $\frac{1}{x^2}$, & le petit axe $\frac{1}{x^2} / K$: dans le fécond, le terme $(K - h) y y$
fera zéro , & $\frac{1}{A} - K$ alors l'équation exprimera une parabole dont le
paramètre fera : dans le troisiéme enfin , $(K - A) y$ 1 fera positif , &

The text on this page is estimated to be only 20.36% accurate

ix PRINCIPES MATHÉMATIQUES l'équation exprime alors
une hyperbole dont le grand axe fera $\angle FZT \hat{=} \angle Ic Pcm V K - h$
Démonstration de ces trois Cas. Fit- i. Premier Cas. L'équation polaire de
l'ellipse pour un de ses foyers, est $dx = -$ (suivant l'art. 10.) lorsque y
 $V^2 ay - yy - t^2 b^2 a$ est le demi grand axe, & b le demi petit axe : lui
donnant cette forme $dx = - 7 dy$, & la comparant à l'équation $V^2 i ay - y y -$, on
obtient l'équation générale de la trajectoire dans le cas présent, c'est-à-dire, lorsque
le terme $(K - h) y y$ est négatif, laquelle est alors, $i y - ia h 1 <^* x -$ on
aura $77 = 77$; $yV - \backslash .h - K) y y + a - y bb Kl1"$ & $-L = A = \text{£}$, d'où l'on
tirera $b = , a a"$ $Kl VT = K h h = . C. Q. F. i \backslash D. i Xh - K$ Donc le corps
partant du point P avec une vitesse moindre que celle qu'il auroit acquise en
tombant de la hauteur PC, décrira une ellipse. Fig h. Second Cas. L'équation
polaire de la parabole pour (son foyer, est $c d y dx = -$, lorsque c est la
distance du sommet au foyer j en lui donnant cette forme $d x =$
 $- fy -$, & la comparant à l'équation générale de la trajectoire qui est
dans la supposition Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.76% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. tn pofition de ce fécond cas , d x ■=> 1 - , on aura — y y n 1 y _ x « = 5^77 > d'où on tire c = C*. Q. F. i°. Z>. Ainû le corps en panant du point P avec une vîteflè égale à «elle qu'il auroit acquife en tombant de la hauteur P C, décrira «ne parabole. TroifUmt Cas. L'équation polaire de l'hyperbole pour un de *%• fes foyers eû d x m* — — — — -, lorfque lfiu demi, grand axe cft a , 6V le demi petit axe A : en lui donnant cette formc dx — — y la comparant avec l'éy V 'Lay -\ - y 1 — 1 bb bb quation générale de la trajectoire qui eft dans le cas pré/ent = ^ on „„„, a A" a =r , on aura 7-7 = — — . & yy q a — A) ^ ' + h *y i à ^ ... K11 ' n ^f7^> d'où r°n tircrî *=" /y & « = — -ii^ VA — A z X A — A C. Q. F. jo. D. Donc le corps partant du point P avec une vîtçûc plus grande que celle qu'il auroit acquife en tombant <ie la hauteur P C dédira une hyperbole. XX I L S C H O L 1 E. On voit par ces trois fuppofitions de h > , e=s ou A qui* font les trois cas poffibles , que lorfque la force agit en raifon' inverfe du quarré des diftances-, les trajectoires ne peuvent être que des ferions coniques , ayant le centre des forces dans un foyer, quelle que foit la force projeailc. 1 Tomt 11, t

The text on this page is estimated to be only 14.34% accurate

D4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES t. , XXIII. PROPOSITION
 XIV. PROBLÈME IX. Trouver la courbe que le corps décrira , *n fupposant
 Ysany. Ffc. i>. On aura fYdy=.fnydyz=. ^yy, & l'équation générale * = — .
 n - rv deviendra dx «==» .y »/ t i^y,y — lyyj > <y _ , pour chaflèr 5 je
 reprens l'équation y y/ 1 i» jry — «7 4 «— i *B-ijfJdy-ji qui devient en ce
 cas * -L , fie mettant / pour p , cV h pour .y dans cette équation , P * ' ' ' fio!;
 j'aurai x 5 = /* + n hh \ & par conféquenc d x =s= r ; fupposant enfuite ,
 comme dans l'Art, xo. que K (bit la hauteur d'où le corps devoit tomber
 lorfqu'ii ell pouffe avec la force confiante exercée à la distance h , on aura √
 i h n K , qui étant fubftituée dans cette équation , la changera en dx = — =
 qui eft l'équation générale de toutes les courbes qui peuvent être décrites ,
 lorfque la force centripète agit en raifon de la fimple diitance. C. Q. F. T.
 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.67% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i«j XXIV.

PROPOSITION XV. THÉORÈME VII. d v RéduSion de P équation générale $dx = JL y > / (iKh + hh)y > \sim v^*$ _ À l'équation de l'ellipfe , ou manière d'exprimer la force centripète dans l'ellipfe , en prenant le centre de l'ellipfe pour le centre des forces. L'équation polaire * de l'eUipfe cft pour le centre $dx = , ahdy . cn$ iui donnant cette forme $dx s yVyy - bt > xv y y - -v ,$ & la comparant à l'équation aaàb de la trajectoire $dx = - ^ iy = ,$ on aura 2. lx hK $\sim \hat{a}abb \sim = A ll hK$ "a 1=8 x hK > dou 1 00 tirc 11 == * Pour trouver cette équation foît rdliofè A S D , je tire du centre C la Fig. if* ligne C M , j'abaiûc Af Q perpendiculaire lur l'axe ^4 D , & du pôle C comme centre , je trace lare de cercle O P , & je fais les lignes CO = i. C Q =» «. Q Af — { . CAf = ^ . A C => a. C B — b. C F c. Ayant alors dans Mlipfc t « -i V aa — uu, ontrouTera C Af=» V' * 1 * ' H- * ' * ' — b'u* a a a tsm y, te par confluent « « — y*y~y~ZTÇb . £-iL fĩ nus de Tanglc OCP ■ que j'appelle j fera)/y*--b% oui donne 4 * =*bl J cy cyxy/yy—bb V i — -« -t = — >/ a a — y y : f 7 77 : or / — • d x , donc </ * V x — — / ^ , — / . c. q. /*. r. y V yy—bb x V aa — y y Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.81% accurate

ij\$ PRINCIPES MATHÉMATIQUES $x = \sqrt{(iXA + AAV - x^2 AX^2)}$
 c Q. Ainfi quelque soit la vitesse projette, la trajectoire ne pourra jamais
 être qu'une ellipse dans cette supposition de la force centripète en raison
 directe de la distance au centre; XXV. S C H O I I £. Si le corps dans cette
 hypothèse- au lieu d'être attiré vers le centre C en étoit repoussé, en ce cas la
 lettre n qui marque l'intensité de la force ferait négative, ou, ce qui en est
 une suite, la lettre K qui exprime la hauteur d'où le corps auroit dû tomber
 vers C pour acquérir la vitesse fy devrait être faite négative à y dans
 l'équation précédente $dx =$ laquelle se changeroit par conséquent en celle -
 ci dx à y . $dy \frac{yy}{U} = \frac{1}{2} \frac{dy^2}{y^2} - \frac{1}{2} \frac{dy^2}{y^2} + \frac{1}{2} \frac{dy^2}{y^2}$, -xllhK l/U &
 exprimeroit toujours une hyperbole quelle que fut la vitesse projectile, &:
 cette hyperbole auroit son centre de figure dans le centre des forces : car
 l'équation polaire de l'hyperbole pour le centre est $* dx = \frac{b^2}{a^2} \frac{dy^2}{y^2}$
 $Vyy + * b^2 \frac{dy^2}{y^2} = a^2$ grand axe étant a , & le demi petit axe b . Fig. n., $*$
 Voici comment on trouve cette équation. Soit l'hyperbole CM, je tire du
 centre A la ligne AM, j'abaisse MQ perpendiculaire sur l'axe AC, 6e du
 pôle A comme centre, je décris l'arc de cercle OP, Si je fais les lignes
 $AO = a$, $AM = u$, $QM = y$, $AC = a$, $AB = -u$ A F c L'équation,

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.63% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ^{ij7} On peut donner à cette équation cette forme $dx = \dots$, & la comparant à l'équation $V^2 = a^2 - \dots$ générale de la trajectoire dans la supposition présente, on trouve $\frac{dx}{x} = \dots$ d'où $\frac{dx}{x} = \dots$. On tire $b = \sqrt{V^2 - x^2}$ & ainsi dans cette loi de force centripète, en supposant que la force attractive vers le centre se change en force repulsive, le corps ne pourra jamais décrire qu'une hyperbole, quelle que soit la vitesse du projectile.

XXVI, PROPOSITION XVI. THÉORÈME VIII. Dans toutes les courbes, lorsque la force attractive tend au centre & les temps périodiques sont égaux, les intensités des forces sont les mêmes. On a vu dans l'Article 4. que quand les arcs sont parcourus en temps égal, les forces sont comme les flèches, donc lorsque les flèches seront comme les distances, les temps dans lesquels de l'hyperbole (Étant au point a on tire AM , ou V , $\Rightarrow y = \dots$, $i.e. J = \dots$ f. $b = \dots$ $a = \dots$, qui est tant égalée à y , donne $u = y^2 + b^2$ donc finis de l'angle BAV que j'appelle s fera $\llcorner \sim y^2 y' - b^2$, ce qui donne $ds = \dots dy$ & $y', \frac{1}{y^2} = \dots$, ou

The text on this page is estimated to be only 22.34% accurate

ijS PRINCIPES MATHEMATIQUES elles font parcourues feront égaux. La question est donc réduite à prouver que si dans chaque ellipse on prend deux foyers infiniment petits qui soient chacun en même raison avec l'aire entière de l'ellipse, les flèches dans chacun de ces foyers feront proportionnelles aux distances. Premier Cas. Il est aisé de voir la vérité de cette proposition dans les ellipses semblables, car toutes les lignes font proportionnelles dans ces courbes. Fil. m^e Second Cas. Quant aux ellipses qui ne feroient pas semblables, pour les mieux considérer on commencera par supposer qu'elles aient un axe de commun, tandis que l'autre varierait dans une raison quelconque; or on fait qu'alors toutes les ordonnées de ces ellipses feront proportionnelles à l'axe qu'on rend variable; donc les foyers C M, C M' / {C M A f est élevé perpendiculairement à C i 5) qui sont entr'eux comme les ordonnées pPt h' P feront aussi comme les demi axes C A f, C M y & feront par conséquent des parties semblables de leurs ellipses totales. Mais dans ces foyers les flèches m/*, ni y! sont visiblement comme les distances C>, C V; donc les ellipses A M B, A M' B feront parcourues dans le même temps, puisqu'on a voit réduit la question à trouver deux foyers proportionnels à ces ellipses, dans lesquels les flèches fussent comme les distances. Mais si deux ellipses qui ont un axe de commun sont parcourues en temps égaux, il est clair que deux ellipses qui n'ont point d'axe commun, mais qui soient semblables, soient aussi parcourues dans le même temps, il est clair que toutes les ellipses imaginables le feront aussi, puisqu'on n'aura qu'à faire sur l'axe de l'une une ellipse semblable à l'autre. CQ.F.D. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.29% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ty9 XXVII. - -• -• . • * . -
 « . PROPOSITION XVII. PROBLEME X. _ . . , . Trouver la courbe que U
 corps décrira , en fupposant $Y = \sqrt{x}$; On aura dans cette fupposition $fTdy = il^{\wedge}$,
 & Cn ihté- .. w. . . . y gnnt $fTdy = \text{---}$ -, donc alors l'équation 'générale ira y
 $y \cdot ' ' j - \cdot dy$ deviendra en fubftituant $yV iXyy \text{---} *yyf^* dy. \text{---}$ lift pour
 $fTdy$ fa valeur préfente --- -, $dx = \text{---}$. dyx , $Y iyy Y^*i^*yj+n \text{---}$ / on a trouvé (Art.
 o.) $x B \sim rl^*fJfy = -p$ qui devient dans la fupposition prefente $\text{---} = \text{---}$; , d'où
 je tire (en mettant / pour p te h pour /) $z 5 = / * \text{---} . ^$, & mettant cette
 valeur de t 5 dans l'équation précédente , cite devient $dx == \text{---} = s$: mais dans
 le cas prefent la l hh) n V. _ s ' ; 1 . if . > . ■ ... i - -•■ » - ... force ? fupposêc
 agir uniformément fur le corps pour lui donnée la vîtefle / , en tombant de ta
 hauteur K cft -fr ï donc en eraployant le même Théorème dont on a fait
 ufage (Art. ai.), on aura $/ = \wedge \wedge jr -$, & mettant pour /* fa valeur dans
 l'équation

The text on this page is estimated to be only 16.90% accurate

Ho PRINCIPES MATHÉMATIQUES d y précédente , clic fera d
 $x = \int u dx = \dots$ équation $y = \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + A$ générale de toutes les
 trajectoires qui peuvent être décrites, lorsque la force agit en raison inverse
 du cube des distances. XX 711 L PROPOSITION XV MI. THEOREME IX.
 Cas où C équation d $X = \int \frac{y}{x^2} dx = -\frac{y}{x} + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{y}{x} - \frac{1}{x} + A$
 de. U logarithmique figurée. ■*■"-.' - j . - 1 Si dans dans cette équation on
 suppose $x = r$, le premier terme du (signe radical fera zéro , & alors
 l'équation se réduira à $dx = s ., Z.$ qui donne $y dx = dy$ dans $x^2 = K$ JLL x xKV là
 raison constante de i à AL . — i , ce qui cil la propriété de la spirale
 logarithmique d'où l'on tire son équation : car tous les rayons de cette
 courbe faisant un angle constant avec les arcs qui les terminent, $y dx =$
 toujours $a dy$ en raison constante \ donc dans cette hypothèse , c'est-à-dire
 lorsque la vitesse projectile fera telle que i aija trajectoire fera toujours une
 spirale logarithmique. XXIX. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.33% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i4, XXIX.

PROPOSITION XX. THÉORÈME X. Rcdudion de l'équation $dx = 1 - jV$
 $(i - h \setminus y^* + h' VI^* \blacksquare iKl) \sim iKW \sim$ dans U cas où l'on/uppo/e que le corps
 pan du point P perpendiculairement à la ligne C P , 6* dans lequel par
 conjequene $1 = h$. Cette équation deviendra donc alors $dx = d y' Va^* i.Kh)$
 $y 1 + \_ x$, qu'on peut écrire ainû* $dx = \text{---} dy y 1 + n \_ x$, d'où l'on tire $</^* =$
 $\text{---} <r h h i K y y / i \text{---} h x V yy\_ l . r \_ \text{--}, iA A A'' oa = dy$ félon que * fcra i
 $X \checkmark i \text{---} yy^* I^* AA < \text{ou} > \text{que } i$. Le premier de ces deux cas. celui de ---
 $i K < \text{fc}$ confruit par l'arc de cercle , & le fécond celui de $> i$ par le fecleur
 hyperbolique. JW<r Cas. Ayant tracé le cercle A VP dont le rayon. C P F%.
 »«♦ = A , tirant une tangente T f à l'un de Ces points quelconques &
 prolongeant l'axe CP jufqu'cn 7*, où il rencontre la tangente TVt on aura la
 trajectoire cherchée en prenant toutes les CM= CT, & faifant les nngles
 MCT aux angles /»C^ cft à i. 1 x i Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.67% accurate

j4* PRINCIPES MATHÉMATIQUES Pour le prouver faisant les
lignes CQcaa. Qfwç. C P = A. CT=z — =z CM aaj , on a pour la valeur de
l'angle u é VCP f * T mais puifqu'on — rz y. on aura du hhd yy y ynh — uu
h d v = — - " . i donc puifque l'apgle PCM cft à l'angle .y \fyy — — «s
PCr comme — ' efl à [, on aura </ * : / _L . Yr~J_ yVyy — A A : i , d'où Ton
tire $dx = *^* 1$ ou $y V y y — A *$, qui cft l'équation qu'on fe yV 1 ~ ~ * x
Vyy — ! iK. hk propofoit de conftruire. Kg. 17. Second Cas. Pour avoir
maintenant la courbe que le corps „ • ^ ... décrit , lorfque — jt > 1 , on
trouve l'hyperbole équilatere P V> dont C P = A foit le demi axe tranfvcrfal
: on mènera une tangente quelconque VT à l'un de fes points quelconques T
aïoli que le rayon Cr* & la trajedoire cherchée fe conftruiſſent en prenant les
C M=. CT, U en faifant les angles MCT aux C/»r 1 rapports > p :: = • > ♦
Pour les trouver je fais les lignes C Q « u. Q V=* r,. C/> «ss A. CT= ~ =
CM « .y. On aura le fefleur CPV=* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.62% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 14, j- fud t— - i [\âu s
 mais { ea y/ un — h h & d { ■ = * . donc le fcéteur VCP « - f uudu X/uu —
 h h 1 J y/ u u — kh 1 . 1 r hhdu . . _ hh - I du 1/ u u — hh = - I = i mais
 puilque — = A . , ' y ^ , — A h d y y, on aura \Yuu — h h = s ~ y n h — y y &
 du = a f & par conféquenc le fcûcur = — T — == ^ = i, d'où C f J y \hh ~ — yy d
 y Ton tirera dx t= s J — ■ — qui eft la courbe y y/ h — 1 X 1 — yy _ iK hb
 qu'on fe propofoit à conftruire. C. Q. F, D. XXX. COROLLAIRE. Au refte
 il eft aifé de voir que la conftruâion donnée dans ces deux cas, ett la même
 que celle de M. Ntwton , Corol. j. Prop. 41. qu'on trouve à la page 136. de
 cet Ouvrage, Tom. I. XXXI. S C H O L r E. Si on fuppofoit que la force fut
 centrifuge au lieu d ctre centripète , la lettre n qui défigne la quantité de la.
 force devrait être négative , & par conféquenc la lettre K le ferait auffi , ce
 qui donnerait à l'équation: précédente dx = — ■ dy yV * _L

The text on this page is estimated to be only 24.84% accurate

4 i44 PRINCIPES MATHÉMATIQUES quelle ne peut être
 conftruite , comme il cft aifé de le voir , que par l'opération du cas premier ,
 où l'on a vû par la nature de la courbe , ainfi que par celle du Problème , que
 le corps en partant du point P s'éloignera de plus en plus du centre. XXXII.
 II . • • PROPOSITION XXI. PROBLÈME XI. OPOSIIION la trajectoire
 que le Trouver la trajectoire que le corps décrira en fuppoſant $Y = - y y^m$
 $n + y$ On aura dans ce cas $fYdy = - \frac{y^m}{m} dy$ ta mtéy *yy grant : alors
 l'équation générale trouvée (Article 17.) $dx = z - \frac{f}{y} dy$ fê changera en $dy =$
 $yVizyy - xyyfXdy - \frac{y^m}{m} dy$. Mais on a trouvé dans ce y V iay y + 1 ny +
 $n m$ JTJT mcme article , $1^{\wedge}J^{\wedge}JL = \frac{1}{L}$, donc on aura $1 B + l\frac{f}{y} Ti TT\hat{I} + -j-j$
 $= f^*$ (en mettant h pour y & / pour p) d'où on tire $xB = / \gg$ Il TM . donc dx
 $\ll = , [f\pm y - y V (\hat{I}^* - in - nm \backslash yy + iny + n m - - / \gg f^*$. Pour cflàyer de
 réduire cette équation aux équations polaires des feétton* coniques , je lui
 donne cette forme dx ' • • d'oïl l'on y V (fl — 1 n — n m \ y y 4- my tire
 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.73% accurate

DE t A PHILOSOPHIE NATURELLE. 14s tire $dx = 11. y/1 - n$
 $m A h_k yy +$ Mais on a vu (note de l'Art. 10.) que $/\gg = z <j> \#$, or dans la
 préfente fuppoſition 7ou $\gg = ^ +$ (car on a fuppoſé y ou la diſtanc = A) on
 aura donc $\ll = (m + A)$, & par conféquent $/\gg = 1 ^ (A + \ll)$. Subſtituant à
 préfdh cette valeur de $/1$ dans la dernière équation d x == $|/1 - n m \vee 1 -$
 $m h' illK(h + m) 1 A/1 (A + /*) -m \grave{A} * * + iA'(/n + A; -/\gg A* 1$ or on voit par
 cette équation, en la comparant avec l'équation polaire des frétions
 coniques, qu'elle peut leur être comparée exactement » à l'exception du
 coefficient de d y , lequel apprend feulement que cette équation exprime
 une feétion conique dont on augmente ou diminue les angles en raifon
 confiante , & on conftruira ainſi cette trajcékoire. Soit décrite la feétion
 conique A Q, P exprimée par l'équation dx s= fig , l8> & Tom II. y
 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.81% accurate

I4* PRINCIPES MATHÉMATIQUES foient pris en fuite les angles $\angle PCM$ aux angles $\angle PCQ$ dans la raison de i à j . —, & la courbe qui passera par tous les points M , fera la trajectoire cherchée. C. Q. F. T. XXXIII. S C H O L I E. Fij 13. te 19. On verra aUement que si l'on suppose que pendant que le corps marche dans l'ellipse AQP de P en Q , cette courbe elle-même avance d'un mouvement angulaire qui se fasse autour du centre C dans le même sens, & que le mouvement angulaire soit de la quantité $\angle PCQ$ le corps étant arrivé au point Q de l'ellipse se trouvera au point M par le mouvement de l'ellipse même, donc la courbe qui passera par tous les points M fera la courbe cherchée. 4. Cette construction s'exécutera donc en supposant simplement un mouvement angulaire dans les apfides de cette figure conique, qui (bit de la quantité que donnera le coefficient de dy , & qui se fera dans le même sens que le mouvement du corps ou en sens contraire, c'est-à-dire du côté de Q ou du côté opposé, selon que l'angle $\angle PCM >$ ou $<$ $\angle PCQ$, c'est-à-dire selon que la quantité qui est sous le signe du coefficient de dy sera $>$ ou $<$ 1. Remarque. On a commencé par examiner dans le Problème précédent, ce qui arrive dans le cas où Y exprimant la force en raison inverse du carré des distances, on y ajoute une force inversement proportionnelle au cube des distances exprimée par —, y parce que le cas de la force en raison inverse du carré des distances étant celui qui a lieu dans le Système du Monde, est le Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.86% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 147 plus .important à
 connoître , & on a supposé de plus , dans cet Article précédent» que le corps
 partoit du point donné avec une vitesse & une direction données. Examinons
 à présent ce qui arriverait dans toutes sortes d'hypothèses de pesanteur , par
 la même addition de force. t XXXIV. PROPOSITION XXI. PROBLEME
 XII. On demande les trajectoires décrues dans toutes sortes d'hypothèses
 Fig. 1». de pesanteur , en ajoutant à la force quelconque la force . Dans ce
 cas Y où la force totale feroit $Y - f$, , donc on trouverait alors au lieu de
 $fYdy$ la quantité $fYdy + fr - j - *$ c'est-à-dire $fYdy -$. Prenant à présent
 l'équation générale $y \frac{dx}{dy} = - y$ de toutes les trajectoires, en substituant pour $fYdy$ sa valeur dans la supposition présente , on aura alors
 l'équation $dx = \frac{fYdy}{1 + \frac{f}{Y}}$ dans laquelle je substituerai $y/1 + \frac{f}{Y}$ au lieu des constantes $2, /$ de la solution précédente, d'autres constantes
 $\frac{f}{Y}$, afin de n'être pas retraint à faire partir le corps. avec la même
 vitesse & la même direction , & de pouvoir déterminer au contraire la
 relation des nouvelles constantes aux premières, la plus propre à comparer
 les courbes que l'on a dans ces deux hypothèses. " ■ L'équation précédente
 peut avoir cette forme $dx = \frac{fYdy}{1 + \frac{f}{Y}}$: j'ai vu dans l'ouvrage «3,;) i3 \ "jV'if.i ■>:, «. • J
 — , Se on aura $y^* - yy - fYdy -$ « Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.49% accurate

,4f PRINCIPES MATHÉMATIQUES lto.f/— - F? & /*/'-.. - îrp'
oaff' — m t=a / tfl , d'où l'on voit qu'en donnant au corps au point de départ
une vîteflè & une direction convenables , on décrira cette trajectoire en
fuppofant un mouvement d'apfides dans la courbe que l'équation de l'art. 17.
a donnée : il ne s'agira donc plus que de déterminer les / & / , c'eft à-dire de
donner au corps en partant de P une certaine direction , car alors on
connoîtra B \ reprenant donc la valeur générale de B trouvée 1 B ^ ^ y~ ss
— , elle deviendra dans le cas préfent 1 B fY*y + m p1 2 y y jrjn — JL > &
mettant /' pour p & h pour y , comme dans l'Arc zo. elle deviendra i V —
fYdy + = &: fuppofant que x h H fYd y — H lorfque y s= * , on aura i5' =
/" - + H: fuppofant en même tems que l'on ait fait dans l'Article io. fYd y =»
H lorfque y a la même valeur k , la valeur àé t \Ç dans cette fuppofition
deviendra i B =a fl + B. Mctuat donc 1 Bt 1 B dans l'équation ci- demis -
^^^ ^ = j7yt pour J , &"pour B les deux valeurs qu'on vient de trouver , on
aura 7 ~ — * = • Ayant ainfi les deux équations ? * ""-^ + H = . I* f 1 — m
£jT7T^> & Z'1/7 1 — w = lefquellcs ne renferment plus que les deux
inconnues /' & f^on en tirera les valeurs de ces deux quantités, lcfquelles
feront /ss vf 1 + JI_ &: S =s Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.34% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $Hd y. t > j > + m) th^* . \text{œais}$
l & /donnent la direction & la vihl $f + m$ teflc que doit avoir le corps au
point P afin qu'il décrive la même traje&oire que celle que l'équation de.
l'Art. 17. a donnée -, donc en donnant à cette courbe le mouvement
d'apfides déterminé par le coefficient de dy , elle deviendra celle qui réfultc
de la force $Y + fuppo\text{féc}$ ici. C. Q.F.T. $xx \ll y.$ S C H O L I E. Cette
Propofition contient la démonftration des PropoGtions 44 & 4j de la fedion
9 du premier Livre qui traite du mouvement des apfides. Après avoir vu
dans les Propofitions précédentes le temps Se la vîteffe des corps dans les
courbes que différentes forces centripètes leur feraient décrire, on ne fera
peut-; être pas fâché de trouver ici le temps & la vîteffe des corps à
différentes diftances du centre, lorfqu'ils y tombent en ligne droite, ce qui
arrive lorfqu'on ne leur donne aucune impulfion à leur point de départ, ou
lorfque celle qu'on leur donne tend au centre. . " ; > XXXVI.
PROPOSITION XXII. PROBLEME XI IL On demande U temps & la
vîteffe d'un corps qui tombe un centre vers lequel U *fi attiré par une force
quelconque,* corps itani place à une diftance quelconque de ce centre.
Faifaw d'abord A C » a. CP *my. A P a» à — y. Pp =a dy, ng. la vîtçûc
acquile dcien? = «, l'infant employé à parcourir Pp fera — ^L, &
multipliant cet inftanr par la force Y on j Y d y ~* aura d u = , ou u du a -
Ydy dontl'intégralc eft Tome II, T

The text on this page is estimated to be only 14.92% accurate

ijo PRINCIPES MATHÉMATIQUES A — fYdy es -î- u u. Quant
à la confiante A clic fc détermine par cette condition , que u y zz a, u (bit =
o, c'est-à-dire, qu'au point de départ le corps n'ait au w une vîtcûe (s'il en
avoit une vers le centre , on feroit A tel que u feroit égal à cette vîtcûe
lorfqu'on feroit y 33 a) : de u 1 s» x A — ifYdyton tire u » y/tA — xfYdy i
donc d t = 2!-£2f f devient e assss ^ C.Q.F.T. • XXXVII. COROLLAIRE I.
Suppofant à préfcût le cas où I" = — , on aura « — fYdy y =. f~ = ~" y y
mettant donc dans les équations précédentes — pour — fYdy , on aura 1 -r*
+ — = « 1 •, or quand / = «y «y a, u =z 0 (hyp) , donc on aura dans cette
fuppofition 1 A + = o } donc alors -rf tsa ~ , & mettant à la place de A cette
valeur dans l'équation iA — ifYdye^u1, on aura _ zn ■ 1* _ u% donnnc tf =
yf^n-tm ou ^ — x ✓ * , ou vTî x *±-y ■■ "dy — *y * y y/iA — ifYdy dy
deviendra par les mêmes fubftirutions dt s -rzz — -- _ y/ z/x x V a — y * - y
ou s — d**y x ^JL, & le temps total par AP fer* V*-y Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.41% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i51 l'intégrale de cette quantité , & pourra être déterminé par cette confrudion. Ayant décrit fur la ligne A € le demi cercle A M VC , le u. temps de la chute par A P fera proportionnel au produit du fedeur ACM par Y A C. La raifon de cette confrudion cft aifée à trouver. Faifant le* lignes A C — a. P M = 1/ ay-~ y y. CM = y/ay. m o ; . A M = y/ a a — a y. C P = y. A P sa a — y. l\ a a — ay pour s'accorder avec les dénominations précédentes. On voit d'abord que le petit fedeur M cm différentielle du fedeur A CM a pour valeur le produit de CM par mo différentielle de AM, c'eft-à-dire v"7y X ~ %iy s donc le fedeur A CM sa t y a a — a y afJ,Y V y. ^ fant muitipiié par ^ JL deviendra l'cx4l/* — * « preûlon précédente du temps par Pp,o\idt=z -y ^ y ■ x , >/a — y ^ CM 1/ 8 donc le temps par A P fera égal au fedeur y AC * — 1uand la force cft comme le quarré. XXXVIII. COROLLAIRE IL r. i 111 u *~ r APCVM Y S Et le temps total de la chute par A C fera — — - x - , ou — c x AC* ^~jL , en mettant à la place du demi cercle ^ /» C fJK fa valeur J c. A Cl, on voit par cette expreflion que dans la loi de pefanteur en raifon renverfée du quarré de la diftance , le temps des chutes depuis un point quclDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.46% accurate

iji * PRINCIPES MATHÉMATIQUES conque jufqu'au centre des forces , eft comme la racine quarrée du cube de rcfpace parcouru en tombant. On devoit bien s'aten dre à l'accord de cette Prop. avec celle qui eft entre le tcmp⁹ périodique des planètes & leur moyenne diftance , puifqu'on peut regarder un corps qui tombe vers un centre , comme s'il décrivoit une ellipfe infiniment étroite dont le grand axe feroit hauteur de la chute , & qu'en ce cas la chute ou l'cfpace iCett le double de la moyenne diftance y c'eft ainfi que M. Newton a confideré les chutes réélilignes des corps (Prop. \$6.) Si on vouloit comparer le temps de la révolution d'une planète avec celui qu'elle mettroit à tomber dans le Soleil , rien ne feroit plus facile par ce qu'on vient de donner : car le temps de la chute par le rayon pouvant être regardé comme la demie révolution dans une planète qui auroit ce rayon pour grand axe , il n'eft queftion que de prendre la moitié de la partie - V'X i t du temps de la révolution même de la planète pour avoir le temps de li chute , en fupposant qu'elle commençât à tomber du liea où elle eft dans fa moyenne diftance. Si elle tomboit d'un autre lieu , le temps total de fa chute feroit à ce qu'il feroit en partant de la moyenne diftance , en raifon fcfquiplée de la railon qui eft entre le rayon par lequel on la fuppoferoit tomber &c la moyenne diftance. Si on veut comparer le temps qu'une planète mettroit à tomber vers le Soleil avec celui qu'un fatellite mettroit à tomber vers la planète qui lui ferc de centre , il faudra prendre les rapports qu'auroient les mêmes temps , fi on regardoit le fatelllke comme une planète principale qui feroit à la même diftance du Soleil que le fatellite de fa planète principale , &c divifer la rarfon de ces temps par celle qui eft entre les racines quarrées des malTcs centrales , c'eft-à-dire de la malle ou planète qui attire le fatellite, à la mafle du Soleil. XXXIX. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.40% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. rjj XXXIX.

COROLLAIRE 111. Si au lieu d'avoir fuppoſe $Y = y$ on l'avoit fuppoſé $= 5$ nyt on auroit eu $fYdy = fnydy$, & en intégrant $fYdy =$, mettaat enfuite cette valeur dans l'équation $iA - xjYdy \ll 1$, & fuppoſant de même que quand $y = a$, $\ll = 0$, on aura $tAri a$, & on aura en ſubſtituant $u = y'^{***}$ — nyy^9 ou $\wedge X \vee \ll ia - yy$. Et $dt = - \sim d, *rvj$ devient en $\sqrt{1A - i/Ydy} dy$ ce 'cas $dt = \text{---} = \wedge$, d'où l'on voit qu'en fai/ $n X V aa y y$ fant ſur AC comme rayon un quart de cercle, & élevant au point P la perpendiculaire PM , le temps employé à parcourir la droite AP aura pour valeur l'arc $ACM x$ car cet arc — dy eſt $y/a a - yy$ Si on fuppoſe dans cette équation $dx = \text{---}$ — $\vee n xV *a - y y y = at$ on aura alors pour l'exprcſſion du temps par AC le produit de par le nombre qui exprime l'angle droit, ou ce qui revient au même par le rapport du quart de cercle au rayon. Ce qui fournit cette remarque fingulicre que le corps central étant le même dans cette hypothèſe de pefanteur, de quelque diſtanc que ce corps parte, il arrivera dans le même oemps au point C ,, puifque la hauteur n'entre pas dans l'exprcſſion du temps. Tome II.

The text on this page is estimated to be only 18.99% accurate

iS4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES, &c. X L. S C H O L J £. II
en est donc des chutes rectilignes comme des mouvemens dans les orbes
elliptiques , & la hauteur totale dans le premier cas , répond à l'axe
transversal dans l'autre, ce qu'il est aisé de voir en considérant la hauteur A C
comme la dernière ellipse qu'on peut décrire sur elle , & c'est ainsi que M.
Newton l'a considérée dans la Section 7e. de son premier Livre des
Principes. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.84% accurate

SECTION II DE L'ATTRACTION DES CORPS ■ en ayant
 égard à leurs figures. ■ ===== ■ i PREMIERE PARTIE. De l'attraSion des
 Corps Jphériques. L PROPOSITION L PROBLÈME L T)Rouver
 VattraUion de la furface fphérique dont le diamètre feroit A B fur un
 corpufcule P placé fur le prolongement de ce diamètre, en fuppofant que
 toutes les parties de cette furface fphérique attirent comme une puiffanct
 quelconque n de la diftance. On imaginera la furface fphérique AC B
 compofée d'une t\ v i. infinité de petits cônes tronques produits par la
 révolution des élémens / HQq autour de l'axe A B , & on commencera par
 chercher l'attraction de toutes les petites zones ou furfaces coniques HI.
 Ayant donc fait les lignes P / » { . P S ssf. A S == g. S E=u.)c commence par
 chercher la valeur du cofmus de l'angle IP Q p £ . i _L f » ,, x pour le rayon
 i. clic cft ^-j *= » x^f * *• 'c ^nus du même angle pour le rayon P I cft P Q
 ==» 7* ^ , donc d P Q = Qq = lyi . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.96% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES La valeur de la petite zone
 sphérique H_1 est $H_2 \times JQ$, ou $Qq \times AS = g^{\wedge} \cdot *$; donc l'expression de
 l'attraction de la petite zone HI sur le corpuscule P, laquelle est en général $\int$
 $\{i H X I Q. x IP X \cos. I P q\}$ aura pour valeur - ... $\cdot \gg \cdot \cdot \cdot \gg I' \cdot \ddot{i}^*$, $\cdot \cdot \cdot v'$
 $\gg * f(*T'r X + \wedge \sim$ qui se réduit à $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ dont l'intégrale est (« »
 $n+iv * \wedge w, + * \{ffr*P\}t,) : p^{o}uria \wedge mPictter$ je fais en sorte qu'elle
 s'évanouisse lorsque $\{$ ou devient $+ \int t(, \{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \} J q)$ est l'attraction
 de la zone $\wedge /$. je fais en sorte P/ ou &il vient par ce $\int y"1 - 7T b+7 \wedge - ' > +$
 $\gg + fV + \int \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} J y$ pour attraction de la surface sphérique totale. i r. •
 PROPOSITION II. PROBLEME IL Trouver l'attraction de la sphere solidé
 entière ACBD sur le corpuscule P placé dans le prolongement de son axe.
 fig. ». Je fais comme dans la Proposition précédente les lignes $P \wedge PS = f$
 $AS = g$. Puisqu'on vient de voir dans cette Proposition, que la surface
 sphérique ACB attire le corpuscule P avec une Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.50% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 157 ce ($\backslash / \bullet \bullet - 1 \text{ --- } \text{---}$
 $\gg +k$ une force exprimée par $-j - \wedge - \text{---} \{f+g -f-g\} + \text{£}^{\text{rf}} - \text{OT}g^{**1} - \sim s^{**1})$) a
 cft clair $<1U'CQ$ multipliant cette expreffion par la petite épaisseur
 $Aa=adg$, on aura l'expreffion de l'attraction que le petit orbe $abcd$ $ABCD$
 exerce fur le même corpufcule P , & en intégrant, on aura l'attraction
 cherchée de la fphère folide. $ABCD$. C. Q.F. T. 1 I I. PROPOSITION III.
 PROBLÈME III. Trouver l'attraction de la furface fphérique entière $A C B$
 fur U corpufcule P , en fuppofant que toutes fis parties l'attirent par une
 force qui agiffc en raifon inverfe du quarré de la diftance. On aura dans ce
 cas » « $\text{---} 1 \backslash$ reprenant donc l'expreffion Fij . i, générale de l'attraction de
 cette furface fphérique laquelle a été trouvée dans l'Article premier, Se
 mettant pour n fa valeur $\text{---} 1$ dans la préfente fuppofition, on aura $\sim jj$ ($g g$
 $X, \sim \sim 1 g$) ou en réduifant $X 4 g =$, qui $// \text{---} gg'$ irf rfs exprime l'attraction
 de la furface fphérique lorfque $n \ll s \text{---} \text{---} *$. C. Q. F- T. 1 V.
 COROLLAIRE I. Pour avoir l'attraction de l'orbe $ahcdABCD$ dans cette Fi^*
 ai hypoihcfc, il fuffira de multiplier cette expreffion $\bullet \wedge$ par $dg=$. A a, Ôc en
 intégrant cette expreffion de l'attraction du petit orbe, on aura $\sim y$ pour
 l'expreflion de l'attraction de la fphère folide entière $AB CD$, dans cette
 même hypothcTc de Tome II. b b Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.71% accurate

158 PRINCIPES MATHÉMATIQUES $n = \frac{1}{x}$ comme $\frac{1}{j^2}$ - c'est
l'expression de la solidité de la sphère, on voit que dans cette hypothèse
l'attraction est comme la masse divisée par le carré de la distance de son
centre au corpuscule attiré. v COROLLAIRE II. Dans cette hypothèse de
l'attraction réciproquement proportionnelle au carré de la distance, deux
sphères s'attirent de même que si leurs masses étoient réunies à leur centre.
r; s. i. Pour le prouver, supposons d'abord qu'au centre A il y ait un
corpuscule de même masse que la sphère A elle-même, on a vu (Article
précédent) que la sphère B exercera sur ce corpuscule A la même attraction
que si elle étoit elle-même toute réunie à son centre B -, mais on doit voir
aussi, par la même raison, qu'elle sera attirée par le corpuscule A de la
même manière, soit qu'elle soit toute réunie à (son centre B, soit qu'elle ait
conservé sa forme réelle. De plus, (même Article) la sphère entière A
attire toutes les particules M de la sphère B de la même manière, que si elle
étoit toute réunie à son centre A \ donc il est indifférent pour l'attraction de
deux sphères l'une vers l'autre dans l'hypothèse de la raison inverse des
carrés des distances, qu'elles gardent leur forme ou qu'elles soient
supposées réunies à leur centre, pourvu qu'elles conservent la même masse.
V I. S C H O L I E. i On voit par l'expression de l'attraction de la sphère
solide totale, que dans l'hypothèse en raison inverse du carré de la distance
, il en est des sphères entières comme de leurs plus petites parties, & qu'elles
attirent de même que ces parties en raison de la masse divisée par le carré
de la distance. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.31% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. §9 VII. PROPOSITION
IV. PROBLÈME IV. Trouver l'attraction de la surface sphérique entière
ABCD sur le corpuscule P, en supposant que toutes les parties de la surface
attirent ce corpuscule par une force qui agit en raison de la simple
distance. On aura dans ce cas $n = 1$, reprenant donc l'expression trouvée
(Art. i.) & en y mettant pour n la valeur 1 dans l'hypothèse présente, on aura
$$\left(\frac{1}{p} g + 8 fg i \right) + \frac{1}{2} L i l (+fg) \text{ qui se réduit à } \frac{1}{2} g x^4 - \frac{1}{2} f x^2,$$

valeur de l'attraction de la surface sphérique ACB lorsque $n = 1$. VIII.
COROLLAIRE I. Pour avoir l'attraction de l'orbe abcd ABCD dans cette
hypothèse, il faut multiplier comme dans l'Art. 4. l'expression $1 e^8$ par dgt
& l'expression de l'attraction de cet orbe fera $\int Jg$, & en intégrant on
aura $1 * * ^$ qui exprime l'attraction de la sphère solide entière dans cette
hypothèse. < IX. COROLLAIRE II. Et comme cette expression n'est autre
chose que le produit de la masse par la distance, l'on voit que dans
l'hypothèse de la simple distance comme dans celle de la raison inverse du
carré de la distance, la sphère totale attire suivant la même loi que les
particules qui la composent.

The text on this page is estimated to be only 27.26% accurate

i*o PRINCIPES MATHÉMATIQUES X. COROLLAIRE J IL

Dans cette même loi de l'attraction proportionnelle à la distance, les corps de figure quelconque ont les mêmes propriétés que les sphères, d'attirer suivant leur force totale, suivant la même loi que leurs particules. Sis. 4. Pour la démontrer, je tire par C où l'on suppose le corps attiré, une droite CBP qui passe par le centre de gravité du corps attirant XY & soit décomposée l'attraction de chaque particule M dans le sens de cette ligne C P, il est clair que l'attraction de la particule M étant comme C M, la partie, suivant CBP, fera CP & donc le produit de toutes les particules M du solide proposé par les distances CP font l'attraction totale : mais il est clair par les principes de la Statique, que la somme de ces produits est égale au produit de la masse totale par la distance au centre de gravité, & quant aux forces qui agiroient dans le sens P M, on verroit aisément qu'elles se détruisent réciproquement -, donc l'attraction d'un corps de figure quelconque dans l'hypothèse qu'on vient d'examiner est comme la distance du corps au centre de gravité. X I. PROPOSITION V. PROBLÈME V. Trouver C attraction de la surface sphérique ABC sur le corps P, en supposant que toutes les parties de cette sphère l'attirent par une force qui agit selon la quatrième puissance. réf. t. Alors $n = -4$, Reprenant donc l'expression générale de l'Article 1. & substituant à n la valeur -4 , elle deviendra $(7+7 / -4 = 1)$ & réduit à -ffjj Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.76% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 1*1 % 6 ijV^^V ^
 $e^P'''16$ l'attraûion de la petite surfaccraffiaiment mince A B CD lorfque n
 $\ast = -4$, X L 1. C O R O L L A 1 R E. Pour avoir l'attradion de l'orbe AB CD
abcd il faut multiplier cette expreffion par la petite cpaùTeur A a ou dgt
ainfi oa «» 'fff?L-y:JS X , don. l'intégrale ^ (jrér~r) cft l'expreflion de
l'attraftion de la fphère entière folide A B D S fur le corpufcule P dans cette
hypothcTc de n s — 4X I I L PROPOSITION VI. PROBLEME VL Trouver
VattraBion d'uni fur face fphèriqut AI fur un corpufcule placé en P dans
l'intérieur de cette furface , en fuppofant que toutes les parties de cette
furface agiffent comme une puiflanu quelconque a de la diftance. Je fais les
lignes AP « g. PS= f. P I "o J£csr,& j'ai par confequent PE cà j// $\ast - v$ », &
 $1P + PE = 1 y/fi - y \ast$, d'un autre côté I P + P E ou JE doit avoir pour
valeur y/gg — vv\ on a donc l'équation $z z + 1 1 y/fl - v \ast + / \ast - v 1 = g 1$
— $y \ast$ de laquelle on tire ©> partant ou le cofinus de l'angle JPQ fera = £
— ^ ^ i- j fera Tenu. II. C-C

The text on this page is estimated to be only 19.31% accurate

n ■+■ i iCt PRINCIPES MATHEMATIQUES nuis par l'Art, i.
l'attraction de la petite portion de surface sphérique produite par la
révolution de l'arc, a pour valeur $f \left(\frac{1}{H} \times IQ \times I p'' \times \cos. \text{ de } IPQ \right)$; donc à
cause que $lffxIQ=ASx Qf =$ on aura $-c''x^{\wedge}$ ce qui fera l'expression de
l'attraction de la petite tranche de surface sphérique laquelle attirera le corps
vers B > tant que / P fera un angle aigu avec A P. En intégrant cette
différentielle on aura $\frac{1}{2} \left(\frac{Cl_{ZL}}{12} \frac{1}{1} \frac{\wedge}{-j} -y \right)$, laquelle étant
complétée par cette condition que tout se détruit quand i ou P 1 = PA ou $\frac{1}{2}$
— / donne pour expression de l'attraction de la zone AI. $\left[\sim ' \right) f -i - u - /) *$
 $(g \sim n + (s \sim o) \gg + i n + i n + 3 / *$ Afin d'avoir ensuite l'attraction de toute la
surface sphérique A I B A y il faut faire dans la valeur précédente $i=g+f$, et
alors clic deviendra $\frac{1}{2} j r \left(n + \sqrt{X} (g+f -g \sim /) \frac{\wedge}{\sim} + 5 + g \sim f \sim g + J \right)$,
qui exprimera l'attraction de toute la surface sphérique A I B A sur le
corpuscule placé en P. C. Q. F. T. X I V. S C H O L I E. Dans les cas où
cette valeur sera positive, l'attraction se fera vers A & au contraire. Digitized
by Google

The text on this page is estimated to be only 18.06% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ttfj • xv. i ' ê

PROPOSITION VII. PROBLÈME VII. Trouver l'attraction de la même surface sphérique, en supposant $a = r$ Conserveant les dénominations de la Proposition précédente, substituant dans l'expression qu'on y a trouvée à la place de n la valeur $— 1$ on verra que tous les termes disparaissent, &c que par conséquent dans cette loi d'attraction un corps placé dans l'intérieur d'une sphère creuse n'éprouveroit aucune attraction. XVI. PROPOSITION VIII. PROBLÈME VIII. Trouver l'attraction de la surface sphérique A I B A, en supposant $n = i$. Gardant les mêmes dénominations que ci-dessus, on aura dans $F_i^* j$; cette hypothèse $-1^{\wedge} (g \sim f \sim g + f \sim *^{-L}(7+7 * \_ \sim g^{\circ}))$ qui se réduit à $JJL x - *, Pg$ ou $- ttil$ pour l'attraction de la surface A I, laquelle tirera le corps vers S puisque l'expression est négative. XVII.

COROLLAIRE. Multipliant cette quantité par dg , on aura $— 2 g/f d\%$ rtt se pour l'attraction de l'orbe infiniment mince Ali sur le corpuscule P vers S, & son intégrale 1 exprimera l'attraction Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.25% accurate

if* PRINCIPES MATHÉMATIQUES de l'orbe A PI fur P, pourvu
qu'on retranche le terme que devient cette quantité lorfque $f = g$. Donc
alors $1 \text{ cf}^* ' ' 1 \text{ cf}^*$ fera l'attraction de l'orbe A-PI fur P vers S i mais
l'attraction de la sphère PS fur le même corpufcule P laquelle fe feroit auffi
vers S, feroit -jÇ- (^clon l'Art. < .) lorfque $\neq g$ ^donc —^f exprime
l'attraction de la sphère pleine entière AI fur le corpufcule P placé au
dedans d'elle , cette attraction fe faifant toujours vers S & en raifon directe
de la diftance. C. Q. F. T. XVI I L PROPOSITION IX. PROBLEME IX.
Trouver l'attraction qu'exerce vers A la furface Jphérique A I a Jun U
corpufcule placé dans l'intérieur de la sphère , en juppofant $n = -4w^* . j$.
Confervant toujours les mêmes dénominations & reprenant la formule
générale, (Art. i.) & y fubftituant — 4 pour n , on aura $\wedge - * (/+ \text{£}) \gg 3 + — 1$
7 q fe réduit à x Ut ou $\pm \text{£} L$ pour l'attraction cherchée de la furface sphérique
A IA , dont la direction fera vers A,. XIX. COROLLAIRE /. £" *. «.
Multipliant cette dernière quantité par dgfi on aura $\wedge *'^8 Jjip$ pour
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.45% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i*f pour l'attraction de l'orbe infiniment mince AI ai fur le corps P vers A, & en intégrant cette quantité, on aura ■ 1 qui exprime l'attraction d'un orbe fini lorqu'on aura ajouté à cette quantité la confiante relative à l'epaifleur de cçt orbe. Suppofant que cette confiante foit A lorfqe l'orbe au lieu d'être terminé à la furface AI dont le rayon eft g, l'eft à la furface BL dont le rayon eft k, on aura aloFs — $Tlt^{\wedge}/x$ — 1 c f = A: retranchant cette expreffion de celle-ci — — -p— + A~ on aura le refte ?r(gV£yt) — >r(AVf.yr») pour l'at. traction de l'orbe fini B LAI Car le corpulcule P vers 5. XX. COROLLAIRE 11. Si on faifoit g =s= / alors l'intégrale deviendrait $jy^{\wedge}y \sim^3>$, ce qui apprend que dans une fphère creufe le corpu feule qui feroit adhérent à la furface intérieure de la croûte folide de cette fphère éprouveroit une attraction infinie dans cette fuppofition de n = — 4. XXI. COROLLAIRE 1 II. Pour avoir l'attraction qu'un corpu feule P placé au-dedans Fig. dune fphère AI éprouve de la part de cette fphère, il faut prendre la différence de l'attraction de l'orbe A PI vers A fur le corpufcule , & de la fphère P Q vers S fur le même corpufeute \ mais comme ces deux attractions font infinies, l'attraction cherchée fe trouveroit dépendre de deux innais -, recherche qj>û Tomt IL. dd

The text on this page is estimated to be only 25.57% accurate

166 PRINCIPES MATHÉMATIQUES demande beaucoup de circonfpcc"rion pour ne s'y pas tromper. Je vais donner le moyen de la déterminer. On voit d'abord par le railbnnement fuivant que cette différence de deux quantités infinies ne peut dans ce cas être que finie. F>t- 9. Soit imaginée la fphère AV au dedans de la fphère Aï , & que cette fphère A V ait le corpufcule P placé à fon centre , fie AP pour rayon, il ett clair que toute la matière comprifedans cette fphère intérieure , n'exerce aucune attraction fur le corpufcule place en P •> donc la matière coroprife dans le* folide cooeavocônvexe AI B LO D eft la feule partie de la fphère propolec qui attire : mais toutes les parties de ce folide étant à des diftanecs finies du corpufcule P , leur force totale fur lui ne peut être que finie. Pour trouver enfuite l'expreffion du folide concavo- convexe 'A LO D fur le corpufcule placé en P centre de AoD , oa fuppofera ce foliJc partagé en une infinité de tranches IVLlui par des fpheres qui ont toutes P pour centre, & on. cherchera fattradion qu'exercent 'tous ces orbes fur le corpufcule P. Dans cette recherche il faudra commencer par trouver l'attraction qu'une calotte IV L exerce fur, un corpufcule placé à fon centre. f;{. io. Pour cela , ayant fait le rayon HP de cette calotte = a , l'aba d x ciltc P Q qui répond au point / = * , on aura / 1 = -7— ^ y/ a a — x x & le petit anneau produit par la révolution de / 1 , lequel eft - c adx l'élément de la calotte propofée, fera — y/a a — xx x — * r r y/aa — xx = HÉJL > multipliant ce petit anneau par qui exprime l'attraction réciproquement proportionnelle à la quatrième puiûance de la diftance JP des particules /{ au corpufcule placé en P t c< décoropofant enfuite cette force de 1P fuivant P Q, c*cft-à-dire Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.20% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ts7 la multipliant par 0u
 — , oq aura c.xd* p0Ur l'attraâion I Jr A T et * de l'anneau fur P , donc en
 intégranc on aura ~ pour l'attraétion de l'anneau IF y donc celle de la
 calotte HI fera — i r l) ceft-à-dirc — {— j ou laquelle tireroic vers H. Celle
 de la calotte VI fera la même & tirera de l'autre fens , puifque les deux
 attrapions jointes enfcmblc doivent fe détruire, une furface fphérique
 entière n'exerçant point d'attra&ion fur le corpufculc placé à fon centre. Ce
 (Sin.O P /)* Vu ,, Par ce moyen J — • PIr *cra , a valeur de l'attraction du
 Tolide cherché. Pour exécuter les opérations qu'indique cette' expreffion ,
 faifons Fit. comme dans VArtkle i. PI « t. AS=tg. SP^f. on attra comme dans
 cet Article ,Cos.IPQ = * * 7 * » & pour le quarré du finus du même angle
 — Çg f'^^^ qu'il faut fubftitucr dans la formule précédente. Ainfi on aura à
 intégrer ^-L (t }J 9 + * ff) C jZIL=l l'intégration faite il vient -V (- l£2±±f +
 iâlulûl «. ,\ à une conf tante'pres qu'il faut déterminer par cette condition que
 i devenant ou \$ — /tout fe détruife. Par ce moyen l'intégrale complettc
 cherchée fera ~rf Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.15% accurate

18 PRINCIPES MATHÉMATIQUES qui le réduit à -77— (—
 4- — ; — — H f-, — *— ■ v«ï— - 1 & c'est-là U valeur de l'attraction du
 folide AVIIDL. . Faifant cnfuke dans cette valeur $\zeta = P B = f+ g$, on aura
 pour l'attraction du folide propofé concavo-coirvexc 3 'C*1-/1) ABILO fur
 P , ou , ce qui revient au même , pour celle de la fphère entière A1BA fur le
 même corpufcule. SECTION IL SECONDE PAR T I E. De VattraSion des
 Corps de figure quelconque— XX I I. PROPOSITION X. PROBLEME X.
 Trouver PattraBion d'un cerclé fur un corps qui répond ptrpcndL vfc. u. Soit
 le cercle M B O, il faut commencer à trouver l'attraction d'une particule
 quelconque M de ce cercle fur le corps A. Soppofant donc que la particule
 M attire -le corps ^ fuivanr une puiflTance n de la diftanc , fon attraction
 fuivant la direction A M fera proportionnelle à A M k ; mais l'attraction
 fuivant la direction A M fe décompofe fuivant les directions MP 6e AP-
 celle Selon MP n*eft pas à compter, parce qu'elle eft détruite par l'attraction
 de la particule qui tireroit dans la direction oppofée O P. On ne compte donc
 que l'attraction fuivant A P qui . fCW éll X AM'~At X AM'~.. Digitized by
 Google

The text on this page is estimated to be only 16.68% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i69 Pour mettre cette
 expreffion en valeurs analytiques, foit fait $AP = a$. $PM = x$. $AM = y/a > + x >$.
 $Mm = dx$ la valeur de la circonférence Mo dont le rayon eft x fera $\sim$, donc
 l'attribution $\wedge f \gg x A M'^*$ de la particule M fera $*(aa + xx)^\wedge$ donc celle de la
 circonférence entière Mo fur le corpufcule A , fuivant AP fera $\sim x (aa + xx)$
 $\sim j$ car toutes les particules qui compofent cette circonférence agiffent de la
 même manière for le corpufculc A , puifqu'il répond perpendiculairement à
 fon centre, & qu'elles font par conféquent toutes placées de même par
 rapport à ce corpufculc. Donc l'attraction de la petite couronne $AmoD$ fera
 $acx^*x \gg x (a' + x^*) \sim \sim^*$, & $\blacksquare y X^{***} + **)$ T fc» l'attraction du cercle entier
 Jtf * O fur « $-f^*$ i le corpufcule A % lorfqu'on aura ajouté la confiante
 convenable, en trouvera ce qu'eft cette confiante en faifant $* = \gg o$, car alors
 comme le cercle fera nul, fon attraction devra être nulle aufii. Or, lorfque
 $x = o$ la quantité $\sim x +$ devient $ac \gg -+- \gg ca^{***} ac n -t$. l'attraflion du cercle
 BMO fur le corpufcule $\wedge$ dans la direction AP . C.Q.F.T. XXIII. C O * 0 L
 LA I RE. " v ■ ■ «« Si l'attraction fe faifoit en raifon renverféc de la
 diftâhcé, c'eft-à-dirc fi on avoit $n \ll - i$, l'intégration précédente ne
 T*mtU.

The text on this page is estimated to be only 27.49% accurate

i7o PRINCIPES MATHÉMATIQUES donnerait rien , & la valeur cherchée ou l'attraction du cercle dépendrait des logarithmes. On la trouverait ainfi. La différentielle $x(aa + xx)^{-\frac{1}{2}}$ ferait $r' r(aa + xx)$ dont l'intégrale eft $L(aa + xx)$, laquelle devient $\sim L(a)$ ou $-L(a)$ lorfque $xsso$; donc cette intégrale coroplctte fera $L(aa + xx) - L(a)$, ou $-APx$ l'AM $-APx$ $\gg r' r X IAP$, qui eft par conféquent l'attraction du cercle BMO dans cette hypothefe. XXIV. PROPOSITION XI. PROBLEME XI. Trouver V attraction du folide produit par la* révolution dt la courbe quelconque B M autour de fon axe BP, fur le corpufcule A place" fur cet axe. . «». Je commence par faire les lignes AB = a. BP = x. PM = y. AM = $\sqrt{(a+x)^2 + y^2}$. Ppadx. L'attraction du cercle dont PM eft le rayon, eft, félon la formule de l'Art, ai. . C . $-\frac{1}{2} \frac{AP \times AM^2 - AP^2 \times M}{AM^3}$ i donc dans les dénominations prelcntes l'attraction du cercle dont le rayon eft P M fera $p - \frac{1}{2} \frac{ZjT7}{(a+x)^2 + y^2}$ $\gg \frac{1}{2} \frac{Ji}{(a+x)^2 + y^2}$ } donc l'ata + x X a + x + y — a + x) traction du petit cylindre MmPp fera $\int \frac{1}{2} \frac{X dx}{a^2 + x^2 + y^2}$ dont l'intégrale $\int \frac{X dx}{a^2 + x^2 + y^2}$ eft l'attraction du folide PB M, produit par la révolution de £ M autour de l'axe PB. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.56% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ,7, Ainfi lorſque y fera donnée en x par l'équation de la courbe propoſée , on la ſubſtituera dans cette valeur qui étant alors toute -en x & en conſtantes ſ'intégrera par les méthodes ordinaires, ou ſe réduira aux quadratures. XXV. - - *

COROLLAIRE. Dans le cas où $n = -1$, l'attraction du cercle BMO étant (Article 15.) $y \cdot AP \cdot x \cdot l \cdot AM - j \cdot A \cdot P \cdot x \cdot l \cdot AP$, on aura , en employant les dénominations de cette Propoſition $\sim (a + x \cdot dx \cdot L \sqrt{a + x + yy} - a + * X \cdot dx \cdot X \cdot L \cdot a + *.)$ celle du folide entier MBH dans la même hypothéſe fera $j \cdot f \cdot 7 + * X \cdot dx \cdot X \cdot L \cdot y / a + x + yy - a + x \cdot dx \cdot X \cdot L \cdot * + *.)$ X X V I. - • • : PROPOSITION XII. PROBLEME XII. Trouver V attraction qu'un cylindre O K M N exerce ſur un corpiſcule placé en A dans ſon axe de révolution A B P. Je fais les lignes P M = b. A B = a. 3 P == x. AM = * * * * y / (a + bb. AO = sy / aa + bb , Se alors l'expreſſion -de l'Article 14. c'eſt-à-dire , l'attraétion du petit cylindre deviendra dans les dénominations préſentes ■ (— — $r(n+1) \cdot \sqrt{a+x} \cdot X \cdot dx \cdot \_li\_L \cdot X \cdot * + x + bb \cdot *$; — a + x $X \cdot r(«+\"i (\sqrt{a + x + bb}) \% \sim a + x \cdot j$, pour co»Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 10.00% accurate

i7i PRINCIPES MATHÉMATIQUES pletter çette intégrale je fais
 'xm*m; & j'ai alors — i — jiiniHLii» -5^1 . , .«*t»]\ // » \ * fë±n • -^j.j,,. «
 (ut« +*«) ■ !L±J. »+n , "+} «+}/ • r,(«^-i Wj ^ AF *—4 Q +JB . /J Xcra
 l'wtraôioii du Cilindre OKMN fur le corpufcule A place à la diftance
 donnée de ce cilindre. C. Q. F. T. XXV I L , : . ' • '* ' ' ' v -• S " * 'fJ
 PROPOSITION XIII. PROBLÈME XIII. Trouver rattraBon du ùlindr*
 OKMN/w U corjpuftuU A c* fuppoiant n «sa — 1. Pour avoir dans ce cas
 l'attradlon du cilindre il faut intégrer y(a + *Jx Xi/ a + x* + ii)~y(a + xJx L
 *+x) qui eû ce que devient Fexpreffion géniale Kouvéc, (Arc lorfque n «=-
 — i comme dans cettç wppoGttou, & quejr = 4 par la nature du cilindre. ., .,
 . , i; _ • . ? Pour intégrer la première partie je fais / « + * +A^ = ^j. ce qui
 donne a + x dx = & transforme par confèquent ('« + * X X i | /« + * -h en x I
 c dont l'intégrale cft lxlXi^fl adtiou _i .^«.-donc en remettant 4M pour {
 qu'il neprésente ^ l'intégrale de la première parti* ~ (a + x x dx X L tfa + x*
 + tt) de la Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.90% accurate

The text on this page is estimated to be only 14.16% accurate

174 PRINCIPES MATHÉMATIQUES dans ce cas — ■ —) ou
 — (— . — ir\ » » a + x) xr \a + x a + x — \ ^ font nntégralc cft — {log. a +
 x ~ Lôg. a + x*+bbf Xf (7+7* + , ou — (/ AP — / laquelle étant complétée
 donne (l AP — l AU — t AB + l AO) ou _î_ (/ ^£j!L^Z) pour l'attraction
 cherchée dans la présente hypothefc. XXIX. PROPOSITION XV.

PROBLÈME XV. Suppoiant que la particule M attire en rai/on invgrfe du
 quant" de U dijlance , trouver VauraBion du cylindre OKMN/«r/<
 corpufcule A placé fur le prolongement de fon axe. Dans cette fuppofition
 de n « — i la quantité $r^i m^{9*1} - 4P - AO + AB \setminus -1 - A M ; r - ^ r /$
 qui cft l'cxpreffion générale de l'attraction du cylindre BP M, devient—*-
 (AM—AP — AO + AB) qv1-j'BP—AM+AO) laquelle, en décrivant l'arc 0
 H du centre ^ & du rayon ^ 0 , peut s'écrire ainfi, — y (0 M — #Jf) ou £ 0
 1 en décrivant l'arc Bl du centre M & du rayon MH\ donc — 0 X cft
 l'attraction du cylindre O KMN fur le corpu&ule ^f, en fappofant que fes
 parties attirent en raifon renverfée du quarré des diftances à ce corpufcule.

C. Q. F» T. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.85% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17c XXX.

PROPOSITION XVI. PROBLÈME XVI. Supposant que Cattrabion agisse dans une proportion plus grande que la raison inverse du cube des distances, & que cet excès fait marqué par l'indéterminée m , on demande quelle sera l'attraction du cylindre OKMN sur le corpuscule A placé sur son axe. On aura dans ce cas $n = \frac{1}{3} m$, & l'expression générale de l'attraction du cylindre OKMN dans le cas de la Proposition précédente. XXXI. COROLLAIRE I. Supposant à présent $m = 1$, on aura $n = \frac{1}{3}$, & par conséquent l'expression générale ci-dessus devient $\sim \frac{1}{3} m$. XXXII. COROLLAIRE II. En supposant « », on aura $\frac{1}{3} m \sim \frac{1}{3} + \frac{1}{3} V$ ou $7? (-\frac{1}{3} - "Tô)'$? car la $\frac{1}{3}$ on apprend <IUC lorsque la distance $\frac{1}{3}$ (très-petite, l'attraction est très-grande, & que si cette distance étoit infiniment petite, l'attraction feroit infiniment grande.

The text on this page is estimated to be only 22.00% accurate

176 PRINCIPES MATHÉMATIQUES XXXIII. COROLLAIRE

III. Si le cylindre est infini dans le sens B O Se qu'on ait par conséquent B O ;=w <*> , l'attraction fera alors exprimée par $\{ \sim \text{fb} - \sim \} 68 \sim X - j - j^{\wedge}$ c'est-à-dire qu'elle fera en raison inverse de la distance. XXXI V. S C H O L I E J. On voit par ces deux cas , que lorsque le solide est infini & la distance AB finie, non seulement son attraction n'est pas infinie sur le corpuscule hors de lui , mais qu'elle diffère peu de ce qu'elle feroit dans la supposition des dimensions finies, mais beaucoup plus grandes que la distance A B. Pour en donner un exemple , supposons le cylindre tel que la base A F = ioi A B , & sa hauteur B O — 50 AB > l'expression générale -L (-J- - -J-. $\frac{L}{2} + \frac{1}{2}$ deviendra alors $J^7 \text{ilTjAB} - 7^{\wedge} 7 \text{A B} - jz\text{AB} + -\text{Tb}$) dont les trois premiers termes se réduisent à — 0, $^{\wedge} z J^{\circ} .1$, c'est-à-dire , que dans ce cas l'attraction ne diffère de ce qu'elle feroit si les dimensions croient infinies que d'une fraction qui est entre -i- & JL 47 XXXV. » S C H O L I E II. Lorsque m est positif & que par conséquent n est négatif & plus. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.14% accurate

DE LA PHILOSOPHA NATURELLE. 77 plus grand que j , on voit que dans le cas où le corps a des dimensions très-grandes par rapport à la distance du corpuscule, l'attraction fera sensiblement la même que s'il étoit infini , & dans ce cas l'expression de l'attraction pourra toujours être réduite à XXXVI. S C H O L I E I I I . Si le corpuscule A est placé sur l'axe au dedans du cylindre en rij. »«. prenant J b — A B , &c menant le plan O B K parallèle aux faces O 3 K y M P N du cylindre, il feroit aisé de remarquer que la partie O B K du cylindre ne pourroit exercer aucune attraction sur le corpuscule A , parce que les forces de toutes ses parties se détruisent mutuellement -, ainsi le Problème est en ce cas le même que lorsque le corpuscule est au dehors du cylindre , à la même distance de la surface extérieure O B K, toute la différence c'est que le cylindre attractif qui est alors obKMN est plus petit y mais si les dimensions du cylindre sont infinies comme dans le cas qu'on vient de considérer, l'attraction d'un corpuscule placé au dedans ou au dehors fera précisément la même, pourvu que la distance du corpuscule à la surface extérieure soit la même. m f Tome 11. g

g Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.74% accurate

1⁸ PRINCIPES MATHÉMATIQUES 1^{re} PARTIE — 1^{re} SECTION
 I. TROISIÈME PARTIE De l'attraction, des sphéroïdes en particulier,
 XXXVII. PROPOSITION XVII. PROBLÈME XVII. Trouver l'attraction
 qu'un sphéroïde BM O exerce sur un corps A placé sur son axe de
 révolution dans le hypoténuse que ses parties attirent en raison renversée du
 carré de la distance. $t \propto r^2$. *ij.* Je commence par faire les lignes AB=zf. B
 C= a = au demi axe du sphéroïde. PB=mx. PM=y. CZ=aA = au rayon de
 l'équateur, on aura par la propriété de l'ellipse. $y = - \frac{a^2}{x}$; Faissant à
 présent n===== — t dans la valeur $c \cdot r^{(2+i)}$ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$ de
 l'attraction du cercle P M sur le corps A trouvée (Article n.) lorsque
 l'attraction est supposée agir comme une puissance n de la distance : on aura
 $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$ pour rétraction du cercle P M dans la supposi., . . $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$
 tion présente, c'est-à-dire, que $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$ est l'attraction cherchée. Digitized
 by Google

The text on this page is estimated to be only 18.46% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17, Pour intégrer cette quantité au lieu de $-(1 + x^2) + \sqrt{1+x^2} + x^2$, j'écris $1 + \sqrt{1+x^2}$, & des 1 cas que renferme cette valeur dans la supposition $b^2 = a^2 + x^2$ ou $<$ que 1 , je choisis d'abord celui où $— >$ i.e. c'est-à-dire où $x > a$, ou, ce qui revient au même, celui où le Sphéroïde est applati. **Premier Cas.** Au lieu de 1 , je mets $x-5$ & la partie ci-dessus devient $\sqrt{1+x^2} + x^2$, ou (en faisant Je fais en sorte $— x$ «, & cette quantité se change en $O(2-x^2)$: de $— x =$ » on tire $a^2 \gg S^2 - J^2$ — $Jx = du$. L'autre partie de la différentielle", savoir, $\sqrt{1+x^2}$ devient par les mêmes substitutions $\sqrt{1+x^2} =$ «, ce qui change la différentielle en $\frac{1}{2} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ propose en $y = \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ — u) du — — $- + - r^2$ « que l'on voit aisément être en partie intégrable, & en partie réductible à un arc de cercle. Je commence par mettre à part les termes — à u — 7

The text on this page is estimated to be only 11.02% accurate

,80 . PRINCIPES MATHÉMATIQUES VUti + ^ -u u. L'autre
partie (^ + mJ) du -J- — r/« gg g* de la même différentielle , aura pour
intégrale le produit de -f par l'angle dont le (mus eft « pour le rayon g g K
— J — h — — : par confequent l intégrale en acre eft ~? (-' + rw^w77- +
& + . \ , . & en remettant pour « fa valeur * 111! 4. tLîl I g1 g* 1 ~ x ,
l'intégrale propofee deviendra - I ~ t^1 + x + " * r\ g g g \aa ' iha1 , f ha* a/
T +Tg7X *X4"V7T+ J)X Ang. Sinus - ■ 1 * ^ . 1» A * = o pour completter
cette, •y iotéïrale } on aura la quantité — / x -5 a \ aaf i h aî — f' + AT —
AT AT + (~r + x Ang. —Jj * « 1/ a y a - // a - a ♦ É S* ce n a « gg + g' ■
exprimeraDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.11% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i&i exprimera l'attraction de la portion de sphéroïde BMP sur le corpuscule A. En faisant dans cette valeur $\frac{aa}{ta}$, on aura la quantité $\frac{cl}{aa} \cdot \frac{h}{ai} \cdot \frac{af}{i} \ll + \frac{x}{i} + (\frac{x}{i} - \frac{x}{i}) \cdot \text{Ang. Sinus } r \cdot \frac{88}{W} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{a}{t} \cdot \frac{ha}{a} \cdot \frac{af}{i} = I - r + \dots$ X Ang. $\frac{fou}{V^{gg}} + A^{488} \cdot \frac{8}{8} \cdot \frac{h}{a} \cdot \frac{1}{l} \cdot \dots$: ce qui est l'expression de l'attraction du sphéroïde entier BMO dont toutes les parties sont supposées attirer en raison inverse du carré des distances, dans le cas de l'appelluTetneut vers les pôles. C. Q. F. T. Second Cas. Supposons à présent $\alpha < i$, ce qui rendroit le sphéroïde allongé, on voit qu'en ce cas la quantité sera négative $i \&$ qu'ainfi, en supposant que $\alpha = i$ — au lieu de $\sim i$, le calcul précédent feroit le même, pourvu qu'on substituât — à la place de $+ J^*$. Faisant donc cette substitution dans la différentielle $Uc - + \cdot Vg \cdot \frac{8}{r} \cdot V \frac{i}{a} \cdot \frac{af}{kl} \cdot \frac{a}{L} [\frac{du}{du} + \sqrt{\frac{du}{du}} \cdot VJ?_g$ ' on aura $-(\frac{du}{du} + V^S \frac{V}{JJ} \frac{V}{V} \frac{rl}{i} \cdot \frac{af}{h} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{af}{h} \cdot \frac{1}{V} \cdot \frac{h}{7-uu} \cdot \frac{1}{\ddot{e}\ddot{e}} \cdot \frac{1}{m} \cdot a(-h \cdot a \cdot a \cdot \backslash, c(\backslash \text{ou} - [\frac{du}{du} + \dots \cdot \frac{8}{v} \cdot \alpha$ g I ou enfin Y K — JT+**J Tome II* . h, h

The text on this page is estimated to be only 13.66% accurate

ili PRINCIPES MATHEMATIQUES dont l'intégrale est $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$ — « —
f[^]".ff₋A*«4, ~ + ? g g g*) en remettant pour u h valeur — — tl — x fc
change en 5 è c (ha a a - \ + x — v U. gg ne / y aaff h 1 a ♦ ♦) Ccft-la la
valeur cherchée de l'attrâftion de la portion B P M du sphéroïde allongé fur
le corpiifculc A , à une confiante près qu'on déterminera en faifant x = o , &
alors on aura $8 g \sim 1 \sim \gg K SB' ^ gg g ']$: expreffion qui $g g = 3l \backslash h a a + J$
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.10% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. j8j cft celle de l'attraction de la portion B P M du sphéroïde allongé B MO fur le corpuscule A. Qu'on fafle à préfent dans cette expreffion x sa i a , elle deviendra $+ \frac{x}{M^a}$: $+ - x / - M^a$ af h1 a* gg g4 » S 8*) \M 8) j : ce qui cft Taty aatf _ h1 a* J sg g* tradion du sphéroïde entier B M O lorfquc $^ < i$, ou que b tfcft-à-dire, lorfqu'il cft allongé.

The text on this page is estimated to be only 27.36% accurate

,84 PRINCIPES MATHÉMATIQUES SECTION III Explication de la réfraction de la Lumière , en employant le principe de Vattrailion» i i == i h i . I I. LEs effets que les corps exercent les uns fur les autres par leur attraction , ne font fenfibles que lorsqu'elle n'est pas absorbée par celle de la terre , &: l'on a vu que cette attraction mutuelle des corps ne s'apperoit fenfiblement que lorsqu'ils font prefque contigus, &: qu'alors elle agit dans un rapport plus que triplé des diftances ; or les corps agiflant fur la lumière d'une manière fenfible, il eft certain que fi l'attraction en eft la caufe, clic doit fuivre ce rapport. L'avantage du principe cfe l'attraction eft de n'avoir befoin d'aucune fuppoſition ; mais feulement de la connoiffance des phénomènes, & plus les obfervations & les expériences font exactes, plus il eft facile d'appliquer le principe attrôifa leur explication. I I. On fçait aiTcz que la lumière fe détourne de fon chemin en traversant obliquement des milieux de différente denûté. Sncllius,. & depuis lui Dtfcartts , ont trouvé par l'expérience que le finusd'incidence & celui de réfraction font toujours en raifon coûtante. M. Newton employé la quatorzième & dernière Section de fon premier Livre à faire voir la raifon pour laquelle ce*s finus doivent être Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.57% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i\$5 tore en raifon
confiante , & à prouver que ce rapport dépend du. principe attra&if. M.
Clairault a éclairci & démontre cette théorie de M. Newton dans un
mémoire donné à l'Académie en 17 j«>. & dont je parlerai ci- après. I I I.
t....' - . ^ • îi j * ... • Tout rayon de lumière qui pénètre obliquement dans un
milieu quelconque , eft dans le cas d'un mobile follicité en même temps par
deux forces, & c'eft ainli qu'il faut confidérer les rayons afin de pouvoir
appliquer à leurs effets les principes de la mécanique. Drfcarus & Fermât
confidérèrent la lumière comme un corps d'une grandeur fcnfible , & fur
lequel les milieux agiffent de Ta même manière qu'ils paroiffent le faire
fur les autres corps : & trouvant que les milieux que la lumière traverse
faifoient fur elle des effets contraires à ceux qui dévoient réfulter des
principes mécaniques , ils imaginèrent chacun une bypothèfe pour
accorder dans ce cas les loix de la mécanique dont on ne peut douter , &
les effets phyfiques qui font prefque auffi certains. IV.. , ;.r; , / On fçait que
plus les milieux font denfes , plus ils réfutent aux corps qui tendent à
(eparer leurs" parties en les pénétrant ; or dans ce cas l'angle rompu eft plus
grand que l'angle d'incidence , parce que la vîteffe verticale du corps étant
diminuée par la niffance du milieu, la vîteffe horifontale influe davantage
dans la direction de la diagonale que le corps -parcourt en obeiflant à ces
deux forces, dans lefquelles fon mouvement fe décompofe. Cett par ce
principe que lorlque la réfiftance du milieu eft invincible , le corps au lieu
de le pénétrer retourne fur Ces pas par fon clafticité, &c l'on pourroit
donner telle proportion entre cette refiftance &: la vîteffe verticale dit corps
, que ce corps perdrait tout foa mouvement vertical , & gluTcroit fur la fur
face dm Tome IL i i

The text on this page is estimated to be only 25.90% accurate

§6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES milieu, s'il étoit sans reffort
ôc que cette furlâce fut un pla parfaitement poli. . V. Or il arrive tout le
contraire aux rayons de lumière , plus le milieu qu'ils traversent est dense,
plus le sinus d'incidence surpasse celui de réfraction ; donc la vitesse
verticale des rayons est augmentée dans ce cas , cV il leur arrive alors tout
le contraire de ce que les loix de la mécanique paroissent indiquer.
De/carets pour les accorder avec l'expérience qu'il ne pouvoir éluder,
pretendoit que plus les milieux étoient denses, plus ils ouvroient un passage
facile à la lumière. Mais c'étoit donner de ce phénomène une raison plus
capable de le faire révoquer en doute que l'expliquer. VL Fermât trouvant
l'explication physique de De/cartes impossible à admettre, aima mieux avoir
recours à la métaphysique & aux causes finales. Il se retrancha donc à dire
qu'il étoit convenable à la sagesse de l'auteur de la nature, de faire aller la
lumière d'un point à un autre par le chemin du plus court temps, puisqu'elle
n'y va pas par le chemin le plus court qui feroit la ligne droite. Ce principe
admis , il faisoit que les sinus «l'incidence & de réfraction étoient entr'eux
comme les facilités des milieux à être pénétrés. VII. Il lui aidé de voir
comment l'attraction donne le dénouement de cette difficulté ; car ce
principe montre que le mouvement progressif de la lumière n'est pas
seulement moins retardé dans le milieu le plus dense , comme le vouloit
Descartes , mais qu'il est réellement accéléré , & cela par l'attraction du milieu
plus dense lorsqu'il le pénètre. Ce n'est pas seulement lorsque le rayon a
atteint le milieu réfringent & au point d'incidence, qu'il agit sur lui -,
l'incurvation» Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.21% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 187 4\\ rayon commence un peu auparavant, & elle augmente à mesure qu'il approche du milieu réfringent, & même dans l'intérieur de ce milieu jusqu'à une certaine profondeur. L'attraction rend compte de tout ce qui arrive à la lumière dans ce passage d'un milieu dans un autre : car le rayon augmente sa vitesse verticale dans le milieu plus dense qu'il traverse jusqu'à ce qu'il soit parvenu au point où les parties (supérieures & inférieures de ce corps agissent également sur lui. Alors il continue son chemin avec la vitesse acquise, jusqu'à ce qu'étant prêt à en sortir, les parties supérieures de ce milieu l'attirent plus fortement que les parties inférieures. La vitesse verticale du rayon est diminuée par-là » & la courbe qu'il décrit à son émergence est parfaitement égale & semblable à celle qu'il a décrite à son incidence (en supposant les surfaces qui terminent le milieu réfringent parallèles) : & cette courbe est dans une position entièrement opposée à la première qu'il avoit décrite : le rayon enfin passe par des degrés de retardation qui sont dans le même rapport & le même ordre inverse que les degrés d'accélération qu'il a eus à son incidence. VIII. • L'illustre M. Newton, qui étoit aussi supérieur dans l'art de faire des expériences que dans celui de les employer, a trouvé en examinant la déviation du rayon dans les différents milieux, que l'attraction exercée sur les particules de la lumière est en raison de la densité de ces milieux, & l'on en excepte ceux qui sont gras & fulphureux. Puisque la différente densité de ces milieux est la cause de la réfraction de la lumière, plus les corps seront homogènes, & plus ils seront transparents, & les plus hétérogènes seront les plus troubles ; car la lumière en les traversant, étant perpétuellement détournée en des sens différents, dans l'intérieur de ces corps, il en reviendra d'autant moins de rayons vers nos yeux. C'est ce qui

The text on this page is estimated to be only 26.47% accurate

i*8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES fait que par un ciel ferain on diftingue fi bien les étoiles, au lieu» que lorfque l'air eft chargé de vapeurs , leurs rayons ne peuvent plus arriver jufqu'à nous. r x. On déduit auffi du principe de l'attraction la caufe pour laquelle la réfraction fe change en reflection à une certaine obliquité d'incidence , lorfque le rayon va d'un milieu plus denfe dans un moins dénie ; car dans le paflage du rayon d'un milieu? plus denfe. dans un autre qui l'eft moins, la courbe qu'il décrit eft infléchiée vers le milieu plus denfe d'où il fort ; or la proportion, entre fon obliquité & la force qui le rappelle vers le corps r peut être telle qu'il arrive à la firtuation parallèle à la furface du milieu qu'il abandonne , avant d'être forti des limites dans lclquelles l'attraction de ce corps agit fur lui , & l'on voit qu'alors il doit -retourner vers le milieu réfringent d'où il fortoit , en décrivant une branche de courbe égale & (emblable à celle qu'il avoit décrit en fortant , fie reprendre par conféquent après être rentré dans le milieu , la même inclinaifon que celle qu'il y avoit avant d'en forcir. X. L'action des milieux que la lumière traverse, peut donner aux rayons l'obliquité qui leur manque pour être réfléchis, & comme plus les milieux contigus diffèrent en denfité , moins il faut dV bliquité d'incidence pour que la réflexion commence ; le cas où les rayons fe réfléchiront à la plus petite obliquité d'incidence , fera celui où l'efpace contigu au milieu réfringent fera purgé d'air , & où Je vuide fera, le plus parfait. C'eft auffi ce < qui arrive dans la machine pneumatique , dans laquelle plus on augmente le vuide , plus le rayon fe réfléchit promptement de deflus un prifme qu'on y a place. La refraction fe change donc en reflection à différentes incii denecs félon la denfité des différens milieux. Le diamant qui eft le. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.06% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 119 »Le corps le plus brillant que nous connoissons, opère une réflexion totale quand l'angle d'incidence est seulement de 50°, & c'est selon cet angle que les Jouailliers aillent leurs diamans, afin de perdre la plus petite quantité possible de la lumière qu'ils reçoivent. On sent aisément que lorsque le rayon passe d'un milieu plus rare dans un plus dense, la réfraction ne peut jamais se changer en réflexion quelle que soit l'obliquité de l'incidence. Car lorsque la lumière est prête d'abandonner le milieu moins dense, l'autre qui lui est contigu commence à agir sur elle, & augmente sa vitesse verticale, ainsi elle ne peut jamais être détruite dans ce passage, puisqu'elle est au contraire perpétuellement augmentée. M. Clairault a renfermé toute la théorie de la réfraction dans un seul Problème i comme je ne crois pas qu'on puisse n'en ajouter à l'élégance & à la clarté de sa démonstration, je me contenterai de la donner ici. XL PROBLÈME. Un rayon quelconque de lumière partant du point A avec la vitesse connue de la lumière * Et selon une direction donnée } on suppose qu'il est attiré vers une surface J? S par une force qui agit comme une fonction quelconque de la distance à cette surface, & on demande la courbe qu'il décrit dans ce mouvement. Supposant le corps arrive en M, & ayant tiré MQ, perpendiculaire à S P, (on tracera les lignes MQ=x, PQ=y, & nommée X la fonction de x qui exprime la force qui agit au point M. Soit de plus p la petite ligne parcourue par le corps en vertu de la force qui le porte vers PS, pendant le petit temps dt qu'il a employé la force pour le faire parcourir M m. Si les Qq ou les dy qui sont proportionnels au temps sont supposés continus, on aura $\frac{m}{dt} = \frac{dy}{dx}$, ce qui donne $\int \frac{m}{dt} dt = \int \frac{dy}{dx} dx$ = Tome II " kk

The text on this page is estimated to be only 21.95% accurate

Vo PRINCIPES MATHÉMATIQUES — ddx ; car les petites
flèches pm font comme les forces multipliées par les quarrés des temps. Je
mets le signe — à ddx parce que la nature de la courbe est de tre. concave
vers son axe. Multipliant cette équation par dx afin de l'intégrer , on aura
 $Xdxdt = - \frac{1}{2} dx^2$ ou $- \frac{1}{2} Xdx$, dont l'intégrale est ad / » - i d
 $t^2 fxdx = \frac{1}{2} dx^2$ l. (adt est une constante qu'il faut ajouter dans l'intégration.)
Pour chasser maintenant le d t de cette équation , je supposerai que le
corps décrivant la trajectoire en question , aye pour première vitesse, c'est-à-
dire pour celle dont il est porté lorsqu'il commence à éprouver la force X, la
vitesse/, & que l'inclinaison qu'il a dans le lieu A, d'où on le suppose parti ,
soit telle que le sinus de l'angle a A P soit m. On aura alors $\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt} m$ puisque
^ fera dans cette supposition le premier petit côté de la trajectoire , & que
l'espace divisé par la vitesse donne le temps. Cela posé l'équation adt — z
d t $\frac{1}{2} fxdx = \frac{1}{2} dx^2$ se changera en $\frac{1}{2} Z, x \frac{1}{2} \frac{1}{m} \frac{1}{m} fxdx = \frac{1}{2} dx^2$, ou $— [x]$ »
 dx^2 , en prenant [*] pour représenter l'intégrale de Xdx. dx^2 De cette
équation on tire $dy^2 = \frac{1}{m^2} dx^2$ donc $dx = m dy$. On déterminera ensuite la
constante a par cette condition que le sinus de l'angle M ou devienne celui
de l'angle aAP, c'est-à-dire m , lorsque * ou M Q est la distance A P
supposée = b de laquelle distanc on suppose le corps parti. Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 25.33% accurate

. DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $i9i$ $\_i$ On a par ce moyen m $1 = \gg$, par conséquent $*$; $= \_i + \_ \text{tti}$ $1 * 1 \bullet$ Cette v^* leur de la constante $\_7-$ étant substituée dans l'équation dy sas $m^* j^*$ « $\_$. on aura pour l'équation de la trajectoire cherchée , $dy =$, qu'on $\blacksquare v \_$, + hinFJV) H m $1 m'J >$ pourra construire des que l'on connoitra X ou la fonction de $x >$ c^* est-à-dire la loi de la pesanteur vers la surface $P S. C. Q. F. T. X I I.$

COROLLAIRE. $d x$ La valeur générale du sinus de l'angle $MO r$ qui est $\_$ y/ dx $x -f-$ dy 1 devient par la même substitution de la valeur a à $(a$ place , la quantité m , & J on compare le sinus de l'angle quelconque $MO r$ avec celui de l'angle aAP qui est m , on verra que leur rapport est exprimé par celui de i à r $i -f$ $1 J^{\wedge}$ $\_ L -"1$; or comme ce rapport ne contient point la lettre m qui raarquoit l'inclinaison du projectile en partant , il suit que quelle que soit cette inclinaison , pourvu que la vitesse au point de départ soit la même, les angles que ces trajectoires font avec la perpendiculaire à la surface réfringente, ont des sinus qui sont en raison constante à même distance de cette surface.

The text on this page is estimated to be only 19.75% accurate

191 PRINCIPE* MATHÉMATIQUES XIII. S C H O L I E. Dans le cas de la lumière, l'angle α A? représente l'angle d'incidence, & l'angle M Or devient l'angle rompu, lorsque le point O devient le point H où la puissance qui infléchit le rayon cesse d'agir : & comme, par ce qu'on vient de trouver par le calcul, le sinus de M O r est en raison conitante à celui de α AP, quelle que soit la distance O r, pourvu qu'elle soit la même dans les différents projectiles qu'on compare, cette raison fera conitante en comparant l'angle α AP où la force réfractive commence à agir, avec l'angle hHL où elle n'a plus aucun effet, c'est-à-dire en comparant l'angle d'incidence avec l'angle rompu. XIV. On tirera très-facilement du Problème précédent l'équation de la courbe que le rayon de lumière décrit, en supposant que l'attraction des parties du milieu réfringent, agit suivant une puissance quelconque n de la distance. Car reprenant l'équation générale $dy = x^n$, qui exprime toutes les courbes de cette nature, si on veut appliquer cette solution générale au cas où la force X est le résultat de toutes les attractions d'un corps dont toutes les particules attirent comme la puissance n de la distance, on n'aura qu'à substituer pour x la quantité $c \cdot i^n$ — — ■ r X, qu'on a trouvé pour l'attraction de ce corps; $r(i > p0i)$ $m \cdot x \cdot i^n$ (Art. 35. de la Sed. x.) dans la supposition de $\frac{dy}{dx} = \frac{j}{m}$: Se alors $\int dx$ on fera — — — $\frac{7}{r} > P \cdot r$ conféc h' " " quant $[*] = \frac{—}{—} : 5 ; 1$, où si l'équation précédente $\frac{dy}{dx} = \frac{j}{m} \cdot J r(x + m) m (1 - m)^{r-1} dx$ de la courbe cherchée fera $dy = \frac{y}{t} i c^{**} \frac{—}{—} t f i l — a h o t''' I + A(i + m)/B(i - \ll j,$
SECTION Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.57% accurate

I t 1 II w i.</r m>.))>.< ^.tc: #>•-<«.<«.>»•«'•<£ >>.i C 5 * + **
; i SECTION IV DE LA FIGURE DE LA TERRE. PREMIERE PARTIE.
Oii /W // "at/tf *n général de L'équilibre des fluides dans toutes fortes
d'hypothèses de gravité. - .i h. POur déterminer la figure de la terre, M.
Newton ne s'cAV fcrvi que de ce principe : Que pour qu'une masse fluide
foit en équilibre , il faut que le poids de deux colonnes M C, N C qui Fij. u
aboutissent de la circonférence au- centre , soit égal* M. Huguens a employé
celui-ci : Que- pour qu'une masse fluide conserve une forme constante , il
falloit que la surface PE pcâ fût dans chacun de ses points perpendiculaire à
la direction de la pesanteur. M. Bouguer en examinant cette question, a le
premier reconnu que chacun de ces principes employé séparément , étoit
insuffisant pour s'assurer de l'équilibre d'une masse fluide ; il a fait voir qu'il
y a une infinité de cas dans lesquels la figure que demande l'équilibre de
toute* les colonnes qui vont de la surface au centre , ne feroit pas la même
que celle qui fuit de la- perpendicularité de la direction de la pesanteur à
tous les points de la surface i mais il n'a pas examiné si une masse fluide
dans laquelle ces deux principes s'accorderoient , feroit nécessairement en
équilibre, ou du moins , il ne paroît pas avoir cherché d'autres principes
pour s'assurer de son équilibre. Tmn* IL 11* Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.35% accurate

iy4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES IL M. Clairaut , dont le voyage au Pôle a nécessairement tourné les vues du côté de cette question , a trouve que ces deux principes réunis étoient encore insuffisans pour s'assurer de l'équilibre d'une masse fluide , au moins lorsque la réunion ne (e fait qu'à la surface extérieure •> & qu'il y avoit telle hypothèse de pesanteur où cet équilibre ferait impossible , & dans laquelle cependant la réunion de ces deux principes donnerait la même figure. Il a donc cherché un principe par lequel on pût s'assurer si une loi de pesanteur est possible, c'est-à-dire , si l'équilibre du Suid dans lequel on la supposeroit pourrait en résulter , & qui eût par conséquent la généralité que la vérité qui manque à la réunion des deux principes qu'on employoit avant lui. Le principe qu'il a trouvé , est celui-ci : Une masse fluide ne sauroit être en équilibre, que lorsque les efforts de toutes les parties comprises dans un canal de figure quelconque > qu'on suppose traverser la même > Je détruiront mutuellement. La même entière fluide est en équilibre , c'est-à-dire , que toutes ses parties sont dans un parfait repos par l'hypothèse » mais si elle est en équilibre, toutes les parties de tous les canaux de figure quelconque dans lesquels je puis la supposer divisée , doivent être en repos, puisquede tous ces canaux je puis n'en considérer que- i. qu'un ORS, je suppose que tout le reste de la masse se durisse ; mais les parties de ce canal O R S ne peuvent être en repos, que les efforts que fait le fluide pour s'échapper par O & par S ne soient égaux : donc si la même entière PEste est en équilibre, toutes les parties du canal ORS feront des efforts égaux , donc ils se détruiront mutuellement. I I I. Ce principe renferme celui de M. Hugens que celui de M. Newtons que on fera voir dans la suite, qu'il est plus général , que d'une application plus sûre, que ces deux principes réunis. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.30% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. t9f Je dis qu'il les renferme» car oo voit clairement que celui de M. Newton y est renfermé, pu ifque le canal ORS aboutit, ainû que les deux colonnes de M. Newton , à deux points de la furface , &c que par conféquent dans toute mafle Suide dans laquelle un canal quelconque est en équilibre , les colonnes tirées du centre à la circonférence feront de même poids , puifque ces deux colonnes compofent un canal qui est un des cas du canal quelconque ORS. Il renferme auffi le principe de M. Hkg&tns ; car en fuppofanc le canal couché fur la furface du fluide, en forte qu'il devienne le canal FGD '-, il ne fera encore- alors» qu'un cas particulier du principe général qu'on vient de pofer^ainfi il devra toujours être en équilibre \ mais comme dans ce cas la longueur de ce canal ne peut être déterminée r6c qu'il n'y a point de raifon fuffifante pour décider l'équilibre de la partie /*£ avec GD\ plutôt qu'avec telle autre partie qu'on- voudra comme GE , par exemple l'équilibre de ce canal ne peut donc avoir d'autre caufe que la perpendicularité de la direction de la pcfanteurà tous les points, & par conféquent à tous ceux de la furface , ce qui est le principe de M. Hugkens. Au lieu de confidérer un canal aboutifiant à la furface du fluide, fuppofons que ce canal rentre en lui-même comme / TLK, ». on voit clairement que ce cas n'est qu'un corollaire de l'équilibre d'un canal quelconque aboutiftant à la furface ; car en fuppofanc que deux points quelconques / & l de ce canal communiquent à la furface par les canaux 1F, LG\ les deux branches ITt, iiKl de ce canal rentrant en lui-même, formeront , avec les deux branches 1F, LG , deux canaux aboutûtans à la furface par les parties communes 1F, LG -, or puifque ces deux canaux aboutiftans à la furface font des efforts égaux , ôtont les parties IF, L G F* «. communes , les deux parties rouantes / 7 L, I&L qui compofent le canal rentrant qn'on confidère , feront en équilibre. Il i|

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.13% accurate

i5>* PRINCIPES MATHÉMATIQUES IV. La loi de pesanteur étant donnée, c'est un -Problème déterminé que de trouver la forme que doit avoir une maîe fluide , aîn gué le principe de M. Hughtns , ou celui de M. Newton, foit obfervé ; or la loi de pesanteur étant tcHc qu'un canal quelconque rentrant en lui-même foit en équilibre , en déterminant la forme de la maîe fluide par cette loi de pesanteur , & par le principe de M. Hugfuns , par exemple , puifque cette loi eft telle qu'un canal quelconque rentrant en lui-même eft en équilibre , en fuppofant une partie de ce canal couché fur la furface, il fera encore en équilibre, puifque ce fera toujours un canal rentrant, j. Mais par le principe , de M. Hugjhens , la partie OE de ce canal couchée fur la fuperficie eft en équilibre ; donc l'autre partie qui devient le canal ORS, terminé par la fuperficie , eft auffi en équilibre > donc la loi de pesanteur étant telle qu'un canal rentrant en lui-même foit en équilibre , on pourra toujours trouver pour le fluide , une furface telle que tous les canaux qui la traverseront feront en équilibre , ce qui eft l'inverfe de la propoOtion qu'on vient de prouver précédamment. On voit de même , que fi on avoit déterminé la figure de la furface par le principe de M. Newton , l'équilibre de la maîe entière , ou , ce qui revient au même, d'un canal quelconque, aboutifiant d'un point de la furface à l'autre , fuivroit de celui d'un canal quelconque rentrant en lui-même } car prenant MHNC pour ce canal , cV fçachant par l'obfcrvation du principe de M. Newton, que M CN eft en repos , il fuit que MffN y eft auffi. V. Mais comme la terre & toutes les plancttes tournent fur ellesmêmes , il faut confidérer cette rotation pour pouvoir déduire leur figure des principes qu'on vient de pofer, ConOdérons d'abord ce qui doit arriver à deux canaux de figure Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.99% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 197 quelconque ab C B
qui tournent autour d'un axe P p , & dont «• les extrémités abCB font à des
distances respectivement égales de cet axe. Supposant ces canaux partagés
en une infinité de petits cylindres par des lignes parallèles, à cause de la
petitesse de ces cylindres , on peut regarder les forces centrifuges comme
étant les mêmes dans chacune de leurs particules s par exemple, en m & en
n ; de plus , toutes les parties du fluide tournent en même temps, ainsi la
force centrifuge fera la même en m & en p. Donc les forces par lesquelles le
fluide renfermé dans ces petits cylindres tend à s'échapper par les
extrémités 4 & # , feront égales ; caria mesure est comme les longueurs m n ,
fit t & les parties des forces acquises par la rotation dans les directions mn
& p r , (ont réciproquement comme ces longueurs ; or comme les canaux
entiers abt*fi sont supposés être partagés en une infinité de ces petits
cylindres, l'effort de tout le fluide renfermé dans le canal ab vers b , lequel
effort vient de la rotation , est égal à l'effort de tout le fluide renfermé dans
le canal *H vers lequel vient 4c même de la rotation. D'au il suit qu'on peut
faire abstraction de l'effet de la force centrifuge, quand on examine fi selon
une loi de gravité donnée, le fluide peut avoir une forme constante ; car en
partageant le canal rentrant en lui-même abcd dans les deux canaux abc,cda,
r* *; on verra que les parties ab , bc du canal abc, faisant des efforts égaux
en * j>ar la force centrifuge, & les parties cdxad du canal ade, faisant aussi
des efforts égaux vers d en vertu de leur force centrifuge , la rotation ne
changera rien à l'équilibre, du canal abcd rentrant en lui-même j donc on
peut faire abstraction de la force centrifuge en considérant l'équilibre d'un
tel canal , & par conséquent celui de toute la masse fluide qui en résulte. ,,
On a considéré jusqu'à présent l'équilibre d'un canal de figure Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 19.11% accurate

19t PRINCIPES MATHÉMATIQUES quelconque rentrant en lui-même , 6c on a fait voir que de F©» quilibre de ce canal, fuivoit celui de la maflè fluide entière j pour Amplifier cette démonftration 6c l'appliquer plus facilement aux plancttes-, il faut faire en forte de n'avoir à confidérer que l'équilibre d'un canal placé dans le plan d'un méridien du fphé* roide, & d'en tirer l'équilibre d'un canal de figure quelconque rentrant en lui-même -, car il eft certain qu'alors la queftion fera, fimplifiéc, 6c plus aifée à traiter. F%. «. Commençons par confidérer deux canaux HI » KL rempli» d'un même fluide, 6c terminés par deux parallèles à l'équateur,. 6c fupposons-los placés fur la même furface de circonvolution A F GB v lès- poids de ces deux canaux feront les mêmes : car la pefanteur étant fupposée la même dans tous les points* d'un parallèle à l'équateur , un corps qui feroit placé en M 6c qui ne pourroit fortir de la fur face ABFGt ne pourrait prendre d'autre direction que celle du méridien Mr , puifque ce méridien cil la commune fcction du plan dans lequel fe fait le gravité , U de la furface de circonvolution qu'on confidère. Supposons les deux canaux NI, Kl partagé» en une infinité de petits cylindres égaux Nn, Mm , coupés par dès plans parallèles à l'équateur , les forces qui agiront fur ces petits cylindre* feront égales , & dans la direction Mr,Ns, ces forces Mr,Nsv peuvent être décomposées dans deux forces , dont l'une feroit dans les directions Mm, Nn du fluide , & l'autre leur feroit perpendiculaire ; les forces perpendiculaires à Mm , 6v à N/t,. a imprimeront aucun mouvement au fluide renfermé dans ces»canaux , les- force» reliant Mm,Nn feront en raifon renvchce des longueurs Mm, Nn\ mais les mires font comme ces longueurs r donc le» poids de Mm, & de M n feront égaux ; donc le* poids entiers des canaux MI, KL feront égaux entr eux ; donc le canal A B 6c le canal NI, feront du même poids. Or , puifqu'on a réduit ei-deflus l'équilibre d'une maflè fluide à celui d'un canal de figure quelconque rentrant en lui-même, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.35% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *99 il fuit, de ce qu'on vient de dire, que ce même équilibre se réduit à celui d'un canal rentrant AQBX, & placé dans le plan d'un méridien * > car tout canal HO IV \ double courbure, peut être considéré comme composé des deux branches HO I & HVI & chacune de ces branches est de même poids respectivement, par ce qui vient d'être dit, que les branches AQB & A XB du canal AQBX puisque les branches feront les communes (écritures du méridien, & des surfaces de révolution qui passent par les branches à double courbure HOI, HVI donc si on a reconnu que AQBX est en équilibre, on verra que NO VI y fera aussi; donc pour qu'un sphéroïde soit en équilibre, il suffit qu'un canal quelconque placé dans le plan du méridien de ce sphéroïde soit en équilibre, en ne considérant que la seule force de la gravité; car on vient de faire voir qu'on peut faire abstraction de la force centrifuge. On tirera de ce principe la méthode générale de déterminer toutes les hypothèses de pesanteur dans lesquelles un fluide peut être en équilibre -, mais on va examiner auparavant celles de ces hypothèses, dont on se sert ordinairement, parce qu'elles n'ont besoin que de ce qui précède pour être traitées. PREMIERE HYPOTHESE. Lorsque les parties du fluide ne tendent que vers un seul centre. On a vu qu'un fluide pourra avoir une forme permanente, si un canal quelconque rentrant en lui-même est en équilibre dans cette figure: supposons donc un tel canal comme B M N A, & que de plus, la gravité ne dépende que de la distance au centre; si du centre de tendance C on décrit une infinité d'arcs tels que MN, dont ce canal fera alors composé de deux branches B M A, B N A qui auront chacune le même nombre de cylindres M m, N n \ mais comme on suppose que

The text on this page is estimated to be only 25.20% accurate

100 PRINCIPES MATHÉMATIQUES la gravité ne dépend que de la distance, & que par conséquent elle est la même en M & en AT, & que de plus les petits cylindres Mm, Nn ont la même hauteur, il suit que les poids de ces cylindres (ont égaux ; donc les deux branches BMA, BNA auront des poids égaux , puisqu'elles sont composées d'un même nombre de ces cylindres ; donc le canal entier B M N A fera en équilibre ; donc on n'aura qu'à déterminer la surface du sphéroïde par le principe de M. Newton, ou par celui de M. Hugenius , Or l'on fera voir que toute la masse fluide qui compose ce sphéroïde, fera dans un parfait repos. . voir seconde hypothèse. Lorsque les parties du fluide tendent vers plusieurs autres, Hg. s. Supposant un torrent de matière fluide qui tourne autour d'un' axe , & chaque particule de ce torrent poussée par deux forces, (ce qui est l'hypothèse de M. de Maupertuis , pour expliquer la formation de l'anneau de Saturne) : que l'une de ces forces tende au centre placé hors du torrent, & l'autre au centre placé dans l'intérieur -, ces deux centres étant dans le plan d'un même méridien , on prouvera, de même , que la pesanteur ne dépend que de la distance au centre , la masse fluide doit être en équilibre > car partageant le canal rentrant B Q MA* comme dans la première hypothèse , en une infinité d'éléments par des cercles décrits du centre C, on aura deux branches de ce canal qui contiendront le même nombre de ces éléments , & qui par conséquent feront en équilibre -, le partageant encore en une infinité d'autres éléments par des cercles décrits du centre y , il fera encore partagé en deux branches qui contiendront le même nombre d'éléments , & dont par conséquent les efforts se contrebalanceront ; donc le canal entier fera en équilibre en vertu de ces deux forces, comme il y ferait par une seule, U finit figure annulaire ou sphéroïdale ouc~ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.93% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. loi que doit prendre ce torrent , a été déterminée par l'un des deux principes ordinaires , toutes Tes parties ayant cette double tendance feront en équilibre. On fent que ce feroit la même chofe , fi on fuppofoit dans chaque méridien un nombre quelconque de centres de forces , au lieu d'en fuppofer deux. IX. • • • - • > . . , , . TROISIÈME HYPOTHESE; ■ * Lorfque la gravité ejl le réfultat de VattraUion de toutes les parties d'un corps central de figure quelconque. Si l'on confidère la figure du corps* central , c'eft-à-dire, fi au lieu de fuppofer «comme on a fait jufqu'a préfent, chaque corps central comme un point n'agiffant que dans le plan du méridien où il eft placé, (ainfî que dans l'hypothefe de M. de Maupertuis pour la formation des anneaux) on fuppofe que la gravité de chaque particule du torrent, ou de là matière deftinée à former un fphéroïde, foit le réfultat des attractions exercées fur elle en tout fens par toutes les parties du corps qui lui fert de centre , on détermineroit l'équilibre de la matière fluide , en confidérant chaque partie du corps central qui attire comme un centre de ten* dance ; or, on vient devoir que chacun de ces Centres exercera fur chaque particule, des attractions dont les efforts fe contrebalanceront dans la maîe totale ; donc les efforts de toutes les parties du corps central fe contre-balanceront } donc la maîe totale fera en équilibre. Mais pour déterminer dans cette Kypothefe de pcfànteur la figure que doit prendre la matière fluide , il faudroit employer un calcul plus difficile que celui" que demandent les hypothefes dont on vient de parler, parce que chaque particule du corps central agit dans un méridien différent : ainfi il faudroit commencer par calculer la fomme de toutes les attractions du corps

Tome II.. mm

The text on this page is estimated to be only 22.55% accurate

toit PRINCIPES MATHÉMATIQUES central dont la forme est
supposée donnée» sur un corpuscule placé hors de lui. Ce Problème qui
dépend des quadratures étant résolu, on déterminera aisément la figure du
sphéroïde de l'anneau, en employant le principe de M. Hugkeus. On a
supposé le corps central de figure quelconque, parce qu'on s'assurera de
même de l'équilibre des parties de l'anneau ou du sphéroïde, soit que la
pesanteur soit le résultat de l'attraction de toutes les parties d'un cercle, ou
d'un noyau solide qui ait la forme d'un sphéroïde, ou celle d'un anneau. ■•
<•« X. QUATRIÈME HYPOTHESE. ■ ■ < ■ . « ira* Lorsque U pesanteur
est l'effet de l'attraction de toutes les parties du sphéroïde ou de l'anneau. On
a eu égard dans cette hypothèse » non seulement à l'attraction de toutes les
parties du corps central supposé de figure quelconque, mais encore à celle
de toutes les parties du fluide même dont on cherche la figure > dans ce cas
, la détermination de la forme que la surface doit prendre, est infiniment plus
difficile ; car alors la loi de la gravité dépend de la courbe qu'on cherche -,
mais on voit qu'il existe une courbe, telle que l'attraction du solide qu'elle
forme * jointe à celle du noyau, produit une gravité, qui, combinée avec
la force centrifuge, donne pour force composée une force dont la direction
est perpendiculaire à la surface du sphéroïde ou de l'anneau : prenant donc
cette courbe pour donnée, on verra alors la nécessité de l'équilibre dans ce
sphéroïde ou dans cet anneau, par la même raison par laquelle on a vu que
le sphéroïde ou l'anneau dans lequel la pesanteur ne résulte que de
l'attraction des parties du noyau, doit, être en équilibre. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.96% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. aoj XL CINQUIÈME
HYPOTHESE. Lorfque U gravité ne rifulte que de l'attraction des parties
du fluide même , fans conflde'rer telle du noyau. On voie encore de même ,
que fi k gravité étoit le rcfulat des attractions de la mafle fluide feulement ,
il fc formeroit toujours an fpheroïde dont toutes les parties feroient en
équilibre, & on pourrok le déterminer en employant le principe de M.
Uughtns, ou celui de M. Newton. ©ans cette bypothdc on ne voit pas avec
la même facilité, qu'il peut fc former un anneau qui n'eut point d'anneau
intérieur folide \ il paroît même très- vraifemblable qu'un tel anneau qui
entoureroit un corps central , n'arriveroit à l'équilibre que lorfque toutes fes
parties (croient' tombées fur le corps central avec lequel U ne feroit plus
qu'une plaoccttc, XII. \ Dixième hypothèse. Lorfque le noyau folide efi
compofe de couches de dtmfuis différentes^ On ne fc fervirok pour Vafiurer
de l'équilibre du fphéroïde dans cette hypothéTc, que des principes ci-deuus
employés \ ori détermjncroit l'attraction de chacune de ces couches , 6c
ayant • déterminé la loi que faivrok la gravité totale par l'opération dé calcul
intégral qui donne la Gamme des attractions de toutes ces différentes
couches, on trouverait la figure cherchée en employant le principe de M.
Mttghens > ou celui de M. Newton, XML Si en fuppofant Tattraaion de
toutes les parties d'une mafle fluide ou d'une plancue , on fuppofc Jfa figure
donnée , on pourra mm ij

The text on this page is estimated to be only 27.19% accurate

xo4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES trouver pour le noyau folide , une figure & une densité telles que la figure donnée pour la masse entière (bit celle de l'équilibre, c'est-à-dire, que dans cette hypothèse on peut expliquer comment une planète allongée ou aplatie d'une manière quelconque pourroit être en équilibre. F_i . ». Car on voit aisément qu'on peut trouver un (phénoïde KL tel que son attraction , étant ajoutée à celle de la matière renfermée entre le sphéroïde donné $P E p e$ le cherché KL kl produite, étant combinée avec la force centrifuge , une force dont la direction (bit perpendiculaire à la surface $P E p^* i$ -or la courbe KL kl étant connue, on (sait, par tout ce qu'on a dit précédemment, que toutes les parties du fluide qui l'entoure feront en équilibre. X I V. Ce raisonnement ne suffit pas pour faire voir qu'il ferait possible que la terre eût une figure donnée, allongée, par exemple, car après avoir trouvé la figure du noyau d'où résulteroit l'allongement supposé, il faudrait encore faire voir que cette hypothèse s'accorderait avec les phénomènes qu'on connoît, comme, par exemple, celui du raccourcissement du pendule en allant du nord au sud } ainsi quand même les mesures qu'on vient de prendre au nord & sous l'équateur , n'auraient pas appris que les degrés vont en augmentant du sud au nord , le raisonnement précédent ne pourroit suffire seul pour admettre la possibilité de la figure allongée de la terre , comme il suffirait pour admettre cette possibilité dans les autres planètes qui nous sont moins connues j ainsi dans ce cas nos connoissances s'opposent à nos conclusions , & c'est ordinairement l'effet qu'elles font dans les sciences qui ne peuvent s'éclairer du flambeau de la Géométrie. X V. ♦ Après avoir fait voir que le principe de M. Clairaut suffit pour

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.84% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ioj s*aflarer de l'équilibre d'une mafle fluide dans toutes les hypothefes de pefanteur , il faut faire voir que les principes qu'on a employés jufqu'à préfent n'avoient pas cet avantage , & qu'il y a telle loi de pefanteur dans laquelle une mafle fluide ne prendrait jamais une forme confiante » quoique le principe de M. Hugfuns , cV celui .de M. Newton , s'accordaflent à lui donner la même figure. Uhypothèfe dans laquelle la loi de pefanteur feroit telle que ia gravité dépendrait de la diftance au centre , & de quelqu'autre quantité , comme de l'angle du rayon & de l'axe , ou bien de, &c. feroit du nombre de celles où il y aurait un mouvement continuél dans les parties du fluide. Car fi on fuppofoit dans le fphéroïde P Ep t , un canal ah d e •* compofé de deux arcs de cercles terminés par les deux petits cylindres actbit dirigés vers le centre c, d'où on a tracé les arcs , on verra aifément que la gravité étant perpendiculaire aux deux branches circulaires , elle ne donnera aucun mouvement aux parties qui les compofent i donc pour qu'il y ait équilibre , il fufRra que les efforts des deux petits cylindres qui les terminent foient les mêmes : mais il faudrait pour cela que la pefanteur fat la même en * & en b , ce qui eft contre l'hypothèfe de la loi que nous examinons , puifqu'on l'a fuppofoe différente à des diftances égales > donc on peut conclure que dans toutes les hypothefes où la gravité dépendrait de la tendance vers un centre , te non pas uniquement de la diftance à ce centre , il y aurait un mouvement perpétuel dans les parties du fluide. Or dans ces hypothèfes l'équilibre des colonnes , & la perpendicularité de la direction de la pefanteur à la furface , pourraient s'accorder à donner la même figure au fphéroïde, & jetteraient par confequent dans l'erreur ceux qui feroient dépendre la poffibilitè de l'équilibre de l'accord de ces deux principes i car foit P ME un fphéroïde dont le centre foit C, fuppofoant que E K Fi* u. exprime U force centrifuge en E, & prenant Ai G : EK :: Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.60% accurate

io<f PRINCIPES MATHÉMATIQUES QAf: CE y M G
exprimera la force centrifuge en M \ ainfi tirant le rayon M C 3e la ligne M
H perpendiculaire en Af à la courbe, qu'on mène par le point G la ligne G H
parallèle à M C, & qu'on achevé le parallélogramme MGHI t la ligne MI
exprimera la force centrale en M. telle que le principe de M. Hugkens la
de<? mande, pour que le sphéroïde PME (bit en équilibre j or , on a vu que
dans l'hypothèse d'une pesanteur qui ne dépend que de la distance au centre ,
les deux principes s'accordent à donner une forme convenue au fluide ;
supposant donc qu'on ait calculé la pesanteur à tous les points M du
sphéroïde £ M , on verra que si la pesanteur dépend , en allant de chaque
point M de la circonférence vers c , de quelque autre quantité que de la
distance r on pourra trouver «une infinité de loix différentes de pesanteur qui
donneront une même quantité pour le poids des colonnes M C i donc toutes
ces colonnes M C qui étoient en équilibre dans la première (supposition
d'une gravité dépendance seulement de la distance au centre , j feront encore
dans plusieurs des cas où la gravité dépendroit de la distance, si de
quelque autre quantité : cependant on fait , par ce qui vient d'être dit , qu'une
telle loi de pesanteur ne donnerait jamais d'équilibre à la masse entière du
fluide ; donc l'accord de ces deux principes ne peut suffire pour s'accorder de
la possibilité d'une loi de pesanteur. XVI. Dans tout ce qui précède pour
appliquer les loix de hydrostatique à la détermination de la figure de la
terre , on a été obligé de supposer la matière qui la compose entièrement
homogène ^ ce qui peut n'être pas i il faut donc examiner ce qui feroit
nécessaire pour que les parties d'un sphéroïde composé de différents fluides
qui ne peuvent se mêler restent en équilibre ; or dans une telle masse il
faudroit que tous les points de toutes les surfaces qui terminent les différents
fluides , restent perpendiculaires à la direction de la pesanteur comme celle
qui termine le fluide supérieur. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.67% accurate

DB LA PHILOSOPHIE NATURELLE. aoy On voit d'abord que tous les points de la surface extérieure doivent être perpendiculaires à la direction de la pesanteur, puisque ce sphéroïde, pour être composé de fluides de différentes densités, n'en est pas moins dans le cas général d'une machine fluide quelconque qu'on fait ne pouvoir être en équilibre sans que la direction de la pesanteur soit perpendiculaire à tous les points de la surface. Pour faire voir à présent que les surfaces intérieures qui terminent les différents fluides doivent aussi avoir cette condition, supposons un canal OQRS donc les points O & S se terminent à la surface extérieure, & les points Q & R à la même surface intérieure sur laquelle la branche Q R soit couchée. Ce canal est en équilibre parce que la branche Q R ne pèse point, car si elle pesait, il est clair que ce canal OQRS qui est en équilibre lorsque cette branche Q A est dans la couche QNH que je suppose de Vif argent, par exemple, n'y ferait plus, si Q R étoit dans la couche LT G que je suppose d'eau. Donc si la direction n'est pas perpendiculaire à tous les points de la surface Q R HK, elle pressera plus vers Q ou vers R; donc le canal OQRS ne fera plus en équilibre, mais le fluide qui y est contenu s'échappera vers O ou vers S, selon que le canal R Q pressera plus vers Q ou vers R, afin que le sphéroïde entier puisse être en équilibre; il faut donc que la pesanteur soit perpendiculaire à tous les points de la surface interne QRMK: on fera le même raisonnement sur toutes les surfaces qui séparent les différents fluides. Mais cette considération nouvelle ne rendra pas la détermination de la forme que doit prendre une machine fluide quelconque plus embarrassante ni plus compliquée, lorsque la pesanteur ne dépendra point de la forme de la planète, car il est aisé de faire voir que l'équilibre des planètes hétérogènes dépend des mêmes lois de pesanteur que celui des planètes homogènes; car dans les planètes hétérogènes les canaux rentrants en eux-mêmes ou contenus dans une même couche feront en équilibre, puisqu'ils

The text on this page is estimated to be only 24.97% accurate

toi PRINCIPES MATHÉMATIQUES feront dans le même cas des canaux rentrants d'une sphère homogène j donc les canaux G H L K terminés par les deux faces* d'une même couche , (ont de même poids ; or, si les poids des tuyaux F G , M L t G K, H L , &c. sont réciproquement égaux , un canal quelconque F G K H L M qui traversera tant de fluides qu'on voudra , fera toujours en équilibre j aiasi la loi de pesanteur étant donnée , si on veut voir la forme que doit prendre une masse composée de fluides hétérogènes, il suffira de calculer par les principes ci-dessus donnés la figure que la même masse aurait en la supposant homogène. X V I r. Mais si on vouloit avoir la figure H K R de la surface qui sépare deux fluides quelconques de la planète dans l'hypothèse de l'attraction , on ne trouveroit pas la même forme pour une planète hétérogène & pour une planète homogène., car alors la loi de pesanteur seroit différente. Si on vouloit chercher la figure K H R d'une surface interne qui sépare deux fluides quelconques, il suffiroit , la loi de pesanteur étant donnée , de faire abstraction de toute la matière supérieure à cette surface, & chercher en suite la figure de la même masse restante, comme si elle étoit seule. Mais dans l'hypothèse où la pesanteur est produite par l'attraction mutuelle de toutes les parties de la matière , on ne pourroit plus faire abstraction de la couche supérieure \ car l'attraction: de cette couche doit entrer dans l'expression de la pesanteur des parties de la masse restante • % » x v l r n Sans connoître la forme d'un sphéroïde hétérogène dans cette hypothèse de l'attraction mutuelle des parties de la matière, c'est à-dire , sans avoir déterminé la loi de pesanteur qui en résulte,. on peut s'assurer que cette loi est une de celles dans lesquelles* une masse fluide peut prendre une forme constante. 6a*v Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.79% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. Xo9 Car il (croit aifé de voir par les raifons déjà employées à l'égard des plancttes homogènes , que les canaux rentrants en euxmêmes, qui feroient renfermés -dans une couche quelconque d'un même fluide , feroient en équilibre ; or , donnant à ces canaux une figure LHGK compoféc de deux branches L G , HK qui joignent deux arcs GK, HL placés fur les deux furfaces extérieures de la couche , lcfquelles anroient été déterminées par cette condition , que la gravité en chacun de leurs points feroit perpendiculaire au plan tangent de la furface en ce point, il cft clair que les branches GK , HL feroient néceflairement de même poids i &c comme on verroit de la même manière que les branches FG, ML, HVK qu'il faudroit ajouter à ces premières GK , HK pour former un canal qui traversât tant de couches que l'on voudroit du fluide, & qui aboutit à deux points de la furface extérieure du fphéroïde, feroient encore en équilibre, on en conclurait néceflairement que tous les canaux menés à volonté d'un point de la furface du fphéroïde à l'autre , feroient en repos , & par conféquent le fphéroïde entier. XIX. . « Ce qu'on vient de dire fur l'équilibre des plancttes hétérogènes, fait voir l'erreur où font tombés quelques auteurs, lcfquels pour diminuer la grandeur du rayon de l'équateur que donnent les loix de l'hydroftatique , ont fuppofé que les colonnes des fluide* du centre à la furface font d'autant plus denfes, qu'elles font plus près de l'équateur ; car on fçait que deux fluides de denfité inégale ne peuvent être dans la même couche , & que de plus ils doivent fe placer de manière que le plus pefant foit le plus proche du centre -, & on vient de voir qu'il faut que la furface qui les fèpare ait tous fes points perpendiculaires à la direction de la pefanteur , conditions qui s'oppofent toutes à la fuppofition de ces auteurs. Tonu IL »Q

The text on this page is estimated to be only 28.62% accurate

■ tio PRINCIPES MATHEMATIQUES X X. fig. i., J'ai dit, Art. 7.
 que pour favoir si une hypothese de gravite estoit propre à donner
 l'équilibre à une masse fluide E M P , il suffisoit d'examiner si un canal
 quelconque O S N K rentrant en lui-même , & placé dans le plan £ CP du
 méridien de cette masse fluide , estoit en équilibre lui-même , ou , ce qui
 revient au même , si le fluide renfermé dans un canal de courbure
 quelconque O N qui aboutit à deux points pris à volonté O , & A T , fait le
 même effort pour fortir vers O ou vers A T que le fluide renfermé dans tout
 autre canal O K N qui aboutirait aux mêmes points O , A T . Pour faire voir
 l'usage de ce principe , non seulement pour décider la possibilité de
 l'équilibre des fluides dans les hypothèses de pesanteur dépendantes de
 l'attraction , telles que celles que je viens de considérer, mais encore dans
 toutes sortes d'autres hypothèses de gravité , je considérerai la question plus
 en général de la manière suivante. Ayant abaissé d'un point S & du point s
 qui en est infiniment près, les ordonnées S H , s h à la courbe O A T , soient
 faites CH as** , HS = ∫ dx , s s = ∫ dx + dyx ; soient ensuite
 décomposées toutes les différentes espèces de forces qu'on suppose agir sur
 les particules du fluide proposé en deux directions , les unes suivant S H
 perpendiculaires à l'axe C P , & les autres suivant la parallèle à ce même
 axe ; & soit pris P pour désigner la somme de toutes les forces qui agissent
 suivant S H y C e Q pour désigner la somme de celles qui agissent, dans la
 direction parallèles à C P , Si l'on décompose ensuite la force P pour avoir la
 partie de cette force qui agit dans la direction S s qui est celle du canal, on
 verra que la partie de cette force avec laquelle le fluide placé en S s fait
 effort pour fortir de ce canal, soit vers H , soit vers O , doit être -===== ; on
 verra de même que la partie de y/dx* + dy\ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. m O d X la force O qui agit fuivant la même diredion doit être v — enforte que leur fomme , ou la force totale qui follicite le fluide placé eu S à fortir vers O ou vers N, doit être $PJy^{***} Qdx$. multipliant donc cette force par la particule S s ou $j/\wedge + \wedge yi$ qu'elle anime , on aura $P \llcorner .y + Qdx$ pour le poids de S s , c'eft-à-dire , pour l'effort que fait cette particule pour fortir vers l'une des extrémités du canal O N\ donc l'intégrale de $Pdy + Q dx$ qu'on auroit commencé par completer par cette condition qu'elle foit nulle lorfqu'on fait $x = CG$ qui cft l'abfciflc qui répond au commencement O du canal, & dans laquelle on auroit en fuite égalé $x \grave{a} CI$ (qui eft l'abfciflc qui répond à l'extrémité N du même canal ,) cette intégrale, dis-je, devrait donner une quantité qui rut toujours la même , quelque fat la courbure O N. Il faut donc pour que l'équilibre des fluides foit poffible dans une hypothefe de pefanteur , que les forces P & Q qui réfultent de cette hypothefe foient telles, que la quantité $Pdy + Qdx$ puifle s'intégrer fans connoître la relation de x k y -y ainfi $Pdy + Qdx$ doit être en ce cas de ces fortes de différentielles que M. Clairaut a appellé CompUtus dans un Mémoire qu'il a donné à l'Académie , & qui fe trouve dans le Volume de 1740. p. 154. XXI. $xdx + ydyt xdy + ydx, X- x \sim x dy$ font de ces fortes de différentielles , parce qu'elles ont pour intégrales des fonctions de x & de y , qui ne dépendent d'aucune relation entre * & y , $ydx — xdy, yydx + xxdy$ ne font point de telle» différentielles , parce qu'il n'y a aucune fonction de x ôc de y qui en puifle être les intégrales. M. Clairaut a donné dans le Mémoire que je viens de citer , un Théorème pour diftinguër ces différentielles intégrales par nnij

The text on this page is estimated to be only 24.18% accurate

in PRINCIPES MATHÉMATIQUES quelque fonction de x & de y ; il a fait voir que si la différentielle de P prise en faisant y constante & x variable, se trouve, après avoir été divisée par dx égale à la quantité qui viendrait en divisant par dy , la différentielle de Q prise en faisant x constant & y variable, la différentielle $Pdy + Qdx$ a toujours pour intégrale une fonction de x & de y indépendante de toute relation entre x & y . XXII. Pour donner une application de cette méthode, supposons qu'on ait choisi pour hypothèse de gravité, celle dans laquelle les particules d'une masse fluide qui tourneroit autour de son axe CP tendraient toutes vers le centre C par une force qui agirait en raison composée de la raison renversée du carré des distances CS au centre, & de la raison directe du sinus de l'angle SCH faisant les lignes $CN = x$, $SS' = y$, la force qui anime chaque particule S ferait donc une force poussant vers C , & exprimée par $\frac{1}{y^2} \sqrt{x^2 + y^2}$, puisque $\frac{1}{y^2}$ est le sinus de l'angle que ferait avec l'axe Ci la ligne tirée de S au centre C . Décomposant donc la force proposée, suivant la direction SH & la parallèle à HC , on aura $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ pour la force exprimée par P & $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ pour celle exprimée par Q , & par ce qu'on vient de dire, l'équilibre du fluide dans cette hypothèse demande que $y dy + x dx$ soit une différentielle complète, c'est-à-dire, qu'elle ait pour intégrale quelque fonction de x & de y indépendante de la relation de x & y . Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.28% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. y y en Pour s'en affûrer il faut différencier P ou $(xx+yy)$ regardant y comme confiante, il viendra pour la différentielle - 1 xyydx qUi étant divifée par dx donne $\frac{X^*}{y^*r}$ *y — & faifant x confiante, différenciant de même Q ou $(xx+yy)$ il viendra la différentielle $\wedge y \sim \sim$, qui étant divilec par $<y$ donne » maintenant on voit que la quantité $\frac{y}{x}$ * $\wedge$ i venue par la première opération, n'eft point la même que $\frac{y}{x}$ — ■ Xy"it venue par la féconde -, donc la différentielle propoféc n'eft point intégrale en général, c'eft*à-dire, quelle que (bit la relation de x zy \ donc l'hypothêc de gravité qui a donné cette différentielle, cft de celle dans lesquelles les fluides ne feroiem point en équilibre. XXIII. Pour donner un exemple d'une hypothêfe qui réuffiffe, imaginons que les particules du fluide foient animées par des forces qui les faflent tendre à deux centres A 6c B placés dans l'axe de révolution : la première de ces forces agiflant comme U*ne puiflance quelconque m de la diftance A S, & la féconde comme nne puiflance quelconque « de la diftance B S. Je commence par faire les lignes H S = y. C A e= a. t ffe=x. BC*=*b. A Fl=x~a. AS z=. y/x — a + yy. BH=*b + x. BS b + * + y y- la force par laquelle la particule S tendra vers A fera donc A x A S ", ou A (a — x +yy) 1, & la force par laquelle cette même particule S tendra vers B > fera exprimée par B x BS ou B x* + y y) ~, CH & M S Fî* i\$. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.30% accurate

n4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES ' étant les coordonnées
répondantes au point StCA&cCB les droites qui marquent la poOtion des
points attractifs A & B par rapport à l'origine de x. Il est évident que la force
P trouvée en décomposant les forces des points A & B suivant S Ht fera A
(AS) - x — + A S H S B (BS)' x , c'est-à-dire , en termes analytiques A y
(x-/yy) * + By + + y y)" » '. La force Q se trouvera de même exprimée par A
x * — a ' + y y) = r-i ; différenciant maintenant P au Ay(x-* • y y) ~ r ~ +
2?, y + + x r)^ , & faisant .y confiante & divisant par </ * la différentielle
venue, on aura A x «-i (*-« + >.y) * X y X + £ X a — i + * + n)TiX)'Xi+*.
Différenciant de même Q ou Ax x—a\ x—a -f j'.y)^^ + 5xH* + * + J'j') 4 en
supposant * constant, & divisant la différentielle par dy , on aura A x a— « x
m- i + >y>y)^i4. £ x x/»-i,y(i+I*+^)^i^=T or cette quantité étant visiblement
la même que celle qu'on a eu en différenciant P \ cette différentielle Pdy +
Qdx, est une différentielle complète dans cette hypothèse, & l'équilibre y est
possible. Au reste, sans prendre la peine de différencier P & Q , on peut
reconnoître facilement que la différentielle proposée, Ayiy {x—a + yy) x +
By dy (b + x* + yy) , étoit complète : car son intégrale se trouve tout de
suite, & est Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.66% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. a., A (» \ ra-»-, ' B / » \ *
~*~ * + ^ • + ;jTf7V' + * + ^ ^ ~ » U je n'ai donné la manière de reconnoître
la- poflibilité de fon intégration par l'opération précédente, que pour mieux
faire voir l'ufage du Théorème de M. Clairaut dans d'autres cas où il feroit
peut-être li difficile d'intégrer, qu'on abandonncroit l'intégration fans fçavoir
û elle poffible ou non. XXIV. Après avoir reconnu qu'une hypotbêfe de
gravité n*a rien de contraire à l'équilibre des fluides , on trouvera de la
manière fuivante la figure que doit avoir, dans cette hypotbêfe , une planette
dont le temps de la rocation eft donné. * Soit imaginé que le canal O N eft
prolongé d'une part jufqu'au ij. centre C, & de l'autre jufqu'à la furface M, il
eft évident, parce qu'on vient de dire , que l'intégrale de P dy -f- Od x étant
complcttéc par cette condition , qu'elle difparoifc quand y & x zz o , on
n'aura qu'à retrancher de cette intégrale , laquelle .exprime le poids total du
canal CO M (en fuppofant que * & y foient les coordonnées CQ & QM du
méridien) la fomme des cfibrts centrifuges des parties de CM, 6c faire la
différence égale à une conftante. Comme la fomme des efforts centrifuges
de CM doit être, par ce qu'on a vû , la même que celle des efforts d'un canal
Q M placé dans le fens de l'ordonnée , la queftion eft réduite à fommer les
efforts de Q M. Soit donc nommée / la force centrifuge produite à la
diftnce r par la rotation du fphéroïde , on aura pour la force centrifuge à
une diftnec quelconque y , & ÛJZ pour l'effortjcentrifuge de la particule dy
 \ intégrant donc cette différentielle , on aura pour l'effort centrifuge total des
parties de QM Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.93% accurate

u6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES pu de CM i donc f [Pdy + Qdx) — Ÿ2. étant égale à une constante, donnera l'équation cherchée du méridien de la planète dans l'hypothèse, où la pesanteur décompose suivant les deux axes a donné les forces P & Q. Ainsi dans l'hypothèse que je viens de prendre d'une gravité produite par la tendance à deux points A & B la différentielle P dy + Q dx ayant donné pour. Ton intégrale — — (» \ "■ -+- » B (* . \ ■ « x-* + y y) * + «" + 7^ + * + yy' * * l'équation du sphéroïde dans cette hypothèse, doit être — — * \«4I Q I ' * \ n -»- 1 /*vv * - * + —x\b + * +yy) — -J-ff = C, ("Fr" ^Wnt la r°mmc **c la force centrifuge sur une colonne comme y , & C étant une constante qu'on suppose égale au poids des colonnes quelconques qui vont du centre à la surface.) Si on suppose les centres attractifs A et B réunis , cV qu'on prenne les origines des x de ce centre , l'équation précédente feroit , en ce cas , ~ (» x + y y) ^ + JLj (« +yy) ^ — = C qui exprime- la 6gur« d'une planète dans l'hypothèse que ses parties pesent vers un centre suivant une force coroposée de la somme de deux puissances différentes de la distance, cette force étant alors A dm + Bd9 , (</ exprimant la distance des particules au centre attractif.) XXV. Pour montrer la manière dont on doit faire usage de l'équation générale précédente dans des applications aux cas qui ont lieu

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.16% accurate

M LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ti7 lieu dans la nature , je
vais montrer comment on doit déterminer les cocficiens de l'équation — ^
— (xx+yy) Î2T-L H — (xx + y y) ^ — = C dans le cas où- le fpheroïde cft
la terre , en fuppofant que la gravité y fut produite par une tendance vers un
centre exprimée par Ad" + Bd\ Suppofant que le demi axe de révolution foit
donné, Se qu'il foit égal à / , je fubftitue cette valeur pour x dans l'équation A
, « B - , " ' fvv — (,,+,,,)— -rje fais en même temps .y = o dans cette même
équation, parce que l'ordonnée doit être au pôle, & il me vient alors ' * * B
» -+ i -f — ■ — / sa C% ce qui détermine la confiante C. Je fuppofe enfuite
que * foit le rayon de l'équatcur, & je prends t pour exprimer le rapport de
la force centrifuge à la gravité lous l'équatcur, & dans le cas où le fphéroïde
eft la terre, 9 = à peu près : comme dans l'hypothefe qu'on examine ici , la
gravité à l'équatcur , c'est-à-dire à la diftance r , doit être A r + B r ' -, j'ai
donc »Arm + pBr" à fubftituer à /(ces quantités exprimant la force
centrifuge abfolue) ; je fais donc cette A m ■*- 1 B fubftitution dans
l'équation — - — (xx+yyrT" H m -f- 1 " ~r 1 (*x +^)"-TLl ~îiZ = C, lk j'ai
^(xx+yy)~ B " ~+~ ■ / 1 » — 1 * n — i . ra+,<^*+yy)— -(;>-" .+ ;»*) yv
a» — ■ — / + — ; — e ; pour dcterminer enluite le rapport de / à r je fais *
= o, &: .y = r , car lorfque l'abfcîûe eft nulle l'ordonnée devient le *ayon de
l'équateur, & j'aij>« Tome II. a o

The text on this page is estimated to be only 17.17% accurate

2,8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES A 1 B • -+- « i ce moyen
l'équation $r + \frac{1}{2} T^2 r^2 - A r - B r = \frac{1}{2} r + \frac{1}{2} t$ par laquelle on voit
bien qu'on ne peut pas manquer d'avoir le rapport cherché de t à r , quel que
soit le rapport $\frac{1}{2}$ de la force centrifuge sous l'équateur, & quels que soient
les nombres choisis pour A , B , myn dans l'hypothèse de gravité $A d \sqrt{1 + B d}$
Lorsque $\frac{1}{2}$ est une très-petite quantité comme cela arrive dans le cas de la
terre, le calcul peut se simplifier beaucoup. Soit mis r ($\frac{1}{2} T$) à la place
de r , & par conséquent $r \frac{1}{2} T^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{5} J \frac{1}{m} I \gg -4- \ll \frac{1}{2} T^2 + \frac{1}{2} c$. à la
place de $\frac{1}{2}$ & $r \frac{1}{2} T^2$ (à la place de $\frac{1}{2} T^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{5} \frac{1}{m} I$, & en substituant les
quantités dans l'équation $\frac{1}{2} \sim r \frac{1}{2} T^2 + \frac{1}{2} r \frac{1}{2} T^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} T^2 - \frac{1}{2} A r m + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} B p r \frac{1}{2} T^2$
 $\frac{1}{2} w + \frac{1}{2} \frac{1}{2} I a z + \frac{1}{2} -4- + \frac{1}{2} c$ Ue deviendra $r m + \frac{1}{2} \gg + \frac{1}{2} / n - f - r \gg - t \frac{1}{2} I \frac{1}{2} \ll I - f -$
 $I \frac{1}{2} + \gg \pm L \pm \frac{1}{2} E \pm J / - te.) + r \frac{1}{2} M j^i - + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} n + \frac{1}{2} r' \frac{1}{2} te.)$ qui se réduit à $1/72 - f$
 $1 X m + \frac{1}{2} X y a \ll + 1 > \ll \frac{1}{2} H - I$ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.71% accurate

DB LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i,9 « + x x n+) f* + &c \
 & CB <|ivifiant ics jcux menabre» de cette dernière équation par Ar**1 -f
 Br' + \ & tranfpofant tous les termes où font , &c. on aura f ta + Arm+l
 (HL±±/ =±l2L5±i V + &c. \ At--*' + Br-*' 1 "11- . . I « > , ■ -J . * . . Si on
 fuppoſe maintenant que «T foit une très-petite quantité* ainſi qu'elle l'eſt en
 cſſet pour la terre, on peut négliger fans ferupule tous les termes qui
 fuivent -, deſorte que (quels que ſoient A , B t m , * ,) l qui marque ce que
 l'excc de l'équateur ſur raxe eſt à l'équateur, ſe trouve, (ans erreur ſenſibl»,
 la moitié de ce que la force centrifuge eſt à l'égard de la gravité ; ainſi t
 étant pour la terre = -r— , ou à <f = — ? , ou, ce qui revient au 1 zby 570 4
 même , les axes (ont en ce cas comme 578 à 577 quels que ſoient A , B t tn t
 n» On verroit de même que quelque fut le nombre de termes tels que Af +
 Bf + Cf + &cc. qu'on prendroit pour exprimer la gravité , & enfin que
 quelle que fut la loi de gravité, 00 ij,

The text on this page is estimated to be only 26.81% accurate

zio PRINCIPES MATHÉMATIQUES pourvu qu'elle tendit au centre , le rapport des axes ne feroit pas fenfiblement plus .grand que celui de 78 à 577. xxvi. M. Clair aut a démontré cette Propofition d'une autre manière page 141. de (a Théorie de la figure de la terre , & il en a conclu que toutes les hypothefes de pefanteur où la force tendroit vers le centre de la terre , dévoient être exclues , quelle que fut la loi de cette tendance, puifque les obfervations ont appris que rapplatiffement de la terre eft plus confidérable que celui d'un fphéroïde dont les axes (croient entr'eux comme 78 à 577. Il femble d'abord qu'on ne foit en droit de rejeter par ce calcul que les hypothefes qui feroient dépendre la tendance vers un centre de la leule diftance à ce centre , mais fi l'on fe fouvient qu'on a vu Art. 15. que l'équilibre des fluides ne permet pas de fuppofer qu'il entre dans l'exprcffion de la force qui tend vers un centre , autre chofe que la diftance à ce centre , on verra qu'on ne peut , fans être démenti par l'expérience journalière de l'équilibre des eaux qui couvrent la terre , ou par les opérations faites au Nord , en France & à l'équateur pour déterminer la figure de la terre , recevoir aucune hypothefe où la pefanteur ne tendit que vers un centre. X X V 1 1. Je ne ferai aucune autre application du Problème précédent à la théorie de la figure de la terre , parce que mon but étant de traiter les matières relatives au Livre des Principes , je dois donner la préférence aux hypothefes où la gravité fur la terre dépend de l'attraction de toutes les parties de la terre : la détermination de la figure de la terre eft bien plus embarraflante dans ces hypothefes, &c elle feroit peut-être d'une difficulté inürmontable fans les abréviations qu'apporte la fuppofuion que les axes différent très-peu l'un de l'autre. Je regarderai donc ces différences d'axes comme on regarde

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.89% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 221 les différentielles dans le calcul infinitésimal -, ainsi plus elles seront petites , plus les axes seront déterminés exactement par la théorie suivante. Si , par exemple , les axes ne diffèrent entr'eux que de % ce qui est à peu près le cas de la terre > les calculs suivants seroient exacts à . 1 ^ ou — - — près , ou , ce qui revient au (too) 1 40000 r 1 même, les erreurs qui pourraient s'y glisser seroient telles , qu'au lieu de trouver l'axe au diamètre de l'équateur comme 200 à 201 , on le trouveroit peut-être comme 199 à 100 , ou comme 201 à 202 ; on voit bien que de telles erreurs ne font pas d'affTcz grande conséquence pour chercher à les éviter par des* calculs très pénibles.

SECTION IV SECONDE PARTIE. De la théorie de la figure de la Terre , en supposant que la gravité soit le résultat des attractions de toutes les parties de la Terre, " ' X X V I I I. P R O P O S I T I O N I. PROBLÈME I. On demande l'attraction qu'exerce un sphéroïde elliptique B E b c sur un corpuscule P placé sur le prolongement de son axe de révolution. Soient BD b d la, sphère inscrite à ce sphéroïde , E C le 'diamètre de l'équateur du sphéroïde , P m n, P M N deux droites quelconque* partant de P &: faisant un angle, infiniment petit Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.69% accurate

2ii PRINCIPES MATHÉMATIQUES entrciles

.kmqyKMQyLNRylnr des plans élevés perpendiculairement à P B b. Nous chercherons premièrement l'attraction qu'exercent fur P, lui vaut P Cy les deux petits anneaux produits par la révolution de K M k m , LN l n autour de B b. La petite couronne produite par la révolution de KM, aura pour valeur $K M \times QM \times c$ (en fupposant que c exprime le rapport de la circonférence au rayon r) & multipliant cette valeur par l'épaisseur $Q_{qt}KM \times Q\_M \times C \times Q_q$ exprimera la solidité de l'anneau KM Km, & toutes les parties de l'anneau attirant également le corpuscule P » il faut multiplier cette expression $KM \times c \times QM \times Q_y$ par $j^{-x} \times x^{\wedge}$ qui exprime l'attraction du corpuscule placé en M fur P , décomposée P O suivant PQ_, & le produit $c \times KM \times Q\_M \times Q_q \times x^{\wedge}$ exprimera l'attraction de l'anneau entier fur P dans la direction. P Q_. Remarquant maintenant qu'à cause de la propriété de l'ellipse DE » $i^* AiW = Q A / X^7TT7$, & que les triangles semblables PCOr __ , 1 po po ' éo mq " J>Ç>M donnent $\wedge ? = \wedge F?3^* TM >$ l'expression précédente se changera en $c \times x^{\wedge} \times CO'x \times Q?$. On verroit de même que l'attraction de l'anneau NLln dans la même direction , feroit $c \times x^{\wedge} \times CQ^* \times j \sim \times Rr$, Et la somme de ces deux attractions fera $c \times \zeta - p \times CO \setminus X X Q\hat{i} + Ar$ ou $c \times x^{\wedge} \times CO1 X j \sim iXd\{QR\}$ Soit faites les lignes C D vs> r. C P *=* t. O M e» O N ui Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.94% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ai, £ d & le rapport = l, on aura $CO \propto r^2$ — uu, & par conséqUCtât $PO = \sqrt{P C^2 - CO^2} = \sqrt{r^2 - r^2 \cos^2 \theta} = r \sin \theta$ «f « — rr + uu, & Q = donc r ffion*c x ££> $C O^2 X^7 X^2$? + deviendra $c \ll T(rr - \ll)$ $x^{\wedge - \wedge} — x^* f_{ee} \sim rr + uu$ e i x i-V- r/yjL+^^S qui fc ridait *, /«T'-i^ « — r r -\ - u u \ c^* / + (i^f^ -) - i^i , do0t l'ingrate " (— r; —)^* + " (-77^—/ ' - 577-' exprimera l'attirafion que le folide produic par la révolution de l'cfpace KMNL autour de i?* exerce fur ?. Si l'on fait daos ccue valeur u = r, c'est-à-dire, $MO = NO$ x= CD, elle deviendra - : — &: exprimera lattraction de tout l'cfpace compris entre la fphére & le fphéroïde: ainfi ajoutant à cette cxprcflîon $\pm \sim$, qui fuivant l'Article quatrième de la deuxième Section, exprime l'attraction de la fphére B D bd fiir le même corpufcule, on aura icr* ; •j- — — — •■ pour l'attra&ion demandée du fphéroïde. C Q. F, T. XXIX. COROLLAIRE. 'y \. Si on fuppofc f zx et c/ef?à-dire, G-on fuppofe que Ic corpiifcule foit placé au pôle du fphérâude, rexsprçûon précédente fc réduira à — + — cr?.

The text on this page is estimated to be only 19.21% accurate

*z4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES * » XXX PROPOSITION

II. LEMME I, K O L reprèftntanf un cercle ou une ellipse , ou toute autre courbe dont les diamètres font partagés en deux parties égales- par le centre H , je du que V attraction que cette figure exerce fur un corpuscule placé en fJL dans la ligne p H élevée perpendiculairement au-dtffus dt fort un ire , ne diffère de celle qu'il exercer oit fur un corpuscule placé en M a même hauteur que fx , & à une distance infiniment petite de ce point (uâ que d'une quant ite%onjlnimnt petite du fécond ordre* ; •. »î*. 17. Tirant un diamètre quelconque A L à la figure propoféc , & joignant les lignes KM t M L t l'attraction fuivant ^tfque deux particules égales fuppofces en A & en £ exercent fur /*, fera exprimée par + ; l'attraction de A fur yu fuivant Ap cft jj-p> & ^ X eft la partie de cette force qui agit fuivant/^/* en la decomposanti car on aura A u -4— : -^Jt /* A* Kn*x prenant 1 pour la mafle de chaque particule fuppofée A 6c en £. . X'attra&ion des mêmes particules fur M fuivant M V abaiflee perpendiculaire au plan KL, fera -g-^ + abaiflant enfuite V X perpendiculaire k KL, 6c faifant lès lignes HL = KH = f^ff^Mr^a. Khc=y/aa +bb -c. HX=«. Xr=fi, ' - . . on aura KX= b + «, XL sa* - *, HV = |/« 1 j3», H M «=— V* 1 + * 1 +* S A M = v/Tr+T7Ti8r+TI7, JVZSi on fubftitue maintenant ces valeurs dans les ciprcffions A/*» + Z^i & jOr* + J[J1 » elles fc changeront en — Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.19% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $\frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 \ll (cc + .^1 + .^2 + i^2 + (e' + \ll i + \frac{1}{2} z \ll 4) i \cdot 10n$ élevé maintenant , par le binôme de Newton , les quantités qui font au dénominateur, $\frac{1}{2} V$ qu'on néglige les fécondes, troisièmes, &c; puis flancs des quantités infiniment petites fi , le terme $-\frac{1}{2} t^2$, $\frac{1}{2} t^2$, $\frac{1}{2} t^2$ fc changera en $a \cdot x \cdot c - \frac{1}{2} i \cdot c - \frac{1}{2} X \cdot i \cdot b$ « ou $-\frac{1}{2} t^2$, & le terme r — ; — . , $b \cdot t^2$ ■ deviendra $\sim + J \cdot r \sim$ » & ajoutant ces deux termes , on aura pour leur somme $\sim$ \ donc les deux corpuscules placés en K te en L exercent en p cV en M fuivant fi H &c Mf , la même force à un infiniment petit près du fécond ordre. L'attraction que les corpuscules K &c L exercent en M , ne fc faifant pas dans l'exacte rigueur fuivant $M f$, il faut , outre cette attraction fuivant $M V$, en prendre deux nouvelles, dont l'une agit dans la direction $X V$ perpendiculaire à $K L$, &c l'autre fuivant $K L$. L'attraaion fuivant $X V$ feroit de même exprimée par $TB\} + \ddot{E}V'$ "Uc fuivant KL le retoi' V TZP-JIT- mais comme ces deux attractions font infiniment petites , & qu'elles agiflent dans des directions perpendiculaires à $M V'$, on voit qu'elles ne produiront jamais par leur compofuion avec la force fuivant $y M$ qu'une somme qui ne difcrera de la première qu'on a trouvé avant de faire attention à ces forces , que d'un infiniment petit du fécond ordre, par la même raifon que l'hipoténufe d'un triangle, dont un côté eft fini &c: l'autre infiniment petit, ne diffère de fon côté fini que d'un infiniment petit du fécond ordre. Dès qu'on eft donc aûuré -que deux corpuscules égaux places en K &c en L attirent également les corps placés en fi &c en M t. on voit qu'il en doit être de même d'une figure quelconque KoL , Tomt IL pp

The text on this page is estimated to be only 24.82% accurate

li(î TRINCIPES MATHÉMATIQUES pourvu que H (bit le centre de cette figure , c'cft-à-dirc , pourvu que toutes les lignes qui la traversent foient partagées en deux parties égales lorfqu'elles paſſent par H. L'attraction abſolue que les corpuscules égaux placés en K & en L exercent ſur Af, ſe faiſant ſuivant une direction qui diffère infiniment peu de H M, il eſt clair que leur attraction, ſuivant cette direction , ne différera de leur attraction abſolue , que d'une quantité infiniment petite du fécond ordre , & que par conféquent la figure KoL exercent en p ſuivant Hp, & en M ſuivant H M des attractions qui peuvent être priſes l'une pour l'autre, en négligeant les différences du fécond ordre. C. Q.F.D. XXXI. PROPOSITION III. LEMME II. P E p e rſuivant un ſphéroïde elliptique infiniment peu différent d'une ſphère dont P p eſt l'axe de révolution , E c le diamètre de Véquateur , N n un diamètre quelconque de ce ſphéroïde , & M. un corpuscule placé ſur le prolongement de ce diamètre } je dis que l'attraction exercée par le ſphéroïde ſur ce corpuscule ſuivant la direction M N , fera la même que celle qu' exercent t un autre ſphéroïde dont N n feroit t'axe de révolution , & dont la quantité de matière feroit la même que celle du premier. Fit. is. Pour le démonſtrer (bit imaginé le ſphéroïde P E p coupée en une infinité de tranches Ll Kk par des plans perpendiculaires au méridien P E p ſur ſes ordonnées LK, Ik au diamètre N n } H .étant le centre de ces tranches , leurs attractions ſur M feront les mêmes par l'Article jo. que celles qu'elles exerceroient dans le cas où l'on feroit mouvoir toutes ces tranches autour des points H, juſqu'à ce qu'elles devinſſent perpendiculaires à NHnt à ^cauſe que ſuppoſant l'ellipſoïde infiniment peu différent d'une ſphère, les diamètres HN ne peuvent faire avec leurs ordonnées ~L K que des angles infiniment peu différer» de l'angle droit. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.55% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. $i > 7$ Le, foïide qu'on auroit par le mouvement infiniment petit fupposé aux tranches $L K$, $l k$ qui les mettroit dans une fituation perpendiculaire à l'axe Nn , ne différerait en folidité du sphéroïde $P E p t$ que d'un infiniment petit du fécond ordre. De plus, l'attraction de chacune des tranches elliptiques qui le compofoient, pourroient erre regardée comme égale à $ccHc$ que produiroit des cercles de même iupcrftcie, car ces ellipfes différent infiniment peu de ces cercles par la fuppolition; or les cercles qui les égalent en fuperficie étant fupposés placés fur le même plan qu'elles, & avoir le même centre, les différences de leurs attractions fur le corpufculc, ne pourroient être attribuées qu'au les lus ou le moins de diftance de leurs parties au corps attire ne produira qu'un infiniment petit du fécond ordre dans l'attraction. C.Q.F.D. XXX* I l. ■ ... & wix ■ ' ■ ■ ' PROPOSITION IV. LE MME III. $P E$ étant une elllpfe infiniment peu différente du cercle, $PC=a$ i étant fon petit axe, $i + <T = a$ C E fon fécond axe, $S =$ finus de V angle $M C P$, le rayon $C M$ aura pour valeur $i + S S S$ en négligeant le quarré de « T & fes puijjances plus élevées. . Ayant décrit fur l'axe $P C$ le <juart de cercle $P D$, cm verra, rîg. i^* . par la propriété de l'ellipfe, que $M O t Q O :: E D : C D$, c'eftà-dire, que $M O$ $w m Q O x 1$; mai* à caufe que $M O$ efl infiniment petite par l'hypothefe, $M 1 O$ pourra être pris pour un triangle, lequel fera femblable au- triangle $O C Q -$, on aura donc $O C : O Q :: M O : M /$, c'eft à-dire, $i : O Q :: O Q x ^ : M /j$ donc $Af/=OQ' x \ll h$ donc $CM = CO + MI=OC+(Q\_Ô1) X \ll T$, ou $i + (QOO x î9$ ou bien $CO + [j^) X/jcac pp *i$ Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.68% accurate

i8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES puifque OC«=i, ^ ne diffère de $\sim | = Q$ o que d'un» grandeur infiniment petite donc ^{x} (OQ1) déjà infiniment petit, ne peut différer de $t \times 1^{^^}$) ou tS S que d'un infiniment petit du fécond ordre i donc on aura CM=* i + fS S. XXXIII. / PROPOSITION V. LEMME IV. Préparation du Lcmmc 4. On a vu par les Propofitions 1 & 3 de cette Section , l'attraction qu'un fpheroïde quelconque , compofé d'une infinité de couches de denfités &: d'ellipticités différentes , exerce fur les cor. pufcules placés à fa furface dans la direction du rayon ; mais comme cette direction n'eft pas celle fuivant laquelle fc fait l'attraction du fpheroïde , on va chercher les moyens d'avoir la véritable direction. On voit bien , à caufe de la différence infiniment petite qui eft fuppofée entre le fphéroïde & la fphère , que la vraie direction de l'attraction ne peut s'écarter que d'un angle infiniment petit de la direction du rayon , & qu'ainfi la force de l'attraction eft telle qu'on vient de la trouver quant à la quantité , & que quant à la direction , elle n'en diffère que d'un infiniment petit du fécond ordre i mais on a befoin , pour la figure de la terre, d'avoir, outre la quantité abfolue de l'attraction à un point quelconque , la vraie direction de l'attraction à ce point, rit »o. Ltmmt 4. L'attraction qu'un cercle RIr exerce fur un corpufcule M placé perpendiculairement au-deflus du point H, lequel eft infiniment peu écarté du centre Y, étant décompofée fuivant HY, la partie de cette force réfultante de cette décompofition fera exprimée par $* c \times ^{ft} *$ * ^ (Arrêtant le diamètre qui , * ■ pafle par le point H) en négligeant les quantités infiniment petites du fécond ordre. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.92% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. n9 Ayant élevé IHi perpendiculaire à R r , & transporté le segment I Ri en iZ/, il est évident que l'espace lunulaire iZIr fera la seule partie du cercle R I r i qui attirera le corpuscule M dans la direction R r , puisque les deux segments I Ri , I Z i ont des attractions qui se détruisent. Supposons l'espace IriZ partagé en une infinité d'éléments par les lignes QTS , f<j perpendiculaires à /i, il est évident que l'attraction absolue de chaque élément TtS s sur Af , fera cet T t S s espace même divisé par le carré de la distance T M -y donc $\frac{1}{M^2}$ est cette force ; mais il faut la décomposer suivant H Y, ou sa parallèle Q T j or cette décomposition la diminue dans la raison de QT à MT, donc y^{-j} x QI est l'attraction de l'élément TtS s suivant la direction H Y. Mais la valeur de TtS s est $TS \times Q$? & $H a i^{TF}$ par la construction ; donc l'attraction de l'élément T t S s est $>HY * My * QT$, ou $> rXMy, XQT$. « -gligean, les infiniment petits du second ordre. Pour intégrer cette quantité dans laquelle H Y Si M R sont des constantes , je remarque que Q q X Q T est la différentielle du segment HQ TZ ; donc $\sim L1 \times BQTZ$ est l'attraction que l'espace TZVS exerce sur 3f suivant Supposant ensuite H Qc= $\frac{1}{f}$, on aura $\frac{1}{f} \times \frac{1}{f} Z$ pour H Y l'attraction de l'espace iTZrS, dont le double * Rl (HiZ) fera l'attraction de / Z i S r , ou , ce qui revient au même , l'attraction du cercle entier. Si on regarde dans cette valeur l'espace ilfZI comme un demi cercle dont le rayon feroit R H , ce qui ne peut apporter

The text on this page is estimated to be only 22.92% accurate

ijo PRINCIPES MATHÉMATIQUES qu'une erreur infiniment petite du fécond ordre , cette expreffioo {HiZ) fc changera en $\pm \sqrt{}$. XXXIV. COROLLAIRE. Si la courbe RirI au lieu d'être un cercle étoit une autre courbe qui s'en écartât infiniment peu , telle qu'une cliipfe dont R r feroit l'un des axes , & dont l'autre axe diffrereroit infiniment peu de celui-ci , l'attra&ion pourroit toujours , fans erreur fenûble, être exprimée par $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Rr}{Rr+2a}}$ car 011 voit bien $\sqrt{}$ nc û Ton faifoit entrer dans le calcul la différence des axes de cette ellipfc, elle ne pourroit produire dans une quantité, déjà infiniment petite par elle-même , qu'une quantité infiniment petite du fécond ordre. XXXV. PROPOSITION VI. L E M M E V. Soit K L k 1 un fphéroïde dont l'axe de révolution K k diffère infiniment peu du diamètre de l'équateur L 1 , /oient de plus M un corpufcule placé hors du fphéroid* ,PMEfC V ellipfc femblable à KLk! laquelle pafferoit par le corpu/eule M, MX la perpendiculaire en M A cette ellipfe , laquelle perpendiculaire eft terminée par la ligne C X élevée perpendiculairement fur CM i je dis que l'attra3ion que U fphéroïde K L k 1 exercera fur M dans la dirùTion CX, aura pour ,, 1 C N » txprtjcion -ex X C X. Fig. 11. Soient MRS, Mpz, deux droites partant de M & rencontrant le fphéroïde : R p r p t Si s <t les deux tranches de ce (pheroïde que retranchent les plans élevés perpendiculairement fur Jf C, &c parlant par les points R, i', - > S , foit de plus p Y Z la droite qui coupe eu deux parties égales toutes les perpendiculaire» » Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.75% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. iJt ou ordonnées R r , P/>
, S s ,ir, ou, ce qui revient au même, le diamètre de ces ordonnées. 11 cft
évident que la différentielle de l'attraction que la tranche quelconque Rr S s
du fpheroïde exerce fur M dans la direction CX, fera l'attraction de la
tranche infiniment petite RrPf> moins celle de la tranche S s 2 «■ , par.ee
que la première attire dans la direction HY> & la féconde dans la direction
oppofée I Z , toutes deux parallèles à C X. , , . , r. , , , \cX HYx Rffx H h r
Par la Propoûtion précédente -1 M~Rl l'attraction de la tranche RPrS, cV
par le même Lemme * c X * ^ * ^ ^ — Hdl fera l'attraction de la tranche S s
x «• \$ donc \cX HYx R Hx x H h jcxIZx SI*x H - . .f Mic> Jiis* cft ,a
différentielle de l'attraction cherchée. Je remarque maintenant qu'on peut
prendre , fans erreur fenfible l'angle CMX pour le même que l'angle Cfxx,
car le point f* ne peut être qu'infiniment peu écarté de M à caufe de
l'infiniment petite différence qui eft entre l'ellipfe PEpe & le cercle cjl mais
l'angle Cpx feroit le même que l'angle pCM> puifque C fi étant le diamètre
des ordonnées Rry &c. la tangente en p. eft parallèle à Jtrt ou
perpendiculaire CM M \ donc l'angle M CfM peut être fupposé fans erreur
fenfible —CMX. Cela pofé , on aura CH:HY8cC2:ZI::CM: CX\
fubftimant donc Cff x ^ > HYàçI x ^ k ZI, l'expreflion , , , \cxHYxRH>x H
h {ex rZxSI x H r précédente * ^ fe , 1 CX [RH*xCffxHh SI*xCIxIi\
changera en^x^ (jfjp "Itf 5T~ J Pour réduire cette exprefion , je remarque
encore que fi la courbe Kll étoit un cercle , & que par conféquent CHl +
RM* tut égal à la confarite C Rxt on auroit CH x H h

The text on this page is estimated to be only 17.28% accurate

1?i PRINCIPES MATHÉMATIQUES -f RHx dRff^o -, mais
comme la courbe KLkl dt'C're infiniment peu du cercle , cette équation n'a
qu'une erreur infiniment petite , lorsqu'on en fera ufage dans la valeur de
l'attraction cherchée déjà infiniment petite par elle-même ; donc on pourra
mettre, fans erreur fenfible, dans l'expreffion précédente ~RHxdRffâh place
de CHx H h & — Six dSI/z la place de CI x I C ^X Cela fait , l'expreffion
précédente fc changera en ^ c x ^-^ (- x 4 (* H) + x d (SI)) » qui devicndc*
C X. /\ C G X ç-^-; X {CGi x d(S I —> RH)J en mettant —, à la R H SI
place de & de j^j, CG étant une perpendiculaire abaifléc de C fur itf S. Pour
intégrer maintenant cette différentielle , je fais les lignes CMsie.
CN=r..RG=:u, cVrj'ai CG*=\? rr— uu, RS =nu. SI— R Hss \uy/rr — u u ■>
foient donc fubftitués ces valeurs dans la formule x X C G » d (S I —RH) ,
& elle deviendra j c x ~ (r»-«») * X (* * " * ");mais , /i « i/7737n,\ ^ i^-4»^«
. donc i , x ex \ t J < | / rr — uu 1 e* i'l-4Bl X Ott c x (r4du.— yrt-
uidu+iu4du) dont l'intégrale cft C x -j^ (r 4 « - r **« » + j »') valeur de
l'attraéiion: Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.93% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. w l'attraction de la
tranche quelconque RrS s , & fâifant dans cette valeur « = r, c'est-à-dire, $RS = Nn$, on aura $c x \sim (- r f) = - c X x CrV$ » pour rattradion du sphéroïde
entier KL k l fur M fuivant C . Q . F , $D \sim X X X V r$. . PROPOSITION VU.
PROBLÈME II. Trouver Tattra&on qu'un sphéroïde elliptique $PMEKT$,
composé d'une infatue de touches telles que $B b F f O o$ toutes de densités &
ellipticités » différentes, exerce fur un corpscul placé en un point
quelconque M de fa surface. Ayant fait les lignes PC tze. $\zeta E^{*ne} (i - f^{\wedge}) =$
rayon de $. \% \bullet^{*} \gg$ l'équateur : $C B$ demi axe de la couche quelconque
 $BNFO$ s rt $C F$ rayon de l'équateur de cette couche = $r(i + >)$, le sinus de
l'angle $PCAfs = s$. On commencera par chercher l'attraction que le sphéroïde
 BFO , supposé homogène, exerceroit fur le cor . puscule placé en M i on a
vû ci-deffus (Article 3 j.) que le sphéroïde BFO exercera fur M la même
attraction qu'un sphéroïde dont NO ferait l'axe de révolution, & dont la
solidité ferait la même -t il faut donc chercher quel doit être le fécond axe
de ce nouveau sphéroïde supposé égal en quantité de matière IBFO , ic qui a
pour premier axe de révolution la droite NO . La solidité du sphéroïde
 $BNFO$ dont l'axe de révolution $B C$ s a $r >$ & le fécond = $r (1 + y)$ doit être -
 $c r \gg (1 + >) \setminus ' \}$ (c exprimant le rapport de la circonférence au rayon :)
supposant que $CN (1 + .)$ fok le rayon cherché de l'équateur $dm^{*} \ll i \gg 9 \%$
. $\bullet \ll . \blacksquare \hat{e}^{*}$ Oo appelle ici l'ellipticité $\leq$ fin $fpMroïde$, k fiaffioa exprime h
 $dURfCBc^4a$ rayon de l'équateur a l'axe par ragpon à l'axe. Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 18.92% accurate

1J+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES fphéroïdc,
 fafoliditcfera, par la même raifon, $\sim c \times CN^* (i + \ll) 1$, & en égalant ces
 deux expreffions, il viendra $|c r 1 (l4 \rightarrow r = |< x CAT \gg (i+.) \backslash$ d'où l'on tire r'
 $\wedge \gg \} \gg — 7+7 * \text{ ou } - \wedge \wedge y = i + \ll 5$ mais par l'Article \$ i. de cette Scdion, CN
 doit avoir pour valeur $r(i+?ss)$ donc $i -f- \bullet — \wedge ili \pm -lT$, ou $i+?X(i+r \ll)''$, ou $t +$
 $> x r \gg (1 + > * 4J * ($ en élevant par le binôme de Newton $(i+y ss)\{$ & en
 négligeant les $> \gg$) ou enfin $i + > — T r ''$ en négligeant encore les $y y$;
 ayant donc $i + \ll s = i + y — \backslash y^* ' \gg$ on auTM $> (\ll — \gg^*)$ Pour I* valeur
 cherchée de c'est-à-dire, pour l'ellipticité du fphéroïdc dont l'axe de
 révolution ferait NO» & dont la quantité de matière ferait la même que celle
 du fphéroïde BNFO. Cela pofé, il ne s'agit plus que d'avoir l'attraction
 qn'exerce un fphéroïde, dont le demi axede révolution eft $CN=r(i+yss)t$ &
 dont l'ellipticité eft $y (i — \{s s)$ fur un corpufcule placé fur cet axe de
 révolution à la diftance CM, laquelle diftance $e = e + fss$ par l'Article 31. On
 a démontré ci-devant (Article jf.) que lorfque le demi axe de révolution eft
 r , l'ellipticité $< r$, & la diftance du cor p u! cule au centre
 $\ll, r c x p r e f f i o n d e r a t t r a a i o n \acute{e} t o i t - \wedge \sim + IV * J — 4C ^ -$, il faut donc mettre
 dans cette expreffion $r(i+yss)$ à la place de r , & $e(i+tss)$ à la place de e à la
 place de A Comme les deux derniers termes $7 —$ de la quantité dans laquelle
 on doit faire la fubftitution font affrétés de la lettre $\wedge$ qui reprefente une
 quantité infiniment petite , U Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 13.12% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. fera inutile de mettre pour
r, & pour , des quantités qui en diffèrent infiniment peu > ainfi il fuffira oc
mettre dans ces deux termes , à la place de $tt y (i - \sqrt{s s}) \backslash$ mais dans le
terme qui eft fini, il faudra iubftitucr $r(i+yss)$ à $r, \&t(.+^)$ à e. Faifant
maintenant cette fubftitution , on aura pour le premier $1er1 (1 + \bullet: s s)1$
 $\%cf* (1 - f; hi) xtr\%$. terme $7 - tt 77 \gg oa 7 - r - : r \gg 0 \ll (1 + \$ *x*-r 1$
 $^n)$ en négligeant les $l'.les^{**}, \&tes<T>$, & en élevant les quantités par le
binôme , Se effectuant la divifion indiquée. On aura enfuite pour les termes
 $(\sim j \sim ^t) * 1 * qnandté (ii^{\pm 4})H.-i \gg quide \gg \ll o \ll iii2:-lllii: - - - + ^$
 $^4 -$, & en ajoutant ces deux quantités , on aura enfin $T-(, + ,rf;-i^i) + - 2$
 $2 \bullet - (..... , _r . * \bullet I- . . \blacksquare \ll - , , ou \blacksquare \blacksquare \blacksquare * + \sim <e \$: , ' ^ _ lilll +$
 $iil^i\hat{i}, \& Ceil là la iraicor^le rittraAiob.qoc le fphéroïde B N F O , fuppofé$
d'une denfité uniforme , exerce fur le corpufcule 3f# Pour avoir lattraétion
dt^ même fp^éroï^e wen fuppofant qu'il — Jtr,>t ,y» qui^xprim^ra-
tatraaîôn*3ciT9İDc *n/o;(r pétant fcs indéterminées.^ "

The text on this page is estimated to be only 15.86% accurate

-ij* PRINCIPES MATHÉMATIQUES Soit maintenant R la densité de cet orbe , on n'aura pins qui multiplier la différentielle précédente par R, & l'intégrant, ensuite on aura l'attraction du sphéroïde B N F O de densité variable ; faisant enfin dans cette intégrale $r=zt$, elle exprimera l'attraction du sphéroïde proposé PMEKT. C. Q. Fi T. Nommant en général A la quantité que devient - krfqu'eHc est intégrée , complétée , & qu'on y a substitué c à la place de r, B & D les quantités que deviennent — d(r*y) Sc fi — </{r'>) dans la même supposition, l'expression précédente — fRrrir - tilll furrJr + H flLd(r>r) - ±1 et •• *• J 3«« J 5 *+. f RJ(r*y) + J*Rd(riy) s s, prendra cette forme $xeA + Acts\$A + \ cB- \pm cD+S-cssD. > S S$ Si on fait dans cette valeur $s = 0$ ce qui suppose le corpuscule au pôle , elle se réduira $\tilde{lic}A + -cB — t c D. \sim$ Et si l'on fait $s = j$, ce qui suppose le corpuscule à l'équateur. $\backslash cA — + c tA+tl s + tl. D, XXXVII. .$ CO il O L LAI RE I. Si l'on se proposoit d'avoir l'attraction que le sphéroïde T M EKT exercerait sur le corpuscule M dans le cas où l'on supposeroit ce sphéroïde homogène, on reprendrait la quantité $zer\% 4crllss Acr'y *cr*y , 6cr*yss$ «prime l'attraction du sphéroïde. BNFO sur itf, & von fctt>it Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.24% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *,7 dans cette expreffion
 $r = t \sin y$ «a l, ce qui la changerait en $x \sin i a - c$ » 4- — ctrss. 1*5 '5 Si dans
cette valeur on fait $e = *$, c'est-à-dire, fi on fuppofe que le point M
devient le point P ou le polc du sphéroïde, l'attradion fera alors exprimée par
 $i c c + \sqrt{c t i}$, qui eft la même expreffion qu'on a trouvée précédemment
dans l'Article 19. Si on fait $s = 1$, c'est-à-dire, fi on fuppofe que le point M
devienne le point Et & qu'il foit par conféquent à l'équateur, on aura en ce
cas - $c t +$ — ctl pour l'attraéUon en ce lieu, laquelle eft, comme l'on voit,
plus petite qu'au polc, de la quantité $\sim c t A * i$ Et fi on compare cette
différence avec l'attraôion entière au pôle $\sqrt{c}$ + on aura par le rapport
 $\frac{xeJf^jfc9i}{*}$ ott ou enfin -, en négligeant les & puiffances plus $\$ + 1 * 5$
élevées } donc l'attraction au pôle furpaflé celle à l'équateur d'une fradion,
qui eft la cinquième partie de celle qui marque l'excès du diamètre de
l'équateur fur l'axe. XXXVIII • COROLLAIRE IL . . * * * ■ Si on fuppofe
que ce sphéroïde foit compofé de couches toutes femblables entr'elles, &
dont la denfité augmente uniformément du centre à la circonférence, on
aura alors $ye = \frac{f}{R} \& c R = mr$, quantités qu'il faudra fubftituer dans
l'expreffion générale. On voit d'abord que fc dont l'iaté&raIc

The text on this page is estimated to be only 20.36% accurate

§ 8 PRINCIPES MATHÉMATIQUES est dans laquelle faisant
 $\ll s=r$, on a pour la valeur de A. On a de même $i \rightarrow IL = \ll w^r * r$, dont
l'intégrale * donne Lfi^Lt pour la valeur de Z Morfque $r = e$. - $\rightarrow c Rd(rl\ll)$
 $\ll mir^* dr$. ., , , $\ll mtr^*$ On a enfin $\rightarrow - = -$, dont l'intégral $e- \rightarrow -4$ donne
pour la valeur de D lorsque reste. Substituant ces valeurs de A, B, D dans
l'expression générale de l'attraction, laquelle on vient de trouver à la fin de
cette Proposition, $2 c A \rightarrow + clssA + \$cB \rightarrow \pm c Z > + f ess 27$, elle se réduira
à + dans laquelle expression n'entrant pas, on voit que quelle que soit la
position du point M dans cette hypothèse de densité, l'attraction vers le
centre fera toujours la même. XXXIX. COROLLAIRE II I. ■
Supposant à présent que les ellipsoïdes des couches soient d'autant plus aplatis
qu'elles sont plus éloignées du centre, ou, ce qui revient au même, faisant $>$
 $= \rightarrow$, & supposant de plus que la densité qui est supposée donnée, U qui au
centre est $= m$, diminue continuellement & uniformément du centre à la
surface, c'est-à-dire, que $R = m e \rightarrow p r$, ou que plus la quantité p sera
grande, plus R ou la densité diminue; & faisant ensuite les substitutions
indiquées pour avoir A, B, D dans ces propositions, on a, $Rrrdr mer^* dr \rightarrow$
 $pr^* dr$, ... $7c \rightarrow A \rightarrow \rightarrow ' et r V''$ » dont l'intégrale $mer^* p r^* . ^{JTT- f''}$
donne pour la valeur de $\wedge$ en faisant ret, Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 13.27% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. i., On aura ensuite * «= B
 $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$, dont
 l'intégrale — $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ en faisant $r = r'$. Et enfin « 2 »
 « $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ » dont e* « 5 l'intégrale $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ donne $D = r \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ »
 * lorsque $r = r'$. Substituons maintenant ces valeurs de A > B, D dans
 l'expression générale $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$, ce nous
 aura i e el $\left(\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) - 4 \left(\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \right) \right) \frac{1}{r} \frac{1}{r'} \frac{1}{r} \frac{1}{r'}$ qui est la valeur de
 l'attraction du sphéroïde sur ilf dans l'hypothèse présente. Si on fait $s = 0$,
 cette quantité deviendra $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ & exprimera
 l'attraction du même sphéroïde au pôle. Si on fait cette quantité deviendra
 $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ ou » $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$
 $\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \frac{1}{r} \frac{1}{r'} \frac{1}{r} \frac{1}{r'}$ & c, l'exprimera l'attraction du même sphéroïde à l'équateur. La
 différence de ces deux attractions est $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$, & cette
 différence étant comparée à l'attraction au pôle , donnera pour le rapport
 $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ « négligeant les & puissances plus élevées, & cette fraction qui se
 réduit à , $\left(\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \right) \frac{1}{r} \frac{1}{r'} \frac{1}{r} \frac{1}{r'}$ exprime ce que $\frac{1}{2} \pi \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) + \frac{4}{3} \pi r^2 \frac{V}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$ —
 105/ » / r l'excès de l'attraction au pôle sur celle à l'équateur , est à l'attraction
 entière du sphéroïde.

The text on this page is estimated to be only 17.62% accurate

*4» PRINCIPES MATHÉMATIQUES XL PROPOSITION VIII.

PROBLEME III. v Trouver rattrasion fuivant la Itgm C S perpendiculaire J C? qu'exerce un sphéroïdt PME, composé d'une infinité de couches elliptiques K L k l , toutes de densités & d'elliptic 'ues différentes , sur un torpucule placé en M» rfect; Soient faites les lignes CM=z e. CNtsir. QM*=Bfc. Ellipticité de PM £»A celle de KL*= y. la densité de la couche quelconque Kh L l e= R. Soient de plus MX la, perpendiculaire à l'ellipfc PME rencontrant CE en V% & MT la perpendiculaire à l'ellipfe femblable à KNL de qui pafleroit par M, laquelle perpendiculaire rencontre la ligne CE en S. Il est démontré par l'Article 75. qu'on aura X CT pour l'attraction qu'exerceroit sur le corpucule M fuivant CT le sphéroïde KNL supposé homogène au lieu de cette attraction fuivant CT si j'imagine une force fuivant CS propre à donner la même direction, lorsqu'elle sera combinée avec la force fuivant C M que la force fuivant C T : il est clair que cette force fuivant CSt devra avoir pour expression $x \cdot cs$ Pour k^*c équivalente à la force fuivant TCt qui a pour expression $5' j X CT$. Il s'agit donc d'avoir la valeur de $CS \setminus$ ou la distance du point C, au point où la perpendiculaire à l'ellipfe femblable L KNL rencontre l'axe CEy mais par la propriété de l'ellipfe', cette ligne. CE l — C Px CS a pour valeur $QJtfx \wedge —$, c'est-à-dire , t ? « > ca négligeant les > * j multipliant donc par 1 j e > valeur de

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.86% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. **' CS , on aura - c > J
 Pour la force fusant CS, équivalente à l'attraction du sphéroïde KNL supposé
 homogène, fut M fuyant CT. En différenciant cette force, on aura $\frac{d}{dt} \frac{1}{r^2}$
 pour la force fuyant CS de l'orbe KNL, en supposant que cet orbe soit de la
 densité ρ . Mais en le supposant de la densité ρ , $\frac{d}{dt} \frac{1}{r^2}$ fera la force de
 l'orbe KNL, $\frac{d}{dt} \frac{1}{r^2}$ fera la force du sphéroïde KNL supposé hétérogène.
 Si on prend , comme on a fait plus haut , D pour ce que devient la quantité $\frac{1}{r^2}$
 — III} lorsque $r = e$, on aura D pour la force du sphéroïde proposé PME,
 sur le corpuscule M fuyant CJ. C.Q.F.R. X L I. PROPOSITION IX. LEMME
 IV. Supposant que le sphéroïde précédent PME tourne dans un temps tel que
 la force centrifuge qui en résulte soit infiniment petite par rapport à
 l'attraction totale du sphéroïde , on demande la direction M Z qui résulte des
 attractions qu'exerce sur M le sphéroïde PME, ces attractions étant
 combinées avec la force centrifuge produite par la rotation du même
 sphéroïde, Supposant que CM exprime la force de l'attraction du sphé- Fig.
 »v roïde fuyant CM , CH la force équivalente à l'attraction fuyant la
 perpendiculaire CX, 6c HZ la force centrifuge qui agiront en M , il est
 évident que M Z fera la direction demandée. Soit reprise maintenant
 l'expression $\frac{d}{dt} \frac{1}{r^2} = \frac{d}{dt} \frac{1}{r^2} = \frac{d}{dt} \frac{1}{r^2} = \frac{d}{dt} \frac{1}{r^2}$ qu'on a trouvée dans
 l'Article 36. pour Tonus IL tx Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.50% accurate

i+i PRINCIPES MATHÉMATIQUES l'expreflion de l'attraction
 fuivanc CM, ou prenant en cette occafion x c A pour exprimer la force de la
 gravité à l'équatcur, ce qui fe peut toujours en négligeant les infiniment
 petits du fécond ordre. Mais comme les forces centrifuges des corps qui
 tournent dans le même temps font comme les rayons, on aura CE, ou t à Q
 M , on q i (on a gardé les dénominations de l'Art. 36.) comme a c A f à x c
 A * q , qui fera l'expreflion de la force centrifuge en M, ou la force HZ.
 Mais la force Cff, c'eft-à-dire , la force fuivant cette direction équivalente à
 l'attraction fuivant CX, vient d'être trouvée dans l'Article précédent = D \
 donc xtAq* + - c* D 5 5 eft la force totale fuivant CH, provenant, tant de
 l'attraction que de la force centrifuge -, donc fi 00 prend CZ à CM. comme
 x*Aqf + JD à a c A , ou , ce qui revient au même , û mbkCzJ" ,A >J i D) , o»
 = (« mettant à h place de y, ~y qui lui eft égal par la propriété dcl'ellipfc,) M
 Zfera la direction & la quantité cherchée qui réiulte» ont de l'âtraction que
 de la force centrifuge. C, Q.F. T. X L I I. S C H O L J E. Si l'on imagine
 maintenant que le fphéroïde précédent ait fa furface couverte de fluide, &:
 qu'on veuille que ce fluide (bit en équilibre pendant la rotation donnée au
 fphéroïde, il eft clair «juc la direction de ta force qui fait pcfer les particules
 M, laquelle direction eft compoféc de tattraction & de la force cen*trifuge ,
 doit être 4a perpendiculaire même MV il ce fphéroïde ; <ionc il faut que ou
 lellipricité du fpbcro'idc pcepofé, foit Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.16% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. H, telle, que $CV = (\pm \frac{1}{2} \frac{dV}{dt}) Cr$, CcfU-dire, que cette valeur de t doit dépendre de la réblution de l'équation $\frac{1}{2} \frac{dV}{dt} = f Z + Af$, équation qui fera facile à résoudre aussi-tôt que l'on connoitra A & D & c'cuVà-difc, aussi-tôt qu'on aura fixe la loi suivant laquelle la densité & l'ellipucité varient du centre à la surface extérieure. S'il étoit resté dans cette équation la quantité QM , ou CM , ou toute autre quantité variable, il est évident que la valeur de $\frac{1}{2} \frac{dV}{dt}$ contiendrait des variables, ce qui feroit une absurdité, puisque l'ellipticité du sphéroïde proposé dont on cherche la figure convenable afin qu'il (bit en équilibre, doit être une quantité déterminée, & c'est cet évanouissement de la lettre q qui allure la justesse de l'hypothèse qu'on a prise, en regardant la figure PME comme une ellipse. X L 11 1 PROPOSITION X. PROBLEME y. Trouver la figure de la Terre supposée homogène. * « I • * • ■ • ê ' m La terre supposée entièrement fluide, ou bjeo solide, mais couverte d'une lame de fluide infiniment mince, est, pour l'équilibre, dans le cas qu'on a traité dans la première partie de cette Section. Pour déterminer sa figure dans cette hypothèse, il faut chercher ce qu'elle donne pour A & c pour D , on remplira la condition de l'homogénéité en faisant $R \ll p i$, ce qui donnera, en reprenant l'expression générale de A de § 7. de cette féconde partie de cette Section, en rri $r = \frac{1}{2} r^* t$ & alors feraat $rm^* tto$ aura $A = f \frac{1}{2} L = \frac{1}{2} r^* t$ (rri)

The text on this page is estimated to be only 26.37% accurate

*44 PRINCIPES MATHÉMATIQUES knfd(rt7), ou $r \gg i$ donc D
 $\wedge f R d^{\wedge} l l l$ est alors et% (car en faifant il faut faire $y = < T.$) Subftituant donc }
 e pour $J t$ te ef pour $Z >$ dans l'équation $x - r f < r = f^2 > +$ de l'Article
 précédent , cette équation deviendra } « $/ = f \ll ^ + \backslash$ e qui donne $/ = \pounds t$,
 $c * c f t - \grave{a} -$, dire, que dans le cas de l'homogénéité, l'ellipticité du sphéroïde
 doit être à la fraction qui exprime le rapport de la force centrifuge à la
 pefanteur fous l'équateur comme $/ \grave{a} 4 \gg$ ainfi $\wedge$ étant cette fraction pour la
 terre , on aura $\wedge = n W * * I U *$ donne environ pour l'excès du diamètre de
 l'équateur de la terre fur Taxe. C. Q. F. T. X L I V. S C H O L I E. M.
 Newton a trouve à peu près ce même rapport par la méthode qu'il a fuivi ;
 mais il eft à remarquer que dans cette méthode il fe contente de fuppofer
 que le méridien eft une ellipfe fans le prouver , te même fans aflurer qu'il en
 foit une $>$ il fe contente d'égaliser le poids de la colonne de fluide qu'il
 iiippofe dans l'axe de révolution , au poids de la colonne qui iroit du centre
 à l'équateur, fans donner rien qui alfure de l'équilibre des autres colonnes.
 X L V. PROPOSITION XL PROBLEME VI. Trouver la figure de Jupiter
 dans la même hypothefe de l'homogentué. Il n'eft queftion , pour y parvenir
 , que de connoître le rapport de la force centrifuge à la gravité, fur
 l'équateur de Jupiter. Pour connoître la première de ces deux forces, il faut
 connoître le rayon de l'équateur de Jupiter te le temps de fa rotation , te l'on
 connoîtra la féconde par le temps de la révolution Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.12% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *4J de l'un de Tes
 fatellites, & par la distance de ce fatellite à Jupiter. T exprimant le temps
 périodique du fatellitc qu'où choisit pour cette opération, t celui de la
 révolution de Jupiter autour de Ton axe, r le rayon de Jupiter, & R celui de
 l'orbite du fatellitc, on aura $\frac{J}{r^2} \sim \frac{1}{R^2}$ Pour $\frac{c}{R}$ Primcr $\diamond >$ ou le rapport de la
 force centrifuge à la gravité sur l'équateur de Jupiter. Mettant donc dans
 cette formule pour T, 140 j i', temps de la révolution du 4e fatellite de
 Jupiter, & pour r, 596', temps de la révolution de Jupiter autour de son axe ;
 l'unité pour R qui est le rayon de Jupiter, & 16, $\frac{1}{16}$ pour $\frac{1}{R}$ qui est le rayon
 de l'orbite du fatellite, on aura $\frac{1}{16} \sim 9$ em $\frac{1}{16}$, & par conséquent /; (ou
 l'opacité de Jupiter dans le cas de l'homogénéité) a 19 - 11. environ. C.
 Q. F. T, 9* * Pour démontrer cette formule, Toit pris fi pour exprimer on
 intervalle de temps infiniment petit, pendant lequel on cherche quelle feroit
 la chute du fatellite, & on aura T: cR :: ft : qui est la valeur du petit arc
 parcouru par le $\frac{1}{16}$ * e * R v fatellite dans le temps p. : le quarté de cet arc jri
 *tant dirifi par le M * $\frac{c}{R}$ rayon /i, cest-à-dire, — exprimera la flèche ou
 chute du fatellite vers Jupiter, laquelle me fuie la force de cette planète à la
 distance R > 6c par conséquent, — pour la force de la même planète à la
 distance r de son centre, cest-à-dire, à sa surface. Mais on trouverok la force
 centrifuge en dirifiant par k rayon r le carré * $\frac{1}{16}$ t ■ du petit arc que décrit
 chaque partie de Jupiter dans le temps ft, ce qui donnerait pour cette force
 centrifuge : —, diviunt donc • — — t-- pat

The text on this page is estimated to be only 14.72% accurate

i*1 PRINCIPES MATHÉMATIQUES XLVI, PROPOSITION XII.
 PROBLÈME VII. Troii+êt la figure d'une plantu qu'on fupppfe compofie de
 coucha elliptiques , dont les ellipticitès augmenteraient du centre 4 la
 furftee proportionnellement a la dijlançe au centre , o* dont les dtnfitis
 dicrô croient du centre à la circonférence proportiohnilttmtfii à la mimt
 difiance. Dans cette ltypothcfc , qui cft la même que celle qui a été traitée
 Article jp. on aura, en prenant toujours me — pr pour exprimer la denfité R
 , & ~ pour l'ellipticité > , J « (f m — |/)»e«>Z>=s(m — .f p)fee: fubttituant
 ces valeurs dans l'équation { 2) + ^f = i^<f, ou i-D+j^ipzsio^Jl trouvée
 (Article 41.) on aura ~ me */— ~ = 2 me */ — pe*1+ 1 me'ç — ou^^-i^ain^ (
 | m — lp) f , d'o^ i on tire * «a » C J w f *) , ou * =c ^Kixm ~>.l*6p^
 CKPrimcrît l'ellipticité cherchée du fphéroïde propofé auffi-tôt qu'on fixera
 le rapport de m kp, ce qui dépend de la différence totale de denfité qu'on
 fuppofe entre la fuperficie ck le centre. Si on veut, par exemple, que la
 denfité foit double au centre de ce qu'elle <ctt à la iùrface , «a aura p «*= 4
 m , ic dans ce cas ' *** * (^ù > <lui devient *7y Uf> = — — environ , dans
 le cas où le fphéroïde cft la terre. Si on veut enfuite que la denfité à la
 fûrfaec les \$ de cette au centre , on aura alors/» = ± m , & par conféquent t
 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.87% accurate

DE LA PHILOSOPHU NATURSJUE. x47 ou f (Jg) & qui devient $\frac{1}{2} \pi r^2$, - $\frac{1}{2} \pi r^2$ environ dans le cas où le sphéroïde est la terre. Si on farfoit /»» o, il est clair qu'on rencontreroit dans le cas de l'homogénéité; auû la formule $T = \frac{1}{2} \pi r^2 \sqrt{\frac{4}{3} \pi \rho}$ devien6 » XII a /» 66/// droit en ce cas a $(I^{\wedge})$, c* cft-àdire, i *, aïofi qu'on l'a trouvé pour ce cas (Article 4)) C.Q.F.T. X L V 1 I. PROPOSITION XIII. PROB'LÉM E VIII. Trouvtr U figure d'une pUnttt compofit d'uni mtjfe fluide qui environne un noyau folide dt figure elliptique, dont la dtmfiti & l'ellipticité font données. Ce cas ne pacok pas d'abord Xc réduire à la Pr op. précédente , dans laquelle la denfité & l'ellipticité varioient du centre à la fur fa ce ; au lieu que dans le cas prêtent, depuis le centre jufqu'à une diltance finie, il n'y a point de variation dans la deolité ni dans l'ellipticité , & depuis la fupcrficië extérieure du noyau juP» qu'à la for face il n'y a encore aucune variation dans la deiiûté de la mafle fluide environnante , ni dans Ton ellipticité. Que CA repré fente le demi axe du noyau , CH^aA G i -f-/* r%. »i. i*â deofité, C B — e le demi axe du sphéroïde, A F — B E — \ la deniiré de l'orbe environnante, la ligne H G EF est alors l'échelle des denfités, qui étoit dans le Proû général, la courbe dont les ordonnées autoient àé JL pendant que ks ab&jffcs étoient r. Pour trouver dans ce cas ci ce que devient la quantité $\frac{1}{2} \pi r^2 \sqrt{\frac{4}{3} \pi \rho}$ z=A y il Étudra calculer cette quantité dans la fuppoftion de R s i & r = e , & en retrancher ce que la même quantité deDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.71% accurate

a4S PRINCIPES MATHEMATIQUES vient lorsque $r = a$, la quantité qui viendra par cette soustraction fera la partie de $J - i - r$ qui répond à l'orbe fluide environnant, & sa valeur sera $f e - \frac{1}{2} a$, car $\frac{1}{2} R r d r$ $\frac{1}{2} z a s$ $\frac{1}{2}$ supposition de $R = z i$ est $\frac{1}{2}$ qui devient lorsque $r = *$, & $y =$ lorsque r sa a . Il faudra ensuite calculer en faisant $* = i / \bullet =$ «, cette quantité fera alors la partie de qui convient au noyau, & sa valeur sera $\frac{1}{2} (i - \frac{1}{2} a)$; ajoutant alors ces deux parties de $f * - \frac{1}{2} a$, on aura pour cette quantité, c'est-à-dire pour $c - J - i l + f L (I + \frac{1}{2} a) = x r + i f i j f$. Pour trouver de même la quantité D , ou $f i f ! f \hat{U}$ qui répond aux deux parties dont on suppose la planète composée, on fera d'abord $R = i$, & $c = \frac{1}{2} a$, ce qui donnera $J S d L L^{\frac{1}{2}} i r'$ « $f = 7 r$ $< l u i$ devient $c < T$ lorsque $r = r$. » » • On retranchera de cette même quantité ce que $J R J C r^{\frac{1}{2}} >$ devient lorsque $R = i$ comme auparavant, & que y au lieu d'être $\frac{1}{2} c f t$ $F e H i p t i c i t \acute{e}$ du noyau suppose $=$ « pendant que $r = a$, ce qui donnera alors $/ R S i r' > \frac{1}{2} i l ?$, retranchant cette dernière quantité de la première $>$ on aura $a \# - \sim$ pour partie $i ?$ qui répond à l'orbe environnant » Supposant Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.25% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 149 Supposant confus
dans $f(R(r \gg y))$, $R = 1 + /, > = \ll$, & $r = a$, on aura $^{\wedge} (1 + f)$ pour la partie D
qui répond au noyau. Ajoutant ces deux parties de D, on aura pour sa valeur
totale $+ "'(' + /) - . * + f$ Ubfinunt enfin les valeurs de «rf & de D dans
l'équation $> | Z > + ^ ? = 1$ ou $1 2 ? + j ^ \text{çea } 10 ^ \ll T$, il viendra $10 ffe + \text{---} \gg \ll$
 $^ 6 a 1 f^* . \_ lll / l = , (i < + i ^), d - o U l - on \ll ire ^ = ' * \text{ formule que celle } ^ uc M.$
Clairauti donné Art. ji. de la féconde Partie de la Théorie de la figure de la
Terre * puisqu'elle n'en diffère qu'en ce que, dans la formule de M.
Clairaut, la quantité e répond à l'unité. M. Clairaut a tiré ce cas d'un
Problème qui diffère de celui que j'ai viens de traiter, c'est ce que, outre qu'il a
supposé (fig. de la Terre, p. no.) que ses couches varioient du centre
jusqu'à une surface extérieure B F j il a supposé encore un orbe fini de
densité homogène, ce que j'ai pas fait dans la Prop. précédente x dans
laquelle la planète ou le sphéroïde est supposé composé d'une infinité- de
couches, toutes infiniment voisines, .. ***** $\_ , . r \sim 1 - * \blacksquare + / \sim ^$ il
vi i r.' C O R O L L A I R E „L Par cette formule on trouvera l'ellipticité du
sphéroïde aussitôt qu'on aura donné des valeurs à & réciproquement, si / est
donné par observation, on tirera ce que doit être la densité ou l'ellipticité, ou
le rayon. 4u qpf au, pour que la planète Tom* // . s s

The text on this page is estimated to be only 16.59% accurate

§o PRINCIPES MATHÉMATIQUES soit en équilibre $\wedge$ car deux des trois quantités $\ll, \ll, / *$, étant données, la troisième se déterminera par le secours de l'équation précédente, qui donne la valeur de $\wedge$, pourvu que l'on observe que $\ll$ soit toujours une quantité de l'ordre de f , c'est-à-dire, une quantité très-petite, que a soit plus petit que $*$, que $/$ n'ait jamais de valeur négative plus grande que l'unité, parce qu'alors le noyau ferait d'une densité négative, ce qui ferait absurde. ■ X L I X. COROLLAIRE II Si, par exemple, on vouloit que la planète fut plus aplatie que dans le cas de l'homogénéité, & que le noyau fut d'une ellipticité égale à celle de la planète, on aurait en ce cas $\ll = \frac{f}{p} (1 + \wedge)$, (p étant un nombre positif) puisque $\wedge = \frac{1}{p}$ dans le cas de l'homogénéité : (Article 4 j.) or l'équation précédente $6 a^* f^*, 5 a f v - 77 - + 1 \ll \bullet + - ' \blacksquare \blacksquare ' > . a t a^* 1 \gg - \wedge$ deviendrait dans cette supposition $4' + \text{tion } i \blacklozenge (< + /) = - * \text{ tfoû Ton } \ll \text{ire } / = - 77 T 7 \bullet \gg \gg i 1 \dots$, qui est nécessairement une $*$ $\{ a f i \backslash, 5^* ' J\_i !$ valeur négative, puisque $a, \sim < \sim$, ce qui rend le dénominateur positif ; ainsi en suivant cette hypothèse, le noyau Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 15.53% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *Si de la planète doit être moins dense que la matière qui l'environne. COROLLAIRE UL Si on veut que la planète soit un orbe d'épaisseur finie dont le milieu soit entièrement vuide, il faut alors que $\rho = \frac{1}{a}$ si on aura alors l'équation $\frac{1}{a} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}$ qui étant résolue donnera la valeur de a , nécessaire pour l'équilibre de la planète, c'est-à-dire, la valeur du rayon de Tenace vuide qui se trouvera dans cette hypothèse, lequel rayon est l'inconnue. U est évident que des différentes racines que contiendra l'équation qu'on vient de trouver & qui résoudroient le Problème, on ne prendra que les positives. LI. . \ ! COROLLAIRE IV. On expliqueroit ains, par le même calcul, comment une planète pourroit être allongée sans que l'équilibre du fluide qui la couvre en fut troublé -, car si le noyau est lui-même allongé, c'est-à-dire, si ρ est négatif & plus grand que $\frac{1}{a}$ (a $\frac{1}{a} - V_i$) $\frac{1}{a}$ Ifcrz négatif, car la valeur générale de ρ étant dans le cas de « négatif. $\rho = \frac{1}{a} - V_i$ $\frac{1}{a}$ * a ident ** Cette valeur de ρ fera négative si le terme C a $\frac{1}{a}$ est plus grand que le* termes $\frac{1}{a} + j - \frac{1}{a}$ $\frac{1}{a}$ c'est-à-dire, si $\rho > \frac{1}{a}$, $\rho : k, j, t \dots, ' \}$.. l'î i li'.i - > • ■■ '—**»♦»- ' • "-''i ssij

The text on this page is estimated to be only 16.66% accurate

i\$^t PRINCIPES MATHÉMATIQUES COROLLAIRE V. Si en
(supposant toujours que le sphéroïde soit plus aplati que dans le cas de
l'homogénéité, on veut que la densité du noyau soit plus grande que celle de
la partie fluide, ou fluide & solide qui l'entoure, (pourvu que les parties
fluides & solides de cet orbe soient d'une même densité,) il faudra en ce cas
que l'ellip-. Si la densité du noyau soit plus grande que —, & à plus forte
raison plus grande que $\frac{1}{2}$; car si on substitue dans la valeur de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ e
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$ f e $\frac{1}{2}$ 9 $\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{2}$ + f $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ * = ' .J. + , o * J. > po « r », (— r —) tt, ce « t c valc « r de
deviendra / « ' (' + ^ + ' l' / + qui donne / e = 1 $\frac{1}{2}$ 4 — 4 — — of comme si
est l'ellipri ^ ♦ h' + u > / * r cité dans le cas de l'homogénéité, (Art. 45.) on voit,
que si l'on veut, que le sphéroïde qui a un noyau plus dense que le reste,
c'est-à-dire, dans lequel / est positif, soit plus aplati que le sphéroïde
homogène; il faut que V soit positif, c'est-à-dire, que « qui est l'ellipticité du
noyau & qu'on a, fait —, v > a J —, soit plus grand que —, Se à plus forte
raison plus grand que ? C. Q.F.D. L I I I, ! ^ * » * * * mm Km « S C H O
LIE. On voit- par ce calcul qu'il ne suffit pas pour expliquer comment la
terre peut avoir ses axes dans un rapport plus grand que celui de xjo à 13 1,
de supposer, comme a fait M. Newton, plus de densité au centre qu'à la
surface s on voit au contraire Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 29.45% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 25s que fi la terre avoit un noyau ou sphérique, ou d'une même courbure qu'elle , ou plus applari , pourvu que cet applatiffement ne fût pas tel que « $\frac{1}{2}$ — , les deux axes de la terre AA feraient embr'cux dans une moindre raifon que 250 à 131 ; on verra dans peu ce qui avoit engagé M. Newton à croire qu'un plus grand applatiffement que celui de 2)0 à iji fe trouvoit par une plus grande denfité au centre. On voit en même temps que M. Newton qui avoit à expliquer pourquoi l'applatiffement de Jupiter, donné par les observations, étoit plus petit que celui qui réfultoit de Ton calcul fait dans l'hypothèse de l'homogénéité , n'auroit pas dû prendre une hypothèse aufli dure que celle qu'il a prife en fuppofant l'équateur de cette planète plus denfe que le refte j il n'avoit qu'à fuppofier plus de denfité au centre qu'à la fuperficie , ôr alors il aurait eu le dénouement de fa difficulté, (ans être obligé de faire une fuppofition , qui , fi elle avoit lieu pour Jupiter , devrait être bien plus fenfible dans la terre ; car fi , comme il le prétend , les parties de l'équateur de Jupiter étant plus expofées au Soleil doivent s'être referrées , pourquoi n'en ferait-il pas arrivé de même à la terre. Au relie ce que nous venons de dire pour un cas fur la diminution d'applatiffement des sphéroïdes qu'apporte le plus de denfité des parties voifines du centre , fe peut traiter plus généralement comme on va le voir dans l'Article fuivant.

The text on this page is estimated to be only 19.90% accurate

»54 PRINCIPES MATHÉMATIQUES L I V. PROPOSITION

XIV. THÉORÈME L Si la densité diminue continuellement du centre à la surface du sphéroïde, il fera moins aplati que lorsqu'on le suppose homogène » pourvu que les ellipticités ne diminuent pas aussi du centre à la surface, ou que si elles diminuent, ce ne soit pas dans une plus grande raison que le carré des diamètres — ferait la valeur de $\frac{1}{2}T$ si on voulait que l'ellipticité diminuerait du centre à la surface dans la même raison que les carrés des distances augmentent \ donc en supposant que « soit une quantité positive, il faudra, en substituant $(\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}T)$ pour $\frac{1}{2}T$, faire voir que $\frac{1}{2}P$ doit être nécessairement plus petit que $\frac{1}{2}T$, la valeur de y étant substituée dans $\frac{1}{2}R d(r^2 y)$ changera cette quantité en $\frac{1}{2}T J e 1 R r r d r$ — si $R d(r^2 u)$, ou $\frac{1}{2}f e r - S R r^0 u + \frac{1}{2}J r^u d R$, &c donnera par conséquent $D = r \}$ $\frac{1}{2}A m - \frac{1}{2}T G$, en prenant G pour ce que devient .. lorsqu'on fait $r = \infty$; mettant donc cette valeur de D dans l'équation générale 10 $S A 1 D = j A p$ qu'on a trouvée ci-dessus (Art. 4i.) on en tirera $\frac{1}{2}G$ qui sera nécessairement plus petit que $\frac{1}{2}P$, pourvu que G soit positif, ce qui ne faurait manquer d'être, puisque les deux termes que contient la quantité $R r^0 u - \frac{1}{2}J r^u d R$ ou son tiers q sont tous les deux positifs > le premier $R u r$ \ l'est certainement puisqu'il est affecté

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.30% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. it, du signe + , & le fécond l'est auûi quoiqu'il foit affcâé du figure — , parce que R décroissant lorfque r augmente t d R est négatif. C.Q.F.D. L V. PROPOSITION XV. PROBLEME IX. « Un sphéroïde composé de couches de différentes densités & de différentes ellipticités , étant supposé tourner le temps convenable pour V équilibre du sphéroïde , trouver la loi que juit la pesanteur , c'est-à-dire , l'attraction totale dont on a retranché l'effet de la Force centrifuge depuis le pôle jusqu'à l'équateur. On a vu dans l'Article 41. que p représentant le rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur , * c A p exprimera la force centrifuge à l'équateur, & icA p x la force centrifuge en un lieu quelconque A/, puifque les forces centrifuges font comme les rayons , lorfque les corps tournent dans le même temps. Décomposant ensuite la force centrifuge qui agit en M fuivant la direction Q M , afin d'avoir la partie de cette force qui agit dans le sens du rayon CM, on aura icAp x c^x CM qu'on peut prendre , fans erreur fenfible , pour xCAp x ^rL 9 Ou » c A P S S , en nommant S le finus de PCM \ retranchant donc cette force icApSS de xCA — 4c S S î A + \$ c B ~± c D 4. \cSS D qui exprime (Article \$6.) l'attraction du sphéroïde dans la direction CM , on aura icA + fc B — %cD + (\cD — 4, Se A — 1 cp A) S S pour exprimer la force de la pesanteur en un lieu quelconque. C. Q. F. T. On a supposé dans ce Problème que la direction de la pesanteur étoit celle du rayon CM, & c'est ce qui n'est pas exaâement vrai j mais ce qui peut être supposé fans erreur fenfible

The text on this page is estimated to be only 20.60% accurate

15* PRINCIPES MATHÉMATIQUES dans cette occasion , parce
 qu'une force décomposée suivait une direction qui diffère infiniment peu de
 celle du rayon , donne , par cette décomposition , une force qui n'en diffère
 que d'un infiniment petit du second ordre. Si on retranche l'expression
 précédente de celle qui exprime la pesanteur ou l'attraction au pôle, laquelle
 est $zc^2 + f - f$ conviendra pour la différence $(tcAt + tcAt - l cD)$ SS, ce qui
 apprend que la diminution de la pesanteur depuis le pôle jusqu'à l'équateur,
 est proportionnelle au carré du cosinus de la latitude -, car on peut prendre,
 sans erreur sensible, l'angle PCM pour le complément de la latitude , lorsque
 le sphéroïde diffère très-peu d'une sphère. L V I. PROPOSITION XVI.
 THÉORÈME II. E étant ellipticité qu'auroit une planète supposée en
 équilibre si tout était homogène , P la pesanteur des corps au pôle de cet
 planète , n la pesanteur à l'équateur , f ellipticité de la même planète dans
 la supposition qu'elle soit composée comme le sphéroïde de l'Art, xx. d'une
 infinité de couches de densités & d'ellipticités différentes ; je dis P — n
 qu'on aura toujours — — $t = a * E$ — «T , quel que soit l'arrangement & la
 forme des couches dont elle est composée. Faisant S « i dans la quantité
 précédente $(tcAt^2 - \frac{1}{2} c U + 4 c A < H S S$, on aura $i c A \frac{1}{2} - \frac{1}{2} c D + 4 c$
 $A < T$ pour exprimer P — n , ou l'excès de la pesanteur au pôle sur celle à
 l'équateur ; divisant donc cette quantité par c'est-à-dire , par zcA , qui suffit
 dans cette occasion pour exprimer la pesanteur à l'équateur , on aura $+ e - |$
 $\wedge = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ mais on a vu dans l'Article 41. qu'afin que le sphéroïde pût
 subsister en équilibre, il falloit que $10 IA - 1 D = j A 9$ -> donc au lieu de
 3. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 16.48% accurate

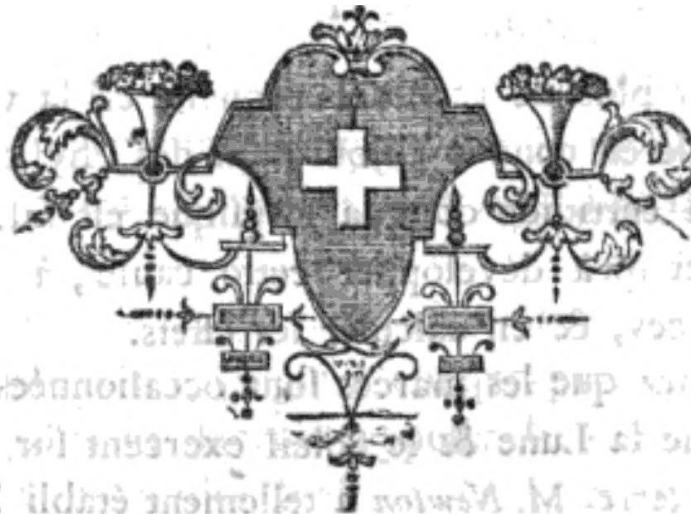
DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. is7 2-5 on peut mettre 3 f
 — | « , ce qui changera la quantité $1(T + \zeta - . 1J? \text{ enxf} - >fi$ mais cft la
 valeur de l'ellipticité 5 P n qu'auroit le sphéroïde s'il étoit homogène ; donc q
 ■■ = n — /. C. Q./*i>. L V I I S C H O I I E. 11 fuit de ce calcul , qu'en
 fuppofant la terre homogène & r eoinpoféc comme les sphéroïdes précédens
 , fi fou applatiflement fe trouve plus grand que ainfi que les observations
 faites au nord & au fud l'ont donné , la diminution totale de la pefanteur
 depuis le pôle jufqu'à Equateur , doit être autant audeffus de la fraction que
 cette même frijétiop eft furpaûéc par celle qui exprime l'applatiflement
 trouvé par les obfervations. Ainfi en fuppolant , comme il le paroît par les
 obfervations que je viens de citer , que l'ellipticité de la terre Toit la — , le '
 z .174 raccourciffement du pendule du pôle a- l'équateur devrait être de — î
 — — — — a — ^ — s= — ^ — environ , ce- qui fe trouve tres174 ijo
 40020 714 ^ différent de ce que les obfervations ont appris , puifqu'on voit
 par ces obfervations que ce même. raccourciffement furpaffe lafraction au-
 lieu d'être plus petit,. Cette conclu fion eft bien contraire à celle de M.
 Newton x qui », en trouvant que les obfervations faites fur le pendule
 donnoient fon raccourciffement du pôle à l'équateur plus grand que — „
 vouloir que la terre Rk a* même temps plus- applatie que cette Tûmt JJ.

The text on this page is estimated to be only 25.46% accurate

xj* PRINCIPES MATHÉMATIQUES même fraction ; mais ce (èntiment de M. Newton étoit fondé fut ce qu'il penfoit que dans tout sphéroïde en équilibre , la pefantcur doit être toujours en raifon renverfée de la diftance au centre, proportion qui n'eft vraie que lorfque le sphéroïde eft homogène j on a peu voir pag. 222. du Livre de M. Clairaut , les paffages de M. Newton qui prouvent qu'il s'étoit fondé fur cette fuppofition , fans en avoir vû la vérité que pour le cas de l'homogénéité. La conclufion à laquelle conduit le calcul ci-deffus , rend la théorie précédente allez difficile à concilier avec les obfervations qui concernent la figure de la terre ; car l'hypothefe dans laquelle on regarde la terre fuppofée hétérogène comme compofée de couches orbiculaires eft bien vraifemblable, & il feroit bien dur d'avoir recours à l'expédient de fuppofer l'équateur plus denfé que le refte, & à fuppofer les différents rayons qui vont de la furface au centre de différentes denfités , ce qui d'ailleurs pourroit bien ne pas conduire encore à trouver le rapport déliré entre l'applatisfement de la terre , Se le raccourciffement du pendule du pôle à l'équateur. Dans Ici calculs qu'a employé M. Clairaut , il a fuppofé à la vérité la forme elliptique aux couches extérieures, & l'on pourroit craindre que des couches d'une autre forme que l'ellipfe , ne donnent quelque changement dans le réfultat : c'eft donc une raifon pour ceux qui voudront concilier la théorie de l'attraction avec les obfervations de la figure de la terre dans le fyftème de M. Newton , fans joindre aucune autre force à celle de l'attraction \ la recherche eft digne des plus grands Géomètres par la difficulté, mais on a tout lieu de craindre qu'elle ne conduife à aucun réfultat plus propre à concilier les obfervations avec cette théorie, fi on ne veut pas donner aux couches qui compofent la terre un arrangement qui paroît trop controuvé. L'hypothefe des couches elliptiques a une grande raifon pour eux préférée aux autres , c'eft que ces courbes font celles qui Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.69% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. ij9 conviennent à toutes les couches^ en fuppofant qu'elles ayent été originairement fluides * **eft ce* gne M. Chiraut a fait voir dans le quatrième Chapitre de la Théorie de la figure de la terre. Je n'entreprends point ici d'éclaircir ce Chapitre , parce qu'il dépend des mêmes principes que ceux dont j'ai parlé précédemment , & que les per fonnes qui auront eu tous les leçons que je leur ai donné par les détails dans lefquels je, fuis entrée, entendront facilement ce Chapitre dans l'ouvrage même.



The text on this page is estimated to be only 26.19% accurate

x6o "PRINCIPES MATHÉMATIQUES SECTION VDES

MAREES. i. IL ne s'agit plus de rechercher quelle est la vraie cause des marées ; elle est connue aujourd'hui des Physiciens-Géomètres avec toute la certitude dont la Physique est susceptible : il ne reste à présent qu'à développer cette cause , à en tirer toutes les confluences , & en calculer les effets. On sçait assez que les marées sont occasionnées par l'inégalité de l'action que la Lune & le Soleil exercent sur les parties qui composent la terre. M. Newton a tellement établi le mécanisme de cette cause , qu'il n'est plus permis d'en douter. Il faut cependant avouer que ce grand homme ne s'est pas donné la peine d'entrer là- dedans dans le détail que l'importance de la matière exigeoit. L'Académie des Sciences a si bien senti à cet égard l'intérêt du Public, qu'elle n'a pas hésité de proposer la question des marées pour le Prix de 1740. prévoyant bien que cela encourageroit les savans à mettre le systême de M. Newton dans tout son jour , & à le perfectionner autant que l'incertitude de quelques circonstances requises pourroient le permettre. On peut dire que jamais son attente n'a été mieux remplie que cette fois-là : Les soins de l'Académie , & (es heureux auspices , nous ont procuré

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.82% accurate

LA PHILOSOPHIE NATURELLE. tôt crois belles Pièces fort étendues , toutes fondées fur les principes de M. Newton : elles font de Meilleurs Daniel Bernoulli , MacLaurin & Eultr. Je me fuis for tout attachée à lire celle de M. Bernoulli, dons laquelle il m'a para trouver plus d'ordre, de netteté & de précifion j & j'efpère que le Leéteur me fera gré , fi pour Commentaire de notre Auteur fur cette matière , je lui donne un abrégé du Traité de M. Bernoulli : ce que je ne pourrai cependant faire , fans omettre plufieurs propofitions effentielles, ni Guis changer les démooftrations de celles que j'alléguerai. IL il eft bon de n'examiner d'abord que l'aûion d'un fcul lumineux, & de commencer par celle du Soleil, parce que nous en connoiffons la quantité de matière relativement à celle de la terre. On remarquera d'abord que le Soleil attire la terre , ôc que cette force eft contre-balancée pour la totalité par la force centrifuge qui répond au mouvement annuel de la terre , lequel mouvement nous confidérerons comme parfaitement uniforme , & circulaire autour du Soleil : mais ce qui eft vrai pour la totalité , ne peut pas être appliqué à chaque particule de la terre , c'eft-à-dire , qu'on ne fauroit fuppofer la force centrifuge de chacune de ces particules égale à la force avec laquelle la même particule eft attirée vers le Soleil , puifque la force centrifuge eft la même pour chacune d'elles, pendant que les particules de la terre qui font plus proches du Soleil, en font attirées plus fortement que celles qui en font plus éloignées. Ainfi fi la diftance de la terre au Soleil eft égale à nooo demi-diamètres terrestres , & fi les forces attractives fui vent la raifon réciproque des quarrés des diftances, les forces attraétives pour le point de la terre qui eft le plus proche du Soleil , pour le centre de là terre & pour le point de la terre qui eft le plus éloigné du Soleil, ces trois forces, dis- je, feront à peu près comme noot, 1 1000 & 1099? , pendant que la force centrifuge de la terre fera

The text on this page is estimated to be only 27.77% accurate

1*1 PRINCIPES MATHÉMATIQUES pour chaque point de la terre comme 1 1000 ; si nous retranchons en fait pour chacun de ces trois points la force centrifuge de la force attractive , il nous restera i , o & $-i$, ce qui marque que les deux extrémités du diamètre de la terre qui est dirigé vers le Soleil , souffrent des forces égales en sens contraire, qui tendent à y éloigner les particules depuis le centre de la terre , ou bien à les élever. Si dans le même diamètre nous prenons au dedans de la terre deux points également éloignés du centre, ces deux points souffriront encore une pareille force égale de part & d'autre , qui tend à éloigner les particules de ce centre ; mais cette force diminuera en même raison que la distance au centre de la terre. J'appellerai ce diamètre terrestre , dont la direction passe par le centre du Soleil , l'axe Solaire de la terre ; si nous considérons à présent l'équateur qui répond à cet axe , nous voyons que chaque point pris dans le plan de cet équateur , peut être aussi également éloigné du centre du Soleil , & qu'ainsi aucun point de ce plan , ne se ressentira de l'inégalité entre la force centrifuge & la force attractive , & ne perdra rien de sa pesanteur naturelle vers le centre de la terre. Si Ton conçoit donc deux canaux , l'un tout le long du demi axe solaire , & l'autre tout le long du rayon de son équateur, qui communiquent ensemble au centre de la terre & qui soient remplis d'un fluide , il sera élevé dans le premier canal & descendra dans l'autre , & la chose sera ainsi pour l'un & l'autre demi axe solaire. C'est ici la première source du flux & reflux de la mer. On remarquera en second lieu, que dans le canal de l'un des demi axes solaires, chaque partie du fluide est attirée directement vers le Soleil suivant la direction du canal, au lieu que dans l'autre canal cette force agit avec une petite obliquité ; il faut donc décomposer cette force en deux autres, l'une perpendiculaire

The text on this page is estimated to be only 27.87% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. xtfj diculaire au canal ,6c l'autre parallèle > la première peut encore être cenfee parfaitement détruite par la force centrifuge , parce que la différence de cette force à la force entière , ne fait qu'une cfpécc d'infiniment petit du fécond ordre ; mais la féconde force tire chaque particule dans ce canal directement vers le centre de la terre , 6c fe joint à l'action de la pefanteur naturelle ; cette petite force n'exifte point dans le canal du demi axe folaire , 6c ainfi le fluide defeendra encore par cette raifon dans le canal de l'equateur folaire , 6c élèvera celui de l'autre. Ccft-la la féconde fource du flux 6c reflux de la mer. IV. Les deux caufes que nous venons d'expofer ne fauroient manquer d'élever les eaux vers les deux pôles de l'axe folaire , 6c de les déprimer dans chaque point de l'equateur folaire , quelques hypothèfes qu'on veuille faire par rapport aux autres circonftances qui nous reftent à confidérer , Se on voit que la figure de la terre , que la feule pefanteur naturelle lui fait prendre , cft un peu changée par l'action du Soleil, 6c qu'elle en cft allongée de manière que fon axe folaire en devienne plus long , 6c le diamètre de l'équateur (blaire plus court. Ce petit changement de la figure de la terre caufe aufE-tôt une petite variation dans la pefanteur naturelle , tant en direction qu'en force , 6c nous démontrerons cj-defibus que cette variation confpire avec les deux premières caufes immédiates à faire le même effet , 6c cela dans une proportion ni aflez, grande pour négliger les deux premières caufes , ni aflez petite pour la négliger elle-même. Voilà la troifième fource des marées la plus fâcheufe pour le calcul , & dont l'effet dépend de pluiieurs hypothèfes & circonftaaccs , qu'on ne pourra peut être jamais déterminer au jufte. V. La terre ainG allongée conferveroit la figure fans qu'il y eut

The text on this page is estimated to be only 22.22% accurate

4 PRINCIPES MATHÉMATIQUES aucun flux & reflux, si elle n'avoit point de mouvement journalier : c'est donc la rotation de la terre autour de son axe, conjointement avec son allongement qui produisent alternativement un babillement & élévation des eaux de la mer. Si l'axe de rotation étoit le même que l'axe solaire, l'eau n'y aurait aucun mouvement dans les eaux de la mer, parce que chaque point conserveroit constamment une même distance depuis les pôles solaires, pendant que la terre feroit sa révolution ; mais comme ces deux axes font un angle, il est facile de voir que chaque point de la surface de la terre s'approche & s'éloigne alternativement des pôles solaires, & cela deux fois pendant une révolution, &c que les eaux s'élèveront dans ce point jusqu'à ce qu'il en soit le plus proche, & qu'en suite elles s'abaissent jusqu'à ce qu'il en soit le plus loin : l'intervalle entre deux marées est de 12 heures solaires, en tant que les marées sont produites par l'action du soleil. VI*. Ce que nous venons de dire par rapport au Soleil doit être appliqué dans toute son étendue à la Lune, & tous les phénomènes des marées nous font voir évidemment que l'effet de cet astre est considérablement plus grand que celui du Soleil : on connoît avec une précision suffisante le rapport entre les masses de la Lune & du Soleil, il seroit facile d'en déterminer le rapport entre leurs effets ; mais ce rapport entre les masses est assez incertain, & ne fauroit être déterminé que par le moyen de quelques observations sur les marées, ou bien de quelques irrégularités du mouvement de la Lune, ou par quelques autres moyens (semblables : Cependant on ne sera pas surpris que l'action de la Lune surpasse considérablement celle du Soleil, malgré la masse énorme de celui-ci, quand on considérera la grande proximité qu'il y a entre la Lune & la terre, & que les effets des deux luminaires sont en raison réciproque cubique des distances. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 23.51% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. x61 Jiftaoces à la terre ,
& en raifon fimple de leurs mafles , comme nous verrons ci-deffbus. A
l'égard de cette caufe l'intervale entre deux marées fera de ix heures
lunaires., ou d'environ ta* zj/ folaires. V I L En combinant les deux actions
du Soleil & de la Lune fur les eaux de la mer , nous voyons qu'il y a à
proprement parler continuellement deux efpeces de marées , qu'on pourra
appellera maries folaires cV maries lunaires , 8c qui peuvent fe former
indépendemment les unes des autres ; ces deux fortes de marées pa~ roiffent
en fe confondant n'en faire qu'une feule efpece , mais qui devient fujette à
de grandes variations. Je dis que ces marées confidérées comme fimples ,
auront toujours les apparences d'être extrêmement variables } car dans ces
fyxigies les eaux (ont élevées &c baillées en* même temps par l'un & l'autre
luminaire , & dans ces quadratures les eaux font élevées par le Soleil , là où
elles fe baillent à l'égard de la Lune , & réciproquement elles fe baiffent à
l'égard du Soleil au même moment qu'elles s'élèvent à l'égard de la Lune }
de forte que par ces effets, tantôt confpirans , tantôt oppofés , il réfulte des
variations très-fenfibiles , tant par rapport à l'heure de ces marées que par
rapport à leur hauteur. Toutes ces variations , que la combinaifon des deux
efpeces de marées indique pour toutes les différentes circonftances ,
répondent parfaitement* aux obfervations qu'on a faites fur cette matière ,
de forte que la théorie en eft entièrement confirmée , ou plutôt démontrée.
Voilà" l'explication phyfique de la vraie caufe des marées i c'eft à la
Géométrie à la mettre dans un plus grand jour i La matière eft extrêmement
riche , & je palferois les bornes d'un Commentaire,, fi je voulois la traiter
dans toute (on étendue i je me contenterai &c en expofer les principes les plus
confidérables. v i i r. U me paroît fur tout néceffaire de faire voir que fi^ caufe
des Tome II. u u.

§6 PRINCIPES MATHÉMATIQUES marées telle que nous
 l'avons exposée , n'a rien de disproportionné aux effets que nous prétendons
 en déduire ; on pourroit apparemment aller plus loin, ôc démontrer
 géométriquement une entière égalité entre les effets & leurs causes, sans les
 grandes irrégularités des terres & de l'Océan, & si on connoitroit en même
 temps toutes les circonstances par rapport à l'intérieur de la terre que
 demande une détermination précise. Il s'agit donc de rechercher de
 combien les eaux de la mer sont élevées près des pôles de l'axe solaire de la
 terre par l'action du Soleil , c'est-là le Problème fondamental : mais cette
 question dépend de plusieurs cir- . constances , à la connoissance desquelles
 il n'y a aucune apparence de pouvoir jamais parvenir. Il faudroit connoître
 toutes les variations des densités de la matière de la terre depuis la surface
 jusqu'au centre. Il faudroit ensuite sçavoir, en supposant les densités
 nécessairement inégales , si l'intérieur de la terre doit être considéré comme un
 globe solide couvert d'eau, ou bien comme fluide : dans le premier cas le
 globe ne feroit changer sa figure § mais dans le second cas chaque couche
 de la terre change sa figure , & fait changer celle de toutes les autres ,
 de sorte qu'à la surface de la terre les eaux sont plus ou moins élevées suivant
 les différentes hypothèses. Il faut même avouer l'insuffisance de l'analyse
 pour calculer les résultats , & qu'on est obligé dans la généralité du
 Problème d'envisager la chose sous une face qui ne convient pas exactement
 avec sa nature , ce qui fait qu'en pressant trop les formules , on en tire des
 Corollaires peu conformes aux apparences de la vérité. Il faudroit encore
 connoître la figure et la grandeur de l'Océan. Tout cela influe sur notre
 question. IX, Les réflexions que je viens de faire exécutent suffisamment M.
 Newton de n'avoir considéré que le cas le plus simple, qui est de supposer la
 terre homogène dans toute (bn étendue i cette supposition rend non
 seulement les calculs praticables, mais elle a. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 25.54% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. encore ceci de commode , qu'il n'est pas nécessaire en ce cas de faire aucune distinction entre l'hypothèse d'une entière fluidité de la terre ou de sa solidité , pourvu qu'on la suppose toute inondée : aussi tous ceux qui ont résolu ce Problème s'accordent- ils entièrement pour ce dernier cas. Si donc la terre est composée d'une matière d'une même densité depuis la surface jusqu'au centre , & que la pesanteur naturelle agisse sur toutes les parties de cette masse , il est évident que la terre en prendra une figure parfaitement sphérique. Mais si ensuite l'action du Soleil survient , cette sphère sera changée en sphéroïde , & on considère ce sphéroïde comme elliptique , tel que chaque méridien fasse une ellipse dont la différence des axes soit extrêmement petite ; il faut considérer la figure des méridiens solaires comme connue, puisque sans cela on ne sauroit déterminer la différence entre les pesanteurs naturelles pour la sphère & pour le sphéroïde. Cependant on peut démontrer qu'en supposant une figure elliptique, cette figure n'est pas changée par l'action du Soleil , & qu'aussi le sphéroïde est nécessairement elliptique. Par cette méthode on peut démontrer que presque toutes les petites forces perturbatrices, comme , par exemple , la force centrifuge[^] qui répond au mouvement journalier de la terre , changent la figure sphérique en sphéroïde elliptique. Il est à présent de déterminer la différence entre les deux demi axes de l'ellipse dont il s'agit , différence qui est la même que celle du demi axe solaire de la terre & du rayon de Péquatour solaire. Pour nous mettre en état de la déterminer , j'alléguerai ici quelques proportions de M. Newton sur l'attraction de» corps homogènes , sphéroïdiques & elliptiques. • • ■ ; - -•• . ■ * :ij..-4-. ■ .t;0 v^^lUvii- It . .

The text on this page is estimated to be only 23.67% accurate

Ut . ^ PRINCIPES MATHEMATIQUES ■ il* ; , X. •• L E M M E
 I. lig. i, Soit B G D H une ellipse presqu'circulaire , qui par sa révolution
 autour du grand axe B D forme un sphéroïde homogène ; G, on suppose le
 petit demi axe G C = b , le grand demi axe B C ss, b -f- C ; si on nomme
 l'attraction g V attraction d'une sphère homogène avec le Sphéroïde , & dont le
 rayon est a b pour un point pris dans la surface de la sphère ; je dis que V
 attraction du sphéroïde pour le pôle B ou D sera mm g + ^ g. Ccft la Prop. 6.
 du Chap. i. du Traité de M. Daniel Bernoulli sur le flux & le reflux de la
 mer , & on remarquera que j'appelle ici g ce que ce Géomètre exprime par f
 n m X L 11.*". L . L E M M E II. V attraction du même sphéroïde pour un
 point G pris dans l'équateur fera ag + -rg. S v Ccft la Proposition
 suivante de M. Bernoulli L E M M E III. Dans le même sphéroïde
 l'attraction pour un point quelconque pris dans un diamètre quelconque , est
 à l'attraction pour l'extrémité du même diamètre , comme la distance du
 premier point au centre au sphéroïde est au demi diamètre. Cest le troisième
 Corollaire de la Prop. 91. du premier Livre des Principes de M. Newton.
 XIII. PROBLÈME. Trouver la différence entre le demi axe polaire BC & le
 rayon U de l'équateur G C. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.56% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. SOLUTION. Qu'on imagine les deux canaux B C & GC, qui communiquent ensemble au centre C, remplis d'eau : l'équilibre qu'il y aura entre les eaux des deux canaux, demande que la pression totale des eaux soit de part & d'autre égale ; il n'y aura donc qu'à chercher ces pressions totales, & les supposer ensuite égales. Soit à présent GC=b, BC = l >+ Si qu'on prenne dans le demi axe B C deux points infiniment proches M & c m, & qu'on suppose CMs=axy Mm e=dx : nous aurons en vertu de l'Article dixième, la pesanteur au point B vers le centre C = $g - \frac{g \cdot y}{r}$ — $g - y$ ensuite l'Article douzième donne la même pesanteur pour le point M s= $\frac{g \cdot x}{r} + \frac{g \cdot y}{r}$ * & cctc cx Pression Pcut «rc cenfee ^ 0 — S" Soit à présent la pesanteur folaire pour le centre C, c'est-à-dire, la pesanteur qui anime une particule placée au centre C vers le centre' du Soleil = $\frac{g \cdot r}{r^2}$ & qu'on nomme B la distance entre ces deux centres, Ôc la distance du point M jusqu'au centre du Soleil fera = B — x -, ainsi U pesanteur folaire / B \ * * ix ■ pour le point M fera = $\frac{g \cdot (b - x)}{r^2}$ OU $\sim r + -g - y$ - De cette force folaire il faut retrancher la force centrifuge qui répond au «.ouvement. annuel de la terre, & qui «ft pour.ch.que point de la terre « y , après quoi il reste junc petite force actuelle ^ y , avec laquelle la petite colonne M m cû animée vers B , &c la force totale qui anime ccttc petite colonne vers C fera =» — * TM" ~B~ y' On mu^P'*c ccttc ^orce Par la maflè Mm , qu'on peut exprimer par $\frac{Mm}{r^2}$ à cause de l'homogénéité de la terre, nous aurons la pression de la petite colonne

The text on this page is estimated to be only 19.86% accurate

xyo PRINCIPES MATHÉMATIQUES ' prend l'intégrale de cette quantité sans ajouter aucune constante nous aurons $\int \frac{1}{r^2} dr = -\frac{1}{r} + C$: faisons enfin $\frac{1}{r} = \frac{1}{B C} = \frac{1}{b - hc}$ & nous aurons en négligeant les quantités censées infiniment petites du second ordre , le poids total de la colonne entière B C vers le centre C $= \int_0^b \frac{1}{b - hc} \cdot b \cdot h \cdot \rho \cdot dh$. B Pour trouver à présent la pression totale du fluide GC nous remarquerons qu'en vertu du second Lemme la pesanteur au point G doit être exprimée par $g + \frac{1}{2} g$: Q on fait après çch CN $= y$) Nn = iiyi on aura pour le point N la pesanteur $y \cdot \frac{1}{r^2} \sim b \cdot \frac{1}{r^2}$ quant à la pesanteur foliaire > qui se fait vers le centre du Soleil, il faut la résoudre en deux autres, dont la première agit parallèlement à B C qui n'entre plus en ligne de compte , tant parce qu'elle peut encore être censée = y , & qu'ainsi elle est déterminée par la force centrifuge du mouvement annuel de la terre , que parce qu'elle agit perpendiculairement contre les bords du canal ; il ne reste donc à considérer que la pesanteur foliaire en tant qu'elle agit dans chaque point N dans la direction NC, & qui est = j y : si nous ajoutons cette petite force à celle de la pesanteur , nous aurons la force totale qui anime la petite colonne Nn vers le centre C, & qui par conséquent fera $= \int \frac{1}{r^2} dr + U$. si nous multiplions cette force accélératrice par la masse de la petite colonne Na ou par dy , nous aurons la pression de cette colonne vers le centre C $= \int \frac{1}{r^2} dy$. 1. si dy y y* y c- , ,, centre c _ - + ^ — j m Si OQ prend j.^ tégralc de cette quantité & c qu'en suite on intégrera, on aura Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.13% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 17t «nfin le poids total de la colonne entière G C vers le centre C = {gl + }gC + . Si nous faisons enfin cette preffion totale égale à la précédente qui répond au canal BCt nous aurons X x b. Cette expreffion est la même que celle que donne M. Btrnoulli , pour ce cas au §. 8. Cbap. 4. XIV. Comme la quantité y est un peu variable en considérant l'excentricité de l'orbite de la terre , il fera plus convenable d'exprimer le rapport - par celui des maûtes du Soleil & de la terre j si on exprime ces maûtes par on aura - = — x -r- = g m B a & Ç = x £" x x Ccttc cxPreffion nous apprend que les élévations des eaux exprimées par £, font en raibun réciproque cubique des distanecs de la terre au Soleil. Il paroît d'abord par l'une & l'autre de ces expreffions , que la valeur de C en nombres devroit être allez incertaine comme dépendante de la distanec du Soleil ou de sa parallaxe, laquelle n'est pas encore bien établie ; mais la façon dont on peut se servir pour déterminer les rapports - &: ~ redreflent cette incertitude, de manière que la quantité C ne dépend plus que de la parallaxe de la Lune qu'on connoît assez au juste. xv. ; • u- ' • /■ La réflexion que je viens de faire m'engage à donner une troisième expreffion pour la valeur de C : On remarquera donc que g dénotant la pesanteur naturelle (car l'attraction de la sphere

The text on this page is estimated to be only 24.90% accurate

i7i PRINCIPES MATHÉMATIQUES transcrite dans le sphéroïde ,
 ne diffère pas sensiblement de celle de tout le sphéroïde) la pesanteur
 moyenne de la Lune vers la terre sera $= \frac{g}{A^2}$ («" entendant par A la
 distance moyenne de la Lune à la terre, qu'on connoît assez exactement ;)
 & cette pesanteur $\propto g$ est à la pesanteur de la terre vers le Soleil ou à, y ,
 comme la force centrifuge de la Lune à la force centrifuge de la terre. Soit
 le temps périodique moyen de la Lune = t., celui de la terre = T, la distance
 moyenne de la Lune au centre de gravité du système de la terre & de la
 Lune $= s$ n A , & qu'on entende par B la distance moyenne de la terre au
 Soleil , on Cçait par les Théorèmes de M. Hùghens , que les forces
 centrifuges de la Lune & de la terre dans leurs orbites sont comme n A . B . .
 $b \propto n A^2$: nous aurons donc cette analogie $g : y :: Yj$, laquelle
 donne $y = \frac{g}{A^2} X X$. Si nous substituons cette valeur dans l'équation de
 l'Article 13. nous aurons $\frac{b}{1} = \frac{1}{C} X A^2 \frac{1}{T^2} X^4$ nAy il X V h
 C'est enfin cette équation qui nous apprend au juste la valeur de C pour la
 distance moyenne du Soleil : la valeur. — $\propto$ est suivant M: Newton, $= g \frac{b}{b}$
 $= 1$ \$69 5535) pieds, suivant la mesure de M. Cajori ; $\propto = \frac{1}{3}$ suivant
 M. Newton. Quant au coefficient .« , il dépend de la proportion de la masse
 de la terre à celle de la Lune ; M. Newton suppose la première 59 fois plus*
 grande que l'autre, fondé sur la différence des marées dans les physiques Se
 dans les quadratures, & là-dessus il faut faire «ssi?». 40 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.62% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 175 M. Daniel Bernoulli a beaucoup plus approfondi cette question extrêmement utile pour calculer plusieurs perturbations lunaires, & plusieurs autres petits mouvemens; il a fait voir qu'il falloit plutôt déduire la masse de la Lune de quelques inégalités sur les intervalles des marées, & cette considération nous apprend que la masse de la Lune est plus petite en raison à peu près de 5 à 9, de sorte que la masse de la terre doit être à celle de la Lune environ comme 70 à 1 » & qu'il faut par conséquent faire Mais pour notre question cette discussion est assez superflue car si on suppose $= r^2$ on trouve C environ pied onze pouces, & un huitième de pouce, & si on suppose $h = r$ on trouve environ 4 lignes de moins. : X V I k Voilà donc quel est l'excès de la plus grande hauteur de la mer par dessus la plus petite, si toute la terre étoit fluide & homogène avec les eaux de la mer, en tant que cet excès est produit par l'action inégale du Soleil sur les parties de la terre. On peut ensuite former une infinité d'autres hypothèses sur la conformation de la terre & sur l'Océan, dont les unes rendent la valeur moyenne de C plus grande » & d'autres plus petite. Cependant nous voyons déjà par avance que ladite élévation d'environ deux pieds » n'a rien de disproportionné aux phénomènes se joignant ensemble dans les ézies, nous aurons environ deux pieds d'élévation pour l'état moyen & plus de 8 pieds si la Lune est dans son périhélie. Selon M. Newton l'action lunaire est plus grande, parce qu'il suppose plus de masse à la Lune, & selon la loi l'action des deux luminaires réunie sous les circonstances les. Tonu IL XX

The text on this page is estimated to be only 23.61% accurate

174 PRINCIPES MATHÉMATIQUES plus favorables , pourroit élever les eaux jufqu'à la hauteur de m ou 13 pieds. Nous allons traiter cette queftion avec ua peu plus de détail. XVIII. Il s'agit donc à préfent d'examiner quelle fera la valeur de C par rapport à l'aftion de la Lune : quoique la mafle de la Lune • foit extrêmement petite par rapport à celle du Soleil , on ne doit pis être furpris qu'elle puifle faire un effet confldcrablement plus grand ; car la proximité de la Lune avec la terre fait que la pcfanteur des parties de la terre vers la Lune cft extrêmement inégale relativement au Soleil. En un mot , on voit que la même expreffion que nous avons donnée à l'Art. 14. fervira encore pat rapport à la Lune , en entendant par t^* la mafle de la Lune , & C par B la diftance à la terre : Ainfi la détermination abfolue de l'effet de la Lune ne dépend que do rapport de fa mafle à celle de la terre : avant que d'alléguer les raifons qui peuvent nous donner quelque lumière fur ce rapport, il ne fera pas hors de propos de réduire le tout à la denfité de la Lune par rapport à celle de la terre > le volume de la terre étant environ 48 \ fois plus grand que celui de la Lune, fi nous fuppofons la denfité de la terre à cille de la Lune comme d à J) , nous aurons $\sim = \frac{r}{d} \cdot \frac{J}{d}$ & ainG l'élévation entière des eaux par deflus les plus baffes eau fée par la Lune, fera $= \frac{r}{d} \cdot \frac{J}{d} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{X}{B}$, en entendant par B la diftance de la Lune au centre de la terre! Si nous fuppofons à préfent pour cette diftance moyenne $B = 60 \text{ } i$, & û nous faifons encore b sa $ip^*5 > jj\$9 >$ nous aurons par rapport à la Lune l'élévation moyenne des eaux = $96 \text{ } X \text{ } j$ pieds, ou à > peu près de $7 \text{ } X \text{ } j$ pieds. Si nous voulons fuppofcr les denfités /[& d égales cntr'elles, nous àurons fept pieds d'élévation , Se 1 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.48% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 175 l'action folaire fera à l'action lunaire environ, comme 4 à 7. M. Newton fuppofc $\wedge = \text{il}$, & cette hypqthèfe fait l'élévation moyenne lunaire des eaux d'environ 5 \ pieds , fie par conséquent l'aûioa Iblaire à l'action lunaire environ comme 1 à 4! : il avoit adopté cette proportion, fir de- là il détermine $\sim 1 \ 1 \ 17$ M. Daniel Birneulli , induit par d'autres raifons, fuppofc les allions moyennes du Soleil fie de la Lune en raifon de x à 5, & de- là il s'enfuit que les denfités de la Lune & de la terre font environ comme 5 à 7 : ce rapport des denfites rend la mafle de la terre environ 70 fois plus grande que celle de la Lune, pendant que M. Newton ne Ta fait que 39 fois plus grande. La proportion de M. Bernoulli paroît beaucoup mieux répondre aux fyftemes agronomiques qui dépendent de cette détermination , que celle de M. Newton , fie des Géomètres du premier ordre ont témoigné la même préférence. X I X. Nous voyons au refté que les élévations des eaux qui proviennent de l'action lunaire , font encore en raifon réciproque dts cubes des diftances de la Lune à la terre , tout comme par rap-* port au Soleil : cette raifon fera varier confidcrablement les marées à caufc de la grande excentricité de l'orbite lunaire, de manière que ht plus petite élévation dans l'apogée de là Lune y fera à là plus- grande élévation dans le périgée de cet aftre , environ comme a à j , fie cette variation répond parfaitement bien aux pbfcervations. . • X X. Pour voir maintenant les élévations 8c les abaiffemens fucceÊ Z y fils des eaux pendant une marée entière tant folaire xx ij

The text on this page is estimated to be only 24.33% accurate

»7* PRINCIPES MATHÉMATIQUES il ne faut pas se contenter de connoître la quantité C ou l'élévation fit i. du point B par deflus le point <? \ il faut connoître encore quelle est la hauteur du point B par deflus un point quelconque O. Soit donc l'ellipfe GOBHD dans la féconde figure, la même que dans la première ; qu'on tire du centre C 6c du rayon CG le quart de cercle Gob, & les deux demi diamètres CbB &c CoO i il est facile à démontrer par la nature d'une ellipfe presque circulaire, que Bb fera à 0«, comme le carré du finus total au carré du finus de l'angle G C O ; si on appelle donc le finus total t cV le finus de l'angle G C O «a s , on aura la petite hauteur O o — ss C cV Bb — O o = (i — s s) C. On remarquera dans l'application , que l'angle O CB mesure la distance depuis le Zenith jusqu'au luminaire en question. Voici donc à présent comment on pourra connoître les hauflemens & les abaiflemens des eaux , quelle que soit la latitude du lieu & la déclinaison de la Lune ou du Soleil. Je ne parlerai que des marées folaires pour m'enoncer avec plus de précision ; mais le tout doit s'entendre de même par rapport aux marées lunaires. XXI. Lorsque le Soleil est à l'horizon , l'axe solaire est horizontal , & on se trouve toujours dans l'équateur solaire. C'est donc toujours alors que les eaux font les plus hautes i on se trouve à ce moment au point G , & comme cela est général , il est bon de partir de ce point. Ensuite les eaux s'élèveront à mesure que le Soleil approchera du méridien , & elles feront les plus hautes au moment que le Soleil y passera -, si la hauteur méridienne du Soleil est représentée par l'angle GCO , alors la petite Oo marquera la plus grande élévation des eaux, & elle sera égale à s sC en entendant par s le finus de la hauteur méridienne du Soleil : après cela les eaux commenceront à baiffer jusqu'à ce que le Soleil se couche } cette marée est appelée marée de dtffus. Après le coucher du Soleil les eaux recommenceront à s'élever, parce qu'on s'approche s Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.48% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 177 tie l'autre pôle
folaire, 6c cette élévation durera jufqu'au paffage inférieur du Soleil par le
méridien , & fi on appelle * le finus . de l'arc du méridien compris entre le
Soleil 6c l'horizon , la plus grande élévation des eaux fera s^C ; enfin les
eaux recommenceront à baifler jufqu'au moment du lever du Soleil : ces
fécondes marées font appellées mânes Je dtffous. Voici à préfent quelques
propriétés des marées folâtres, mais qui fouffrent de grandes altérations par
des caufes étrangères. Ce n'eft que (bus la ligne que les marées de demis 6c
les marées de defibus font égales entr'elles ; dans tous les autres parallèles
ces deux elpéccs de marées différent tant en hauteur qu'en durée , à moins
que la déclinaifon du Soleil foit nulle. -Vers les équinoxes les marées
(blaires de deflus &r de defibus (bot égales , mais elles font d'autant plus
petites, que la latitude du lieu cft plus grande , 6c cela en raifort quarrée des
finus des latitudes. Prés des pôles il peut arriver qu'il n'y ait qu'une feule
marée dans le temps de 14 heures , & cela arriveroit dans les climats où le
Soleil ne (è couche 6c ne fe levé pas. Dans ces cas la haute mer 6c la baffe
répondent aux pa(Tages do Soleil par le méridien i mais ces (prtes de
marées feront comme infenfibles à caufe des grandes latitudes. XXII. Tout
ce que nous venons de dire (ur les marées (blaires cft également vrai pour
les marées lunaires » pourvu qu'on fafle les' changemehs qui conviennent
aux termes. De là on voit qu'on peut toujours exprimer pour chaque moment
l'élévation des plu* fautes eaux par dcflusles plus bafles. Soit l'élévation
totale des eau* repréfentée par la petite ligne B h pour le Soleil = S , &c
pour la Lune t— X * (bîrle (tous de la hauteur verticale du Soleil = s &
celui do la Lune , on aura toujours dans ce moment là l'élévation entière des
eaux provenante de Paâion réunie des deux

The text on this page is estimated to be only 15.88% accurate

178 PRINCIPES MATHÉMATIQUES lumineaires » ss S-\- tt L :
 par cette feule cxpreffion on réduit toutes les queftions qu'on peut- former
 fur les marées aux- calcul* afttronomiques t mais on remarquera que ladite
 élévation ss S -h ttL doit fc rapporter à la furface fphérique G oh telle
 qu'eUeierok dans les fizigies fans les autres circooftaoccs. Cette hauteur
 changera continuellement jufqu'à ce qu'elle devienne la plus grande, & alors
 c'eft la haute mer, après quoi die dimh nuera pendant environ fix heures , &
 puis on aura la bafle merj la différence entre les deux hauteurs donnera ce
 qu'on appelle hauteur de marée. Ainfi on voit que la hauteur de marée
 dépend d'un grand nombre de circonftances , Içavoir de la dédinaifoa de
 chaque luminaire, de lige de la Lune, de la latitude du lieu , cV enfin des di
 fiances des deux luminaires au centre de la terre , & fi on voulait examiner
 notre queftion au long fuivant toutes ces circonftances , on s'ouvriroit un
 vaAe champ de Problème : mais comme cela nous meneroit bien loin au
 delà de notre defleio,, nous ne nous i arrêterons plus qu'aux principales.
 Suppofons d'abord l'orbite de la L'une & celle dn Soleil parfaitement dans le
 plan de l'équateur ; confidérons de plus ces orbites comme parfaitement
 circulaires, & prenons un point fous la ligne , alors on pourra fuppofer $s = i$
 & $r = i$; cela arriverait à midi dans les fizigies, & l'élévation entière des
 eaux ftrok exprimée par $\ll T-r^* L$, mais fix heures après on aura à peu pr&
 *eao 6V tsm-o-, & les. eaux n'auront plus aucune élévation ; ainG la
 hauteur dp marée fera exprimée dans les fizigies par $S + 1$: mais dans les
 qua/dratures: on aura au moment du paOagc de la Lune par le méridien \$ sa
 $r \& * = \&$ l'cléva^ tion des eaux fera $a=i$; enfalte fix heures après on aura s
 $= i \& < i.pc''$ prcf = *, & l'élévation des .eaux $i=p,f$, & U hauteui 4e marée
 fera » L — 5. Doi*^: Jjantcuys yde nwée, dans, le* fizigfcs & dans, les
 quadratures, feront ç©mfjjc.,4+ J. à f* - * Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.93% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. 179 M. Newton s'est servi de cette proportion pour en déduire le rapport de L à S, qu'il trouve à peu près comme 4 y à 1. Il est de si grande conséquence de déterminer ce rapport.» non seulement pour la perfection de la théorie des marées, mais encore pour plusieurs autres matières, que je n'hésiterai pas d'exposer le sentiment de M. Bérnoulli sur ce sujet. Il est à remarquer qu'il y a un grand nombre de causes fécondes qui mettent une différence considérable entre la réalité & les résultats de la théorie pure, plus ou moins suivant la nature de la matière dont il s'agit. Dans nos ports & dans ceux de l'Angleterre, les marées ne sont pas causées immédiatement par l'action des deux luminaires; ce sont plutôt des suites des marées du grand Océan, comme les marées de la mer Adriatique sont des suites des petites marées de la mer Méditerranée, les marées primitives peuvent différer en tout très-sensiblement des marées fécondées: aussi le rapport entre les grandes marées & les marées bâtarde, est-il très-différent dans chaque port \ il n'y a donc rien à établir sur ces fortes d'observations faites dans les ports de nos climats. Il faudroit plutôt avoir de pareilles observations faites sur les bords d'une petite île située près de la ligne dans une mer profonde*, -& ouverte de tout côté jusqu'à l'immense étendue* Il faut toutes les apparences qu'il y resteroit une autre proportion entre les grandes marées & les marées bâtarde que celle de 9 à 5 observée par Sturm & au-dessus de Briouol, qui fait j, « qui réduite à l'état moyen des circonférences KVbts donne suivant le calcul de M.' Newton $\frac{1}{2}$ ou plutôt à x r Il faut remarquer en outre que les marées ne sauroient entièrement se conformer à l'état de l'équilibre; cela suppose que toute la mer pût prendre à chaque moment la figure d'équilibre sans aucun mouvement sensible, & il faudroit pour cela que k

The text on this page is estimated to be only 16.77% accurate

lie PRINCIPES MATHÉMATIQUES mouvement diurne de la terre se fit beaucoup plus lentement qu'il ne se fait. Au contraire si la rotation de la terre (e) se fait avec une rapidité extrêmement grande, il ne pourroit y avoir aucune marée sensible : cela fait déjà voir que la différence des marées sera plus petite dans la réalité qu'elle ne devroit être suivant le calcul fondé sur l'équilibre : c'est par cette raison que les marées de l'Océan ne diffèrent pas à beaucoup près des marées de l'Inde qui les suivent autant que l'indique le calcul précédent, tout le mouvement tend à se conserver tel qu'il est par sa nature, il est donc entièrement sur que les marées bâtarde sont plus grandes-* &c les grandes marées plus petites qu'elles ne feroient suivant le principe d'équilibre : il sera donc nécessaire de supposer les grandes marées moyennes aux marées bâtardes moyennes suivant la loi de l'équilibre en plus grande raison que de 9 à 5, & si on les supposoit comme 7 à 3, on en tireroit le rapport de 7 à 3. C'est là le rapport auquel M. Bouguer s'est déterminé, après avoir réfléchi sous ce même point de vue toutes les variations des marées. La pénétration & la circonspection de ce Physicien Géomètre, méritent sans doute qu'on adopte ce rapport! moyen jusqu'à ce que d'autres observations répandent de nouvelles lumières sur cette question, &c cela d'autant plus qu'il satisfait mieux aux autres théories qui dépendent de la détermination, de la masse de la Lune, & que M. Bouguer fonde là correction sur des variations qui ne feroient souffrir aucune altération sensible par les causes fécondes que- nous dirons bientôt* XCV. * Reprenons ici notre formule $ssS + ttL$, qui marque l'élévation des eaux pour chaque moment, afin d'en déduire les hauteurs &c les basses des marées pendant le cours de toute une journée pour (es) suppositions qu'on a faites au commencement du précédent Article. Dans les hautes & les basses

The text on this page is estimated to be only 22.31% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. iSi * cette quantité s $S +$
 $*t$ t L fait un maximum ou un minimum. Soit AFGE H l'équateur que nous
supposons pour faciliter Finnos calculs dans le plan de récliptique & de
l'orbite lunaire ; A E le diamètre horizontal ; G le zénith : supposons le
Soleil en F & la Lune en ff, & un moment après en / & h , nous aurons FB =
 s yfb $s = *s + ds -$, HD = $t \backslash hd = zt - dt$ } or, $ds = y / i - ux Ff \& - dt - \backslash f i - tt$
 $X H h =$ à peu près, à cause du mouvement de la Lune, $fpr^{\wedge} x \backslash i - tt x F /$, &
comme la quantité r t L doit faire un maximum ou un minimum, nous
aurons $Ssds + Ldt \wedge = o$ j fi nous substituons donc pour ds & pour $</r$ leurs
valeurs — s $s x Ff$ te „ $l \& Xy / \sim x Ff$, nous -aurons alors $S s, \wedge i - ss x Ff =$.
 $jJxixi / . - \ll Xf /$, ou enfin — $= - \wedge$. Cest de cette équation qu'on peut tirer les
principales propriétés des marées lunaires & folaires, mêlées & confondues.
XXV. Nous voyons qu'au moment des hautes & des basses mers les
quantités $s \backslash i - ss$ & $/ \wedge i - tt$ ont toujours le même rapport, qui est celui de
19 L à jo 5, ou à peu près de ; a 1 : or la quantité $j / i - ij$ n'est jamais plus
grande que - , ainsi la quantité . « $r \wedge I$, , JO I 6 $ty / i - tt$ ne peut
jamais Turpaucr - , ou plutôt — x - ou ■ — $> \blacklozenge$ _____ il faut donc que l'un
des facteurs t ou $\backslash i - tt$ soit toujours assez petit, ce qui marque que la Lune est
toujours ou près du méridien ou près de l'horizon dans ces momens. Dans
les fizigies & dans les quadratures la haute mer se fait précisément , quand
Tomt //. y y Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.99% accurate

* 181 PRINCIPES MATHÉMATIQUES la Lune patfê par le méridien & k baflb mer , quand U Lune cft à l'horizon ; mais bors des fizigics & des quadratures ce n'eft pas la même chofe. Soit, par exemple, $s =$, il faudra ♦ i faire $t \backslash i$ — et $=$ — , & cette équation fait l'arc G H à peu près de $t \gg d$ ou 4S minutes lunaires, ou environ 50 minutes ordinaires après le paflage de" la Lune par le méridien , U cela arrivera lorfque la Lune eftj| 57 d du Soleil, ou à la neuvième marée avant, la plus haute , puifque la plus haute marée ne fc fait que trois ou quatre marées après les fizigies, ce qui peut prévenir de différente* caufes. Ce font là les marées qui retardent le plus fur le mouvement de la Lune. Si nous avions fuppofê le rapport de L à S plus grand que de ; à t, nous aurions trouvé en même raifon Tare G H plus petit ; dans l'hypothèfe de M. Newton il ne feroit que d'environ 7 d , & la haute mer ne retarderoît jamais au-delà de 17 minutes fur le mouvement de la Lnne , ce 4 qui eft contraire aux obfervations. On voit donc qu'on peut déduire le rapport de L à S , du plus grand retardement de la pleine mer fur le paflage de la Lune par le méridien ; mais il faudra employer en même temps toutes les corrections : on remarquera aufli que par des caufes particulières la pleine, mer dans les fizigics ne fc fait pas à midi , mars quelque temps après furvant la pofition du lieu i ce temps doit être ajouté au temps des obfervations ; par exemple à Bnft on a la pleine mer dans les fizigics à 3 h 1 5 il faudroit donc, fuivant l'hypothèfe de M. Btraoulli , que la marée la plus tardive fc fît yo' ordinaires après le paflage de la Lune par le méridien , outre les j h y ' du port de Bnfi , c'eftà-dire , 4 h \$ ' %P"S le pa/Tagc par le méridien ; cela fuppofe que la Lune eft dans fa moyenne diftance delà terre , car fi elle étoit dans fon périgée , la quantité L en deviendroit plus grande , &: le retard plus petit. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 21.74% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. xS} XXVI. . Un autre phénomène remarquable qui répond parfaitement à l'hypothèse de M. Btrnoulli , & qui peut donner un grand poids à toute cette théorie, est une certaine inégalité entre les intervalles de deux marées de défilis qui se suivent immédiatement : cet intervalle moyen est de 14 h lunaires, ou d'environ 24 h solaires ; mais on a remarqué que dans les fizigies cet intervalle observé un grand nombre de fois n'est que de 24 h 3 j' , & dans les quadratures de 1} h 15 PoMr expliquer & pour calculer ce phénomène , supposons que dans un certain Jour la Lune & le Soleil répondent au point G , & qu'au même moment il y ait pleine mer audit point G ; on voit bien que le lendemain il y aura pleine mer quand la Lune fera en H Se le Soleil en F, & que l'intervalle entre les deux pleines mers sera exprimé en heures solaires par la circonférence du cercle augmentée de l'arc G F : or tout l'arc H F qui marque la distance de la Lune au Soleil , est à peu près de 30 °, faisons donc comme ci-dessus le sinus de l'arc G F = Vi — ssf Je finus de l'arc FF G = \ — tt , & il faudra d'abord satisfaire à la condition que ces deux petits arcs pris ensemble fassent un arc de 90 d 30 m. Ici nous pourrions pour faciliter, les calculs sans erreur sensible, prendre les sinus de ces petits arcs pour les arcs mêmes, cV supposons Vi - ji - 4- \ - ttiSin. u'i 30- s=s o, ai(?43 » & Par conséquent >/i - r* = s 0 , 11643 — y/i — ss i nous pourrions auili par la même raison supposer s= 1 & r= 1 : après ces substitutions notre équation du § 24. — == — x - se change en celle-ci — ■ ... r sa x r . * mettons encore s- pour . ^ & nous aurons yy »)

The text on this page is estimated to be only 24.85% accurate

a8+ PRINCIPES MATHÉMATIQUES 1 ^ ' S 5 _ = — , qui donne
 $y/1 - s$ ou le finus de l'arc cherche $G F = \sim x o, 1164$ } « o , 1 5 308 , qui
don4 1 ne à 8 d 48' , ou bien à 3 j } minutes horaires , ce qui répond avec
une harmonie remarquable aux obfcrvations^ Examinons à prêtement de même
quel cft l'intervalle de deux iparées de deflus qui fc fuivent immédiatement
dans les quadratures. Suppofons donc que dans un certain jour la Lune
reponde au point G te rtf. j. le Soleil au point A> te quo l'angle A C G foit
de 90 d, la pleine me» fera dans ce moment précifément au point G \ mais
afin qu'il y ait au même point G pleine mer le lendemain, il faut que la Lune
fc trouve en F te le Soleil en H de forte que l'arc AH marquera le temps
qu'il faut ajouter aux 14 h, pour avoir le temps écoulé entre les deux pleines
mers. Je traiterai encore les arcs A H te G F d'aflêz petits pour qu'ils puiffent
être cenfes égaux à leurs lînus : fuppofons l'arc A H ou fon lînus = $s >$ l'arc
G F ou fon finus = $y > 1 - //$, te l'arc H G F de 77 degrés te demi,& nous
aurons $AH - G F = 11$ degrés 30 minutes , c'eftà-dirc , $s - y/7 - t 1 s = o$,
 $11*43$, ce qui donne $|/ \gg - tt m^* s - o, 11643$, pendant qu'on peut cenfer
 $y/i \sim ss = 1 \& r = 1$, te par confequent $- 11 = - = - 12. tyfi - tt y/i - tt$
'-0,11*43 » i. ce qui donne $s = o, 3691^*$, qui répond à 1 1 d 40 m , ou à 1
heure %6 j minutes de temps , de forte que le temps total eft de t\$ heures 16
\$ minutes, pendant que les obfcrvations l'ont fixé à 15 heures aj minutes. X
X V 1 I. Cette harmonie entre les obfcrvations , la théorie , les calculs &
l'hypothcfe de M. BtrnoulU au fujet du rapport de l'aétion moyenne lunaire
à l'aétion folaire , ne nous permet plus de douter ni des unes ni des autres }
fi nous adoptons donc pour ledit rapport Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.22% accurate

DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. *8, celui de *j à i, il s'enfuit que la marée de la terre est à celle de la Lune comme 70 à 1. M. Bernoulli allègue aussi la raison pourquoi les observations sur les durées des marées sont sur leurs intervalles, répondent mieux aux calculs que celle qu'on fait sur les hauteurs inégales des pleines mers ; c'est que ces hauteurs ont beaucoup d'influence les unes sur les autres, pendant que la durée d'une marée ne dépend point, ou feulement très-peu, de celle de la marée précédente. XXVIII. Nous voyons donc que le passage de la Lune par le méridien suivra la haute marée depuis les sizigies jusqu'aux quadratures, & qu'il la précédera depuis les quadratures jusqu'aux sizigies-, que la plus grande anticipation, ou le plus grand retardement, fera d'environ 10 minutes solaires de temps * que dans le temps de la plus grande anticipation, ou du plus grand retardement, la distance entre la Lune & le Soleil doit être d'environ 57 d » & qu'ainsi la pleine mer avancera sur le passage de la Lune par le méridien de plus en plus pendant environ neuf marées, à compter depuis celle des sizigies, (ou plutôt depuis la plus haute marée) & que cette plus grande anticipation sera réparée dans les cinq marées suivantes ; c'est-là la raison pourquoi les marées bâtarde paraissent plus irrégulières, & il est facile de voir que la moindre cause accidentelle, ou cause féconde, peut empêcher ces marées bâtarde de se composer entièrement sur vantées régies d'équilibre. XXIX. Voilà l'explication des principaux phénomènes des marées, & tous les principes nécessaires, pour comprendre celle de tous les autres qui sont en grand nombre, du moins autant que l'irrégularité des terres & de l'Océan peuvent le permettre. Il n'est pas difficile de voir ce que les différentes déclinaisons des deux luminaires & la latitude des lieux, peuvent contribuer à la formation des marées : cet examen ne demande que la solution de

The text on this page is estimated to be only 21.49% accurate

PRINCIPES MATHÉMATIQUES quelques problèmes
d'Astronomie & de Trigonométrie ; mais il convient sur tout d'examiner par
quel mouvement les eaux de la mer tendent à se composer à l'équilibre ,
qu'elles n'en trouvent jamais. Si on ne vouloit considérer que les seules
marées lunaires , sans faire attention aux causes fécondes non plus qu'à la
déclinaison, de la Lune, il faudroit considérer quatre points à 45 d'au-dehors
& : au-dehors de l'horizon • : dans ces quatre points il n'y auroit aucun
mouvement horizontal , & les eaux n'y feroient que monter verticalement ou
descendre -, les eaux couleraient vers chacun de ces quatre points d'un côté
par un mouvement orizontel, & de l'autre par un mouvement occidental,
les plus grandes vitesses de ces mouvemens feroient sous le méridien où
se trouve la Lune , & à 90 de ces deux points. Ces quatre points de repos
montrent assez que les marées n'ont absolument rien de commun avec le
courant général & perennant d'Est , & que ce courant , non plus que le vent
général d'Est , ne fauroit être produit par l'action de l'un ou de l'autre
luminaire sur la mer, ou sur l'atmosphère, F I N. • Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.45% accurate

TABLE DES MATIERES £)w Commentaire des Principes
Mathématiques de la Philosophie Naturelle. * • EXPOSITION ABREGÈTE
DU SYSTÈME DU MONDE. /NmonvcTios contenant une M. Newton. j t
hiftoire abrégée du développement du Chap IV. Comment M. Newton eiyrai
Syftcmc de l'Urùvcrs. Pag. i plique la précertion des équinoxes. 67 Chap. I.
Principaux phénomène! du Chap. V. Du flux & du reflux de ta Svftcmc du
Monde. 10 mer. 7 S ' Chap. IL Comment La théorie de M. Chap. VI.
Comment M. Newton cxNcvvton explique les phénomènes des plique les
phénomènes des planètes leconplanctes principales. j 1 , & principalement
ceux du mouveChap. III. De la déterminarion de la ment de la Lune. 9c
figure de la terre félon les principes de Des comètes. III 4 — m j , .
SOLUTION ANALYTIQUE Des principaux problèmes qui concernent le
Syfième du Monde. SECTION PREMIERE. Du traJeSoircs dans toute forte
d'hypothift de pefanteur. I. Prop. I. Théorème I. Les corps attirés Cette Prop.
dimontre la Prop. I. dttpre* vers un point parcourent des aires égales mier
Livre des Principes , O e'efl ce qu'on en temps égaux. 117 fpptllt la
première règle de Kepler. 1 Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 24.92% accurate

TABLE DES MATIERES. II. Prop. II, Théorème II. Les vitesses
 aux différents points de la même courbe font en raison inverse des perps. 1 1 8
 III. Prop. 111. Théorème 111. Les forces aux différents points des courbes
 font comme les flèches lorsque les hauteurs font égaux, Se comme les
 flèches divisées par les carrés des hauteurs lorsqu'ils font inégaux, en
 supposant que les intensités soient les mêmes. 1 17 IV. Scholie. Lorsque les
 intensités sont différentes, les forces font comme les flèches divisées par les
 carrés des temps. 1 19 V. Prop. IV. Problème 1. Trouver l'expression
 générale des flèches dans la même courbe. 1 10 VI. for. /. Manière plus
 abrégée de trouver l'expression des flèches. ibid. VII. Cor. II. Autre
 expression plus abrégée. VIII. Cor. 111. Expression des flèches dans deux
 courbes différentes, ou lorsque les intensités ne font pas les mêmes, ibid.
 IX. Prop. V. Problème II Trouver l'expression de la force centripète dans
 l'ellipse en prenant un foyer pour pôle, elle est en raison inverse du carré de
 la distance. ibid. • JVVfir. -Trouver l'équation polaire de l'ellipse en prenant
 un foyer pour pôle. X. Prop. VI. Théorème IV. Les vitesses aux
 moyennes distances font dans les ellipses en raison renversée de ces
 moyennes distances, lorsque les intensités des forces font les mêmes. m XI.
 Prop. VII. Théorème V. Les temps périodiques dans deux courbes
 différentes font comme les racines carrées des cubes des moyennes
 distances lorsque les intensités des forces font les mêmes. 1 1 j XII. Prop.
 VIII. Problème III. Lorsque les intensités des forces font différentes, les
 vitesses font comme les racines des hauteurs divisées par les racines des
 distances. 114 XIII. Prop. IX. Problème IV. Lorsque les intensités sont
 différentes, les temps périodiques font comme les racines carrées des
 cubes des moyennes distances divisées par les racines des hauteurs. 1 1 j XIV.
 Cor. Les moyennes distances font entre elles comme les racines cubes des
 carrés des temps périodiques multipliés par les racines cubes des hauteurs,
 ibid. XV. Prop. X. Problème V. Trouver l'expression de la force centripète
 dans l'hyperbole en prenant un foyer pour pôle, elle est en raison inverse du
 carré de la distance. Note. Trouver l'équation polaire de l'hyperbole en
 prenant un foyer pour pôle. ibid. XVI. Prop. XI. Problème VI. Trouver
 l'expression de la force centripète dans la parabole en prenant le foyer pour
 pôle, elle est en raison inverse du carré de la distance. ibid. Note de la
 Prop. XI. Trouver l'équation polaire de la parabole. 1 *7 XVII. Prop. XII.

ProbUme VII. Trouver la trajectoire décrite par un corps qui feroit animé par une force qui agit comme une fonction quelconque de la distance au centre , en supposant la vitesse & la direction données. *ibid.* XVIII. Cor. I. Trouver l'expression du temps employé à parcourir un arc fini quelconque de cette trajectoire. 118 XIX. Cor. //. Déterminer la quantité constante ajoutée dans l'intégration de la formule générale des trajectoires. 119 XX. Prop. XIII. ProbUme VIII. Trouver directement les trajectoires qui peuvent être décrites, en supposant que la force agit en raison inverse du carré des distances. *ibid.* Note de cette Prop. Déterminer la vitesse qu'un corps acquiert en tombant d'une hauteur donnée , étant poussé par une force constante. *ibid.* XXI. Prop. XIV. Théorème VI. Manière de réduire l'équation de la Proportion précédente aux équations des sections coniques. 121 XXII. Scholie. On voit par cette Prop. que lorsque la force tend au foyer & qu'elle agit en raison inverse du carré des distances , la trajectoire, ne peut être qu'une section conique. 123 XXIII. Prop. XV. Problème IX. Trouver la courbe décrite lorsque la force agit en raison de la (impie distance. 154. Note de la Prop. XV. Trouver l'équation polaire de l'ellipse en prenant le centre pour pôle. *ibid.* c. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.48% accurate

TABLE DES XXIV. Prop. XVI. Théorème VII. Manière de réduire l'équation de la Proportion précédente à celle de l'ellipse, en maniere d'exprimer la force centripète dans l'ellipse en prenant le centre de la courbe pour le centre des forces. 135 Note de la Prop. XVI. Trouver l'équation polaire de l'hyperbole en prenant le centre pour pôle. 136 XXV. Scholie. Quand la force centripète se change en centrifuge la courbe devient une hyperbole lorsque la force tend au centre de la figure, si que la force est en raison de la distance d'aplomb. ibid. XXVI. Prop. XI. Théorème VI. Dans toutes les ellipses les temps périodiques sont en raison de la force tend au centre, & que les carrés des forces sont les mêmes. 137 XXVII. Prop. XVIII. Problème X. Trouver la trajectoire que le corps doit décrire en supposant que la force centripète décroît en raison du cube de la distance. 139 XXVIII. Prop. XIX. Théorème IX. Réduction de l'équation de la Prop. précédente à celle de la spirale logarithmique. 140 XXIX. Prop. XX. Théorème X. Réduction de l'équation de la Prop. XVIII. au cas où la direction est perpendiculaire au rayon de la courbe. 141 Ce cas se divise en deux, le premier se confiant par le cercle, le second par l'hyperbole. XXX. Cor. Cette Prop. démontre la quarante-unième du premier Livre des Principes. 142 XXXI. Scholie. Si la force centripète devient centrifuge, le corps s'éloignera toujours de plus en plus du centre, & décrira par conséquent une trajectoire qui ne rentrera pas en elle-même ibid. XXXII. Prop. XXII. Problème XI. Trouver la trajectoire que le corps décrira MATIERES. 189 en supposant que la force centripète agit en raison inverse du carré de la distance au centre plus en raison inverse ([u cube des distances. 144 XXXIII. Scholie. L'équation de cette Proposition se confirmera en supposant dans la courbe [décrite un mouvement d'apfides, cette Proposition démontre la Prop. ALV. du premier Livre de M. Newton XXXIV. Prop. XXII. Problème XII. On demande les trajectoires dans toutes sortes d'hypothèses de pesanteur, en ajoutant à la loi quelconque qu'on a choisie une force inversement proportionnelle au cube des distances. 147 XXXV. Scholie. On y remarque que la Prop. précédente contient la démonstration de quelques Prop. de M. Newton sur le mouvement des apfides. ibid. XXXVI. Prop. XXIII. Problème XIII. Trouver le temps que la vitesse d'un corps qui tombe en ligne droite d'un point quelconque vers un centre qui l'attire par une force quelconque, l'équation de cette Proposition le con-

par un demi cercle. 149 XXXVII. Cor. I. Je cette Prop. On fait voir dans ce
 Cor. ce qui arriverait au corps dans le cas où la force agirait en raison
 renversée du quarté des alliances». XXXVIII. Cor. II. En quelle proportion
 sont les temps des chutes rectilignes, Se quel temps les planètes
 emploieront à tomber vers leur centre \.-ul fyr XXXIX. Cor. III. On
 cherche la même chose dans le cas où la force agiroit en raison directe de la
 distance. 1 j j On tire de-là que cette remarque , de quelque point que le
 corps parte , il arrivera en temps égal au centre. ibid. XL. Scholie. On peut
 appliquer à cette Prop. tout ce qu'on a démontré pour les orbes elliptiques. x;
 <} Tome II. 2i

The text on this page is estimated to be only 22.40% accurate

TABLE DES MATIERES. SECTION II. De VattraSion du Corps en ayant égard à leurs figures. PREMIERE PARTIE. Dt VaaraUion des fphim. I. Prop. I. Problème /. Trouver l'attraction aune furfacc fpbériouc fur un corpuscule placé Air le prolongement de ion axe , en fupposant cjuc toutes fe» parties attirent comme une puiffanec quelconque de la diftanc. t j f II. Prop II. Problème II. Trouver l'attraction d'une fphère folide fur un corpusculc placé fur le prolongement de fort axe. i\$6 III. Prop. III. Problème III. Trouver l'attraction d'une furfacc fpliérique fur un corpuscule placé fur le prolongement de fon axe dans l'hypothèlc de l'attraction en rai fon inverfc4u quarté des difkanecs. IV. Cor. I. <Juclk cft l'attraction d'un orbe & d'une fphète folide dam cette hypothèfc. ibid. V. Cor. II. Dans cette hypothèfc deux fphères s attirent de la même manlere que h leurs mânes étoient réunies à leur centre, i f « VI. Scolie. Dans cette hypothèfc les fohirescnricres attirent dam la mt- me raison que leurs partie*. ibid. VII. Prop. IV. Problimt IV. Trouver l'arcradion d'une furfacc fphérique fur on corpuscule placé fur le prolongement de fon axe , en fupposant l'attraction en taifon de la fimple diftanc 159 VIII. Cor. I. Quelle cft l'attraction de l'orbe dan< cette hypothèfc , & celle d'une fphère folide. ibid. IX. Cor. IL Dans cette hypothèfc la fphère totale attire dans la même raifon çjue fes parties. ibid. X. Cor. III. Dans cette hypothèfc de d'une fphère peûinteur les corps de figure quelconque attirent ainli que les fphères dans la noue raifon que leurs parties. Mo XI. Prop. V. Problème V. Trouver l'at. tractiou d une furfacc fphérique fur un corpuscule placé fur le prolongement de fon axe dans l'hypothèlc de ttutradion en raifon inverfc de la quatrième puiffanec. bhid. XII. Cor. L'attraction d'un orbe «c celle, : folide dans le cas de cette ttfi Prop. VI. Problimt Vf. Trouver l'attraction d'une furfacc fphérique far un corpuscule placé dans l'intérieur de cette furfacc , en fupposant que l'attraction fe farte félon une puiflânec quelconque de la diitance. 16& XIV. Scholù. De quel côté fefera cette attraction. ibid. XV. Prov. VII. Problème VII. Trouver l'attraction d'une furfacc fphérique fur un corpulente placé dans l'intérieur de cette furfacc dans l'hy pothefe de l'attraction en rai fou jnverfe du quarté de la distance ; dans cette hypothèlc le corps place dans l'intérieur de la furfacc fphérique n'en épron veroi t aucune attraction. 1 6 } XVI. Prop. VIII. Problème' VIII. Trouver l'attraction d'une furfacc fphérique fur un corpuscule placé dans l'intérieur de cette furface , en fupposant que

l'attraction agitTe en raifon directe de la fimple diftanc. ibid. XVII. Cor.
Détermination de l'attraction d'un orbe quelconque , & de la fphère entière
cUm* le cas de l'hypothèfe de la Prop. précédente. • ibid. Digitized by
Google

The text on this page is estimated to be only 23.03% accurate

TABLE DES XVIII. P rop. IX. Problème IX. Trouver l'attraction d'une surface sphérique pour un corpuscule placé dans l'intérieur de cette sphère, en supposant l'attraction comme raison inverse de la quatrième puissance. XIX. Cor. I. Quelle est l'attraction d'un orbe quelconque d'une épaisseur finie dans l'hypothèse précédente. *ibid.* MATIERES. 191 XX. Cor. II. Quelle est l'attraction qu'éprouverait un corps adhérent à la surface intérieure de la sphère creuse, & l'on y voit qu'il s'en suit dans cette hypothèse. 192 XXI. Cor. III. Quelle est l'attraction qu'éprouverait dans cette hypothèse un corpuscule placé dans l'intérieur d'une sphère solide. *ibid.* SECONDE PARTIE. De l'attraction des Corps de figure quelconque. XXII. P rop. X. Problème X. Trouver l'attraction d'un cercle pour un corpuscule qui répond perpendiculairement à son centre, en supposant que toutes les parties attirent comme une puissance quelconque de la distance. 196 XXIII. Cor. Détermination de l'attraction d'un cercle pour un corpuscule qui répond perpendiculairement à son centre, en supposant l'attraction en raison inverse de la troisième distance. 197 XXIV. Prop. XI. Problème XI. Trouver l'attraction d'un solide produit par la révolution d'une courbe quelconque autour de son axe pour un corpuscule placé sur ce même axe. 198 XXV. Cor. Détermination de l'attraction d'un solide quelconque dans les mêmes circonstances en supposant que l'attraction agit comme raison inverse de la quatrième distance. 199 XXVI. Prop. XII. Problème XII. Trouver l'attraction qu'un cylindre exerce pour un corpuscule placé sur son axe de révolution. *ibid.* XXVII. Prop. XIII. Problème XIII. Trouver l'attraction d'un cylindre dans les mêmes circonstances en supposant que l'attraction agit comme raison inverse de la quatrième distance. 200 XXVIII. Prop. XIV. Problème XIV. Trouver dans les mêmes circonstances l'attraction d'un cylindre, en supposant que l'attraction soit en raison inverse du cube des distances. 201 XXIX. Prop. XV. Problème XV. Trouver dans les mêmes circonstances l'attraction d'un cylindre donc l'hypothèse de l'attraction en raison doublée inverse des distances. 202 XXX. Prop. XVI. Problème XVI. On demande l'attraction d'un cylindre pour un corpuscule dans les mêmes circonstances, & en supposant que l'attraction agit dans une plus grande raison que la raison inverse du cube des distances, cet excès sur la raison inverse du cube des distances étant supposé quelconque. 203 XXXI. Cor. I. On suppose dans le Corollaire que cet excès est 1, & se trouve qu'alors l'attraction du cylindre

est une grande, en supposant que la distance du corps au cylindre soit très-
 petite, Supposons qu'elle fût infiniment grande si la distance du corps au
 cylindre étoit infiniment petite. Si l'excès étoit plus grand que la distance
 du corps au cylindre (croît encore infinie. *ibid.* XXXII. Cor. II. On démontre dans ce
 Cor. que si le Cylindre étoit infini dans le sens de son axe, son attraction
 diffère très peu de ce qu'elle feroit lorsque le cylindre feroit fini, mais
 beaucoup plus grand que la distance A B. 17 y XXXIII. Cor. III. On
 démontre dans ce Cor. qu'il en croît de même si le cylindre étoit encore infini
 dans la largeur. 176" XXXIV. XXXV. SchoVtt. I. IL On donne ici la
 formule de l'attraction pour les cas supposés dans le corollaire. précédant où
 le Cylindre aurait des dimensions finies. 17\$ XXXVI. Seconde. III.
 Quelle feroit l'attraction du Cylindre infini sur un corps placé sur
 son axe. 177 Zx i(

The text on this page is estimated to be only 23.26% accurate

TABLE DES MATIERES. TROISIÈME PARTIE. » De V
attraction des sphéroïdes en particulier. X X X V 1 1. Prop. XVII. Problème.
Ce Vroblime contient deux cas , que Von XVII. TrouveT l'attr*£Hon d'un
sphéroïde traite feparimtnt dans cette Prop. Le prtfnm corpufcule place (ar
Ton axe de mier (page 179.) lar/que le JptiioïJe tfk révolution , en
fuppofant l'attraction en allongé , cV te fécond (page 18 1. ; lorfq'il raifon
inverfe du quart* des diltanccs. 178 ejl applati. SECTION III. De
l'explication de la rifraSion en employant le principe de fattrafion, Difcours
préparatoire dans lequel 00 donne une courte explication de la réfrac tion ,
où l'on expofe la difoute de Fermât & de De ("cartes fur la caulc de la
réfraction , & dans laquelle on fait voir que l'attraction eft cette caufe.
1846» fusv. Problème général dans lequel on trouve l'équation générale de
la courbe qu'un corps décrit en palTant d'un milieu dans un autre avec une
vîtcûc tt une direction ISP On tire de l'équation trouvée dans cette Prop.
cecoroll. que le finus d'incidence eft au finus de réfraction en raifon donnée.
1 9 1 Scholie. On applique dans ce Scholie le problème Si fou Cor. à la
lumière , on y apprend à trouver l'équation & la courbe que le rayon décrit
en traversant différent milieux , & l'on y fait à la lumière l'application de la
formule trouvée dftns le Scholie de la Prop. 1 6 . de la troiuéae Seci9i
SECTION IV. De la figure de la terre. PREMIERE PARTIE. I. Quels
principes Meilleurs Huchens & Newton avoient employé pour s'a (turc r de
l'équilibre d'une mafle fluide. tj j II. Principe fubftirué par M. Clairaut à
ceux de Mcffieurs Hoghens &. Ne v ton, dont il a trouvé que la réunion
étoit ûifu (fi fan te pour s'aflaret de l'équilibre d'une marte fluide. 154 III.
Ce principe de M. Clairaut renferme celui de M. Newton & celui de M.
Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 28.84% accurate

TABLE DES HUGHENS, & a de plus la généralité qui manque à ceux de ces deux Philosophes. *9S IV. C'est un Problème déterminé que de trouver la forme d'une masse fluide, afin que le principe de M. Clairaut soit observé, la loi de pesanteur étant donnée, comme dans ceux de Meilleurs Newton, & de HUGHENS. 196 V. On peut faire abstraction de la force centrifuge en considérant que la masse fluide résultante du principe de M. Clairaut; ainsi la rotation des planètes n'empêche pas que ce principe ne leur soit applicable. 107 VI. Pour Amplifier la démonstration du principe de M. Clairaut, Si pour en rendre l'application aux planètes plus facile, on peut ne considérer que l'équilibre d'un canal placé dans le plan d'un Méridien du sphéroïde qu'on considère. 198 VII. Première hypothèse. L'équilibre d'une masse fluide suit du principe de M. Clairaut, en supposant que toutes ses parties tendent vers un seul centre. 199 VIII. Hypothèse II. Cet équilibre en est encore une suite en supposant que les parties du fluide tendent vers plusieurs centres, 200 IX. Hypothèse III. L'équilibre suit encore de ce principe lorsque la gravité est le résultat de l'attraction de toutes les parties d'un corps central de figure quelconque, mais alors le calcul est plus difficile que dans les hypothèses précédentes. 201 X. Hypothèse IV. L'équilibre en suit encore lorsque la pesanteur est l'effet de l'attraction de toutes les parties du sphéroïde ou de l'anneau, alors le calcul est infiniment plus difficile. 202 XI. Hypothèse V. Lorsque la gravité ne résulte que de l'attraction des parties du fluide même, sans considérer celle du noyau, l'équilibre suit encore du même principe. 205 XII. Hypothèse VI. Enfin l'équilibre suit encore du principe de M. Clairaut, lorsque le noyau soit composé de couches de densités différentes*. *ibid.* XI II. On peut expliquer dans cette hypothèse, comment une planète allongée ou aplatie d'une manière quelconque pourrait être en équilibre. *ibid.* XI Y. Mais ce raisonnement ne suffit MATIERES. ij, pas pour conclure que la terre peut avoir une figure donnée, parce qu'il faudroit encore faire voir que cette hypothèse s'accorde avec les phénomènes que les expériences nous ont découverts. 104. XV. Preuve de l'insuffisance de la réunion des deux principes de plusieurs HUGHENS & de NEWTON, par exemple, dans une loi de pesanteur dans laquelle la gravité dépendrait de la distance au centre & de quelque autre condition, il y aurait un mouvement perpétuel dans la masse fluide, quoique le principe de M. HUGHENS & celui de M. NEWTON

s'accordèrent à donner la même figure au sphéroïde. t^ot XVI. En supposant que les couches qui composent une planète soient de densités hétérogènes , il suffit dans ce cas que tous les points de toutes les surfaces qui terminent les différents fluides soient perpendiculaires à la direction de la pesanteur , comme la surface qui termine le globe extérieur de la planète } ainsi la loi de pesanteur étant donnée , il suffira pour déterminer la figure que doit prendre une masse composée de fluides hétérogènes, de calculer la figure qu'aurait cette même masse en la supposant homogène. 106 XVII. Si on suppose l'attraction de toutes les parties de la masse fluide , on ne peut plus déterminer la forme que doit prendre un sphéroïde composé de fluides hétérogènes, par la même méthode qui donnerait celle d'un sphéroïde composé de fluides homogènes. 108 XVIII. Il faut remarquer que la loi de pesanteur qui résulte de l'attraction mutuelle de toutes les parties de la matière dans un sphéroïde composé de couches hétérogènes , est une < les autres dans lesquelles une masse fluide peut prendre une forme constante , quoiqu'on ne connoisse pas cette forme. 109 XIX. Le raisonnement employé dans l'article XVIII pour déterminer l'équilibre des planètes hétérogènes , fait voir la fausseté de la supposition qu'ont fait quelques Auteurs pour diminuer le rayon de l'équateur que donnent les lois de l'hydrostatique , savoir que les colonnes fluides sont d'autant plus courbes, qu'elles sont plus près de l'Equateur. 109 XX. Preuve analytique de la généralité du principe employé par M. Clairaut pour

érente du cercle, aura pour valeur $1 - \frac{1}{4} J^{\text{axr}}$, ($\hat{i}^*tSk$ l'élipticité de la surface
 te s est le sinus de l'angle MC P.) Voyez les figures. 117 XXXIII. Prop. V.
 Lemme IF. L'attraction qu'un cercle exerce dans le sens de son axe sur un
 corps feu le placé perpend. au-delà d'un point infiniment peu distant de
 son centre, étant décomposé dans le sens de son axe, a pour expression $c \times Hl$
 $\times rt.$ divisé par $iMR'(Hc)$ (k le point infiniment peu distant du centre, refl le
 centre, R iitft la distance de U surface au point H, H Y est la distance du
 point H au centre F, MR est la distance du corps au culc à l'extrémité de l'axe
 R M Jp-6ccest la ckc'confc'rence.) fig XXXIV. Cor. Si au lieu d'un cercle on
 avoit une ellipse ou une autre courbe qui s'éloignât infiniment peu du cercle
 , l'expression de son attraction, dans le même sens, sur un corps placé
 de même fera la même sans erreur sensible. 1 ; o XXXV. Prop. VI. Lemme
 V. L'attraction qu'un sphéroïde infiniment peu différent du cercle, exerce
 sur un corps placé hors de lui dans la direction perp.

The text on this page is estimated to be only 22.68% accurate

TABLE DES an rayon de la courbe, aura pour etpreffion a c X C
 'X x C divifé par t C M ' (c étam la circonférence , C A/ la diAance du
 centre du fphéroïde au corpuscule , C Nie rayon du fp ht roi de , & CX la
 perp. à ce rayon.) t) XXXVI. Prof. VU Prob. U. Trouver l'attraction qu'un
 fphéroïde elliptique , compolc d'une infinité de couche* de denfités Se
 d'ellif licites différentes exerce fur ua corpusculc placé en un point
 quelconque de fa fupexficie dans u direction de ion rayon. i j) XXXVII.
 Cor. I. Attraction de ce fphéroïde dans le cas où l'on le fàppofe On donne
 dans ce Cor. l'attraction du fphétoïdc furie corpuliule, fuppofc placé à
 l'équateur * au pok , Se la différence de cet deux attractions. 1)6 XXXVIII
 Cor. II. Atoaction de ce fphéroïde dans le cas où la denlité des couches qui
 le compofent augmente uniformément du centte à la furface. 137 XXXIX.
 Cor. III. Attraction de ce fphéroïde dans le cas où l'elUpticité des couches
 augmente proportionnellement à leur approcheraient du centre. On donne
 dans ce Cor. l'attraction du fphéroïde fur le corpusculc placé fuccellîvement
 au pôle «c à l'équateur dans cette hypothefe. i}8 XL. Prop. VIII. Prob. III.
 Trouver l'attraction exercée par un fphéroïde , corapofé d'une infinité de
 couches clijp— , , de denfités& d'ellipricites différentes , fur un corpusculc
 placé à un point quelconque de là furface , dans la direction perpend. au
 rayon de la courbe. 140 XLI. Prop. IX. Prob. IV. Suppofant qu'un fphéroïde
 tourne dans un tcms.tcl , que la Force centrifuge foit infiniment petite par
 rapport à fon attraction totale , on ie mande la direction qui ré fui te des
 attractions qu'exerce ce fphéroïde fur un corpusculc placé à là furface , ces
 attractions étant combinées avec la force centrifuge produite par la rotation
 du fphéroïde. 14 1 XLU. Scholic. On fuppofc ce fphéroïde couvert de nuiſe,
 fit Ton ckssthc la direction de la pcfànicur pour que ce iluide i'oit en
 équilibre. a.41 XLIII. Prop. X. ProbUm V. TrouMATIERES. xoc la figure
 de la terre fuppo&e bomoXLIV. Stholit. On y fait voir en quoi la méthode ,
 par laquelle M. Newton cft arrivé à la même conduiioo,? le dcfečiuçu fe.
 144. XLV. Prop. XI. Problème VI, Trouver la figure 4e Jupiter dans la
 même bypothefe. Uiiii. XLVI. Prop. XII PrpWmVII.Ttwtr ver la figure
 d'une planète qu'on fuppofc c empotée de couches elliptiques , doue les
 cllipticités augmenteraient du centre à la furracc proportionnellement à la
 diiUncc au centre , fie dont les denfités décroîtraient du centre à la
 circonférence , proportionnellcmentàlarnémc difUnce, • On fait trois

fuppofttions de la proportion entre la denfite au centre & celle à la furface ;
 la première pour le cas où elle eſt à la furface la moitié de ce qu'elle eſt au
 centre ; la féconde pour celui où elle en eſt le quart ; & la troiſième où elle
 eſt égale , qui eſt le cas de l'homogénéité , ſie on donne la figure du ſp
 héroïde dans ces trois fuppoſitions. XLVII. Prop. XIII. Problème VIII,
 Trouver la figure d'une planète compoſée d'un ſolide fluide qui environne
 un noyau folide de figure elliptique , dont la densité & l'ellipticité ſont
 données. 147 XLVIII. Cor. I. On apprend dans ce Cor. à trouver l'ellipticité
 ou la denſité , ou le rayon du noyau , pour que la planète ſoit en équilibre ,
 de ces trois quantités tirées quand on en connoît deux, on connoît la troiſième. •
 XLIX. Cor. II. On donne la forme de la planète , en ſuppoſant qu'elle fut
 plus aplatie que dans le cas de l'homogénéité, ſie que le noyau eut la
 même ellipticité qu'elle. ij» L. Cor. III. On donne la forme de la planète en
 ſuppoſant qu'elle fut une calotte d'épaifſeur finie, dont le noyau fut
 entièrement vuide. a ta LI. Cor. IV. On tire de ce qu'on a dit dans cette
 Propoſition ſie dans (es Cor. comment une planète pourrait être allongée ,
 ſans que l'équilibre du fluide qui la couvre en ſoit troublé. iJ>uL LU. Cor V.
 On donne l'ellipticité du noyau , en ſuppoſant que le ſphéroïde fut ſoit
 agpbt que dans le cas de l'homogénéité.

The text on this page is estimated to be only 25.34% accurate

x96 TABLE DES MATIERES. néité,& que ladcnfuc fut plus grande que» LVI. Irop. XPI.Thiorimt 11. Ondécclledurcftcd du fphéroïde. *fl montre dans ce théorème la rdarion qui LUI. Schol'u. On fait voir dans ce Scho- eft entre l'applatiiTemenr de la terre , Se lie, que M Newton s'cfttompé en crorant le racourciilcmment du pendule. ij< qu'une plus grande denfité au centre don- LVII. Scholit.On fait voir dans ce feboneroitun plus grand applatiiTcmment. ibid. lie que la diminution de la pefanteur du LIV. Prop. XIV. Tniortmt 1. Si la den- pôle à l'équateur doit être d'autant moralité diminue continuellement du centre à dre, que l'applatiiTcmcm eft plus grand , ce Ja fuffacc , le fphéroïde fera moins applati qui eft entièrement contraire à l'obicrvaque lorfqu'on le fuppofe homogène , pour- uon , Se rend ta théorie de l'attraction invû que les ellipticités ne diminuent pas du fuffitante en ce point. x 77 centre à la furface, ou que fi elles dimi- M. Newton s'eft trompé en cela , car nuent , ce n • foit pas dans une plus gran- il a conclu des obier varions qui donnoient de raifon que celle du quarré des diftances. le racourciilcmment du pendule que la terte i y 4 étoit plus applatie que dans le cas de l'hoLV. Prop. XV. Prob. IX. Un fphéroïde mogenité, mais il auroit dû conclure tout étant compofé de couches , de dcnfîtvs Si le contraire } on fait voir dans le même d'ellipticités différentes , & étant fuppofé fcholic ce qui a jerté M. Newton dans l'ettournet en un remis convenable pour l'equi-rcur , Se quelles cfpérances il refte de conlibre .trouver laloï que fuit lapcfanteur cilicrencc point Icsexpériences&lathéodepuis lepolc jafqu à l'équatcut. îtj rie de l'attraâion Newtonienne. SECTION V. Des Marées, I. Introduction* à la doctrine des Marées. a*o II. III. Explication & calcul de l'action du folcil fur la terre» pour caufcr l'élévation des eaux dans deux points diamétralement oppofés de la tetre , Se fon abbailfement dans 8c\ix autres. 16 1. i IV. Continuation du même fujet. 16 j V. Quelle eft la caufe du mouvement des marées oh de l'alternative du flux & reflux. ibid. VI. Application de la théorie précédente à l'action de la lune > caufe principale des marées. 164 VII. Diftinétion des marées en deux fortes , les unes marées folaires , les autres marées lunaires» De quelle manière, tantôt elles confpirent cnfcmble , tantôt elles fè contrarient, îrfj ' VIII. Rérléxions fur les difficultés de cette théorie , qui nailTent de l'incertitude <k la conformation intérieure de la terre. ibid. IX. Réfléaion» qui juftifient M. Newton fur l'hypothèfe qu'il a choifie pour calculer les marées. 16 é X. Ltmmt 1. On

l'on détermine l'attraction qu'exerce un sphéroïde très - peu applati sur un corpuscule placé à son pôle. 1*9 XI. Lemme II Détermination de l'attraction du même sphéroïde , sur un corps placé à son équateur. ibid XII. Ltmmt 111. Détermination de l'attraction du même Sphéroïde sur un corpuscule placé dans son intérieur. ibid". XIII. Problème général. Trouver la différence entre le grand demi axe du sphéroïde , formé par le soulèvement des eaux, occasionné par le folcil , & l'autre demi axe. • ibid: XIV. Autre expression analytique de l'élévation des eaux , qui fait voir qu'elles sont en raison réciproque cubique des distances du folcil à la terre. 17» XV. Troisième expression de la même élévation , où l'on fait entrer le rapport des forces du folcil & de la lune. 17 1 XVI. Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 17.02% accurate

TABLE DES XVI. Evaluation de ces «prenons en mesures
connues, déduite de la distance de la Lune à la terre , & du rapport de leurs
marches. *7* XVII. Réflexions sur les résultats de ces expériences , & de leurs
rapports avec les phénomènes. 1.11/ XVIII. Détermination de l'élévation
des eaux occasionnée par la Lune , rapport des actions* & des marées folâtres
& lunaires suivant M. Bernoulli. *T4 XIX. Les élévations des eaux causées
par la Lune , sont en raison triplée réciproque des distances de la Lune. a 7 5
X X Ou l'on détermine l'élévation de l'eau dans les différents points de la
surface du globe terrestre , suivant la position des luminaires. XXI. Examen
des marées occasionnées par le Soleil , & de leur mouvement
proSOMMAIRE S. doit par son mouvement diurne* 17 6 XXII.
Application des paragraphes précédents , aux marées produites par l'action
du Soleil & de la Lune combinées , formule générale pour calculer les
marées. XXIII. Application de la formule précédente au calcul des marées.
a? I XXIV. Suite de l'application de la formule générale au détail des
marées pendant une lunaison entière. 180 XXV. XXVI. Continuation du
même sujet. 181-18) XXVII. Ou l'on confirme par le rapport des
observations , & du calcul le sentiment de M. Bernoulli sur le rapport des
marches lunaire & solaire , & celui des marées de la Lune & de la terre. 184
XX'. UI. Examen de quelques phénomènes des marées. 18; XX^IX.
Conclusion de cette théorie. ERRATA. Tome II. Liv. II les Principes.
•Page 1 » I , ligne 1 ère , grande , lire gMndes P. 140 , 1. 1 ère & ailleurs ,
Montenarut , lire Montanaru p' 14» , 1. * » Notbergt Ufz Nurtmbtrg. ikd.
lire Gdlitim , Ufz M. GalUt. P. 144, L »7 1 OphiuUus , Ufz .Ophiuau. P
m L il , éclairé , Kfa éclairée. ?. II9 1 UgPC dernière * la première de la 160
, Duntîmtnfu f Ufz de Durhm. Exposition des Principes. . p 17 note (/ >
fenféc , lire cenféc. p 10 . note (u) Hentliut , Ufz Hvttimt ; puis dans les
lignes suivantes au lieu de Mpi-coanfJum, Sphxri-cocufpMmm , lire
tlUptic-nfatu» , SpUriço ■ ■ P. 79 ,L *J » Sut/minus , lire Sturmuu, P. 8»-,
L »» , Colopnpi , lire C«Uprefl Ibid. I. *>*. Stuntius , lire Sturamu. p.
108 , L »7 , le parcoure , le pateonrt. p* lf» 1. « , dans la formule radicale ,
lire fous le fécond ligoc radical, au tt« de (A^i** P , Ufcz ^iM-My. Et
ligne 7 , corrigez la même fautive dans la valeur de * V. 190 , 1- 9 , aye , tif<1
ait. * ..1 •. t ' Xw tt A aa

The text on this page is estimated to be only 23.48% accurate

APPROBATION. T Ai lû par l'ordre de Monfcigneur le Chancelier , la Traduction J des Printipts Mathématiques dt la Philofophi+tratutellt , avec un Commentaire analytique fur le même Ouvrage , par Madame la Marquifè du Cn^fteller , &" je n'y ai rien trouvé qui en pût. empêcher l'impreffion. A Paris , ce 20 Décembre 1745. Signé, CLAIR A UT. PRIVILEGE DU ROY. LOUIS , PAR LA GRACE DE DIEU , ROI DE FRANCE et Dt Navarre: A nos Amés 6c féaux Confcillers les Gens tenaos nos Cours de Parlement , Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel , Grand Conseil, Prévôt de Paris , Bailliht , Sénéchaux, leurs- Licurenan» Civils-, & autres no» Jufticiers qu'il appartiendra': S ai ut*. Notre bien amée Madame la Marouife t> tt C H a l t 1 1 1 ET) Nous a fait expofer qu'elle defireroit faire imprimer & donnet au Public un Ouvrage de fa traduction qui a pour titre : Principes Mtithimatiiaus dt U Philofopkit naturelle , par M. Newton , s'il Nous plaifoit lui accorder mot Lettres de Privilège pour ce néceflaires; A ces caufas, voulant traiter favorablement l'Expolante , Nous lui avons permis & permettons par ces Préfentes <k ' faire imprimer ledit Ouvrage en un ou ptuueurs volumes , fie autant de fois que bon lui femblera , 6c de le faire vendre & débiter par tout notre Royaume , pendant le tenu de Quinte années confécutive* , à compter du jour de la date des Préfeutes. Faifons defeufes a toutes per formes , de quelque qualité SC condition qu'elles foient , d'en introduire d'impreffion étrangère dans aucun lieu de notre obéi/Tance > comme abjTi à tous Libraires Se Imprimeurs, d'imprimer, faire imprimer, vendre-, faire vendre , débiter , ot contrefaire ledit Ouvrage , ni d'en faire aucun Extrait , fous quelque prétexte que ce foit d'augmentation , correction , changement , ou autres , fans la petmiiTion erpreHc & par écrit de ladite Exposante, ou de ceux qui auront droit d'elle , à peine de confKcation des Exemplaires contrefaits, & de- trois mille* li/res d'amende contre chacun des Conwevenans, dont un tiers i Nous, un tiers- à l'Hôtel-Dieu de Paris , 6c l'autre tiers à ladite Dame Expofante , ou à celui qui aura d oit d'elle , 6c de tous dépens, dommages & intérêts; à l» charge que ces Pre-I:ntes feront enregistrées tout au long fur le RegKtre de la Communauté des Libraires 6c Imprimeurs de Paris , dans trois mois de la date d'icelles; que l lmpreiTion dudid Ouvrage fera faite dans notre Royaume 6t non ailleurs , en boa papier 6c beaux carabe: es , conformément à la feuille imprimée, attachée pour

modèle fous le Contrefcel des Préfentes 5, que l'Impétrant le conformera en- tout aux Réglemens de la Librairie, 6c notamment à celui du 10 Avril 171;. & qu'avant de T'expoTer en vente le Manufcrit qui -aura fervi de copie à l'Imprimeur fera remis, dans le même état où l'Approbaton y aura été donnée , és mains de notre très-cher te féal Chevalier le Sieur D a g u x s s l a v , Chancelier de France , Commandeur de nos Ordres , 6c qu'il en fera enfuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique , un dans celle de notre Château du Louvre , 8c un dans celle de ootradit uci-cber 6c fiaï Chevalier le Sieur Daouessuv, Chancelier deDigitized by Google

The text on this page is estimated to be only 19.53% accurate

France î lé toat à peine <le nullité de* PréfcnteJ. Do contenu
defquelles vous naa-> dot» & enjoignons de foire jouir ladite Dame
Expofante , ou Tes ayans caufes , pleinement & paifiblemcni , fans foufi&ir
qu'il leur foit fait aucun trouble ou empè; Voulons que la copie des
Préfentes , qui fera imprimée tout ao long< OU aiuiwi» tviuiiv m » ^ — I
fur ce requis de taire pour l'eiécurion d'icdles tous Actes requis 5c
uécflaires/an» « ander antre permiffion , 8c nonobftant clameur de Haro
, Chine Normande 8c Lettres à ce contraires. Car tel cft notre plaifir Donne*
à Paris , le vingt- unième tour du mois de Janvier , l'an de grâce mil fept
cent quarante-hi , 8c de notre Règne le trente-unième* Par le Roi , en fon
Confeil , Signé,. SAINS ON, avtc griHe 8c paraphe. Reéflré fur le Rtgiftre
XI. de la Chambre Royale des Libraire* & Imprimeurs * de Paru , Na. \$6*.
fol. 497- conformément aux anciens Réglemens , confirmé* fat celui du t*
Février 171}. A Pari* , le 7 Mars 174*. Signl, VINCENT, Syndic. Je
reconnais avoir cédé le préftnt Privilège i M. Michel Lambert. A Paris , ce
x<7 Févrur 174*. BRETEUIL DU CHASTELLET. Regijlré fur lë Règiftre
XL de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris , fol 4*8.
conformément aux anciens Riglemens , €> notamment à V Arrêt
ekConfeildu 10 Juillet I74f« A Paris , U 7 Mars 1746. Signé,. VINCENT,
Syndk,

The text on this page is estimated to be only 18.75% accurate

I Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 14.89% accurate

I 1 . L ..'■.» » «jg*z ed ^Google

