

Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile

Siméon Denis Poisson

Siméon Denis Poisson

**Recherches sur la probabilité des jugements
en matière criminelle et en matière civile**

Bachelier, 1837.

RECHERCHES
SUR LA
PROBABILITÉ
DES JUGEMENTS
EN MATIERE CRIMINELLE
ET EN MATIÈRE CIVILE.

PRÉCÉDÉES

DES RÈGLES GÉNÉRALES DU CALCUL DES PROBABILITÉS

Par S.-D. POISSON,

Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes de France ; des Sociétés Royales de Londres et d'Édimbourg ; des Académies de Berlin, de Stockholm, de Saint-Pétersbourg, d'Upsal, de Boston, de Turin, de Naples, etc. : des Sociétés, italienne, astronomique de Londres, Philomatique de Paris, etc.

PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

POUR, LES MATHÉMATIQUES, LA PHYSIQUE, etc.

QUAI DES AUGUSTINS, N^o 55.

1857

TABLE DES MATIÈRES.

PRÉAMBULE.

Le calcul des probabilités s'applique également aux choses de toute espèce, morales ou physiques, et ne dépend aucunement de leur nature, pourvu que dans chaque cas, l'observation fournisse les données numériques, nécessaires à ses applications.

Énoncé de la *loi générale des grands nombres*. Vérification de cette loi sur des exemples nombreux et variés, pris dans l'ordre physique et dans l'ordre moral, et qui permettent de la considérer dès à présent comme un fait d'expérience qui ne se dément jamais. Cette loi sera démontrée directement dans la suite de l'ouvrage.

Résumé des données de l'observation et des résultats auxquels on parviendra dans le dernier chapitre, en ce qui concerne la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile.

CHAPITRE I^{er}. Règles générales des probabilités.

Définition de la probabilité d'un événement. Différence que l'on peut mettre entre les mots *chance* et *probabilité*. Mesure de la probabilité. Objet du calcul des probabilités. Démonstration des premières règles de ce calcul ; exemples de leur application^[1], [n^{os} 1 à 13](#)

Formules relatives à la répétition des événements dans une série d'épreuves. Solution du problème des *partis*. Solution d'un autre problème, fondée

sur le développement d'un polynome élevé à une puissance donnée. Note sur un cas de chances variables pendant les épreuves. Probabilité d'amener m boules blanches et n boules noires, en tirant à la fois $m+n$ boules, d'une urne qui contient des boules noires et des boules blanches, en proportion connue,

[n^{os} 14 à 19](#)

Règle générale pour déterminer la probabilité des événements composés, quand les chances des événements simples varient d'une manière quelconque pendant les épreuves,

[n^o 20](#)

Application du calcul des probabilités à la détermination des avantages attachés à l'arrivée des choses éventuelles. Calcul des diverses chances de la ci-devant loterie royale de France. Préjugés, contraires et également mal fondés, des joueurs sur la sortie des numéros. Ce qu'on entend par l'*espérance mathématique* et par l'*espérance morale*. Explication d'une difficulté relative à la règle de l'espérance mathématique,

[n^{os} 21 à 25](#)

Quand il existe une chance inconnue, qui favorise l'arrivée de l'un des deux événements contraires E et F, sans qu'on sache lequel, cette circonstance augmente toujours la probabilité de la similitude des événements dans deux ou un plus grand nombre d'épreuves,

[n^o 26](#)

CHAPITRE II. Suites des règles générales ; probabilités des causes et des événements futurs, déduites de l'observation des événements passés.

Signification que l'on attache au mot *cause* et au mot *hasard*, dans le calcul des probabilités. Règle pour déterminer les probabilités des diverses causes possibles d'un événement observé. Remarque sur l'application de cette règle à des événements successifs. Règle pour déterminer, d'après les événements observés, les probabilités d'autres événements qui dépendent des mêmes causes ; ce qui ne suppose, toutefois, aucune

influence de l'arrivée des événements passés, sur celle des événements futurs. Application de ces deux règles à des exemples particuliers,

[n^{os} 27 à 33](#)

Extension de ces mêmes règles aux cas où l'on a, sur les événements, quelques notions antérieures aux observations ; exemple propre à montrer la nécessité d'y avoir égard,

[n^{os} 34 et 35](#)

Formules relatives à la probabilité des témoignages. Cas où il s'agit seulement de savoir si un fait est vrai ou faux, quand il est attesté ou nié par un ou plusieurs témoins. Cas où plus de deux événements ont pu avoir lieu, et où l'arrivée d'un événement déterminé est attestée par un témoin. Théorème relatif à la probabilité d'un événement, dont la connaissance nous parvient par une chaîne traditionnelle de témoignages,

[n^{os} 36 à 40](#)

Lorsqu'un très grand nombre d'événements sont possibles, et qu'ils ont tous, *à priori*, des probabilités égales et extrêmement faibles, on fait voir que l'arrivée de l'un de ces événements, parmi ceux qui présentent quelque chose de *remarquable*, doit être attribuée très probablement à une cause particulière C, autre que le hasard, et analogue, par exemple, à la volonté humaine. Si les événements remarquables étaient, avant l'observation, beaucoup plus probables que les autres, la probabilité de l'intervention d'une cause C est beaucoup affaiblie, et elle peut l'être assez pour qu'il soit inutile d'y avoir aucun égard,

[n^{os} 41 et 42](#)

Transformation en intégrales définies, des formules relatives aux probabilités des causes et des événements futurs, lorsque le nombre des causes possibles est infini. On peut ne pas considérer les causes communes aux événements passés et aux événements futurs, et regarder, les uns et les autres, comme des événements composés, dépendants d'un même événement simple G, dont la chance inconnue est susceptible d'une infinité de valeurs,

[n^{os} 43 à 45](#)

Application de ces intégrales au problème où l'événement G, étant arrivé m fois, dans $m+n$ épreuves, et l'événement contraire H, les n autres fois, on demande la probabilité qu'ils arriveront respectivement m' fois et n' fois dans $m'+n'$ épreuves futures. Cas où

l'on sait, *à priori*, que la chance inconnue de G s'écarte fort peu d'une fraction donnée,

[n^{os} 46 à 48](#)

Énoncé du théorème de Jacques Bernouilli, sur la répétition des événements, dans un très grand nombre d'épreuves, en raison de leurs chances respectives, connues ou inconnues, mais supposées constantes. Application à un exemple tiré de l'*Arithmétique morale*, de Buffon. Indication de la démonstration du théorème, fondée sur la formule du binome,

[n^{os} 49 à 51](#)

Énoncés de trois propositions générales, qui seront démontrées dans le chapitre IV, et qui se rapportent à la répétition des événements dont les chances varient d'une manière quelconque pendant les épreuves. On en déduit la loi générale des grands nombres, déjà vérifiée dans le préambule. Cette loi est comprise dans deux équations qui sont la base de toutes les applications importantes du calcul des probabilités,

[n^{os} 52 à 54](#)

Application de la première équation à des exemples. Différence essentielle entre les usages de la chance constante et ceux de la chance moyenne des événements, déduites, l'une et l'autre, de l'observation. Proportion constante des naissances masculines et féminines. Rapports qui doivent exister entre les similitudes et les dissimilitudes de sexe, des premiers nés d'un même mariage,

[n^{os} 55 à 59](#)

On indique, comme application de la seconde équation, le calcul des erreurs moyennes des observations, celui de la vie moyenne à différents âges, celui de l'influence des vents sur les hauteurs des marées,

[n^{os} 60 à 62](#)

Digression sur le principe de la *causalité*. Réfutation de l'opinion de Hume sur le simple *concours* de la *cause* et de l'*effet*. On fait voir que l'existence d'une cause capable de produire *nécessairement* un phénomène, peut avoir une très grande probabilité, quoique celui-ci n'ait été observé qu'un petit nombre de fois,

[n^{os} 63 et 64](#)

Probabilité de l'existence ou de la non-existence, d'une cause permanente de certains phénomènes, qui se combine avec des causes variables et avec le hasard, et ne produit pas constamment ces phénomènes. Ce qu'on doit entendre au jeu, par les mots *bonheur* et *malheur*,

[n^o 65](#)

CHAPITRE III. Calcul des probabilités qui dépendent de très grands nombres. (Cas des chances constantes pendant les épreuves.)

Nécessité de recourir aux méthodes d'approximation, pour calculer les valeurs des produits d'un très grand nombre de facteurs inégaux. Méthode de Laplace pour réduire en séries convergentes, les fonctions de grands nombres, exprimées préalablement par des intégrales définies. Application de cette méthode au produit $\prod_{k=1}^n$ des nombres naturels. Formule de Wallis, [n^{os} 66 à 68](#)

Probabilité des arrivées m fois et n fois, des deux événements contraires E et F, dans un très grand nombre $m+n$ d'épreuves. Diminution de cette probabilité, lorsque les chances constantes de E et F, au lieu d'être données *à priori*, ont été conclues d'un autre grand nombre d'observations. Exemple d'un cas particulier où les chances de ces deux événements varient pendant les épreuves, [n^{os} 69 à 72](#)

Transformation d'une partie de la formule du binome, en une autre formule convertible en une intégrale définie. Application de la méthode de Laplace à cette intégrale. Formules qui déterminent la probabilité que dans le nombre $m+n$ d'épreuves, l'événement E arrivera au moins m fois, et l'événement contraire F au plus n fois. Probabilité que ces nombres m et n seront compris entre des limites, à très peu près proportionnelles aux chances respectives des deux événements. Probabilités que l'un de ces nombres n'atteindra pas l'une ou l'autre de ces deux limites, [n^{os} 73 à 79](#)

Les formules précédentes conduisent au théorème de Jacques Bernoulli, énoncé dans le [n^o 49](#). Cas où la chance de l'un des deux événements E et F est très faible. Probabilités d'une différence des nombres m et n , comprise entre des limites données, soit quand les chances de E et F sont égales, soit quand elles sont

inégales. Part du hasard dans le très grand nombre $\displaystyle \{m+n\}$ des épreuves, [n^{os} 80 à 82](#)

Probabilité de limites comprenant la chance inconnue de l'événement E, d'après le nombre de fois que cet événement est arrivé dans un très grand nombre d'épreuves. Probabilité infiniment petite que cette chance soit précisément égale à une fraction donnée. On conclut de cette dernière probabilité, celle d'un événement futur, composé de E et de l'événement contraire F. Application à différents exemples, de la formule à laquelle on est conduit. Probabilité que l'événement E qui est arrivé $\displaystyle m$ fois dans $\displaystyle m+n$ épreuves, aura lieu $\displaystyle m'$ fois dans un autre très grand nombre $\displaystyle m'+n'$ d'épreuves ; expression de cette probabilité correspondante à une différence donnée entre les rapports et $\displaystyle \frac{m}{m+n}$

et $\displaystyle \frac{m'}{m'+n'}$; comparaison des chances de deux événements différents, qui sont arrivés des nombres de fois connus dans des nombres d'épreuves aussi donnés. Application numérique des formules précédentes à l'exemple cité dans le [n^o 50](#), et tiré des œuvres de Buffon, [n^{os} 83 à 89](#)

Solution d'un problème susceptible d'une application importante. Conséquences qui en résultent relativement aux élections des députés, par un très grand nombre d'électeurs, distribués en un nombre considérable de collèges dont chacun fait une nomination, [n^{os} 90 à 93](#)

CHAPITRE IV. Suite du calcul des probabilités dépendantes de très grands nombres. (Cas des chances variables d'une manière quelconque, comprenant celui des chances constantes).

Transformation de la règle du n° 20, en une formule exprimée par une intégrale définie. Usage de cette formule, dans le cas d'un très grand nombre d'épreuves. Détermination de la probabilité que dans ce nombre $\{m+n\}$ d'épreuves, l'événement E arrivera un nombre $\{m\}$ de fois, compris entre des limites données. On en conclut, conformément à la première proposition générale énoncée dans le n° 53, que ce nombre $\{m\}$ sera, à très peu près et très probablement, proportionnel à la moyenne des chances de E dans cette série d'épreuves, [n°s 94 à 96](#)

Probabilité que la somme des valeurs d'une chose quelconque, qui auront lieu dans un nombre donné d'épreuves, tombera entre des limites données, soit quand le nombre des valeurs possibles sera limité, soit quand il deviendra infini. L'expression de cette probabilité en intégrales définies, s'obtiendra sous forme finie, dans le cas particulier où toutes les valeurs possibles ont une chance égale et qui demeure constante pendant les épreuves. Vérification du résultat particulier et de la formule générale, dans le cas le plus simple où il n'y a qu'une seule épreuve, [n°s 97 à 100](#)

En appliquant cette formule au cas d'un très grand nombre d'observations, on démontre le théorème énoncé dans le n° 53, et suivant lequel, si ce nombre augmente encore de plus en plus, la moyenne des valeurs de la chose que l'on considère s'approchera de même d'une valeur constante $\{k\}$, avec laquelle elle coïnciderait, si ce même nombre pouvait devenir infini. Cette constante spéciale dépend de la loi de probabilité de toutes les valeurs possibles ; les limites, plus ou moins probables, d'une différence $\{\delta\}$ entre cette constante et la moyenne des valeurs observées dans un très grand nombre d'observations, dépendent aussi d'une autre constante $\{h\}$, relative à cette même loi. Détermination de ces deux quantités $\{k\}$ et $\{h\}$, dans les hypothèses les plus simples sur la loi de probabilité. Examen du cas où, d'après cette loi, le nombre des valeurs possibles est limité, [n°s 101 à 103](#)

Démonstration de la seconde proposition générale, énoncée dans le n° 52^[2] ; ce qui complète la démonstration, *à priori*, de la loi universelle des grands nombres, regardée jusque-là comme un fait d'expérience,

[n° 104](#)

Règle pour déduire du résultat des observations, les limites de la différence Δ qui ont une probabilité donnée, ou, réciproquement, la probabilité correspondante à une grandeur donnée de ces limites,

[n°s 105 et 106](#)

Probabilité de limites données, de la différence des valeurs moyennes d'une même chose, fournies par deux séries différentes d'épreuves. Règle la plus avantageuse pour conclure de deux ou plusieurs séries d'observations, la valeur approchée de cette chose, dans le cas où les valeurs moyennes convergent effectivement vers sa valeur exacte, c'est-à-dire, dans le cas où, pour chaque série, la constante spéciale est cette véritable valeur,

[n°s 107 et 108](#)

Probabilité de limites données, d'une différence entre les rapports

et $\frac{m}{m+n}$ et $\frac{m'}{m'+n'}$
des nombres de fois m et m' qu'un même événement E aura lieu dans $m+n$ et $m'+n'$ épreuves, à ces nombres d'épreuves, lorsque toutes les causes possibles de E sont les mêmes dans les deux séries d'observations, quoique les chances de cet événement varient d'une manière quelconque pendant chaque série,

[n° 109](#)

Solution d'un problème relatif aux inclinaisons des orbites planétaires sur l'écliptique, et à leurs excentricités. Solution d'un problème semblable qui se rapporte aux inclinaisons des comètes. On en conclut, avec une très grande probabilité, que la cause inconnue de la formation des comètes, n'a pas rendu inégalement probables leurs diverses inclinaisons sur l'écliptique, non plus que les deux sens, direct ou rétrograde, de leurs mouvements. Il en résulte aussi que l'inclinaison moyenne de toutes les comètes existantes, diffère probablement fort peu de celle des comètes observées jusqu'à ce jour. Note relative à des corps incandescents et en très grand nombre, que l'on observe dans le ciel à une époque déterminée de l'année^[3],

[n°s 110 et 111](#)

Tableau des formules de probabilités les plus usuelles, qui ont été démontrées dans ce chapitre et dans le précédent. Remarque relative à l'application du calcul des probabilités à un système d'équations de condition, fournies par les observations, [n^{os} 112 et 113](#)

CHAPITRE V. Applications des règles générales des probabilités aux décisions des jurys et aux jugements des tribunaux.

On détermine les probabilités qu'un accusé sera condamné ou acquitté, à une majorité déterminée, par des jurés dont chacun à une probabilité donnée de ne pas se tromper, et en ayant égard à la probabilité, aussi donnée, de la culpabilité, qui avait lieu avant le jugement. Par la règle de la probabilité des causes ou des hypothèses, on détermine également les probabilités que l'accusé, ainsi condamné ou acquitté, est coupable ou innocent, [n^{os} 114 à 117](#)

Formules relatives au cas d'un nombre quelconque de jurés, qui ont tous la même chance de ne pas se tromper, et dont la décision aura lieu ou a eu lieu, soit à une majorité donnée, soit à une majorité dont le *minimum* seul est donné. On fait voir que la probabilité qu'une condamnation sera prononcée, est toujours moindre que celle de la probabilité, avant le jugement, de la culpabilité. Les probabilités de la bonté d'un jugement ne dépendent, toutes choses d'ailleurs égales, que de la majorité à laquelle il a été rendu, et nullement du nombre total des jurés, lorsque leur chance de ne pas se tromper est donnée *à priori*, ce qui n'a plus lieu quand cette chance doit être déduite, *à posteriori*, de la connaissance de cette majorité, [n^{os} 118 à 120](#)

Application de ces formules au cas où le nombre des jurés est très grand, ce qui rend très peu probable, qu'une condamnation sera ou a été prononcée à une petite majorité, [n^o 121](#)

Théorème relatif à un jury composé d'un nombre quelconque de jurés, dont chacun à plusieurs chances distinctes et inégalement probables, de ne pas

se tromper. Exemple du calcul de la chance moyenne, quand le nombre des chances possibles devient infini, et que leur loi de probabilité est donnée. Cette chance moyenne est la même pour tous les jurés, quand ils doivent être pris au hasard sur une même liste générale. Formules qui déterminent, dans ce cas, les probabilités qu'une condamnation sera prononcée, qu'un accusé condamné est coupable, que la chance d'erreur des jurés a été comprise entre des limites données, [n^{os} 122 à 127](#)

Application de ces formules à un jury composé d'un très grand nombre de jurés, [n^{os} 128 à 131](#)

L'usage de ces formules exige, dans tous les cas, que l'on fasse une hypothèse sur la loi de probabilité des chances d'erreur des jurés. Examen de l'hypothèse de Laplace. Conséquences qui en résulteraient et qui la rendent inadmissible. L'impossibilité de faire sur cette loi, aucune hypothèse convenablement motivée, rend également impossible de déterminer la probabilité de la bonté d'un jugement isolé, d'après la connaissance du nombre des jurés et de la majorité à laquelle il a été rendu. Nécessité de recourir aux résultats d'un très grand nombre de jugements, pour en conclure les deux éléments spéciaux que renferment les formules précédentes, savoir, la chance $\{displaystyle u\}$ de ne pas se tromper, commune à tous les jurés pris au hasard sur une même liste générale, et la probabilité $\{displaystyle k\}$ de la culpabilité des accusés, résultante des procédures antérieures aux débats devant les cours d'assises, [n^{os} 132 et 133](#)

Probabilités que la différence entre le rapport, fourni par une série d'expérience, du nombre des condamnés à celui des accusés et la valeur spéciale que ce rapport atteindrait si ces nombres devenaient infinis, est comprise entre des limites données, et que la différence entre le premier rapport et celui qui résultera d'une autre série d'expériences, tombera entre des limites également données, [n^o 134](#)

On extrait des *Comptes généraux de l'administration de la justice criminelle*, les données de l'observation qui serviront à déterminer les valeurs numériques de $\{displaystyle u\}$ et $\{displaystyle k\}$. Ces données sont divers rapports auxquels on applique, avant d'en faire usage, les formules de probabilités précédentes. Influence des changements successifs de la législation du jury en France, sur les grandeurs de ces

rapports. Division des crimes en deux espèces distinctes. Obligation où l'on est de supposer, quant à présent, que les valeurs de u et k , très différentes pour ces deux sortes de crimes, sont à peu près les mêmes pour tous les départements, [n^{os} 135 à 138](#)

Calcul de ces valeurs, soit pour la France entière, soit pour le département de la Seine en particulier. Probabilité que, d'après ces valeurs, un jugement de condamnation ou d'acquiescement a été prononcé à l'unanimité, [n^{os} 139 à 141](#)

Signification qu'on doit attacher aux mots *coupable* et *innocent*. On développe ce qui a été dit, à cet égard, dans le préambule de l'ouvrage, [n^o 142](#)

Formules qui font connaître la mesure du danger, pour un accusé, d'être condamné, quoique non-condamnabile, et pour la société, de l'acquiescement d'un accusé qui aurait dû être condamné, [n^o 143](#)

Calcul des valeurs numériques de ces mesures, et des probabilités de l'innocence et de la culpabilité des condamnés, à différentes époques où la législation n'a pas été la même, [n^{os} 144 et 145](#)

Indication d'un calcul semblable, qu'on ne peut effectuer faute de données nécessaires de l'observation, en ce qui concerne les jugements de *police correctionnelle* et ceux de la justice militaire, [n^o 146](#)

Formules relatives à la bonté, plus ou moins probables, des jugements en matière civile, rendus en première instance et en appel, [n^{os} 147 à 149](#)

Faute de données de l'expérience, nécessaires pour déterminer les deux éléments distincts que ces formules renferment, on est obligé de supposer les chances d'erreur égales pour tous les juges des deux degrés successifs. On calcule cette chance. d'après le rapport, donné par l'expérience, du nombre des jugements confirmés par les cours royales, à celui des jugements de première instance qui leur sont soumis annuellement. Le peu de variation de ce rapport, pendant trois années consécutives, est une preuve très remarquable de la loi générale des grands nombres. On déduit de cette donnée de l'observation, les probabilités de la bonté des jugements de première instance et d'appel, soit quand ils s'accordent, soit quand ils sont contraires, [n^{os} 150 et 151](#)

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

1. ↑ Par inadvertance, l'ordre des numéros va de 11 à 13, et il n'y a pas de n^o 12.
2. ↑ En appliquant, par exemple, cette proposition générale à la *thérapeutique*, il en résulte, ce qui est conforme d'ailleurs au simple bon sens, que si un médicament a été employé avec succès dans un très grand nombre de cas semblables, de sorte que le nombre de cas où il n'a pas réussi soit très petit par rapport au nombre total de ces expériences, il est très probable qu'il réussira encore dans une nouvelle épreuve. La médecine serait ni une science, ni un art, si elle n'était pas fondée sur de nombreuses observations, et sur le tact et l'expérience propres du médecin, qui lui font juger de la similitude des cas et apprécier les circonstances exceptionnelles.
3. ↑ Il paraît que ces corps, lors de leur apparition, sont très éloignés de la terre, et à une distance où la densité de l'atmosphère est tout-à-fait insensible ; ce qui rend difficile d'attribuer,

comme on le fait, leur incandescence à un frottement contre les molécules de l'air. Ne pourrait-on pas supposer que le fluide électrique à l'état neutre, forme une sorte d'atmosphère, qui s'étend beaucoup au-delà de la masse d'air ; qui est soumise à l'attraction de la terre, quoique physiquement impondérable ; et qui suit, en conséquence, notre globe dans ses mouvements ? Dans cette hypothèse, les corps dont il s'agit, et, en général, les *aérolithes*, en entrant dans cette atmosphère impondérable, décomposeraient le fluide neutre, par leur action inégale sur les deux électricités, et ce serait en s'électrisant qu'il s'échaufferaient et deviendraient incandescents.