

Projet d'une nouvelle mécanique avec un examen de l'opinion de m. Borelli, sur les propriétés des poids suspendus par des cordes Varignon

1. [Notice](#)

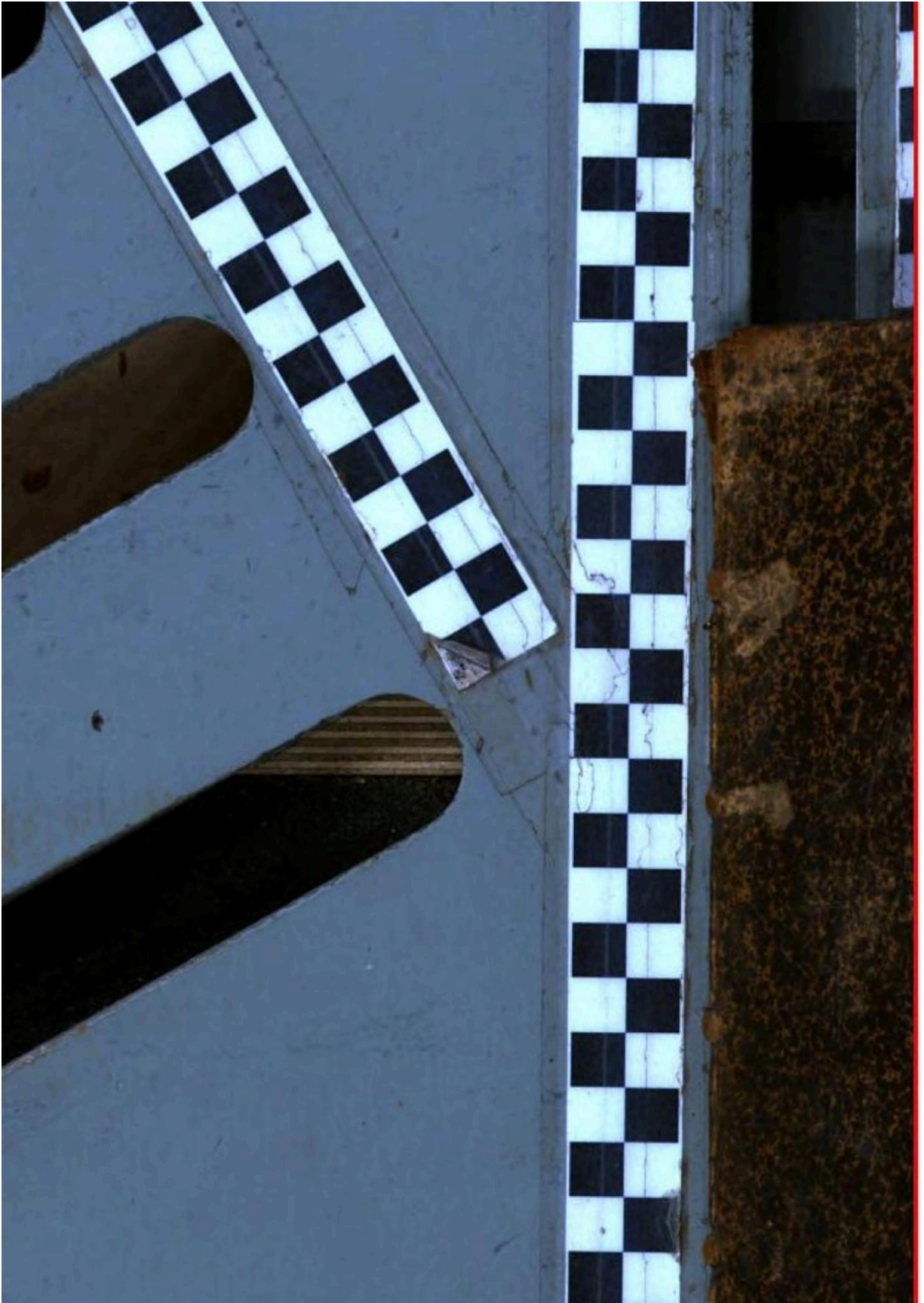
This book was produced in EPUB format by the Internet Archive.

The book pages were scanned and converted to EPUB format automatically. This process relies on optical character recognition, and is somewhat susceptible to errors. The book may not offer the correct reading sequence, and there may be weird characters, non-words, and incorrect guesses at structure. Some page numbers and headers or footers may remain from the scanned page. The process which identifies images might have found stray marks on the page which are not actually images from the book. The hidden page numbering which may be available to your ereader corresponds to the numbered pages in the print edition, but is not an exact match; page numbers will increment at the same rate as the corresponding print edition, but we may have started numbering before the print book's visible page numbers. The Internet Archive is working to improve the scanning process and resulting books, but in the meantime, we hope that this book will be useful to you.

The Internet Archive was founded in 1996 to build an Internet library and to promote universal access to all knowledge. The Archive's purposes include offering permanent access for researchers, historians, scholars, people with disabilities, and the general public to historical collections that exist in digital format. The Internet Archive includes texts, audio, moving images, and software as well as archived web pages, and provides specialized services for information access for the blind and other persons with disabilities.

Created with hocr-to-epub (v.1.0.0)

Digitized by Google



Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.15% accurate

ÎLIOTECA NAZ. i/niorto EmanuBit III ÎXII E I Digitized by
Googie)



Digitized by Google

«0 Digitized by Gopglç ■ ...

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

PROJET DUNE NOUVELLE MECHANIQUE * <iAVEC Un
Examen de l'opinion de M. BORELLI, fur les proprie'tez des Poids
fufpendus par des Cordes. A PARIS, la Veuve cl'Edme Mar.tin, Jean
Boudot, & Estijenne Martin, rue S. Jaques, au Soleil d'or. M. DC.
LXXXVII. AVEC PRJ VJZEGE DU ROI^ Digitized by Google

PROJET D'UNE NOUVELLE MECHANIQUE.

AVEC

Un Examen de l'opinion de M. BORELLI,
sur les propriétés des Poids suspendus
par des Cordes.



A PARIS;

Chez { la Veuve d'EDME MARTIN, } rue S. Jaques,
JEAN BOUDOT, } au Soleil d'or.
& ESTIENNE MARTIN, }

M. DC. LXXXVII.
AVEC PRIVILEGE DU ROI,

Digitized by Google



The text on this page is estimated to be only 21.56% accurate

JSSSIEVRS, pas cru devoir ' expofer au jugement^du puhic ce
Projet dune Digitized by Googli

Nouvelle Mèchanique y fans m appuyer dune aujfi grande
authorite que la vôtre , moy qui nay encore aucun nom' dans les Lettres , &
qui dois par confèquent me défier de ces premiers mouvemens. que t amour
des Sciences infpire à ceux qui commencent à s y apliquer. Sans cela on
pourroit jufiement maccuferde quelque tèmèri; îèy d avoir entrepris de
découvrir dans cette matière ce que tant de fçavans Âuteurs nom pas
découvert y & je craindrois de m'ètre laijsè^ tromper par ces illufions
fiateufes de la nouveauté qui abufent dordinaire les hommes , lorfquils fe
piquent d avoir des opinions particulières. Je puis dire neanmoins ,
Messieurs, que ce ; nefi pas ï ambition de me signaler par des idées
extraordinaires qui ma

E P I T R E. pouffe à écrire ce petit traite j cefi un Effay que fay voulu faire de mes forces pour être connu de vous ^ & pour . vous donner occapon de m^ encourager dans ï étude que fay embrafsée. Si je n'ay pas tout ce qu'ejl nécéffdire pour infiruire les autres , fay du moins toute la docilité qu'il faut pour être inflruit : je ne me flatte point aujfl dl avoir établi des principes certains dans ce Projet , ny dlen pouvoir tirer des conféquences infaillibles : Vous en jugereT^ mieux que perfonne^ Messieurs, Vous qui pénétre^, fl avant dans les Sciences les plus relevées. On fçait que rien n'échape à vos foins dr à votre éxafiitude 3 La Nature fi avare aux autres de fes trefors & fi obflinée à fe cacher^ fia pu fe défendre contre la pénétration de vôtre efprit & contre la fubtilité Digitized by Google

ÉPIÔRE.

pouſſé à écrire ce petit traité ; c'eſt un Eſſay que j'ay voulu faire de mes forces pour être connu de vous , & pour vous donner occaſion de m'encourager dans l'étude que j'ay embrasſée. Si je n'ay pas tout ce qui eſt néceſſaire pour inſtruire les autres , j'ay du moins toute la docilité qu'il faut pour être inſtruit : je ne me flatte point auſſi d'avoir établi des principes certains dans ce Projet , n'y d'en pouvoir tirer des conſéquences infaillibles : Vous en jugerez mieux que perſonne, MESSIEURS , Vous qui pénétrez ſi avant dans les Sciences les plus relevées. On ſçait que rien n'échape à vos ſoins & à votre exactitude ; La Nature ſi avare aux autres de ſes treſors & ſi obſtinée à ſe cacher, n'a pû ſe défendre contre la pénétration de votre eſprit & contre la ſubtilité

E P I T R E. de vos recherches [^]vous en avez [^]plm découvert en
vingt ans , c[^]üon n avoit fait en plu[^]ieurs Siècles. Vos Observations
Ajlronomiques ont dévoilé { pour ain fi dire) des Planettes 4[ui fi
dérobaient à nos yeux 3 vos mefures fi précifis fur la terre par raport à
celles que vous prenie^{T^} en meme tems dans le Ciel , ont ré6H~ fié mille
erreurs de nos anciens Geographes. La Phyfique vous doit ce quelle a de
plus curieux , foit dans la diffe5Hon du Corps humain & des Animaux , foit
dans la défi cription & dans llanalyfe des Plantes , des Eaux & des
Minéraux. ne vous doivent point aufi les Mathématiques en général pour
tant £ ouvrages célébrés que vous ave^{T^} mis au jour f Enfin .[^]il ny a foint
Digitized by Google

EPITRE. ' point de Science que vous n'avez^ ' perfe^ionnee & que
vous nenrichiffiez^ de tems en tems par vos travaux, ^ue n attend on pas
en^ core de vous ^ annez^ comme vous êtes par les bienfaits d'un Grand
Roy , qui veut rendre {on Régne auJTi glorieux par les Sciences & par les
Arts , quil l'eût déjà par fes prodigieuses Conqueſtes , & par toutes fes
Héroïques aſſons / A quoy ne devez^ vous pas aſpirer vousme [me s
aujourâ'huy ſous la proteſtion d'un Miniſtre ſi ſage & ſi 'vigilant , qui excite
tout le monde par ſes ordres & par ſon exemple d'illuſtrer & à célébrer un
Régne ſi plein de merveilles 1 Souffrez^ donc , MESSIEURS s'il vous
plaît , vous qui êtes comme d la ſource de Digitized by Google

ÉPIQUE.

point de Science que vous n'avez perfectionnée & que vous n'enrichissiez de tems en tems par vos travaux. Que n'attend on pas encore de vous , animez comme vous êtes par les bienfaits d'un Grand Roy , qui veut rendre son Regne aussi glorieux par les Sciences & par les Arts , qu'il l'est déjà par ses prodigieuses Conquestes , & par toutes ses Héroïques actions ? A quoy ne devez vous pas aspirer vous-mesmes aujourd'huy sous la protection d'un Ministre si sage & si vigilant , qui excite tout le monde par ses ordres & par son exemple à illustrer & à célébrer un Regne si plein de merveilles ? Souffrez donc ,
MESSIEURS, s'il vous plaît ,
vous qui êtes comme à la source de

6

E P I T R E. toutes les Sciences humaines :^ & à qui rien ne
manque pour continuer vos recherches , & pour au^enter vos connoiffances
, que fofe vous offrir ér mettre au jour ce que jay puise dans cette fource , à'
qu'en effayant de vous fuivre & de vous imiter^ je puiffe quelquefois
profiter de vos lumières ^ & vous a ffeurer que je fuis avec une parfaite
vénération , ^ESSIEVRS, Vôte tre»^ ebéiiHiat fèrviceur V
ARIGNOK. Digitized by Coogl(

PREFACE. L'ouverture du fécond Tome des Lettres de Monfieur Defeartes, je tombai fur un endroit de la 24. ou il dit que c'eft une choje ridicule j que de •vouloir employer la raifon du Levier dans la Poulie. Cette reflexion men fit faire une autre : Sçavoir s'il eft plus raifonnable de s'imaginer un levier dans un poids qui eft fur un plan incliné , que dans une poulie. Apres y avoir penlé , il me fembh que ces deux machines étant pour le moins aufli (impies que le levier , elles n'en dévoient avoir aucune dépendance , & que ceux qui les y rapportoient , n'y étoient forcez que parce que leurs principes n'avoient pas a(Tez d'étendue pour en pouvoir démontrer les propriétez indépendamment les unes des autres. En effet en examinant ces principes un peu c ij Digitized by Google

P R E F J C E. de près , il me parut qu'ils ne pouvoient fervir , tout
 au plus ,qu'à démontrer que l'équilibre se trouve toujours dans un levier
 auquel sont appliqués deux poids qui sont entr'eux en raison réciproque des
 distances de leurs lignes de direction à son point d'appui -, encore n'étoit-ce
 qu'en ce cas : 1°. que ce levier fût droit. 2°. Que son point d'appui fut entre
 les lignes de direction des poids qui y sont appliquez,. 3°. ces mêmes lignes
 fussent parallèles entr'elles , 65° perpendiculaires à ce levier. Aulî Guid-
 Ubalde, & les autres qui s'en tiennent à la démonstration d'Archimede ,
 ont-ils été obligés de faire revenir de gré ou de force toutes sortes de
 machines à cette espèce de levier , & de réduire de même tous les autres cas
 à celui-ci. C'est peut-être ce qui a porté M. Descartes, ôc M. Varignon à
 prendre une autre route j quoiqu'il en soit , ce n'a pas été sans succès:
 puisqu'elle qu'ils ont suivie , conduit également à la connoissance des
 usages de chacune de ces machines , sans être obligé de les faire dépendre
 l'une de l'autre j outre qu'elle a mené M. Varignon beaucoup plus loin
 qu'aucun

? KEF ACE. Authcur , que je fçachc , ncùt encore ac de cecote-ia.
j : La comparaifon que je fis de ces deux fbrtesdeprincipes,mc fit fentirque
ceux d' Archimède n étoient ny fi c'tendus , ny fi convainquants que ceux de
M. Defeartes , ôc de M. Vvallis ; mais je ne fentis point que les uns ny les
autres m'cclairaTenc beaucoup : 3'en cherchai la raifon , & ce défaut me
parut venir de ce que ces Autheurs fe font tous plus attachez à prouver la
néceilité de l'équilibre, qu'à, montrer la manière dont ilfe fait. Ce fut ce qui
me fit réfoudre à prendre le parti d'épier moi-même la nature , d'elTaver fi
en la fuivant pas à pas , je ne pourrois point apercevoir comment elle s'y
prend pour faire que deux puiffances , foit égales , foit inégales , demeurent
en équilibre. Enfin je m'appliquai à chercher l'équilibrelui-mcmédans
fafource,. ou pour mieux dire, dans fa génération. Le premier objet qui me
vint à l'efprit , ce fut un poids qu'une puilTance foutienc fur un plan incliné
j D'abord je me le repréfentai*

P R E F A C E.

Autheur , que je sçache , n'eût encore été de ce côté-là.

La comparaison que je fis de ces deux sortes de principes, me fit sentir que ceux d'Archimede n'étoient ny si étendus , ny si convainquants que ceux de M. Descartes , & de M. Vallis ; mais je ne sentis point que les uns ny les autres m'éclairassent beaucoup : J'en cherchai la raison , & ce défaut me parut venir de ce que ces Auteurs se sont tous plus attachés à prouver la nécessité de l'équilibre, qu'à montrer la manière dont il se fait.

Ce fut ce qui me fit résoudre à prendre le parti d'épier moi-même la nature , & d'essayer si en la suivant pas à pas , je ne pourrois point apercevoir comment elle s'y prend pour faire que deux puissances, soit égales , soit inégales, demeurent en équilibre. Enfin je m'appliquai à chercher l'équilibre lui-même dans sa source, ou pour mieux dire, dans sa génération.

Le premier objet qui me vint à l'esprit , ce fut un poids qu'une puissance soutient sur un plan incliné ; D'abord je me le représentai

F E E F A C E. de telle figure que le concours de la ligne de direction avec celle de cette puissance , se fit dans quelqu'un de ses points : De- là je vis que leur concours daâdon se faisoit aussi par ce moyen dans ce seul point , il devenoit alors son centre de direction : De sorte que si ce plan eut manqué tout d'un coup , ce corps auroit nécessairement suivi l'impression de ce point. Je cherchai ensuite quelle devoir être cette impression , & j'aperçus que celles qui faisoient sur ce point , & la pesanteur de ce poids , & la puissance qui le retenoit , étant les mêmes que s'il eut été poussé en même temps par deux forces qui leur eussent été égales , ôc qui eussent agi suivant leurs lignes de direction ; j'aperçus, di-je, qu'il lui en résulteroit une impression composée suivant une ligne qui étoit la diagonale d'un parallélogramme fait sous des parties de ces lignes de direction , qui étoient entr'elles [^] comme ce poids ôc cette puissance : D'où je vis que l'impression de ce corps se faisoit alors suivant cette diagonale , qui devenoit en ce cas la ligne de direction 5 mais que ce plan lui étant perpendiculairement opposé , il la soutenoit toute entière y ce qui faisoit que ce poids ainsi poussé

PREFACE: par le concours d'application de la pesanteur de la puissance qui lui étoit appliquée, démontré sur ce plan incliné de même que s'il eut été horizontal, & que cette impression composée ne fut qu'un effet de la seule pesanteur. De cette pensée j'en vis naître plusieurs autres, & je m'aperçus 1°. Que toute l'impression que ce plan recevoir alors de ce poids ainsi soutenu par cette puissance, se faisoit suivant cette diagonale. 2°. Que la charge, c'est-à-dire, la force de cette même impression, étoit à ce poids & à cette puissance, comme cette même diagonale à chacun des cotés qui les représentent dans son parallélogramme. 3°. Que ce poids, & cette puissance croient toujours entr'eux comme ces mêmes cotés, c'est-à-dire, en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec cette diagonale, ou (ce qui revient au même) en raison réciproque des distances de quelque point que ce soit de cette diagonale à leur ligne de direction. Je vis enfin presque tout à la fois quantité de choses toutes nouvelles qu'on verra dans les Corollaires de la proposition des surfaces.

Digitized by Google

P R E F A C E :

par le concours d'action de sa pesanteur & de la puissance qui lui étoit appliquée , demeureroit sur ce plan incliné de même que s'il eut été horizontal , & que cette impression composée n'eut été qu'un effet de sa seule pesanteur.

De cette pensée j'en vis naître plusieurs autres , & jem'aperçus 1°. Que toute l'impression que ce plan recevoit alors de ce poids ainsi soutenu par cette puissance , se faisoit suivant cette diagonale. 2°. Que sa charge, c'est-à-dire , la force de cette même impression , étoit à ce poids & à cette puissance , comme cette même diagonale à chacun des côtez qui les représentent dans son parallélogramme. 3°. Que ce poids , & cette puissance étoient toujours entr'eux comme ces mêmes côtez, c'est-à-dire , en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec cette diagonale , ou (ce qui revient au même) en raison réciproque des distances de quelque point que ce soit de cette diagonale à leur lignes de direction. Je vis enfin presque tout à la fois quantité de choses toutes nouvelles qu'on verra dans les Corollaires de la proposition des surfaces.

TR eface: Apres avoir ainfi trouve la manieVe dont l'équilibre Te
fait fur de^ plans inclinez , je cherchai par le meme chemin comment des
poids fouicnus avec des cordes feulement , ou appliquez à des poulies , ou
bien à des leviers , font équilibre entr'eux , ou avec les puiffances qui les
foutiennentiôc j'aperçus de meme que tout cela fe faifoit encore par la voye
des mouvemens compofez , & avec tant d'uniformité que je ne pus
m'empêcher de croire que cette voye ne fut véritablement celle que fuit la
nature dans le concours d'aélion de deux poids , ou de deux puiffances , en
faifant que leurs impreffions particulières , quelque proportion quelles ayent
> fe confondent en une feule qui fe décharge toute entière furie point ou fe
fait céc équilibre : De forte que la raifon Phyfique des effets qu'on admire
le plus dans les machines me parut être juftement celle des mouvemens
compofez. Je me démontrai d'abord par cette méthode , & fans le fecours
d'aucune machine > les propriétez des poids fufpendus avec des cordes , en
quelque nombre qu'elles foient , & pou Digitized by Google

T R E F A C B. pour tous les angles poffibles qu'elles peuvent faire entr'elles. De-là je palTai à une démonftration des poulies qui comprend toutes les direCTIONS poffibles des pui^{ances}, ou des poids qui y font appliquez , foit que le centre de CCS poulies demeure fixe, foit qu'on le fuppofe mobile. Enfuite au lieu de la démonftration qu'on ne fait ordinairement que pour les plans inclinez , j'en trouvai une qui s'étend généralement à toutes fortes de furfaces , ôc à toutes les direCTIONS poffibles des puiffances, ou des poids qui y font appliquez. Enfin d'une feule démonftration je découvris les propriétez de toutes les efpeces de leviers, de quelque figure , Se dans quelque fituation qu'ils foient , & pour toutes les direCTIONS poffibles des puiffances , ou des poids qui y font appliquez. Des vues fi étendues me furprirent , ôc l'évidence avec laquelle le détail de tout cela me paroiffoit ^ indépendamment meme du général , me confirma encore dans l'opinion ou j'étois, qu'il faut entrer dans la génération de l'équilibre pour y voir en foi , & pour y reconnoitre les propictez que tous les autres

Digitized by Google

P R E F A C E.

pour tous les angles possibles qu'elles peuvent faire entr'elles. De-là je passai à une démonstration des poulies qui comprend toutes les directions possibles des puissances , ou des poids qui y sont appliquez , soit que le centre de ces poulies demeure fixe , soit qu'on le suppose mobile. Ensuite au lieu de la démonstration qu'on ne fait ordinairement que pour les plans inclinez , j'en trouvai une qui s'étend généralement à toutes sortes de surfaces , & à toutes les directions possibles des puissances , ou des poids qui y sont appliquez. Enfin d'une seule démonstration je découvris les propriétés de toutes les especes de leviers , de quelque figure , & dans quelque situation qu'ils soient , & pour toutes les directions possibles des puissances , ou des poids qui y sont appliquez.

Des vuës si étenduës me surprirent , & l'évidence avec laquelle le détail de tout cela me paroissoit , indépendamment même du général , me confirma encore dans l'opinion où j'étois , qu'il faut entrer dans la génération de l'équilibre pour y voir en soi , & pour y reconnoître les propriétés que tous les autres

T R E F A C E. principes ne prouvent , tout au plus , que par
 néceflîté de conféquence. Il y a encore un avantage dans la route que je tiens
 , c 'eft quelle facilite extrê'mement le calcul, des forces , tant des poids , que
 des puiffances' , en ce que leurs rapportsy font toujours déterminez
 immédiatement par les finus des angles que font leurs lignes de diréc tion
 avec celle de l'impreflîon qui réfulte de leur concours d'aébion, & que cette
 méthode détermine pour le point ou elles concourent. On y voit , que lors
 que deux pui (Tances , ou deux poids, ou bien une puiffance ôc un poids
 font équilibre , foit avec des cordes feulement , foie à l'aide de quelque
 poulie , de quelque furface , ou de quelque levier que ce (oit > ils font
 toujours entr'eux en raifon réciproque des finusdc ces memes angles.
 3'avois delfein d'expliquer avec cette méthode les effets les plus
 furprenans, & les plus difficiles des machines compofées que l'on rencontre
 dans les arts , & dans la nature 5 mais cela demandoit plus de loifir , &
 même un plus grand nombre d'expériences que l'état de ma

Digitized by Google

T KEFAC E. fortune ne me peut permettre : c est pour cela que je me suis déterminé à ne donner présentement que les Propositions fondamentales de la Méchanique : peut-être que de plus habiles gens que moy , & qui feront plus en état de faire cette entreprise , voudront bien se donner la peine d en faire l'application à la Physique. Mais en attendant , je ne laisseray pas d'amasser tout ce que je pouray d expériences pour ce dessein j est pourquoy je prie ceux qui n'auront pas en Vue d'y travailler, de vouloir bien me communiquer celles qu'ils croiront s'y pouvoir rapporter : ôtez sur tout de me faire part de tout ce qui leur viendra de difficultés ou de lumières sur les principes qu'on propose icy , leur promettant d'en user avec toute la docilité d'un homme qui ne cherche que la vérité.

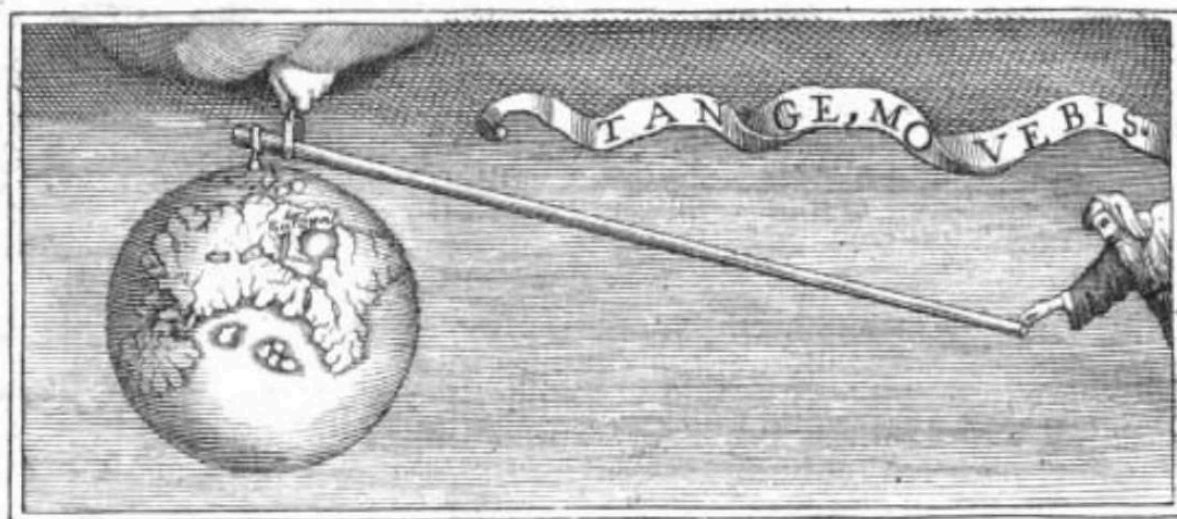
P R E F A C E.

fortune ne me peut permettre : c'est pour cela que je me suis déterminé à ne donner présentement que les Propositions fondamentales de la Méchanique : peut-être que de plus habiles gens que moy , & qui seront plus en état de faire cette entreprise , voudront bien se donner la peine d'en faire l'application à la Physique.

Mais en attendant , je ne laisseray pas d'amaïsser tout ce que je pouray d'expériences pour ce dessein ; c'est pourquoy je prie ceux qui n'auront pas en vuë d'y travailler , de vouloir bien me communiquer celles qu'ils croiront s'y pouvoir rapporter : & sur tout de me faire part de tout ce qui leur viendra de difficultez ou de lumieres sur les principes qu'on propose icy , leur promettant d'en user avec toute la docilité d'un homme qui ne cherche que la vérité.

AVERTISSEMENT. Les Corollaires qu'on verra cités dans la Solution de chaque Problème suivront de la Proposition fondamentale qui le précède. Ceci de peur d'ennuyer par des répétitions trop fréquentes qu'on ne la citera point. PROJET ' Digitized by Google

I P R O J E T D'UNE NOUVELLE MECHANIQUE. SiSi'SSf
 s3î3jaîS>Kî3!5!'3«S? SĪ!aaSî3!ae(5353£553SiS>32î ECl ri étant que feur
 ceux qui entendent ajfex^ ces matières peur en pouvoir juger , on ne
 s'arrêtera point à répéter des Définitions ^ny des Axiomes qui fe trouvent
 par tout i en voici feulement un , avec une demande , quelques Lemmes
 particulièrement néceffaires pour ^intelligence de ce Projet. Axiome. Les
 efpace que parcourt un même corps , ou des corps égaux dans des tems
 égaux , font entre-eux comme Tes forces qui les meuvent j &
 réciproquement lorſque ces Efpace font entre-eux comme ces A Digitized
 by Google



t NOUVELLE LE MM ES. forces, elles les fonc p.ircourir au même corps , ou à des corps égaux en tems égaux. D E .M A N D E. On fuppose ici que dans tout corps qui se meut, ou qui fait effort pour se mouvoir , il y a toujours un certain point qui surchargé de l'impression de tous les autres , détermine ce corps .à suivre celle qu'il a pour lors vers l'endroit où il tend. On ne se met point en peine que ce point soit le même dans toutes les situations possibles de ce corps : c'est assez que dans chaque situation il y en ait un que l'on appelle ici son Centre de gravité , ou plus généralement son Centre de direction., ou , d'épithète , du moins pour le tems qu'il détermine ainsi ce corps à suivre son impression & la ligne qui joint ce point avec celui où il tend , s'appelle sa Ligne de direction. On ne met ceci en supposition que pour abrégé ; autrement on le pourrait démontrer ; car il n'y a rien de plus évident que de tous les points d'un corps , il y en a toujours , même nécessairement , quelqu'un autour duquel l'impression qu'ils ont tous vers le côté où ce corps tend , se trouve également partagée qu'ils demeureraient en équilibre de plus , si sans changer la situation de ce corps par rapport à l'endroit où il tend, on le rendait fixe } ^ par conséquent l'impression d'un tel point ainsi surchargé de celle de tous les autres , étant la même que s'il était le seul qui en eût, il doit déterminer ce corps à la suivre. Il n'y a rien-là , ce me semble , que de clair ; cependant s'il se trouvait quelqu'un qui faute de le voir de même , fit difficulté de lui accorder , il peut prendre dans la suite les corps dont on parlera , pour des points qui aient la pesanteur , ou l'impression qu'on y suppose > ou bien pour des puissances appliquées de même , ^ qui leur soient égales ; parce que les démonst. Digitized by Google

LEMMES. forces, elles les font parcourir au même corps, ou à des corps égaux en tems égaux.

D E M A N D E.

On suppose ici que dans tout corps qui se meut, ou qui fait effort pour se mouvoir, il y a toujours un certain point qui surchargé de l'impression de tous les autres, détermine ce corps à suivre celle qu'il a pour lors vers l'endroit où il tend. On ne se met point en peine que ce point soit le même dans toutes les situations possibles de ce corps : c'est assez que dans chaque situation il y en ait un que l'on appelle ici son *Centre de gravité*, ou plus généralement son *Centre de direction*, ou, d'*équilibre*, du moins pour le tems qu'il détermine ainsi ce corps à suivre son impression ; & la ligne qui joint ce point avec celui où il tend, s'appelle sa *Ligne de direction*.

On ne met ceci en supposition que pour abréger, autrement on le pourroit démontrer : car il n'y a rien de plus évident que de tous les points d'un corps, il y en a toujours, & même nécessairement, quelqu'un autour duquel l'impression qu'ils ont tous vers le côté où ce corps tend, se trouve si également partagée qu'ils demeureroient en équilibre dessus, si sans changer la situation de ce corps par rapport à l'endroit où il tend, on le rendoit fixe ; & par conséquent l'impression d'un tel point ainsi surchargé de celle de tous les autres, étant la même que s'il étoit le seul qui en eût, il doit déterminer ce corps à la suivre.

Il n'y a rien-là, ce me semble, que de clair ; cependant s'il se trouvoit quelqu'un qui faute de le voir de même, fit difficulté de l'accorder, il peut prendre dans la suite les corps dont on parlera, pour des points qui ayent la pesanteur, ou l'impression qu'on y suppose ; ou bien pour des puissances appliquées de même, & qui leur soient égales : parce que les démon-

ME'CHANIQUE. j trditionf fuivantes fe f cuvent également appliquer aux uns LEmm es. (iraux autres. L E M M E I. Le fetds A étant fuipendu à une corde EH , ou à deux MH dt" MH attachées à un meme point fixe H ; eu bien foutenu fur un pieu EH, ou fur deux MH d" MH appuyer^ auffi fur un même point H ; en forte que la li~ gne A H , qui joint fon Centre de gravité A avec fon point de fuipenfion , ou d'apuy , fajfe quelque angle que ce foit avec fa ligne de direUion AK : Ce poids totnbera de A vers B le long de l'arc AB dont H eft le centre , jufqu'i ce que la Uyie AH foit dans la perpendiculaire , ou dans le plan horixpntal H B ^ étant arrivé en B , U y demeurera, fi ton ny fuppoze d'autre caufe que fa pefanteur. Démonftration. L'effet de la pefanteur du poids A , c'eft de l'approcher (hyp.) du centre de la terre > c'eft-i-dire, { dem.) d'en approcher fon centre de gravité A > tant que rien ne l'en empêche. Or dans Ta fituation firefente rien ne l'empêche de s'en approcher de la ongueur de AK , en tombant le long de l'arc AB jufqu'en B ; au contraire étant arrivé en B , la corde EH , ou les cordes MH & NH > ou bien ic plan horizontal H B , le retiennent & l'cmpêchenf dû defeendre davantage } & par conféquent ce poids dans la fituation prefentc tombera le long de l'arc AB jufqu'en B, & y étant arrivé « il y demeurera. Ce qu'il falloir démonftrer. Corollaire, , On prouvera de même que tout autre corps i de A ij HDigitized by Google

trations suivantes se peuvent également appliquer aux uns & aux autres. L E M M E S.



L E M M E I.

LE poids *A* étant suspendu à une corde *EH*, ou à deux *MH* & *NH* attachées à un même point fixe *H*; ou bien soutenu sur un pieu *EH*, ou sur deux *MH* & *NH* appuyez aussi sur un même point *H*: en sorte que la ligne *AH*, qui joint son Centre de gravité *A* avec son point de suspension, ou d'appuy, fasse quelque angle que ce soit avec sa ligne de direction *AK*: Ce poids tombera de *A* vers *B* le long de l'arc *AB* dont *H* est le centre, jusqu'à ce que la ligne *AH* soit dans la perpendiculaire, ou dans le plan horizontal *HB*, & étant arrivé en *B*, il y demeurera, si l'on n'y suppose d'autre cause que sa pesanteur.

fig. 1.
2.
3.
4.

D E M O N S T R A T I O N.

L'effet de la pesanteur du poids *A*, c'est de l'approcher (*hyp.*) du centre de la terre, c'est-à-dire, (*dem.*) d'en approcher son centre de gravité *A*, tant que rien ne l'en empêche. Or dans la situation présente rien ne l'empêche de s'en approcher de la longueur de *AK*, en tombant le long de l'arc *AB* jusqu'en *B*; au contraire étant arrivé en *B*, la corde *EH*, ou les cordes *MH* & *NH*; ou bien le plan horizontal *HB*, le retiennent & l'empêchent de descendre davantage; & par conséquent ce poids dans la situation présente tombera le long de l'arc *AB* jusqu'en *B*, & y étant arrivé, il y demeurera. Ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E.

On prouvera de même que tout autre corps, de
A ij

I- EM MES. (. 4 -NOUVELLE' 3uelque côté qu'il tende , appuyé
feulement fur un e fes points , ou même fur une de fes faces , de quel3ue
largeur quelle foitj doit necelTairement avancer u côté ou il eft pou (Té par
fa pefanteur , ou par quelqu'autre force que ce foit > non-feulement tant que
la ligne de direAion ne palTe point par ce point u'apuv > ny par aucun de la
partie de cette face fur laquelle il s'appuye } mais encore tant qu'elle n'est
point perpendiculaire au plan, ou à la furface qui fe trouve à fon palTage j
c'est-à-dire, tant que fou centre de direAion n'est point appuyé : Car ce
centre pouvant encore avancer du côté où il tend, la force qui le poulTe, ne
manquera pas de l'y obliger; MaisauHI Far une raifon toute contraire , fi-tôt
que l'un, & autre arrivera, ce corps demeurera nécelTairement en cet état. L
E M M E II. LÆ poids MN étant fujpendu par deux cordes PM ô" RN ,
attachées aux clous P dt' R- , & prolongées concourent en H , fa ligne de
diréchon AH. paffera far ce point de concours. Démonstration.
Premièrement (fig. 5.) l'effort que le poids MN fait pour attirer le point P
de la corde PM vers M , étant le même qu'il feroit contre le point H , fi
cette corde prolongée y étoit attachée, & non plus en P -, ce corps , ou ce
poids cft foutenu par cette corde , comme fi elle n'étoit attachée qu'en H.
Pour la même raifon il eft au/Ii foutenu par la corde R N , comme fi étant
prolongée, elle n'étoit attachée qu'en H : Il eft donc foutenu par ces deux
cordes enfem

M E' C H A N I Q U E. 5 blC) comme fl runc>& l'autre étant
 prolongée , elles n'étoient attachées qu'en ce feul point' : par confequent (
 Ltmtn. i.) la ligne de direction AK de ce poids ainfi fufpendu , palfera par
 le point H où les cordes P M & R N concourent. Ce qu'il F.'D.
 Secondement (/% 6.) l'cfFort que le p*)'ds MN fait f»our attirer le point P
 de la corde PM vers M*> étant e même que celui dont il prelTe fon point C
 vers H , il cil encore foutenu par cette corde, comme il le feroit par le pieu
 C H. Et pour la même raifon il ell foutenu par la corde R N , comme il le
 feroit par le pieu DH : Donc il ell foutenu par ces deux cordes , comme il le
 feroit par ces deux pieux enfemble : & par conféquent (Lemm. i.) la ligne
 de direction A K de ce poids ainli fufpendu , paflera encore par le point H.
 Ce qu'il F. D. Corollaire I. De-là il ell clair que de quelque côté que tende le
 corps MN, & que la ligiie de direction foit tournée , foit que cette
 imprelTion lui vienne de la pefanteur ,■ ou de quelque autre force , cette
 ligne de direction palTera toujourns par le point H , ou les cordes qui le
 retiennent , doivent concourir , ou concourent en effet. Corollaire II. De
 forte que fi ces cordes ne concourent qu'à une diftance infinie , c'ell-à-dire
 qu'elles foient parallèles cnirc-elles, cettelignède direction fera aulfi
 parallèle à l'une & à l'autre. A iij L E M M I s. I Digitized by Google

ble, comme si l'une, & l'autre étant prolongée, elles n'étoient attachées qu'en ce seul point : & par conséquent (*Lemm. 1.*) la ligne de direction AK de ce poids ainsi suspendu, passera par le point H où les cordes PM & RN concourent. Ce qu'il F. D.

Secondement (*fig. 6.*) l'effort que le poids MN fait pour attirer le point P de sa corde PM vers M, étant le même que celui dont il presse son point C vers H, il est encore soutenu par cette corde, comme il le seroit par le pieu CH. Et pour la même raison il est soutenu par la corde RN, comme il le seroit par le pieu DH : Donc il est soutenu par ces deux cordes, comme il le seroit par ces deux pieux ensemble : & par conséquent (*Lemm. 1.*) la ligne de direction AK de ce poids ainsi suspendu, passera encore par le point H. Ce qu'il F. D.

COROLLAIRE I.

De-là il est clair que de quelque côté que tende le corps MN, & que sa ligne de direction soit tournée, soit que cette impression lui vienne de sa pesanteur, ou de quelque autre force, cette ligne de direction passera toujours par le point H, ou les cordes qui le retiennent, doivent concourir, ou concourent en effet.

COROLLAIRE II.

De sorte que si ces cordes ne concourent qu'à une distance infinie, c'est-à-dire qu'elles soient parallèles entre-elles, cette ligne de direction sera aussi parallèle à l'une & à l'autre.



LEMMES. 6 NOUVELLE L E M M E III. fg, 7. Ç I l' point A
 fans pefanttur eft pouffé en même tenu , ^ d* uniformément par deux
 puiffances E & F fuivant Us lignes AC ^ AB y qui faffent entre-eUes
 quelque angle C AB que ce foit , ds' que la force dont agit U puiffance E ,
 foit à celle dont agit la puiffance F , comme AC à AB. Ce point A fuivra la
 Diagonale A D du faraU lelogramme BC fait foue ces deux lignes.
 Demokstration. Le point A poufle par la puilTance E vers C D , l'eft de
 meme que s'il y croit porte avec la ligne A B toujours parallèle .à ellc-mcinc
 , de la meme vitede qu'il y clt poufle j Nous pouvons donc le regarder >
 comme pouflé de cette manière vers C D avec la ligne A B toujours
 parallcllc à ellc-mème, ou à C D, au meme teins qu'il eft poude par la
 puidance F le long de la meme ligne AB. Or cela bien conçu, il cd clair
 qu'en quelque point, par exemple G, que la ligne AB rencontre A D , le
 point A s y trouvera toujours : parce que la force qui le porte avec AB vers
 C D , eft à celle qui le porte le long de la même A B , comme (hv.) AC à
 A B s c'ert-à-dire , en tirant H K par le point G parallèle a A B , conune AK
 à K G : Donc (ax.) au meme tenis que A B parcourt A K , & qu elle arrive
 avec le point A en H K , ce meme point parcourt une pardc de A B égale à K
 G J Sc par conféquent il (c trouve alors en G. On démontrera de même
 qu'au même tems que A B arrive en C D , le point A fe trouve en D 5 aind
 dans tous les antres points de la Diagonale A D : & par conféquent ce point
 aind pou de fe Digitized by Google

L E M M E 4. M E' C H A N I Q J J E. 7 meuvra exadcmnt le long
 de cette ligne. Ce qu'il F. D. COROLLAIKE I. Quand bien même les forces
 dont agüTent les puiffances E & F augmenteroient ou diininuëroient ,
 pourvu que ce fut luivant la même proportion de part 8c d'autre j ce même
 point fc meuvroit 'encore exaefement le long de A D : parce que ces forces
 feroient encore entre - elles comme AC à AB, ou comme A K à K G.
 Corollaire II. C'est la même chofe que le point A foit poulTe le long de A D
 par le concours d'acñon des puilTances E 6c F , ou qu'il y foit poufle par
 une feule puilTancc d'une vitefle égale à celle que lui caufent ces deux
 cnfemblc. Corollaire III. Puisque le point A parcourt A D & A B en meme
 tems , la force , ou le compofé de forces , qui le pouffe le long de A D , cil à
 celle qui jc poufle le long de A B , (ax,) comme A D à A B. Et pour la
 même raifon , elle eft à celle dont il ell poulfé le long de AC, comme AD à
 AC. L E M M E IV. PRifenlement que le peint A foit le centre de dircFlion
 du corps EF que ce corps foit pouffé en mhne.tems ^ unifortniment par
 deux puiffances appliquées en E d" en F , fuivant les liyies £C è' F F , qui
 pajfent par le point A , avec des forces qui foient entr'elles comme A C
 Digitized by Google

meuvra exactement le long de cette ligne. Ce qu'il F. D. LEMMES.

COROLLAIRE I.

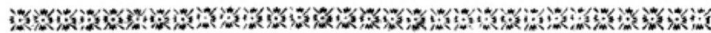
Quand bien même les forces dont agissent les puissances E & F augmenteroient ou diminueroient , pourvu que ce fut suivant la même proportion de part & d'autre ; ce même point se mouvroit encore exactement le long de AD : parce que ces forces seroient encore entre-elles comme AC à AB , ou comme AK à KG.

COROLLAIRE II.

C'est la même chose que le point A soit poussé le long de AD par le concours d'action des puissances E & F , ou qu'il y soit poussé par une seule puissance d'une vitesse égale à celle que lui causent ces deux ensemble.

COROLLAIRE III.

Puisque le point A parcourt AD & AB en même tems , la force , ou le composé de forces , qui le pousse le long de AD , est à celle qui le pousse le long de AB , (*ax.*) comme AD à AB. Et pour la même raison , elle est à celle dont il est poussé le long de AC , comme AD à AC.



LEMME IV.

Présentement que le point A soit le centre de direction du corps EF , & que ce corps soit poussé en même-tems & uniformément par deux puissances appliquées en E & en F , suivant les lignes EC & FB , qui passent par le point A , avec des forces qui soient entr'elles comme AC fig. 8.

8 NOUVELLE .iEMMES, é" AB : que ton achevé le parallclogramme BC, ^ que l'on regarde pour un moment ce corps comme s'il riavott aucune pefanteur. Quelque angle B AC que ces lignes fajfent entr elles ^ ce corps ainfi pouffé fuivra lu diagonale A D. Démonstration. Les lignes EC & FB , fuivant lefquielles les puiffances^E & F agilTent, paflant (hyp.) par le point A, il eft poufle en même-teins , Se uniformément fuivant ces mêmes lignes vers CD & BD , par des forces qui font entr'elles , (hyp.) comme AC à AB : Donc (Lem, 3.) le point A , & par conféquent aullî (Dcm.) le corps EF fuivra la diagonale AD. Ce qu'il F. D. Corollaire I. On voit que c'eft la même chofe que le corps EF foit poulTé fuivant AD par le concours d'action de deux puiflanccs appliquées en E , Se en F , fuivant des lignes EC & FB qui paflent par fon centre de gravité A , ou qu'il y foit poufle par une Ample puiflance d'une vitefle égale a celle que lui caufent ces deux enl'emble : de forte que A AD étoit perpendiculaire à l'horizon , & que la pefanteur , que nous coneevons préfentement être clans ce corps , l'emportât le long de cette Üpiie avec une femblable vitefle, il la fuivroit de meme que s'il n'avoit en effet aucune pefanteur , & qu'il fut poufle de la manière que nous venons de ciire , par les deux puiflanccs E & F. Corollaire II. C'eft pour cela aullî que ce corps étant pouffé par fa pefanteur fuivant AD perpendiculaire à l'horizon , s'il lui furvenoit quelque'autre force qui le pouflat Digitized by Google

LEMMES. & AB : que l'on achève le parallélogramme BC , & que l'on regarde pour un moment ce corps comme s'il n'avoit aucune pesanteur. Quelque angle BAC que ces lignes fassent entr'elles, ce corps ainsi poussé suivra la diagonale AD .

DEMONSTRATION.

Les lignes EC & FB , suivant lesquelles les puissances E & F agissent, passant (*hyp.*) par le point A , il est poussé en même-tems, & uniformement suivant ces mêmes lignes vers CD & BD , par des forces qui sont entr'elles, (*hyp.*) comme AC à AB : Donc (*Lem. 3.*) le point A , & par conséquent aussi (*Dem.*) le corps EF suivra la diagonale AD . Ce qu'il F. D.

COROLLAIRE I.

On voit que c'est la même chose que le corps EF soit poussé suivant AD par le concours d'action de deux puissances appliquées en E , & en F , suivant des lignes EC & FB qui passent par son centre de gravité A , ou qu'il y soit poussé par une simple puissance d'une vitesse égale à celle que lui causent ces deux ensemble : de sorte que si AD étoit perpendiculaire à l'horizon, & que la pesanteur, que nous concevons présentement être dans ce corps, l'emportât le long de cette ligne avec une semblable vitesse, il la suivroit de même que s'il n'avoit en effet aucune pesanteur, & qu'il fût poussé de la manière que nous venons de dire, par les deux puissances E & F .

COROLLAIRE II.

C'est pour cela aussi que ce corps étant poussé par sa pesanteur suivant AD perpendiculaire à l'horizon, s'il lui survenoit quelque'autre force qui le poussât

M E' C H A N I Q ^ U E. 9 poullat de même fuivant quelque'autre
 ligne qui renconcrâc celle-cy j Quelque angle que ces deux lignes filTent
 encr'elles, ce corps luivroit fa diagonale d'un parallélogramme fait fous des
 parties de ces lignes, qui depuis le point de leur rencontre , fuflent entrecilés
 , comme la pefanteur de ce poids & cette nouvelle force : Il la fuivroit , dis -
 je, de la même manière que s'il n'étoit poufle que par une feule puiffance
 fuivant cette dirèction , & d'une vitefle égale à celle que lui pourroient
 caufer ces deux cnfenible. Corollaire III. Il fuit encore de cette propofition ,
 & du Corollaire 3. du Lemme 3. , que la force dont le corps E F eft pouffé
 le long de AD , cft à celle dont la puiffance F le poufle le long de A B ,
 comme A D à A B j & à celle dont la puiffance E le pouffe le long de AC,
 comme A D à AC. LEUMES. L E M M E V. LJ5 s trois cbtei^ d'un triangle
 rëBiligne , quel qu'il fait, font entreux , comme les jtnus des angles
 anftstls ilt \ font oppofex^ De. MONSTRATION. Soit A B D tel triangle
 récliligne qu'on voudra , inferit dans un cercle , dont C foit le centre -, fur
 quelque'un de fes cotez , comme A B , foit menée du centre C la
 perpendiculaire CE avec la ligne CA. Il eft clair que A E cft le finus de
 l'angle ACE, qui cft égal a l'angle D j Donc A B cft le double du Digitized
 by Google

poussât de même suivant quelque autre ligne qui rencontrât celle-cy ; Quelque angle que ces deux lignes fissent entr'elles, ce corps suivroit la diagonale d'un parallélogramme fait sous des parties de ces lignes, qui depuis le point de leur rencontre, fussent entre-elles, comme la pesanteur de ce poids & cette nouvelle force : Il la suivroit, dis-je, de la même manière que s'il n'étoit poussé que par une seule puissance suivant cette direction, & d'une vitesse égale à celle que lui pourroient causer ces deux ensemble.

LEMME.

C O R O L L A I R E I I I.

Il suit encore de cette proposition, & du Corollaire 3. du Lemme 3., que la force dont le corps EF est poussé le long de AD, est à celle dont la puissance F le pousse le long de AB, comme AD à AB; & à celle dont la puissance E le pousse le long de AC, comme AD à AC.



L E M M E V.

L E S trois côtez d'un triangle réctiligne, quel qu'il soit, *fig 9.*
sont entr'eux, comme les sinus des angles auxquels ils
sont opposez.

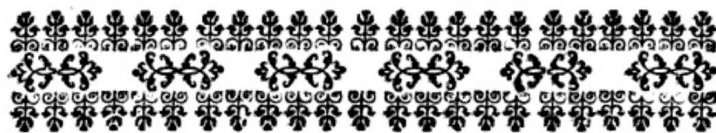
D E M O N S T R A T I O N.

Soit ABD tel triangle réctiligne qu'on voudra, inscrit dans un cercle, dont C soit le centre ; sur quelque'un de ses côtez, comme AB, soit menée du centre C la perpendiculaire CE avec la ligne CA. Il est clair que AE est le sinus de l'angle ACE, qui est égal à l'angle D ; Donc AB est le double du
B

10 NOUVELLE I. EM MES. finus de l'angie D. Ec potir la même
 xaifon , BD cft le double du finus de l'angle B $\hat{A} D > \&$: A D le double
 aulB de celui de l' angle B i Donc les trois cotez de ce triangle font entr'eux
 , comme le double du finus de chacun des angles aufquels ils font oppofez :
 Donc ils font auâl entr'eux y comme ces mêmes finus. Ce ^u'il E. D. t

Digitized by Google

M E C H A N I Q U E. Il V r - t f ^ T O .. T J » . T i » U T « i < - T ü > T i ||
 PROPOSITIO N FONDAMENTALE DES POIDS SUSPENDUS AVEC
 DES CORDES En quelque nombre qu'elles soient j & pour tous les angles
 possibles qu'elles peuvent faire entre-elles. LjE Poids K fout en* avec les
 cordes P & C R par les puissances P & R, & en équilibre avec elles, est J“
 toujours à chacune d'elles, comme le sinus de l'angle PAR que n! leurs
 cordes font entre - elles, à chacun des sinus des angles ' R ^ A K & P A K
 que font avec la ligne de direction A K ^ I J . ' de ce poids, chacune de ces
 cordes réciproquement prises. Par ' * • exemple, il est à la puissance P,
 comme le sinus de R A P au sinus de R A K à la puissance R, comme le
 sinus de R A P au sinus de P A K. * Démonstration. Les inclinaisons
 particulières que font les puissances P & R, sur le point A de ce corps, (
 fig. 10. 11. 12. 13. 14.) ou de la corde, { fig. 15.) étant les mêmes qu'elles
 feroient, si elles le poussaient chacune suivant la ligne de direction A P & A R
 : i*. Ce Bij Digitized by Google



PROPOSITION

FONDAMENTALE

DES POIDS SUSPENDUS

AVEC DES CORDES

En quelque nombre qu'elles soient ; & pour tous les angles possibles qu'elles peuvent faire entre-elles.

LE Poids *K* soutenu avec les cordes *PB* & *CR* par les puissances *P* & *R*, & en équilibre avec elles, est toujours à chacune d'elles, comme le sinus de l'angle *PAR* que leurs cordes font entre-elles, à chacun des sinus des angles *RAK* & *PAK* que font avec la ligne de direction *AK* de ce poids, chacune de ces cordes réciproquement prises. Par exemple, il est à la puissance *P*, comme le sinus de *RAP* au sinus de *RAK* ; & à la puissance *R*, comme le même sinus de *RAP* au sinus de *PAK*.

fig. 10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.

DEMONSTRATION.

Les impressions particulières que font les puissances *P* & *R*, sur le point *A* de ce corps, (fig. 10. 11. 12. 13. & 14.) ou de sa corde, (fig. 15.) étant les mêmes qu'elles feroient, si elles le pouffoient chacune suivant sa ligne de direction *AP* & *AR* : 1°. Ce

B ij

des poids (buienus avec des cordes feu lemem. Il NOUVELLE point regardé comme tiré feulement par ces deux ūuiflances > doit tendre { Lemm 3.) le long de quelque igné AD , qui foit la diagonale d'un parallélogramme fait fous des parties AB & AC des lignes de diredioii des puiflances P & R , qui foient entre-elles , comme ces mêmes puilTancês.

1®. Cette ligne A D doit être la même que la ligne de direction AK de ce poids prolongée du côté de D : autrement ces lignes A K & AD faifant en A quelque angle entre- elles > ce f>oint ainfi poulTé , ou tiré fuivant la ligne AD j)ar e concours d'aftion de ces puiflTances , & à meme tems fuivant fa ligne de direâion A K par la pefanteur du poids K , devroit (Lemm. 3.) fuivre une troifième ligne qui fût la Diagonale d'un parallélogramme fait fous des parties de ces lignes prifes depuis A, & qui fuflent entre-elles , comme la force dont ce point eft tiré par ces puiflances fuivant A D, cft à la pefantcur du poids K 5 ainfi ce poids ne feroit Fins en équilibre avec ces puiflances , ce qui eft contre hypothêfe. 3®. La force dont ce point eft tiré fuivant A D , eft aufli égale à la pefanteur de ce poids > autrement cette ligne étant la même que la ligne dedireélion de ce poids , il fe meuvroit encore en haut > ou en bas félon la différence de ces forces > ce qui ,eft encore contre l'hypothêfe : Donc ce point eft tiré de A vers D par le concours d'aclion des puiflances P & R fuivant la ligne de direftion de ce poids, & d'une force égale à fa pefanteur. Or la force dont il cft ainfi tiré de A vers D , cft à celle dont la puiffance P le tire à elle, comme (Lemm. 3. Cor. 3.) A D à AB i c'eft-à-dirc, (Lemm. 5.) comme le finus de l'angle D B A , ou de fon complément PAR, (B C cft un parallélogramme) au finus de l'angle B D A , ou de R A K égal à celui-ci , ou à fon complément : Donc ce poids cft à la puiflance P , comme le finus

Digitized by Google

M E C H A N I Q J J E. 13 de l'angle P A R , au finus de l'angle R A K. On démontrera de même que ce même poids est à la puissance R , comme le même finus de l'angle P A R , au finus de l'angle P A K. Voilà pour les fix premiers cas. (yfg. 10. n. it. 13. 14. i[^].) Pour les deux autres > (16. eÿ- 17.) il ne faut que concevoir le poids K de telle figure que le point A lui appartienne j c'est-à-dire qu'il lui loit continu . fans augmenter ny diminuer fa pefanteur , ni fans changer fon centre de gravite , non plus que les angles R A K & P A K que font les cordes que tiennent les puiiflances P & R , avec fa ligne de diredion A K. Or cela bien conçu, il est clair par ce qui vient d'être dit , que la pefanteur de tout le poids K est égale à la force dont le point A en ce cas feroit poulTc , ou tiré de A vers D : ainfi une telle force étant (Lemm. 3. Cor. 3.) à celle de la puiifance P , comme A D à A B j le poids K , qui est le même (hyp.') que s'il avoit une telle figure, elt encore ici à la puiifance P , qui est encore aufli (hyp) la meme, comme A D à A B j c'est-à-dire, (Lcmm. 5.) comme le finus de l'angle D B A , ou de fon complément P A R, au finus de l'angle B O A , ou de R A K qui lui est égal J & de même à la puiifance R , comme le finus du même angle P A R au finus de l'angle P A K. Et par conféquent, quelque soit le poids K , & de quelque manière qu'il soit foutenu avec les cordes B P , & C R par les puiiflances P & R , il est toujours à chacune de ces puiifances , comme le finus de l'angle que leurs cordes font entre-elles , à chacun des finus des angles que font chacune de ces cordes réciproquement priles avec fa ligne de diredion. Ce qu'il F. D. ♦ Ce feroit ici le lie» de répondre à la diyrejcion que Monfieur B iij DES POIDS fouiénus ITCC des cordes feulemeiic.

Digitized by Google

de l'angle PAR , au sinus de l'angle RAK . On démontrera de même que ce même poids est à la puissance R , comme le même sinus de l'angle PAR , au sinus de l'angle PAK .

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Voilà pour les six premiers cas. (*fig.* 10. 11. 12. 13. 14. & 15.) Pour les deux autres, (*fig.* 16. & 17.) il ne faut que concevoir le poids K de telle figure que le point A lui appartienne; c'est-à-dire qu'il lui soit continu, sans augmenter ny diminuer sa pesanteur, ni sans changer son centre de gravité, non plus que les angles RAK & PAK que font les cordes que tiennent les puissances P & R , avec la ligne de direction AK . Or cela bien conçu, il est clair par ce qui vient d'être dit, que la pesanteur de tout le poids K est égale à la force dont le point A en ce cas seroit poussé, ou tiré de A vers D : ainsi une telle force étant (*Lemm.* 3. *Cor.* 3.) à celle de la puissance P , comme AD à AB ; le poids K , qui est le même (*hyp.*) que s'il avoit une telle figure, est encore ici à la puissance P , qui est encore aussi (*hyp.*) la même, comme AD à AB ; c'est-à-dire, (*Lemm.* 5.) comme le sinus de l'angle DBA , ou de son complément PAR , au sinus de l'angle BDA , ou de RAK qui lui est égal; & de même à la puissance R , comme le sinus du même angle PAR au sinus de l'angle PAK .

Et par conséquent, quelque soit le poids K , & de quelque manière qu'il soit soutenu avec les cordes BP , & CR par les puissances P & R , il est toujours à chacune de ces puissances, comme le sinus de l'angle que leurs cordes font entre-elles, à chacun des sinus des angles que font chacune de ces cordes réciproquement prises avec la ligne de direction. Ce qu'il F. D.

Ce seroit ici le lieu de répondre à la digression que Monsieur

B iij

PIS POIDS IboKous avec des coides IcuIcmQC. 14 MEC H A N
 I QJJ E. ^oreBi k faite contre ce fentiment dans fon Traité du mouvement
 des Animaux , tom, i. chap. 13, Maie la breveté qu'on s'efi propofie dans cet
 effay , ne permet pat de s'étendre ici autant qu'il faudroit pour cela : On en
 verra dans -peu UH examen particulier ,où P on fera voir en quoy cet
 iBuftre Auteur (ef mépris. CO&OLLAIKE I. Il fuit de cette propofition
 que les puiflances P fie K font cntr'clles en raifon réciproque des finus des
 angles que font leurs lignes de direékion avec celle du poid quelles
 fouticnnent , c'eft-i-dire , en raifon réciproque des dillanccs de leurs lignes
 de diredion à celle de ce poids. Corollaire II. D'où l'on voit qu'en mettant
 une troifième puif. fance , dont le nom foit K , à la place de ce poids , qui
 falTe équilibre > comme lui , avec les deux P & K qui le foutiennent : ces
 trois puiflances K , P , fie R leroiit entt'elles , comme les hnus des angles
 PAR , RAK, & PAK. Corollaire III. D'où il fuit , non feulement que -
 chacune de ces puiflances , de quelque manière qu'on les prenne , cd
 toujours plus petite que la fomme des deux autres , de même que chacun de
 ces finus efl toujours moin» drç que la fomme des deux autres. Corollaire
 IV. Mais encore ou'elles font toutes trois prifes à diferétion deux à deux , en
 raifon réciproque des finus des angles que font leurs cordes , ou leûrs lignes
 de dirédion avec celle de la troifième j C'eft-a-dirc. Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Borelli a faite contre ce sentiment dans son Traité du mouvement des Animaux, tom. 1. chap. 13. Mais la brèveté qu'on s'est proposée dans cet essay, ne permet pas de s'étendre ici autant qu'il faudroit pour cela : On en verra dans peu un examen particulier, où l'on fera voir en quoy cet Illustre Auteurs s'est mépris.

C O R O L L A I R E I.

Il suit de cette proposition que les puissances P & R sont entr'elles en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec celle du poid qu'elles soutiennent, c'est-à-dire, en raison réciproque des distances de leurs lignes de direction à celle de ce poid.

C O R O L L A I R E II.

D'où l'on voit qu'en mettant une troisième puissance, dont le nom soit K, à la place de ce poid, qui fasse équilibre, comme lui, avec les deux P & R qui le soutiennent : ces trois puissances K, P, & R seront entr'elles, comme les sinus des angles PAR, RAK, & PAK.

C O R O L L A I R E III.

D'où il suit, non seulement que chacune de ces puissances, de quelque manière qu'on les prenne, est toujours plus petite que la somme des deux autres, de même que chacun de ces sinus est toujours moindre que la somme des deux autres.

C O R O L L A I R E IV.

Mais encore qu'elles sont toutes trois prises à discrétion deux à deux, en raison réciproque des sinus des angles que font leurs cordes, ou leurs lignes de direction avec celle de la troisième ; C'est-à-dire,

NOUVELLE 15 en raifon réciproque des diftances de leurs lignes de diréélion à quelque point que ce foie de celle de la troiHémc, Corollaire V, Il fuit encore de cette propofition , que de quel2ae côté que tende le corps K , foit que cette imprefon lui vienne de fa pefanteur , ou de quelqu'autre force > celle de cette impreUkin , tant que ce corps fera en équilibre avec les puilTances P & R , fera toujours à celle dont chacune d'elles le retient , comme le finus de l'angle PAR que fcnit leurs cordes entr' elles > à chacun des ûnus des angles R AK & C PAK > que font chacune de ces cordes réciproquement prifes , avec la ligne de direélion A K de ce corps V qui palTe toujours (Lem. 1. Cer. i-) par le point A de leur concours. Corollaire VI. Ce qui fait voir que C l'angle de ces cordes étoit infiniment aigu , c'elt-à-dire , qu'elles fuflent parallèles entre-elles, la force > quelle qu'elle fur, dont ce corps agiroit contre ces puilTances , feroit égale à la fomme de celles dont elles lui refiftent : De forte que s'il agiflbit feulement comme poids , il feroit alors égal à la fomme de ces puilTances » 5c chacune d'elle leroit à l'autre en raifon réciproque des diliances de leurs lignes de direction à celle de ce corps , ou de ce poids , qui pour lors leur feroit (Zcm. i. Cor.t.) auic parallèle, Corollaire VIL Il fuie déplus, que fi le poids K cft à chacune des rilTances P Ô£ R , comme les finus de l'angle RAP , chacun des finus des angles R AK 5c PAK , elles le foutieudront en cet état , ôc feront équilibre avec DES POIDS (ôucenus avec des cordci (eu* Icmenr. Digitized by Google

UES POIDS fouienus avec «le» cordcj Icufcmenc. i6 M E C H A
 N I Q^U E. lui : Car ces deux puiflances étant alors entr'elles> comme les
 finus des angles B D A & B A D , c'est-à-dire , (Lem. 5.) comme
 AB à BD > ou à CA qui lui est égale } l'impreflion compofée qui réfulte du
 concours d'aéUon de ces deux puiflances fur le point A , doit (Lem.y) le
 faire tendre de A vers D fuivant A D , d'une force qui foit à celle de chacune
 de ces puiflances P & R > f Lem. 3. Cor. 3.) comme A D elt à chacun des
 cotez AB & AC, ou BD, du parallélogramme B C 5 ou bien (Lemm. 3.)
 comme le finus de l'angle D B A , ou de fon complément P A R , à chacun
 des finus des angles B D A & B A D , ou de R A K Se de P A K , qui leur
 font égaux , ou qui font leurs complemens ; c'est-à-dire , (hyp.) comme le
 poids K à chacune de ces puiflances ; Scparconféquent la force dont ces
 puiflances tirent ou pouffent le point A de ce corps , ou de fa corde vers D ,
 est égale à cellè, dont il est tiré vers K fuivant la meme ligne D K par la
 pefanteur de ce poids : ainfi elles le doivent foutenir en cet état,& demeurer
 en équilibre avec lui. Corollaire VIH. PI. II. Ce qui fait voir que l'on peut
 faire foutenir quelque grand poids K, que ce foit , à quelque puiflancc R que
 ce pitiflc être par le moyen d'une corde feulement. Il ne faut pour cela que
 de quelque point D comme centre , avec le rayon A D perpendiculaire à
 l'horizon, & pris à diferétion, décrire l'arc AC B j & y ayant inferit A C qui
 foit à AD, comme la puiflance R au poids K , joignez D C , & apres avoir
 dirigé par le point A la corde A P de ce poids parallèlement à C D , attachez-
 la au crochet P, & luy appliquez en A la puiflance R fuivant A C. Il est clair
 par 'le Corollaire precedent que cette puiflance étant Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

lui : Car ces deux puissances étant alors entr'elles, comme les sinus des angles BDA & BAD , c'est-à-dire, (*Lem. 5.*) comme AB à BD , ou à CA qui lui est égale ; l'impression composée qui résulte du concours d'action de ces deux puissances sur le point A , doit (*Lem. 3.*) le faire tendre de A vers D suivant AD , d'une force qui soit à celle de chacune de ces puissances P & R , (*Lem. 3. Cor. 3.*) comme AD est à chacun des côtes AB & AC , ou BD , du parallélogramme BC ; ou bien (*Lemm. 5.*) comme le sinus de l'angle DBA , ou de son complément PAR , à chacun des sinus des angles BDA & BAD , ou de RAK & de PAK , qui leur sont égaux, ou qui sont leurs compléments ; c'est-à-dire, (*hyp.*) comme le poids K à chacune de ces puissances : & par conséquent la force dont ces puissances tirent ou poussent le point A de ce corps, ou de sa corde vers D , est égale à celle, dont il est tiré vers K suivant la même ligne DK par la pesanteur de ce poids : ainsi elles le doivent soutenir en cet état, & demeurer en équilibre avec lui.

C O R O L L A I R E V I I I.

fig. 18.

Ce qui fait voir que l'on peut faire soutenir quelque grand poids K , que ce soit, à quelque puissance R que ce puisse être par le moyen d'une corde seulement. Il ne faut pour cela que de quelque point D comme centre, avec le rayon AD perpendiculaire à l'horizon, & pris à discrétion, décrire l'arc ACB ; & y ayant inscrit AC qui soit à AD , comme la puissance R au poids K , joignez DC , & après avoir dirigé par le point A la corde AP de ce poids parallèlement à CD , attachez-la au crochet P , & lui appliquez en A la puissance R suivant AC . Il est clair par le Corollaire précédent que cette puissance étant

M E C H A N I Q J J E. 17 étant { hyp. } à cc poids comme AC à A
 D j c'est-à-dire,, { Lemm. 5.) comme le finus de l'angle D, ou de fon égal
 DAP,aii finus de l'angle DCA,oudefon complément PA C j elle fe
 foutiendraen cet état. Corollaire IX. Ainfi il n'y a point de force R «quelque
 petite qu'on l'imagine J qui ne foit capable de mouvoir quelque grand poids
 K que ce foit , fufpcndu à une corde , & de le faire fortir de la ligne PF qui
 tombe à plomb de fon point de fufpenfion : & cela , jufqu'à ce que les finus
 des angles que font leurs lignes de diredion A C 5c A D avec A P , qui va du
 point où elles concourent} à ce point de fufpenfion, foient en raifon
 réciproque de ce poids & de cette puilTancc. Corollaire X. Et parce que ce
 mouvement eft impoffible, à moins que ce poids ne monte de même que le
 point A de la corde , du moins de la hauteur du finus verfe HE de l'angle
 APE fait par la partie AP de la corde , avec la ligne A F , qui tombe à plomb
 de fon point A de fufpenfion : il luit évidemment qu'il n'y a point de force,
 quelque petite qu'on l'imagine, qui ne foie capable de faire monter du
 moins à cette hauteur Quelque grand poids que ce fdit à l'aide feulement
 'une corde attachée à quelque point fixe. Za. raifon pour laquelle on dit ici
 du moins , c'ef pour s'accommoder X toute bypothèfe : car f l'on regarde les
 liffiées de direEiion des poids comme parallèles entre-eUes , ce poids monte,
 ici juflement de cette hauteur \mais fi elles concourent en quelque endroit
 du monde , il doit néceffairement monter plus haut , cŷ* ce Sautant plus (
 quoi, qu'en proportion différente) que l'angle que fait la ligne de direfiion
 avec celle qui DES POIDS foutenus avec des cordes feu* kmem. Digitized
 by Google

étant (*hyp.*) à ce poids comme AC à AD ; c'est-à-dire, (*Lemm. 5.*) comme le sinus de l'angle D , ou de son égal DAP , au sinus de l'angle DCA , ou de son complément PAC ; elle se soutiendra en cet état.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

C O R O L L A I R E IX.

Ainsi il n'y a point de force R , quelque petite qu'on l'imagine, qui ne soit capable de mouvoir quelque grand poids K que ce soit, suspendu à une corde, & de le faire sortir de la ligne PF qui tombe à plomb de son point de suspension : & cela, jusqu'à ce que les sinus des angles que font leurs lignes de direction AC & AD avec AP , qui va du point où elles concourent, à ce point de suspension, soient en raison réciproque de ce poids & de cette puissance.

C O R O L L A I R E X.

Et parce que ce mouvement est impossible, à moins que ce poids ne monte de même que le point A de la corde, du moins de la hauteur du sinus versé HE de l'angle $AP E$ fait par la partie AP de la corde, avec la ligne AF , qui tombe à plomb de son point A de suspension : il suit évidemment qu'il n'y a point de force, quelque petite qu'on l'imagine, qui ne soit capable de faire monter du moins à cette hauteur quelque grand poids que ce soit à l'aide seulement d'une corde attachée à quelque point fixe.

La raison pour laquelle on dit ici du moins, c'est pour s'accommoder à toute hypothèse : car si l'on regarde les lignes de direction des poids comme parallèles entre-elles, ce poids monte ici justement de cette hauteur ; mais si elles concourent en quelque endroit du monde, il doit nécessairement monter plus haut, & ce d'autant plus (quoi qu'en proportion différente) que l'angle que fait sa ligne de direction avec celle qui

C

PES POIDS {buccBos avec des coides Icalemcni. fl- 10. 11. IX»
 IJ* M>;• 1637. x8 NOOVELLE ten^e k plomb de fon point de fujpenfim ,
 lorſque ce poids neſt plus dans cette même tigne, ejiplus obtus. Tout tel* eſi
 clair i c'eſt pourquoi on ru s'y arrête pas davantage. Corollaire XI. Il fuie
 encore du Corollaire 7. que fi au lieu du poid K , on mettoit quelque
 nouvelle puifſance , (quelle foit auſſi appelléc K) oui fût aux deux
 premières P & R. . comme le finus de l'angle PAR, aux finus des angles
 RAK.&PAKjc'^ :ft-à-dire , que ces trois puifſances K , P , & R fulicnt
 entr'clles , comme les finus de ces trois angles PAR.RAK.&PAKj clics
 demcurcroient en équilibre cntr'clles , de forte qu'aucune ne l'emporteroit
 fur aucune autre. Corollaire XII. Ce qui fait encore voir , que fans rien
 changer à l'inclinaifon des cordes B P & C R de ces puilTances, une infinité
 d'autres mifes en leurs places , pourront demeurer en équilibre trois à trois ,
 pourvu quelles foicnc cntr'clles , comme ces trois premières. Corollaire
 XIII. On peut auſſi en changeant l'inclinaifon de ces cordes conſerver
 l'équilibre de ces trois premières puifſances K , P , & R , dans fix variations
 mlférentes de leurs angles , pourvu que ces puifſances faſſient échange
 entr'clles de leurs cordes , juſqu'à ce que chacune d'elles ſc trouve
 appliquée ſucceſſivement à chacune de ces cordes pendant deux ſituations
 différentes des deux autres. Pour l'apperccvoir il ne faut que s'imaginer que
 lorſque deux de ces puifſances , f»ar exemple P & R , font échange de leurs
 cordes , il é fait en mcnie - tems une échange des angles que ces mêmes
 cordes faifoicnc auparavant avec celle de Digitized by Google

MECHANIQUE. 15 la puissance $K >$ qui n'en change point alors, sans qu'il arrive encore aucun changement à celui qu'elles rompent entr'elles : de cette manière l'on aura deux des cas dont il est ici question. On en trouvera encore deux en concevant de même l'échange des angles qui se fait dans l'échange des cordes de P & de K & encore deux pour l'échange de celles de K & de R ; c'est ainsi qu'on les aura tous six.

Corollaire XIV. Mais tant que chacune de ces puissances demeure appliquée à la même corde, l'on ne peut en changer la direction, c'est-à-dire, l'inclinaison de ces cordes, sans en rompre l'équilibre -, parce qu'il n'est pas possible de trouver seulement deux situations de cordes, où les sinus des trois angles $RAP, RAK, \& PAK$, aient le même rapport entr'eux.

Corollaire XV. C'est ce qui fait que tout autant de fois qu'on change les angles RAP , que font entr'elles les cordes des puissances P & R , font différents, les poids qu'elles soutiennent font différents aussi. En effet plus cet angle est obtus, plus le poids qu'elles soutiennent, doit être petit, quoi-qu'en proportion différente : puisque plus cet angle est obtus, moins est grande la raison de AO à AB , & de BD à CD c'est-à-dire, (Lemme 5.) celle du sinus de l'angle DBA , ou de son complément PAR « à chacun des sinus de l'angle BDA , ou de RAK qui lui est égal, ou son complément & de l'angle BAD , ou PAK encore égal à celui-ci, ou son complément: qui est justement celle que ce poids doit alors avoir à chacune de ces puissances pour demeurer en équilibre avec elles } De sorte que cet angle peut être ou obtus que ces mêmes puissances pourront faire équilibre DES POIDS soutenus avec des cordes quelconques.

la puissance K, qui n'en change point alors, sans qu'il arrive encore aucun changement à celui qu'elles font entr'elles : de cette manière l'on aura deux des cas dont il est ici question. On en trouvera encore deux en concevant de même l'échange des angles qui se fait dans l'échange des cordes de P & de K ; & encore deux pour l'échange de celles de K & de R : c'est ainsi qu'on les aura tous six.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

C O R O L L A I R E X I V.

Mais tant que chacune de ces puissances demeure appliquée à la même corde, l'on ne peut en changer la direction, c'est-à-dire, l'inclinaison de ces cordes, sans en rompre l'équilibre ; parce qu'il n'est pas possible de trouver seulement deux situations de cordes, ou les sinus de ces trois angles R A P, R A K, & P A K, ayent le même rapport entr'eux.

C O R O L L A I R E X V.

C'est ce qui fait que tout autant de fois que les angles R A P, que font entr'elles les cordes des puissances P & R, sont différens, les poids qu'elles soutiennent sont différens aussi. En effet plus cet angle est obtus, plus le poids qu'elles soutiennent, doit être petit, quoi-qu'en proportion différente : puisque plus cet angle est obtus, moins est grande la raison de A D à A B, & à B D ; c'est-à-dire, (Lemm. 5.) celle du sinus de l'angle D B A, ou de son complément P A R, à chacun des sinus de l'angle B D A, ou de R A K qui lui est égal, ou son complément ; & de l'angle B A D, ou P A K encore égal à celui-ci, ou son complément : qui est justement celle que ce poids doit alors avoir à chacune de ces puissances pour demeurer en équilibre avec elles ; De sorte que cet angle peut être si obtus que ces mêmes puissances pourront faire équilibre

C ij

DFS POIDS ibtitcnus avec des coides feuIcmcHC lo
NOUVELLE avec ce poids , quelque petit qu'il foit : c'est> airifi qu'il peut
diminuer à l'ihni , &l faire cependant toujours équilibre avec elles ,
quelques grandes qu'on les fuppol'c. Corollaire XVI. Voilà ce qui peut
arriver en changeant la direction de l'une, & de l'autre de ces deux
puiflances j Mais à n'en déplacer qu'une: i°. Si elles font égales ,ou fi étant
inégalés, il s'en trouve une qui ait une direction horizontale , il eft clair
qu'on changeroit le rafiort des finus des angles que leurs cordes font avec a
ligne de direcHon du poids qu'elles foutiennent : ainfi(Cor.i.) elles ne
pourroient plus foutenir n'y ce f»oids, ny aucun autre, i®. Au contraire fi
étant inégacs , elles n'ont aucune de leurs cordes qui foit horizontale ; au
lieu du poids qu'elles foutiennent , on pourra encore leur en taire foutenir un
autre , pourvu qu'on change tellement celle de leurs direc'tions qui Hif le
plus grand angle avec celle du poids qu'elles foutiennent, qu'on lui en fafle
faire un autre encore avec elle , qui foit le complément du premier : Car les
finus des angles de leurs cordes avec la direction du poids appliqué à leur
point de concours , étant encore les memes qu'auparavant , elles en pourront
encore foutenir un (Cor. ii.) à qui elles feront comme ces mêmes finus
réciproquement pris, à celui de l'angle que feront alors leurs cordes
entr'elles 5 c'cllà-dirc, qui fera à celui mi'elles foutenoient auparavant ,
comme ce dernier finus à celui de l'angle qu'elles faifoient alors entr'elles.
Mais aulTi par uneraifon toute contraire en tout autre changement de cette
ligne de direction ces deux puiflances ne peuvent plus rien foutenir.

Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

avec ce poids, quelque petit qu'il soit : c'est ainsi qu'il peut diminuer à l'infini, & faire cependant toujours équilibre avec elles, quelques grandes qu'on les suppose.

C O R O L L A I R E X V I.

Voilà ce qui peut arriver en changeant la direction de l'une, & de l'autre de ces deux puissances ; Mais à n'en déplacer qu'une : 1°. Si elles sont égales, ou si étant inégales, il s'en trouve une qui ait une direction horizontale, il est clair qu'on changeroit le rapport des sinus des angles que leurs cordes font avec la ligne de direction du poids qu'elles soutiennent : ainsi (*Cor. I.*) elles ne pourroient plus soutenir n'y ce poids, ny aucun autre. 2°. Au contraire si étant inégales, elles n'ont aucune de leurs cordes qui soit horizontale ; au lieu du poids qu'elles soutiennent, on pourra encore leur en faire soutenir un autre, pourvu qu'on change tellement celle de leurs directions qui fait le plus grand angle avec celle du poids qu'elles soutiennent, qu'on lui en fasse faire un autre encore avec elle, qui soit le complément du premier : Car les sinus des angles de leurs cordes avec la direction du poids appliqué à leur point de concours, étant encore les mêmes qu'auparavant, elles en pourront encore soutenir un (*Cor. II.*) à qui elles seront comme ces mêmes sinus réciproquement pris, à celui de l'angle que feront alors leurs cordes entr'elles ; c'est-à-dire, qui sera à celui qu'elles soutenoient auparavant, comme ce dernier sinus à celui de l'angle qu'elles faisoient alors entr'elles. Mais aussi par une raison toute contraire en tout autre changement de cette ligne de direction ces deux puissances ne peuvent plus rien soutenir.

M E C H A N I C X . U E . La raifon four laquelle on vient de
 demander que ce changement fe fit dans celle des direiions de ces
 puiffances[^] qui fait le plus grand angle avec celle du poids qu'elles
 foutunnentfc'eft que fi l'on faifoituntel changement à l'autre, l'angle àes
 cordes fe toumeroit en deffous , ce qui dètermineroit l'aliion de ces deux
 puijfances à féconder fa pefanteur , plutôt qu'à la foutenir. C0R0LLAIR.E
 XVII. Puisque ce poids pour faire équilibre avec les puiflaoces P & R , doit
 toujours être à chacune d'elles, comme le finus de l'angle PAR de leurs
 cordes, à chacun des lînus des angles R A K & P A K : Il fuit évidemment
 que h enfin cet angle , à force de devenir obtus , devenoit à rien j c'elt-à-
 dire , que R A Se A P ne fiflent plus qu'une même li[^]ne droite , ce poids
 feroit aulli réduit à rien. Se ces ifeux puiffances agiroient feulement alors
 l'une contre l'autre: ainfi tant qu'il refte quelque poids attaché à ces cordes
 entre ces puiflTances, elles font toujours quelque angle PAR que ce foi t.
 Corollaire XVII I. De-là on voit qu'il n'y a point de force imaginable , n'y
 de poids, quelques grands qu'on les conçoive, qui appliquez aux extrémitez
 d'une corde parfaitement fléxible , lapuiflènt tellement bander qu'elle
 devienne parfaitement droite , pour peu de pefanteur qu'on y fuppofo :car
 quelque prodigieufe que foit cette force , Si quelques grands que foient ces
 poids , ils auront toujours quelque raport à la pefanteur de cette corde: 8c
 par conléquent elle fe courbera toujours. Jufqu' ici nous n'avons eu aucun
 égard à cette pefitnteur de cordes , cejl pour cela que nous n'y qvom
 confideté C iij DES l'OIDS ibutchu[^] Avec d 5 cordci (çulcn<cm« Digitized
 by Google

La raison pour laquelle on vient de demander que ce changement se fit dans celle des directions de ces puissances, qui fait le plus grand angle avec celle du poids qu'elles soutiennent; c'est que si l'on faisoit un tel changement à l'autre, l'angle des cordes se tourneroit en dessous, ce qui détermineroit l'action de ces deux puissances à seconder sa pesanteur, plutôt qu'à la soutenir.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

C O R O L L A I R E X V I I.

Puisque ce poids pour faire équilibre avec les puissances P & R, doit toujours être à chacune d'elles, comme le sinus de l'angle P A R de leurs cordes, à chacun des sinus des angles R A K & P A K : Il suit évidemment que si enfin cet angle, à force de devenir obtus, devenoit à rien; c'est-à-dire, que R A & A P ne fissent plus qu'une même ligne droite, ce poids seroit aussi réduit à rien, & ces deux puissances agiroient seulement alors l'une contre l'autre: ainsi tant qu'il reste quelque poids attaché à ces cordes entre ces puissances, elles font toujours quelque angle P A R, que ce soit.

C O R O L L A I R E X V I I I.

De-là on voit qu'il n'y a point de force imaginable, n'y de poids, quelques grands qu'on les conçoive, qui appliquez aux extrémités d'une corde parfaitement flexible, la puissent tellement bander qu'elle devienne parfaitement droite, pour peu de pesanteur qu'on y suppose: car quelque prodigieuse que soit cette force, & quelques grands que soient ces poids, ils auront toujours quelque rapport à la pesanteur de cette corde: & par conséquent elle se courbera toujours.

Jusqu'ici nous n'avons eu aucun égard à cette pesanteur de cordes, c'est pour cela que nous n'y avons considéré

C iij

DES POIDS inconnus avec des cordes feulement. ti NOUVELLE
que l'angle qu'elles font entr'elles à l'endroit où le poids qu'elles soutiennent ,
leur est attaché ; ce fera en les considérant de même que nous prendrons
quelque jour leur pesanteur pour une infinité de poids [^] qui leur étaront
appliqués dans toute leur longueur & leur font faire une infinité d'angles qui
nous feront en déterminer la courbure pour toutes fortes d'hypothèses.
Corollaire XIX. On pourroit encore de même démontrer le rapport du poids
K soutenu par trois cordes , ou par davantage, même jusqu'à l'infini , aux
puissances qui le soutiendroient en prenant pour une seule, une impulsion
composée de chacun des points , ou deux de ces cordes concourent .laquelle
résulte du concours d'action des deux puissances qui y sont appliquées &
ainsi toujours de même , jusqu'à ce qu'enfin toutes ces puissances, en
quelque nombre qu'elles soient, fussent réduites à deux seulement : ce qui
réduiroit toujours tous ces cas , quelques différens qu'ils fussent , à celui de
la proposition présente , qui pour cela a été appelée Fondamentale. R E M
A R Q U E. Lorsque de chacun des noeuds qui lient ensemble les cordes avec
lesquelles un poids est soutenu par plusieurs puissances , on voit chacune sa
direction , il ne s'en répand point plus de trois dans un même plan & alors
cette réduction se peut faire sans connoître aucun rapport entre ces puissances
, n'y d'aucune d'elles à ce poids. Mais lorsque le contraire arrive , c'est-à-
dire , lorsque d'un même noeud il se répand plus de trois cordes dans un
même plan & alors pour chacun de ces plans , il faut connoître entre
lesquelles on voudra des forces qui y sont appliquées , Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

que l'angle qu'elles font entr'elles à l'endroit où le poids qu'elles soutiennent , leur est attaché : ce sera en les considérant de même que nous prendrons quelque jour leur pesanteur pour une infinité de poids , qui leur étant appliquez dans toute leur longueur , leur font faire une infinité d'angles qui nous serviront à en déterminer la courbure pour toutes sortes d'hypothèses.

COROLLAIRE XIX.

On pourroit encore de même démontrer le rapport du poids K suspendu par trois cordes , ou par davantage , même jusqu'à l'infini , aux puissances qui le soutiendroient ; en prenant pour une seule , l'impression composée de chacun des points , ou deux de ces cordes concourent , laquelle résulte du concours d'action des deux puissances qui y sont appliquées ; & ainsi toujours de même , jusqu'à ce qu'enfin toutes ces puissances , en quelque nombre qu'elles soient , fussent réduites à deux seulement : ce qui réduiroit toujours tous ces cas , quelques différens qu'ils fussent , à celui de la proposition présente , qui pour cela a été appelée *Fondamentale*.

REMARQUE.

Lorsque de chacun des nœuds qui lient ensemble les cordes avec lesquelles un poids est soutenu par plusieurs puissances , suivant chacune sa direction , il ne s'en répand point plus de trois dans un même plan ; alors cette réduction se peut faire sans connoître aucun rapport entre ces puissances , n'y d'aucune d'elles à ce poids. Mais lorsque le contraire arrive , c'est-à-dire , lorsque d'un même nœud il se répand plus de trois cordes dans un même plan ; alors pour chacun de ces plans , il faut connoître entre lesquelles on voudra des forces qui y sont appliquées ,

M E C H A N I Q U E. 15 autant de rapports , moins trois, qu'il y
 aura de telles forces, ou qu'un même nœud y répandra de cordes. Par
 exemple, pour 4. cordes, il ne faudra connoître qu'un tel rapport. Pour 5. il en
 faudra 2. Pour 6. 3, Pour 7. 4. & ainli toujours 3. moins que le nombre de
 ces cordes. On n'entre feint dans le détail de tout cecl , de fenrde fe trop
 èloiyier de la breveté qu'on s'efiprefo fée j outre qu'en voiLtyCeme femble,
 affet^pour Juger de l'étendue é' de la fécondité de cesprintipes : en le verra
 démontré dans un autre ouvrage, PROBLEME. LEs forces de trois hommes
 K, P R , étant données , ou mime feulement le raport quelles ont entr elles ,
 les appliquer tellement à trois cordes ÂK, AP AR, qui aboutirent À un mime
 nœud A , qu'aucun des trois ne P emporte Jùr aucun des deux autres.
 Solution. Premièrement , s'il y a quelqu'une des forces de ces trois
 perfonnes , qui foit égale, ou plusgrande que la fomme de celles des deux
 autres, ce Problème par le Corollaire 3. de la propofition préfentc eft
 impoffible. ' Secondement fi chacune de ces forces , de quelque manière
 qu'on les prenne , eft en effet moindre que la fomme des deux autres j
 placez à dilcretion une de ces trois perfonnes , par exemple K , lui donnez la
 direction A K qu'il vous plaira. Ayant prolongé à diferetion A K du côté de
 E , faite fur A E le triangle AEF , tel que fes trois cotez A E , E F , & A F ,
 foient entr'eux , comme les forces de ces trois perfonnes K , DES POIDS
 fbuccmi» avec des Cordes leuIcmenc. Digitized by Google

autant de rapports , moins trois, qu'il y aura de telles forces, ou qu'un même nœud y répandra de cordes. Par exemple, pour 4. cordes, il ne faudra connoître qu'un tel rapport. Pour 5. il en faudra 2. Pour 6. 3. Pour 7. 4. & ainsi toujours 3. moins que le nombre de ces cordes.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

On n'entre point dans le détail de tout ceci , de peur de se trop éloigner de la breveté qu'on s'est proposée ; outre qu'en voilà, ce me semble, assez pour juger de l'étendue & de la fécondité de ces principes : on le verra démontré dans un autre ouvrage.

P R O B L E M E.

L Es forces de trois hommes K , P , & R , étant données, ou même seulement le rapport qu'elles ont entr'elles, les appliquer tellement à trois cordes AK , AP , & AR , qui aboutissent à un même nœud A , qu'aucun des trois ne l'emporte sur aucun des deux autres.

S O L U T I O N.

Premièrement , s'il y a quelqu'une des forces de ces trois personnes, qui soit égale, ou plus grande que la somme de celles des deux autres, ce Problème par le Corollaire 3. de la proposition présente est impossible.

Secondement si chacune de ces forces, de quelque manière qu'on les prenne, est en effet moindre que la somme des deux autres ; placez à discretion une de ces trois personnes, par exemple K , & lui donnez la direction AK qu'il vous plaira. Ayant prolongé à discretion AK du côté de E , faite sur AE le triangle AEF , tel que ses trois côtes AE , EF , & AF , soient entr'eux, comme les forces de ces trois personnes K ,

DES POIDS {butenus avec des cordes IcuIcraeac, 14

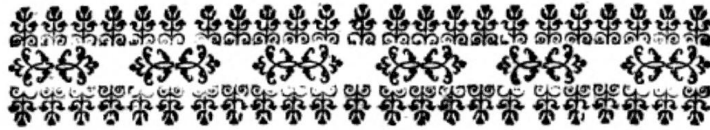
NOUVELLE P , & R. Placez cnfuitela perfonne R fuivant le côté AF de ce triangle , & la perfonne P fuivant A P parallèle à E F. Cela fait , ces trois hommes feront dans la fituation requife pour demeurer en équilibre.

DIMONSTR-ATION. Leurs forces K , P , & R font () entr'elles , comme AE , F F , & A F j C'est-à-dire, (Limm. 5.) comme les finus des angles AFE, EAF,&AEF, qui lbnt les memes que ceux des angles P A R , R A K, & P A K : Donc (Corel, n.) ces trois hommes demeureront ainfi en équilibre > fans qu'aucun d'eux le puifle emporter fur lequel que ce foit de deux autres. Ce qu'il falloir faire. PROPOSITION Digitized by Googl

M E C H A N I C T. U E. M <X5> ^ PROPOSITION FO ND

AMENTALE DES POULIES Soit que le centre en demeure fixe , soit qu'on le suppose mobile > &c pour toutes les directions possibles des puilTanccs , ou des poids qui y sont appliquez. Soit U puissance ^ou U poids D appliqué ^ eu fuppendm flau centre mobile d'une P ouït e A , autour de laquelle paj(fe * ^ la corde P M N R , dont les extremitex^ sont retenues par »/. les puiffunces P & R : quelque an^le M M N que faze fent entre, elles Us parties M P , & N R de cette corde , prolongées jufqu'à ce qu'elUs concourent en H i le poids , ou la puissance D , fera toujours d chacune des pmjfances P R ^ comme U finuo de cet angle , au finus de fa moitié. - ■ ■ < *

Démonstration. Il est clair que tant que le poids , ou la puissance D , demeure ainli en équilibre avec les puiffances P & R fucla poulie A , non^ feulement cette poulie demeure fans mouvement j mais encore la corde P M N R demeure fixe delTus fans glUTer , n'y fe mouvoir non plus que H elle y c toit colce>ou phyfiquement unie depuis Digitized by Google



PROPOSITION FONDAMENTALE DES POULIES.

Soit que le centre en demeure fixe, soit qu'on le suppose mobile ; & pour toutes les directions possibles des puissances , ou des poids qui y sont appliquez.

***S**oit la puissance , ou le poids D appliqué , ou suspendu au centre mobile d'une Poulie A , autour de laquelle passe la corde $PMNR$, dont les extremités sont retenues par les puissances P & R : quelque angle MHN que fassent entre-elles les parties MP , & NR de cette corde , prolongées jusqu'à ce qu'elles concourent en H ; le poids , ou la puissance D , sera toujours à chacune des puissances P & R , comme le sinus de cet angle , au sinus de sa moitié.*

*fig. 20.
21.
22.
23.*

DEMONSTRATION.

Il est clair que tant que le poids , ou la puissance D , demeure ainsi en équilibre avec les puissances P & R sur la poulie A , non-seulement cette poulie demeure sans mouvement ; mais encore la corde $PMNR$ demeure fixe dessus sans glisser , n'y se mouvoir non plus que si elle y étoit colée , ou physiquement unie depuis
 D

NOUVELLE DES M jusqu'à N j & les points M » Si N de cette
 corde POULIES, cette poulie .tant que dure cet équilibre , que ft en effet
 PM , 8c K N étoient deux cordes , qui y fuient séparément attachées : Les
 puissances P , Si R refistent donc au poids , ou à la puissance D , de même
 que si M P , Si R N étoient deux cordes différentes & attachées aux
 points M Si N de la poulie A , suivant les tangentes en ces points : De sorte
 que l'on peut regarder cette poulie comme un corps qui tend vers D ,
 suivant A D , d'une force égale à celle du poids, ou de la puissance O i mais
 qui est retenu avec les cordes P M Si R N par les puissances P Si R. Or en
 ce cas , la direction de direction A D passeroit (Zemm. i. Cor. /.
) par le point H, ou concourent ces cordes prolongées j mais encore cette
 poulie regardée avec une telle réflexion , feroit (prop. 6. des cerdes. Cor.
 1.) aux puissances P, Si R, qui la retiennent , comme le sinus de l'angle M
 H N , aux sinus des angles N H A , Si M H A : Donc en effet la ligne de
 direction AD de la poulie A ainsi tirée par le poids, ou la puissance D ,
 contre les puissances P Si R , passe toujours par le point H , ou leurs cordes
 prolongées concourent j Soit le poids , ou la puissance D , est aussi à chacune
 de ces puissances , comme le sinus de l'angle M H N à chacun des sinus des
 angles NHA, & M H A. Or à cause que HA, passe aussi par le centre de cette
 poulie , Si que M H , Si N H font deux tangentes , les angles N H A , Si M
 H A , font chacun la moitié de l'angle M H N : Donc le poids , QU la
 puissance D , est toujours à chacune de puissances P Si R , comme le sinus
 de l'angle M H N , que font leurs cordes entr'elles , au sinus de la moitié.
 Ce qu'il falloit démontrer. Digitized by Google

*7 M E C H A N I Q J J E. Corollaire I. Il fuit de-là < iue le poids , ou la puijQTance O , tant 4^ue dure cet équilibre , eft toujours à chacune des puiflances P , & R > en raifon réciproque des Hnus des angles que font les lignes de direâion de ce poids , & de cette puilTance avec celle de l'autre ; c'elt~à-dire , en raifon réciproque des diftances des lignes de di> reAion de ce poids & de cette puillànce , à quelque point que ce foit de celle de l'autre. Et pour la même raifon les puillances P & R font aullî entr'elles en raifon réciproque des diRances de leurs lignes de diredion À quelque point que ce lbit de celle du poids , ou de la puilTance O, quelles foutiennent. Corollaire II. Si la puilTance , ou le poids D , (le tout étant appliqué a la poulie A comme cy-de(Tus) eR à chacune des puilTances P , & R , comme le ilnus de l'angle M H N , que font leurs cordes entr'elles , au ilnus de fa moitié j elles le foutiendront en cet état > parce que cette raifon étant la même qu'il doit avoir aux puilTances qui Ty pourroiciit foutenir) les puilTances P , & R leur font nécelTairement égales 5 & par confé^quent étant appliquées de même, elles Ty doivent auâî foutenir. Corollaire 'III, Ce qui fait voir que lorlque le poids D, eR à chacune des puilTances P > & R > en raifon réciproque des diRances des lignes de diredion de ce poids , & de cette puillànce , i quelque point que ce lbit de ceHe de l'autre , il demeure en équilibre avec elles. Ce qu'on dit du poids D £b doit auâî delà puillànce D. D ij DES r O U L 1 E S. Digitized by CoogLe

Il suit de-là que le poids , ou la puissance D , tant que dure cet équilibre , est toujours à chacune des puissances P , & R , en raison réciproque des sinus des angles que font les lignes de direction de ce poids , & de cette puissance avec celle de l'autre ; c'est-à-dire , en raison réciproque des distances des lignes de direction de ce poids & de cette puissance , à quelque point que ce soit de celle de l'autre. Et pour la même raison les puissances P & R sont aussi entr'elles en raison réciproque des distances de leurs lignes de direction à quelque point que ce soit de celle du poids , ou de la puissance D , qu'elles soutiennent.

COROLLAIRE II.

Si la puissance , ou le poids D , (le tout étant appliqué à la poulie A comme cy-dessus) est à chacune des puissances P , & R , comme le sinus de l'angle MHN , que font leurs cordes entr'elles , au sinus de sa moitié ; elles le soutiendront en cet état parce que cette raison étant la même qu'il doit avoir aux puissances qui l'y pourroient soutenir ; les puissances P , & R leur sont nécessairement égales ; & par conséquent étant appliquées de même , elles l'y doivent aussi soutenir.

COROLLAIRE III.

Ce qui fait voir que lorsque le poids D , est à chacune des puissances P , & R , en raison réciproque des distances des lignes de direction de ce poids , & de cette puissance , à quelque point que ce soit de celle de l'autre , il demeure en équilibre avec elles. Ce qu'on dit du poids D se doit aussi de la puissance D .

D ij

DES POULIES 18 NOUVELLE Corollaire IV. Il fuit de plus de cette proposition que les puissances P , & R agissent contre la puissance, ou le poids D & ce poids > ou cette puissance réciproquement aussi contr'elles, de la même manière que si leurs cordes PM , & RN , prolongées jusqu'en H , y croient nouées avec la corde AD au poids, ou de la puissance D & que la poulie A étant ôtée, elles tiraient contre ce poids, ou contre cette puissance suivant les mêmes angles MHA , & NHA ; puis qu'alors le poids, ou la puissance D feroit encore (prop. fond, des cordes. Corx. 1^{re}) à chacune d'elles, comme le sinus de l'angle MHN de leurs cordes, au sinus de la moitié de cet angle. Ainsi que les puissances P & R soutiennent le poids, ou la puissance D , par le moyen de la poulie A , avec la même corde $PMNR$ ou qu'elles soutiennent l'un ou l'autre sans poulie, mais avec chacune une corde PH , RH , nouée avec AD en H ; C'est toujours la même chose, pourvu que les angles de ces cordes avec la ligne de direction du poids, ou de la puissance D , soient les mêmes dans l'un & l'autre cas. Corollaire V. On voit encore que si au lieu du poids, ou de la puissance D , on attache la corde AD à quelque clou, comme en D , ou ailleurs ; ce clou feroit la même résistance contre les puissances P , & R , que fait présentement le poids, ou la puissance D : ainsi n'étant arrivé aucun changement du côté de ces puissances, la direction de la corde AD feroit non seulement encore la même qu'auparavant, c'est-à-dire, qu'elle diviserait encore l'angle MHN en deux parties égales ; mais encore la résistance de ce clou feroit égale à celle du poids, ou de la puissance D : D'où il fuit

M E C H A N I Q J J E. iP 1*. Que lors qu'une poulie fur laquelle
 deux puilT'an- ul^es ces font équilibre , comme ici P Sc R , cil fuî'pnduc
 ou retenue par une corde telle qu'cîl ici AD, cette corde fc dirige toujours en
 forte qu'elle divife en -deux également l'angle des tangentes de cette poulie
 aux points ou les cordes de ccsptii (lances la touchent. (Il eft clair que la
 même choie arriveroit , fi au lieu de ces pniltances on appliquoit à leurs
 cordes des poids <^ui demeuralTent de même en équilibre fur cette poulie)
 1*. La charge du clou , ou la corde qui retient cette poulie, ell attachée,
 étant égale à la réfiHance qu'il fait contre chacune de ces puillances , ou des
 poids mis en leurs places j cil à chacun d'eux , ou d'elles , comme le finus
 de l'angle de ces tangentes , au finus de fa moitié. Corollaire VI.
 Préfentement fi la poulie A , au lieu d'être arrêtée en D , ou en quelqu'autre
 point de fa corde A D { étoit feulement fixe en fon centre A ; les puiffances
 P & R agiffant encore defliis de la même manière qu'auparavant , & cette
 poulie leur faifant aufi encore la meme réfillancc qu'elle leur fai foit , lors
 qu'elle étoit retenue parla corde A H j elle doit en recevoir encore la même
 impreffion , & fuivant la même dircélion qu'auparavant : Ainfi l'effort
 commun des puiffances P & R fur cette poulie , ne tend encore qu'à la
 mouvoir fuivant H A avec la même force dont elles tiroient auparavant
 contre le poids, ou la puiffanccD,ou contre le clou qu'on vient de fufpofer
 en D:de forte que la charge de cette poulie, lors qu'elle eft fixe , eft toujours
 à chacune des puiffances P & R , ou à chacun des poids qui leur étant
 égaux, feroient mis en leurs places j'comme le finus de l'angle de leurs
 parties de cordes PM & R N prolongées jufqu'a ce quelles concourent , au
 finus de fa moitié. Digitized by Google

1°. Que lors qu'une poulie sur laquelle deux puissances sont équilibre, comme ici P & R, est suspendue ou retenue par une corde telle qu'est ici AD, cette corde se dirige toujours en sorte qu'elle divise en deux également l'angle des tangentes de cette poulie aux points où les cordes de ces puissances la touchent. (Il est clair que la même chose arriveroit, si au lieu de ces puissances on appliquoit à leurs cordes des poids qui demeurassent de même en équilibre sur cette poulie) 2°. La charge du clou, ou la corde qui retient cette poulie, est attachée, étant égale à la résistance qu'il fait contre chacune de ces puissances, ou des poids mis en leurs places ; est à chacun d'eux, ou d'elles, comme le sinus de l'angle de ces tangentes, au sinus de sa moitié.

COROLLAIRE VI.

Présentement si la poulie A, au lieu d'être arrêtée en D, ou en quelque autre point de sa corde AD ; étoit seulement fixe en son centre A ; les puissances P & R agissant encore dessus de la même manière qu'auparavant, & cette poulie leur faisant aussi encore la même résistance qu'elle leur faisoit, lors qu'elle étoit retenue par la corde AH ; elle doit en recevoir encore la même impression, & suivant la même direction qu'auparavant : Ainsi l'effort commun des puissances P & R sur cette poulie, ne tend encore qu'à la mouvoir suivant HA avec la même force dont elles tiroient auparavant contre le poids, ou la puissance D, ou contre le clou qu'on vient de supposer en D : de sorte que la charge de cette poulie, lors qu'elle est fixe, est toujours à chacune des puissances P & R, ou à chacun des poids qui leur étant égaux, seroient mis en leurs places ; comme le sinus de l'angle de leurs parties de cordes PM & RN prolongées jusqu'à ce qu'elles concourent, au sinus de sa moitié.

D iij

NOUVELLE DES POULIES. Corollaire VII D'où il suit que plus l'angle MHN , que ces parties de corde prolongées du côté de H , font entr'elles, fera obtus, moins fera grande la charge de la poulie A , soit que le centre en soit fixe, ou qu'il soit mobile: parce que plus cet angle fera obtus, moins fera grande la raison de son sinus au sinus de sa moitié, quoi qu'en proportion différentes: De sorte que cet angle peut être soit obtus, que la poulie A ne sera chargée que si peu qu'on voudra des puissances P & R : jusques-là même qu'elle pourroit être soutenue contre elles par une puissance, ou un poids D indéfiniment petit, c'est-à-dire, moindre que quelque poids donné, que ce soit: Car il ne faut pour cela qu'ouvrir l'angle MHN , que font entr'elles les parties de corde PM & RN , jusqu'à ce qu'enfin son sinus soit au sinus de sa moitié en moindre raison que le poids donne, à chacune des puissances P & R . COROLLAIRE VIII. Au contraire on peut rendre cet angle MHN aigu que la puissance, ou le poids D , ou quelque autre en sa place, devra être plus grand que chacune des puissances P & R pour être en équilibre avec elles; mais ce poids ne peut pas ainsi augmenter à l'infini, de même que nous venons de dire qu'il peut diminuer: Car ne pouvant jamais être plus grand que lors que cet angle est infiniment aigu, c'est-à-dire, lors que les parties de corde MP & NR sont parallèles; & le sinus de cet angle n'étant encore alors que double du sinus de sa moitié, ce poids ne peut être tout au plus que double de chacune des puissances P & R . Digitized by Google

MECHANIQUE. h COROLLAIRE IX. D'où l'on voit en général
lors qu'un poids fait ainu équilibre avec deux puinances ,ou avec deux au*
très poids par le moyen de quelque poulie à moude « il ne peut être tout au
plus que double de chacune de CCS puilTances , ou de ces autres poids j
mais au contraire il peut diminuer à l'infini , & faire cependant toujours
équilibre avec elles, ou avec ces poids, quoi qu'ils demeurent toujours les
mêmes. Corollaire X. Ce qui fait voir que fur une infinité de cas d'ÜFrens
ou cet équilibre peut arriver , il n'y en a qu'un feul ou le poids , ou bien la
puilTance D , puilTe être double de chacune des puilTances P & K j &: que
dans tous les autres il ell toujours moindre que double, & meme moindre à
l'infini que chacune d'elles. Teua ceux qui fe mêlent de Mèchanique
,fcavent que P«n regarde ordinairement comme générale tomme
ahfolmmtnt vraye cette prapofitton : qu'un poids attaché, ou fui^endu au
centre mobile d'une poulie i moufle, &cn équilibre avec une pu iffance
appliquée à l'extrémité d'une corde qui embralTant cette poulie, â fon autre
extrémité retenue par quelque clou , ou autrement , eft double de cette
puiflaace. Cependant on voit par te dernier Corollaire que fur une infinité de
cas différent , ou cet équilibre peut arriver , cette prepoſition rieſi vraye que
dans un ftuf qui eſi Ion que les parties de corde qui touchent cette pouUe
feau parallèles > ^fauffe dans tous les autres. Il eſi vrai que dans la
démonſtration que les jluteurs qui tout avancée , en donnent , ils ſuppofent
tous que ces parties de corde touchent cette poulie aux extrémities^ d'un
même diamètre , ér confèquemment qu'elles font parallèles i DES
POULIES. Digitized by Google

MECHANIQUE.

81

COROLLAIRE IX.

DES
POULIES.

D'où l'on voit en général que lors qu'un poids fait ainsi équilibre avec deux puissances, ou avec deux autres poids par le moyen de quelque poulie à moufle, il ne peut être tout au plus que double de chacune de ces puissances, ou de ces autres poids ; mais au contraire il peut diminuer à l'infini, & faire cependant toujours équilibre avec elles, ou avec ces poids, quoi qu'ils demeurent toujours les mêmes.

COROLLAIRE X.

Ce qui fait voir que sur une infinité de cas différens ou cet équilibre peut arriver, il n'y en a qu'un seul ou le poids, ou bien la puissance D, puisse être double de chacune des puissances P & R ; & que dans tous les autres il est toujours moindre que double, & même moindre à l'infini que chacune d'elles.

Tous ceux qui se mêlent de Méchanique, savent assez que l'on regarde ordinairement comme générale & comme absolument vraie cette proposition : qu'un poids attaché, ou suspendu au centre mobile d'une poulie à moufle, & en équilibre avec une puissance appliquée à l'extrémité d'une corde qui embrassant cette poulie, à son autre extrémité retenuë par quelque clou, ou autrement, est double de cette puissance. Cependant on voit par ce dernier Corollaire que sur une infinité de cas différens, ou cet équilibre peut arriver, cette proposition n'est vraie que dans un seul, qui est lors que les parties de corde qui touchent cette poulie sont parallèles ; & fausse dans tous les autres. Il est vrai que dans la démonstration que les Auteurs qui l'ont avancée, en donnent, ils supposent tous que ces parties de corde touchent cette poulie aux extrémités d'un même diamètre, & conséquemment qu'elles sont parallèles ;

DES POULIES. 31 NOUVELLE maii outre qu'il est rare qu'elles le [oient, c'est] que n'ayant point fait cette réflexion dans leur proposition, ils le retardent dans la suite comme générale, (j'en l'appliquent indifféremment à toutes les machines ou [on se sert de moufles, sans avoir égard à la situation de leurs cordes; Ce qui les a jettes dans des méprises considérables, comme on le verra dans les Corollaires suivants.]

COROLLAIRE XI. Soit que le centre de la poulie A demeure fixe, soit qu'on le suppose mobile tant que ces puissances demeurent ainsi en équilibre aux extrémités P & R d'une même corde passée par dessus, ou par dessous cette poulie, elles sont toujours égales: puisque quelque soit la charge de cette poulie, si elle est fixe, ou bien le poids qui y est attaché, si elle est mobile \ cette charge, ou ce poids, tant que dure cet équilibre, est toujours à chacune d'elles, comme le sinus de l'angle de leurs parties de corde, au sinus de sa moitié. COROLLAIRE XII. Si ces parties de corde des puissances P, & R, lorsqu'elles soutiennent la puissance, ou le poids D, ne sont point parallèles, ces deux mêmes puissances le pourront soutenir dans deux situations différentes de leurs cordes; parce que ces cordes peuvent faire des angles égaux en H de part & d'autre de la poulie A, avec la ligne de direction A H, soit en s'écartant l'une de l'autre, (fig. 10 & n. j) soit en s'approchant; & par conséquent les mêmes puissances P, & R, qui dans l'une de ces situations de cordes, sont capables de soutenir la puissance, ou le poids D, le pourront encore soutenir dans l'autre.

Corollaire. Digitized by Google

55 M £ C H A N I Ct.U E. Corollaire XIII. Mais si les parties de corde des puissances P & R sont parallèles, elles ne pourront soutenir la puissance, ou le poids D qui en cette seule situation j parce qu'il n'est pas possible d'en trouver d'autre, ou cette puissance, ou bien ce poids, soit double de chacune des puissances P & R qui le soutiennent. Corollaire XIV. On voit encore de cette proposition que le poids D étant en équilibre avec la puissance R, par le moyen de plusieurs moufles A, B, C, &c. Séparez & appliquez le long du poteau E G, ou de quelque autre corps que ce soit, de la manière qu'on les voit ici i efl: à cette puissance, comme le produit des sinus des angles H, K, L, &c. que font, lors qu'on les prolonge, les parties des cordes E K, F L, G R, &c. qui touchent ces poulies j au produit des sinus de chacun leur moitié: Car selon la proposition présente, la résistance de la poulie A, ou bien le poids D est à la résistance de la poulie B, comme le sinus de l'angle H, au sinus de sa moitié. La résistance de la poulie B est à celle de la poulie C, comme le sinus de l'angle K, au sinus de sa moitié. Enfin la résistance de la poulie C est encore à celle de la puissance R, comme le sinus de l'angle L, au sinus de sa moitié j & ainsi de même à l'infini: Donc' en multipliant par ordre les termes de toutes ces proportions, c'est-à-dire, les antécédents par les succédents, & les conséquents par les conséquents, on aura le poids D à la puissance R, comme le produit des sinus des angles H, K, L, &c. au produit des sinus de chacun leur moitié. E DES POULIES. fin »!• Digitized by Google

COROLLAIRE XIII.

DES
POULIES.

Mais si les parties de corde des puissances P & R sont parallèles, elles ne pourront soutenir la puissance, ou le poids D qu'en cette seule situation ; parce qu'il n'est pas possible d'en trouver d'autre, ou cette puissance, ou bien ce poids, soit double de chacune des puissances P & R qui le soutiennent.

COROLLAIRE XIV.

On voit encore de cette proposition que le poids D étant en équilibre avec la puissance R, par le moyen de plusieurs mouffes A, B, C, &c. Séparez, & appliquez le long du poteau E G, ou de quelque autre corps que ce soit, de la manière qu'on les voit ici ; est à cette puissance, comme le produit des sinus des angles H, K, L, &c. que font, lors qu'on les prolonge, les parties des cordes EK, FL, GR, &c. qui touchent ces poulies ; au produit des sinus de chacun leur moitié : Car selon la proposition présente, la résistance de la poulie A, ou bien le poids D est à la résistance de la poulie B, comme le sinus de l'angle H, au sinus de sa moitié. La résistance de la poulie B est aussi à celle de la poulie C, comme le sinus de l'angle K, au sinus de sa moitié. Enfin la résistance de la poulie C est encore à celle de la puissance R, comme le sinus de l'angle L, au sinus de sa moitié ; & ainsi de même à l'infini : Donc en multipliant par ordre les termes de toutes ces proportions, c'est-à-dire, les antécédens par les antécédens, & les conséquens par les conséquens, on aura le poids D à la puissance R, comme le produit des sinus des angles H, K, L, &c. au produit des sinus de chacun leur moitié.

fig. 24.
25.

E

DES POULIES. 34 NOUVELLE Corollaire XV. Il fuit de ce dernier Corollaire que sur une infinité de cas différents, ou le poids D peut être en équilibre avec la puissance R, à l'aide de plusieurs moufles, de la manière qu'ils font ici j il n'y en a qu'un seul, ou ce poids soit à cette puissance comme le dernier terme d'une progression double, qui en a autant qu'il y a de moufles, plus un, est au premier j c'est-à-dire, ici .comme 8. à 1. C'est lors que les parties de corde qui sont tangentes de ces moufles, sont parallèles entr'elles : parce que les angles H, K, L, &c. étant alors infiniment aigus, leurs sinus sont doubles des sinus de leurs moitiés. Pour dans tous les autres, il est toujours à cette puissance en moindre raison que ce dernier terme au premier, & même, en moindre à l'infini : parce que les angles H, K, L, &c. ne pouvant devenir plus aigus que lorsque ces parties de cordes sont parallèles, les raisons de leurs sinus aux sinus de leurs moitiés, ne peuvent aussi jamais être chacune plus grande que celle de 2. à 1. au contraire ces angles pouvant devenir toujours plus obtus jusqu'à l'infini, les raisons de leurs sinus aux sinus de leurs moitiés, peuvent aussi diminuer à l'infini. On voit U mprise de ceux qui dans cet usage des poulies à moufle, ont avancé comme proposition générale que le poids D est à la puissance R .comme le dernier terme d'une progression double, qui en a autant qu'il y a de moufles, plus un, est au premier. Ce qui est une erreur trop étendue qu'ils ont donné à la proposition rapportée dans la réflexion qui suit U Corollaire 10. de la statique présent. Digitized by Google

M E C H A N I Q J J E. Corollaire XVI. 35 Presentement si l'on fe-
 fert de pliiieurs poulies liëscnfemble, comme on les voit dans les figures
 i6. & 17. Il fuit encore de cette propofition quelapuiffance R cft au poids D
 qu'elle foutient à l'aide de ces poulies t comme le produit des finus des
 moitez de chacun des angles que font , si on les prolonge , les cordes
 tangentes des poulies mobiles L,K,&H,.à la fomme des produits de chacun
 des finus de ces mêmes angles par les finus des moitez de chacun des
 autres. Par exemple , foit le finus de l'angle de ces cordes fait en A, appelle
 a j 6c celui de fa moitié appelle b. Celui de l'angle C, appelle c i & celui de
 fa moitié appelle J. Enfin celui de l'angle E , appcllé e ; & celui de fa moitié
 appcllé f. Cela fuppofe il fuit , di-je, de cette propofition que la puiffance R
 en ce cas cft au poids D , comme bdf à adf cbf -h cbd. Pareeq^ue la corde R
 R O R N R M étant ég.'ilement bandee dans toutes fes parties , & d'une
 force égale à celle de la puiffance R 5 on la peut regarder , tant que dure cet
 équilibré , comme divifée en autant de cordes R R O, R N , & R M , qu'il y
 a de poulies L , K , & H , dans l'écharpe L H j 6c chacune ne ces cordes
 comme fixe en O , N , & M , & tirée du côté de R , R , 6c R par la puiiïance
 R , ou par d'autres qui lui foient égales. Et parce que les poulies L , K 1 6c
 H > portent chacune 3ucl<^ue cnofe du poids D , rcgardons-le aufiî comme
 ivife en autant départies x dont la partiex foit portée par la poulie L -, la
 partie j/, par la poulie K > 6c la partie * , par la poulie H, Eÿ DES
 POULIES. *?• Digitized by Google

Présentement si l'on se sert de plusieurs poulies liées ensemble, comme on les voit dans les figures 26. & 27. Il suit encore de cette proposition que la puissance R est au poids D qu'elle soutient à l'aide de ces poulies, comme le produit des sinus des moitez de chacun des angles que font, si on les prolonge, les cordes tangentes des poulies mobiles $L, K, \& H$, à la somme des produits de chacun des sinus de ces mêmes angles par les sinus des moitez de chacun des autres. Par exemple, soit le sinus de l'angle de ces cordes fait en A , appelé a ; & celui de sa moitié appelé b . Celui de l'angle C , appelé c ; & celui de sa moitié appelé d . Enfin celui de l'angle E , appelé e ; & celui de sa moitié appelé f . Cela supposé il suit, di-je, de cette proposition que la puissance R en ce cas est au poids D , comme bdf à $adf + cbf + cbd$. Parceque la corde $R R O R N R M$ étant également bandée dans toutes ses parties, & d'une force égale à celle de la puissance R ; on la peut regarder, tant que dure cet équilibre, comme divisée en autant de cordes $R R O$, $R N$, & $R M$, qu'il y a de poulies $L, K, \& H$, dans l'écharpe $L H$; & chacune de ces cordes comme fixe en O, N , & M , & tirée du côté de R, R , & R par la puissance R , ou par d'autres qui lui soient égales. Et parce que les poulies $L, K, \& H$, portent chacune quelque chose du poids D , regardons-le aussi comme divisé en autant de parties $x, y, \& z$, dont la partie x soit portée par la poulie L ; la partie y , par la poulie K ; & la partie z , par la poulie H .

fig. 26.
27.

E ij

des POULIES. 36 NOUVELLE Cela conçu il est clair par la
propofition qu'on vient de démontrer $fX . a . 0 . \setminus |r . > - . - . d . c . J I y R : ^R . V :$
 $x - + y$ adeb. adeb Donc $^v . y :: ad . bc . \& x . x y$ Donc $x^ . X :$; eb l ad. ad • fir.
■bc. ^Donc b. a. adeb. aadf -+ abef. Donc $\setminus . x - ^y :$; aadf -*■ abif. Or R . c.
Donc R . -+ X — i- y ~ D : : adefoi adeeb -+- aadef -¥ aebe Et en divifant
les deux terniers termes de cette dernière proportion > par ae , l'on aura R.
D : : dfb. edb -+• adf -+ bcf. Ce qu'il falloit démontrer. Corollaire XVII.
D'où il fuit que dans cet ufage des poulies , lors que les parties de corde >
qui touchent celles de l'écharpe L H , font parallèles , la puiffance R eft au
poids D , comme l'unité au double du nombre des poulies fufpendues 5
mais que dans tout autre cas, elle lui eft toujours en plus grande raifon 5 &
même, cette raifon augmente, quoi qu'en proportion différente, à niefure
que les angles A , C & E deviennent moins aigus , ou plus obtus. On voit
affex^ que tous cet Corollaires avec une infinité Vautres qu'on pourroit
encore tirer de cette propofition , dépendent abfolument de fon univerfalité ,
^ que fans cela il feroit impoffible de réfoudre une infinité de Problèmes
qu'on peut faire fur cette matière. Par exemple celui-ci. Digitized by Google

Cela conçu il est clair par la proposition qu'on vient de démontrer

$$\text{que } \left\{ \begin{array}{l} x.R :: a.b. \\ R.y :: d.c. \\ z.R :: e.f. \\ R.x :: b.a. \end{array} \right\} \text{ Donc } \left\{ \begin{array}{l} x.y :: ad.bc. \\ \& \\ x.x + y :: ad.ad + bc. \\ z.x :: eb.fa. \end{array} \right\} \text{ Donc}$$

$z.x + y :: adeb. aadf + abcf.$ Donc $z.z + x + y :: adeb. adeb + aadf + abcf.$ Or $R.z :: f.e.$ Donc $R.z + x + y = D :: adefb. adeeb + aadef + acbcf.$ Et en divisant les deux terniers termes de cette dernière proportion, par ae , l'on aura $R.D :: dfb. edb + adf + bcf.$ Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE XVII.

D'où il suit que dans cet usage des poulies, lors que les parties de corde, qui touchent celles de l'écharpe LH , sont parallèles, la puissance R est au poids D , comme l'unité au double du nombre des poulies suspendues; mais que dans tout autre cas, elle lui est toujours en plus grande raison; & même, cette raison augmente, quoi qu'en proportion différente, à mesure que les angles A , C & E deviennent moins aigus, ou plus obtus.

On voit assez que tous ces Corollaires avec une infinité d'autres qu'on pourroit encore tirer de cette proposition, dépendent absolument de son universalité, & que sans cela il seroit impossible de résoudre une infinité de Problèmes qu'on peut faire sur cette matière. Par exemple celui-ci.



M E C H A N I Q J J E; 37 PROBLEME. DES POULIES? Fj4ire
 foutenir quelque poids D que ce foie quelque fi- i*puiffunce R que ce puiffe
 être , par le moyen d'une feule poulie a moufle. Solution. Premièrement fi
 cette puiffance eft plus grande que ce poids , faite fur E H perpendiculaire à
 l'horizon , & prife .à diferetion , le triangle Ifocelle E F H , dont chacun des
 cotez E F , & F H , foit en même raifon à fa bafe E H , que la puiffance R ,
 dont il eft queftion* , eft au poids D. Du point Fi tirez H G perpendiculaire à
 H F , & égale au rayon de la poulie A , dont on fe veut fervir j du point G
 faite encore G M parallèle à H E , qui rencontre H F en M ; de ce même
 point M faite aulli M A parallèle à Fi G , & qui rencontre auflî E Fi en A >
 placez enfuite en ce point le centre de la poulie A , & lufpendez le poids D a
 cette poulie fuivant A Fi. Enfin après avoir dirigé la partie M R de fa corde
 fuivant Fi F , & fou autre partie P N parallèlement à E F j arrêtez cette corde
 par un bout au clou P, & appliquez à l'autre la puifancc R : cela fait elle
 foutiendra ce poids en Démonftration. Le poids Djpcut être foutenu en cet
 état (Cor. i.) par deux puiffances , à chacune defquelles il foit comme le
 finus de l'angle RFiP, au finusde fa moitié EFiRjOU EFiPj c'eft-à-dire , (
 Lcmm.) comme E Fi à E F ,ou bien (lyp.) comme il eft à la puiffance R :
 Donc le clou P faifant la fondiou d'une de ces E iij Diùiti.?ed by Google



PROBLEME.

DES
POULIES.

Faire soutenir quelque poids D que ce soit, à quelque puissance R que ce puisse être, par le moyen d'une seule poulie à moufle.

fig. 28.

SOLUTION.

Premièrement si cette puissance est plus grande que ce poids, faite sur EH perpendiculaire à l'horizon, & prise à discretion, le triangle Isocelle EFH , dont chacun des côtes EF , & FH , soit en même raison à sa base EH , que la puissance R , dont il est question, est au poids D . Du point H tirez HG perpendiculaire à HF , & égale au rayon de la poulie A , dont on se veut servir; du point G faite encore GM parallèle à HE , & qui rencontre HF en M ; & de ce même point M faite aussi MA parallèle à HG , & qui rencontre aussi EH en A ; placez ensuite en ce point le centre de la poulie A , & suspendez le poids D à cette poulie suivant AH . Enfin après avoir dirigé la partie MR de sa corde suivant HF , & son autre partie PN parallèlement à EF ; arrêtez cette corde par un bout au clou P , & appliquez à l'autre la puissance R : cela fait elle soutiendra ce poids en cet état.

DEMONSTRATION.

Le poids D peut être soutenu en cet état (*Cor. 2.*) par deux puissances, à chacune desquelles il soit comme le sinus de l'angle RHP , au sinus de sa moitié EH , ou EH ; c'est-à-dire, (*Lemm. 5.*) comme EH à EF , ou bien (*hyp.*) comme il est à la puissance R : Donc le clou P faisant la fonction d'une de ces

E iij

5G nouvelle DES puiflances, celle-ci foutiendra ce poids en cet état. Ce POULIES. qu'il falloit faire. Secondement > si c'est le poids D qui soit plus grand que la puiflance R, quelque grand qu'il soit, & quelque petite elle, qu'elle puisse être > on le lui pourra encore faire foutenir : voici comment. Ayant décrit du centre F avec le rayon H F perpendiculaire à l'horizon, & pris à discrétion > l'arc F I E B j & y ayant inferé une ligne H E, qui soit à H F, comme la puiflance R au poids D } joignez F E, & faite en suite F I G perpendiculaire à F I F, & égale au rayon de la poulie A, dont on se veut servir > Du point G faite encore G M parallèle à F I E, & qui rencontre F I F en M) d'où il faut faire encore M A parallèle à F F G, & qui rencontre H E en A > où vous placerez le centre de la poulie A, à laquelle vous appliquerez la puiflance R fuivant A F I, & le poids D fuivant H F, l'autre bout de la corde étant attaché en P fuivant N P parallèle à E F. Cela fait la puiflance R foutiendra encore le poids D en cet état. Démonstration. Cette puiflance peut faire équilibre en cet état avec deux autres, pourvu qu'elle soit à chacune d'elles, (CoT. i.) comme le sinus de l'angle P H F, au sinus de la moitié P F I E, ou à E F j c'est-à-dire, (Zemm. 5.) Comme F I E à F I F, ou E F I F j ou bien (hyp.) comme elle est au poids D ; Donc le clou P faisant la fonction d'une de ces puiflances, & le poids D celle de l'autre, la puiflance R doit le foutenir en cet état. Ce qu'il faut. Corollaire. On voit que Ton peut toujours faire foutenir qu'on

DES
POULIES.

puissances, celle-ci soutiendra ce poids en cet état. Ce qu'il falloit faire.

fig. 29. Secondement, si c'est le poids D qui soit plus grand que la puissance R, quelque grand qu'il soit, & quelque petite elle, qu'elle puisse être, on le lui pourra encore faire soutenir: voici comment. Ayant décrit du centre F avec le rayon HF perpendiculaire à l'horizon, & pris à discrétion, l'arc HEB; & y ayant inscrit une ligne HE, qui soit à HF, comme la puissance R au poids D; joignez FE, & faite ensuite HG perpendiculaire à HF, & égale au rayon de la poulie A, dont on se veut servir; Du point G faite encore GM parallèle à HE, & qui rencontre HF en M, d'où il faut faire encore MA parallèle à HG, & qui rencontre HE en A, où vous placerez le centre de la poulie A, à laquelle vous appliquerez la puissance R suivant AH, & le poids D suivant HF, l'autre bout de sa corde étant attaché en P suivant NP parallèle à EF. Cela fait la puissance R soutiendra encore le poids D en cet état.

D E M O N S T R A T I O N.

Cette puissance peut faire équilibre en cet état avec deux autres, pourvu qu'elle soit à chacune d'elles, (*Cor. 2.*) comme le sinus de l'angle PHF, au sinus de sa moitié PHE, ou à EF; c'est-à-dire, (*Lemm. 5.*) Comme HE à HF, ou EHF; ou bien (*hyp.*) comme elle est au poids D: Donc le clou P faisant la fonction d'une de ces puissances, & le poids D celle de l'autre, la puissance R doit le soutenir en cet état. Ce qu'il F. D.

C O R O L L A I R E.

On voit que l'on peut toujours faire soutenir quel-

M E C H A N I Q J J E. 39 que poids que ce soit, à quelque
 puissance que ce des puisse être, par le moyen d'une seule poulie à moufle ;
 en appliquant le moindre des deux au centre mobile de cette poulie, & le
 plus grand au bout libre de la corde qui l'embrasse, La raison en est évidente
 par les Corollaires 7. & 8. R E M A R. E, Il n'est pas cependant toujours
 nécessaire de les disposer ainsi : car s'il arrive que le plus grand des deux ne
 soit point plus que double de l'autre , on fera libre d'appliquer celui qu'on
 voudra au centre mobile de la poulie A : puisque, qu'il y soit, (Cor. 8.) ou
 non, (Cor 7.) il peut toujours monter jusqu'à être double de l'autre, mais
 jamais davantage: (Cor. 8.) ainsi lorsque l'un des deux (la puissance ou le
 poids) sera plus que double de l'autre , il faudra nécessairement les
 appliquer suivant le Corollaire ci-dessus j • c'est-à-dire, appliquer le
 moindre au centre du moufle dont on se sert , & le plus grand au bout libre
 de la corde qui embrasse cette poulie à moufle. Digitized by Google

40 NOUVELLE A. (.Ta ^ Î.T«-^ >T«2Të) tTS>^3 t.T(j: ^ ■>S^
-4^» ^ PROPOSITION FONDAMENTALE DES POIDS SOUTENUS Sur
quelque espèce de surfaces que ce soit ; & pour toutes les directions
possibles des puissances qui y sont appliquées. h !•• ' I ' ELLE que fait la
surface G M > le poids EO > Ô" >'• L puissance R qui le soutient deçue ,
sont toujours entre eux en raison réciproque des sinus des angles que font
leurs } ♦ lignes de direction avec A D tirée perpendiculairement du point \\
A de leur concours. ^ sur la surface G H. Démonstration. Afin que ce poids
& : cette puissance demeurent ainsi en équilibre sur la surface G H , telle
qu'elle soit , il faut i". que leurs lignes de direction iïB & FC, se rencontrent
en quelque point A : car si elles étoient parallèles , il est clair que le centre
de gravité de ce poids pourroit encore descendre d'une longueur égale à la
distance qu'elles auroient entr'elles j ce qui est contre l'hypothèse. a". Les
impulsions particulières que font sur le point A, & la pesanteur de ce poids,
& la puissance R qui le retient j étant les mêmes que si ce point étoit soutenu
en même temps par deux Digitized by Google

M E C H A N I Q U E. 41 deux forces qui leur sont égales, lui
 vaut leurs lignes de direction AC & AB : le poids EO ainsi soutenu sur la
 surface GH par le concours d'action de la pesanteur & de la puissance R ,
 doit tendre (Lc7n. 4. C'en 1.) suivant quelque ligne AD qui soit la
 diagonale du parallélogramme fait sous des parties AC & AB de leurs
 lignes de direction, laquelle soient entr'elles, conir, me ce poids est à cette
 puissance. 3'. Cette ligne AD doit toujours être perpendiculaire à la surface
 GH, telle qu'elle soit 5 par exemple, au point O : autrement AD devenant
 alors la ligne de direction du corps, il rouleroit ou couleroit (Cor. Lemtn, j.)
 vers H ,ou vers G , félon que cette ligne se trouveroit au-dessus ou au-
 dessous du point O. 4*. Cette même ligne doit encore passer par quelque'un
 des points où ce poids touche cette surface, c'est-à-dire , par quelque'un des
 points de sa base : autrement , 6c pour la même raison , il rouleroit , ou
 couleroit encore du côté qu'elle s'en écarteroit. 5". La force dont ce poids
 est poussé ou tiré suivant AD par le concours d'action de la pesanteur
 & de la puissance R , est à celle de cette puissance , (Lemm. 4. Cor. 3.)
 comme AD à AB j c'est-à-dire, (Zrw.5.) comme le sinus de l'angle DBA,
 ou de son complément BAC , au sinus de l'angle BDA , ou de DAC qui
 lui est égal. Elle est aussi pour la même raison à la pesanteur de ce poids ,
 comme le sinus du même angle BAC , au sinus de BAD : Ainsi la
 pesanteur de ce poids est à la force de cette puissance , comme le sinus de
 l'angle BAD au sinus de l'angle DAC j & par conséquent ce poids , &
 cette puissance sont entr'eux en raison réciproque des sinus des angles que
 font leurs lignes de direction avec la ligne tirée de leur point de concours
 perpendiculairement à la surface GH , telle quelle soit. Ce qu'il F, D. , . DIS
 POIDS (outenus sur des liitfices Digitized by Google

deux forces qui leur fussent égales, suivant leurs lignes de direction AC & AB : le poids EO ainsi soutenu sur la surface GH par le concours d'action de sa pesanteur & de la puissance R, doit tendre (*Lem. 4. Cor. 2.*) suivant quelque ligne AD qui soit la diagonale d'un parallélogramme fait sous des parties AC & AB de leurs lignes de direction, qui soient entr'elles, comme ce poids est à cette puissance. 3°. Cette ligne AD doit toujours être perpendiculaire à la surface GH, telle qu'elle soit ; par exemple, au point O : autrement AD devenant alors la ligne de direction de ce corps, il rouleroit ou couleroit (*Cor. Lemm. 1.*) vers H, ou vers G, selon que cette ligne se trouveroit au-dessus ou au-dessous du point O. 4°. Cette même ligne doit encore passer par quelqu'un des points où ce poids touche cette surface, c'est-à-dire, par quelqu'un des points de sa baze : autrement, & pour la même raison, il rouleroit, ou couleroit encore du côté qu'elle s'en écarteroit. 5°. La force dont ce poids est ainsi poussé ou tiré suivant AD par le concours d'action de sa pesanteur & de la puissance R, est à celle de cette puissance, (*Lemm. 4. Cor. 3.*) comme AD à AB ; c'est-à-dire, (*Lem. 5.*) comme le sinus de l'angle DBA, ou de son complément BAC, au sinus de l'angle BDA, ou de DAC qui luy est égal. Elle est aussi pour la même raison à la pesanteur de ce poids, comme le sinus du même angle BAC, au sinus de BAD : Ainsi la pesanteur de ce poids est à la force de cette puissance, comme le sinus de l'angle BAD au sinus de l'angle DAC ; & par conséquent ce poids, & cette puissance sont entr'eux en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec la ligne tirée de leur point de concours perpendiculairement à la surface GH, telle quelle soit. Ce qu'il F. D.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

F

41 NOUVELLE DtS POTDS lourcna* tut dci lutfaces. Zes cai ou le point de concours de ces liynes de direUion , fe trouve encore dans ce poids , m-! *s tiu-dejfous de fon centre de yavité , fe résoudront comme ceux des jfytres 35. 34. d' 36. d* ^tux où si fe trouver. l dehors , fe réfoudront aujrt de meme , en rcytrd.mt feulement ce point comme apparten.intà ce poids , delà manière que notos'uvons fait en traitant des poids foutenae avec des cordes feulement ,fyire 16. & 17. Tout cela efi aifé j c' efi pourquoy on n'exprime point ici les fyires de tous ces cas. On n'exprime point non plus la fyure d'aucune furface ' horiîptale : parce que la ligne de dircéiion de quelque poids que ce foit , lui étant toujours perpendiculaire , il s'y foutient de lui. même y df ftns le fe cours d'aucune puffance, par la mime rai fon qu'il en a hefoin , comme l'on vient devoir , pour demeurer fur quelque autre furface que ce fait. Cette propo., fttion ne laiiffe pas cependant de s'étendre encore jufques- là , . comme en te verra dans les Corollaires <). (ÿ* 10. ainji en> n'en peut pas concevoir une plus générale. Corollaire L On voit des articles 3. & 4. de cette dcmonftration que le poids E O ne peut-être foutenu par quelque puiQance R que ce foit , fur quelque furface que ce puifle être, à moins que la lijgne A D ne tombe Sendiculairement fur cette furface , & qu'elle ne ; en même temps par quelqu'un des points ou ce poids touche cette même furface j c' eit-à-dire , par quelqu'un des points de la baze de ce même poids. Corollaire IL Mais auIG pour la même raifon des que l'un & Digitized by CoogLe

M E C H A N I Q ^ U E. 45 l'autre arrivera , la puiffance qui y
 fera alors appliquée ne manquera pas de l'y foutenir. Corollaire III. DES
 POIDS foutenus fur des fufaces. De-là on voit qu'il n'y a point non plus de
 puiffance capable de foutenir un poids rond , ou quelque fphère que ce foit,
 fur quelque furface que ce puiffet être , à moins que le concours de leurs
 lignes de direction ne fe falfe dans fon centre de gravité j parce que c'eft
 le feul point de ce corps , d'où l'on puiffet tirer une ligne qui palfe par fa
 bafe , & qui foit en meme temps perpendiculaire à la furface fur laquelle il
 eft foutenu. Dans tout autre configuration de poids , il en va tout autrement :
 parce que l'on y peut trouver plufieurs points , d'où il eft poffible de tirer
 de telles perpendiculaires. Corollaire IV. Il n'y a point encore de puiffance
 R , telle quelle foit, qui puiffet foutenir aucun poids fur quelque furface que
 ce puiffet être , à moins que la ligne de direction A R ne fe trouve dans le
 complément N A O de l'angle CAO, que fait la ligne de direction AC de ce
 poids avec A Ô tirée du point A perpendiculairement à cette furface G H.
 Car fi elle concouroit avec A N elle ne feroit plus aucun angle avec A C ;
 ainfi cette puiffance porteroit feule tout ce poids, & non avec ce plan j ce
 qui eft contre l'hypothèfe. 1*. Si cette ligne de direction concouroit avec
 A O > ou fi elle fortoit de l'angle N A O , la diagonale A D du
 parallélogramme B C fe tourneroit vers G ; ce qui feroit néceffairement (
 Corel. Lemm. i.) tomber ce poids de ce côté-là, ce qui eft encore contre
 l'hypothèfe. Donc la ligne de direction A B de la puiffance R , doit toujours
 le trouver dans le complément N A O

l'autre arrivera , la puissance qui y sera alors appliquée ne manquera pas de l'y soutenir.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

C O R O L L A I R E I I I.

De-là on voit qu'il n'y a point non plus de puissance capable de soutenir un poids rond , ou quelque sphère que ce soit, sur quelque surface que ce puisse être , à moins que le concours de leurs lignes de direction ne se fasse dans son centre de grandeur ; parce que c'est le seul point de ce corps , d'où l'on puisse tirer une ligne qui passe par sa baze , & qui soit en même temps perpendiculaire à la surface sur laquelle il est soutenu. Dans tout autre configuration de poids , il en va tout autrement : parce que l'on y peut trouver plusieurs points , d'où il est possible de tirer de telles perpendiculaires.

C O R O L L A I R E I V.

Il n'y a point encore de puissance R , telle quelle soit, qui puisse soutenir aucun poids sur quelque surface que ce puisse être , à moins que sa ligne de direction A R ne se trouve dans le complement N A O de l'angle C A O , que fait la ligne de direction A C de ce poids avec A O tirée du point A perpendiculairement à cette surface G H. Car 1°. si elle concouroit avec A N elle ne feroit plus aucun angle avec A C : ainsi cette puissance porteroit seule tout ce poids, & non avec ce plan ; ce qui est contre l'hypothèse. 2°. Si cette ligne de direction concouroit avec A O , ou si elle sortoit de l'angle N A O , la diagonale A D du parallelogramme B C se tourneroit vers G ; ce qui feroit nécessairement (*Corol. Lemm. 1.*) tomber ce poids de ce côté-là, ce qui est encore contre l'hypothèse. Donc la ligne de direction A B de la puissance R , doit toujours se trouver dans le complement N A O

F ij

DES POIDS soutenu fut ici surfaces. 44 NOUVELLE de Tangle
 CAO : de sorte que c'est-là tout espace du mouvement qu'elle peut avoir.
 COROLLAIRE V. Le plan BAC, ou le parallélogramme BC de cette ligne
 avec AC ligne de direction du poids EO, est aussi toujours perpendiculaire
 à la surface que la ligne GH représente, & sur laquelle ce poids est soutenu
 ; puis la diagonale AD du parallélogramme BC, l'est toujours à cette
 même surface. Corollaire VI. On voit aussi de l'article cinquième de la
 démonstration ci-dessus, que le poids EO est à la charge de cette
 surface, c'est-à-dire, à l'impression que lui & la puissance R font ensemble
 dessus, ou à la résistance qu'elle leur fait, comme le sinus de l'angle BAD,
 au sinus de l'angle BAC. Corollaire VII. D'où il suit que le poids EO, la
 charge de la surface GH, & la puissance R, font entre eux comme les sinus
 des angles BAD, BAC, ou ABD son complément, & DAC, ou ADB qui lui
 est égal ; c'est-à-dire, (Lemme s.) comme les lignes BD, AD, & AB.
 Corollaire VIII. D'où il suit encore que plus l'angle BAC est obtus, moins la
 charge de cette surface est grande : de sorte qu'il le peut devenir jusqu'à un
 tel point, quelle fera si petite qu'on voudra } c'est ainsi qu'elle peut
 diminuer à l'infini. Digitized by Google

45 M E C H A N I Q ^ U E. C0K.0LLA1R.E IX. Mais elle ne peut pas augmenter de même > parce que ne pouvant jamais être plus grande, que lorsqu'cet angle est infiniment aigu s c est*à-dire , lorsqu'les lignes A C & A B concourent avec A O : Ôc AD n'étant encore alors qu'égale à la somme de AB & de BD J la charge de cette surface, qui est alors horizontale ne peut jamais être plus grande que la somme de ce poids , & de cette puissance. ! On entend ici par surface hoTVzxim.z\unplanquile soit, eu bien un point à' une surface courbe dont toutes Us tangentes /oient aujji horizontales. Corollaire X. On voit encore qu'il faut d'autant moins de force pour soutenir ainfi un poids fuivant la même direction A B sur un meme point de quelque surface que ce soit , que cette surface , si elle est droite {/ig. 30. & 33.) ou bien si elle est courbe i (/fg. 31. 36.) , que sa tangente au point où la perpendiculaire AO la rencontre , est plus inclinée , quoi qu'en nortion différente : parce que la raison du sinus angle C A D , au sinus de l'angle B A D , en est toujours moindre ; & comme cette inclinaison avec l'horizon peut diminuer à l'infini, la force qu'il faut pour soutenir quelque poids fuivant la même direction sur quelqu'une de ces surfaces, soit droite, soit courbe , peut auilll diminuer à l'infini : De sorte que lorsqu'cllc fera infiniment inclinée j c'est-à-dire , horizontale , du moins dans le point où la perpendiculaire A O la rencontre , cette force fera nulle , & réduite à zéro j c'est-à-dire , qu'il n'en faudra plus du tout pour l'y soutenir. DES POs foutenus sur des surfaces. fit T3. 5(»*• Digitized by Google

Mais elle ne peut pas augmenter de même ; parce que ne pouvant jamais être plus grande, que lorsque cet angle est infiniment aigu ; c'est-à-dire, lorsque les lignes AC & AB concourent avec AO : & AD n'étant encore alors qu'égal à la somme de AB & de BD ; la charge de cette surface, qui est alors horizontale ne peut jamais être plus grande que la somme de ce poids, & de cette puissance.

On entend ici par surface horizontale un plan qui le soit, ou bien un point d'une surface courbe dont toutes les tangentes soient aussi horizontales.

C O R O L L A I R E X.

On voit encore qu'il faut d'autant moins de force pour soutenir ainsi un poids suivant la même direction AB sur un même point de quelque surface que ce soit, que cette surface, si elle est droite (fig. 30. & 33.) ou bien si elle est courbe ; (fig. 32. 36.), que sa tangente au point où la perpendiculaire AO la rencontre, est plus inclinée, quoi qu'en proportion différente : parce que la raison du sinus de l'angle CAD, au sinus de l'angle BAD, en est toujours moindre ; & comme cette inclinaison avec l'horizon peut diminuer à l'infini, la force qu'il faut pour soutenir quelque poids suivant la même direction sur quelque une de ces surfaces, soit droite, soit courbe, peut aussi diminuer à l'infini : De sorte que lorsqu'elle sera infiniment inclinée ; c'est-à-dire, horizontale, du moins dans le point où la perpendiculaire AO la rencontre, cette force sera nulle, & réduite à zéro ; c'est-à-dire, qu'il n'en faudra plus du tout pour l'y soutenir.

fig. 30.
32.
33.
36.

DES POIDS iouteniis fur âti lurfâccs. \ 4<î NOUVELLE *• r

Corollaire XL Au contraire pour foutenir ce poids fur le même point d'une surface toujours également inclinée, telle tjuelle foit , mais fuivant différentes directions de puiflance -, il faut d'autant plus de forces que l'angle DAB fait dans l'efpace NAD par la perpendiculaire AO avec la ligne de direction AB de la puiflance cjui Soutient ce poids , différé davantage de l'angle droit: parce qu'alors la raifon du finus de l'angle CAD, au finus de l'angle BAD, en fera d'autant plus grande, quoi qu'enproportion différente : & comme cet angle peutêtre plus ou moins grand qu'un angle droit , & en différer de plus en plus jufqu'au concours de AB avec AN , ou avec AO , fans que AB forte de l'efpace NAO j la puiflance qui foutient ce poids peut auflî augmenter jufques-là : mais différemment lel'on que AB s'approche de l'une , ou de l'autre de ces deux lignes. Car i". ne pouvant jamais être plus grande par l'approche de AB vers AN , que lorlque l'angle NAB, que ces lignes font entr'elles , eft le plus petit qu'elles puiffent faire} c'eft-à-dire , celui qu'elles font immédiatement avant que de concourir } & le finus deCAD étant encore alors un peu moindre que celui de BAO , quoique d'une différence infiniment petite : Cette puiflance ne peut être tout au plus de cecôté-là , qu'un peu moindre que ce poids d'une différence qui ioitaullî infiniment petite. Aucontraireducôté de AO elle peut augmenter à l'infini : parce que la raifon du finus de CAD , à celui de BAD , augmentant à mefure quelalignc AB s'approche de AO, en s'éloignant de la fituationqu'elleauroitfi elle faifoit un angle droit avec AO 5 cette force peut auflî augmenter rie ce coté-là jufqu'à ce que AB, & AO concourent. Or en ce cas l'angle BAD étant infiniment petit , Ijt Digitized by Google

l'il E[C H A N I QJ] E. 47 r.ii fondu finusdcCAD à celui de cet
 angle, fera aulTt des poids infinie } & par conféquent aiipli celle de cette
 puiil ■ fance à ce poids. Ce c^iii fait voir que cette piiiiffance peut
 augmenter à l'infini dans le mouvement 3u'elle peut avoir depuis la
 fituation où fa ligne de ireclion feroit un angle droit avec la perpendiculaire
 AO, julqu'au concours de ces deux mêmes lignes , & demeurer cependant
 toujours en équilibre avec le même poids , & fur le meme point d'une
 furface inclinée, telle quelle foit. Corollaire XII. Pour les plans
 perpendiculaires à l'horizon , ou plu- fix- ntôt parallèles à la ligne de
 direction de ce poids > 8c pour les points des furface courbes , d'où l'on
 peut tirer des tangentes qui foient auflî perpendiculaires à l'horizon : la
 ligne de direction AB de la puiffance qui foutient ce poids fur , ou contre
 ces plans , ou ces points de furface courbes, ne pouvant (Co. roi. 4.)
 s'éloigner de la fituation où elle feroit , fi elle faifoit un angle droit avec AO
 , qu'en s'approchant de A O , puifque l'angle N A O en ce cas a# droit j
 cette puiffance ne peut auflî augmenter que de ce côté-là : De forte qu'elle
 peut à la vérité aug-menter à l'infini de même que fitr les furface incîinées
 : mais elle ne peut jamais être moins grande que lorfqtie fa ligne de
 direction AB fait le plus petit an^lc qu'elle puilTc faire avec AN j c'eft-à-
 dire , 2u cû ne furpalfant ce poids que d'une différence in-niment petite.
 Corollaire XIII. At îo* De forte que dès le moment que AB &: A N viennent
 à concourir cnfemble , le finus de CAD deve- anaiu alors égal à celui de fi
 AD, cette puiffance de-}*■ Digitized by Google

raison du sinus de CAD à celui de cet angle, sera aussi infinie ; & par conséquent aussi celle de cette puissance à ce poids. Ce qui fait voir que cette puissance peut augmenter à l'infini dans le mouvement qu'elle peut avoir depuis la situation où sa ligne de direction feroit un angle droit avec la perpendiculaire AO, jusqu'au concours de ces deux mêmes lignes, & demeurer cependant toujours en équilibre avec le même poids, & sur le même point d'une surface inclinée, telle quelle soit.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

C O R O L L A I R E X I I.

Pour les plans perpendiculaires à l'horizon, ou plutôt parallèles à la ligne de direction de ce poids ; & pour les points des surfaces courbes, d'où l'on peut tirer des tangentes qui soient aussi perpendiculaires à l'horizon : la ligne de direction AB de la puissance qui soutient ce poids sur, ou contre ces plans, ou ces points de surfaces courbes, ne pouvant (*Corol. 4.*) s'éloigner de la situation où elle seroit, si elle faisoit un angle droit avec AO, qu'en s'approchant de AO, puisque l'angle NAO en ce cas est droit ; cette puissance ne peut aussi augmenter que de ce côté-là : De sorte qu'elle peut à la vérité augmenter à l'infini de même que sur les surfaces inclinées : mais elle ne peut jamais être moins grande que lorsque sa ligne de direction AB fait le plus petit angle qu'elle puisse faire avec AN ; c'est-à-dire, qu'en ne surpassant ce poids que d'une différence infiniment petite.

fig. 31.
34.
35.

C O R O L L A I R E X I I I.

De sorte que dès le moment que AB & AN viennent à concourir ensemble, le sinus de CAD devenant alors égal à celui de BAD, cette puissance de-

fig. 30.
31.
32.
33.
34.
35.
36.

§)Ei POIDS l'outciui fut des fuifjccs. 4S NOUVELLE vient auflî
 égale à ce poids , qui celTe auflî-tôt de s'appuyer fur ou contre la furface
 GH, telle qu'elle l'oit. Ce neft que peur ne fai embaraffer l' tmargination de
 ceux qui font accoutumez^ à regarder une furface perpendiculaire â
 i'horiz^ntale ^comnu lui étant perpendiculaire -, que l'on s'ejî accommodé à
 cette hypothéfe dans ces trois derniers Corollaires : car pour les rendre aujjî
 généraux qu'on les fuiffe imaginer , ^ four toutes fortes d'hypothèfes ,il ne
 faut que regarder les plans, ou les tangentes des fmrfaces courbes , que l'on
 dit ici perpendiculaires à H horizon , comme parallèles feulement à la ligne
 de direüion de ce poids , fans avoir égard à tangle qu'elles font , ou quelles
 peuvent faire avec t horizon. De même celles que ton appelle ici
 horizontales , fe doivent feulement regarder comme perpendiculaires i cette
 ligne. De cette manière ces Corollaires feront fi généraux , qu'ils fe pourront
 appliquer à toutes les direélions poÿibles d'un corps foutenu fur ou contre
 quelque furface que ce fuiffe être. • Il ef encore bon de remarquer que
 lotfqu'on dit ici qu'un poids eft foutenu fur le mime point d'une furface , ton
 ne pré~tend pM dire qu'il ne la rencontre jamais qu'en un feul point j mai*
 on entend feulement que la ligne A D , qui tombe du point A
 perpendiculairement defju* , la rencontre toujours dans le mime point O ,
 tant que ce poids efi foutenu dcjjut , quoi que ce foit fuivant différentes
 direélions de puiffances. La raifon de cette précaution eft évidente du cité
 des fstrfaces courbes , dont tou* les points ont chacun une tangente dune
 direHion particulière. Pour du chtë des plans , on la reconnoitra dans le
 Corollaire i^ . où l'on verra que dans ihypothèfe du concours des lignes de
 direthion des poids en quelque points de la terre que ce foit , ils ne péfent fa*
 toujours également deffae , quoique la ligne de direëlion de la fuiffance qui
 leur eftafpli

M E C H A N I E; '4, ^ie iernture taujêurs la meme. Au contraire ,
 ils péfent tou. jours également fur le même point de quelque fur face que ce
 fait, d moins qtlen ne change la ligne de direffion de cotte fuiffance , ou la
 fituation de cette furface. C eft pour cela que dans les trois CoroBaires
 précidens , oà l'on examine pparément le changement que peut caufer dans
 taHion Sun poids les différentes inclinai fons de la meme^ ou des
 différentes furfacet furUfquelUs il eftfoutenu,(jr Its différentes lignes de
 direfhon des fuiffances qui fy fautienntenti onCa regardé comme appliqué
 non>' feulement à la même Jkrface , maie aufft toujours au mime peint.
 Corollaire XIV. Puifque la puiflance qui fbutient quelque poids que ce foie
 fur le même point de quelque furface que ce puiflè être > ell d'autant plus
 grande que la ligne de direction ÂB s'éloigne davantage de la fituaton où
 elle feroit un angle droit avec AO, fans cependant fortir de l'efpaoe N AO :
 Il s'enfuit qu'elle n'eft jamais moindre que lorfqu'elle eft parallèle au plan
 , ou à quelqu'une des tangentes au point de la fur^ race courbe , fur lequel
 ce poids eft foutenu. Corollaire XV. D'où l'on voit dans l'hypothcfe
 ordinaire, ou l'on regarde H K comme parallèle à AC , que les triangles
 BAD, HKG étant alors femblables, cette puilTancequi eft à ce poids (y.)
 comme AB à BD , lui fera aufi comme HK à HG : & comme elle eft alors
 la moin,. dre qu'elle puiffe jamais être félon le Corollaire précédent 5 il
 s'enfuit qu'elle ne peut jamais être en moindre raifon au poids qu'elle
 foutient fur un plan incliné# qu'eft celle cle la hauteur de ce plan à u
 loo^eur. Corollaire XVI. On voicncocccque toute. puiEsnce; qui peut G
 DKS POIDS fautenns far furfaccf» ft.ioi Digitized by Google

quée demeure toujours la même. Au contraire, ils pèsent toujours également sur le même point de quelque surface que ce soit, à moins qu'on ne change la ligne de direction de cette puissance, ou la situation de cette surface. C'est pour cela que dans les trois Corollaires précédens, où l'on examine séparément le changement que peut causer dans l'action d'un poids les différentes inclinaisons de la même, ou des différentes surfaces sur lesquelles il est soutenu, & les différentes lignes de direction des puissances qui l'y soutiennent; on l'a regardé comme appliqué non-seulement à la même surface, mais aussi toujours au même point.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces,

COROLLAIRE XIV.

Puisque la puissance qui soutient quelque poids que ce soit sur le même point de quelque surface que ce puisse être, est d'autant plus grande que la ligne de direction AB s'éloigne davantage de la situation où elle feroit un angle droit avec AO, sans cependant sortir de l'espace NAO: Il s'ensuit qu'elle n'est jamais moindre que lorsqu'elle est parallèle au plan, ou à quelqu'une des tangentes au point de la surface courbe, sur lequel ce poids est soutenu.

COROLLAIRE XV.

D'où l'on voit dans l'hypothèse ordinaire, ou l'on regarde HK comme parallèle à AC, que les triangles BAD, HKG étant alors semblables, cette puissance qui est à ce poids (Cor. 7.) comme AB à BD, lui sera aussi comme HK à HG: & comme elle est alors la moindre qu'elle puisse jamais être selon le Corollaire précédent; il s'ensuit qu'elle ne peut jamais être en moindre raison au poids qu'elle soutient sur un plan incliné, qu'est celle de la hauteur de ce plan à sa longueur.

fig. 30.

COROLLAIRE XVI.

On voit encore que toute puissance qui peut soulever

G

©ES POIDS foutemu fur des fuifaccs. fit JOJJ5Q NOUVELLE
 nir un poids fur un plan incline fuivant une ligne $\wedge$ de direction, qui fafle
 avec une pcrpendic[^]ilaire faite fur AD au point A , un angle moindre que
 celui de cette perpendiculaire avec AN } l'y peut foutenir encore , fur le
 même point, fuivant une autre ligne de direc'kion. qui paflant de l'autre coté
 de cette perpendiculaire , faite avec elle un angle égal au premier : car les
 deux angles que font alors ces deux lignes de direction avec AD, étant
 complemens[^] à deux droits , l'un de l'autre , leurs lîniis feront égaux j & fiar
 confequent ils feront en meme raifon au finus de l'angle CAD -, conféquent
 auflî ce même poids feroit alors en meme raifon aux puiffances, qui placées
 fuivant ces différentes directions , le fouticndroient l'une après l'autre ,
 ainfi elles feraient égales entr'elles : Donc la même puilTance qui foutient
 ce poids fuivant une de ces direflions , le peut encore foutenir fuivant.
 l'autre fur le même plan incliné GH. On verra par U Corollaire ty. que pour
 rendre ce dernier Corollaire général pour toutes fortes d' hypothèfes , il faut
 que ce poids fe trouve alors fur le même point & un plan toujours égaletuesu
 incliné. Corollaire XVII. i". Si AB ne concourt point avec, la
 perpendiculaire faite fur AD au point A , la puilTance R qui foutiet le poid
 EO fuivant cette même ligne AB , clt à ce même poids en plus grande raifon
 que le lînus de CAD au films total j c'elt-à-dire , dans Thypothêfe ordinaire ,
 en plus grande raifon que la hauteur de ce plan (Cor. 14. [^] is.) à fa
 longueur. Si l'a'ngle de cette perpendiculaire avec la ligne de direélion AB
 de cette puilTaace, eft moindre que l'angle de cette même perDigitized by
 Google

M E C H A N I Q J J E. perpendiculaire avec AN , cette puissance est
 au/là moins des poids dire que ce poids : puisque de quelque côté que AB
 ■ fasse cet angle avec cette perpendiculaire, la puissance qui soutiendra ce poids
 , (Cor. iG.) fera la même 5 il s'en suit (Cor. 1 1. n. I.) qu'elle fera moindre
 que ce poids dans l'un l'autre cas : ainsi l'on peut conclure en général ?
 [u'une même puissance peut soutenir un même poids sur un même plan
 incliné suivant deux différentes directions ; pourvu qu'elle soit moindre que
 ce poids, & qu'elle lui soit cependant en plus grande raison que le sinus de
 l'angle CAD au sinus total; c'est-à-dire, dans l'hypothèse ordinaire, où l'on
 regarde la ligne de direction de ce poids comme parallèle à la hauteur de ce
 plan : pourvu que cette puissance moindre que ce poids, lui soit cependant
 en plus grande raison que la hauteur de ce plan à sa longueur. Corollaire
 XVII I, En tout autre cas ; c'est-à-dire , lorsque cette puissance est plus
 grande que ce poids , ou du moins qu'elle lui est égale , ou bien lorsqu'elle
 lui est en même raison que le sinus de l'angle CAD au sinus total , elle ne le
 peut soutenir sur le même point de ce plan ?|uc suivant une seule direction.
 Tout cela est manifeste par une raison toute contraire à celle du Corollaire
 précédent. On voit assez comment ces quatre derniers Corollaires se peuvent
 appliquer à toutes sortes de surfaces courbes , pour les points où elles
 peuvent être touchées par des plans inclinés^ Il n'est pas difficile non plus
 de reconnaître ce qui leur peut convenir de ce que nous allons encore dire
 des Surfaces planes i c'est-à-dire pourquoi nous ne parlerons plus ici en avant que de
 celles-ci, G ij Digitized by Google

pendiculaire avec AN, cette puissance est aussi moindre que ce poids : puisque de quelque côté que AB fasse cet angle avec cette perpendiculaire, la puissance qui soutiendra ce poids, (*Cor. 16.*) sera la même ; il s'ensuit (*Cor. 11. n. 1.*) qu'elle sera moindre que ce poids dans l'un & l'autre cas : ainsi l'on peut conclure en général qu'une même puissance peut soutenir un même poids sur un même plan incliné suivant deux différentes directions : pourvu qu'elle soit moindre que ce poids, & qu'elle lui soit cependant en plus grande raison que le sinus de l'angle CAD au sinus total ; c'est-à-dire, dans l'hypothèse ordinaire, où l'on regarde la ligne de direction de ce poids comme parallèle à la hauteur de ce plan : pourvu que cette puissance moindre que ce poids, lui soit cependant en plus grande raison que la hauteur de ce plan à sa longueur.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

COROLLAIRE XVIII.

En tout autre cas ; c'est-à-dire, lorsque cette puissance est plus grande que ce poids, ou du moins qu'elle lui est égale, ou bien lorsqu'elle lui est en même raison que le sinus de l'angle CAD au sinus total, elle ne le peut soutenir sur le même point de ce plan que suivant une seule direction. Tout cela est manifeste par une raison toute contraire à celle du Corollaire précédent.

On voit assez comment ces quatre derniers Corollaires se peuvent appliquer à toutes sortes de surfaces courbes, pour les points où elles peuvent être touchées par des plans inclinés. Il n'est pas difficile non plus de reconnoître ce qui leur peut convenir de ce que nous allons encore dire des surfaces planes ; c'est pourquoi nous ne parlerons plus d'orenavant que de celles-ci.

PES POIDS /buccmi^ far <{es lutfaccs. fg' 30 /X*33* fti73» y*
 NOUVELLE Corollaire XIX. Puisque (Cor. 7.) le poids EO , la puissance
 R , & la charge du pias GH font entr'eux comme les lignes BU , BA J &
 AD 5 (î la ligne de direction de la puissance R est parallèle au plan GH, &
 AC celle de ce poids parallèle aufl à HK hauteur de ce plan : ce poids, cette
 puissance, & la charge de ce même plan » feront entr'eux comme la
 longueur de ce plan , sa hauteur , & sa base 3 c'est-à-dire , comme GH , H
 K , & KG } parce qu'alors les triangles GHK , & DBA sont semblables.
 Corollaire XX. Et pour la même raison, si cette ligne de direction AB est
 parallèle à l'horizon j c'est-à-dire , à la base GK de ce plan 3 si que AC
 soit encore parallèle à sa hauteur HC : Ce poids , cette puissance , & la
 charge de ce plan , feront alors entr'eux comme la base de ce plan , sa
 hauteur , & sa longueur 3 c'est-à-dire , comme GK , KH , HG 3 parce
 qu'alors les triangles GKH, & DBA sont encore semblables. Jusqueici notés
 n'avons regardé un même poids que centré sur un même point d'un
 plan toujours également incliné ; Mais s'il se trouvoit successivement en
 différents points ^ où arriveroit-il ? Le voici. Corollaire XXI. Il suit encore
 de cette proposition les puissances P & R qui soutiennent le même
 poids A , ou des poids égaux sur les points O , & Q d'un même plan
 HG , font entr'elles en raison composée de celles des sinus des angles QAD
 , & QAP à OAR & OAD : car puisque la puissance P est au poids A
 Digitized by Google

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

COROLLAIRE XIX.

fig. 30.

Puisque (Cor. 7.) le poids EO, la puissance R, & la charge du plan GH, sont entr'eux comme les lignes BD, BA, & AD ; si la ligne de direction de la puissance R est parallèle au plan GH, & AC celle de ce poids parallèle aussi à HK hauteur de ce plan : ce poids, cette puissance, & la charge de ce même plan, seront entr'eux comme la longueur de ce plan, sa hauteur, & sa base ; c'est-à-dire, comme GH, HK, & KG ; parce qu'alors les triangles GHK, & DBA sont semblables.

COROLLAIRE XX.

fig. 31.

Et pour la même raison, si cette ligne de direction AB est parallèle à l'horizon ; c'est-à-dire, à la baze GK de ce plan ; & que AC soit encore parallèle à sa hauteur HK : Ce poids, cette puissance, & la charge de ce plan, seront alors entr'eux comme la baze de ce plan, sa hauteur, & sa longueur ; c'est-à-dire, comme GK, KH, HG ; parce qu'alors les triangles GKH, & DBA sont encore semblables.

Jusqu'ici nous n'avons regardé le même poids que comme appliqué au même endroit d'un plan toujours également incliné : Mais s'il se trouvoit successivement en différens points, qu'arriveroit-il ? Le voici.

COROLLAIRE XXI.

fig. 37.

38.

Il suit encore de cette proposition que les puissances P & R qui soutiennent successivement le même poids A, ou des poids égaux sur les points O, & Q d'un même plan HG, sont entr'elles en raison composée de celles des sinus des angles QAD, & QAP ; OAR & OAD : car puisque la puissance P est au poids A

MECHANIQUE. 5j «pliqué en comme le finus de l'angle QAD ,
au finus de l'angle QAP j & que le mêmepoids appliqué en O , ell à la
pumance R , comme le (inus de Pangle OAR , à celui de l'angle OAD : Il
fuit en multipliant {»ar ordre ces deux rangées de proportionnelles 5 que a
puüTancc P c(l à la puilTancc R , comme le produit des (tuus des angles
QAD > & OAR « au produit de ceux des angles QAP , & OAD i c'c(l-a-
dire , en raifon compofée de celles des Hnus des angles QAD , & QAP i
OAR, & OAD. C0B.0LLAIR.E XXII. D'où l'on voit que tant que les lignes
de direéUon AP> & AR font la même , ou parallèles entr'elles , te que
celles du poids A applique en Q^ & en O , font aufli parallèles > les angles
QJ^ P , & OAR étant alors égaux entr'eux , de meme que les angles QAD ,
& OAD , les puilTances P & R font aufü pour lor.s égales i ce qui fait voir
que ce meme poids A péfe alors également fur quelque point O , ou Qjde ce
plan , qu'il foit appliqué. Corollaire XXIII. Au contraire, s'il n'y a que les
lignes de de direction AP, & AR, de ces puilTances qui (oient parai, leles
enrr'elles , & que celles de ce meme poids A ap> pliqué fuccedîvement en
O , & en Q^ concourent en quelque point D , que ce foit s par exemple , au
centre de la terre : les angles QAP , & OAR étant encore égaux , les
puif^nces P *& R feront entr'elles comme les finus des angles QAD , &
OAD , • ou bien > à caufe des parallèles QA , AÎ) , ces puKTances (cront
cntr'elles comme les finus des angles SAD , & ASA , ou ASD fon
complément j c'est-à-dire, (Zem. 5.) comme DS à AD. Ce qui fait voir
qu'en ce cas plus le poids G iij i DES POIDS fouccnui fut des fmCices.
Digitized by Google

appliqué en Q, comme le sinus de l'angle QAD, au sinus de l'angle QAP; & que le même poids appliqué en O, est à la puissance R, comme le sinus de l'angle OAR, à celui de l'angle OAD: Il suit en multipliant par ordre ces deux rangées de proportionnelles; que la puissance P est à la puissance R, comme le produit des sinus des angles QAD, & OAR, au produit de ceux des angles QAP, & OAD; c'est-à-dire, en raison composée de celles des sinus des angles QAD, & QAP; OAR, & OAD.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

COROLLAIRE XXII.

D'où l'on voit que tant que les lignes de direction AP, & AR sont la même, ou parallèles entr'elles, & que celles du poids A appliqué en Q, & en O, sont aussi parallèles; les angles QAP, & OAR étant alors égaux entr'eux, de même que les angles QAD, & OAD, les puissances P & R sont aussi pour lors égales; ce qui fait voir que ce même poids A pèse alors également sur quelque point O, ou Q de ce plan, qu'il soit appliqué.

COROLLAIRE XXIII.

Au contraire, s'il n'y a que les lignes de direction AP, & AR, de ces puissances qui soient parallèles entr'elles, & que celles de ce même poids A appliqué successivement en O, & en Q, concourent en quelque point D, que ce soit; par exemple, au centre de la terre: les angles QAP, & OAR étant encore égaux, les puissances P & R seront entr'elles comme les sinus des angles QAD, & OAD; ou bien, à cause des parallèles QA, AO, ces puissances seront entr'elles comme les sinus des angles SAD, & ASA, ou ASD son complément; c'est-à-dire, (*Lem. 5.*) comme DS à AD. Ce qui fait voir qu'en ce cas plus le poids

G iij

DES POIDS Ibucenus fut <lc9 luificcs. ^4 .NOUVELLE A est haut'furle plan HG, plus auR la puilTance qui l*y doit foutenir fuivanc une cercaine direftion, doit être grande. On voit prifentement qu'il peut y avoir bien de la diffè- _ ■ rence entre un poids foutenu fur un mime flan , & *» P»'ds foutenu fur le même point du plan j c'ef aujft pour cela qu'on à pris foin ci-deffus de ne les pas confondre , é- défaire re~ ■ marquer cette différence dans la fécondé réflexion qui fuit le Corollaire 13. Gorollaire XXIV, Mais s'il n'y a que les lignes de diredion du poids A place tantôt en O , & tantôt en qui foient parallèles cntr'elles j les puilTances P & R feront alors entr'elles comme les finus des angles OAR , & QAP j c'est-à-dire, en raifon réciproque des finus des angles que font leurs lignes de diredion avec AO , & AQ^ tirées des points A ou ces lignes de diredion concourent avec celles de ce poids , perpendiculairement , au plan G H. C ,0 R. P L L A I R. E X ,X V • Si préfentement on conçoit que les puiffances P & R foient égales , 8c que les poids A & L A foient difFérens on trouvera de même que ces poids , qu'elles foutiennent fur les points Q & O du plan GH , feront entr'eux en raifon compolee de celles des finus des angles QAP, & QAD i OAD, 8c OAR 5 c'est-à-dire , comme le produit des finus des angles QAP ôc OAD, au produit de ceux des angles QAD & ^AR : De forte que I®. Lorfque les lignes de diredion de ces puiffances ibnt parallèles entr'elles , 8c celles de ces poids parallèles aufi j ces poids font égaux. i°. Mais s'il n'y a que celles de ces puiffances qui le foient , ces

M E C H A N I Q J J E. 55 poids font entr'eux en raifon réciproque
 des finus des angles que font leurs lignes de direclion avec les
 perpendiculaires au plan GH en & en O. 3®. Au contraire s'il n'y a que les
 lignes de direction de ces poids qui foient parallèles entr'elles 5 ils feront
 entr'eux en même raifon que les finus des angles que font ces mêmes
 perpendiculaires avec les lignes de direction des puiſſances qui les
 foutiennent. il y aurait encore bien J-es CoroUaires k tirer de cette pro-
 pofition non- feulement far raport aux flans , mais auſſi far raport aux foli-
 flans : en voilà affis four en pouvoir juger. ■ PROBLEME. LA puiſſance R
 étant donnée , la diſpoſer tellement qu'elle ſuiffe foutenir le poids E O auM
 donné , ſur le flan'GHMN inci.né ^ ſuivant ſa longueur GH de la hauteur
 HKi & ſuivant ſa largeur GN , de la hauteur Solution. Aiant placé ce poids
 en quelque point , ou partie de ce plan qu'il vous plaira, de quelqu'un des
 points ou ſa baze le touche ; par exemple , du point O , tirez OD
 perpendiculaire à ce plan , marquez auſſi la ligne de direclion FC de ce
 poids, qui rencontre auſſi ce plan en L , & OD prolongée en A. Enſuite de
 quelque point C qu'il vous plaira de la ligne A C , faite AC à CD, comme le
 poids E O à la puiſſance R. i®. Si CD n'eſt pas aſſez longue pour atteindre
 de C juſqu'en quelque point D de la ligne AD , ce Problème eſt impoſſible :
 parce que la diagonale tirée du DES POIDS l'outcraints ^iir Hes ſuiffices. ſis-
 5S-" ■*0. Digitized by Google

poids sont entr'eux en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec les perpendiculaires au plan GH en Q, & en O. 3°. Au contraire s'il n'y a que les lignes de direction de ces poids qui soient parallèles entr'elles ; ils seront entr'eux en même raison que les sinus des angles que font ces mêmes perpendiculaires avec les lignes de direction des puissances qui les soutiennent.

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

Il y auroit encore bien des Corollaires à tirer de cette proposition non-seulement par rapport aux plans, mais aussi par rapport aux poli-plans : en voilà assez pour en pouvoir juger.



P R O B L E M E.

L A puissance R étant donnée, la disposer tellement qu'elle puisse soutenir le poids EO aussi donné, sur le plan GHMN incliné, & suivant sa longueur GH, de la hauteur HK ; & suivant sa largeur GN, de la hauteur NQ.

fig. 39.
40.

S O L U T I O N.

Aiant placé ce poids en quelque point, ou partie de ce plan qu'il vous plaira, de quelqu'un des points ou sa baze le touche ; par exemple, du point O, tirez OD perpendiculaire à ce plan ; marquez aussi la ligne de direction FC de ce poids, qui rencontre aussi ce plan en L, & OD prolongée en A. Ensuite de quelque point C qu'il vous plaira de la ligne AC, faite AC à CD, comme le poids EO à la puissance R. 1°. Si CD n'est pas assez longue pour atteindre de C jusqu'en quelque point D de la ligne AD, ce Problème est impossible : parce que la diagonale tirée du

DIS POIDS $\wedge$ OI Ienu(lur «les r«vñccs< NOUVELLE ftoinc A
 dans le parallélogramme fait fous ces deux ignés J c*eft-à-dire , fous AC &
 CD > étant alors différente de AD > elle ne feroic pas perpendiculaire i ce
 plan : ainfi ce poids rouieroit alors (». 3. Demmjl.) du coté de L. i®. Mais
 fi CD peut atteindre jufqu'en quelque point D de la ligne ADi achevez le
 parallélogramme B C , & placez la puiffance R fuivanc A B : alors elle
 foutiendra ce poids fur ce plan. Démonstration. Puifque (Hyp.) cette
 puiffance eft à ce poids comme CD > ou AB qui lui elt égale , efi i AC >
 leur concours d'action doit le pouilcr (Zemm. 4. Cer. 1.) fuivant AD
 perpendiculaire (Hyp.) au plan GM, & qui pafie aalü (HyP.) par la bafe de
 ce poids : Donc (Cor. t.) il doit demeurer defiiis en équilibre avec cette
 puiffance. Ce qu'il F. D. Corollaire I. Il efi clair que fi la puiffance Rcefibit
 de retenir le poids £0, il couleroit le long de OL. Corollaire II. Si CD eft la
 plus petite ligne qui puifie atteindre de C jufqu'en AD ; c'eft-à-«iirc , fi
 l'angle ADC eft droit > l'angle BAO le fera aufil j & par confequent cette
 puiffance eft la plus petite (Cor. 1 4.) <jui puiffe foutenir ce poids liir ce
 plan , & elle ne l y pourra Contenir non plus que (Cor. 1 6.) fuivant cette
 feule direction. Corollaire IIL Si CD n'cft pas la plus petite qui puifie.
 atteindre depuis C jufqu'en A D , mais qu'elle fiwt cependant encore
 moindre que AC iccnc.mcmcpuiiËince pourra foutenir Digitized by Google

DES POIDS
soutenus sur
des surfaces.

point A dans le parallélogramme fait sous ces deux lignes ; c'est-à-dire , sous AC & CD, étant alors différente de AD, elle ne seroit pas perpendiculaire à ce plan : ainsi ce poids rouleroit alors (*n. 3. Démonst.*) du côté de L. 2°. Mais si CD peut atteindre jusqu'en quelque point D de la ligne AD, achevez le parallélogramme BC, & placez la puissance R suivant AB : alors elle soutiendra ce poids sur ce plan.

DEMONSTRATION.

Puisque (*Hyp.*) cette puissance est à ce poids comme CD, ou AB qui lui est égale, est à AC ; leur concours d'action doit le pousser (*Lemm. 4. Cor. 2.*) suivant AD perpendiculaire (*Hyp.*) au plan GM, & qui passe aussi (*Hyp.*) par la base de ce poids : Donc (*Cor. 2.*) il doit demeurer dessus en équilibre avec cette puissance. Ce qu'il F. D.

COROLLAIRE I.

Il est clair que si la puissance R cessoit de retenir le poids EO, il couleroit le long de OL.

COROLLAIRE II.

Si CD est la plus petite ligne qui puisse atteindre de C jusqu'en AD ; c'est-à-dire, si l'angle ADC est droit, l'angle BAD le sera aussi ; & par conséquent cette puissance est la plus petite (*Cor. 14.*) qui puisse soutenir ce poids sur ce plan, & elle ne l'y pourra soutenir non plus que (*Cor. 16.*) suivant cette seule direction.

COROLLAIRE III.

Si CD n'est pas la plus petite qui puisse atteindre depuis C jusqu'en AD, mais qu'elle soit cependant encore moindre que AC ; cette même puissance pourra soutenir

MECHANIQUE. 'Ç7 foutenir cc poids fuivant deux
 direftions diffcreotes j poids parce qu en ce cas L-U pourra rencontrer AD
 en deux dctfuificc». points également éloignez de la perpendiculaire tirée
 du point C fur AD. Ce qui revient au Corollaire i6. de la propofition
 précédente. Corollaire IV. ' Enfin fi CD eft pl us grande que AC , elle ne
 pourra encore foutenir cc poi^ que fuivant cette feule direélion. Ce qui
 revient aullî au Corollaire i8. Corollaire V. Mais auflî C D pouvant être
 infiniment plus grande que AC , cette puiflance peut auflî être infiniment
 plus grande que ce poids , & demeurer cependant toujours en équilibre avec
 lui. Ce qui revient encore au nombre i. du Corollaire ii. Tout cela fe feut
 m/iment aff tiquer k tentes fortes de fnrfaces courbes : ceux pour qui ce
 Projet eft écrit le voyettt ajfex^ H DigiilzKii by Google



\ NOUVELLE .AA AA. PROPOSITION FONDAMENTALE
 POUR TOUTES SORTES DE LEVIERS,. De quelque cfpoce , & dans
 quelque ficuatioa qu'ils foient j & pour toutes les direârions poflûbles des
 puilTances , ou des poids qui y font appliquez. 41! C 0 1 E2T T les
 puiſſances E & F appliquées aux points⁴..[^] O & J!C du Levier MN [^]de
 quelque ejpèce ^{^^} en **' qſſelque fituation qu'il fait ; quelque angû O[^]JC
 que faf4«. font auffi ent/edet , Us liyees de direſien de ces puiſſances »,
 indéfiniment proUngies vers A : Ces deux puiſſances feront équilibre fur le
 point fixe B de ce Uvier [^] par eu pajſe la diagonale AG du paralUlegramme
 RS , dotales cbtez[^]AS Q- A R: font entr eux , comme Us puiſſances E & F.
 Démonſtration.. Concevons pour un moment que MAN' cft la; figure de ce
 Levier , & qu'au lieu d'être tiré , ou. pouſſé par les puiſſances E & P , fon
 point A ſoit feuDigitized by Google

M E C H A N I Q J J E. 5? Icment pouffé , mais en même-tems ,
 vers R fuivan[^] AR par une puiffancc égale à F, & vers S fuivanc A S par
 une autre puiffancc égale à E. Il cil confiant (Lemnu 3.) que l'impreffion
 compoféc que ce point recevroic alors du concours d'action de ces deux
 puiffances , s'il étoit ainfi pouffé l ne tendroit qu'à le mouvoir fuivant la
 diagonale A G du parallélogramme R S i ainfi ne fai fane d'imprelGon fur
 tout le corps M A N > qu' autant que le point A , à raifon de l'oolacle qu'il
 leur fait, lui en communique, toute l'action de ces deux puiffances fur ce
 corps , fe trouveroit réunie dans la feule ligne AG , ou AB j li donc il fe
 trouvoit quelque point fixe dans cette ligne , par exemple B , ce point
 foutiendrait , lui feul , toute l'imprellion de ces deux puiffances fur ce corps
 , ou ce Levier } & par conféquent ce corps n'en ayant alors que ce qu'elles
 lui en communiquent , demeureroit ainfi en équilibre fur ce point , fans
 qu'aucune d'elles l'emportât fur l'autre. Ollons préferement ces deux
 puiffances , & remettons les deux premières E , & F en action comme
 auparavant , prenant encore MAN pour la figure du Levier, ou elles font
 appliquées. il cil clair que ces deux puiffances faiiant toute la même
 impreffion furie point A de ce Levier» & fuivant la meme direction A G ,
 que faifaienc auparavant celles que nous leur avions fupposées iigales J
 leur aftion doit fe trouver de même que celle de ces deux fupposées , toute
 réunie dans la icule ligne A B : & par conféquent le point fixe B la
 foutenant , lui feul , toute entière, elles doivCBt encore demeurer en
 équilibre fur ce point. fc fi enfin oai retranche la partie M A N du corps A
 M N ,àCn forte qu'il n'en relie plus que le Levier M N : U<oil encore oair
 que les puiffances £ 3c F a giffant encore fiir ce levier de même que lors
 qu'il étok joint i la partie H ij DES J.EV1EKS. Digitized by Google

lement poussé, mais en même-tems, vers R suivant AR par une puissance égale à F, & vers S suivant AS par une autre puissance égale à E. Il est constant (Lemm. 3.) que l'impression composée que ce point recevrait alors du concours d'action de ces deux puissances, s'il étoit ainsi poussé, ne tendroit qu'à le mouvoir suivant la diagonale A G du parallélogramme R S ; ainsi ne faisant d'impression sur tout le corps M A N, qu'autant que le point A, à raison de l'obstacle qu'il leur fait, lui en communique, toute l'action de ces deux puissances sur ce corps, se trouveroit réunie dans la seule ligne A G, ou A B ; si donc il se trouvoit quelque point fixe dans cette ligne, par exemple B, ce point soutiendrait, lui seul, toute l'impression de ces deux puissances sur ce corps, ou ce Levier ; & par conséquent ce corps n'en ayant alors que ce qu'elles lui en communiquent, demeureroit ainsi en équilibre sur ce point, sans qu'aucune d'elles l'emportât sur l'autre. Osons présentement ces deux puissances, & remettons les deux premières E, & F en action comme auparavant, prenant encore M A N pour la figure du Levier, ou elles sont appliquées. Il est clair que ces deux puissances faisant toute la même impression sur le point A de ce Levier, & suivant la même direction A G, que faisoient auparavant celles que nous leur avons supposées égales ; leur action doit se trouver de même que celle de ces deux supposées, toute réunie dans la seule ligne A B : & par conséquent le point fixe B la soutenant, lui seul, toute entière, elles doivent encore demeurer en équilibre sur ce point. Et si enfin on retranche la partie M A N du corps A M N, en sorte qu'il n'en reste plus que le Levier M N : Il est encore clair que les puissances E & F agissant encore sur ce levier de même que lors qu'il étoit joint à la partie

H ij

DES LEY 1ER S 60 NOUVELLE retranchée, toute leur action doit encore se trouver réunie dans le seul point B de ce levier, par où passe la diagonale A G du parallélogramme R S j & par conséquent, elles doivent encore demeurer en équilibre sur ce point. Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire I. On voit assez* qu'en quelque situation, de quelque espèce, & de quelque figure, que soit le levier auquel deux puissances, telles qu'elles soient, sont appliquées, elles feront toujours en équilibre, quelque angle que fassent entr'elles leurs lignes de direction, tant qu'il y aura un point fixe de ce levier dans la diagonale A G { c'est pourquoi on ne s'arrête point ici à exprimer les figures de tous les cas de cette proposition, chacun le pourra faire à son loisir.

Corollaire II. On voit encore que les deux mêmes puissances E & F peuvent faire successivement équilibre sur une infinité de points B de ce même levier en changeant seulement leurs directions : puis qu'on les peut varier en tant de manières que A G passera successivement par tous les points imaginables de ce levier, excepté par les points O & X, où ces deux puissances sont appliquées.

Corollaire III. I Ce qui fait voir que dans la supposition du concours des lignes de direction des poids au centre de la terre, leurs centres de gravité, ou de direction peuvent changer incessamment à mesure qu'ils s'en approchent, ou qu'ils s'en éloignent, selon la différente situation qu'ils peuvent avoir par rapport à lui, excepté dans les sphériques. On n'a point à démontrer cela sur des

Digitized by Google

DES
LEVIER S.

retranchée, toute leur action doit encore se trouver réunie dans le seul point B de ce levier, par où passe la diagonale AG du parallélogramme RS ; & par conséquent, elles doivent encore demeurer en équilibre sur ce point. Ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E I.

On voit assez qu'en quelque situation, de quelque espèce, & de quelque figure, que soit le levier auquel deux puissances, telles qu'elles soient, sont appliquées, elles seront toujours en équilibre; quelque angle que fassent entr'elles leurs lignes de direction, tant qu'il y aura un point fixe de ce levier dans la diagonale AG ; c'est pourquoi on ne s'arrête point ici à exprimer les figures de tous les cas de cette proposition, chacun le pourra faire à son loisir.

C O R O L L A I R E II.

On voit encore que les deux mêmes puissances E & F peuvent faire successivement équilibre sur une infinité de points B de ce même levier en changeant seulement leurs directions: puis qu'on les peut varier en tant de manières que AG passera successivement par tous les points imaginables de ce levier, excepté par les points O & X, où ces deux puissances sont appliquées.

C O R O L L A I R E III.

Ce qui fait voir que dans la supposition du concours des lignes de direction des poids au centre de la terre, leurs centres de gravité, ou de direction peuvent changer incessamment à mesure qu'ils s'en approchent, ou qu'ils s'en éloignent, selon la différente situation qu'ils peuvent avoir par rapport à lui, excepté dans les sphériques. On ne s'arrête point à démontrer cela sur des fi-

M E C H A N I Q J J E. (Ji ferres particulières , parce qu'il fuit fi
 naturellement d U Corollaire i. qu'il n'y a perfonne qui ne le puilTe faire de
 foi-même. Corollaire IV. On voit de plus de cette propofition que le point
 fixe de ce levier , où bien fon appui B eft poufle de A vers G fuivant A G
 par l'impreffion compofée qu'il reçoit du concours d'action de ces deux pui
 (Tances , & que la réfiftance qu'il leur fait, étant égale à cette même
 impreffion , eft A la force de chacune d'elles (Lemm. 3. Cor. 3.) Comme
 la diagonale A G à chacun des cotés du parallélogramme R S , qui les
 repréfentent i c'eft-à-dire , que cette réfiftance du point fixe, où bien de
 l'appui B de ce levier , eft à la force de la pui (Tance E , comme A G à A S j
 & à celle de la pui(^ fance F , comme la même A G à A R. Corollaire V. ES
 ERS. D'où il fuit que lors que l'angle O A X eft infiniment aigu , c'eft-à-
 dire, fors que les lignes de direction E X & O F des puiTances E & F font
 parallèles , le point A étant alors infiniment éloigné de B , la ligne A G ,
 c'eft-à-dire , (Cor 4. .) la direftion de l'appui B leur eft aufli parallèle , &
 toujours vers l'endroit, où tendent ces deux puiTances , lors qu'elles tirent
 du même côté ; ou bien vers celui, où tend la plus proche de cet appui , lors
 qu'elles tirent de difTérens côtés. . Corollaire VI. Il fuit encoif du
 Corollaire 4.' pour tous les leviers de Tefpèce exprimée dans les figures 41.
 & 41. que plus Tangle, O A X , que les lignes de direftion des puiTances E
 & F , font entr'elles , fera obtus , moins H iij A. 41. 4*s Digitized by
 Google

gures particulières , parce qu'il suit si naturellement du Corollaire 2. qu'il n'y a personne qui ne le puisse faire de soi-même. DES
LEVIER.

C O R O L L A I R E I V.

On voit de plus de cette proposition que le point fixe de ce levier, où bien son appui B est poussé de A vers G suivant A G par l'impression composée qu'il reçoit du concours d'action de ces deux puissances , & que la résistance qu'il leur fait, étant égale à cette même impression, est à la force de chacune d'elles (*Lemm. 3. Cor. 3.*) Comme la diagonale A G à chacun des côtes du parallélogramme R S , qui les représentent ; c'est-à-dire, que cette résistance du point fixe, où bien de l'appui B de ce levier, est à la force de la puissance E, comme A G à A S ; & à celle de la puissance F, comme la même A G à A R.

C O R O L L A I R E V.

D'où il suit que lors que l'angle O A X est infiniment aigu, c'est-à-dire, lors que les lignes de direction E X & O F des puissances E & F sont parallèles, le point A étant alors infiniment éloigné de B, la ligne A G, c'est-à-dire, (*Cor. 4.*) la direction de l'appui B leur est aussi parallèle, & toujours vers l'endroit, où tendent ces deux puissances, lors qu'elles tirent du même côté ; ou bien vers celui, où tend la plus proche de cet appui, lors qu'elles tirent de différens côtés.

C O R O L L A I R E V I.

Il suit encore du Corollaire 4. pour tous les leviers de l'espèce exprimée dans les figures 41. & 42. que plus l'angle O A X, que les lignes de direction des puissances E & F, font entr'elles, sera obtus, moins

H iij

fig. 41.
42.

€% NOUVELLE DES fera ffrâQde la charge de l'appui B de
 chacun de ces leviers i parce que plus ccc angle I cra obtus , moins lera
 grande larailonae AGauxcôtzdu parallélogramme R S , donc clic eft
 diagonale , quoi qu'en proportion difFcrente : De forte que l'on peut faire
 cet angle (î obtus que la charge de l'appui B de ce levier fera fl petite qu'on
 voudra , quoi que les deux mêmes puilTances demeurent toujours en
 équilibre delTus ; Jufque-là même qu'elle peut devenir indéfiniment petite ,
 c'eft-à-dire , moindre que quelque poids donné que ce foie. Il ne faut pour
 cela qu'ouvrir l'angle O AX jufqu'à ce que la diagonale A G du
 parallélogramme R S , foit à chacun de fes cotez A R & AS en moindre
 raifon que celle qui eft entre ce poids donné , & chacune des puiffances F
 ficE que l'on fuppose appliquées à ce levier. CoitOLLAIKE VIL La charge
 de ce point ne peut pas de même augmenter à l'infini : Car ne pouvant
 jamais être plus grande que lors que l'angle O A X eft infiniment aigu,
 c'eft-à-dire , lors que les lignes de direction de ces deux puiffances font
 parallèles j & la diagonale AG n'étant encore alors qu'égale à la fomme des
 cotez A R & R G du parallélogramme R S alors infiniment long 5 la charge
 de cet appui ne peut être, tout au plus, qu'égale à fa fomme des puiffances E
 & F. Corollaire VIII. Pour les leviers des efpcccs exprimées dans les figures
 43. 44. 45. & 46. Il en va antt autrement: car plus l'angle O A X eft obtus ,
 plus la charge , ou la réfiftance de l'appui B eft grande } parce que la.
 jraifon de la diagonale AG à- cîiacun des côte% du A* 4J. 444J. 4<

Digitized by Google

M E C H A N I Q U E . • 6j parallélogramme R S , en est plus grande , quoi qu'en proportion différent j mais elle ne peut pas pour cela augmenter à l'infini : car ne pouvant jamais être plus grande que lors que cet angle est infiniment obtus , c'est-à-dire , lors que les lignes de direction de CCS puissances concourent en une seule ligne droite J & la diagonale A G n'étant alors qu'égal à la somme des cotés A R & G R du parallélogramme R S alors encore infiniment long; la résistance de cet levier par conséquent être encore , tout au plus, L la somme des forces de ces deux puissances, laquelle ne qu'égal Corollaire IX. Au contraire , plus cet angle O A X est aigu, moins est grande la charge , ou la résistance de l'appui B de ce levier : car plus cet angle est aigu, moins est grande la raison de la diagonale A G aux cotés du parallélogramme R S , quoi qu'en proportion différente ; mais elle ne peut pas non plus ainsi diminuer à l'infini de même que nous venons de dire (Cor. 6.) 3u'elle le peut dans les leviers de résistance exprimée dans les figures 41. & 41. Car ne pouvant jamais être moindre que lors que cet angle est infiniment aigu, c'est-à-dire , lors que les lignes de direction de ces puissances deviennent parallèles ; & le point G , qui a mesure que cet angle devient plus aigu, s'approche de plus en plus de la ligne A R , (fig. 43. & 44. / ou AS { 77g. 45. 4.) entrant alors dans cette ligne , A G demeure encore égale à la différence de A R à A S ; & par conséquent la charge , ou la résistance de l'appui B ne peut jamais être moindre que la différence des forces des puissances & 6c Corollaire X. « D'où l'on voit en général i°. que dans toutes les machines E v J ers. Digitized by Google

parallélogramme RS , en est plus grande, quoi qu'en proportion différente; mais elle ne peut pas pour cela augmenter à l'infini: car ne pouvant jamais être plus grande que lors que cet angle est infiniment obtus, c'est-à-dire, lors que les lignes de direction de ces puissances concourent en une seule ligne droite; & la diagonale AG n'étant alors qu'égalé à la somme des côtes AR & GR du parallélogramme RS alors encore infiniment long; la résistance de cet appui ne peut par conséquent être encore, tout au plus, qu'égalé à la somme des forces de ces deux puissances.

DES
LEVIERs.

COROLLAIRE IX.

Au contraire, plus cet angle OAX est aigu, moins est grande la charge, ou la résistance de l'appui B de ce levier: car plus cet angle est aigu, moins est grande la raison de la diagonale AG aux côtes du parallélogramme RS , quoi qu'en proportion différente; mais elle ne peut pas non plus ainsi diminuer à l'infini de même que nous venons de dire (*Cor. 6.*) qu'elle le peut dans les leviers de l'espèce exprimée dans les figures 41. & 42. Car ne pouvant jamais être moindre que lors que cet angle est infiniment aigu, c'est-à-dire, lors que les lignes de direction de ces puissances deviennent parallèles; & le point G , qui à mesure que cet angle devient plus aigu, s'approche de plus en plus de la ligne AR , (*fig. 43. & 44.*) ou AS (*fig. 45. & 46.*) entrant alors dans cette ligne, AG demeure encore égalé à la différence de AR à AS ; & par conséquent la charge, ou la résistance de l'appui B ne peut jamais être moindre que la différence des forces des puissances E & F .

COROLLAIRE X.

D'où l'on voit en général 1°. que dans toutes for-

J. §V fi64' NOUVELLE §5 tes de Leviers , de quelque figure , en
 quelque finition, ec de quelque espece qu'ils foient , quelles que
 Loicntaulfi les lignes de direction de puillances, ou des poids qui y font
 appliquez , la charge de leur apui 4' - ne peut être jamais plus grande (
 C'oroL j. & 8.). ^uc la somme de ces poids , ou de ces puillances. 4f. que
 dans les leviers de l'espece exprimée par les figures 41. & 41. elle peut {
 Cor. 6.) diminuer a l'infini. 3°. Mais que dans toute autre efpcce(/g. 43.44.
 45. <^*46.) elle ne peut jamais être moindre { Ccr.9.) que la différence des
 deux puillances , ou des deux poids qui y font applique?. Perforine que je
 fâche n'avoit encore démontré la charge^ ny U direHton des points d'apuy
 des leviers : il ne pareit p.cr meme qu'il foie aisé de le filtre par les principes
 ordinaires } fans cela cependant ily >1 bien des Problèmes qu'on ne feauroit
 ré foudre. Par exemple , fans la connoissance de la direction des apuiSyil
 n'rjl poipoffible de démontrer qu'elles doivent être les direcTiions de deux
 puillances > soit égales> ibit inégales, pour qu'elles puissent faire équilibre
 sur quelque levier que ce soit,dont l'apui est une sphérej n'y sur combien de
 points de ce levier ainsi apuié,il est: possible qu'elles fassent équilibre en
 changeant seulement leurs directions. /I nejl par possible non plus sans la
 connoissance ^ delà direction de la charge des apuis des leviers de trouver le
 point d'apui de celui auquel tant de puillances qu'on voudra , soient
 appliquées , pour toutes les directions possibles dans lesquelles on les peut
 supposer } sur deux puillances étant données avec leurs directions & leurs
 points d'application à un levier, de trouver quelle doit être la direction , & le
 point d'application d'une troisième puillance aussi donnée, pour que toutes
 trois ensemble fassent équilibre sur quelque pointdonné ,que ce soit, de ce
 levier. Il faut enfermer Digitized by Google

M E C H A N I Q J J E. <Î5 f enfer U même chofe de tout autre
 Problème fur les leviers dont la folution dépend de la détermination de la
 charge , ^ de la direiïion de leurs apuis. Corollaire XI. Il fuie encore de cette
 propofition t^ue les puiïïances E & F , qui demeurent ainfi en équilibre fur
 le levier MN , font en raifon réciproque des lignes BD & BP tirées de fon
 point d'apui B perpendiculairement fur leurs lignes de direction, qu'elles
 quelles foient : Car piiifque la ^iïilTance E elt à la puiïlance F , comme AS ,
 ou GR a AR j c'eft-à-dire , (Lemm. 5.) conune le linus de l'angle GAR ,
 oudeOAB fon {fii- 41- 4i- 43- à- 44-) égal , ou (/g. 45, é 4<>-) fon
 complément , eft au finus de l'angle RG A , ou de XAB fon ifig. 41. 41. 43.
 43. ^ 46.) égal , ou 44.) fon complément j & que d'ailleurs B P eft le finus
 de l'angle O AB , & BD celui de l'angle XAB : Il fuit que la puiïlance E eft
 .à la puiïlance F, comme BP à BD j c'eft-à-dire , en raifon réciproque
 des diftances de leurs lignes de direction , au point d'appui de leur levier. Ce
 qui fait que lors que l'angle OAX eft infiniment aigu , c'eft-à-dire, lors que
 les lignes de direction de ces deux puiïlances font parallèles , & que ce
 levier eft droit , quelque fltuation qu'il ait, ces deux puiïlances font toujours
 entr'clles , tant que dure leur équilibre , en raifon réciproque des bras de ce
 levier pris depuis fon point d'appui, jufqu'aux points où elles lui font
 appliquées. Corollaire XII. L'inverfe de cc dernier Corollaire fuit encore
 manifeftement de cette pr-opofition : ftj'avoir que lof, 1 DES LEVIERS.
 Digitized by Google

*penfer la même chose de tout autre Problème sur les leviers
dont la solution dépend de la détermination de la charge ,
& de la direction de leurs apuis.*

DES
LEVIER^s.

COROLLAIRE XI.

Il fuit encore de cette proposition que les puissances E & F , qui demeurent ainsi en équilibre sur le levier MN , font en raison réciproque des lignes BD & BP tirées de son point d'appui B perpendiculairement sur leurs lignes de direction , qu'elles quelles soient : Car puisque la puissance E est à la puissance F , comme AS , ou GR à AR ; c'est-à-dire , (*Lemm. 5.*) comme le sinus de l'angle GAR , ou de OAB son (*fig. 41. 42. 43. & 44.*) égal , ou (*fig. 45. & 46.*) son complément , est au sinus de l'angle RGA , ou de XAB son (*fig. 41. 42. 43. 45. & 46.*) égal , ou (*fig. 44.*) son complément ; & que d'ailleurs BP est le sinus de l'angle OAB , & BD celui de l'angle XAB : Il fuit que la puissance E est à la puissance F , comme BP à BD ; c'est-à-dire , en raison réciproque des distances de leurs lignes de direction , au point d'appui de leur levier. Ce qui fait que lors que l'angle OAX est infiniment aigu , c'est-à-dire , lors que les lignes de direction de ces deux puissances sont parallèles , & que ce levier est droit , quelque situation qu'il ait , ces deux puissances sont toujours entr'elles , tant que dure leur équilibre , en raison réciproque des bras de ce levier pris depuis son point d'appui , jusqu'aux points où elles lui sont appliquées.

COROLLAIRE XII.

L'inverse de ce dernier Corollaire fuit encore manifestement de cette proposition : sçavoir que lors

I

U NOUVELLE DES que CCS deux puiflances font en raifon
 réciproque leviers, diftances de leurs lignes de direction au point d'appui de
 leur levier , ue quelque efpece qu'il foit> elles demeurent toujours en
 équilibre j puis - qu'un tel point ne fe peut trouver ailleurs que dans la
 diagonale AG du parallélogramme RS : ainfi lorfque ,leurs lignes de
 dircétion étant parallèles , & leur levier droit , elles font en raifon
 réciproque des bras de ce levier» elles demeurent toujours cnéquilibre
 deflus. Corollaire XIII. * D'où l'on voit en général que Un que deux
 puij[f>tnces font équilibre fur un levier, de quelque efpece , é'en quelque
 fituation qu'il foit , eücs font toujours entr'eUes en raifon réciproque des
 diftances de leurs lignes de direéhon au point if appui de ce levier. Et
 réciproquement auTi , Un queUes font en rat fin réciproque des diftances
 de ces memes Itÿses au peint it appui de ce levier , de quelque efpece , de
 quelque fipre, dr en quelque fituation qu'il fin t , elles font toujours
 équilibre defjut. Voila ce qu'on appelle ordinairement le premier principe de
 Méchanique ce que perfonne , du moins que je contioifje , n'avoit encore
 démontré de cette manière , n'y fi généralement. Le voici encore d'une autre
 façon. L E M M E VI. puiffancesD E appliquées au même point A ^ J. Uvier
 AB , dont le point fixe fait B , font entr' elles en raifon réciproque des finus
 des angles que font leurs lignes de direiion , quelles quelles foient , avec ce
 levier ; elles demeureront en équilibre. Digilized by Google

⁷ M E C H A N I Q U E, Démonstration. lev^{ers}Le point A
 ainfi tiré par les puiflances D & E, doit eu recevoir une impréflion fuivant
 quelque ligne AG qui l'oît la diagonale d'un parallélogramme RS fait fous
 des parties de leurs lignes de direclion AS & AR qui foient entr'elles, (
 Lemm. 3.) comme ces mêmes puilTances j & la force de cette imprellion
 doit être à chacune des puilTances D & E, comme (Lem.[^].Cor. 3.) AG à
 chacune des lignes AS & AR, ou SG qui lui eft égale i c'eft-à-dire, (Zem. 5.
) comme le finus de l'angle ASG, à chacun des finus des angles AGS, ou
 GAR qui lui élarai, & G A S j & par conféquent les puiflances D & E font
 entr'elles, comme les finus GAR & GAS. Elles font auflî (hyp.) cntr'elles,
 comme les finus des angles RAB & SÂB j & par conféquent les finus de
 GAR & de RAB, de même qu'd ceux de GAS & SAB font égaux entr'eux :
 donc les angles GAR & RAB, auflî-bien que GAS & SAB, font auflî égaux
 , ou, du moins, complemens l'un de l'autre d deux droits. D'où il fuit que
 AG eft en ligne droite avec AB J ôc par conféquent le point fixe B dulcvier
 AB foutient, lui feul, l'impreffion toute entière que le point A reçoit du
 concours d'accl ion des puilTances D & E j & ce point demeurant ainfi en
 repos, ces puiflances doivent auflî par conféquent demeurer en équilibre. Ce
 qu'il falloît démontrer. Corollaire I. On voit de -là qu'une même puilT[^]nce
 peut ainfi faire fuccellivement équilibre avec plufieurs autres, quelques
 grandes, ou quelques petites qu'on les fuppok: , pourvu qu'elle foit à
 chacune d'elles en raifon rcl ij Digitized by Google

Le point A ainsi tiré par les puissances D & E, doit en recevoir une impression suivant quelque ligne AG qui soit la diagonale d'un parallélogramme RS fait sous des parties de leurs lignes de direction AS & AR qui soient entr'elles, (*Lemm. 3.*) comme ces mêmes puissances ; & la force de cette impression doit être à chacune des puissances D & E, comme (*Lem. 3. Cor. 3.*) AG à chacune des lignes AS & AR, ou SG qui lui est égale ; c'est-à-dire, (*Lem. 5.*) comme le sinus de l'angle ASG, à chacun des sinus des angles AGS, ou GAR qui lui est égal, & GAS ; & par conséquent les puissances D & E sont entr'elles, comme les sinus GAR & GAS. Elles sont aussi (*hyp.*) entr'elles, comme les sinus des angles RAB & SAB ; & par conséquent les sinus de GAR & de RAB, de même que ceux de GAS & SAB sont égaux entr'eux : donc les angles GAR & RAB, aussi-bien que GAS & SAB, sont aussi égaux, ou, du moins, compléments l'un de l'autre à deux droits. D'où il suit que AG est en ligne droite avec AB ; & par conséquent le point fixe B du levier AB soutient, lui seul, l'impression toute entière que le point A reçoit du concours d'action des puissances D & E ; & ce point demeurant ainsi en repos, ces puissances doivent aussi par conséquent demeurer en équilibre. Ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E I.

On voit de-là qu'une même puissance peut ainsi faire successivement équilibre avec plusieurs autres, quelques grandes, ou quelques petites qu'on les suppose, pourvu qu'elle soit à chacune d'elles en raison ré-

I ij

62 NOUVELLE D E S ciproque des finus des angles que font avec ce levier LEVJERS- ligne de direftion , & celle de la puilTance avec laquelle on la compare j c'elV-à-dirc , pourvu que les firoduits de ces deux puiflanccs par les perpendicuaire tirées du point d'appui de ce levier fur leurs lignes de dirccïien, foient égaux. Corollaire II. D'où l'on voit que l'aélion d'une puiflance ne Ce prend pas feulement delà grandeur de fa force j mais auflî de la diftancc de fa ligne de dirccïion au point d'appui du levier fur lequel elle agit : De forte que le produit de cette diftance parla force de cette puiffancc> cft la mefure jufte de fon aélion , ou de l'impreflion qu'elle fait fur ce levier. Corollaire III, Ainfi en quelque point que ce foit d'un levier quelle foit appliquée , pourvu que la diftance du point d'appui de ce levier à fa ligne de direélion foit toujours la même , fon action fur ce levier fera auffi toujours la même. Corollaire IV. Et parla même raifon fi différentes puiflances égales agifloient fucceffivement fuivant la même direction , ou fuivant des directions également diftantes du point d'appui du levier auquel elles feroient appliquées i leurs adions fur ce levier feroient auffi égales. Corollaire V. Et réciproquement fi ces puiflances ainfi appliquées à ce levier agiflent également fur lui > elles feroui

M E C H A N I Q J J E. 6^ auffi égales entr'elles : puis que les
 distances de leurs des lignes de direction au point d'appui du levier auquel
 LEVIERS* eues sont appliquées, sont () ^ales, & que les' produits de
 chacune d'elles par la force de chacune de ces puissances > sont (Cor, z.)
 aussi égaux. “J .^i'izcKi by ol

70 NOUVELLE AAAAAÆA ■ ■ " " "4a ■ ■ ' ^ ^ ^ ^ ^ î6 sç
 '£■>0 i Ctoe«cs*3Wï(îjtjew (as9üets(Ka«ç^\"*j-ei':(U3«?8ti.?4st-y:e<îc*-
 c>*î<u# AUTRE PROPOSITIO N DES LEVIERS Pour tous les cas
 poffibles de la fondamentale prece'dente. SI les puiffances E ^ i ? appliquées
 à d'fférens points JM dr O du levier BO , de quelque figure , de quelque
 ejpice , ^ en quelque fituation qu'il foie ; font ent'elles en raifon réciproque
 des diftances BD ^ BP de leurs lignes de direûion JM E O F ^ quelles
 quelles foient , au point fixe B de ce levier j ceft-à-dire ^ fi E. F. w B P. B
 D. Ces deux puiffances ainfi appliquées demeureront en équilibre fur ce
 levier. Démonstration, Si la puiffance E ctoit appliquée en O fuivant une
 ligne de direction OQj dont la diftance BQ^u point d'appui B de ce levier ,
 fût égale à BD qui eft celle de ce même point à la ligne de direûion XE
 qu'elle a préfentement > cette puiffance (Lemm, 6.) demeureroit en
 équilibre avec la puiffance F. Or l'action de cette puiffance appliquée en X
 fuivant X E , eft la même (Lemm. 6. Corol. 3.) 'qu'elle feroit alors fur ^
 <ce levier : Donc ces deux puiffances ^infi appliquées Digitized by Google

MECHANIQUE. E & O , doivent demeurer en équilibre. Ce qu'il falloit démontrer. DES L'ÉVIER. S. COROLLAIRE. 11
 fuit réciproquement de cette proposition que si les puissances E & F sont
 équilibre sur quelque levier que ce soit, elles feront entre elles en raison
 réciproque des distances de son point d'appui à leurs lignes de direction: puis
 que si quelque nouvelle puissance mise en la place > par exemple, de la
 puissance E , & appliquée comme elle au levier BO , croit en telle raison à
 la puissance F , elle feroit équilibre avec elle. Or une telle puissance (
 Lemm. G. Cor.) feroit égale à la puissance E : Donc la puissance E feroit
 aussi alors à la puissance F en raison réciproque des distances de leurs
 lignes de direction au point d'appui du levier sur lequel elles feroient
 équilibre. On ne met point ici tous les Corollaires qu'on pourroit tirer tant de
 cette proportion, que de la précédente, par rapport à la Balance, à la
 Romaine, au Tour, aux Roues à dent, aux Ciseaux, aux Tenailles, aux Etocs
 , (jrc. ce fera lors qu'on en fera l'application à la physique; B' ai Heurs tres-
 peu d'attention suffit présentement pour en déduire beaucoup plus que la
 breveté, qu'on s'est proposée dans ce projet, ne permet de faire.

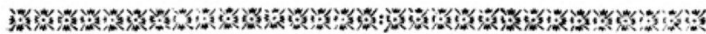
PROBLEME. Soient n de puissances qu'on voudra appliquées à un fis-
 simême levier -, par exemple, les cinq que voici M , O , P , étant
 données avec leurs lignes de direction AM , BO , HP , é" quelles
 [oient j trouver le point de ce levier sur lequel elles peuvent ainsi
 appliquées demeurer toutes ensemble en équilibre. m Digitized by
 Google

en X & en O, doivent demeurer en équilibre. Ce qu'il falloit démontrer. DES LEVIERS.

C O R O L L A I R E.

Il suit réciproquement de cette proposition que si les puissances E & F font équilibre sur quelque levier que ce soit, elles seront entr'elles en raison réciproque des distances de son point d'appui à leurs lignes de direction : puis que si quelque nouvelle puissance mise en la place, par exemple, de la puissance E, & appliquée comme elle au levier BO, étoit en telle raison à la puissance F, elle feroit équilibre avec elle. Or une telle puissance (Lemm. 6. Cor. 5.) seroit égale à la puissance E : Donc la puissance E seroit aussi alors à la puissance F en raison réciproque des distances de leurs lignes de direction au point d'appui du levier sur lequel elles feroient équilibre.

On ne met point ici tous les Corollaires qu'on pourroit tirer tant de cette proposition, que de la précédente, par rapport à la Balance, à la Romaine, au Tour, aux Rouës à dent, aux Ciseaux, aux Tenailles, aux Etocs, &c. ce sera lors qu'on en fera l'application à la physique ; D'ailleurs tres-peu d'attention suffit présentement pour en déduire beaucoup plus que la breveté, qu'on s'est proposée dans ce projet, ne permet de faire.



P R O B L E M E.

TANT de puissances qu'on voudra appliquées à un même levier ; par exemple, les cinq que voici M, N, O, P, Q, étant données avec leurs lignes de direction AM, CN, EO, HP, & GQ, quelles quelles soient ; trouver le point de ce levier sur lequel elles peuvent ainsi appliquées demeurer toutes ensemble en équilibre.

fig. 53.
54.
55.
56.
57.
58.
59.

NOUVELLE DES LEVIERS. Solution. Premièrement si ces lignes de direction sont toutes $\wedge$ parallèles entr'elles, de quelque côté que ces puissances tirent, il faut prendre sur le levier AH pro' longé, s'il en a besoin, Ha à G. La puissance CL est à la puissance P, & l'on aura le point A sur lequel ces deux puissances ainsi appliquées feroient équilibre, (Cor. 7. ii.) si elles étoient seules. La direction de ce point (Cor. 5.) étant vers Q $\wedge$ parallèlement A HP, c'est-à-dire, (hyp.) à EO -, & (la charge étant { Cor. 7. 7. - 5 } .) égale à la somme des forces de ces deux puissances, ou (Cor. p. fig. 54. d' 55.) à leur différence : au lieu d'elles on en peut supposer une nouvelle de cette valeur appliquée en ce point A, & dirigée du côté de la puissance $\wedge$ parallèlement A EO. Il est clair que cette nouvelle puissance faisant la même impression sur ce levier que les puissances P si en faisoient auparavant, l'on centre d'équilibre avec la puissance O, fera le point lequel les trois puissances O, P, & C feroient équilibre, si elles $\blacksquare$ étoient seules, si appliquées comme elles sont : J'ayant donc trouvé comme l'on vient de faire le point A c'est-à-dire, ayant fait AF A FE, comme la puissance O, à la charge qui résulte au point A du concours d'action des puissances P & C on aura le point F dont la direction fera encore (Cor. 5.) parallèle A celle de CCS puissances, & du côté de si la charge en fera égale (Cor. 7. 7. 53.) à la somme de ces trois-ci $\blacksquare$ O, P, & ou (/fig. 54.) à la somme de la puissance O, & de la différence qui est entre les puissances P si $\wedge$ ou enfin (Cor. 55.) à la différence qui est entre la puissance O, à la différence des puissances P & C ainsi au lieu de la puissance O, & de celle que nous avons supposée en A, si nous en concevons encore « Digitized by Google

M E C H A N I Q J J È: 73 cote un autre de la valeur de la charge
 du point F , appliquée en ce point > & dirigée du côté de la puissance
 Q^parallement à NC j nous trouverons (oii centre d'équilibre D avec la
 puilTance N , de meme oue nous avons déjà trouvé les points F , & A. Enfin
 Otant encore la puiûancc N avec celle qui étok appliquée en F , &c mettant
 à leur défaut au point D une autre puilTance égale à fa charge, 5c 4kigée du
 côté de la puilTance O parallèlement à AM j on trouvera encore le centre de
 direâion fi qui lui eft commua avec la puillance M > de meme que l'on
 vient de faire les points A , F , 5c D > 5: ce point fi fera .(<ÿr. n.) celui fur
 lequel les cinq puilTanccs M , N , O , P , 5c ainfi dirigées demeureront en
 équilibre. ,Çc qu'iT faloit premiérenient trouver. C0R.OLLA1R.E I. On voit
 aflezquelt ce levier AH, (yfg. >55.) k fût terminé en H, ce Problème en ce
 cas anroit éicé,i,9i' pollible. .CoRO^LAI«.E II' î Ce que nous venons de
 démontrer IfviefiS droits, fe peut fort aifément appliquer i -pouces . tes de
 leviers courbes i par.exempiç > à nelui dc 5I). en faifant feulement à
 difeieiiion .quel.que droite , qui rencontre (îF n'4mp.Qrte commcnii) toutes
 les lignes de dire^ion des puKÇtnçqs M , N ,, 0, P,5c C^en,(*,r,rr,A,ÔCjÇ •.
 car la rendant comme UQ levier auquel ces pniCaoccs ^fent -appHquées en.
 ces memes points , on en trouvera.., enmme l'on vient de faire , le point
 d'appui f , avec fa, ligne de direction IS , qui rencontrant le levier AH.>
 dennern le point, B i^ui fera Ion point d'appui : ^Puis que les rapports de
 dlAanccs de .æ point Am i>SACs de diDES LEVIERf. Digitized by C -
 OgU

DÉS ï-tV IERS. ft J 7. } 8. J»74 •' N'Ô U V E L L È- ' rcftion de
 ces puifT nccs > qui font (hyp (jr Cor. 5. parallèles à $\wedge B$, font les memes
 que ceux des diftances du point b à ces mêmes lignes. Secondement, s'il fd
 trouve quelques-unes des lignes de direction des puiffances données, qui ne
 foient point parallèles entr'elics, quelles que foient les autres, & de quelque
 côté que ces puiffances tirent encore j Voici comment on pourra trouver le
 point d'appui du levier AH auquel elles font appliquées. Soient, li l'on veut
 , les diredions H P à G C^_des puiffances P & Q^, non parallèles , & qu'
 elles fe rencontrent en V : faite V R à V S, comme la puiffance P à k
 puiffance Q^,- achever le parallélogramme R S , & faite la diagonale V K
 qui rencontre en X le levier AH prolongé jufqu'oü il en fera befoin : ce
 point fera/ prop.fond.) celui fur lequel ces deux puiffances amfi appliquées
 feroient équilibre , fi elles croient feules j & fa charge , dont la direction cft
 de V vers K fuivant VK , (Cor. 4.) fera à chacune des puiffances P , &
 comme VK à chacune des lignes VR & VS qui les réprefentent : De forte
 que fi au lieu de ces deux puiffances , on en appliquoit quelqu'autre au
 point A de ce levier , fuivant cette meme diredion VK , & qui eût ce même
 raport à chacune d'elles , c'est-à-dire , qui fut égale à la charge de ce point j
 elle feroit feule ainfi appliquée la meme impreffion fur ce levier que font
 prcfentement ces eleux cnlcmbic j & par conféquent fon centre d'équilibre
 avec la puiffance O , feroit celui des trois puiffances , O , P , & Qj c'est-à-
 dire, le point fur lequel elles feroient équilibre , fi elles étoient feules , &
 ainfi appliquées. S'il arrive que VK & OE foient parallèles , on trouvera ce
 point comme l'on a faic dans l'hypothefe des diredions. Digilized by
 Google

rection de ces puissances, qui sont (*hyp & Cor. 5.*)
parallèles à bb , sont les mêmes que ceux des distances
du point b à ces mêmes lignes.

Fig. 57. Secondement, s'il se trouve quelques-unes des
58. lignes de direction des puissances données, qui ne soient
59. point parallèles entr'elles, quelles que soient les autres,
& de quelque côté que ces puissances tirent encore ;
Voici comment on pourra trouver le point d'appui
du levier AH auquel elles sont appliquées. Soient, si
l'on veut, les directions HP & GQ des puissances
 P & Q , non parallèles, & qu'elles se rencontrent
en V : faite VR à VS , comme la puissance P à
la puissance Q ; achevez le parallélogramme RS ,
& faite la diagonale VK qui rencontre en λ le
levier AH prolongé jusqu'où il en sera besoin : ce
point sera (*prop. fond.*) celui sur lequel ces deux puis-
sances ainsi appliquées feroient équilibre, si elles
étoient seules ; & sa charge, dont la direction est
de V vers K suivant VK , (*Cor. 4.*) sera à chacune
des puissances P , & Q , comme VK à chacune des
lignes VR & VS qui les représentent : De sorte que
si au lieu de ces deux puissances, on en appliquoit
quelqu'autre au point λ de ce levier, suivant cette
même direction VK , & qui eût ce même rapport à
chacune d'elles, c'est-à-dire, qui fût égale à la
charge de ce point ; elle feroit seule ainsi appliquée
la même impression sur ce levier que font présente-
ment ces deux ensemble ; & par conséquent son
centre d'équilibre avec la puissance O , feroit celui
des trois puissances, O , P , & Q ; c'est-à-dire, le
point sur lequel elles feroient équilibre, si elles
étoient seules, & ainsi appliquées. S'il arrive que
 VK & OE soient parallèles, on trouvera ce point
comme l'on a fait dans l'hypothèse des directions

M E C H A N I Q ^ U E. 75' parallèles j mais si elles se rencontrent
 en quelque point T , il faut, comme l'on vient de faire, prendre TY à TZ ,
 comme la puissance supposée en A , est à la puissance O. ii & ayant achevé
 le parallélogramme YZ , faite sa diagonale TX qui rencontre en F le levier
 AH: ce point fera encore (Prop.fond.) celui sur lequel ces deux puissances ,
 ou bien ces trois-ici O , P , & feroient équilibre , si elles étoient seules , 8c
 appliquées suivant les conditions de ce Problème j 8c la charge, dont la
 direction est de T vers X , (Cor. ^.) est en ce cas à la puissance O , comme T
 X à TZ : ôtant donc encore cette puissance avec celle que nous avons
 supposée en A au lieu des puissances P & Q 8c en mettant une autre en F ,
 dirigée de T vers X DES LEV IER.S. , suivant TX, 8c, qui soit à la
 puissance O., comme TX à TZ 5 elle fera encore seule ainsi appliquée la
 même impression sur le levier AH , que lui faisoient auparavant les trois
 puissances O , P , 8c Q j 8c par conséquent son centre. d'équilibre avec la,
 puissance N , fera celui des quatre puissances N , O , P , 8c S'il arrive que
 TX 8c NQ soient parallèles , on trouvera encore ce point commun dans la,
 première partie . de cette solution j mais si elles se rencontrent en quelque
 point /3 , il faut encore prendre /3y à /3e , comme la puissance supposée en F
 , est à la puissance N j Sc ayant achevé le parallélogramme .ty , il faut
 prolonger sa diagonale j3F jusqu'à ce qu'elle rencontre le
 levier AFffU- 'P > ôf.-si^oint fera(prop.fond.) celui sur lequel ces deux
 puissances > ou bien ces quatre-ici N , O , P , 8c Q^, feroient équilibre,, si.
 clics étoient seules , 8c appliquées suivant les directions données de.ee
 problème La direction de ce point fera encore de 0 vers J' suivant 0J' , (Cor.
 4.) 8c la charge sera aussi à la puissance N , comme jSJ' à 0» : ainsi au lieu
 de la puissance N , 8c de celle que nous venons de K ij t Digitized by
 Google

parallèles ; mais si elles se rencontrent en quelque point T, il faut, comme l'on vient de faire, prendre TY à TZ, comme la puissance supposée en λ , est à la puissance O ; & ayant achevé le parallélogramme YZ, faite sa diagonale TX qui rencontre en F le levier AH : ce point sera encore (*Prop. fond.*) celui sur lequel ces deux puissances, ou bien ces trois-ici O, P, & Q, feroient équilibre, si elles étoient seules, & appliquées suivant les conditions de ce Problème ; & sa charge, dont la direction est de T vers X, (*Cor. 4.*) est en ce cas à la puissance O, comme TX à TZ : étant donc encore cette puissance avec celle que nous avions supposée en λ au lieu des puissances P & Q ; & en mettant une autre en F, dirigée de T vers X suivant TX, & qui soit à la puissance O, comme TX à TZ ; elle fera encore seule ainsi appliquée la même impression sur le levier AH, que lui faisoient auparavant les trois puissances O, P, & Q ; & par conséquent son centre d'équilibre avec la puissance N, sera celui des quatre puissances N, O, P, & Q. S'il arrive que TX & NC soient parallèles, on trouvera encore ce point comme dans la première partie de cette solution ; mais si elles se rencontrent en quelque point β , il faut encore prendre $\beta\gamma$ à $\beta\epsilon$, comme la puissance supposée en F, est à la puissance N ; & ayant achevé le parallélogramme $\epsilon\gamma$, il faut prolonger sa diagonale $\beta\delta$ jusqu'à ce qu'elle rencontre le levier AH en D, & ce point sera (*prop. fond.*) celui sur lequel ces deux puissances, ou bien ces quatre-ci N, O, P, & Q, feroient équilibre, si elles étoient seules, & appliquées suivant les directions données de ce problème. La direction de ce point sera encore de β vers δ suivant $\beta\delta$, (*Cor. 4.*) & sa charge sera aussi à la puissance N, comme $\beta\delta$ à $\beta\epsilon$: ainsi au lieu de la puissance N, & de celle que nous venons de

K ij

The text on this page is estimated to be only 25.82% accurate

DE S LEVIEKS76 NOUVELLE foppofer en P , fl Ton en fapnofè
cnco«e quel^'antfe ai D r itrivée éc \$ vers Inivant qui foie à la pui0àace N y
comme ifk f cette nouvelle pwf-» fonce ainll appliquée au levier AH , fera
encore foule fur lui la ntmne imprcflon foibient aupa-^ i^vanc les quatre
puiâances N , ô , P , & & par cofléqntent fon centre d'équilibre avec la
puifTance M t fera celui des cinq puifTances données dans ce problème. S'il
arrive que 0^ ùÀf parallèle à AM > on trouvera encore ce poitit comme l'on
a fj^ic dans le cas des direâions parallèles ; mais il elles fe rencootrenc en
quelque point L, il faut encore prendre L9à L«r comme la piiiiflance qu'on
fuppose en D , e(b à la puiffonce M } 8c 'ayant achevé le parai Iclogramnae
«t , il faut tirer la diagonale LI y qui rencontrant le levier AH r donnera le
point & pour centre d'équidibre (rup.fmi,) de ces deux puifTances -, c'eU-
à-dirc e» remenant à la place de celle qu'on fuppofo en D, les quatre N, O r
P> & qu'elle fuppléort 5 fur lequel les cinq puiûances données , 8c
appliquées fuivane les conditions de ce Problème > feront equilibre. Ce
q^u'il falote encore trouver. Cr ProUime , t««t fitnU qüil fimk d rif^uin fat
U» frincifts tjm'tn frit ici- , tflfeat. hrt un dts flm diffitiU* f v'o» fuiffit
frtfufer à etuji qui frnt dam Us frintifes ardi^ nains } nm ftuUment quant 0
ta mamère dt déumüntt let fuints ttapfm dts Initn ftur toutet Us dinHkns
ft0tU% des pmifrmnts ,»m des ftids qui y fent affUqmtt^ ; mais auSi quant à
celte de recennoHre téur dmflitn , (^Uut tharye , de quelque tfftce , dans
quelque fruathn qu'ils frient: C^efi ftut-hre auffi et qui a fait que Us
Michamciem,qm une entrepris de démeturtr le car de y P ffont efr ttu^
ektraux autres i Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.01% accurate

MECHANIQUE. 77 Outre les Pettlits , les Sttrfaces , ^ les Zeviers
, on met t> E s esKore Ia f^is m des ttuchines ^u'on regarde comme
SAfitaUi entre celles fui fimt propres À faciliter les mouvemens i mais farte
qndceitf itnàére fe raf forte toute au plan incliné é- au levier , dent on va
voir qu'tlU efi empofée » noue n'en dirons ici que très. feu de chofes. V-»
K»*« llj Digitized by Google

78 NOUVELLE.' tft5>4T8'^sta^cn cra?*^cf3'^srac*^

«ta'Kn>fta®r:i'5tef^ ^ ^ ^ ^ 'S^ GijQifC:^Qicri Qif e^sicoic. ai« aw
eiç:ei?:(iiSL.^ (Ial C* DE LA VIS R E M A R Q U E S. I- - - , ON voie
aflez que tout Tufage de la Vis cft de tirer > ou de repoufler fuivantla
direftion de fon axe tout ce qui lui fait quelque réfiftance j & fi elle eftfixe,
la force , ou le corps contre lequel on s'en fert , doit tirer , ou prefler fon
écrouë du côté diamétralement oppofé a celui vers lequel il eft forcé
d'avancer. Au contraire fi c'eft l'écrouë qui foit fixe , cette force , où ce
corps doit tirer , ou prefler la vis ellemême de ce même côté. I I. De forte ,
que dans l'ufage de la vis , lors qu'elle eft fixe , l'on doit regarder tous les
points de fon écrouë > comme tirez ou preflez parallèlement à fon axe du
côté que cette écrouë eft preflee, ou tirée par la force , ou par le poids dont
elle eft chargée. I I I. D'où l'on voit que les lignes de direftion de tous CCS
points , font toutes obliques à celui des pas de cette vis fur lequel ceux de
ces points qui le touchent , s'appuyent > &c par conféquent (démonjl, des
Oigilizedby Google

M E C H A N I Q U E, 75) fatf. ». 3.) ficctte vis > & fon écrouë
 étoient Mathé- DE la v i»maciquement Juftes, chacun d'eux tendroit à
 couler du cote que fa ligne de direcl:ion s'ccarteroit de la perpendiculaire
 tirée de lui à ce pas j & parce que cet écartement fe feroit pour tous du
 nicine côté , à caufe du parallelifme de toutes ces lignes , de la pente
 uniforme du cordon de cette vis dans toute fa longueur ; Il fuit évidemment
 que tous ces points devoient s'accorder dans un même mouvement qui
 emportât cette écrouc fuivant le fil de cc cordon, c'cK-à-dire , en
 tournoyant du côté de cet écartement j E dans fon frottement avec la vis,
 l'inégalité de leurs parties ne les accrochoient point enfcmble. I V. La même
 chofe fe doit entendre de tous les points de la vis , fi c'est l'écrouc qui fait
 fixe. V. Ainfi à regarder l'une & l'autre dans une juftefTe , Mathématique, il
 faut néceflai rement quelque force Four retenir celle des deux qui cft mobile
 , contre impreffion de la force , ou du poids qui la charge. La voici.
 PROPOSITION DE LA VIS. LOrfq' une puijffance foutient quelque poids,
 ou TaBion de quelque autre force à l'aide d'une vis , foit que mte vie fait fixe
 , 0» que et foit fon icrouï cette pui fiance Digitized by Google

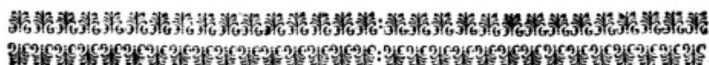
surf. n. 3.) si cette vis , & son écrouë étoient Mathématiquement justes , chacun d'eux tendroit à couler du côté que sa ligne de direction s'écarteroit de la perpendiculaire tirée de lui à ce pas ; & parce que cet écartement se feroit pour tous du même côté , à cause du parallélisme de toutes ces lignes , & de la pente uniforme du cordon de cette vis dans toute sa longueur : Il suit évidemment que tous ces points devroient s'accorder dans un même mouvement qui emportât cette écrouë suivant le fil de ce cordon , c'est-à-dire , en tournoyant du côté de cet écartement ; si dans son frottement avec la vis , l'inégalité de leurs parties ne les accrochoient point ensemble.

I V.

La même chose se doit entendre de tous les points de la vis , si c'est l'écrouë qui soit fixe.

V.

Ainsi à regarder l'une & l'autre dans une justesse Mathématique , il faut nécessairement quelque force pour retenir celle des deux qui est mobile , contre l'impression de la force , ou du poids qui la charge. La voici.



PROPOSITION DE LA VIS.

Lorsqu'une puissance soutient quelque poids , ou l'action de quelque autre force à l'aide d'une vis , soit que cette vis soit fixe , ou que ce soit son écrouë ; cette puissance

80 NOUVELLE riLAVis tft tmjtmrs à et fmds , nu à cette force ,
queEe qu'eMefât^ comme U diflxnce qm eft entre deux des fae de cette vit,
à la ctrctmférenct d'nn cercle , dent le rsymefit lyel à la di/ianee qui efi entre
cette ftdjfance Caxe de cette mime vk. Démonstration. fit. <o;
EranièrementfilavisVXYZcft fixo.concevons que le point A de Ton «rrouë
PQjôit retenu fur un de lès pas GH par quelque puiflance R dont la direâien
AB loh dans le plan de cette ccrouc , 8c perpendiculaire k EP qui y eft
auffi> & qui palle par le point A. H eft clair que cette puiflance retenant par
ce moyen toute l'ccrouc PQ^ce point A fait fur elle la même impreffion que
s'il foutenoit lui feul toute l'aftion du poids , ou de la force , quelle qu'elle
foit , qui poufle cette écrouë , ou qui la tire (Ktmarq. i.) vers Z Y
parallèlement k l'axe MS de cette vis : Ainfi l'on peut regarder le point A de
cette ccrouë , comme ayant lui feul fuivant . AC perpendiculaire au plan de
cette ccrouë , & parallèle à MS , toute l'impreffion qu'elle reçoit de là
charge } de forte que fi l'on fait AD perpendiculaire au pas GH de cette vis
,8c que de «quelque point D de cette ligne, l'on achevé le parallélogramme
BC, on verra (prop. fond, des furf.) que la puiflance R fera à la charge de
l'ccrouë PQ, comme AB, à AC, ou à BD qui lui eft égale j c'est-à-irc , à
caufe que le triangle HFG roule fur la -vis VXYZ , cil lèmblable au triangle
ABD j comme HFau demi tour EG <le cette vis, ou comme ,iHF -, c'est—
à-dkc , JdK à un tour entier. Or regardant EAP' comme un levier dont
l'appui eft le point E de l'axe MS de cette vis,& qui fc trouve dans le plan
de fon écrouë j la puiflance P., dont la dircôion eft auffi dans ce même plan
,& perpendiculaireà EP, 8: conféqueHunent patalleJe à AB , foutenant
Digitized by Google

DE LA VIS. *est toujours à ce poids, ou à cette force, quelle qu'elle soit, comme la distance qui est entre deux des pas de cette vis, à la circonférence d'un cercle, dont le rayon est égal à la distance qui est entre cette puissance & l'axe de cette même vis.*

D E M O N S T R A T I O N.

fig. 60. Premièrement si la vis $VXYZ$ est fixe, concevons que le point A de son écrouë PQ soit retenu sur un de ses pas GH par quelque puissance R dont la direction AB soit dans le plan de cette écrouë, & perpendiculaire à EP qui y est aussi, & qui passe par le point A . Il est clair que cette puissance retenant par ce moyen toute l'écrouë PQ , ce point A fait sur elle la même impression que s'il soutenoit lui seul toute l'action du poids, ou de la force, quelle qu'elle soit, qui pousse cette écrouë, ou qui la tire (*Remarq. 1.*) vers ZY parallèlement à l'axe MS de cette vis : Ainsi l'on peut regarder le point A de cette écrouë, comme ayant lui seul suivant AC perpendiculaire au plan de cette écrouë, & parallèle à MS , toute l'impression qu'elle reçoit de sa charge ; de sorte que si l'on fait AD perpendiculaire au pas GH de cette vis, & que de quelque point D de cette ligne, l'on acheve le parallélogramme BC , on verra (*prop. fond. des surf.*) que la puissance R sera à la charge de l'écrouë PQ , comme AB , à AC , ou à BD qui lui est égale ; c'est-à-dire, à cause que le triangle HFG roulé sur la vis $VXYZ$, est semblable au triangle ABD ; comme HF au demi tour FG de cette vis, ou comme $2HF$, c'est-à-dire, HK à un tour entier. Or regardant EAP comme un levier dont l'appui est le point E de l'axe MS de cette vis, & qui se trouve dans le plan de son écrouë ; la puissance P , dont la direction est aussi dans ce même plan, & perpendiculaire à EP , & conséquemment parallèle à AB , soutenant

M E C H A N I Q^{UE}. Si foute nait ainfi (Hyp.) le point A , ou la charge de delà vis, l'écrouë PQ_ au lieu de la puifl'ance R, c!} à cette dernière puifl'ance, (Lctnm. 6. Cor. i.) comme EA à EP , ou comme le tour entier de cette vis à la circonférence d'un cercle dont le rayon loit EP : Ainli en multipliant par ordre ces deux rangées de proportionnelles, l'on aura la puifl'ance P à la charge de l'écrouë PCb, comme la dillance H K qui efl: entre deux des fias de cette vis , à la circonférence d'un cercle dont e rayon cil égal à la diftance EP qui ell entre cette fance &c l'axe de cette meme vis. Secondement , Il c'ell l'écrouë PQ_ qui l()it fixe , concevons que le point A appartient à la vis V X Y Z > &c qu'il ell retenu fur le pas de cette ectouc par quelque puifl'ance R dont la direclion foit encore luivant AB 3u'on fiippofedans leplan de cette ecrouë, & perpeniculaire .à EP qui y cil aiidi. Il cil encore clair que cette puifl'ance retenant par ce moyen toute la vis VXYZ , ce point A fait encore fur elle la même impreffion fuivant AC parallèle à MS , que s'il foutenoit , lui feul , toute l'acclion de ce qui poufle , (remarq. i.) ou de ce qui tire cette vis vers Z Y : ainfi pour la meme rai (on que ci-deflus , la puifl'ance R fera encore à la charge de cette vis , comme AB à BD j c'efb-à-dire, comme HF à PG , ou bien comme H K au circuit de cette vis j &c la puifl'ance T , qui au lieu de la puifl'ance R retient cette vis , ell aulTi à cette dernieie puiflTance , (Lemm. 6. Cor. i.) comme E A à ST j ou comme un tour entier de cette vis à la circonférence d'un cercle dont ST foit le rayon : ainfi en multipliant encore par ordre ces deux rangées de proportionnelles , on aura encore la puiflTance T à la charge de cette vis , comme la dillance qui ell entre deux de fes pas, à la circonférence d'un cercle dont le rayon cil égal à la dillance qui ell entre cette puiflTance &c l'axe de cette même vis. L Digitized by Google

soutenant ainsi (*Hyp.*) le point A, ou la charge de l'écrouë PQ au lieu de la puissance R, est à cette dernière puissance, (*Lemm. 6. Cor. 2.*) comme EA à EP, ou comme le tour entier de cette vis à la circonférence d'un cercle dont le rayon soit EP : Ainsi en multipliant par ordre ces deux rangées de proportionnelles, l'on aura la puissance P à la charge de l'écrouë PQ, comme la distance HK qui est entre deux des pas de cette vis, à la circonférence d'un cercle dont le rayon est égal à la distance EP qui est entre cette fance & l'axe de cette même vis.

Secondement, si c'est l'écrouë PQ qui soit fixe, concevons que le point A appartient à la vis VXYZ, & qu'il est retenu sur le pas de cette écrouë par quelque puissance R dont la direction soit encore suivant AB qu'on suppose dans le plan de cette écrouë, & perpendiculaire à EP qui y est aussi. Il est encore clair que cette puissance retenant par ce moyen toute la vis VXYZ, ce point A fait encore sur elle la même impression suivant AC parallèle à MS, que s'il soutenoit, lui seul, toute l'action de ce qui pousse, (*remarq. 1.*) ou de ce qui tire cette vis vers ZY : ainsi pour la même raison que ci-dessus, la puissance R fera encore à la charge de cette vis, comme AB à BD ; c'est-à-dire, comme HF à FG, ou bien comme HK au circuit de cette vis ; & la puissance T, qui au lieu de la puissance R retient cette vis, est aussi à cette dernière puissance, (*Lemm. 6. Cor. 2.*) comme EA à ST, ou comme un tour entier de cette vis à la circonférence d'un cercle dont ST soit le rayon : ainsi en multipliant encore par ordre ces deux rangées de proportionnelles, on aura encore la puissance T à la charge de cette vis, comme la distance qui est entre deux de ses pas, à la circonférence d'un cercle dont le rayon est égal à la distance qui est entre cette puissance & l'axe de cette même vis.

L

} f: NOUVELLE' Lit L \ VIS, Donc lors qu'une puiffanceC foutient
 un poids jon l'adion de quelqu'autre force que ce foie , à l'aide d'une vis ,
 foit que cette vis foit fixe , ou que ce foie Ton ccrouë , cette puiffance eft
 toujours à ce poids , ou à cette force , comme la diftance qui eft entre deux
 des . fias de cette vis, à la circonférence d'un cercle, donc c rayon eft égal à
 la diftance qui eft entre cette puiffancê & l'axe de cette même vis. Ce qu'il
 falloic démontrer. Corollaire I. D'où l'on voit que pour peu que la railbn
 d'une puiffance à un poids , ou à quelqu'autre force , furpaffe celle de la
 diftance, qui eft entre deux des pas d'une vis , à la circonférence d'un cercle
 , dont le rayon foit la diftance de l'axe de cette vis à cette puiffance , elle
 pourra ainfi appliquée furmonter ce poids , ou cette force à l'aide de cette
 vis, & elle le fera d'autant plus aifément que cette raifon fera plus grande.
 Z'ohflacie que le frttemnt de Ut vis avec fon écrouK fuit À te mouvement ,
 doit itrt compté comme faifant partit de fa charge : dtft ain^ qu'on la peut
 réduire à une jufttffi Mathématique , de mime que toute autre machine.
 Corollaire II. D'où il fuit que plus les pas d'une vis font ferrez, & que la
 diftance de fon axe à la puiffance qui y eft appliquée , eft grande , plus il eft
 facile à cette puiffance de furmonter le poids , ou la force qui agk contr'clle.
 CoRollAiré III. Il fuit encore de cette propofition qu'unç mèatt Digitized by
 Google

/ M E C H A N I Q J J E. 85 puiflancc peut également mouvoir un
meme poids > DE la VIS. ou furmonter une même force , à l'aide d'une
même vis , foit qu'on la fuj»pofe appliquée à cette vis , où qu'elle le foit à
fon ecrouc > pourvu qu'elle foit également difflante de fon axe dans l'un &
l'autre cas. Oa ne dit rien ici dn Coin ,deU Scie , du Mortier , ^ te font flùtbt
des inf rumens , eu des outils propres à faciliter la divifon d'un corps , que
des machines qui puiffent en fa~ tiliter le mouvement, on aura peut-être un
jour eccafion £ en parler. FIN. L ij Digitized by Google

puissance peut également mouvoir un même poids, DE LA VIS.
ou surmonter une même force, à l'aide d'une même
vis, soit qu'on la suppose appliquée à cette vis, où
qu'elle le soit à son écrouë ; pourvû qu'elle soit éga-
lement distante de son axe dans l'un & l'autre cas.

*On ne dit rien ici du Coin, de la Scie, du Mortier, &c.
ce sont plutôt des instrumens, ou des outils propres à faciliter
la division d'un corps, que des machines qui puissent en fa-
ciliter le mouvement; on aura peut-être un jour occasion d'en
parler.*

F I N.

The text on this page is estimated to be only 26.33% accurate

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 20.00% accurate

Digitized by Google

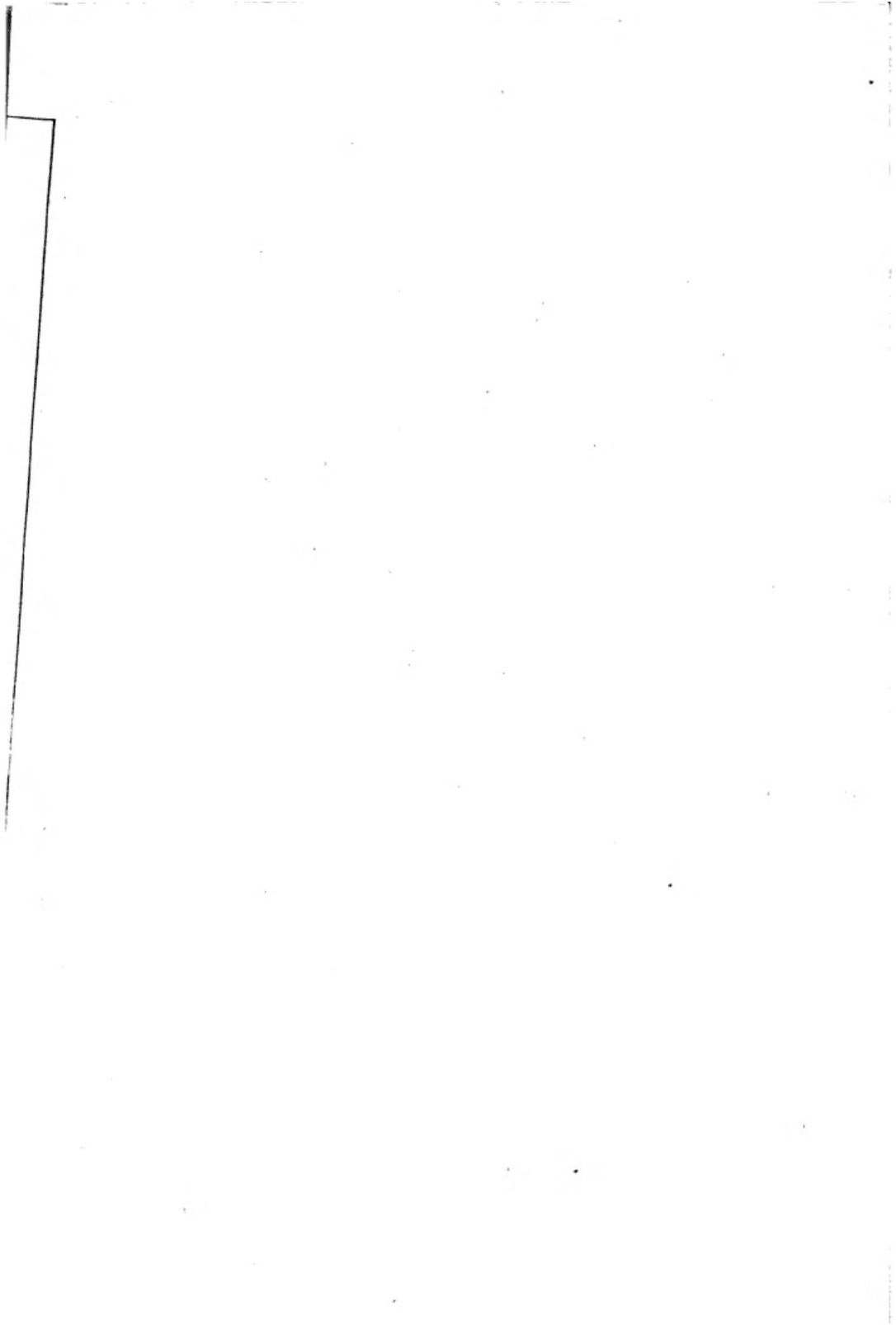
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 26.25% accurate

I Digitized by Google



The text on this page is estimated to be only 27.60% accurate

II Digitized by Google

Digitized by Google

* Digitized by Google

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.00% accurate

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.33% accurate

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 22.00% accurate

Digitized by Google

EXAMEN DE L' OPINION DE M BORELLI
SUR LES PROPRIÉTÉS DES POIDS suspendus par des cordes. Digitized
by Google

E X A M E N
DE L'OPINION
DE M. BORELLI
SUR LES PROPRIETEZ DES POIDS
suspendus par des cordes.

Digitized by Google

AVERTISSEMENT. C'EST ici l'examen promis dans la préface
 de la preuve de la première proposition du Projet précédent. On ne croyait
 pas d'abord le pouvoir donner ici ; mais s'étant trouvé fait plutôt qu'on ne
 s'y étoit attendu , on le joint à ce Projet. On a été naturellement conduit par
 les principes eux-mêmes y fait , à une proposition sur les propriétés des poids
 suspendus par des cordes , qui s'est trouvée la même que celle que A4 on
 peut Borelli avait critiquée dans Stévia , O* dans Périphone j < 7* par la
 nécessité de la justifier qu'on s'est trouvé en^a^é à l'examen de sa critique.
 On divise cet examen en deux Chapitres : dans le premier on fait voir que le
 sentiment que A4, Borelli reprend dans Périphone, dans itévinCT dans les
 autres ; bien loin et être contraire , comme il l'a cru , à la 6i. proposition du
 Tome premier de son traité du mouvement des jénimaux , en est une suite né-
 cessaire , que s'il eut fait encore quelques pas , il y ferait infailliblement
 entrer. On indique ensuite dans ce même Chapitre quelques paralogismes
 que cet Auteur a commis , lors même qu'il croyait en voir dans les
 raisonnemens qu'il a critiqués. Digilized by Google

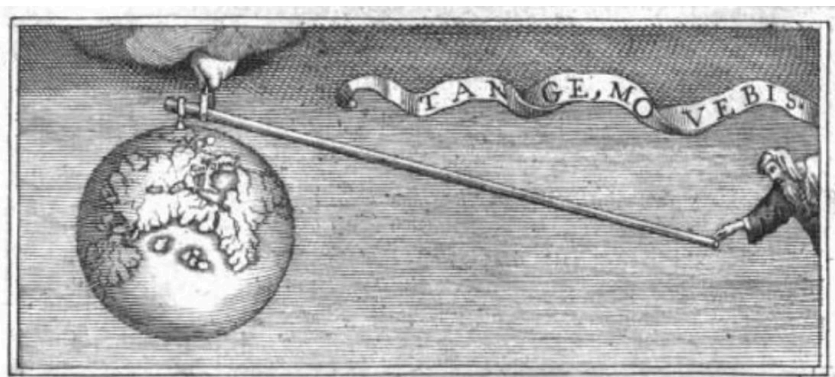


AVERTISSEMENT.

C'EST ici l'examen promis dans la réflexion qui suit la preuve de la première proposition du *Projet* précédent. On ne croyoit pas d'abord le pouvoir donner ici ; mais s'étant trouvé fait plutôt qu'on ne s'y étoit attendu , on le joint à ce *Projet*. On a été naturellement conduit par les principes qu'on y suit , à une proposition sur les propriétés des poids suspendus par des cordes , qui s'est trouvée la même que celle que *Monsieur Borelli* avoit critiquée dans *Stévin* , & dans *Hérigone* ; & ç'a été par la nécessité de la justifier qu'on s'est trouvé engagé à l'examen de sa critique.

On divise cet examen en deux Chapitres : dans le premier on fait voir que le sentiment que *M. Borelli* reprend dans *Hérigone* , dans *Stévin* , & dans les autres ; bien loin d'être contraire , comme il l'a cru , à la 68. proposition du *Tome premier* de son traité du mouvement des *Animaux* , en est une suite si nécessaire , que s'il eut fait encore quelques pas , il y seroit infailliblement entré. On indique ensuite dans ce même Chapitre quelques paralogismes que cet *Auteur* a commis , lors même qu'il croyoit en voir dans les raisonnemens qu'il a critiqués.

DE L'O P I N I O N DE M. BORELLI Sur les propriétez des Poids
 fuspendus par des cordes. ÉTu4T DE LA QVESTION. Monsieur. Bor.elli
 dans fon T raité du mouvement des Animaux Tome i. Chapitre 13. a fait une
 fort longue digrellîon pour prouver que Hérigone > Stévin , & plufieurs
 autres fc font trompez d'avoir avancé comme propofition générale que le
 poids T foutenu avec les cordes obliques AC /fx.ij & BC par deux poids, ou
 deux puijjancts R&S ieft à chacun M Digitized by Google



E X A M E N

DES POIDS foatcnus avec des cories fcttJcment. 5>o EXAMEN
DE L'OPINION d'eux , eu d'eScs , comme la partie MC de fa lifffie de di~
Tcilton à chacun des cotez^ CN ^ MC du parallélogramme MIT -, dont elle
eft diagoruile. Cet Aucteur dit (pag. ,, i}7.) que cette propofition prife dans
toute fon ,, étendue & fans reftridion , lui paroît fulpecle ,, pour bien des
raifons > fie même qu'il la croit capa,, oie de jetter dans l'erreur. Il réduit
toutes ces prétendues raifons à trois; 1°. il dit (pag. 1^8. / avoir démontré
dans le feholic ,, de la 6S. propofition du Tome i. de ce traité > que ,, les
deux puiffances R fié S appliquées au poids T ,, fuivant des directions
obliques .peuvent demeurer ,, en équilibre avec lui , non (culement quelque
,, raport quelles ayent entr' elles, fût-il plus grand, ,, ou moindre eeliui de
NC à CM , mais encore de 5, quelque manière que le raport de la fomme de
ces ,, tlcas ptn^a»««s 4 ce pofdsx fut different de celui w. de U l^mie cfc
NC & M.C à CH. .u\ U a fait, ditil , aullî plufieurs expériences qui lui
paroiflent confirmer ce fentiment. 3°. Enfin il a cru voir du paralogifmc
dans deux démonffrations qu'il a critiquées.dont la première parole être du
P.Pardie,& l'autre commune au refte clés Auteurs qu'il attaque. Il eft
confiant que de toutes ces raifons la première eft non feulement la
principale , mais encore l'unique ?^uipuillcferviriladecifiondeccdifFérent:
Car i°. en ait d'exaditude & de précifion , l'expérience ne prouve rien j'fur
tout ici , ou la réfiftance qui vient du frottement des poulies avec leurs
pivots. Sec. rend CCS fortes d'expériences pollîbles en tant de manières
differcnies , qu'il n'y a prefque point de fentiment pour , ou contre lequel
on n'en puifle faire à fon gré. a*. Qu'il y ait > ou qu'il n'y ait point de
paralogifmc Digitized by Google

DE M. BORELLI. 5, dans les raifonnemens qu'é cet Auteur critique > on n'en peut rien conclure non plus contre le icnament qu'il attaque > puifque la vérité ne dépend point xKi tout de la manière dont on la démontre. Toute la queftion préfente fe réduit donc à fçaToir fi en effet M. Borelli a démontré dans le feholie de fa 6 8. Propofition Tome i. que les " deux puiffances R & S appliquées au poids T " fuivant des direAions obliques , peuvent demeu- " rer en équilibre avec lui , non feulement quelque « raport quelles ayent cntr'elles, fût-il plus grand , " ou moindre que celui de NC à CM j mais encore " de quelque manière que le raport de la fomme de " ces deux puiffances à ce poids , fut différent de " celui de la fomme de NC & MC à CH. Q^e di-je î " Ce feroit affer pour détruire la propofition qu'il rejette , s'il avoit feulement démontré un cas ou ce poids pût ainfi demeurer en étjuiEbré avec ces puiffances > fans être à chacune d^elles , comme la partie CH de fa ligne de direâion , qui fait la diagonale du parallélogramme MN , à chacune des parties de leurs cordes > qui lui fervent de cotez. Mais bren loin de l'avoir fait , la propofition d'où il tire le feholie en J[ucftion , prouve tout le contraire , je veux dire , le entiment d'où il a crû qu'elle le devoit éloigner. C'eft ce qu'on va faire voir dans le premier Chapitre de cet Examen ; & dans le fécond , après avoir encore donné quelques démonftrations de ce même fentiment , toutes différentes de ceües que M. Borelli a critiquées , on rendra par la méthode du Projet précédent les Lemmes qn'il a déduits de fa 68. propofition, beaucoup plus génétanx qu'ils ne le peuvent être par la ficnne. M ij DES POIDS fouvaini avec des cordes lemcor« Digitized by Google

dans les raisonnemens que cet Auteur critique , on n'en peut rien conclure non plus contre le sentiment qu'il attaque ; puisque la vérité ne dépend point du tout de la manière dont on la démontre.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Toute la question présente se réduit donc à sçavoir si en effet M. Borelli a démontré dans le scholie de sa 68. Proposition Tome 1. que les “ deux puissances R & S appliquées au poids T “ suivant des directions obliques , peuvent demeu- “ rer en équilibre avec lui , non seulement quelque “ rapport qu'elles aient entr'elles , fût-il plus grand , “ ou moindre que celui de NC à CM ; mais encore “ de quelque manière que le rapport de la somme de “ ces deux puissances à ce poids , fût différent de “ celui de la somme de NC & MC à CH. Que di-je ? “ Ce seroit assez pour détruire la proposition qu'il rejette , s'il avoit seulement démontré un cas où ce poids pût ainsi demeurer en équilibre avec ces puissances , sans être à chacune d'elles , comme la partie CH de sa ligne de direction , qui fait la diagonale du parallélogramme MN , à chacune des parties de leurs cordes , qui lui servent de côtes. Mais bien loin de l'avoir fait , la proposition d'où il tire le scholie en question , prouve tout le contraire , je veux dire , le sentiment d'où il a crû qu'elle le devoit éloigner.

C'est ce qu'on va faire voir dans le premier Chapitre de cet Examen ; & dans le second , après avoir encore donné quelques démonstrations de ce même sentiment , toutes différentes de celles que M. Borelli a critiquées , on rendra par la méthode du Projet précédent les Lemmes qu'il a déduits de sa 68. proposition , beaucoup plus généraux qu'ils ne le peuvent être par la sienne.

M ij

9» EXAMEN DE L'OPINION ■ ' - " W W ^ CHAPITRE L
SENTIMENT D'HERIGONE, DE S T E V I N , &c. SUR LES
PROPRIETÉZ DES POIDS fufpendus par des cordes , Démontré par la
propofition même que M. BOREZZI avait cru leur être contraire. Le fcholic
de la é8. propofition de M. Borelli , dont il eft ici queftion , porte „ i®.
Qu'a,, vec les 'mêmes inclinaifons de cordes , le poids qui „ y eft fufpendu ,
& les forces qui le foutiennent , fl. I. „ peuvent varier en mille manières
différentes fans „ que pour cela il ceffe de faire équilibre avec elles } »
pourvûque lapui/fance R Ço\tk la partie X de ce poids , „ comme GC à GF ,
ou comme AC à CH j & que „ la putiffance S foit à fon autre partie Z ,
comme IC à „ IK, ou comme BC à CH z® Ce même fcholic „ porte
réciproquement qu'en retenant les mêmes „ poids 5 c' eft -à. aire ici, les
mêmes forces , (pourvu que „ celui du milieu foit moindre que les deux
extrêmes) on peut changer l'inclinaifon de leurs cordes n fans en rompre
l'équilibre. Il eft clair que la première jpartie de ce fcholic peut avoir deux
fens bien différens. i®. Elle peut lignifier que dans cette variation de poids
de » Digitized by Google

D E M. B O R E L L I. 55 forces , ou cet Auteur veut que
 l'équilibre se conserve sans changer l'inclinaison de leurs cordes , ce poids
 demeure toujours à chacune de ces puissances en même raison que la
 diagonale CH du parallélogramme MN , à chaque partie de leurs cordes ,
 qui lui sert de côté > & en cela on va voir que cette conséquence est
 parfaitement juste , mais aussi (Cor, ii. iie la Prop. fond, des poids sur
 pendus par des cordes , du Protêt précéd.) parfaitement conforme au
 sentiment ? [ue cet Auteur attaque, i°. Au contraire , si on lui ait signifié
 que cet équilibre puisse subsister sans un tel rapport } alors on conclut tres-
 mal , Sc même autant contre cet Auteur que contre Hérigone , &c. J'en dis
 tout autant de la fécondé partie de ce même scholie 5 & pour le démontrer ,
 je vais faire voir que la proposition d'où M. Borelli le tire , prouve tout le
 contraire , & que s'il y eût fait un peu plus d'attention , elle l'auroit
 infailliblement conduit au sentiment d'où il a crû qu'elle le devoit éloigner
 } je veux dire > à croire (du moins pour tous les cas qu'elle comprend) que
 le poids T soutenu avec les cordes obliques AC & PC par deux poids , ou
 deux puissances R & S, est toujours à chacun d'eux , ou d'elles , comme la
 partie HC de la ligne de direction , d chacun des triangles CN ^ MC du
 parallélogramme MN , dont elle est diagonale. Voici comment. Selon cet
 Auteur (Prop. 68) lorsque les puissances R & S soutiennent ensemble le
 poids T , la puissance R soutient pour sa part une partie X de ce poids , de
 même qu'elle feroit , si elle étoit appliquée suivant la même direction AC
 avec cette partie X au levier horizontal CG > & la puissance S soutient aussi
 pour la sienne l'autre partie Z de ce même poids , de même qu'elle feroit , si
 elle étoit aussi appliquée M iij DES POIDS soutenus avec des cor-
 ticles. Digilized by Google

forces , ou cet Auteur veut que l'équilibre se conserve sans changer l'inclinaison de leurs cordes , ce poids demeure toujours à chacune de ces puissances en même raison que la diagonale CH du parallélogramme MN , à chaque partie de leurs cordes , qui lui sert de côté ; & en cela on va voir que cette conséquence est parfaitement juste , mais aussi (*Cor. 12. de la Prop. fond. des poids suspendus par des cordes , du Proiet précéd.*) parfaitement conforme au sentiment que cet Auteur attaque. 2°. Au contraire , si on lui fait signifier que cet équilibre puisse subsister sans un tel rapport ; alors on conclut tres-mal , & même autant contre cet Auteur que contre Hérigone , &c. J'en dis tout autant de la seconde partie de ce même scholie ; & pour le démontrer , je vais faire voir que la proposition d'où M. Borelli le tire , prouve tout le contraire , & que s'il y eût fait un peu plus d'attention , elle l'auroit infailliblement conduit au sentiment d'où il a crû qu'elle le devoit éloigner ; je veux dire , à croire (du moins pour tous les cas qu'elle comprend) que *le poids T soutenu avec les cordes obliques AC & BC par deux poids , ou deux puissances R & S , est toujours à chacun d'eux , ou d'elles , comme la partie HC de sa ligne de direction , à chacun des côtés CN & MC du parallélogramme MN , dont elle est diagonale.* Voici comment.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Selon cet Auteur (*Prop. 68.*) lorsque les puissances R & S soutiennent ensemble le poids T , la puissance R soutient pour sa part une partie X de ce poids , de même qu'elle feroit , si elle étoit appliquée suivant sa même direction AC avec cette partie X au levier horizontal CG ; & la puissance S soutient aussi pour la sienne l'autre partie Z de ce même poids , de même qu'elle feroit , si elle étoit aussi appliquée

M ij

nns POIDS (butenus avec ties cordes feuIcinenc. 5)4 EXAMEN
 DE L'OPINION fuiVant fa même dirccUon C^B avec cette partie Z au
 levier CI qu'on fuppose encore horizontal 8c égal au premier: 8c par
 conféouent si l'on regarde (Cor. z. Lem. 3. du Projet précé.) l'impreffion
 que la puissance S fait fuivant CB sur le nœudC qui retient cnfemble les
 cordes de ces puissances 8c de ce poids , comme composée de deux
 imprellions particulières , dont l'une est fuivant l'horizontale CO, 8c l'autre
 fuivant la perpendiculaire CH j on trouvera que ce que cette puissance lui en
 fait fuivant CO , est égal à la réfif. tance que feroit alors contre ce même
 point , 8c fuivait cette même ligne, le levier CG pour empêcher la corde
 ACX de se redrefler } c'est-à-dire , égal à la charge de l'appui G de ce même
 levier. Or (Cor. 4. Prop. fond, des leviers du Proj- précé.) la puissance R.
 est à la charge de cet appui , comme le côté AC du parallélogramme AE , à la
 diagonale CG j 8c la force de l'impreffion que fait la puissance S sur ce
 même point C fuivant CO , est (Cor. 3. Lemm. 5. du Projet précé.) à celle
 de cette même puissance fuivant CB , c'est-à-dire , à cette puissance , elle-
 même , comme le côté OC du parallélogramme OH , à sa diagonale BC ;
 c'est-à-dire , en faisant IK perpendiculaire sur BC , comme CK à CI égale {
 Idyp» } à CG : Donc la puissance R est à la puissance S , comme le produit
 de AC par CK, au carré de CG. Or en faisant GF perpendiculaire sur AC ,
 les triangles AGC 8c GFC étant semblables , le produit de AC par CF est
 égal au carré de CG : Donc la puissance R est à la puissance S , comme le
 produit de AC par CK au produit de la même AC par CF , c'est-à-dire ,
 comme CK à CF i ou bien , à cause des triangles IC 8c CG (hyp.) égaux ,
 comme le sinus de KIC égal à BCH , au sinus de FGC égal à ACH : Donc
 la puissance R est à la puissance S , comme le sinus de l'angle SCH à celui

DE M. BORELLI. 55 de l'at^{le} ACH qui , à caufe du
parallélogramme des poids MN > cll égal à CttM : Donc (Lemm. 5. du
Projet frècid) la puiffance R cft à la puiffance S , comme UmMc.*****
HM , QU comme fon égale NC à CM. Voilà ce cjuc M. BorcUi devoir
premièrement conclure de la 6 8. propofition , finon en général > du moins
pour tous les cas q-u'elle comprend : Sçavoir que lorfque deux ptiffarues R
^ S fou. tiennent enfeahle quelqtu poids T avec discordes feulement[^] dits
font tonjnws entr elles en même raifon que les parties CJV ^ MC de leurs
cordes , qui fervent de cbtest[^] au fa~ vallelloffomme MN , qui a pour
àiaytnale une partie CM de la Uittt de direilion du poids qu'elles
fouttennent. De là en faifanc MP & NQj>crpendiculaires fur HC , ces lignes
marquant toujours CP égale à HQ[^], cet Auehur auroit trouve , comme il a
fait (pag. 137.[^] que chacune des puijfuncts R&S, étant toujours (par Ce
Cor. de fa 69. Prop. J à tout ce poids , comme chacun des cotez CN & MC
du parallélogramme MN , à la fomme de leurs fublimiccz CP & CQ[^]i lui
toujours comme chacun de ces mimes ebtez[^] à la CH de ce même
paralielogramme. Ce qu'il falloir trer. que cette confèquence Juive
nècejfairement de la <8. Propojition de M. Borelli , cependant parcc-que
cette Pripojition ne peut pas s'appliquer aux cas ou une de ces putjfinces fe
trouve avoir fa direhiion au dejjous de rhorixpntale qui pajfe par le point eà
leurs cordes fe com~ muniquent , elle rien ejl par une fume Ji générale que
de la Propofition fondamentale des poids fufpendus par des cordes du Projet
précédent : (fèfi pour cela qu'en fe contente ici de dire , que fi cet Autheur
eût fait un peu plue ([^]attention â fa 6%. Prop. il auroit aperçû que tout ce
que noue venons den conclure , efi abfolument vrai , du moins pour tous les
cas qu'elle comprend. efi oMjJt diagonale demonDigitized by Google

de l'angle ACH qui , à cause du parallélogramme MN, est égal à CHM : Donc (Lemm. 5. du *Projet* *précéd.*) la puissance R est à la puissance S , comme HM, ou comme son égale NC à CM.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Voilà ce que M. Borelli devoit premièrement conclure de sa 68. proposition , sinon en général , du moins pour tous les cas qu'elle comprend : Sçavoir que lorsque deux puissances R & S soutiennent ensemble quelque poids T avec des cordes seulement , elles sont toujours entr'elles en même raison que les parties CN & MC de leurs cordes , qui servent de côtes au parallélogramme MN , qui a pour diagonale une partie CH de la ligne de direction du poids qu'elles soutiennent. De là en faisant MP & NQ perpendiculaires sur HC , ces lignes marquant toujours CP égale à HQ , cet Auteur auroit trouvé , comme il a fait (pag. 137.) que chacune des puissances R & S , étant toujours (par le Cor. de sa 69. Prop.) à tout ce poids , comme chacun des côtes CN & MC du parallélogramme MN , à la somme de leurs sublimitez CP & CQ ; lui est aussi toujours comme chacun de ces mêmes côtes à la diagonale CH de ce même parallélogramme. Ce qu'il falloit démontrer.

Quoi que cette conséquence suive nécessairement de la 68. Proposition de M. Borelli , cependant parce-que cette Proposition ne peut pas s'appliquer aux cas où une de ces puissances se trouve avoir sa direction au dessous de l'horizontale qui passe par le point où leurs cordes se communiquent , elle n'en est pas une suite si générale que de la Proposition fondamentale des poids suspendus par des cordes du *Projet* précédent : C'est pour cela qu'on se contente ici de dire , que si cet Auteur eût fait un peu plus d'attention à sa 68. Prop. il auroit aperçu que tout ce que nous venons d'en conclure , est absolument vrai , du moins pour tous les cas qu'elle comprend.

EXAMENDE L'OPINION Telle ell la conféquence que Monfieur Borelli dévoie tirer de fa 6S. Propofition ; s'il l'eût fait, il auroit aperçu i°. que la première partie du feholie 3u'il en tire , n'eft vraye qu'en cas que la variation U poids T &: des forces R & S, entre lefquels il dit que l'équilibre fe peut conferver fans changer l'inclinai fon de leurs cordes , foit telle q^{ue} ce poids demeure toujours à chacune de ces puiflances en meme rai fon que la diagonale CH du parallélogramme MN , à chaque partie de leurs cordes qui lui fert de côté. z°. Il auroit encore vû que la fécondé partie de ce meme feholie eft abfolument fautive j puis qu'il n'eft pas poffible de faire le moindre changement auquel que ce foit des angles ACB,ACH, & BCH, fans changer en même- tems le raport qui eft , ou entre les cotez du parallélogramme MN , ou entre quelqu'un d'eux & fa diagonale j c'est-à-dire, puis que f hyp.) on ne change rien au raport qui eft entre ce poids S: chacune de ces puiflances , fans faire ceffer la reflemblance de ces deux raports •. & par conféquent aulli , fuivant ce qui vient d'être conclu de la Propofition de M. Borelli , fans rompre l'équilibre de ce poids avec ces puiflances. R E M A R. Q. J1 E. Avant démontré, comme l'on vient de faire, que le fentiment, dont il eft ici queftion, bien loin d'être contraire à la 58. Propofit. de M. Borelli , comme cet Auteur l'a crû , en eft une fuite néceffaire que , s'il eût fait encore quelques pas , il l'auroit infailliblement trouvé: c'est encore une nouvelle raifon de ne nous point arrêter aux expériences 3u'il objeéle à Stévin , à Hérigone , & aux autres, & c ne toucher à la critique qu'il a faite de leurs raifons nemens, % Digitized by Google

DE M. BORELLI. 5>7 fonnetncns > que pour indiquer les faufles fuppo- DBS poids (itions fur lefquelles il s'eft appuyé pour y trouver du paralügifme : Il y en a trois que voici. lemeuc. Dans la Critique qu'il a faite du premier de ces raifonnemens , qui paroît être du P, Pardie , apres avoir dit que, fi l'on regarde la corde AC comme une verge de fer mobile autour du point fixe A , figà laquelle le poids T foit attaché , ce poids fera foutenu avec cette verge par ce point fixe , de même que fur un plan CI perpendiculaire à AC -, il fait IL perpendiculaire à l'horizontale LC, & (pag. 135».) il dit : putet tjuod pondus T ad vint quà idem T inni-^ titur, ^comprimtt idem planum IC -^e^ut JC ad LC. i°. Dans la Critique qu'il fait en fuite du raifonnement de Hérigone , de Stévin , &c. après avoir regardé le poids T foutenu par les cordes AC & BC , comme s'il l'étoit fur les plans CK perpendiculaire à AC , & CG perpendiculaire à CB , inégalement inclinez , il dit (pu^ 141.) Tune pondus T dum movert mtereiturper duas rettai tnclinatas CK & C(7, cogeretur moveri , aut nifum exercere per diagonalem CO fecantem anytlum GCK btfariam. N Outre cette fuppoftion , M. Borelli fc fert encore ici de la première qu'il a déjà faite contre le P. Pardie. Il dit (pap 141.) après avoir fait CP perpendiculaire à l'horizontale KG ; Idem pondus abJolutum T ad vm , quà comprimit planum CO , tandem rationem habebitquàm CO ad OP. 5*. Enfin ces deux fuppoftions ne lui fuffifant pas encore pour trouver à redire au raifonnement d'HéN . .

Digitiz'ed by Google

sonnemens , que pour indiquer les fausses suppositions sur lesquelles il s'est appuyé pour y trouver du paralogisme : Il y en a trois que voici.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

1°. Dans la Critique qu'il a faite du premier de ces raisonnemens , qui paroît être du P. Pardie , après avoir dit que , si l'on regarde la corde AC comme une verge de fer mobile autour du point fixe A , à laquelle le poids T soit attaché , ce poids sera soutenu avec cette verge par ce point fixe , de même que sur un plan CI perpendiculaire à AC ; il fait IL perpendiculaire à l'horizontale LC , & (pag. 139.) il dit : *patet quod pondus T..... ad vim quâ idem T innititur, & comprimit idem planum IC, est ut IC ad LC.*

fig. 1.

2°. Dans la Critique qu'il fait ensuite du raisonnement de Hérigone , de Stévin , &c. après avoir regardé le poids T soutenu par les cordes AC & BC , comme s'il l'étoit sur les plans CK perpendiculaire à AC , & CG perpendiculaire à CB , inégalement inclinez , il dit (pag. 141.) *Tunc pondus T dum moveri niteretur per duas rectas inclinatas CK & CG, cogeretur moveri, aut nifum exercere per diagonalem CO secantem angulum GCK bifariam.*

fig. 2.

Outre cette supposition , M. Borelli se sert encore ici de la première qu'il a déjà faite contre le P. Pardie. Il dit (pag. 141.) après avoir fait CP perpendiculaire à l'horizontale KG : *Idem pondus absolutum T ad vim, quâ comprimit planum CO, eandem rationem habebit quàm CO ad OP.*

3°. Enfin ces deux suppositions ne lui suffisant pas encore pour trouver à redire au raisonnement d'Hé-

N

DES POINtS fodicnus avec des cordes feulemeiu. 5^e EXAMEN
 DE L'OPINION ri^{one} , de Stévin » &c. il y en ajoûte une tnoifcme qui ne
 yaut pas mieux. i^s , dit-il au' même en> droit , quam patttur pUntan CO à
 comprej^{ne} pondtris T ttqualii eft viribiu ambarum potentianm R ^ S , qttse
 fifilnenio idem pendkt in tuli Jitaplani CO incUnati vicem fuppUnt. On ne
 démontre point iâ la faujfeté do tontes tes fnppofitions : eBe efi trop
 évidente par la proportion det Snr[^] faces du Projet précédent , pour s'y
 arrêter davantage. D'aiBettrs c'tfi , ce me femèle y avoir fuffiffattment
 répondu à M. BoreUi que Savoir démontré , comme Bon vient de faire , le
 fentiment S H ériÿme , de Stévin , ^c. par la ptopojîtion même que cet
 Autheur croyoit leur être contraire : c'eft auM tout ce qu'on s'étoit propofé
 dans ce premier Cha[^] pitre i paffont au fécond. . Digitized by Google

DE M. B' O R. E L L I 99 CHAPITRE IL NOUVELLES

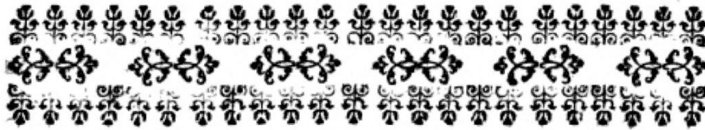
DEMONSTRATIONS du fentimenc d'Hérigonc > de Stévin , &c. Sur les propriétés des poids suspendus par des cordes. AVEC QUELQUES PROPOSITIONS de M. Borelli rendues par la méthode du Projet précédente beaucoup plus générales qu'elles ne le peuvent être par la ligne.

AVERTISSEMENT. \ Le Poids T étant soutenu par deux , «* placeurs puis. forces R y S, dx. Si des extrémités G , H y sont des points CG , CH, &c. de deux cordes f * < leur force proportionnelles , on fait G P y H &c.

perpendiculaires sur la ligne de direction CD > où y détermine député leurs points, de rencontre P , Q^, donc. iustifia au point C ou cette Uttu '

concourt avec ces cordes , certaines parties CP , CQ,^ d'C. dont nous

parlerons souvent dans la suite } Oufi pourquoi nous leur allons donner des noms. , N ij V, Digitized by Google



CHAPITRE II.

NOUVELLES DEMONSTRATIONS

du sentiment d'Hérigone, de Stévin, &c.

Sur les propriétés des poids suspendus par des cordes.

AVEC QUELQUES PROPOSITIONS
de M. Borelli rendues par la méthode du Projet
précédent beaucoup plus générales qu'elles
ne le peuvent être par la sienne.



AVERTISSEMENT.

LE Poids T étant soutenu par deux, ou plusieurs puissances R, S , &c. Si des extrémités G, H , &c. des parties CG, CH , &c. de leurs cordes qui leur soient proportionnelles, on fait GP, HQ , &c. perpendiculaires sur sa ligne de direction CD ; elles y désigneront depuis leurs points de rencontre P, Q , &c. jusqu'au point C ou cette ligne concourt avec ces cordes, certaines parties CP, CQ , &c. dont nous parlerons souvent dans la suite; C'est pourquoy nous leur allons donner des noms. fig. 4.
5.

N ij

DES POIDS Toutenus avec des coides feulemcQC. h' ♦♦ 5* 4. 7.

100 EXAMEN DE L'OPINION • Définition I. Lorfque ces parties C P , C Q, &c. fe rrouvcroHt au-deOiiis du point C, nous les appellerons des puiflanccs qui les auront déterminées par leurs proportionnelles. .Définition II. Et celles de ces lignes qui fc trouveront au-delTous de ce même point C , nous les appellerons les Profondeun de ces mêmes puilTances» Stloncts définitions CP eft Ut Sublimité de la puifidnee R dans les fig. é' C.^ efi encore la Sublimité de la fui fiance S dans Ut fig. 4. Mais dans Ut fig. C.^jfi Ut Profondeur de cette même fuijfance. On avertit encore que lorfqu on comparera à la fublimité ^ ou d la profondeur de ces puijfances , des farties de leurs cordes qui leur [oient proportionnelles , on ne I entendra pas indifféremment de toutes les proportionnelUs qu'on pourroit leur ajfigneri maie feulement de cePes qui déterminent les fithltnütex, , ou les frondeurs est quefiion.. PROPOSITION I. Le poids T fioutena avec les cordes AC & PC far les fui fiances R (fi S , ^ en équiUbre avec elles , efi toujours i chacune d'elles , comme la partie DC de fa ligne de direllitn , à chacun desebtex^GC & HC du parallélogramme. .GH y dentelle efidtagenale.

Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

DEFINITION I.

Lorsque ces parties CP , CQ , &c. se trouveront au-dessus du point C , nous les appellerons les *sublimités* des puissances qui les auront déterminées par leurs proportionnelles.

DEFINITION II.

Et celles de ces lignes qui se trouveront au-dessous de ce même point C , nous les appellerons les *Profondeurs* de ces mêmes puissances.

Selon ces définitions CP est la Sublimité de la puissance R dans les fig. 4. & 5. CQ est encore la Sublimité de la puissance S dans la fig. 4. Mais dans la fig. 5. CQ est la Profondeur de cette même puissance.

On avertit encore que lorsqu'on comparera à la sublimité, ou à la profondeur de ces puissances, des parties de leurs cordes qui leur soient proportionnelles, on ne l'entendra pas indifféremment de toutes les proportionnelles qu'on pourroit leur assigner; mais seulement de celles qui déterminent les sublimités, ou les profondeurs en question.

PROPOSITION I.

fig. 4.
5.
6.
7.

LE poids T soutenu avec les cordes AC & BC par les puissances R & S , & en équilibre avec elles, est toujours à chacune d'elles, comme la partie DC de sa ligne de direction, à chacun des côtés GC & HC du parallélogramme GH , dont elle est diagonale.



DE M. BORELLI. loi Démonstrations. I*. Voyez celle qu'on a donnée de cette même proposition dans le Projet précédent. X®. Voyez ci-après la Remarque qui suit le Corollaire de la Prop. 3. 3°, Soient conçus les leviers MC & NC placez chacun en ligne droite avec chacune des directions AC & BC des puissances R & S. De leurs points d'appui M & N pris à discrétion > soient tirées MF & NK perpendiculairement à ces mêmes lignes réciproquement prises, & ML avec NO perpendiculaires aussi à la ligne de direction DCE de ce même poids. Enfin de quelque'un des points D de cette même ligne faite DH & DG' parallèles à AC & à CB. Cela fait > il est clair que le levier CN, étant (hyp.) en ligne droite avec la ligne de direction CB de la puissance S, supplée nécessairement tout l'effet de cette puissance > & que par conséquent la puissance R pourroit suivant la même direction AC soutenir seule le poids T avec ce levier ainsi placé, de même qu'elle le soutient présentement avec la puissance S. Pour la même raison la puissance S pourroit aussi le soutenir seule avec le levier CM, de même qu'elle le soutient présentement avec la puissance R : le poids T est donc soutenu par le concours d'action des puissances R & S, de même qu'il le feroit par la seule puissance R appliquée avec lui au levier NC, ou bien par la seule puissance S appliquée aussi avec lui au levier CM. Or dans le premier cas la puissance R feroit (Prop. fond, des leviers Cor. 13. d» Projet précéd.) au poids T, comme NO à NK j c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle NCO, ou de DES POIDS soutenus avec ■iccorjes !culcaiccc. Af.4.' S

DEMONSTRATIONS.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

1°. Voyez celle qu'on a donnée de cette même proposition dans le Projet précédent.

2°. Voyez ci-après la Remarque qui suit le Corollaire de la Prop. 3.

3°. Soient conçus les leviers MC & NC placez chacun en ligne droite avec chacune des directions AC & BC des puissances R & S. De leurs points d'appui M & N pris à discretion, soient tirées MF & NK perpendiculairement à ces mêmes lignes réciproquement prises, & ML avec NO perpendiculaires aussi à la ligne de direction DCE de ce même poids. Enfin de quelqu'un des points D de cette même ligne faite DH & DG parallèles à AC & à CB. Cela fait, il est clair que le levier CN, étant (*hyp.*) en ligne droite avec la ligne de direction CB de la puissance S, supplée nécessairement tout l'effet de cette puissance; & que par conséquent la puissance R pourroit suivant la même direction AC soutenir seule le poids T avec ce levier ainsi placé, de même qu'elle le soutient présentement avec la puissance S. Pour la même raison la puissance S pourroit aussi le soutenir seule avec le levier CM, de même qu'elle le soutient présentement avec la puissance R: le poids T est donc soutenu par le concours d'action des puissances R & S, de même qu'il le seroit par la seule puissance R appliquée avec lui au levier NC, ou bien par la seule puissance S appliquée aussi avec lui au levier CM. Or dans le premier cas la puissance R seroit (*Prop. fond. des leviers Cor. 13. du Projet précéd.*) au poids T, comme NO à NK; c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle NCO, ou de

fig. 4.
S.

N iij.

lûi EXAMEN DE E'OrWION 13ES POIDS DCH , à celui de l'angle NCK , ou de CHD. Et d«co"rcMcufécond cas le poids T , pour la meme raifon » Jcmcoc. feroit k la puiffance S , comme MF à ML j c'eft-à-dire encore , comme le finus de l'angle MCF , ou de CH l) , à celui de l'angle MCL , ou de HDC : Donc la puiffance R, le poids T , fie la puiOince S, font entr'euxi rcommc les linus des angles DCH , $CHD > \& HDC$; fc'eft-à^dire , (Lemm. 5. :u Projet préiêd.) comme les lignes DH , CD , & CH : Le poids T ell donc à la ipuiffance R , comme CD à DH , ou à CG j & à la puiffance S , comme la même CD à CH. Ce qu'il falloît démontrer. *

4." Si au lieu des puiffances R & S , les cordes AC & BC étoient attachées aux extrimitez de quelque levier AB , dont l'appui D fut dans la ligne direction de DCE du poids T. Il eft clair qu'en quelque fitua» tion qii<t f<-trouvât alors , (Len-n. 1. d» Pr 'jet pfécêd.) il y demeureroit , & que la charge de fou point d'appui feroit alors égale au poids T. Il eft encore clair que les extrémités A & B de ce meme levier feroient auflî tirées fuivant AC 8< BC , .chacune avec une force égale à celle de la puiffance R I ou S qu'elle fuppléc. Or les forces avec lefquelles les points A & B de ce levier feroient ainfi tirez fuijvaut AC je BC , feroient entr'clles , { Cor. pmp. fond, des levers c» Projet pré^éd.) comme DF & DK jirées du point D perpendiculairement fur BC Çc AC i c'eft-a-dire , en faifant le parallélogramme GH > comme les finus des angles DCH & CDH , ou (Levr». 5. du Proi't prèsêd.) comme lcs côtez DH 8c JHC de ce parallélogramme. Ces mêmes forces feroicBt auflî (C'r. 4. fjnd. des Irvitn tiu Pr-jet prèctrn.) chacune à la charge du point d'appui D de xe levier , c'eft-à-dire , au poids T » comme chacun Digitized by Google

102 EXAMEN DE L'OPINION

DES POIDS
soutenus avec
des cordes leu-
vement.

DCH , à celui de l'angle NCK , ou de CHD. Et dans le second cas le poids T , pour la même raison , seroit à la puissance S , comme MF à ML ; c'est-à-dire encore , comme le sinus de l'angle MCF , ou de CHD , à celui de l'angle MCL , ou de HDC : Donc la puissance R , le poids T , & la puissance S , sont entr'eux , comme les sinus des angles DCH , CHD , & HDC ; c'est-à-dire , (*Lemm. 5. du Projet précéd.*) comme les lignes DH , CD , & CH : Le poids T est donc à la puissance R , comme CD à DH , ou à CG ; & à la puissance S , comme la même CD à CH. Ce qu'il falloit démontrer.

fig. 6.
7.

4°. Si au lieu des puissances R & S , les cordes AC & BC étoient attachées aux extrémités de quelque levier AB , dont l'appui D fut dans la ligne direction de DCE du poids T. Il est clair qu'en quelque situation que ce levier se trouvât alors , (*Lemm. 1. du Projet précéd.*) il y demeureroit , & que la charge de son point d'appui seroit alors égale au poids T. Il est encore clair que les extrémités A & B de ce même levier seroient aussi tirées suivant AC & BC , chacune avec une force égale à celle de la puissance R , ou S qu'elle supplée. Or les forces avec lesquelles les points A & B de ce levier seroient ainsi tirez suivant AC & BC , seroient entr'elles , (*Cor. 13. prop. fond. des leviers du Projet précéd.*) comme DF & DK tirées du point D perpendiculairement sur BC & AC ; c'est-à-dire , en faisant le parallélogramme GH , comme les sinus des angles DCH & CDH , ou (*Lemm. 5. du Projet précéd.*) comme les côtes DH & HC de ce parallélogramme. Ces mêmes forces seroient aussi (*Cor. 4. Prop. fond. des leviers au Projet précéd.*) chacune à la charge du point d'appui D de ce levier , c'est-à-dire , au poids T , comme chacun

De M. BOR. Ê L L I. 103 ÉCs de mêmes côtez à la diagonale DC
 : les forces des puissances R & S , c'est-à-dire , ces mêmes puissances ,
 elles-mêmes , font donc entr'elles , comme DH jou GC & HC 5 &c au
 poids T , comme chacun de ces mêmes côtez du parallélogramme GH , à la
 diagonale DC. Ce qu'il falloit démontrer. On pourrait encore démontrer cette
 même Proposition en se servant des plans inclinés pourvu qu'on en prit
 un qui fut perpendiculaire à la direction de quelque-une des deux puissances
 qui soutiennent ce poids : Car cette puissance ^ la charge de ce plan alors
 égales , n'ayant qu'un même rapport avec ce poids , non plus qu'avec P
 autre puissance qu'on considère en ce cas comme le soutenant seule sur ce
 plan ; on trouverait par le Cor. 7. de la Prop. des Surfaces du Projet
 précédent , que ce poids est toujours à chacune de ces puissances s , comme
 le sinus de l'angle que leurs cordes font entr'elles , à chacun des joints des
 angles que font avec la ligne de direction de ce poids chacune de ces cordes
 respectivement prises. Tout cela est présentement trop clair pour s'y arrêter
 davantage. Corollaire I. On peut conclure généralement de ces
 démonstrations , ce que nous n'avons conclu (chap. i.) delà 68.
 Proposition de M. Borelli , que pour les cas qu'elle comprend Sçavoir qu'il
 n'y en a aucune possible, ou l'on puisse conserver l'équilibre du poids T
 avec les puissances R & S , en changeant le rapport qu'elles ont entr'elles ,
 ou avec l'un à' moins qu'on ne change en même-temps l'inclinaison de leurs
 cordes : non plus qu'en changeant l'inclinaison de ces cordes , sans changer
 aussi le rapport de ces mêmes puissances,. Ou entr'elles , ou avec ce poids :
 parce que sans cela il n'est pas possible de faire que chacun des côtez CH
 DES POIDS l'outre avec Hej curdes fca-“ Icmenc Ae-4/'• 6'^ 7< Digitized
 by Google

ces de mêmes côtez à la diagonale DC : les forces des puissances R & S, c'est-à-dire, ces mêmes puissances, elles-mêmes, sont donc entr'elles, comme DH, ou GC & HC; & au poids T, comme chacun de ces mêmes côtez du parallélogramme GH, à la diagonale DC. Ce qu'il falloit démontrer.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement

On pourroit encore démontrer cette même Proposition en se servant des plans inclinez, pourvu qu'on en prit un qui fut perpendiculaire à la direction de quelqu'une des deux puissances qui soutiennent ce poids : Car cette puissance & la charge de ce plan alors égales, n'ayant qu'un même rapport avec ce poids, non plus qu'avec l'autre puissance qu'on considère en ce cas comme le soutenant seule sur ce plan; on trouveroit par le Cor. 7. de la Prop. des Surfaces du Projet précédent, que ce poids est toujours à chacune de ces puissances, comme le sinus de l'angle que leurs cordes font entr'elles, à chacun des sinus des angles que font avec la ligne de direction de ce poids chacune de ces cordes réciproquement prises. Tout cela est présentement trop clair pour s'y arrêter davantage.

COROLLAIRE I.

On peut conclure généralement de ces démonstrations, ce que nous n'avons conclu (chap. 1.) de la 68. Proposition de M. Borelli, que pour les cas qu'elle comprend : Sçavoir qu'il n'y en a aucun de possible; ou l'on puisse conserver l'équilibre du poids T avec les puissances R & S, en changeant le rapport qu'elles ont entr'elles, ou avec lui; à moins qu'on ne change en même-tems l'inclinaison de leurs cordes : non plus qu'en changeant l'inclinaison de ces cordes, sans changer aussi le rapport de ces mêmes puissances, ou entr'elles, ou avec ce poids : parce que sans cela il n'est pas possible de faire que chacun des côtez CH

fig. 4.
5.
6.
7.

DES POIDS foücends avrc des cordes fenkmem. fl- 4104

EXAMEN DE L'OPINION 6c CG du paralléogramme GH, continue d'être à la diagonale DC, comme chacune des puissances R 6c S au poids T; ce qui doit cependant être, comme on le vient de voir, pour qu'elles fassent équilibre avec lui. On peut comparer ce Corollaire aux Scholies des Propositions 68. et 69. de M. Borelli. Corollaire II. 11 suit encore de ces démonstrations que chacune des puissances R 6c S est au poids T, comme chacune des parties GC 8c HC de leurs cordes, qui leurs sont proportionnelles, à la somme (4.) de leurs subtilitez, ou à la différence (fig. 5.) qui est entre la subtilité de l'une 6c la profondeur de l'autre : parce que dans le paralléogramme GH les angles GCD 6c CDH étant égaux, aussi-bien que les lignes GC 8c DH j de plus, les angles qui se font en P 6c en étant aussi (avert.) égaux, les triangles GPC 6c HQD sont non seulement semblables, mais encore leurs cotés CP 6c DQ sont égaux : Donc (/%. 4.) CP plus CQ est égal à DC) plus C (6c {/z. 5.) CP moins CC est égal à DC) moins CC Or (/%. 4.) DQ est égal à CD, de même (/v. 5.) que CQ est égal à CD) donc 4.) CP plus CC est égal à CD, aussi-bien (/v. 5.) que CP moins CC Or selon les démonstrations précédentes chacune des puissances R 6c S est au poids T, comme chacune de leurs proportions CG 6c HC à CD : Donc chacune de ces puissances est à ce poids, comme chacune de ces proportions est à CP (/g. 4.) plus CC ou (/v. 5.) à GP moins CC j c'est-à-dire, (Def. i. & i.) à la somme (/f. 4.) de leurs subtilitez, ou bien (/g. 5.) à la différence qui est entre la subtilité de l'une 6c la profondeur de l'autre. Corollaire Digilized by GoOgk

DE M. BORELLI 105 Corollaire III. D'où l'on voit que la somme des deux puissances qui soutiennent un poids avec des cordes > est toujours à ce poids, comme la somme des longueurs de leurs cordes, qui leur sont proportionnelles, à la somme de leurs sublimités, ou à la différence qui est entre de la sublimité de l'une & la profondeur de l'autre. On peut comparer encore ces deux derniers Corollaires à la 6^e. Prop. de M. Borelli, au CosmoUaire qu'il en tire. PROPOSITION II. Soit quelque manière qu'un poids T soit soutenu avec les cordes par quelque nombre de puissances y B, D, y &c. que ce soit, appliquées à un même point C si l'on prend sur leurs cordes autant de parties CG, CR, CM, C2V, CP, &c., qui leurs soient proportionnelles, & que four deux de ces parties, par exemple & GC & RC y on fasse un parallélogramme RG, dont la diagonale CH fasse encore avec une autre de ces parties CM le parallélogramme HM, dont la diagonale CL fasse encore avec une autre de ces parties CK le parallélogramme ZK, dont la diagonale CQ fasse encore avec une autre de ces parties CP le parallélogramme PQ &c. jusqu'à la dernière de ces proportionnelles. On verra que la diagonale du dernier de ces parallélogrammes, qui est ici CK, sera dans la ligne de direction du poids T. &c. Et que chacune de ces puissances sera à ce poids, comme chacune de ces proportionnelles, selon qu'elles leur répondent, sur cette même diagonale. Démonstration. I^{re}. Puisque (hyp.) la puissance A est à la puissance DES POIDS comme la longueur des cordes, seulement, si. I. Digitized by Google

DES POIDS (but enut 2TCC des cotés feu enenc. 10^e EXAMEN
DE L'OPINION ^{ancc} B , comme CG à CR , il résultera f Lemm. j. du
Projet précéd. J de leur concours d'action sur le point C , une impression
composée suivant CH , d'une force qui fera { Cor' /. du même Lemm.) à
chacune de ces puissances , comme CH à chacune des lignes CG & CR qui
les représentent : l'impression, que font ensemble CCS deux puissances sur
le point C , est donc la même que celle que feroit l'une sur ce même point
quelque nouvelle puissance qui , lui étant appliquée suivant CH , au lieu
d'elles, leur feroit à chacune, comme CH à chacune des lignes CG & CR ;
& par conséquent les 5. puissances A , B , D , doivent faire ensemble la
même impression sur le point C que cette nouvelle puissance (je l'appelle H
} feroit alors avec la puissance D. Or (Lemm du Projet précéd.)
l'impression qui résulteroit alors du concours d'action des puissances D & H
sur le point C , se feroit suivant CXix^e d'une force qui feroit (Cor. du
même Lemm.) à celle de la puissance D , comme CL à CM : Donc
l'impression composée qui résulte du concours d'action des j. puissances
A,B,D, sur le point C, se fait et est suivant CL , d'une force qui est à
celle de la puissance D , comme CL à CM : elles ne font donc toutes trois
ensemble sur ce point que la même impression que feroit seule quelque autre
puissance (je l'appelle L) qui appliquée suivant CL , au lieu de ces trois,
feroit à la puissance D , comme CL à CM : Se par conséquent les 4.
puissances A , B , D , E, ne doivent faire sur le point C que la même
impression que feroit alors la puissance L avec la puissance E. Or (Lemm.
3. du Projet précéd.) l'impression qui résulteroit alors du concours d'action
de ces deux dernières puissances sur le point C, se feroit suivant CQ, d'une
force qui feroit (Cor. 3. du même Lemm.) de celle de la puissance E , comme
CQ à CN : Donc

D E M. B O R E L L I. 107 rimprc/lion cotnpofée qui réfulte du
 concours d'action des 4. jpuiffances A l B , O , E , fur le point C . fe fait en
 effet fuivant la ligne CQ^ d'une force q^ui eft à celle de la puiffance E ,
 comme CQji CN. On prouvera de meme c^ue l'impreffion compofée qui
 réfulte du concours d action des 5. puiffances A, B, D , E , F , fe fait aulli
 fuivant CK , d'une force qui eff à la puiffance F , comme CK à CP. Et ainfi
 toujours de même jufqu'à la dernière des puiffances appliquées à ce poids :
 D'où il fuit que l'impreffion compofée qui réfulte du concours d'action de
 toutes ces puiffances fur le point C , en quelque nombre 3u*elles foient , fe
 fait toujours fuivant la diagonale U dernier des parallélogrammes faits
 comme l'on vient de dire , c'eft-à-dire ici , fuivant CK ; 6c par conféquent (
 ». i. Dtmonft. Prop.fond. dts ptids fomtttus far des cordes du Projet frècid.)
 cette diagonale eft toujours en ligne droite avec CT, c'eft-à-dire , dans la
 ligne de dircc'tion du poids T. Ce qu'il faloit démontrer. i®. On vient de
 voir que le poids T eft ibutenu f>ar les puiffances A, B , D , E , F, &c. De
 même qu'il e feroit , par exemple ici , par la puiffance F aidée d'une autre
 appliquée fuivant CQ, à qui elle feroit comme CP i CQ[j les dircc'tions de
 toutes demeurant toujours les mêmes] : Donc i(prof. i,) U puiffance F eft
 au poids T , comme CP à CK. Or (hyp.) la puiffance F eft à chacune des
 puiffances E , D , B , A, &c. comme CP à chacune des parties de leurs
 cordes, CN , CM , CR , CG , 6cc. Donc ebacune de çjss puiffances eft au
 poids T , comme chacune de nPS proportionelles , félon qu'elles leurs
 répondent , eft à la diagonale CK. Ce qu'on vient de dire de la puiffance F ,
 fe prouvera de même de toute autre dont la proO ij DES POIDS fsutcdut
 anc des cot<lu buItmciK. Digilized by Google

l'impression composée qui résulte du concours d'action des 4. puissances A, B, D, E, sur le point C, se fait en effet suivant la ligne CQ, d'une force qui est à celle de la puissance E, comme CQ à CN. On prouvera de même que l'impression composée qui résulte du concours d'action des 5. puissances A, B, D, E, F, se fait aussi suivant CK, d'une force qui est à la puissance F, comme CK à CP. Et ainsi toujours de même jusqu'à la dernière des puissances appliquées à ce poids : D'où il suit que l'impression composée qui résulte du concours d'action de toutes ces puissances sur le point C, en quelque nombre qu'elles soient, se fait toujours suivant la diagonale du dernier des parallelogrammes faits comme l'on vient de dire, c'est-à-dire ici, suivant CK : & par conséquent (n. 2. *Demonst. Prop. fond. des poids soutenus par des cordes du Projet précéd.*) cette diagonale est toujours en ligne droite avec CT, c'est-à-dire, dans la ligne de direction du poids T. Ce qu'il falloit démontrer.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

2°. On vient de voir que le poids T est soutenu par les puissances A, B, D, E, F, &c. De même qu'il le seroit, par exemple ici, par la puissance F aidée d'une autre appliquée suivant CQ, à qui elle seroit comme CP à CQ (les directions de toutes demeurant toujours les mêmes) : Donc (*prop. 1.*) la puissance F est au poids T, comme CP à CK. Or (*hyp.*) la puissance F est à chacune des puissances E, D, B, A, &c. comme CP à chacune des parties de leurs cordes, CN, CM, CR, CG, &c. Donc chacune de ces puissances est au poids T, comme chacune de ces proportionnelles, selon qu'elles leurs répondent, est à la diagonale CK. Ce qu'on vient de dire de la puissance F, se prouvera de même de toute autre dont la pro-

O ij

D'UN POIDS soutenu avec des cordes f. $u^{\wedge}$ 108 EXAMEN
 DE L'OPINION portionelle ferait un des cotés du parallélogramme qu'on
 vient de démontrer avoir toujours la diagonale, comme ici CK, dans la
 ligne de direction du poids T : Ainclin général de quelque manière qu'un
 poids soit tenu avec des cordes par quelque nombre de puissances que ce
 soit. appliquées à un même noeud, chacune de ces puissances est toujours
 à ce poids, comme chacune de leurs proportionnelles qui fervent de côtés
 aux parallélogrammes dont il est ici l'union > est à la diagonale du dernier,
 qu'on vient de voir se trouver toujours dans la ligne de direction.. Ce qu'il
 falloit démontrer. Corollaire.. D'où l'on voit que toutes ces puissances prises
 ensemble sont toujours au poids T qu'elles soutiennent, comme la somme de
 leurs proportionnelles CG, CR, CM, GN, GP, &c. à la diagonale du
 parallélogramme qu'on vient de démontrer C n. i. Je trouve toujours dans
 la ligne de direction de ce poids*; De sorte que, lorsque toutes ces
 puissances sont égales entre elles, ces mêmes proportionnelles l'étant aussi,
 la somme de toutes ces puissances est à ce poids, comme une de ces
 proportionnelles à une partie de cette diagonale divisée en autant d'égaux
 qu'il y a de telles puissances j c'est-à-dire ici, comme laquelle que ce soit,
 des lignes CG, GR, CM, CN, CP, a-f de CK. Pour exprimer le rapport
 que nous venons de trouver entre ce poids les puissances qui le soutiennent
 , d'une manière qui en rende le calcul plus facile, soit le Lemme suivant.

Digitized by Google

DES POIDS (buicims avec des cordes feuIcDicnc. De quelque manière que la ligne droite CP fajfe par une des pointes C du parallélogramme JE , fi des trois autres pointes G , I , E ^ on tire par la même CP les trois perpendiculaires CL , IP , VE ; la partie CL compne ij. entre le point C , ^ la perpendiculaire GL qui part de la pointe G qui lui est opposée , est toujours égale à la somme de ces deux autres parties CP & CV comprises entre ce même point C & les perpendiculaires IP & EV ^ lors que ces deux perpendiculaires tombent du même côté de C i ou a la différence de ces deux parties si que ces deux perpendiculaires tombent de différents côtés.

Démonstration. Joignez IE & GC qui se coupent par la moitié Eiine & l'autre en K , & après avoir fait QK perpendiculaire à CP , concevez un plan qui passe par QK, à qui CP soit perpendiculaire , & sur lequel des points I & E , tombent aussi perpendiculairement IM, & EN } Enfin joignez QM & QN. Cela fait, soit que QM , & QN , se confondent en une seule ligne , soit qu'elles en fassent trois différentes, il est clair que puis que les lignes IM , PQ^ NE , & VQ^ sont toutes (//^>.) perpendiculaires à ce plan, elles sont aussi toutes parallèles entr'elles j & par conséquent i°. IM & PQ sont dans un même plan avec PI & QM r Ainsi les angles en M , Q^ & P, étant (hyp) droits , MP fera un parallélogramme. On prouvera de même qu'VN est aussi un parallélogramme : Donc IM est égale à PQ2 ^ égale à VQj_i°. De ce que IM & EN sont parallèles en O üj Digitized by Google

L E M M E.

DE quelque manière que la ligne droite CP passe par une des pointes C du parallélogramme IE , si des trois autres pointes G, I, E , on tire sur la même CP les trois perpendiculaires GL, IP, VE ; sa partie CL comprise entre le point C , & la perpendiculaire GL qui part de la pointe G qui lui est opposée, est toujours égale à la somme de ses deux autres parties CP & CV comprises entre ce même point C & les perpendiculaires IP & EV , lors que ces deux perpendiculaires tombent du même côté de C ; ou à la différence de ces deux parties, lors que ces deux perpendiculaires tombent de différens côtés.

fig. 9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.

D E M O N S T R A T I O N.

Joignez IE & GC qui se coupent par la moitié l'une & l'autre en K , & après avoir fait QK perpendiculaire à CP , concevez un plan qui passe par QK , à qui CP soit perpendiculaire, & sur lequel des points I & E , tombent aussi perpendiculairement IM , & EN ; Enfin joignez QM & QN . Cela fait, soit que QK, QM , & QN , se confondent en une seule ligne, soit qu'elles en fassent trois différentes, il est clair que puis que les lignes IM, PQ, NE , & VQ , sont toutes (*Hyp.*) perpendiculaires à ce plan, elles sont aussi toutes parallèles entr'elles; & par conséquent 1°. IM & PQ sont dans un même plan avec PI & QM : Ainsi les angles en M, Q , & P , étant (*hyp*) droits, MP sera un parallélogramme. On prouvera de même que VN est aussi un parallélogramme: Donc IM est égale à PQ , & EN égale à VQ . 2°. De ce que IM & EN sont parallèles en-

O iij

DES POIDS roaifhus avec $\angle C$ corJes leu* Icment »• *7ft- ». HO
EXAMEN DE L'OPINION tr'elles , ii fuit auflî que les angles M I K & N
E K font égaux j & par conféquent , fi l'on joint KM & KN , les angles en
M & en N étant (hyp.) égaux , auffi-bien que les lignes IK & KE , les
triangles IMK & EN K feront non feulement femblables , mais encore IM
fera égale à EN. Or on vient de voir (». i.) que IM eft égalé à PQ^ & EN
égale à VQj Donc PQeft égale à VQj Donc f fig., 5. h. h. 13. d* 14.) CP
plus CV , ou (7%. 10. 14. 15. (jr 16.) CP moins CV > eft égal à deux fois
CQ^_Ôr à caufe que les triangles CGL > & CKÇ) font femblables & q^uc
CG eft double de CK j CLĭera auflî double de CQj Donc (fig. 5). II. II. 13.
d* i4.y> CP plus CV, ou (fig. 10. 14. 16. ^ 16. J CP moins CV , eft égale à
CL. Ce qu'il faloit démontrer. PROP'ÔSITION III. Toutes ches étant Us
mêmes que dans la propofirion précédente , en trouvera prèfentement que
chacune des pu'jfances A , B , D , E ^ F , &c. eſt au poids T qu elles
foutiennent ^ comme chacune deUurs proportionelles CG, CR, CM, CN ,
CP , &c. à la fomme de leurs fubUmter^ moins celle de leurs profondeurs.
Démonſtration. De toutes les pointes des parallélogrammes GR , HM, LN,
QP, &c. tirez Gg , Rr, X l, Mw , Q^, N» , Pp , &c. perpendiculairement fur
la lignc.de diredion du poids T , prolongée indéfiniment de parx & d'autre.
Cela fait , vous trouverez par le Lonime précédent. i°. $C^{\wedge} = Cg - Cr$. j°. $C /$
»«C>» — r Qh : Donc $Ci = Cm - Cg$ Cr. 5°, $Cq ==$ Digitized by Google

DE M. BORELLI. lu $C/ -+ Ca$: Donc $Ce/ — Cm — Cg-+-Cr-+C$ ». 4®. $Ck = C</ — C P$: Donc $Ck=Cm — Cg -tCr -t- Ca — Cp$. Enfin continuanc toujours ainfi jufqu'à la diagonale qui fe trouve toujours (Prep. i.) dans la ligne de diceclion du poids $T >$ on trouvera de meme que cette diagonale eft toujours égale à $Cm — Cg-+Cr-t- Ca — Cp \pm i$ Or on vient de voir ($P > ep. i.$) que chacune des puiffanccs $A, B \gg D, E, F, \&c.$ eft auflî toujours au poids T qu'elles foutiennent , comme chacune de leurs proportionnelles $CG > CR.$, CM , CN , CP , $\&c.$ à cette meme diagonale : Donc chacune de ces puiffances eft à ce poids , comme chacune de ces proportionnelles à $Cai-4Cr-+Ca — Cg — C^{\wedge}\&c.$ C'eft-à-dire , (Dcf. 1. d* 1.) à la fomme de leurs fublimatez $Cw > Cr, Ca, \&c.$ moins la fomme de leurs profondeurs $Cg \gg C P$, $\&c.$ D'où l'on voit en général , que de quelcme manière qu'un poids foit loutenu avec des cordes par quelque nombre de puiffanccs que ce foit , appliquées à un même nœud , chacune de ces puiffances eft toujours à ce poids, comme chacune de leurs proportionnelles , à la fomme de leurs fublimatez moins celle de leurs profondeurs. Ce qu'il falloit démontrer. Autre Démonstration. Soient encore les lignes $CG, CR, CM, CN, CP, Aie.$ proportionnelles aux puiffances $A, B, D, E, F, \&c.$ concevez par le point C , où elles fe communiquent, un plan horizontal OH , c'eft-à-dire , perpendiculaire à la ligne de direction du poids T j tirez enfuite des extrémitez de ces proportionnelles $G, R, M, N, P, \&c.$ autant de perpendiculaires fur le plan OH , & fur la ligne de direction du poids T indéfiniment prolongée de part & d'autre ; en faifant DES POIDS loutemi» avec des cordes leulcmeui. h- '7Digitized by Google

$Cl + Cn$: Donc $Cq = Cm - Cg + Cr + Cn$.
 4°. $Ck = Cq - Cp$: Donc $Ck = Cm - Cg + Cr + Cn - Cp$. Enfin continuant toujours ainsi jusqu'à la diagonale qui se trouve toujours (*Prop. 1.*) dans la ligne de direction du poids T, on trouvera de même que cette diagonale est toujours égale à $Cm - Cg + Cr + Cn - Cp \pm \&c$. Or on vient de voir (*Prop. 1.*) que chacune des puissances A, B, D, E, F, &c. est aussi toujours au poids T qu'elles soutiennent, comme chacune de leurs proportionnelles CG, CR, CM, CN, CP, &c. à cette même diagonale : Donc chacune de ces puissances est à ce poids, comme chacune de ces proportionnelles à $Cm + Cr + Cn - Cg - Cp \pm \&c$. C'est-à-dire, (*Def. 1. & 2.*) à la somme de leurs sublimités Cm, Cr, Cn, &c. moins la somme de leurs profondeurs Cg, Cp, &c. D'où l'on voit en général, que de quelque manière qu'un poids soit soutenu avec des cordes par quelque nombre de puissances que ce soit, appliquées à un même nœud, chacune de ces puissances est toujours à ce poids, comme chacune de leurs proportionnelles, à la somme de leurs sublimités moins celle de leurs profondeurs. Ce qu'il falloit démontrer.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

AUTRE DEMONSTRATION.

Soient encore les lignes CG, CR, CM, CN, CP, &c. proportionnelles aux puissances A, B, D, E, F, &c. concevez par le point C, où elles se communiquent, un plan horizontal OH, c'est-à-dire, perpendiculaire à la ligne de direction du poids T ; tirez ensuite des extrémités de ces proportionnelles G, R, M, N, P, &c. autant de perpendiculaires sur le plan OH, & sur la ligne de direction du poids T indéfiniment prolongée de part & d'autre : en faisant

fig. 17.

DES POIDS l'outcnus avec des cordes iVulemcat. ïïï EXAMEN
 DE L'OPINION depuis C fur le plan OH autant de lignes CH, CQ^ CL , CO
 , CK , &c. qui joignent ce point avec les perpendiculaires qui tombent fur ce
 plan , on aura autant de parallélogrammes redangles Hg , Qr, Lw, 0« , K/> ,
 &c. qui exprimeront (Ltmm 3. Cor. i. dm Projet précède it) que chacune de
 ces puiüances , par exemple la puiflancc A , fait la meme impreffion fur le
 point ■ , que feroient deux autres puilTances appliquées a ce point, l'une
 fuivant CH , te l'autre fuivant Ce , à chacune defquelles celle-ci feroit
 comme l G à chacune de ces mêmes lignes : Le point C cft donc tiré vers
 bas fuivant la ligne de direélion du poids T par la puiflance A , d'une force (C'o . 3. d* mé'fe Ltmm) à qui cette puiflance cft comme CG à Ce. Pour la
 même raifon , il eft encore tiré fuivant la ligne de direétion de meme poids ,
 i®. Vers bas, par la puiflance F , d'une force à qui elle eft comme CP à C ^ i
 &c. i“. Vers haut > par la puiflance B , d'une force à qui elle eft comme CR.
 à par la puiflance D , d'une force à qui elle eft comme CM à Ce» 5 par la
 puiflance E , d'une force à qui elle cft , comme CN à C»; &c. Or (A//'.) la
 puiflance A cft à chacune des puiflances B , D , E , F , &c. comme fa
 proportionnelle CG à chacune des leurs CR, CM, CN , C P , &c. Donc la
 fmiflance A cft à chacune des forces avec lefquelles e point C eft tiré
 fuivant la ligne de direction du poids T , I®. Vers bas par les puiflances A ,
 F, &c. comme C G à chacune de leurs profondeurs Cg , Cp t &c. i“. Vers
 haut par les puiflances B , D, E , &c. comme la même C G à chacune de
 leurs fublimatez Cr, Cw, C», &c. Donc cette même puiflance A eft à la
 fomme de toutes les forces avec lefquelles le point C cft tiré fuivant la ligne
 de direction du poids T , i“. Vers bas parles puiflances A , F , tac. comme fa
 proportionnelle CG à la fomme Digitized by Google

DE M. BORELLI. 115 de leurs profondeurs C_g , C_p , &c. t^* . Vers haut par les puilTances B , D , E , &c. comme la même CG a la fomme de leurs fublimatez Cr , Cm , Cn , &c. Or la fomme faite de la pefanteur de ce poids, Si des forces avec Icfquelles le point C cil tiré vers bas fuivant la ligne de diredion de ce même poids par les ^uilTances A , F , &c. étant diamétralement oppofée a la fomme de celles avec Icfquelles ce même point cft tiré en mcmc-tems vers haut fuivant cette meme ligne par les puiïances B , O , E , &c. & aucune de ces deux (bmme de forces ne l'emportant fur l'autre i piiifque (hyp.) le poids T ne monte n'y defeend : c'eft une conféquence néceffaire qu'elles foient égales : Donc la puiffance A cft non feulement à la fomme des forces avec iefquelles le point C cft tiré vers bas, fuivant la ligne de diredion du poids T par les puilTanccs A , F , &c. comme fa proportionelle CG à la (bmme de leurs profondeurs $C_g > C_p$, &c. Mais auHI à la fomme faite de cette première & de la pefanteur de ce même poids, comme la même CG a la fomme des fublimatez Cr , Cm , Cn , &c. des ^uiftanccs $B > D$, E , &c. Donc la puiffance A eft a cette dernière fomme moins la première J c'eft-à-dire, à la pefanteur feule du poids T , où à ce poids lui-même, comme fa proportionelle CG à la fomme des fublimatez C_r , $C_{\gg}$, $C_{\gg}$, moins la fomme des profondeurs C_g , C_p , Sec. Or (Hyp.) chacune des puilTanccs B , D , E , F , &c, eft à la puilTance A , comme chacune de leurs proportionelles CR , CM , $CN \gg CP$, &c. à fa proportionelle CG : Donc chacune des puiflanecs A , B, D, E, F , &c. cft au poids T qu'elles foutiennent, comme chacune de leurs proportionelles à la fomme de leurs fublimatez moins celle de leurs profondeurs. Ce qu'il falloit démontrer. P DES POIDS foute nus avec des cordes (rulcRicnr. Digitiz-ed by Google

de leurs profondeurs Cg , Cp , &c. 2°. Vers haut par les puissances B , D , E , &c. comme la même CG à la somme de leurs sublimitez Cr , Cm , Cn , &c. Or la somme faite de la pesanteur de ce poids, & des forces avec lesquelles le point C est tiré vers bas suivant la ligne de direction de ce même poids par les puissances A , F , &c. étant diamétralement opposée à la somme de celles avec lesquelles ce même point est tiré en même-tems vers haut suivant cette même ligne par les puissances B , D , E , &c. & aucune de ces deux sommes de forces ne l'emportant sur l'autre; puisque (*hyp.*) le poids T ne monte n'y descend: c'est une conséquence nécessaire qu'elles soient égales: Donc la puissance A est non seulement à la somme des forces avec lesquelles le point C est tiré vers bas, suivant la ligne de direction du poids T par les puissances A , F , &c. comme sa proportionnelle CG à la somme de leurs profondeurs Cg , Cp , &c. Mais aussi à la somme faite de cette première & de la pesanteur de ce même poids, comme la même CG à la somme des sublimitez Cr , Cm , Cn , &c. des puissances B , D , E , &c. Donc la puissance A est à cette dernière somme moins la première; c'est-à-dire, à la pesanteur seule du poids T , où à ce poids lui-même, comme sa proportionnelle CG à la somme des sublimitez Cr , Cm , Cn , &c. moins la somme des profondeurs Cg , Cp , &c. Or (*Hyp.*) chacune des puissances B , D , E , F , &c. est à la puissance A , comme chacune de leurs proportionnelles CR , CM , CN , CP , &c. à sa proportionnelle CG : Donc chacune des puissances A , B , D , E , F , &c. est au poids T qu'elles soutiennent, comme chacune de leurs proportionnelles à la somme de leurs sublimitez moins celle de leurs profondeurs. Ce qu'il falloit démontrer.

P

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

ms poiD*; r< urcnuï arrc des cordes (euJcincQC. ft.it. 114

EXAMEN DE L'OPINION Corollaire, On voit prilemment en général que la foninie de toutes les puifl'ances qui louticnnent un poids avec des cordes qui fe tiennent par un même nœud , en quelque nomorc qu'elles loient , quelque proportion c|u'elles ayent eiitr'ellcs , Se de quelque manière qu'elles lui loient appliquées 5 cft toujours à ce poids , comme la fomme des parties de leurs cordes q^ui leurs font (ch.ip. t. Avert) proportionelles , à la lomme de leurs fublimatez moins celle de leurs profondeurs. On peut comparer tout ce cï avec les Propof lions 70. 73. 74. de M. BoreUi , ^ on verra non feuUmint quelles font tres~ limitées i mais encore qu'avec fa méthode on ne peut pas aller fi loin. R £ n A R Qjl E. En faifant la fécondé des deux démonftrations' précédentes , il m'en eft encore venu une de la première Propofition : la voici. Be poids T étant donc foutenu avec des cordes par deux puiffances R ^ S i des angles G dr H du parallélogramme GF i , dont la diagonale CD fait partie de la ligne de di. tellion de ce poids , foient faites GM df HN parallèles k tettu diagonale , (f- perpendiculaires à MCIT i achevez^ les parallélogrammes MP dt" ^Q:. Cela fait , vous trouverez^ encore de la manière que nous avons fait la fécondé des deux démonftrations précédentes , que le poids T eft aux puiffances R df S , comme la partie CD de fa ligne de di~ teiïion aux parties CG & CH de leurs cordes , qui font les (btex^du parallélogramme GH , dont elle eft diagonale..

Digitized by Goosf

DE M. BORELLI. 15 Car (Cor. x. Lem. 3. du Projet précéd.) la
 puissance R 'fait sur le point C la même impression que feroient deux autres
 puissances appliquées à ce point, l'une suivant CP, & l'autre suivant CM, à
 chacune desquelles celle-ci feroit, comme CG à chacune de CCS lignes :
 Le point C reçoit donc en même-temps deux impressions différentes de
 la puissance R, l'une suivant CP, d'une force qui est à celle de cette puissance
 , (Cor. 3. du même Lemme,) comme CP à CG, & l'autre suivant CM,
 d'une force qui est aussi (par le même Cor) à celle de cette même puissance
 , comme CM à CG. Pour la même raison ce même point C reçoit encore en
 même-temps deux impressions différentes de la puissance S, l'une suivant
 CQ, d'une force qui est à celle de cette puissance, comme CQ à CH, &
 l'autre suivant CN, d'une force qui est aussi à celle de cette même puissance,
 comme CN à CH, Or $\frac{CQ}{CH} = \frac{CN}{CH}$. La force de l'impression que reçoit le point C de la
 puissance R suivant CM, est égale à celle qu'il reçoit en même-temps de la
 puissance S suivant CN j puis qu'elles sont diamétralement opposées, &
 qu'aucune des deux (hyp.) ne surmonte l'autre : La force de la puissance R
 est donc à celle de l'impression que reçoit le point C de la puissance S
 suivant CN, comme CG à CM. Or CM est égale à CN j puis que les
 triangles GPD & HCC semblables, & GD égale à CH rendent GP égale à
 HQ^j & que les parallélogrammes MP & NQ_ rendent aussi GP égale à CM,
 & HQ égale à CN : Donc la puissance R est à la force de l'impression que le
 point C reçoit de la puissance S suivant CN, comme CG à CN; Or on vient
 de voir que la force de cette même impression est à la puissance S, comme
 CN à CH : Donc la puissance R est à la puissance S, comme CG à CH: On
 vient de voir aussi que la puissance R est à la puissance S, comme CG à CH: On
 vient de voir aussi que la puissance R est à la puissance S, comme CG à CH: On

DES POIDS Tuutenus avec des cordes

Iculcaim Digitized by Google

Car (*Cor. 2. Lem. 3. du Projet précéd.*) la puissance R fait sur le point C la même impression que feroient deux autres puissances appliquées à ce point, l'une suivant CP, & l'autre suivant CM, à chacune desquelles celle-ci seroit, comme CG à chacune de ces lignes : Le point C reçoit donc en même-tems deux impressions différentes de la puissance R, l'une suivant CP, d'une force qui est à celle de cette puissance, (*Cor. 3. du même Lemm.*) comme CP à CG, & l'autre suivant CM, d'une force qui est aussi (*par le même Cor*) à celle de cette même puissance, comme CM à CG. Pour la même raison ce même point C reçoit encore en même-tems deux impressions différentes de la puissance S, l'une suivant CQ, d'une force qui est à celle de cette puissance, comme CQ à CH; & l'autre suivant CN, d'une force qui est aussi à celle de cette même puissance, comme CN à CH. Or 1°. La force de l'impression que reçoit le point C de la puissance R suivant CM, est égale à celle qu'il reçoit en même-tems de la puissance S suivant CN; puis qu'elles sont diamétralement opposées, & qu'aucune des deux (*hyp.*) ne surmonte l'autre : La force de la puissance R est donc à celle de l'impression que reçoit le point C de la puissance S suivant CN, comme CG à CM. Or CM est égale à CN; puis que les triangles GPD & HQC semblables, & GD égale à CH rendent GP égale à HQ; & que les parallelogrammes MP & NQ rendent aussi GP égale à CM, & HQ égale à CN : Donc la puissance R est à la force de l'impression que le point C reçoit de la puissance S suivant CN, comme CG à CN. Or on vient de voir que la force de cette même impression est à la puissance S, comme CN à CH : Donc la puissance R est à la puissance S, comme CG à CH: 2°. On vient de voir aussi que la puissance

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement

ii6 EXAMENDE L'OPINION DES POIDS ce S est à la force de
 l'impression qu'elle fait sur le point C suivant $CQ^{\wedge}$, comme CH à CQj Donc
 la puissance R est aussi à la force de cette même impression, comme
 CG à $CQ^{\wedge}$ c'est-à-dire, comme CG à DP j puis que les triangles GPD &
 HQÇ semblables, & GD égale à CH, rendent DP égal à CQ; On vient de
 voir encore que cette même puissance R est à la force de l'impression qu'elle
 fait sur ce même point C suivant CP, comme CG à CP: Donc la puissance R
 est à la somme, ou à la différence des forces de ces deux impressions faites
 sur le point C suivant CP & $CQ^{\wedge}$, par elle & par la puissance S, comme CG
 à la somme, ou à la différence de ces deux lignes. Or (fig. 18.) la somme de
 ces deux lignes, ou (fig. 19.) leur différence, est égale à la diagonale CD
 du parallélogramme GH j & 18. y la somme, ou (fig. 19.) la différence des
 forces de ces deux impressions, est aussi égale au poids T: Donc la
 puissance R est au poids T, comme CG à CD: On vient de démontrer (». i.)
 que cette même puissance R est aussi à la puissance S, comme CG à CH
 : Donc les puissances R & S, le poids T sont entr'eux, comme les lignes C
 G, CH, & CD: & par conséquent ce poids est à chacune d'elles, comme la
 partie CD de la ligne de direction à chacune des parties de leurs cordes, qui
 sont les côtés du parallélogramme GH, dont CD est diagonale. Ce qu'il
 falloit démontrer. On voit de-là, que si par le point C où se communiquent
 les deux cordes qui soutiennent quelque poids que ce soit, on fait MN
 perpendiculaire à la ligne de direction de ce poids, & qu'après avoir pris
 départ & d'autre sur cette ligne CM & CN égales entr'elles, on fasse aux
 points M & N les perpendiculaires

DE M. BORELLI. ny MG & NH qui rencontrent aux points G
 & H les poids des cordes des puissances qui soutiennent ce poids : elles en
 détermineront des parties CG, CH, qui feront le poids toujours
 proportionnelles à CCS mêmes puissances. Si M. Borelli eut fait réflexion
 que les puissances R g! » S n'agissent pas seulement entre le poids T., mais
 aussi l'une contre l'autre } ^ que de même qu'elles concourent ensemble
 pour empêcher que ce poids n'attire à lui (fig. 18. ^ le nœud C, de même
 aussi chacune d'elles concourt avec lui pour empêcher que l'autre ne l'
 emporte. Si, dis-je, il avait fait cette réflexion, il aurait vu sans doute que
 chacune de ces puissances fait impression sur ce nœud, non seulement
 suivant la direction du poids qu'elles soutiennent, pour le tenir toujours à
 même hauteur, mais aussi suivant l'horizontale MCN, pour empêcher
 qu'aucune d'elles ne l'attire ^ à droite, n'y à gauche: D'où il aurait
 infailliblement conclu que ces impressions horizontales, étant
 diamétralement opposées, doivent toujours être égales. De-là voyant
 qu'elles augmentent, ou diminuent nécessairement à mesure que les angles
 que font les cordes de ces puissances avec la ligne de direction du poids
 qu'elles soutiennent, s'approchent, ou s'éloignent de l'angle droit, il
 aurait enfin aperçu l'impossibilité de faire, (sans aucun, du moins un tel
 changement de leurs directions sans en rompre l'équilibre. Je dis sans aucun
 changement, parce qu'il a été démontré (Cor. i. Prop. i.) qu'il n'est pas
 possible d'y en faire aucun sans rompre l'équilibre qui est (hyp.) entre les
 puissances, (si le poids qu'elles soutiennent. Nous l'avons même conclu (
 Chap. \.) de la 68. Prop. d'où cet Auteur tire une conclusion tout contraire par un
 raisonnement dont le défaut est présentement aisé à découvrir. Voyez-le.
 Sur ce qu'on vient de dire de l'usage des impressions horizontales
 Digilized by Google

MG & NH qui rencontrent aux points G & H les cordes des puissances qui soutiennent ce poids : elles en détermineront des parties CG, CH, qui seront toujours proportionnelles à ces mêmes puissances.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Si M. Borelli eut fait réflexion que les puissances R & S n'agissent pas seulement contre le poids T, mais aussi l'une contre l'autre ; & que de même qu'elles concourent ensemble pour empêcher que ce poids n'attire à lui (fig. 18.) le nœud C, de même aussi chacune d'elles concourt avec lui pour empêcher que l'autre ne l'emporte. Si, dis-je, il avoit fait cette réflexion, il auroit vu sans doute que chacune de ces puissances fait impression sur ce nœud, non seulement suivant la direction du poids qu'elles soutiennent, pour le tenir toujours à même hauteur ; mais aussi suivant l'horizontale MCN, pour empêcher qu'aucune d'elles ne l'attire n'y à droit, n'y à gauche : D'où il auroit infailliblement conclu que ces impressions horizontales, étant diamétralement opposées, doivent toujours être égales. De-là voyant qu'elles augmentent, où diminuent nécessairement à mesure que les angles que font les cordes de ces puissances avec la ligne de direction du poids qu'elles soutiennent, s'approchent, où s'éloignent de l'angle droit, il auroit enfin aperçu l'impossibilité de faire, sinon aucun, du moins un tel changement à leurs directions sans en rompre l'équilibre.

Je dis sinon aucun changement, parce qu'il a été démontré (Cor. 1. Prop. 1.) qu'il n'est pas possible d'y en faire aucun sans rompre l'équilibre qui est (hyp.) entre ces puissances, & le poids qu'elles soutiennent. Nous l'avons même conclu (Chap. 1.) de la 68. Prop. d'où cet Auteur tire un scholie tout contraire par un raisonnement dont le défaut est présentement aisé à découvrir ; Voyez-le.

Sur ce qu'on vient de dire de l'usage des impressions hori-

P iij

DES POIDS foarcnus ayec des cordes feu* Icment. fi- ic. ii8
 EXAMEN*DE L'OPINION xsntales que font fur le nœud C (fig. i8. Scip. J
 /es fuiffances $R \wedge S$, ile^ aifè de juger de celui des impreyions femb/ables
 que font aujji fur le nœud C de leurs cordes fuivant le plan OH (fig.) les
 puiffunces $A, B \wedge D, E \wedge F$, dr C. auJji ne s'y arrètera-t-on pus davantage.
 PROPOSITION IV. De quelque manière qu'un poids fait foutenu avec des
 cordes par quelque nombre de puiffunces que ce foit , appliquées à tant de
 nœuds qu'on voudra î chacune déliés efl toufours à ce poids en raifon
 compofée d'autant d'autres raifons qu'il y a de nœuds entre cette putfjance
 ce poids: S Ravoir far chaque nœud , de la raifon qui efi encre lu
 proportionnelle à la force dont ce nœud ef tiré fuivant la corde qui lui donlle
 communication avec cette puiffance , & h* fomme des fublimatez^oins celle
 des profondeurs de toutes les forces dont les branches dans lefquelles ce
 même nœud fe divife , font tirées chacune fuivant ft direlhon contre la riff
 mce qui leur vient par la corde de communication de lui à te poids.
 Démonstration. Soit Icpoids T dont la corde fc divife en tant de branches
 CZ , CX , CY i C<t> , &c. qu'on voudra , dont celles qu'on voudra , fe
 divifcnt encore en plufieurs branches , & celles qu'on voudra encore de
 celles-ci en plufieurs autres de la manière qu'on voit ici j & toujours de
 même jufqu'auflî loin qu'on voudra. Commencez au premier nœud C à
 marquer furies branches CZ > XC , YC , Cip , Sec. des parties CM , CN ,
 CP > C8 , &c, qui foient cntr'elles comme les forces avec lefquelles ces
 cordes font tirées chacune fuivant fa direction. Faites -en autant fur

DE M. B O R E L L I iip les branches dans lesquelles celles-ci se
subdivisent & toujours de même jusqu'aux dernières auxquelles les
puissances $A, E, D > B, F, G > H, I, K, < p$, &c. sont appliquées. Cela fait,
après avoir marqué des extrémités de toutes ces proportions { Avernlf.
Chuf.. 1.) les suivantes & : les profondeurs de toutes CCS forces, on
trouvera que chacune de ces puissances, par exemple, la puissance D est
toujours à ce poids en raison composée d'autant d'autres raisons telles que
cette proposition porte, qu'il y a de nœuds entre cette puissance & lui ; Car
C. L'augmentation D étant (hyp) à la puissance E, comme OS à OV, est
aussi (Prop. 3.) à la force dont le nœud O leur résulte suivant OZ j comme
OS à la somme de leurs limites Of & 0«r. z*. Cette même force étant
aussi (hyp.) aux puissances A & B, comme ZR à ZL & ZQj elle est de
même (Prop. 3.) à la résistance que leur fait le nœud Z suivant ZC,
comme ZR à la somme des limites Zr & Zf moins la profondeur Z/. 3°. .
Enfin la valeur de cette résistance étant encore { hyp.) aux forces dont le
nœud C est tiré suivant CX > CY, C (p. 5cc. comme CM à CN, CP, C6,
&c. elle est aussi (Prop, 3.) au poids T > comme CM à la somme des
limites Cw, C», &c. moins celle des profondeurs Ca, C/>>, &g. Donc en
multipliant par ordre ces trois rangées de proportions, la puissance D le
trouvera au poids T, comme le produit fait des trois antécédents OS,
ZR, & CM, au produit fait de leur trois conséquents Of -+ 0«r, Zr-4-Z^ ZG &
Cw-4-C» — Q,p — CA. C'est - à - dire, en raison composée des trois
raisons de OS à O/" -+ O B j d c Z R à Z r - t - Z ^ — Z / , & d e C M à C » » -+ C » — C p
— Ca, qu'on voit telles que cette proposition porte. Or il n'y a en effet que
trois nœuds* ofs POIDS incurvés avec (ics cc/it!cs leu* kineur. Digitized
by Google

les branches dans lesquelles celles-ci se subdivisent ; & toujours de même jusqu'aux dernières auxquelles les puissances A, E, D, B, F, G, H, I, K, ϕ , &c. sont appliquées. Cela fait, après avoir marqué des extrémités de toutes ces proportionnelles (*Avertiss. Chap. 2.*) les sublimitez & les profondeurs de toutes ces forces, on trouvera que chacune de ces puissances, par exemple, la puissance D est toujours à ce poids en raison composée d'autant d'autres raisons telles que cette proposition porte, qu'il y a de nœuds entre cette puissance & lui : Car 1°. La puissance D étant (*hyp.*) à la puissance E, comme OS à OV, elle est aussi (*Prop. 3.*) à la force dont le nœud O leur résiste suivant OZ, comme OS à la somme de leurs sublimitez Of & Ou. 2°. Cette même force étant aussi (*hyp.*) aux puissances A & B, comme ZR à ZL & ZQ, elle est de même (*Prop. 3.*) à la résistance que leur fait le nœud Z suivant ZC, comme ZR à la somme des sublimitez Zr & Zq moins la profondeur Zl. 3°. Enfin la valeur de cette résistance étant encore (*hyp.*) aux forces dont le nœud C est tiré suivant CX, CY, C ϕ , &c. comme CM à CN, CP, C θ , &c. elle est aussi (*Prop. 3.*) au poids T, comme CM à la somme des sublimitez Cm, Cn, &c. moins celle des profondeurs Cl, Cp, &c. Donc en multipliant par ordre ces trois rangées de proportionnelles, la puissance D se trouvera au poids T, comme le produit fait des trois antécédens OS, ZR, & CM, au produit fait de leur trois conséquens Of + Ou, Zr + Zq — Zl, & Cm + Cn — Cp — Cl. C'est-à-dire, en raison composée des trois raisons de OS à Of + Ou, de ZR à Zr + Zq — Zl, & de CM à Cm + Cn — Cp — Cl, qu'on voit telles que cette proposition porte. Or il n'y a en effet que trois nœuds

DÉS POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

OHS rort;s Toateuus avec des cordes icalcmcn;* rz5 EXAMEN
 DE L'OPINION O , Z) & C , entre cette piiiiflancc & ce poids : Donc I3.
 puill'ancc D ell au poids T en railon compofee d'autant d'autres raifons
 telles que cette propofition porte , qu'il y a dt nœuds entre cette puiflance &
 ce poids. On prouvera de meme que la puiflance A cil à ce poids en raifon
 compofee de Z L à Z f -+ Zf — Z/j & de CM à Cm -+ Cn — Cp — Ca, On
 trouvera encore de même que la puiflance F cil à ce meme poids en raifon
 compoféc de X 0 à X ^ -+ X/, &ae CNàCw-t-C* — Cp — C ainfi de toutes
 les autres puiflances , en quelque nombre qu'elles foient , de quelque
 manière , & à quelque nombre de nœuds c]||u'clles ibient appliquées. D'où
 l'on voit en general > que de quelque manière qu'un poids foit foutenu avec
 des cordes par quelque nombre de puiflances que ce foit , appliquées à tant
 de nœuds qu'on voudra , chacune d'ell«» «ft toujours à ce poids en raifon
 compoféc d'autant d'autres telles que cette propofition porte , qu'il y a de
 nœuds entre cette puiflance 8: ce poids. Ce qu'il falloit démontrer. Corollaire
 I. On voit qu'en prenant Z R égale à Of Ou, avec Z L 5c Z Z R en même
 proportion qu'elles ibnt ici ; de plus C M égale à Z^ -+Zr — Z/, avec C N ,
 CP, C 9 , 6cc. auffi à C M en même Sortion qu'elles font ici j la puiflance D
 fera au s T , comme O S à Cm -t- Cn — Ca — ^ P s*. Sec. c'cft*.à-dire ,
 comme fa proportionclle à la fomme des fublimitez moins celle des
 profondeurs des fwces avec lefquelles les branches du premier nœud C font
 tirées chacune fuivant fa dirccclion. Il en faut penfer autant de toutes les
 autres puiflTancs appliquées au poids T , foit de prés , foit de loin. On peut
 Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

O, Z, & C, entre cette puissance & ce poids : Donc la puissance D est au poids T en raison composée d'autant d'autres raisons telles que cette proposition porte, qu'il y a de nœuds entre cette puissance & ce poids. On prouvera de même que la puissance A est à ce poids en raison composée de ZL à Zr + Zq - Zl, & de CM à Cm + Cn - Cp - Cl. On trouvera encore de même que la puissance F est à ce même poids en raison composée de Xβ à Xb + Xf, & de CN à Cm + Cn - Cp - Cl ; & ainsi de toutes les autres puissances, en quelque nombre qu'elles soient, de quelque manière, & à quelque nombre de nœuds qu'elles soient appliquées. D'où l'on voit en général, que de quelque manière qu'un poids soit soutenu avec des cordes par quelque nombre de puissances que ce soit, appliquées à tant de nœuds qu'on voudra, chacune d'elles est toujours à ce poids en raison composée d'autant d'autres telles que cette proposition porte, qu'il y a de nœuds entre cette puissance & ce poids. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

On voit qu'en prenant ZR égale à Of + On, avec ZL & ZQ à ZR en même proportion qu'elles sont ici ; de plus CM égale à Zq + Zr - Zl, avec CN, CP, Cθ, &c. aussi à CM en même proportion qu'elles sont ici ; la puissance D sera au poids T, comme OS à Cm + Cn - Cl - Cp + &c. c'est-à-dire, comme la proportionnelle à la somme des sublimitez moins celle des profondeurs des forces avec lesquelles les branches du premier nœud C sont tirées chacune suivant sa direction. Il en faut penser autant de toutes les autres puissances appliquées au poids T, soit de près, soit de loin.

On peut

DE M. BORELLI. iii On feut comparer cette propejition avec ce Corollaire à la propofition de M- Borelli, Corollaire II. Lors qu'un poids attaché à une corde qui a plufieurs nœuds par chacun defquels , entre toutes les branches qui en naiffent, il n'y en a qu'une qui fe fubdivife en d'autres branches : lors dî-je que le poids T attaché à une telle corde , eft foutenu par plufieurs puiffances Y,X,S,R,V ,Z, &c. tellement appliquées aux dernières de ces branches que tous les nœuds F , E > C , &c. d'où elles naident , fe trouvent dans la ligne de direcUon de ce poids > chacune de ces puidances , en quelque nombre qu'elles foient , eft toujours à ce poids , comme la profiortionelle de cette même puilTance à la fomme des iiblimitez moins celle des profondeurs de tout ce qu'il y en a d'appliquées d ce même poids : car d l'on prena fur les branches de chaque nœud des parties OF,EI,CB,CA,EH,FK,FN,EM, &c. proportionelles aux forces avec lefquelles chacune d'cUcs eft tirée fuivant fa direction , & que des extrémitez de ces mêmes parties on marque (avert. Chap. I.) leurs fublimitez avec leurs profondeurs 5 on trouvera i que les proportionelles F N , EM, &c. qui fe trouvent dans la ligne de direction de ce poids , font égales aux fublimitez F N , F M , &c. des forces avec lefquelles elles font tirées fuivant leur direction , c'eft-à-dire , fuivant cette même ligne, a®. On trouvera encore que chacune de ces mêmes aortionelles , par exemple FN eft auflî toujours ^ c à la fomme des fublimitez moins celle des profondeurs des forces , ou des puilTances appliquées au CL DBS POIDS foucenus avec des cordes reu-> Icmcot. fiDigilized by Google

On peut comparer cette proposition avec ce Corollaire à la proposition 78. de M. Borelli.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

COROLLAIRE II.

Lors qu'un poids attaché à une corde qui a plusieurs nœuds par chacun desquels, entre toutes les branches qui en naissent, il n'y en a qu'une qui se subdivise en d'autres branches : lors di-je que le poids T attaché à une telle corde, est soutenu par plusieurs puissances Y, X, S, R, V, Z, &c. tellement appliquées aux dernières de ces branches que tous les nœuds F, E, C, &c. d'où elles naissent, se trouvent dans la ligne de direction de ce poids ; chacune de ces puissances, en quelque nombre qu'elles soient, est toujours à ce poids, comme la proportionnelle de cette même puissance à la somme des sublimitez moins celle des profondeurs de tout ce qu'il y en a d'appliquées à ce même poids : car si l'on prend sur les branches de chaque nœud des parties OF, EI, CB, CA, EH, FK, FN, EM, &c. proportionnelles aux forces avec lesquelles chacune d'elles est tirée suivant sa direction, & que des extrémités de ces mêmes parties on marque (*avert. Chap. 2.*) leurs sublimitez avec leurs profondeurs ; on trouvera 1°. que les proportionnelles FN, EM, &c. qui se trouvent dans la ligne de direction de ce poids, sont égales aux sublimitez FN, FM, &c. des forces avec lesquelles elles sont tirées suivant leur direction, c'est-à-dire, suivant cette même ligne. 2°. On trouvera encore que chacune de ces mêmes proportionnelles, par exemple FN est aussi toujours égale à la somme des sublimitez moins celle des profondeurs des forces, ou des puissances appliquées au

fig. 21.
22.

Q

nis poins '.Vatcnas av*c d.is cordes Ica* iunenc. iii EXAMEN DE
 L'OPINION nœui E qui est immédiatement au-deffus du nœud F depuis
 lequel cette proportionnelle a été prise : puis que(hyp.) cette meme
 proportionnelle , & (Prop. 3.) cette même somme font à la proportionnelle E
 I de la puissance $X >$ comme la force dont le nœud E est tiré suivant la corde
 E F , est à cette même puissance. Pour la même raison E M est égale à la
 somme des sublimités moins celle des profondeurs des forces où des
 puissances appliquées au nœud C qui est immédiatement au-deffus de E J &
 ainsi des autres proportionnelles qui se trouvent dans la ligne de direction du
 poids T. De-là on verra que chacune des sublimités FN, EM,&c. des forces
 qui suivent la direction de ce poids , est toujours égale à la somme des
 sublimités moins celle des profondeurs des forces , ou des puissances
 appliquées au nœud qui est immédiatement au-deffus de celui depuis lequel
 elle se prend : D'où il suit que la sublimité F N qui se prend depuis le plus
 bas de tous ces nœuds , est égale à la somme des sublimités moins celle des
 profondeurs de toutes les puissances X , V , S , R , &c. appliquées à tous les
 autres nœuds $E > C$, &c. Or on vient de voir dans le Corollaire précédent
 que chacune de toutes les puissances qui soutiennent le poids T , par
 exemple S J ou Y > est à ce poids > comme la proportionnelle CB, ou OF à
 la somme des sublimités moins celle des profondeurs des forces avec
 lesquelles toutes les branches du plus bas nœud F sont tirées chacune
 suivant sa direction contre le poids T ; •c'est-à-dire , à la somme faite de la
 sublimité F N , & de la somme des sublimités moins les profondeurs des
 puissances Y , Z , &c. immédiatement appliquées au nœud F: Donc chacune
 des puissances Y , X , S , J R , V J Z , &c. est en ce cas au poids T , comme
 la ■ Digilized by Google

DE M. BORELLI. 113 proportionnelles à la somme des flèches
> moins celle des profondeurs de tout ce qu'il y en a d'appliquées à ce
même poids. Corollaire III. D'où l'on voit que la somme de toutes ces
puissances est à ce poids, comme la somme de leurs proportions à la
somme de leurs flèches moins celle de leurs profondeurs : De sorte que
s'il n'y en avoit que ceux d'appliquées à chaque nœud dont l'une tirât à
droit & l'autre à gauche, & que toutes celles de chaque côté fussent égales
entr'elles, & avec des directions parallèles entr'elles ; la somme (fig. II.)
des flèches, par exemple $F^{\wedge}, - + \bullet F^{\wedge}$, ou $E^{\wedge} - + E^{\wedge}$, où $C^{\wedge} - + C^{\wedge}$, &c. des
deux puissances appliquées au quel que ce soit des nœuds F, E, C , &c. ou
bien la différence (fig. zi.) de la flèche de l'une à la profondeur de l'autre
, par exemple $F^{\wedge} - F^{\vee}$, ou $E^{\wedge} - E^{\vee}$, au $C^{\wedge} - C^{\vee}$, &c. étant alors la
même pour tous ces nœuds, aussi bien que les proportions de ces
puissances à la somme de ces mêmes puissances feroit alors au poids T ,
comme la somme des proportions de deux d'entr'elles appliquées à un
même nœud, quel qu'il soit, est à la somme u.) des flèches de ces deux
puissances, où ii.) à la différence qui est entre la flèche de l'une, & la
profondeur de l'autre. Corollaire IV. Ce qui fait enfin voir que si toutes les
puissances Y, X, S, R, V, Z , &c. étoient égales entr'elles, & que toutes leurs
directions fussent avec celle de ce poids des angles égaux aussi entr'eux,
leur somme feroit alors à ce même poids, (fig. 11.) comme une de leurs
proportions à une de leurs flèches, QJ) DES POIDS reueus avec
de, cotés de la même. Digitized by Google

proportionnelle à la somme des sublimité, moins celle des profondeurs de tout ce qu'il y en a d'appliquées à ce même poids.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

COROLLAIRE III.

D'où l'on voit que la somme de toutes ces puissances est à ce poids, comme la somme de leurs proportionnelles à la somme de leurs sublimité moins celle de leurs profondeurs : De sorte que s'il n'y en avoit que deux d'appliquées à chaque nœud dont l'une tirât à droit & l'autre à gauche, & que toutes celles de chaque côté fussent égales entr'elles, & avec des directions parallèles entr'elles ; la somme (*fig. 21.*) des sublimité, par exemple $Fo, + Fk$, où $Ei + Eb$, où $Cb + Ca$, &c. des deux puissances appliquées au quel que ce soit des nœuds F, E, C , &c. ou bien la différence (*fig. 22.*) de la sublimité de l'une à la profondeur de l'autre, par exemple $Fk, - Fo$, ou $Eb - Ei$, au $Ca - Cb$, &c. étant alors la même pour tous ces nœuds, aussi-bien que les proportionnelles de ces puissances ; la somme de ces mêmes puissances seroit alors au poids T , comme la somme des proportionnelles de deux d'entr'elles appliquées à un même nœud, quel qu'il soit, est à la somme (*fig. 21.*) des sublimité de ces deux puissances, où (*fig. 22.*) à la différence qui est entre la sublimité de l'une, & la profondeur de l'autre.

COROLLAIRE IV.

Ce qui fait enfin voir que si toutes les puissances Y, X, S, R, V, Z , &c. étoient égales entr'elles, & que toutes leurs directions fissent avec celle de ce poids des angles égaux aussi entr'eux, leur somme seroit alors à ce même poids, (*fig. 21.*) comme une de leurs proportionnelles à une de leurs sublimité,

Q ij

EXAMEN DE L'OPINION l'une & l'autre choifie à diferction j c'est - à - dire, comme le finus total au finus du complément de celui qu'on voudra de ces mèiies angles. On peut encore comparer ces trais Corollaires à la Propojition ji. de M. Boreüt ^ au Coronaire rju'tl en tire. Corollaire V, On voit encore de cette propofition que dans l'hypothéfe ou les lignes de direction de tous les points du corps A D concourent au centre E de la terre, de quelque manière que ce poids foit foutenu par tant de puiflaues F, G, H, I, K, L, M, N, &c. qu'on voudra avec des cordes qui lui foient appliquées en tant de points A, B, C, D, &c. qu'on voudra } chacune de ces puilTances fera toujours à ce ?ioids, comme chacune de leurs proportionelles à la bmme des fulilimitez des forces avec Icfquelles ces points A, B, C, D, &c. font tirez fuivant les lignes AE, BE, CE, DE, &c. par le concours d'action des puiflances qui y font appliquées des fublimatez, dî-je, déterminées comme dans le Corollaire i. Car il eft clair que ce poids agit contre toutes ces puilTances de meme que feroit une force qui lui feroit égalé, HAE, BE, CE, DE, &c. étoient autant de cordes attachées enfemble au point E par un noeud commun auquel cette force fut appliquée fuivant la direction ZE du centre de gravité de ce poids. Or en ce cas les points A, B, C, D, &c. étant comme autant de noeuds aufquels font appliquées, chacune fuivant fa direction, les puilTances F, G, Fl, I, K, L, M, N, &c. li l'on prend depuis E fur chacune des lignes AE, B£, CE, DE, &c. une partie Eg, £/, Ec} Ei, &c. égale à la fomme des fublimatez I Digitized by Google

DE M. BORELLI. moins celle des profondeurs des puissances
 appliquées à chacun des points A, B, C > D, &c. On trouvera (Cor i.)
 que chacune de toutes ces puissances F, G, H, I, K, L, M > N > &c. feroit alors à
 la force qu'on suppose en E, comme chacune de leurs proportionnelles D O ,
 C P , B Q ^ D X , A R , C V , B T , A S , ôcc. à la somme des sublimités , E / ,
 E r , E d , E a , &c. des forces dont les nœuds A , B , C , D , &c. feroient
 alors tirez , chacun suivant la ligne qui le joint avec le point E : Donc
 chacune de ces mêmes puissances est en effet au poids A D , comme
 chacune de leurs proportionnelles à la somme de telles sublimités des forces
 avec lesquelles les points A , B , C , D , &c. sont tirez suivant les lignes A E ,
 B E , C E , D E , &c. par le concours d'avec une de celles qui y sont ap-
 pliquées. Si ces forces , avec les [quelles ces différens points A , B , C , D , &c.
 du corps A D , sont tirez suivant des lignes qui concourent au centre E de la
 terre , par le concours d'addition des puissances qui y sont appliquées , avaient
 quelque profondeur, on trouverait de même que chacune de toutes ces
 puissances qui soutiennent ce poids , lui feroit en même raison que chacune
 de leurs proportionnelles à la somme de telles sublimités, moins celle des
 profondeurs de ces mêmes forces : mais ce cas étant naturellement
 impossible puisqu'il faudrait pour cela que ce poids comprit pour le moins
 plus du quart de la circonférence de la terre , on ne peut craindre qu'il fut
 nécessaire de l'exprimer. Corollaire VI. r On voit présentement que dans
 l'hypothèse ordinaire , ou l'on regarde les directions A E , B E , C E , D E ,
 &c. comme parallèles entre elles , chacune des sublimités E I , E e , E d , E a ,
 &c. déterminées sur Q ^ iij DES POIDS (obtenu avec les cordes
 leu Icmeac. Digitized by Google

moins celle des profondeurs des puissances appliquées à chacun des points A, B, C, D, &c. On trouvera (Cor 1.) que chacune de toutes ces puissances F, G, H, I, K, L, M, N, &c. seroit alors à la force qu'on suppose en E, comme chacune de leurs proportionnelles DO, CP, BQ, DX, AR, CV, BT, AS, &c. à la somme des sublimités, $E l$, $E e$, $E d$, $E a$, &c. des forces dont les nœuds A, B, C, D, &c. seroient alors tirez, chacun suivant la ligne qui le joint avec le point E : Donc chacune de ces mêmes puissances est en effet au poids AD, comme chacune de leurs proportionnelles à la somme de telles sublimités des forces avec lesquelles les points A, B, C, D, &c. sont tirez suivant les lignes AE, BE, CE, DE, &c. par le concours d'action de celles qui y sont appliquées.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Si les forces, avec lesquelles les différens points A, B, C, D, &c. du corps AD, sont tirez suivant des lignes qui concourent au centre E de la terre, par le concours d'action des puissances qui y sont appliquées, avoient quelque profondeur, on trouveroit de même que chacune de toutes les puissances qui soutiennent ce poids, lui seroit en même raison que chacune de leurs proportionnelles à la somme de telles sublimités moins celle des profondeurs de ces mêmes forces : mais ce cas étant naturellement impossible ; puisqu'il faudroit pour cela que ce poids comprit pour le moins plus du quart de la circonférence de la terre, on n'a pas cru qu'il fût nécessaire de l'exprimer.

COROLLAIRE VI.

On voit présentement que dans l'hypothèse ordinaire, où l'on regarde les directions AE, BE, CE, DE, &c. comme parallèles entr'elles, chacune des sublimités $E l$, $E e$, $E d$, $E a$, &c. déterminées sur

Q iij

iiô EXAMEN DE L'OPINION DES POIDS ZE par chacune des
 proportionnelles Ej , $E/$, $E^{\wedge}$; iiT'corXj^iTn. $^{\wedge}$ $^{\wedge}$ vient de prendre égales à la
 somme l'ensemble des sublimitez moins celle des profondeurs des puissances
 appliquées à chacun des points A, B, C, D, &c. étant alors égales à ces
 memes proportionnelles à chacune de ce qu'il y a de puissances ainfi
 appliquées à ce poids, fçavoir F, G, I, K, L, M, N, &c. est toujours en ce cas
 à ce même poids, comme chacune de leurs proportionnelles à la somme de
 toutes leurs sublimitez moins celle de toutes leurs profondeurs, Corollaire
 VII. D'où il suit que dans la même hypothèse la somme de toutes ces
 puissances est à ce poids, comme la somme de leurs proportionnelles à la
 somme de leurs sublimitez moins celle de leurs profondeurs : De forte que
 s'il n'y en avoir que deux d'appliquées à chaque point, dont l'une tirât à
 droit, & l'autre à gauche & que toutes celles de chaque côté fussent égales
 entr'elles, & avec des directions qui fussent avec celle du point où elles sont
 appliquées, des angles de chaque côté égaux entr'eux : la somme (i°. zj.)
 des sublimitez, par exemple $Ar - i - A/$, ou $-4- Br$, ou $C P - + C \ll$, ou $D 0 -4-$
 $D jt$, &c. des deux puissances appliquées au quel que ce soit des nœuds A, B
 , C, D, &c. ou bien { /g. 14.) la différence de la sublimite de l'une à la
 profondeur de l'autre, par exemple $Ar - A/$, ou $Bf - Br$, ou $Cp - C^*f$, ou
 $Do - D JC$, &c. étant alors la même pour tous ces points, aussi-bien que
 les proportionnelles de ces Puissances à la somme de toutes ces puissances
 seroit alors au poids AD, comme la somme des proportio- nnelles de deux
 d'entr'elles appliquées à un même point, quel qu'il soit, est à la somme 2 }
 J de leurs

DEM. BORELLI. tiy fublimitez) ou(;ijî, 14.) à la diffÉrence qui est entre des poids la fublimité de l'une & la profondeur de l'autre. feulement. Corollaire VIII. Ce qui fait enfin voir que si toutes les puissances $F > G, H, I, K, L > M, N$, &c. croient $^{\wedge}$ alcs entr'elles, & que toutes leurs directions fussent avec celles des points où elles sont appliquées, des angles $^{\wedge}$ aux entr'eux $>$ leur somme ferôit alors au poids CD f fig. 13.) comme une de leurs proportions à une de leurs fublimitez, de quelque manière qu'on les prenne; c'est-à-dire, comme le sinus total au sinus du complément de celui qu'on voudra de ces mêmes angles. On fut enfin (omparet ces quatre derniers corollaires à la Proposition -}x. de M. Borelli $^{\wedge}$ au corollaire qu'il en tire. Tels sont les principes généraux de tout ce que cet illustre a dit des poids suspendus par des cordes, $^{\wedge}$ de Buftge qu'il en a fait pour exprimer la force des muscles; & c'est ce qu'on s'était proposé d'établir dans ce Chapitre par la même. <\$hodie du Projet précédent: qu'on veye présentement si la femme peut aller jusques-là $^{\wedge}$ si elle peut conduire à la Solution du Problème suivant. 3(PROBLEME. Deux puissances f, j_4 , $EyD^{\wedge} By F y G^{\wedge} H, I, K^{\wedge}$ appliquées À plusieurs nœuds de cordes, étant domiées avec les angles que tomes ces cordes font entr'elles; trouver fl.io'.

Digitized by Google

sublimatez, ou (fig. 24.) à la différence qui est entre la sublimité de l'une & la profondeur de l'autre.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

COROLLAIRE VIII.

Ce qui fait enfin voir que si toutes les puissances F, G, H, I, K, L, M, N , &c. étoient égales entr'elles, & que toutes leurs directions fissent avec celles des points où elles sont appliquées, des angles égaux entr'eux ; leur somme seroit alors au poids CD (fig. 23.) comme une de leurs proportionnelles à une de leurs sublimatez, de quelque manière qu'on les prenne ; c'est-à-dire, comme le sinus total au sinus du complement de celui qu'on voudra de ces mêmes angles.

On peut enfin comparer ces quatre derniers corollaires à la Proposition 72. de M. Borelli, & au corollaire qu'il en tire.

Tels sont les principes généraux de tout ce que cet Auteur a dit des poids suspendus par des cordes, & de l'usage qu'il en a fait pour exprimer la force des muscles ; c'est ce qu'on s'étoit proposé d'établir dans ce Chapitre par la méthode du Projet précédent : qu'on voye présentement si la sienne peut aller jusques-là, & si elle peut conduire à la Solution du Problème suivant.



PROBLÈME.

DIX puissances $\Phi, A, E, D, B, F, G, H, I, K$, appliquées à plusieurs nœuds de cordes, étant données avec les angles que toutes ces cordes font entr'elles ; trouver

fig. 102

128 EXAMEN DE L'OPINION

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

la valeur du poids T que toutes ces puissances ainsi appli-
quées soutiennent ensemble.

SOLUTION.

Soit la valeur de chaque puissance, & de chaque
angle donné dans la Table suivante.

Puissance.	Livres.	Angle.	Deg.	M.
Φ	5.	θCT	45.	30.
A	4. $\frac{1}{4}$	MCT	150.	20.
E	7. $\frac{1}{4}$	LZC	58.	30.
D	12. $\frac{1}{2}$	RZC	112.	15.
B	14.	VOZ	151.	
F	11. $\frac{1}{2}$	SOZ	110.	
G	17.	QZC	143.	
H	7. $\frac{1}{4}$	NCT	145.	
I	16.	βXC	131.	30.
K	13. $\frac{1}{2}$	$b XC$	123.	30.
		PCT	64.	40.
		δYC	62.	
		ζYC	107.	20.
		$e YC$	151.	40.

Cela

D E M. B O R E L L I. iz9 Cela fiippofé , furies branches des
 cordes aufquelles les puiuanccs (p,A,E, D,B, F, G, H, liK, font
 immédiatement appliquées , foient prifes depuis leurs nœuds des parties 9C
 j LZ » VO , SO , QZ,0X , AX , S'Y > zY ,eY , qui foient entr'clles , comme
 les forces de ces memes puilTances , c'est-à-dire , comme les chiffres qui
 leur répondent dans la Table précédente. Préfentement fi l'on regarde
 chacune de ces proportionelles corrune un finus total, le finus delà diffÉ»
 rence d'un angle droit à l'angle d'application de la puiflancc qui répond à
 cette proportionelle , fera la l'ublimité , ou la profondeur de cette même
 puiflance : par exenmle , n l'on prend la proportionelle C6 de la puiflance
 (p, pour un finus total, fa profondeur Ca fera le finus de l'angle C6a, qui eft
 la différence de 6Ca angle d'application de cette puiflance, à un angle droit.
 De mciic en prenant la proportioielle V O de la puiflance E, pour un finus
 total , fa fublimité O » fera le finus de l'angle O V « , qui eft la différence
 d'un angle droit à fbn angle d'application V O Z 5 de cette façon nous
 aurons les fublimi. tez & les profiandeurs ne toutes ces puiflances par le»,
 analogies fuivantes. R DES POIDS (butenus avec des cordes £cukmeDt.

Digitized by Google

Cela supposé, sur les branches des cordes auxquelles les puissances ϕ , A, E, D, B, F, G, H, I, K, sont immédiatement appliquées, soient prises depuis leurs nœuds des parties θC , LZ, VO, SO, QZ, βX , bX , δY , $z Y$, $e Y$, qui soient entr'elles, comme les forces de ces mêmes puissances, c'est-à-dire, comme les chiffres qui leur répondent dans la Table précédente.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Présentement si l'on regarde chacune de ces proportionnelles comme un sinus total, le sinus de la différence d'un angle droit à l'angle d'application de la puissance qui répond à cette proportionnelle, sera la sublimité, ou la profondeur de cette même puissance : par exemple, si l'on prend la proportionnelle $C\theta$ de la puissance ϕ , pour un sinus total, sa profondeur $C\lambda$ sera le sinus de l'angle $C\theta\lambda$, qui est la différence de $\theta C\lambda$ angle d'application de cette puissance, à un angle droit. De même en prenant la proportionnelle VO de la puissance E, pour un sinus total, sa sublimité $O\mu$ sera le sinus de l'angle $O V \mu$, qui est la différence d'un angle droit à son angle d'application VOZ ; de cette façon nous aurons les sublimités & les profondeurs de toutes ces puissances par les analogies suivantes.

R

The text on this page is estimated to be only 29.54% accurate

150 EXAMEN DE L'OPINION au Ainfi 2 Le Hnus cocil Siniu de
l'angle de $Di^\wedge$. M. différence Je y 0 ■ deg à l'angle d'application le la
>uiffancc. ,a proporiioiicllc de cette mime puiflâucc de Sarublinitèjou
ilàpioondcac de 10000000. < 7009093. C9x 44.. 5 0. B G 9 5C\ 10 1 J*
aoceooo. 5114986, ZL/ A ZL 4- i ZI - *«'»i»'. *• »jOOi.OOO. 8746197.
OV« 61. E OV 7. r Ou f' lIClï'l 14C/CC0090. 3410101. "os/ 10. D OS m 0/
,, 1 t 0 Ifl 1. 40 coco. 7986)55. ZQ<7 53B ZCL '4Z^ -• Hof97J IOOV4.00.
6616101. XBf 41. 30. F XI8 II. f Xf 64t9«4l. / • aoceoooo. 5519570. Xhb
55- 3°. G Xh 17Xb 0 y ISOOAOC. 4694716 ^ î'd î8. H YJ' 7. î « t « 1 0 1 T.
J* toeoooo. 1979305. Y zjc il m 16. 8,801014 yeg 61, 40, K Ye 13.4 Yg - _
,117115 . * * • IOOOOOOOO. 1 Apres avoir ainfi trouvé la valeur de
chacune des fu-' bliniitez & des profondeurs de toutes les puiflances
foutiennent le poids T } foit prife Z R égale à 0» plu^ O/j c'est-à-
dirc,fuivant les analogies précédentes, égale à 6. plus 4. ; ou bien en
réduifant ces deux fraélions à une mœoïc denomina, Digitized by Google

Comme	au				Ainsi		à	
Le sinus total	Sinus	de l'angle	de Deg. M. différence de 90. deg. à l'angle d'applica- tion	de la puif- sance.	La propor- tionelle de cette même puif- sance	de	Sa subli- mité, ou à sa pro- fondeur	de
10000000.	7009093.	Cθλ	44. 30.	φ	Cθ	5.	Cλ	3. $\frac{1013023.}{2000000.}$
	5224986.	ZLl	31. 30.	A	ZL	4. $\frac{1}{4}$	Zl	2. $\frac{4412181.}{2000000.}$
	8746197.	OVu	61.	E	OV	7. $\frac{1}{4}$	Ou	6. $\frac{11632713.}{4000000.}$
	3420202.	OSf	20.	D	OS	12. $\frac{1}{1}$	Of	4. $\frac{1101011.}{400000.}$
	7986355.	ZQq	53.	B	ZQ	14.	Zq	11. $\frac{1808271.}{1000000.}$
	6626201.	Xβf	41. 30.	F	Xβ	11. $\frac{1}{1}$	Xf	7. $\frac{6412041.}{2000000.}$
	5519370.	Xhb	33. 30.	G	Xh	17.	Xb	9. $\frac{182219.}{1000000.}$
	4694716.	Yδd	28.	H	Yδ	7. $\frac{1}{1}$	Yd	3. $\frac{111037.}{1000000.}$
	2979303.	Yzx	17. 20.	I	Yz	16.	Yx	4. $\frac{472101.}{625000.}$
	8802014.	Yeg	61. 40.	K	Ye	13. $\frac{1}{1}$	Yg	11. $\frac{8827182.}{1000000.}$

DE M. BORELLI. 151 tion I égale à 10. Après cela OV étant à
 ZR., des poids comme la puilTance E à la force dont le point Z cft
 jes^ordes^fX tiré fuivant Z O par le concours d'ac lion des puif- lemem.
 Tances D & E i Z R fera la proportionclle de cette force y & l'angle R Z C
 étant {hyp.) de m. deg. 15. min. fa différence à un angle droit > c'eft- à-
 dire y l'angle Z Rr fera de iz. deg. 15. min. Ce qui donnera par une analogie
 femblable aux précédentes, 3- pour la valeur de Zr fublinité de cette force :
 puifque Z R de 10. cft à 3. comme le finus total 10000000. à 3786^486.
 finus de l'angle Z Rr de n. deg. 15. min. Soit enfuite i“. CM égale à Zf plus
 Zr moins Z / i c'eft-à-dire , fuivant les analogies que nous venons de trouver
 , égale à u. ^^g^plus moins i. j ou bien en réduifant ces trois fractions à une
 même dénomination , égale à i Ce qui donnera par une analogie femblable
 aux précédentes , II. pour la valeur de la fublinité C»i : puis que iz. cft à ii.
 le finus total 10000000. i 868915)^. finus de l'angle CM»» de < o. deg. zo.
 min. qui eft la différence d'un angle droit à Fangle M C T Ac(hyp.) 150.
 deg. zo. min. 1*. Faite de même C N égale à plus X/j c'eft' à-dire , fuivant
 les analogies de la table précédente, égale à 9.^'^ plus 7. ou bien en
 réduifant ces deux fractions à une même dénomination, égale à 16. . Ce qui
 donnera par une analogie Æmblable aux précédentes , 13. pour la valeur de
 la fublinité C«: puis que 16, eft à . *3* comme Iç finus total loooooo. i R
 ij Digitized by Google

tion, égale à 10. $\frac{24649811}{40000000}$. Après cela OV étant à ZR, comme la puissance E à la force dont le point Z est tiré suivant ZO par le concours d'action des puissances D & E ; ZR sera la proportionnelle de cette force, & l'angle R Z C étant (*hyp.*) de 112. deg. 15. min. sa différence à un angle droit ; c'est-à-dire, l'angle Z R r sera de 22. deg. 15. min. Ce qui donnera par une analogie semblable aux précédentes, 3. $\frac{174261281916519}{1000000000000000}$ pour la valeur de Zr sublimité de cette force : puis que ZR de 10. $\frac{24649811}{40000000}$ est à 3. $\frac{174261281916519}{1000000000000000}$ comme le sinus total 100000000. à 3786486. sinus de l'angle Z R r de 22. deg. 15. min.

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

Soit ensuite 1°. CM égale à Zq plus Zr moins Zl ; c'est-à-dire, suivant les analogies que nous venons de trouver, égale à 11. $\frac{180897}{1000000}$ plus 3. $\frac{174261281916519}{1000000000000000}$ moins 2. $\frac{442181}{100000000}$; ou bien en réduisant ces trois fractions à une même dénomination, égale à 12. $\frac{16613087521612}{1000000000000000}$. Ce qui donnera par une analogie semblable aux précédentes, 11. $\frac{741662141266192141}{1000000000000000000000}$ pour la valeur de la sublimité Cm : puis que 12. $\frac{16613087521612}{1000000000000000}$ est à 11. $\frac{741662141266192141}{1000000000000000000000}$, comme le sinus total 100000000. à 8689196. sinus de l'angle CMm de 60. deg. 20. min. qui est la différence d'un angle droit à l'angle MCT de (*hyp.*) 150. deg. 20. min.

2°. Faite de même CN égale à Xb plus Xf ; c'est-à-dire, suivant les analogies de la table précédente, égale à 9. $\frac{132222}{100000000}$ plus 7. $\frac{642041}{1000000000}$; ou bien en réduisant ces deux fractions à une même dénomination, égale à 16. $\frac{14097641}{1000000000}$. Ce qui donnera par une analogie semblable aux précédentes, 13. $\frac{16767674514181}{1000000000000000}$ pour la valeur de la sublimité Cn : puis que 16. $\frac{14097641}{1000000000}$ est à 13. $\frac{16767674514181}{1000000000000000}$, comme le sinus total 100000000. à

R ij

DES POIDS /i menus avec de|cu:écs lc«IciEcnc. i3î EXAMEN
DE L'OPINION 8151511. limis de l'arelc CNw de 55, dec. qui cft la
différence d'un angle droit à l'angle N C T de (hyp.J 145. dcg. 3®. Enfin
foit encore CP égale à Yg plus Yx moins Y à 5 c'est-à-dire , fuivant les
analogies delà table précédente) égale à 11. plus 4. moins 3, ; ou bien en
réduifant ces trois fraïions à une même dénomination, égale à 12. Ce qui
donnera par une analogie encore femblable aux précédentes , 5. pour la
valeur de la profondeur C /> : puis que 1 1. eft A 5. , comme le finus total
10000000. à 4178838. finus de l'anolc C P/> de 15. deg. lo. min. qui eft la
différence d'un angle droit à l'angle P C T de) 64.. deg. 40. min. De tout
cela on voit prefentement que , Subi. I Subi. Prof, l Prof. Cm Cn C\ y cft
égale A ... M. ivvoooooooooeuooooouooo* ' } t|. XUO*bV(H>OUV0400, 3*
leCCOOO. gtg44m{to*177» 514 |UCH»0wOO0PbOO9» De forte qu'en
réduifant toutes ces fraélions A une même dénomination , on aura Cm ~+
C» Ca *' Or avant pris > comme = !)* ocv.fw«ç€K>«. • i% r-> -K r nous
venons de faire , 1 “ C R = Of “*■ P = Z 4 -+ Z r — Z 4 3* C N = X/ -4- X
4. 4 .CP = Y^ -Jr Y X — Y d } chacune des puiflances qui fouticnnent ainfi
le poids T i par exemple, la pui^ fance E eft (4- i.) a ce poids , coi^e la
proportionnelle O V de (hyp.)7^ACot-+-C« Digitized by Google

3°. Enfin soit encore CP égale à Yg plus Yx moins Yd ; c'est-à-dire , suivant les analogies de la table précédente , égale à 11. $\frac{8857189.}{10000000.}$ plus 4. $\frac{472101.}{625000.}$ moins 3. $\frac{341317.}{1000000.}$; ou bien en réduisant ces trois fractions à une même dénomination , égale à 12. $\frac{312141681.}{3920000000.}$. Ce qui donnera par une analogie encore semblable aux précédentes , 5. $\frac{68644323131212.}{1411101100000000.}$ pour la valeur de la profondeur Cp : puis que 12. $\frac{312141681.}{3920000000.}$ est à 5. $\frac{61644323131317.}{10000000000.}$, comme le sinus total 100000000. à 4278838. sinus de l'angle CPp de 25. deg. 20. min. qui est la différence d'un angle droit à l'angle PCT de (hyp.) 64. deg. 40. min.

$$1a \left\{ \begin{array}{l} \text{Subl. } C_m \\ \text{Subl. } C_n \\ \text{Prof. } C_\lambda \\ \text{Prof. } C_p \end{array} \right\} \text{ est égale à } \left\{ \begin{array}{l} 11. \frac{74 \ 1661743766192141.}{10000000000000000000.} \\ 13. \frac{11677704824 \ 583.}{1000000000000000.} \\ 3. \frac{1012021.}{2000000.} \\ 5. \frac{686443321103177.}{14100000000000000.} \end{array} \right.$$

De sorte qu'en réduisant toutes ces fractions à une même dénomination , on aura $Cm + Cn - Cl - Cp = 15$. Or ayant pris , comme nous venons de faire , 1°. CR = Of + On. 2°. CM = Zq + Zr — Zi. 3°. CN = Xf + Xb. 4°. CP = Yg + Yx — Yd ; chacune des puissances qui soutiennent ainsi le poids T ; par exemple , la puissance E est (*Prop.* 4. *Cor.* 1.) à ce poids , comme sa proportionnelle OV de (*hyp.*) $7\frac{1}{4}$ à $Cm + Cn -$

DE M. B O R E L L I. 133 C X — Cp : Donc cettc mēre
puifTancc E cft à cc poids, comme 7. à 15. i & parconicquent la valeur de
cette puiflaucc étant (hyp.) de 7. I liv. ce meme poids cft auffi juAcment
de Av. c içA-à-dirc , de 15. livres, & un peu plus de cinq fepticmes delivre.
Ce qu'il falloïi trouver. FIN; AU RELIEUR. Le s netif flambes an pied
AeppteUts m vett Projet ; doivent être reliées félon tordre de leurs chiffres
immédiatement À la fin de la Méchanique i en forte que le quart du papier
où U m'y a rien ^ fait enfermé dans le livre ^ t autre quart où font les fibres ,
puiffe , en les dépliant , en for tir tout entier , pour fervir à tous les endroits
de eette Mé~chanique où ton en aura befoin. Pour les quatre autres
planches, au pied defquelles on voit Examen , elles doivent auffi être reliées
de la mime manière à la fin de t Examen que voicy de M. Borelli. A PARIS,
De l'Imprimerie delà Veuve Clément Gaffe, 1687. DES POIDS loutcnus
avec des cordes feu* lemcoc. Digitized by Google

DES POIDS
soutenus avec
des cordes seu-
lement.

A U R E L I E U R.

A PARIS,

Digitized by Google

EXT K AIT DV 'TKiri LE' G E du ^yOy. PA K Lettres Patentes
 du Roy > données à V erfailles 19. jour de Juin. 1^87. fi^ncespar le Roy en
 fon Confcil .Gallots 8c Icellecs. Il est permis à Jean Boud-ot Libraire à Paris
 , d'imprimer un livre intitulé Projet d'une nntveUe Mèchamque ^ avec un
 Examen de COpimon de M. Boreüi y fur Us propriétéez^des ' Poids
 fujpendui par des Cordes ,.par M. V***** en tel volume,marge, &
 caradère, en autant de volumes , & tout autant de fois que bon luy femblcra
 , pendant le tems de huit années confécutives , à commencer du jour qu'il
 aura été achevé d'imprimer pour la première rois. Et défenfes font faites à
 toutes forter de perfonnes d'imprimer ledit livre , d'en vendre n'y dttribuer
 iinpreffion que de celle dudit B O U D a T , ou de ceux qui auront fon droit
 , à peine de mil livres d'amende > 8c de tous dépens > dommages 8c
 intérêts > 8c de confifeatinn des Exemplaires contrefaits, ainfi qu'il dl porté
 plus au long dans ledit Privilège.. Regiftré fur le Livre de la Communauté
 des Libraires 8t Imprimeurs de Paris > le 30. Juillet 1687, , Signé
 ,CoiGNAR.D, Syndiq. , Ashtvi i imprimer pour la première fok le 30. Aoufi
 16% ji Digilized by Google

The text on this page is estimated to be only 18.71% accurate

FAVTES A CORRIGER. P^h- 4- 'O. AH /i/»^h AK f*t- 9' J'i'w i4<
Lcmine). Lcoune f*S- '4- t'pt "■ poid liftt. poi<l\$ f»l. 17. ii|»« 4. elle fe /i/«
elle le p»g, tf. À U m»rgê vii-i-vii du frtillm m»f JU4X, f*g. 19, ligru 11.
AH lifel^hAD f»g. J), à l. msrgi fig. U. tifn fig. \i. *7» f*g. J*, lighnt XJ. i EF i
Uftx, HEF| ÿ tigin tC tfftuk ou EHF « p»g. 4Î. lighnt H- point! lifit. point
p*g- 74- •• puilTnces , /t/êjt puilGuiees , png. f9. lighnt 14. tf- png. loo.
ligmtt j, ptopocioiuicllc* lift^h proponiODelle! p»g. 105. lighnt J. ces <Ie Uftr
de ces png. I04- lighnt f. Sf. M. tifizi?- de M. f*g, 10/. lighnt 17.
rtpoudeot,/!^h* lépoadtni j Digilized by Google

FAUTES A CORRIGER.

Pag. 4. lig. 20. AH lisez AK
 pag. 9. ligne 14. Lemme 3., lisez Lemme 3.
 pag. 14. ligne 11. poid lisez poids
 pag. 17. ligne 4. elle se lisez elle le
 pag. 23. à la marge *vis-à-vis du problème* marquez fig. 19;
 pag. 29. ligne 22. AH lisez AD
 pag. 35. à la marge fig. 26. lisez fig. 26.
 pag. 38. ligne 25. à EF; lisez HEF; ^{27.} & ligne 26. effacez ou EHF;
 pag. 48. ligne 31. points lisez point
 pag. 74. ligne 1. puissnces, lisez puissances,
 pag. 99. ligne 14. & pag. 100. lignes 5. 16. & 17. propotionnelles lisez
 proportionnelles
 pag. 103. ligne 1. ces de lisez de ces
 pag. 104. ligne 6. 69. M. lisez 69. de M.
 pag. 105. ligne 27. répoudent, lisez répondent;

. Digitized by Google

101 1461596

Digitized by Google

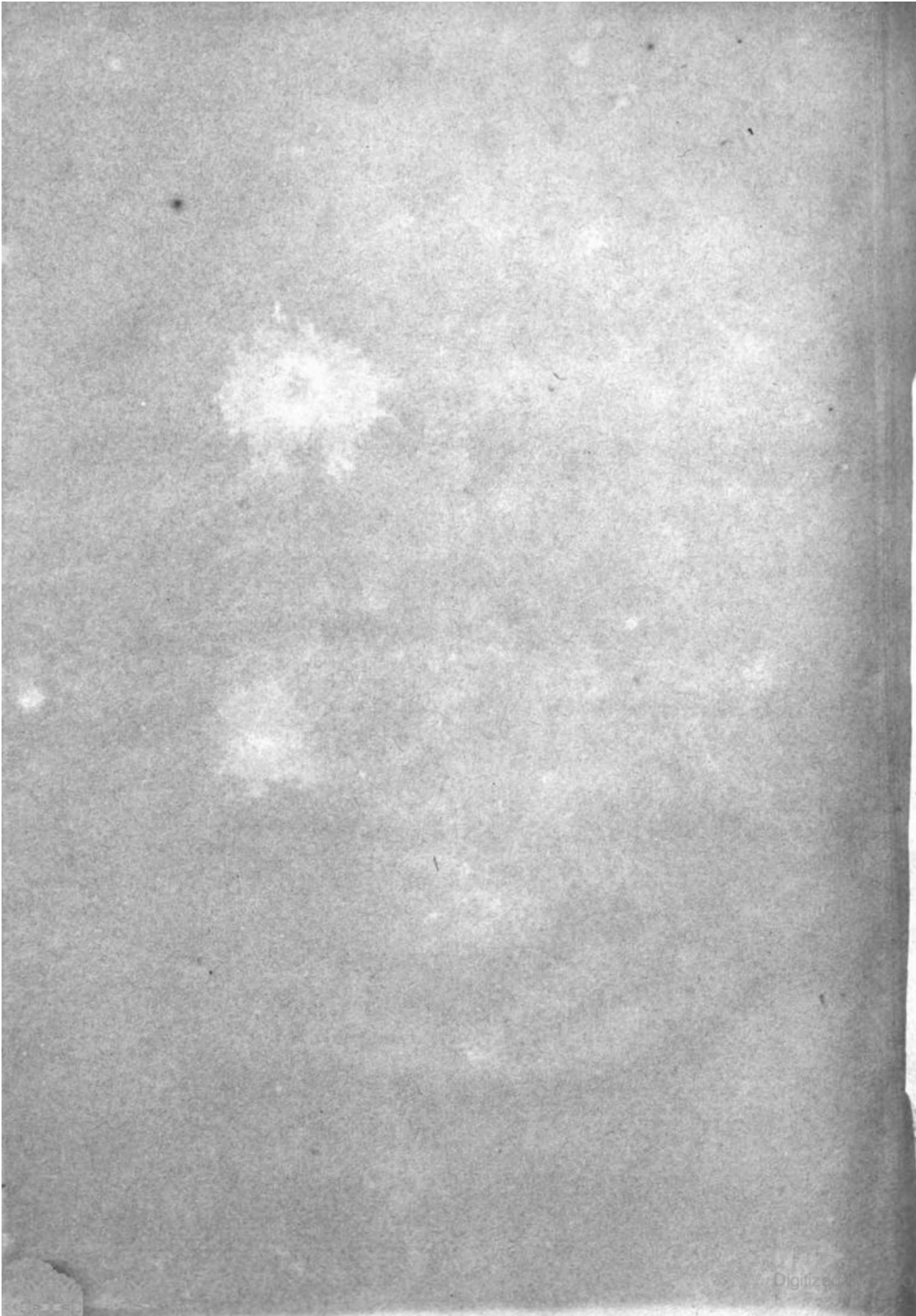
The text on this page is estimated to be only 27.67% accurate

DIgItized by CoogLe

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

1) Digitized by C.ocv.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

The text on this page is estimated to be only 27.33% accurate

Digitized by Google

F32. ~~C131~~

XIII
E-48